การควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ของหุ่นยนต์สำหรับทำงานร่วมกับมนุษย์

นายประสิทธิพร พงศ์วศิน

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2550

IMPEDANCE CONTROL OF ROBOT FOR HUMAN-ROBOT COOPERATIVE TASK

Mr.Prasittiporn Pongwasin

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2007

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ของหุ่นยนต์สำหรับทำงานร่วมกับมนุษย์
โดย	นายประสิทธิพร พงศ์วศิน
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ)

.... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ)

.... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.รัชทิน จันทร์เจริญ)

.... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิทยา วัณณสุโภประสิทธิ์)

ประสิทธิพร พงศ์วศิน : การควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ของหุ่นยนต์สำหรับทำงานร่วมกับมนุษย์.
(IMPEDANCE CONTROL OF ROBOT FOR HUMAN-ROBOT COOPERATIVE TASK).
อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ, 102 หน้า.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนองานวิจัยเกี่ยวกับเทคนิคการควบคุมเส้นทางเดินของแขนกล ซึ่งมีความสามารถในการทำงานที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยติดตั้งอุปกรณ์ตรวจรู้ที่ส่วนปลายของแขนกล

หุ่นยนต์ที่นำมาใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเป็นหุ่นยนต์มาตราฐานอุตสาหกรรม ของบริษัท Mitsubishi Heavy Industrial รุ่น PA10-7C ซึ่งมี 7 องศาอิสระ แต่ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะทำการศึกษาการควบคุมการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ที่มี 6 องศาอิสระเท่านั้น จึงจำเป็นต้องกำหนดให้ข้อต่อที่ 3 ของหุ่นยนต์นั้นอยู่กับที่ตลอดเวลา และได้ทำการศึกษาและพัฒนาสมการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ของแขนกล เช่น ฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์ อินเวิร์สคิเนแมติกส์ จาโคเบียน และสมการพลวัตสำหรับใช้ในการควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์ ในการควบคุมได้ทำการ Simulation การควบคุมแบบต่างๆ คือ Inverse Dynamics Control in Joint Space, Inverse Dynamics Control in Cartesian Space และการควบคุมแรงทางอ้อมโดยใช้เทคนิคการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ สำหรับการควบคุมของทั้งสองแบบแรกคือ Inverse Dynamics Control in Joint Space, Inverse Dynamics Control in Cartesian Space จะทำการควบคุมโดยการปรับค่าเกน เพื่อให้แขนกลสามารถเคลื่อนที่ได้ตามตองการ และผลของการ Simulation ที่ได้นั้นมีผลที่ดีมาก สำหรับการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ จะทำการ Simulation โดยการปรับค่าของแรงสัมผัสที่ปลายของแขนกล และจะทำการ Simulation ใน Cartesian Space เท่านั้น โดยที่แรงจะถูกป้อนเข้าไปในทิศทางเดียวกันกับปลายของแขนกล จากนั้นจะทำการบันทึกค่าระยะขจัดของปลายแขนกลเมื่อมีแรงมากระทำ ผลการ Simulation ที่ได้สามารถนำไปใช้ในการประเมินค่าความยืดหยุ่นของแขนกล และผลการ Simulation ที่ได้แสดงให้เห็นว่าความยืดหยุ่นของแขนกลนั้นเป็นเชิงเส้น ซึ่งมีเริ่มต้นจาก 0 จนมีค่าประมาณ 0.8 มิลลิเมตร และเป็นไปตามรูปร่างของแรงสัมผัสจากภายนอกที่ใช้ในการ Simulation และส่วนปลายของการ Simulation จะมีค่าผิดพลาดขึ้นสูงเนื่องจากผลของ Stiff problem ของการคำนวณสมการพลวัต

ภาควิชา ....วิศวกรรมเครื่องกล.... ลายมือชื่อนิสิต....................
สาขาวิชา ....วิศวกรรมเครื่องกล.... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา....................
ปีการศึกษา ....2550....

4770585021 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: ROBOT / IMPEDANCE CONTROL / MANIPULATOR / CONTROL / FORCE

PRASITTIPORN PONGWASIN: IMPEDANCE CONTROL OF ROBOT FOR HUMAN - ROBOT COOPERATIVE TASK. THESIS ADVISOR: ASSOC.PROF.VIBOON SANGVERAPHUNSIRI, Ph.D, 102 pp.

This thesis describes the technique of the trajectory control of a robot arm which can interact with an environment by attaching a sensor at the end-effector of the manipulator.

The robot using in this work is a 7 degrees of freedom manufactured by Mitsubishi Heavy Industrial, PA10-7C. But this work, we cover only 6 degrees of freedom. So a joint, the third joint of the manipulator, needed to be fixed. We derive, in detail the: Forward, Inverse, Jacobian, as well as Dynamic model of the manipulator, but limit to the 6 degrees of freedom by fixing the third joint. Simulations are carried out based on the derived equations as: an inverse dynamics control in joint space, an inverse dynamics control in operational space, and indirect force control using impedance control technique. For motion control in both joint space and operation space, the controller gains are tuned so that the tracking results are very good. Force the impedance control, only force regulation in operation space is covered. Forces are applied in the direction of the tool tip and end-effector displacements are recorded and displayed. The results can be used to evaluate the compliance of the manipulator arm. And it is shown that the compliance is linear within a boundary, approximate 0.8 mm from the start contact point. Beyond this distance, the dynamic is very stiff and better solver should be used.

Department.......Mechanical Engineering...Student's signature. Prasittiporn Pongwasin.
Field of study....Mechanical Engineering....Advisor's signature...
Academic year.........2007........

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ รองศาสตราจารย์ ดร. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ท่านให้ความกรุณาจัดเตรียมอุปกรณ์ เครื่องมือ รวมถึงการสนับสนุนทางด้านเงินทุน และที่สำคัญที่สุด คือ ท่านให้ความกรุณาเสียสละเวลาอันมีค่าของท่านในการถ่ายทอดความรู้และคอยให้คำแนะนำ คำปรึกษาและข้อคิดเห็นในการแก้ไขปัญหาต่างๆ จนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ โอกาศนี้

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา ผู้เป็นครูคนแรกที่ได้อบรมสั่งสอนและส่งเสริมให้ได้รับการศึกษาจนกระทั่งทุกวันนี้ และเป็นแรงบันดาลใจและมอบความห่วงใยที่อบอุ่นยิ่งให้แก่ผู้วิจัยได้มีความเพียรพยายาม มุ่งมั่น ต่อสู้กับอุปสรรค จนกระทั่งงานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีเสมอมา ตลอดจนญาติ พี่น้อง เพื่อนๆ และรุ่นพี่ นิสิตปริญญาเอก และปริญญาโท โดยเฉพาะ คุณกรรมมันต์ ชูปรเสริฐ คุณพงศกร เพชรพันธ์ศรี คุณจารุบุตร คณะนัย รวมถึงบุคคลทุกท่านที่มีส่วนช่วยให้งานวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จไม่ว่าจะทางตรงและทางอ้อม ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างยิ่ง

สารบัญ

หน้า

บทที่

บทที่ หน้า

สารบัญตาราง

ตาราง หน้า

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ หน้า

ภาพประกอบ หน้า

ภาพประกอบ หน้า

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มา

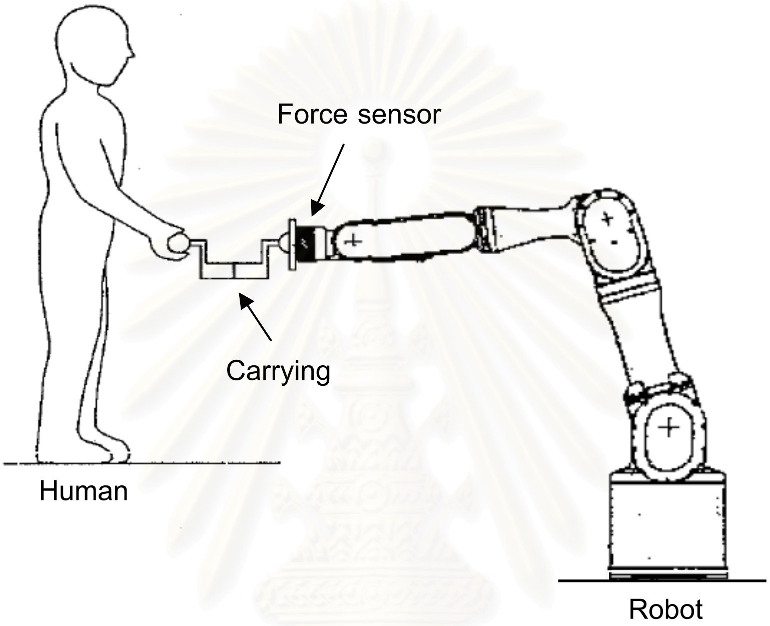
ปัจจุบันนี้ ได้เริ่มมีแนวคิดในการพัฒนาเครื่องมือที่จะมาช่วยมนุษย์ทำงานได้สะดวกมากขึ้น เช่นการพัฒนาหุ่นยนต์มาทำงานแทนคน ทำงานในที่ที่สภาพแวดล้อมไม่เหมาะสมกับคน และทำงานที่เหมือนกันหรือซ้ำกัน เป็นต้น แต่ปัจจุบันนี้เริ่มมีแนวคิดที่ว่าคนมีความยืดหยุ่นมากที่สุดส่วนหุ่นยนต์ทำงานได้แม่นยำกว่าคน จึงเริ่มมีการพัฒนาระบบที่นำหุ่นยนต์มาทำงานร่วมกับคน เพื่อช่วยให้คนทำงานได้สะดวกขึ้นหรือทำงานซึ่งเมื่อก่อนใช้คนทำงานอย่างเดียวไม่ได้ และใช้หุ่นยนต์อย่างเดียวกับไม่เหมาะสมเพราะไม่ใช่งานซ้ำๆกัน ต้องการผสมผสานความสามารถในการตัดสินใจของคนร่วมกับความสามารถในการทำงานที่แม่นยำของหุ่นยนต์ ในที่นี้จะเรียกว่า Human-Robot cooperative task[1-2] จากแนวคิดข้างต้นจึงมีการนำความสามารถของเครื่องจักรหรือหุ่นยนต์มาช่วยในการทำงาน เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพ ผลผลิต และคุณภาพของงาน ดังนั้นในปัจจุบันได้มีการนำเครื่องจักรหรือหุ่นยนต์ และระบบอัตโนมัติเข้ามาประยุกต์ใช้ในชีวิตของมนุษย์อย่างมากมาย ยกตัวอย่างเช่น เครื่องใช้ภายในบ้าน เครื่องมือการเกษตร และเครื่องมือทางการแพทย์ ฯลฯ ซึ่งถ้าหากทำการรวมเอาความสามารถของเครื่องจักรที่เหนือกว่ามนุษย์ด้านกำลัง ความอดทน ความแม่นยำในการทำงานเข้ากับความฉลาดเช่นที่มีในมนุษย์ ควรจะทำให้หุ่นยนต์สามารถทำงานร่วมกับมนุษย์ได้ดีขึ้น แต่เดิมหุ่นยนต์จะเพียงทำงานที่ซ้ำซากที่ได้รับการสอนมา เช่น งานยกและวางของ ภายหลังความสามารถในการโปรแกรมได้ทำให้หุ่นยนต์มีความยืดหยุ่นในการทำงานได้ดีมากยิ่งขึ้น

ในปัจจุบันได้มีการนำหุ่นยนต์หลากหลายประเภทเข้ามาใช้ในชีวิตและมีความใกล้ชิดกับมนุษย์ และมีการทำงานร่วมกันกับมนุษย์ ดังนั้นเราจึงต้องการระบบควบคุม เพื่อให้หุ่นยนต์นั้นมีโครงสร้างในการทำงานเช่นเดียวกับลักษณะท่าทางของมนุษย์และไม่ทำอันตรายกับมนุษย์ เช่น เมื่อนำหุ่นยนต์และมนุษย์มาทำงานร่วมกันโดยการให้ยกของ[3] หุ่นยนต์จะต้องมีการเคลื่อนที่ตามการเคลื่อนที่ของมนุษย์

ในการทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์นั้น ส่วนใหญ่จะเป็นการควบคุมแรงซึ่งอยู่ในรูปของความต้านทานการเคลื่อนที่ (impedance)[4-5] ของแขนหุ่นยนต์ เพื่อให้มีความต่อเนื่องและราบเรียบในการทำงาน เช่น ถ้าเราต้องการจะยกวัตถุให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการ แขนของหุ่นยนต์จะต้องมีความต้านทานการเคลื่อนที่ที่สูงเพื่อให้ตำแหน่งของแขนหุ่นยนต์มีความแม่นยำ แต่ในการที่จะนำหุ่นยนต์และมนุษย์มาทำงานร่วมกัน จะมีปัญหาในเรื่องของ

เสถียรภาพเชิงสัมผัสของการควบคุมความหน่วงของการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ที่นำมาใช้ในการทำงาน และการควบคุมความหน่วงของการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์จะมีอยู่สองชนิด คือ พื้นฐานทางด้านการควบคุมตำแหน่ง และพื้นฐานทางด้านการควบคุมแรงบิดของหุ่นยนต์[6]

ในการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ของหุ่นยนต์สำหรับทำงานร่วมกับมนุษย์สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 1.1 ดังนี้

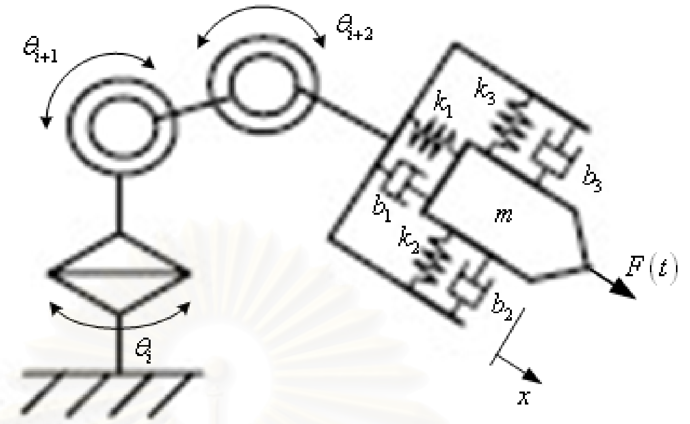


รูปที่ 1.1 การทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์
(Human-Robot cooperative task)

จากรูปที่ 1.1 เป็นการแสดงลักษณะการทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์ในการร่วมกันยกสิ่งของ โดยที่จะใช้ลักษณะการเคลื่อนที่ของมนุษย์ในการสร้างเส้นทางเดิน (trajectory) ให้กับตัวควบคุมการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ โดยลักษณะการเคลื่อนที่ของมนุษย์จะถูกสร้างขึ้นโดยการได้รับสัญญาณของแรงและทิศทางของการเคลื่อนที่จากตัวตรวจรู้แรง (force sensor) ที่ถูกติดตั้งอยู่ที่ปลายของแขนกล (manipulator’s end-effector) และนำสัญญาณที่ได้ไปทำการคำนวณหาค่าตัวแปรต่างๆ ที่ใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ต่อไป

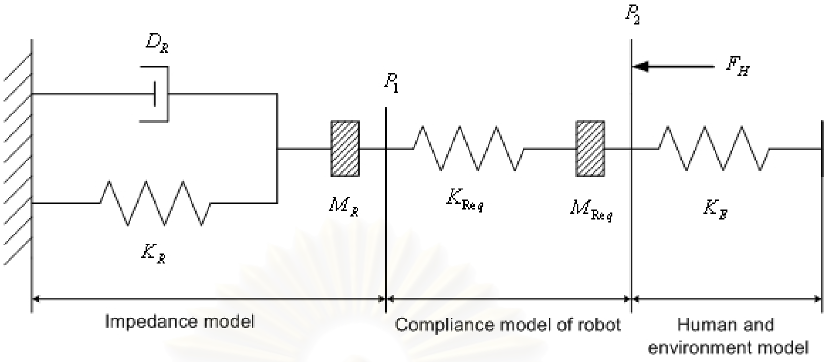
แนวความคิดของการควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์แบบอิมพิแดนซ์สามารถแสดงดังรูปที่ 1.2 จะเห็นได้ว่าในส่วนของปลายแขนของหุ่นยนต์มีลักษณะของระบบมวล สปริง และตัวหน่วง (mass-spring-damper system) ติดอยู่ที่ส่วนปลายของแขนกล เพื่อใช้สำหรับการ

ควบคุมแรงซึ่งอยู่ในรูปของความต้านทานการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ และช่วยรองรับแรงต่างๆ ที่จะถูกส่งผ่านจากแขนหุ่นยนต์ไปสู่มนุษย์



รูปที่ 1.2 แผนภาพแนวความคิดของการควบคุมหุ่นยนต์แบบอิมพิแดนซ์
(Conceptual diagram of Impedance Control)

จากรูปที่ 1.2 แสดงแผนภาพแนวความคิดของการควบคุมหุ่นยนต์แบบอิมพิแดนซ์ โดยที่ $\theta_i, \theta_{i+1}, \theta_{i+2}$ แทนมุมหมุนของจุดต่อต่างๆ และส่วนปลายจะเป็นส่วนของอิมพิแดนซ์ซึ่งจะมีลักษณะของระบบมวล-สปริง-ตัวหน่วง โดยที่ b_1, b_2, b_3 แทนค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงใน 3 มิติ k_1, k_2, k_3 แทนค่าสัมประสิทธิ์ของสปริงใน 3 มิติ และ m แทนมวลของปลายแขนกล และสามารถแสดงอยู่ในรูปสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบมวล-สปริง-ตัวหน่วงดังสมการที่ (2.1) โดยที่ ค่า b และ k แทนค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงสมมูลย์ และค่าสัมประสิทธิ์ของสปริงสมมูลย์ ตามลำดับ และแบบจำลองทางพลวัตของการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ของหุ่นยนต์ สำหรับใช้ในการควบคุมการทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์ (Impedance Control of Human-Robot Cooperative task)[1] สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 1.3 ซึ่งจะเห็นว่าในการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ของหุ่นยนต์สำหรับการทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์จะประกอบด้วยสามส่วนหลักๆ ดังนี้ คือ ส่วนแรกจะเป็นส่วนของแบบจำลองอิมพิแดนซ์ (impedance model) ซึ่งจะเป็นส่วนของการควบคุมแรงซึ่งอยู่ในรูปของความต้านทานการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ โดยจะมีลักษณะคล้ายคลึงกับระบบมวล สปริง และตัวหน่วง และจะมีประโยชน์ในการช่วยรองรับแรงต่างๆ ที่จะถูกส่งผ่านไปสู่มนุษย์ที่เป็นผู้ทำงานร่วมกับแขนหุ่นยนต์ในการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ ส่วนที่สองจะเป็นส่วนของแบบจำลองความยืดหยุ่นของหุ่นยนต์ (compliance model of robot)[7] เนื่องจากน้ำหนักของตัวหุ่นยนต์เองกับน้ำหนักที่เกิดขึ้นในการยกสิ่งของและจากความเสียดทานที่เกิดขึ้นในจุดหมุนต่างๆ ของตัวหุ่นยนต์ และส่วนที่สามจะเป็นส่วนของแบบจำลองของมนุษย์และสิ่งแวดล้อม (human and environment model) ซึ่งจะเปรียบเทียบได้กับค่าความกระด้าง (stiffness) ที่ปลายของแขนหุ่นยนต์ต้องไปสัมผัส



รูปที่ 1.3 แบบจำลองทางพลวัตของการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ของหุ่นยนต์
สำหรับการทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์
(Impedance Control of Human-Robot cooperative task)

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะทำการศึกษาถึงการหาค่าความต้านทานการเคลื่อนที่หรือตัวควบคุมแรงแบบอิมพิแดนซ์ (impedance control) และวิธีการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ โดยจะใช้แขนหุ่นยนต์อุตสาหกรรม ในการที่จะนำแขนหุ่นยนต์มาตรฐานอุตสาหกรรมเข้ามาทำงานร่วมกันกับมนุษย์โดยการยกสิ่งของต่างๆ

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมแรงซึ่งเป็นค่าความต้านทานการเคลื่อนที่ และวิธีการควบคุมการเคลื่อนที่แบบอิมพิแดนซ์ (impedance control) ของแขนหุ่นยนต์มาตรฐานอุตสาหกรรม เพื่อศึกษาแนวทางในการนำแขนหุ่นยนต์อุตสาหกรรมเข้ามาทำงานร่วมกันกับมนุษย์

1.3 วิธีดำเนินงาน

การดำเนินงานวิจัยแบ่งออกเป็น 7 ขั้นตอนหลักคือ

1. ศึกษาการทำงานและลักษณะเฉพาะต่างๆ ของแขนหุ่นยนต์อุตสาหกรรมโดยจะใช้แขนหุ่นยนต์ Mitsubishi Heavy Industries Ltd. รุ่น PA10-7C[8]
2. ศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับการควบคุมแรงและการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์
3. หาสมการการเคลื่อนที่และสมการ kinematics ที่จำเป็นในการควบคุมแรงและการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ โดยเฉพาะสำหรับ Human-Robot cooperative task
4. จำลองระบบที่จะใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ Mitsubishi Heavy Industries Ltd. รุ่น PA10-7C โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink

5. ออกแบบและสร้างชุดทดสอบ เพื่อใช้ในการทดสอบการทำงานร่วมกันระหว่างแขนกล Mitsubishi Heavy Industries Ltd. รุ่น PA10-7C กับมนุษย์ในการยกของจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง

6. ทดสอบการทำงานร่วมกันระหว่างแขนกล Mitsubishi Heavy Industries Ltd. รุ่น PA10-7C กับมนุษย์ในการยกของจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง

7. สรุปผลการวิจัยและพิมพ์วิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์

1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1. หาสมการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ที่จำเป็นสำหรับการควบคุมแรงและการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ เพื่อใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์มาตรฐานอุตสาหกรรม ในการนำหุ่นยนต์เข้ามาทำงานร่วมกับมนุษย์

2. จำลองระบบที่จะใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์มาตรฐานอุตสาหกรรม โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink

3. ออกแบบและสร้างชุดทดสอบ เพื่อใช้ในการทดสอบการทำงานร่วมกันระหว่างแขนหุ่นยนต์มาตรฐานอุตสาหกรรมกับมนุษย์

4. ทดสอบการทำงานร่วมกันระหว่างแขนหุ่นยนต์มาตรฐานอุตสาหกรรมกับมนุษย์

5. สรุปผลการวิจัย

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สร้างองค์ความรู้ในการพัฒนาระบบควบคุมสำหรับงาน Human-Robot cooperative task

2. ได้แนวคิดในการออกแบบระบบควบคุมแรงและการเคลื่อนที่เหมาะสมในการนำแขนหุ่นยนต์มาตรฐานอุตสาหกรรมเข้ามาทำงานร่วมกับมนุษย์

3. ผู้วิจัยในอนาคตสามารถนำหลักการที่ใช้ในงานวิจัยนี้ไปประยุกต์หรือพัฒนาต่อได้

4. สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานจริงได้หลายอย่าง เช่น ใช้ในการยกของที่มีน้ำหนักมากๆ

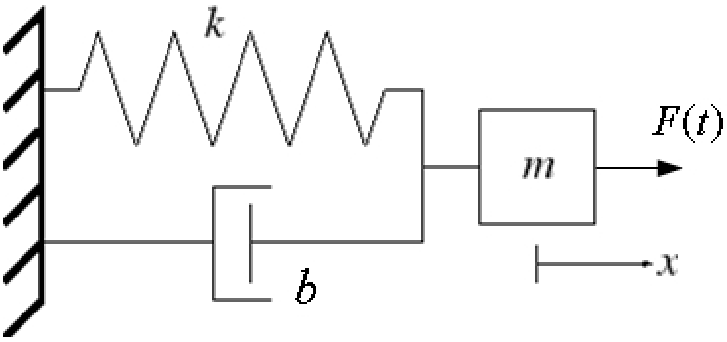
บทที่ 2

ความรู้พื้นฐานด้านแขนหุ่นยนต์และทฤษฎีการควบคุม

ในบทนี้เป็นการอธิบายถึง ความรู้ที่จำเป็นในด้านแขนหุ่นยนต์อุตสาหกรรม สำหรับใช้ในการศึกษาพฤติกรรมต่างๆ ที่จำเป็นในการออกแบบระบบควบคุมการทำงานของแขนหุ่นยนต์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการแปลงพิกัดต่างๆ จลนศาสตร์ของการเคลื่อนที่ และการหาสมการพลวัต (Dynamic equation) ที่ใช้ในการควบคุมการทำงานของแขนหุ่นยนต์อุตสาหกรรม

พฤติกรรมทางพลวัต (dynamic behavior) ของระบบทางวิศวกรรมที่มีความสัมพันธ์กับการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้แทนระบบทางวิศวกรรมเหล่านั้น ซึ่งในขั้นตอนนี้จะเรียกว่าการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (mathematical modeling) ซึ่งเป็นส่วนที่สำคัญมากในการออกแบบและการวิเคราะห์แบบทางวิศวกรรม ขั้นตอนการตัดสินใจในขบวนการออกแบบระบบควบคุมจะทำได้ก็ต่อเมื่อเราเข้าใจพฤติกรรมของระบบที่จะทำการควบคุม ดังนั้นการออกแบบจะทำต่อเนื่องจากการแก้ปัญหาของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบนั้นๆ หรือจะกล่าวอีกแบบหนึ่งก็คือ จำเป็นต้องหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่กำลังจะควบคุม ซึ่งส่วนมากแบบจำลองดังกล่าวจะอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation) จากนั้นก็จะทำการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ ซึ่งอาจจะเป็นการแก้ปัญหาด้วยการแก้สมการเพื่อให้ได้คำตอบหรือผลลัพธ์ในรูปแบบที่ปิด (close form solution) หรืออาจจะเป็นการแก้ปัญหาโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (numerical method) จากผลลัพธ์นี้จะช่วยให้สามารถตัดสินใจถึงระบบควบคุมที่ต้องการจะใช้ในการควบคุมระบบดังกล่าว[9].

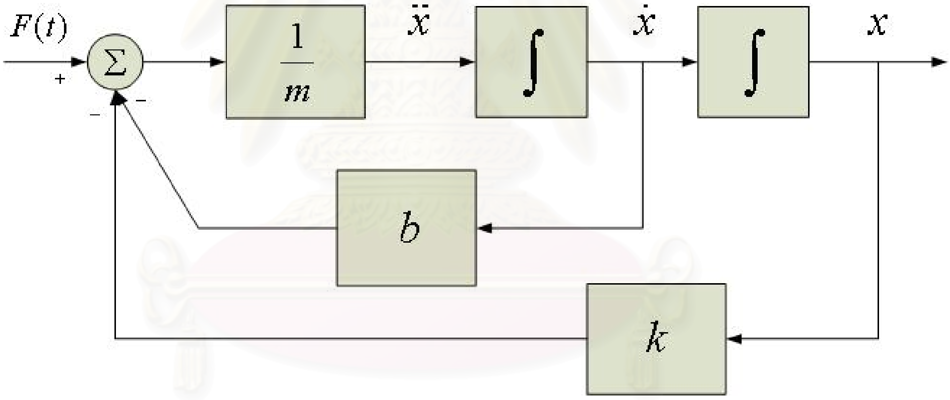
ระบบมวล-สปริง-และตัวหน่วง (mass-spring-damper) ในรูป 2.1 เป็นตัวอย่างแผนภาพของระบบ (system diagram) โดยที่ในรูปที่ 2.1 ได้แสดงให้เห็นว่าสามารถแสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของระบบมวล-สปริง-และตัวหน่วง ได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่สอง สมการเชิงอนุพันธ์นี้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรง (force, F) ที่กระทำกับมวล (mass, m) และลักษณะการเคลื่อนที่ของมวลโดยที่ลักษณะการเคลื่อนที่ของมวลจะรวมไปถึงตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งของมวลที่กำลังสนใจ จากสมการเชิงอนุพันธ์สามารถนำมาประกอบเป็นแผนภาพบล็อก (block diagram) ของระบบมวล-สปริง-และตัวหน่วงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.1 ระบบมวล-สปริง-และตัวหน่วง

สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบมวล-สปริง-และตัวหน่วงสามารถเขียนได้ดังนี้

$$m\ddot{x}+b\dot{x}+kx=F(t) \tag{2.1}$$



รูปที่ 2.2 แผนภาพบล็อกของระบบมวล-สปริง-และตัวหน่วง

ในการควบคุมแขนหุ่นยนต์สามารถนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาใช้อธิบายรูปแบบโครงสร้างและการเคลื่อนไหวลักษณะต่าง ๆ เพื่อนำสู่การหาตำแหน่งของปลายแขนกลในรูปแบบของฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์ (Forward Kinematics) การหาตำแหน่งมุมของจุดต่อ (Joint) จากอินเวิร์สคิเนแมติกส์ (Inverse Kinematics) หรือหาความเร็วและแรงกระทำที่จุดต่อหรือปลายแขนกลได้จากจาโคเบียน (Jacobian), จาโคเบียนแรง (Force Jacobian) เพื่อใช้เป็นปัจจัยประกอบการควบคุมแขนหุ่นยนต์

2.1 ความรู้พื้นฐานด้านแขนหุ่นยนต์ [10-11,13]

แขนหุ่นยนต์ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้เป็นแบบท่อนแขนเรียงลำดับกล่าวคือ มีลักษณะของแขน (link) เป็นท่อนๆ เชื่อมต่อระหว่างแต่ละท่อนด้วยจุดต่อ ซึ่งจุดต่อมีอยู่ 2 ชนิดคือ เป็นแบบจุดต่อหมุน (revolute joint) และแบบจุดต่อเลื่อน (prismatic joint) ในส่วนของคิเนแมติกส์เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรใน Join space, $\mathbf{q}$ ซึ่งเป็นมุม θ หรือ ระยะทาง d สำหรับจุดต่อหมุน หรือจุดต่อเลื่อนตามลำดับ กับ Cartesian space เช่น ตำแหน่งในพิกัดแกน XYZ ในส่วนของสมการพลวัต (Dynamics equation) เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่าง $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ กับแรงบิด (torque) ของแต่ละจุดต่อ ก่อนจะกล่าวถึงรายละเอียดในหัวข้อทั้งสองจะนำเสนอถึงการเปลี่ยนพิกัดของเวกเตอร์ระหว่างแกนอ้างอิง 2 ชุด ซึ่งเป็นพื้นฐานสำหรับการหาความสัมพันธ์ในส่วนของคิเนแมติกส์

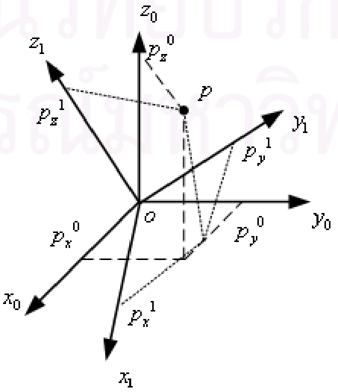
2.1.1 การเปลี่ยนพิกัดของเวกเตอร์

- เมทริกซ์การหมุน (Rotation Matrix) เมื่อพิจารณาแกนอ้างอิง 2 ชุดที่มีจุดกำเนิดร่วมกัน ดังรูปที่ 2.3 โดยให้จุด p เป็นจุดใดๆ ในปริภูมิ และให้เวกเตอร์ $\mathbf{p}^0, \mathbf{p}^1$ เป็นพิกัดของจุด p ในปริภูมิ 0 และ 1 โดย

$$\mathbf{p}^0 = \begin{bmatrix} p_x^0 \\ p_y^0 \\ p_z^0 \end{bmatrix}, \mathbf{p}^1 = \begin{bmatrix} p_x^1 \\ p_y^1 \\ p_z^1 \end{bmatrix} \qquad (2.2)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^0 &= p_x^1 x_1^0 + p_y^1 y_1^0 + p_z^1 z_1^0 \\ &= \begin{bmatrix} x_1^0 & y_1^0 & z_1^0 \end{bmatrix} \mathbf{p}^1 \\ &= \mathbf{R}_1^0 \mathbf{p}^1 \qquad (2.3) \end{aligned}$$



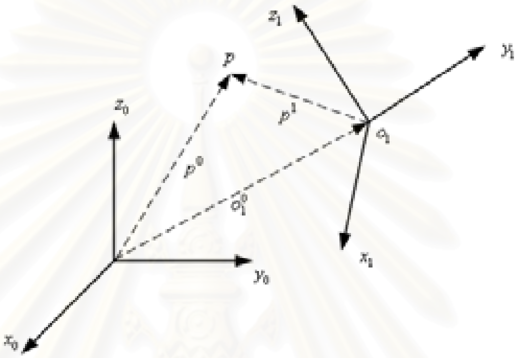
รูปที่ 2.3 เวกเตอร์ $\mathbf{p}$ ในแกนอ้างอิง 2 ชุดที่มีจุดกำเนิดร่วมกัน

เมื่อเมทริกซ์ $\mathbf{R}_1^0$ เป็นเมทริกซ์การหมุน จากแกนพิกัดชุดที่ 1 ไปยัง 0

- เมทริกซ์การแปลง (Transformation Matrix) ในกรณีที่จุดกำเนิดของแกนทั้งสองอยู่คนละจุด ดังรูปที่ 2.4 โดยมีเวกเตอร์ $\mathbf{o}_1^0$ แทนเวกเตอร์ของจุดกำเนิดของแกนพิกัด 1 บนพิกัดของแกนพิกัด 0 ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ $\mathbf{p}$ ในแกนพิกัดทั้งสองเป็น

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}^0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1^0 & \mathbf{o}_1^0 \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}^1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{p}}^0 = \mathbf{A}_1^0 \tilde{\mathbf{p}}^1 \tag{2.4}$$



รูปที่ 2.4 เวกเตอร์ $\mathbf{p}$ ในแนวแกนอ้างอิง 2 ชุดที่มีจุดกำเนิดแยกกัน

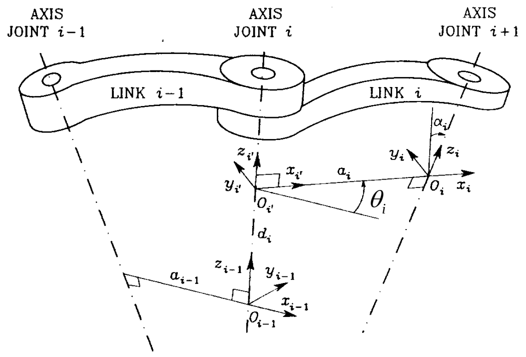
โดยเรียกเมทริกซ์ $\mathbf{A}_1^0$ ว่าเมทริกซ์การแปลงจากแกนพิกัด 1 ไปยัง 0 ในกรณีที่มีแกนอ้างอิงหลายชุดต่อเนื่องกัน จากชุด $0, 1, ..., n$ จะได้เมทริกซ์การแปลงจากแกนชุดที่ n ไปยัง 0 เป็น

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{p}}^0 &= \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 ... \mathbf{A}_n^{n-1} \tilde{\mathbf{p}}^n \\ &= \mathbf{A}_n^0 \tilde{\mathbf{p}}^n \end{aligned} \tag{2.5}$$

2.1.2 คิเนแมติกส์ (Kinematics)

2.1.2.1 ฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์ (Forward Kinematics)

เป็นการโอนย้ายความสัมพันธ์ของตำแหน่งของแขนกล จากการอ้างอิงเชิงมุมของแต่ละจุดต่อใน Joint Space มาเป็นการอ้างอิงเชิงเส้นใน 3 มิติ คือแกน X, Y, และ Z ใน Cartesian Space หรือใน Operation Space เพื่อบอกตำแหน่งปลายของแขนกลเทียบกับเฟรมอ้างอิงเริ่มต้น (Base Frame) โดยวิธี D-H parameter หรือที่เรียกว่า Denavit-Hartenberg Convention จะช่วยในการหาฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์ โดยจะตั้งเฟรมอ้างอิงที่แต่ละจุดต่อดังแสดงในรูปที่ 2.5 แล้วหาค่าความสัมพันธ์ระหว่างแขน และจุดต่อ ดังนี้



รูปที่ 2.5 การตั้งเฟรมอ้างอิงโดยวิธีของ Denavit-Hartenberg

- Link Twist (α_i) คือ มุมระหว่างแกน z_{i-1} และ z_i รอบแกน x_i และจะเป็นบวกเมื่อหมุนทวนเข็มนาฬิกา
- Link Length (a_i) คือ ระยะระหว่าง O_i และ $O_{i'}$
- Link offset (d_i) คือ ระยะระหว่าง O_{i-1} และ $O_{i'}$ โดยวัดตามแนวแกน z_{i-1}
- Joint Angle (θ_i) คือ มุมระหว่างแกน x_{i-1} และ x_i รอบแกน z_{i-1} และจะเป็นบวกเมื่อหมุนทวนเข็มนาฬิกา

โดยที่ α_i และ a_i เป็นค่าคงที่

d_i และ θ_i เป็นตัวแปรตามขึ้นอยู่กับการเคลื่อนที่ว่าเป็นแบบจุดต่อเลื่อน หรือจุดต่อหมุน

รูปแบบโดยทั่วไปของ Homogeneous Transformation Matrix โดยวิธีของ Denavit-Hartenberg Convention สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{A}_i^{i-1}(q_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i\cos\alpha_i & \sin\theta_i\sin\alpha_i & a_i\cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i\cos\alpha_i & -\cos\theta_i\sin\alpha_i & a_i\sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

และจะได้ฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์ จากสมการ

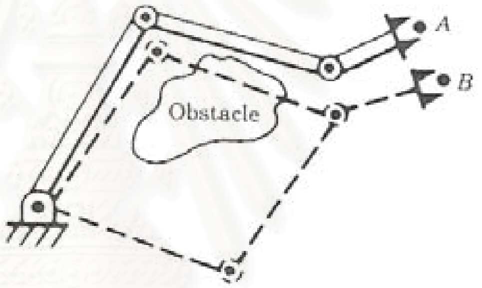
$$\mathbf{T}^0(q) = \mathbf{A}_1^0(q_1)\ldots\mathbf{A}_n^{n-1}(q_n)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{n}^0 & \mathbf{s}^0 & \mathbf{a}^0 & \mathbf{p}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

โดยที่ $\mathbf{n}^0, \mathbf{s}^0, \mathbf{a}^0$ แทนทิศทางของปลายแขน (ทิศทางของแกนพิกัดที่ n เมื่อเทียบกับแกนอ้างอิง และ $\mathbf{p}^0$ แทนตำแหน่งของปลายแขน ตำแหน่งจุดกำเนิดของแกนพิกัดที่ n)

2.1.2.2 อินเวิร์สคิเนแมติกส์ (Inverse Kinematics)

เป็นการโอนย้ายความสัมพันธ์ย้อนกลับของตำแหน่งแขนกล จากการอ้างอิงเชิงมุมของแต่ละจุดต่อใน Joint Space มาเป็นการอ้างอิงเชิงเส้น 3 มิติในแกน X, Y, และ Z ใน Cartesian Space เพื่อบอกตำแหน่งปลายแขนกลเทียบกับเฟรมอ้างอิงเริ่มต้น โดยการหาค่ามุมของแต่ละจุดต่อ (Joint variable) ให้สอดคล้องกับตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนกลซึ่งถูกกำหนดไว้ใน Cartesian Space หรือใน Operational Space นั่นเอง ซึ่งจะพบว่าสามารถหาผลเฉลยได้หลายคำตอบขึ้นอยู่กับเงื่อนไขในการทำงานของแขนกล เช่น สิ่งกีดขวาง[11] แสดงได้ดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 ลักษณะของการทำงานที่ต้องมีความยืดหยุ่น

2.1.2.3 ความสัมพันธ์เชิงความเร็ว

เป็นการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรใน Joint space เช่น อัตราการหมุนของจุดต่อ ไปยังอัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรใน Cartesian space เช่น ความเร็วเชิงเส้น/มุม ของปลายแขนในพิกัด XYZ ซึ่งความสัมพันธ์เชิงความเร็วหาได้จากอนุพันธ์ของเวกเตอร์ตำแหน่งที่หามาได้จากฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์ โดยมีสมการเป็น

$$\mathbf{v}=\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{p}}\\ \boldsymbol{\omega}\end{bmatrix}=\mathbf{J}(q)\dot{\mathbf{q}} \tag{2.8}$$

โดยที่ เมทริกซ์ $\mathbf{J}(q)$ เรียกว่า เมทริกซ์จาโคเบียน (Jacobian matrix), $\dot{\mathbf{p}}$ เป็นความเร็วเชิงเส้น และ $\boldsymbol{\omega}$ เป็นความเร็วเชิงมุม ซึ่งเมทริกซ์ $\mathbf{J}(q)$ คำนวณจากสมการ

$$\mathbf{J} = \left[\mathbf{J}_1 \; \ldots \; \mathbf{J}_n\right] \tag{2.9}$$

โดยที่

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{P_i} \\ \mathbf{J}_{O_i} \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix} & \text{สำหรับจุดต่อเลื่อน} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i-1} \times \left(\mathbf{p} - \mathbf{p}_{i-1}\right) \\ \mathbf{z}_{i-1} \end{bmatrix} & \text{สำหรับจุดต่อหมุน} \end{cases} \tag{2.10}$$

โดยที่ $\mathbf{z}_{i-1}$ เป็นคอลัมน์ที่ 3 ของเมทริกซ์การหมุน $\mathbf{R}_{i-1}^{0}$ ซึ่งสามารถหาได้จาก

$$\mathbf{z}_{i-1} = \mathbf{R}_1^0(q_1)\ldots\mathbf{R}_{i-1}^{i-2}(q_{i-1})\mathbf{z}_0 \text{ และ } \mathbf{z}_0 = \begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$$

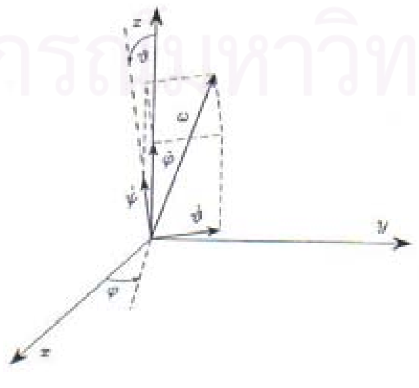
$\mathbf{p}$ เป็นสมาชิก 3 ตัวแรกของ คอลัมน์ที่ 4 ของเมทริกซ์การแปลง $\mathbf{A}_n^0$ ซึ่งสามารถหาได้จาก

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}_1^0(q_1)\ldots\mathbf{A}_n^{n-1}(q_n)\mathbf{p}_0 \text{ และ } \mathbf{p}_0 = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$$

$\mathbf{p}_{i-1}$ เป็นสมาชิก 3 ตัวแรกของ คอลัมน์ที่ 4 ของเมทริกซ์การแปลง $\mathbf{A}_{n-1}^0$ ซึ่งสามารถหาได้จาก

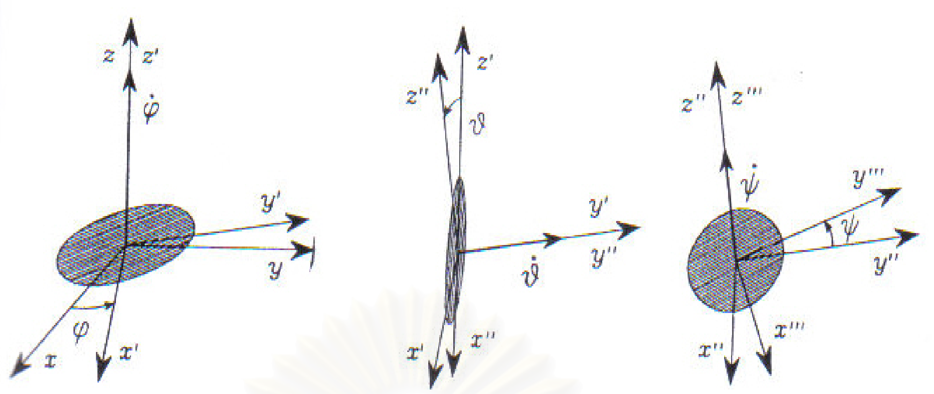
$$\mathbf{p}_{i-1} = \mathbf{A}_1^0(q_1)\ldots\mathbf{A}_{n-1}^{n-2}(q_{i-1})\mathbf{p}_0$$

การคำนวณเมทริกซ์จาโคเบียนด้วย Geometric technique จะเป็นการเทียบความเร็วของปลายแขนกับแกนอ้างอิง {0} ในรูปแบบฟังก์ชันของเวกเตอร์ซึ่งเมื่อจะนำไปใช้จริงนั้น ค่าที่จะกำหนดให้ในการเคลื่อนที่โดยปกติจะใช้ลักษณะการกำหนดทิศทางของมุมหมุนของปลายแขนด้วย Euler angle โดยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้การหมุนแบบ ZYZ Euler angles ดังรูปที่ 2.7 ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ของการหมุนตามลำดับการหมุน ดังนี้



รูปที่ 2.7 รูปแบบการหมุนแกนแบบ ZYZ Euler angles

โดยลักษณะการหมุนของแกนแบบ ZYZ Euler angles สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.8 คือ



รูปที่ 2.8 ลำดับของการหมุนแบบ ZYZ Euler angles

จากรูปที่ 2.8 เริ่มจากการหมุนรอบแกน z ด้วยความเร็ว $\dot{\varphi}$ จะได้ความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix}\omega_x & \omega_y & \omega_z\end{bmatrix}^T = \dot{\varphi}\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$$

จากนั้นหมุนรอบแกน y' ด้วยความเร็ว $\dot{\vartheta}$ จะได้ความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix}\omega_x & \omega_y & \omega_z\end{bmatrix}^T = \dot{\vartheta}\begin{bmatrix}-s_\varphi & c_\varphi & 0\end{bmatrix}^T$$

และสุดท้ายหมุนรอบแกน z'' ด้วยความเร็ว $\dot{\psi}$ จะได้ความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix}\omega_x & \omega_y & \omega_z\end{bmatrix}^T = \dot{\psi}\begin{bmatrix}c_\varphi s_\vartheta & s_\varphi s_\vartheta & c_\vartheta\end{bmatrix}^T$$

ดังนั้น จะได้ความสัมพันธ์ในรูปของ Euler angle คือ

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix}0 & -s_\varphi & c_\varphi s_\vartheta \\ 0 & c_\varphi & s_\varphi s_\vartheta \\ 1 & 0 & c_\vartheta\end{bmatrix}\dot{\phi} = \mathbf{T}(\phi)\dot{\phi} \tag{2.11}$$

โดยที่ความสัมพันธ์ระหว่าง จาโคเบียนทางด้านรูปร่าง (Geometric Jacobian) และจาโคเบียนวิเคราะห์ (Analytical Jacobian) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{J} = \mathbf{T}_A(\phi)\mathbf{J}_A \tag{2.12}$$

ซึ่งเมทริกซ์การแปลง $T_A(\phi)$ สามารถหาได้จากสมการที่ (2.13) คือ

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} I & O \\ O & \mathbf{T}(\phi)\end{bmatrix}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{T}_A(\phi)\dot{\mathbf{x}} \tag{2.13}$$

2.1.3 สมการพลวัตของแขนหุ่นยนต์ (Dynamic equation)

พลศาสตร์ของแขนกล เป็นความสัมพันธ์ของแรงบิด (Torque) ที่กระทำที่จุดต่อ กับการเคลื่อนที่ของแขนกลใน Cartesian Space ซึ่งจะแสดงในรูปแบบของสมการการเคลื่อนที่ของระบบ (Equation of Motion) เพื่อความสะดวกจะแสดงความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ของแขนกลต่างๆ ให้อยู่ในสมการเดียว และสามารถเขียนสมการของการเคลื่อนที่ของแขนกลได้ในรูปแบบของสมการปริภูมิสเตต (State space equation) ได้ดังนี้

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \tag{2.14}$$

เมื่อ $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ คือเมทริกซ์ของมวลของแขนกลนั้นซึ่งมีขนาด $n \times n$
$\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ คือเวกเตอร์ของแรงที่หันเหเข้าสู่ศูนย์กลาง (centripetal) และอิทธิพลของแรงโคริออริส (Coriolis force) ซึ่งมีขนาด $n \times 1$
$\mathbf{G}(\mathbf{q})$ คือเวกเตอร์ของแรงโน้มถ่วงของโลก (gravitational) ซึ่งมีขนาด $n \times 1$

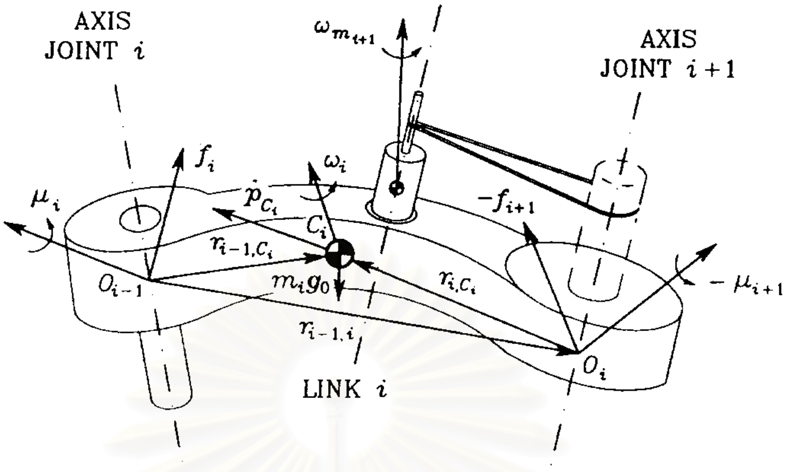
ซึ่งส่วนของเมทริกซ์ $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ และ $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง (position, $\mathbf{q}$) ของแต่ละจุดต่อของแขนกล และในส่วนของเมทริกซ์ $\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ จะเป็นฟังก์ชันที่ซับซ้อน (complex function) โดยขึ้นอยู่กับตำแหน่ง $\mathbf{q}$ และความเร็ว (velocity, $\dot{\mathbf{q}}$) ของแต่ละจุดต่อของแขนกล

ในการหาสมการพลวัตสามารถทำได้ 2 รูปแบบ คือ รูปของรากรองจ์ (Lagrange) กับนิวตันออยเลอร์ (Newton-Euler) โดยวิธีลากรองจ์จะมีข้อดีตรงที่ให้ภาพรวมของแรงต่างๆ ที่มากระทำ สามารถหาพจน์ต่างๆของเมทริกซ์ออกมาได้ แต่ใช้เวลาในการคำนวณมากไม่เหมาะสมสำหรับการทำการจำลองระบบ ส่วนวิธีของนิวตันออยเลอร์ จะพิจารณาแขนเป็นท่อนๆ ที่มีแรงและโมเมนต์กระทำระหว่างกัน แล้วใช้หลักการสมดุลของแรงที่มากระทำ ดังรูปที่ 2.9 โดยที่ตัวแขนท่อนที่ i และมอเตอร์ตัวที่ $i+1$ จะกำหนดให้อยู่บนแขนนั้นจะมองรวมกันเป็น ท่อนแขนแต่งเติม (augmented link) ท่อนที่ i โดยมีจุดศูนย์กลางของมวลอยู่ที่ C_i ซึ่งพจน์ของ $\bar{\mathbf{I}}_i = \mathbf{R}_i \bar{\mathbf{I}}_i^i \mathbf{R}_i^T$ โดยเมทริกซ์ $\bar{\mathbf{I}}_i^i$ เป็นเทนเซอร์ความเฉื่อย เมื่อหาเทียบกับแกนพิกัดที่ i ซึ่งจะเป็นค่าคงที่ ส่วน $\mathbf{R}_i$ เป็นเมทริกซ์การหมุนจากแกนพิกัดที่ i ไปยังแกนอ้างอิง ขั้นตอนในการหาสมการประกอบด้วย 2 ส่วน คือ การเวียนเกิดไปข้างหน้า (forward recursion) และการเวียนเกิดไปข้างหลัง (backward recursion) แสดงดังรูปที่ 2.10 แสดงขั้นตอนการหาสมการ

1. **การหาสมการพลวัตโดยวิธีนิวตันออยเลอร์ (Newton-Euler Formulation)**

- การเวียนเกิดไปข้างหน้า โดยใช้ค่าของ ω_0^0, $\dot{\omega}_0^0$ และ $\ddot{\mathbf{p}}_0^0 - \mathbf{g}_0^0$ เป็นค่าเริ่มต้น แล้วใช้ค่า q_i, $\dot{q}_i$, $\ddot{q}_i$ มาใช้คำนวณหาค่าต่างๆ ใน สมการที่ (2.15), (2.16), (2.17), (2.18), และ

(2.19) สำหรับการหาค่าต่างๆ ตามสมการของแขนที่ $i=1,\ldots,n$ ในการคำนวณหาค่าของ $\omega_i^i, \dot{\omega}_i^i, \dot{\omega}_{m_i}^{i-1}, \ddot{p}_i^i$, และ $\ddot{p}_{C_i}{}^i$ ตามรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.9 ลักษณะของแขนท่อนที่ i สำหรับการหาแบบจำลองพลวัตโดยวิธีนิวตันออยเลอร์

โดยที่

m_i เป็นมวลของท่อนแขนแต่งเติมที่ i

$\bar{\mathbf{I}}_i$ เป็นเมทริกซ์เทนเซอร์ความเฉื่อย (Inertia Tensor) ของท่อนแขนแต่งเติมที่ i

$\mathbf{I}_{m_i}$ เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของส่วนโรเตอร์ของมอเตอร์ที่ i

$\mathbf{r}_{i-1,C_i}$ เป็นเวกเตอร์ที่ชี้จากจุดกำเนิดของแกนพิกัดที่ $i-1$ ไปยังจุดศูนย์กลางมวล C_i

$\mathbf{r}_{i-1,i}$ เป็นเวกเตอร์ที่ชี้จากจุดกำเนิดของแกนพิกัดที่ $i-1$ ไปยังจุดกำเนิดของแกนพิกัดที่ i

$\dot{\mathbf{p}}_{C_i}$ เป็นความเร็วเชิงเส้นของจุดศูนย์กลางมวลของแขนที่ i

$\dot{\mathbf{p}}_i$ เป็นความเร็วเชิงเส้นของจุดกำเนิดของแกนพิกัดที่ i

ω_i เป็นความเร็วเชิงมุมของท่อนแขนที่ i

ω_{m_i} เป็นความเร็วเชิงมุมของโรเตอร์ที่ i

$\ddot{\mathbf{p}}_{C_i}$ เป็นความเร่งเชิงเส้นของจุดศูนย์กลางมวลของท่อนแขนที่

$\ddot{\mathbf{p}}_i$ เป็นความเร่งเชิงเส้นของจุดกำเนิดของแกนพิกัดที่ i

$\dot{\omega}_i$ เป็นความเร่งเชิงมุมของท่อนแขนที่ i

$\dot{\omega}_{m_i}$ เป็นความเร่งเชิงมุมของโรเตอร์ที่ i

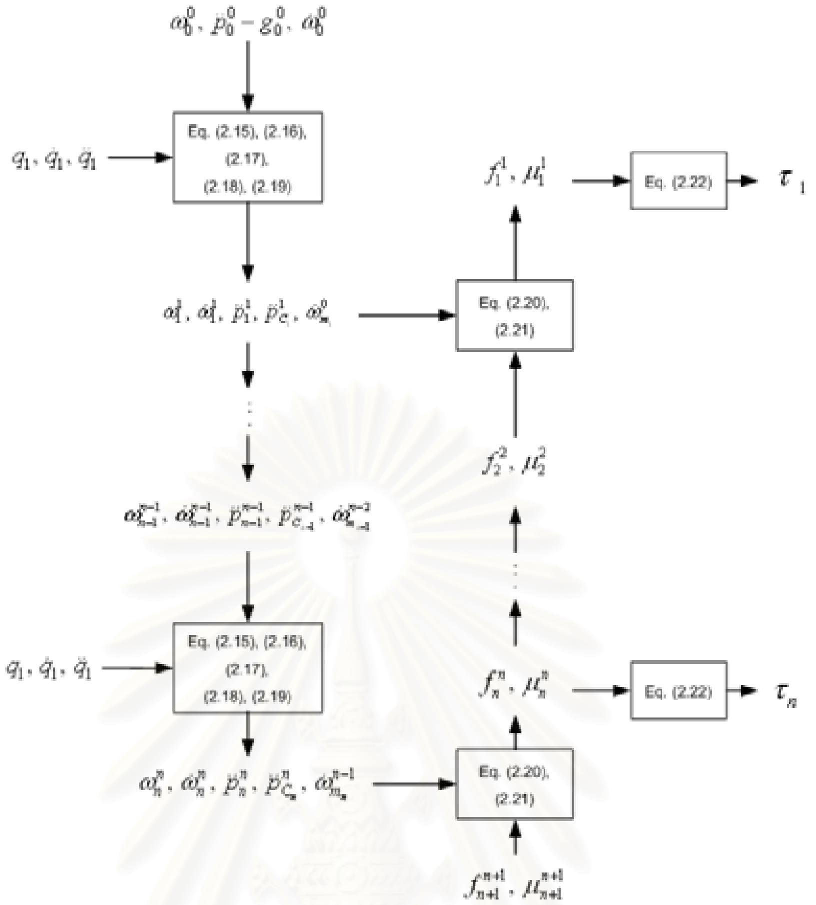
$\mathbf{g}_0$ เป็นความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

f_i เป็นแรงซึ่งกระทำจากท่อนแขนที่ $i-1$ บนท่อนแขนที่ i

$-f_{i+1}$ เป็นแรงซึ่งกระทำจากท่อนแขนที่ $i+1$ บนท่อนแขนที่ i

μ_i เป็นโมเมนต์ซึ่งกระทำจากแขนที่ $i-1$ บนแขนที่ i เทียบกับจุดกำเนิดของแกนที่ i

$-\mu_{i+1}$ เป็นโมเมนต์ซึ่งกระทำจากแขนที่ $i+1$ บนแขนที่ i เทียบกับจุดกำเนิดของแกนที่ i



รูปที่ 2.10 ขั้นตอนการหาแบบจำลองพลวัตโดยวิธีนิวตันออยเลอร์

โดยที่สมการที่ (2.15), (2.16), (2.17), (2.18), และ (2.19) สามารถหาได้ดังนี้

$$\omega_i^i = \begin{cases} \mathbf{R}_i^{i-1T}\omega_{i-1}^{i-1} & \text{สำหรับจุดต่อเลื่อน} \\ \mathbf{R}_i^{i-1T}\left(\omega_{i-1}^{i-1} + \dot{\theta}_i \mathbf{z}_0\right) & \text{สำหรับจุดต่อหมุน} \end{cases} \qquad (2.15)$$

$$\dot{\omega}_i^i = \begin{cases} \mathbf{R}_i^{i-1T}\dot{\omega}_{i-1}^{i-1} & \text{สำหรับจุดต่อเลื่อน} \\ \mathbf{R}_i^{i-1T}\left(\dot{\omega}_{i-1}^{i-1} + \ddot{\theta}_i \mathbf{z}_0 + \dot{\theta}_i \omega_{i-1}^{i-1} \times \mathbf{z}_0\right) & \text{สำหรับจุดต่อหมุน} \end{cases} \qquad (2.16)$$

$$\ddot{\mathbf{p}}_i^i = \begin{cases} \mathbf{R}_i^{i-1T}\left(\ddot{\mathbf{p}}_{i-1}^{i-1} + \ddot{d}_i \mathbf{z}_0\right) + 2\dot{d}_i \omega_i^i \times R_i^{i-1T}\mathbf{z}_0 & \\ \quad + \dot{\omega}_i^i \times \mathbf{r}_{i-1,i}^i + \omega_i^i \times \left(\omega_i^i \times \mathbf{r}_{i-1,i}^i\right) & \text{สำหรับจุดต่อเลื่อน} \\ \mathbf{R}_i^{i-1T}\ddot{\mathbf{p}}_{i-1}^{i-1} + \dot{\omega}_{i-1}^{i-1} \times \mathbf{r}_{i-1,i}^i & \\ \quad + \omega_i^i \times \left(\omega_i^i \times \mathbf{r}_{i-1,i}^i\right) & \text{สำหรับจุดต่อหมุน} \end{cases} \qquad (2.17)$$

$$\ddot{\mathbf{p}}_{C_i}{}^{i} = \ddot{\mathbf{p}}_i^i + \dot{\omega}_i^i \times \mathbf{r}_{i,C_i}^i + \omega_i^i \times \left(\omega_i^i \times \mathbf{r}_{i,C_i}^i \right) \tag{2.18}$$

$$\dot{\omega}_{m_i}^{i-1} = \dot{\omega}_{i-1}^{i-1} + k_{ri}\ddot{q}_i \mathbf{z}_{m_i}^{i-1} + k_{ri}\dot{q}_i \omega_{i-1}^{i-1} \times \mathbf{z}_{m_i}^{i-1} \tag{2.19}$$

โดยที่ $\mathbf{z}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$, และ $\mathbf{z}_{m_i}^{i-1}$ เป็นค่าคงที่

- การเวียนเกิดไปข้างหลัง จะใช้ค่าของ f_{n+1}^{n+1} และ μ_{n+1}^{n+1} ซึ่งเป็นแรงและโมเมนต์ภายนอกที่กระทำต่อปลายแขนเป็นค่าเริ่มต้น และใช้ผลจากการทำการเวียนเกิดไปข้างหน้าในสมการที่ (2.20) และ (2.21) สำหรับหาค่าของ f_i^i และ μ_i^i โดยคำนวณจาก $i = n,\ldots,1$ แล้วใช้สมการที่ (2.22) ในการคำนวณหาค่า τ_i โดยคำนวณจาก $i = n,\ldots,1$ เช่นเดียวกัน

$$f_i^{\,i} = \mathbf{R}_{i+1}^i f_{i+1}^{i+1} + m_i \ddot{\mathbf{p}}_{C_i}{}^{i} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned} \mu_i^i = & -f_i^{\,i} \times \left(\mathbf{r}_{i-1,i}^i + \mathbf{r}_{i,C_i}^i \right) + \mathbf{R}_{i+1}^i \mu_{i+1}^{i+1} + \mathbf{R}_{i+1}^i f_{i+1}^{i+1} \times \mathbf{r}_{i,C_i}^i + \bar{\mathbf{I}}_i^i \dot{\omega}_i^i \\ & + \omega_i^i \times \left(\bar{\mathbf{I}}_i^i \omega_i^i \right) + k_{r,i+1}\ddot{q}_{i+1} \mathbf{I}_{m_{i+1}} \mathbf{z}_{m_{i+1}}^i + k_{r,i+1}\dot{q}_{i+1} \mathbf{I}_{m_{i+1}} \omega_i^i \times \mathbf{z}_{m_{i+1}}^i \end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\boldsymbol{\tau}_i = \begin{cases} f_i^{iT} \mathbf{R}_i^{i-1T} \mathbf{z}_0 + k_{ri} \mathbf{I}_{m_i} \dot{\omega}_{m_i}^{i-1T} \mathbf{z}_{m_i}^{i-1} & \\ \quad + \mathbf{F}_{vi} \dot{d}_i + \mathbf{F}_{si} \operatorname{sgn}\left(\dot{d}_i \right) & \text{สำหรับจุดต่อเลื่อน} \\ \mu_i^{iT} \mathbf{R}_i^{i-1T} \mathbf{z}_0 + k_{ri} \mathbf{I}_{m_i} \dot{\omega}_{m_i}^{i-1T} \mathbf{z}_{m_i}^{i-1} & \\ \quad + \mathbf{F}_{vi} \dot{\theta}_i + \mathbf{F}_{si} \operatorname{sgn}\left(\dot{\theta}_i \right) & \text{สำหรับจุดต่อหมุน} \end{cases} \tag{2.22}$$

2. การหาสมการพลวัตโดยรากรองจ์ (Lagrange Formulation) [10-11, 13]

เป็นวิธีที่แสดงถึงพลศาสตร์ของระบบที่อยู่ในรูปของงาน (work) และพลังงาน (energy) และใช้ Generalized Coordinates ซึ่งสมการพลวัตที่ได้นั้นจะอยู่ในรูป Close-Form ที่แสดงความสัมพันธ์ของ Joint Torque และ Joint Displacement และสามารถแสดงอยู่ในรูปของสมการรากรองจ์ ดังนี้

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = 1,\ldots,6 \tag{2.23}$$

เมื่อ $L = T - V$ และ T และ V คือพลังงานจลน์ (kinetic energy) และพลังงานศักย์ (potential energy) ตามลำดับ โดยที่พลังงานจลน์และพลังงานศักย์สามารถหาได้จากสมการที่ (2.24) และ (2.25) ซึ่งจะแสดงให้อยู่ในรูป Quadratic form ดังนี้คือ

$$T=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}b_{ij}\left(\mathbf{q}\right)\dot{q}_i\dot{q}_j=\frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T\mathbf{B}\left(\mathbf{q}\right)\dot{\mathbf{q}} \tag{2.24}$$

โดยที่ $\mathbf{B}\left(\mathbf{q}\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(m_i\mathbf{J}_{P_i}{}^T\mathbf{J}_{P_i}+\mathbf{J}_{O_i}{}^T\mathbf{R}_i\mathbf{I}_i^i\mathbf{R}_i{}^T\mathbf{J}_{O_i}\right)$ คือเมทริกซ์ของมวลของแขนกลซึ่งมีขนาด $n\times n$ และเป็น Symmetric positive definite matrix

$$V=\sum_{i=1}^{n}\left(m_i\mathbf{g}_0{}^T\mathbf{p}_{l_i}\left(q\right)\right) \tag{2.25}$$

แทนค่าจากสมการที่ (2.24) และ (2.25) แทนลงในสมการที่ (2.23) จะได้

$$\sum_{j=1}^{n}b_{ij}\left(\mathbf{q}\right)\ddot{q}_j+\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}h_{ijk}\left(\mathbf{q}\right)\dot{q}_k\dot{q}_j+g_i\left(\mathbf{q}\right)=\tau_i \tag{2.26}$$

โดยที่

$$h_{ijk}=\frac{\partial b_{ij}}{\partial q_k}-\frac{1}{2}\frac{\partial b_{jk}}{\partial q_i}$$

และ

$$g_i\left(\mathbf{q}\right)=\frac{\partial V}{\partial q_i}=-\sum_{j=1}^{n}\left(m_i\mathbf{g}_0{}^T\mathbf{J}_{P_i}\left(q\right)\right)$$

จากสมการที่ (2.26) สามารถเขียนใหม่เป็น

$$\boldsymbol{\tau}=\mathbf{B}\left(\mathbf{q}\right)\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{C}\left(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}\right)\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{G}\left(\mathbf{q}\right)$$

ซึ่งเป็นสมการเดียวกันกับสมการที่ (2.14) โดยที่เทอมของเมทริกซ์ $C\left(q,\dot{q}\right)$ คือ

$$\sum_{j=1}^{n}c_{ij}\dot{q}_j=\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}h_{ijk}\dot{q}_k\dot{q}_j$$

ขั้นตอนการหาสมการพลวัตข้างต้นเป็นการหาค่า $\boldsymbol{\tau}$ จากตัวแปร $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ ซึ่งมีประโยชน์ในการหาสัญญาณควบคุม แต่สำหรับการทำการจำลองระบบจะต้องหาค่าของตัวแปร $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ จากค่า $\boldsymbol{\tau}$ ที่ใส่เข้าไป โดยที่ $\ddot{\mathbf{q}}$ หาได้จากสมการที่ (2.27)

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{q}} &= \mathbf{B}^{-1}\left(\mathbf{q}\right)\left(\boldsymbol{\tau}-\mathbf{C}\left(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}\right)\dot{\mathbf{q}}-\mathbf{G}\left(\mathbf{q}\right)\right)\\ &= \mathbf{B}^{-1}\left(\mathbf{q}\right)\left(\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}'\right)\end{aligned} \tag{2.27}$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (2.27) ค่าของ $\boldsymbol{\tau}'$ สามารถหาได้จากการกำหนดให้เฉพาะเทอม $\ddot{\mathbf{q}}$ มีค่าเป็นศูนย์สำหรับทุกจุดต่อส่วนพจน์อื่นคงเดิมแล้วทำการหา $\boldsymbol{\tau}$ ตามสมการที่ (2.15) – (2.22) ซึ่งค่าที่ได้จะเป็นค่าของ $\boldsymbol{\tau}'$

สำหรับเมทริกซ์ $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ หาได้โดยการกำหนดให้ $\ddot{\mathbf{q}} = 0$ และความเร่งจากแรงโน้มถ่วงเป็นศูนย์ แล้วทำการหาทีละคอลัมน์ ซึ่งคอลัมน์ที่ i ได้จากการหาค่า $\boldsymbol{\tau}$ ตามสมการที่ (2.15) – (2.22) โดยกำหนดให้ $\ddot{q}_i = 1$ และ $\ddot{q}_j = 0$ เมื่อ $i \neq j$ ซึ่งเมทริกซ์ $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ ที่ได้มีคุณสมบัติที่สามารถหาค่าผกผัน (inverse) ได้เสมอไม่ว่า $\mathbf{q}$ จะอยู่ที่ค่าใดก็ตาม หลังจากได้ค่า $\ddot{\mathbf{q}}$ แล้วนำมาทำการอินทิเกรตเพื่อหา $\dot{\mathbf{q}}$ และ $\mathbf{q}$ ต่อไป

2.2 ทฤษฎีการควบคุมการเคลื่อนที่[10, 12]

2.2.1 Inverse Dynamics Control in Joint Space

การควบคุมวิธีนี้ จะเป็นการควบคุมเส้นทางเดินของข้อต่อโดยการ Tracking joint space trajectory โดยอาศัยหลักการป้อนกลับส่วนไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear) เพื่อหักล้างทำให้ระบบรวมที่ได้นั้นกลายเป็นระบบใหม่ที่เป็นระบบเชิงเส้น (linear) และสามารใช้ทฤษฎีเชิงเส้นในการออกแบบระบบใหม่นี้ได้ จากสมการที่ (2.14) สามารถเขียนอยู่ในรูป

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{u} \tag{2.28}$$

โดยที่

$$\mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \tag{2.29}$$

เมื่อสัญญาณควบคุมเป็น

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) \tag{2.30}$$

จากสมการที่ (2.28) และสมการที่ (2.30) ดังนั้นจะได้

$$\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\alpha} \tag{2.31}$$

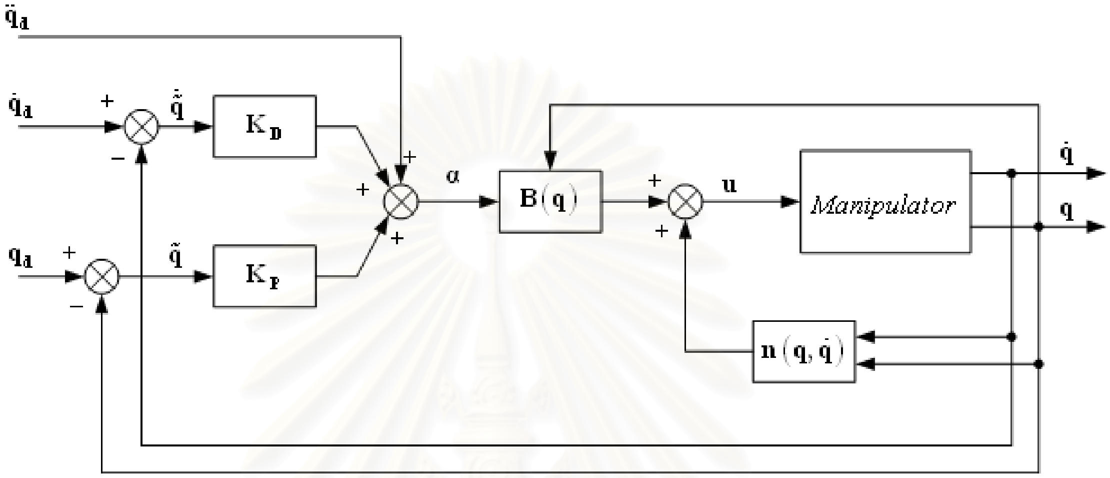
โดยที่

$$\boldsymbol{\alpha} = \ddot{\mathbf{q}}_{\mathbf{d}} + \mathbf{K}_{\mathbf{D}}\dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{q}} \tag{2.32}$$

โดยที่สัญญาณควบคุม $\mathbf{u}$ เป็นแรงบิดที่ให้กับแขนหุ่นยนต์ และ $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_{\mathbf{d}} - \mathbf{q}$ ซึ่งทำให้ได้สมการพลวัตของระบบใหม่ที่เป็นเชิงเส้น คือ

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_{\mathbf{d}} + \mathbf{K}_{\mathbf{D}}\dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \tag{2.33}$$

จากสมการที่ (2.33) จะเห็นได้ว่าค่าผิดพลาดของระบบจะลู่เข้าสู่ค่าศูนย์ โดยที่ค่าเกน $\mathbf{K_D}$ และ $\mathbf{K_P}$ จะมีผลทำให้ระบบมีความเร็วและเสถียรภาพในการเข้าใกล้ศูนย์ได้เร็วขึ้น และเราสามารถปรับค่า $\mathbf{K_D}$ และ $\mathbf{K_P}$ เพื่อให้ได้ผลของค่าผิดพลาดให้น้อยที่สุดหรือตามความเหมาะสม และรูปแสดงแผนผัง Inverse Dynamics Control in Joint Space สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 แผนผัง Inverse Dynamics Control in Joint Space

2.2.2 Inverse Dynamics Control in Cartesian Space

การควบคุมวิธีนี้ จะเป็นการควบคุมการเคลื่อนที่ของตำแหน่งที่ปลายของแขนกล (end-effector) ให้มีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดิน (trajectory) ที่ถูกกำหนดไว้แล้วใน Cartesian space โดยการ Tracking Cartesian space trajectory และสามารถใช้สมการเดียวกันกับสมการที่ (2.28) คือ

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{u}$$

โดยที่

$$\mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q})$$

เมื่อสัญญาณควบคุมเป็น

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$$

โดยที่

$$\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\alpha}$$

เมื่ออินพุตของการควบคุม $\boldsymbol{\alpha}$ ใหม่นี้เป็นการออกแบบให้ปลายของแขนกลสามารถเดินตามเส้นทางที่ได้กำหนดไว้ก่อนหน้านี้คือ $\mathbf{p_d}(t)$ ซึ่งจะเป็นฟังก์ชันของเวลาในการเคลื่อนที่ โดยที่ $\mathbf{p_d} = [x_d \quad y_d \quad z_d \quad roll_d \quad pitch_d \quad yaw_d]^T$ ซึ่งค่าของ x, y, และ z คือค่าของ

ตำแหน่งของปลายแขนกล และค่าของ *roll, pitch,* และ *yaw* คือค่าของการหมุนรอบแกน *x, y,* และ *z* ตามลำดับ และจากสมการที่ (2.8) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้ $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}_A(q)\dot{\mathbf{q}}$ และทำการ differentiate จะได้

$$\ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}_A(q)\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_A(q,\, \dot{q})\dot{\mathbf{q}} \qquad (2.34)$$

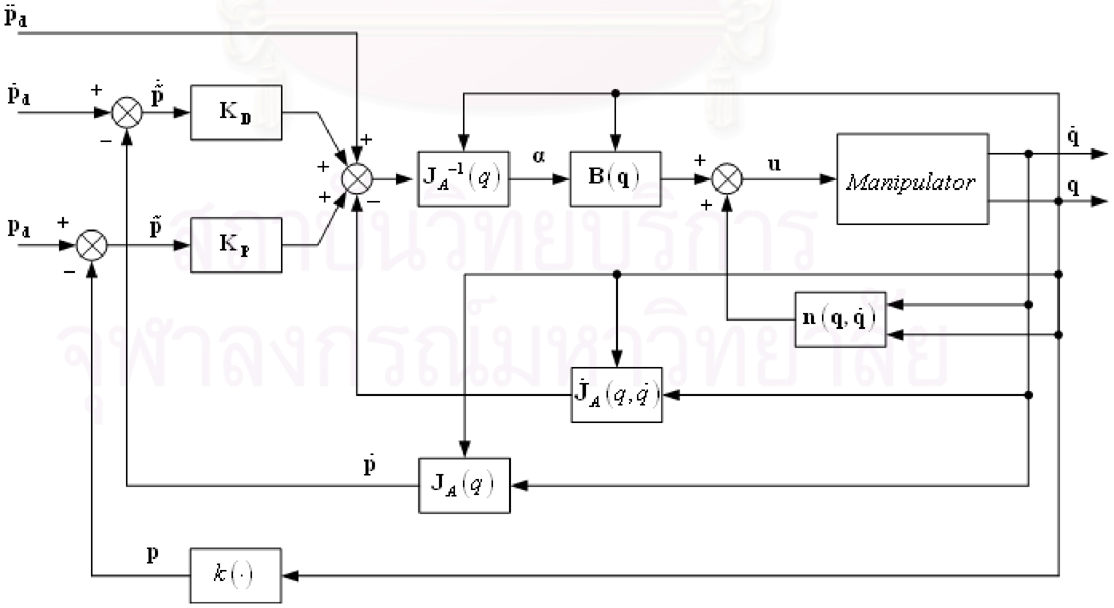
ดังนั้นอินพุตของการควบคุม $\boldsymbol{\alpha}$ สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (2.35) คือ

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{J}_A^{-1}(q)\left(\ddot{\mathbf{p}}_{\mathbf{d}} + \mathbf{K}_{\mathbf{D}}\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K}_{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{J}}_A(q,\, \dot{q})\dot{\mathbf{q}}\right) \qquad (2.35)$$

โดยที่ค่าเกน $\mathbf{K}_{\mathbf{P}}$ และ $\mathbf{K}_{\mathbf{D}}$ เป็นเมทริกซ์ทะแยงมุมและจะมีค่าเป็นบวกเสมอ (positive definite diagonal matrices) และ $\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_{\mathbf{d}} - \mathbf{p}$ ซึ่งทำให้ได้สมการพลวัตของระบบใหม่ที่เป็นเชิงเส้น คือ

$$\ddot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K}_{\mathbf{D}}\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K}_{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \qquad (2.36)$$

จากสมการที่ (2.36) จะเห็นได้ว่าค่าผิดพลาดของระบบจะลู่เข้าสู่ค่าศูนย์ โดยที่ค่าเกน $\mathbf{K}_{\mathbf{D}}$ และ $\mathbf{K}_{\mathbf{P}}$ จะมีผลทำให้ระบบมีความเร็วและเสถียรภาพในการเข้าใกล้ศูนย์ได้เร็วขึ้น และเราสามารปรับค่า $\mathbf{K}_{\mathbf{D}}$ และ $\mathbf{K}_{\mathbf{P}}$ เพื่อให้ได้ผลของค่าผิดพลาดให้น้อยที่สุดหรือตามความเหมาะสม และรูปแสดงแผนผัง Inverse Dynamics Control in Cartesian Space สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 แผนผัง Inverse Dynamics Control in Cartesian Space

2.2.3 การควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ (Impedance Control)

ในการทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์นั้นส่วนใหญ่จะเป็นการควบคุมแรงซึ่งอยู่ในรูปของความต้านทานการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์เพื่อให้มีความต่อเนื่องและราบเรียบในการทำงาน ซึ่งแนวความคิดของการควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์แบบอิมพิแดนซ์สามารถแสดงดังรูปที่ 1.2 ซึ่งจะเป็นลักษณะของการควบคุมความหน่วงที่ส่วนปลายของแขนกลโดยใช้ลักษณะของระบบมวล-สปริง-และตัวหน่วงมาจำลองการควบคุม และสามารถเขียนแบบจำลองของการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ในรูปของสมการพลวัตเช่นเดียวกับสมการที่ (2.1) ในการวิเคราะห์การมีปฏิกิริยาซึ่งเกิดแก่กันและกันของแขนกล (manipulator) กับสิ่งแวดล้อม (Environment) ภายใต้ปฏิกิริยาของ Inverse Dynamics Control in Cartesian Space ซึ่งจะอ้างอิงถึงรูปแบบทางพลวัตของแขนกลดังนี้คือ

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{g}(\mathbf{q})=\mathbf{u}-\mathbf{J}^{T}(q)\mathbf{h} \qquad (2.37)$$

เมื่อ $\mathbf{J}(q)$ คือ เมทริกซ์จาโคเบียน

$\mathbf{h}$ คือ เวกเตอร์ของการออกแรงสัมผัสที่กระทำโดยปลายของแขนกลบนสิ่งแวดล้อม

$\mathbf{u}$ คือ กฏการควบคุม (control law) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้คือ

$$\mathbf{u}=\mathbf{B}(\mathbf{q})\boldsymbol{\alpha}+\mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) \qquad (2.38)$$

สมการที่ (2.38) คือ การจัดรูปแบบของตัวควบคุม $\mathbf{u}$ ให้อยู่ในรูปแบบสเตตของแขนกลโดยที่

$$\mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})=\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{g}(\mathbf{q}) \qquad (2.39)$$

และ

$$\ddot{\mathbf{q}}=\boldsymbol{\alpha} \qquad (2.40)$$

เมื่อ $\boldsymbol{\alpha}$ คือ อินพุตเวกเตอร์ที่ถูกตั้งขึ้นมาใหม่

การควบคุมแขนกลในขณะที่มีแรงกระทำที่ปลายของแขนกลนั้น สามารถแสดงได้โดย

$$\ddot{\mathbf{q}}=\boldsymbol{\alpha}-\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{J}^{T}(q)\mathbf{h} \qquad (2.41)$$

จากสมการที่ (2.41) นั้น จะเป็นเทอมที่ไม่เป็นเชิงเส้นเนื่องจากเทอมของแรงสัมผัสสำหรับแขนกลแบบ nonredundant และสามารถเลือกอินพุตของการควบคุมได้ดังนี้ คือ

$$\boldsymbol{\alpha}=\mathbf{J}_{A}^{-1}(q)\mathbf{M}_{\mathbf{d}}^{-1}\left(\mathbf{M}_{\mathbf{d}}\ddot{\mathbf{p}}_{\mathbf{d}}+\mathbf{K}_{\mathbf{D}}'\dot{\tilde{\mathbf{p}}}+\mathbf{K}_{\mathbf{P}}'\tilde{\mathbf{p}}-\mathbf{M}_{\mathbf{d}}\dot{\mathbf{J}}_{A}(q,\dot{q})\dot{\mathbf{q}}\right) \qquad (2.42)$$

เมื่อ $\mathbf{J}_A(q)$ คือ จาโคเบียนวิเคราะห์

$\mathbf{M_d}$ คือ เมทริกซ์ของมวล (mass matrix)

$\mathbf{K_D}'$ คือ เมทริกซ์ของตัวหน่วง (damping matrix)

$\mathbf{K_P}'$ คือ เมทริกซ์ของความแข็งแกร่ง (stiffness matrix)

โดยที่ $\mathbf{M_d}$ เป็นเมทริกซ์ทะแยงมุมที่มีค่าเป็นบวก แทนค่าสมการ (2.42) ลงในสมการที่ (2.41) จะได้

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_A^{-1}(q)\mathbf{M_d}^{-1}\left(\mathbf{M_d}\ddot{\mathbf{p}}_\mathbf{d} + \mathbf{K_D}'\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}'\tilde{\mathbf{p}} - \mathbf{M_d}\dot{\mathbf{J}}_A(q,\dot{q})\dot{\mathbf{q}}\right) - \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(q)\mathbf{h} \qquad (2.43)$$

และจากสมการที่ (2.8) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้ $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}_A(q)\dot{\mathbf{q}}$ และทำการ differentiate จะได้

$$\ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}_A(q)\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_A(q,\dot{q})\dot{\mathbf{q}} \qquad (2.44)$$

ในสมการที่ (2.41) จาโคเบียนที่ปรากฏอยู่นั้นจะเป็นจาโคเบียนรูปร่าง $\mathbf{J}(q)$ แต่จาโคเบียนในสมการที่ (2.42) นั้นจะเป็นจาโคเบียนวิเคราะห์ $\mathbf{J}_A(q)$ ดังนั้นเราจะสร้างความสัมพันธ์ใหม่ขึ้นมา คือ

$$\mathbf{T}_A^T(x)\mathbf{h} = \mathbf{h_A} \qquad (2.45)$$

เมื่อ T_A คือ เมทริกซ์การแปลงระหว่างสองจาโคเบียนแทนค่าสมการที่ (2.42) ลงในสมการที่ (2.41) จะได้

$$\mathbf{M_d}\ddot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_D}'\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}'\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{M_d}\mathbf{B_A}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{h_A} \qquad (2.46)$$

เมื่อ

$$\mathbf{B_A}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_A^{-T}(q)\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{J}_A^{-1}(q) \qquad (2.47)$$

เมื่อ $\mathbf{B_A}(\mathbf{q})$ คือ เมทริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลใน Cartesian space ซึ่งเมทริกซ์นี้จะถูกนิยามให้มีค่าเป็นบวก และค่าจาโคเบียนวิเคราะห์จะต้องเป็นแรงค์เต็ม (full rank)

สมการที่ (2.42) จะเป็นความสัมพันธ์ที่ถูกกำหนดขึ้นโดยทั่วไปในรูปแบบของอิมพิแดนซ์ทางกล (mechanical impedance) ระหว่างเวกเตอร์ของแรงลัพธ์ $\mathbf{M_d}\mathbf{B_A}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{h_A}$ และเวกเตอร์ของระยะขจัด (displacement, $\tilde{\mathbf{p}}$) ใน Cartesian space ซึ่งอิมพิแดนซ์นี้สามารถแสดงอยู่ในรูปของคุณสมบัติในระบบทางกล ของระบบมวล-สปริง-ตัวหน่วง ซึ่งสามารถระบุพฤติกรรมทางพลวัตได้โดยตรง

การปรากฏของค่า $\mathbf{B_A}^{-1}(\mathbf{q})$ นั้นทำให้ระบบนั้นถูกผูกเข้าด้วยกัน (couple) และถ้าต้องการทำให้เป็นเชิงเส้น (linearity) และแยกออกจากกัน (decoupling) ระหว่างการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมนั้นจำเป็นที่จะต้องทำการวัดค่าแรงสัมผัส (contact force) โดยใช้ตัวตรวจรู้แรง (force sensor) ที่เหมาะสมซึ่งจะถูกติดตั้งบนข้อมือของแขนกล (manipulator wrist) ดังนั้นจะได้

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{J}^T(q)\mathbf{h} \tag{2.48}$$

และ

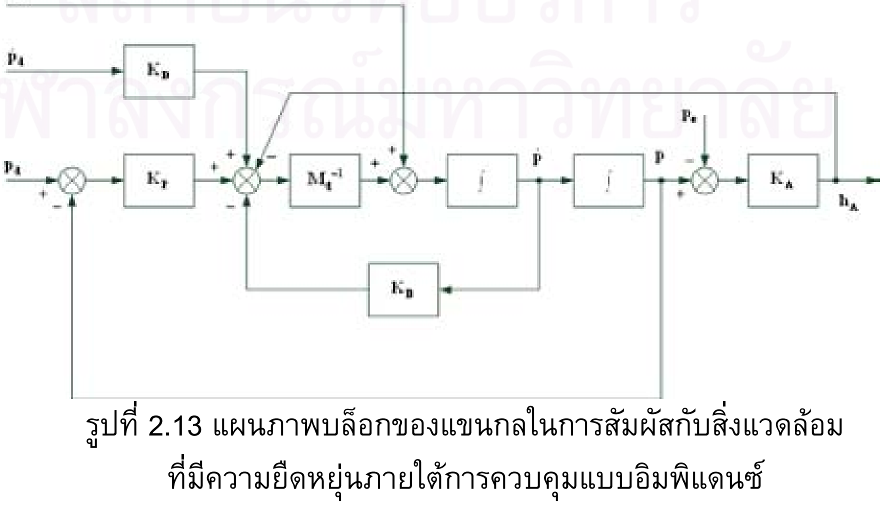
$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{J}_A^{-1}(q)\mathbf{M_d}^{-1}\left(\mathbf{M_d}\ddot{\mathbf{p}}_\mathbf{d} + \mathbf{K_D}'\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}'\tilde{\mathbf{p}} - \mathbf{M_d}\dot{\mathbf{J}}_A(q,\dot{q})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{h_A}\right) \tag{2.49}$$

จากสมมุติฐานของความคลาดเคลื่อนแบบอิสระในการวัดแรง ดังนั้นสมการของการควบคุมแขนกลแบบอิมพิแดนซ์ที่ต้องการสามารถจะเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$\mathbf{M_d}\ddot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_D}\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{h_A} \tag{2.50}$$

โดยที่ $\mathbf{M_d}$ คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของมวลที่ต้องการ
$\mathbf{K_D}$ คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของตัวหน่วงที่ต้องการ
$\mathbf{K_P}$ คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของความแข็งแกร่งที่ต้องการ
$\mathbf{h_A}$ คือ แรงสัมผัสที่กระทำที่ส่วนปลายของแขนกลจากสิ่งแวดล้อมภายนอก

ในสมการที่ (2.48) เทอมของ $\mathbf{J}^T(q)\mathbf{h}$ จะเป็นการชดเชยอย่างแม่นยำของแรงสัมผัส (contact force) และทำให้แขนกลมีความแข็งแกร่งขึ้นเป็นอนันต์เมื่อเทียบ กับความเค้นภายนอกที่มากระทำกับแขนกล ผลลัพธ์ของแผนภาพบล็อกของแขนกลในการสัมผัสกับสิ่งแวดล้อมที่มีความยืดหยุ่น (elastic environment) ภายใต้การควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ (impedance control) และสามารถที่จะแสดงแผนผังได้ดังรูปที่ 2.13



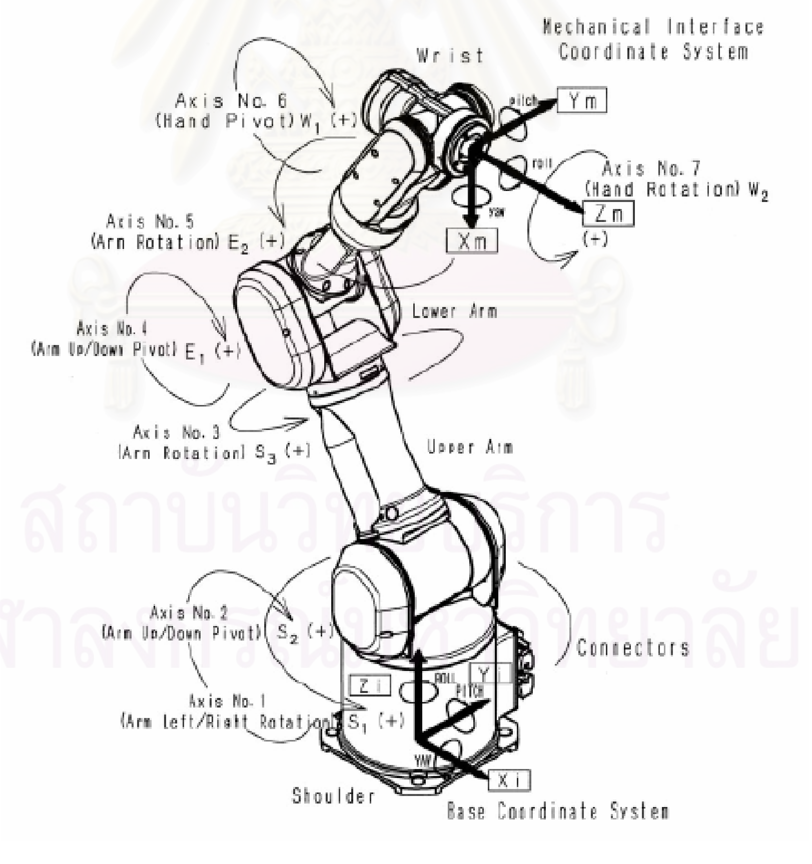
รูปที่ 2.13 แผนภาพบล็อกของแขนกลในการสัมผัสกับสิ่งแวดล้อม
ที่มีความยืดหยุ่นภายใต้การควบคุมแบบอิมพิแดนซ์

บทที่ 3

ข้อมูลของแขนกล

3.1 รูปร่างและการตั้งแกน

ในหุ่นยนต์อุตสาหกรรม Mitsubishi Heavy Industries Ltd. รุ่น PA10-7C มีลักษณะโครงสร้างแบบปลายเปิด (Open Kinematic Chain) ที่มี 7 จุดต่อซึ่งเป็นจุดต่อหมุน (Revolute joint) ทั้งหมด แต่ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะนำหุ่นยนต์อุตสาหกรรม Mitsubishi Heavy Industries Ltd. รุ่น PA10-7C มาใช้โดยการตัดค่าของจุดต่อที่ 3 ซึ่งจะทำให้เหลือ 6 องศาอิสระ เพื่อที่จะให้การออกแบบระบบควบคุมการทำงานนั้นง่ายขึ้น เนื่องจากในสมการควบคุมจะมีเทอมของการนำสมการมาทำการผกผัน (Inverse matrix) ซึ่งถ้าไม่ได้เป็นเมทริกซ์จตุรัสนั้นจะทำการผกผันยาก ลักษณะโครงสร้างของแขนกลแสดงได้ดังรูปที่ 3.1 [8].



รูปที่ 3.1 ลักษณะรูปร่างและการตั้งแกนของหุ่นยนต์อุตสาหกรรม
Mitsubishi Heavy Industries Ltd. รุ่น PA10-7C

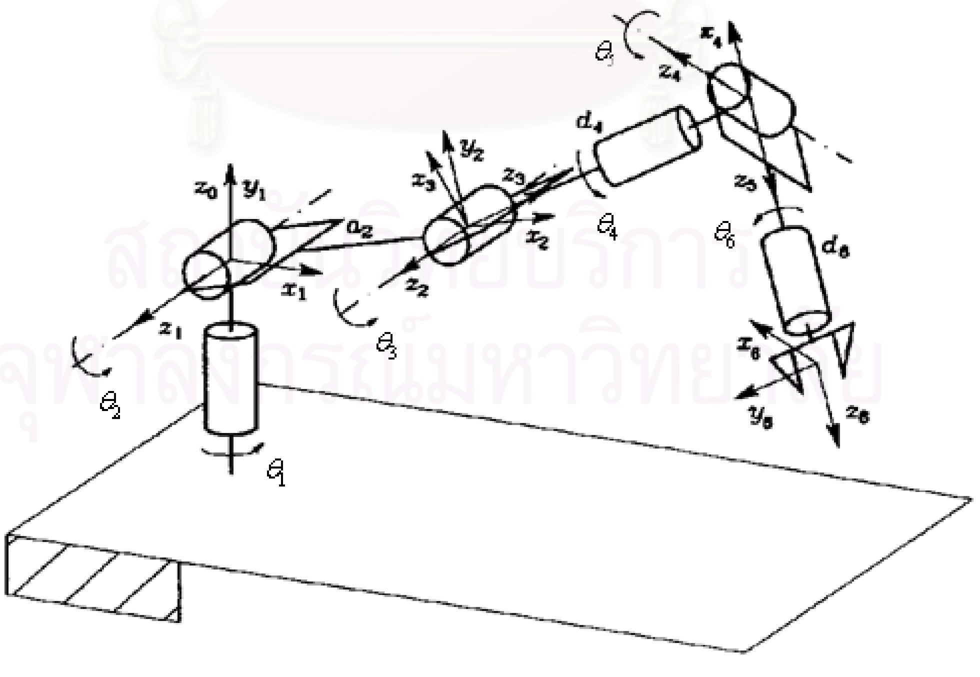
3.2 คิเนแมติกส์ (Kinematics)

ในการควบคุมแขนกลให้เคลื่อนที่จำเป็นต้องทราบตำแหน่งและทิศทางที่ปลายแขนของแขนกล โดยที่คิเนแมติกส์ ประกอบไปด้วย

- ฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์ เป็นสมการที่ใช้หาตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนเมื่อกำหนดตำแหน่งของจุดต่อภายในแขนกล
- อินเวิร์สคิเนแมติกส์ เป็นสมการที่ใช้หาตำแหน่งจุดต่อของแขนกลเมื่อกำหนดตำแหน่งและทิศทางที่ปลายแขน
- ความสัมพันธ์เชิงความเร็ว หรือสมการการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรใน Joint space เช่น อัตราการหมุนของจุดต่อ ไปยังอัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรใน Cartesian space เช่น ความเร็วเชิงเส้น/มุม ของปลายแขนในพิกัด XYZ ซึ่งความสัมพันธ์เชิงความเร็วหาได้จากอนุพันธ์ของตำแหน่งที่ได้จากสมการฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์

3.2.1 ฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์

การตั้งแกนของแขนกลที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แสดงได้ดังรูปที่ 3.2[10]. โดยที่ตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนกลที่สัมพันธ์กับค่ามุมต่างๆ ที่จุดต่อ และสามารถเขียนอยู่ในรูปเมทริกซ์การแปลงของปลายแขนที่ {6} เทียบกับเฟรม {0} ได้ดังสมการที่ (3.1) และค่าของ D-H parameter หรือที่เรียกว่า Denavit-Hartenberg Convention สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.1



รูปที่ 3.2 ลักษณะการตั้งแกนของแขนกลที่มี 6 องศาอิสระ

ตารางที่ 3.1 ค่าของ Denavit-Hartenberg Convention

Link	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\pi/2$	0	θ_1
2	a_2	0	0	θ_2
3	0	$\pi/2$	0	θ_3
4	0	$-\pi/2$	d_4	θ_4
5	0	$\pi/2$	0	θ_5
6	0	0	d_6	θ_6

$$\mathbf{A_6^0} = \mathbf{A_1^0 A_2^1 A_3^2 A_4^3 A_5^4 A_6^5} \tag{3.1}$$

เมื่อ

$$\mathbf{A_6^0} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & Px \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & Py \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & Pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$r_{11} = c_1\left[c_{23}\left(c_4c_5c_6 - s_4s_6\right) - s_{23}s_5c_6\right] + s_1\left(s_4c_5c_6 + c_4s_6\right)$$
$$r_{21} = s_1\left[c_{23}\left(c_4c_5c_6 - s_4s_6\right) - s_{23}s_5c_6\right] - c_1\left(s_4c_5c_6 + c_4s_6\right)$$
$$r_{31} = s_{23}\left(c_4c_5c_6 - s_4s_6\right) + c_{23}s_5c_6$$
$$r_{12} = c_1\left[-c_{23}\left(c_4c_5s_6 + s_4c_6\right) + s_{23}s_5s_6\right] + s_1\left(-s_4c_5s_6 + c_4c_6\right)$$
$$r_{22} = s_1\left[-c_{23}\left(c_4c_5s_6 + s_4c_6\right) + s_{23}s_5s_6\right] - c_1\left(-s_4c_5s_6 + c_4c_6\right)$$
$$r_{32} = -s_{23}\left(c_4c_5s_6 + s_4c_6\right) - c_{23}s_5s_6$$
$$r_{13} = c_1\left(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5\right) + s_1s_4s_5$$
$$r_{23} = s_1\left(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5\right) - c_1s_4s_5$$
$$r_{33} = s_{23}c_4s_5 - c_{23}c_5$$

$$Px = a_2c_1c_2 + d_4c_1s_{23} + d_6\left(c_1\left(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5\right) + s_1s_4s_5\right)$$
$$Py = a_2s_1c_2 + d_4s_1s_{23} + d_6\left(s_1\left(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5\right) - c_1s_4s_5\right)$$
$$Pz = a_2s_2 - d_4c_{23} + d_6\left(s_{23}c_4s_5 - c_{23}c_5\right)$$

เมื่อ $Px,\ Py,$ และ Pz แทนตำแหน่งของปลายแขนที่อยู่ห่างจากเฟรม {0} ในแนวแกน $x,\ y,$ และ z ตามลำดับ

และ $\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์การหมุน (Rotation matrix) ของเฟรมที่ปลายแขน {6} เทียบกับเฟรม {0}

หมายเหตุ สัญลักษณ์ s_i แทน $\sin(\theta_i)$
c_i แทน $\cos(\theta_i)$
และ s_{ij} แทน $\sin(\theta_i + \theta_j)$
c_{ij} แทน $\cos(\theta_i + \theta_j)$

โดยที่ขั้นตอนการหาสมการฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์อย่างละเอียดสามารถดูได้จากภาคผนวก ก.

3.2.2 อินเวิร์สคิเนแมติกซ์

เมื่อต้องการให้ปลายแขนกลเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งและทิศทางที่กำหนด จำเป็นจะต้องทราบมุมของแต่ละจุดต่อ เมื่อกล่าวในเชิงตัวแปร ก็คือการทราบค่า $Px,\ Py,$ และ Pz (ตำแหน่ง) และ $r_{11}, r_{12}, ..., r_{33}$ (ทิศทาง) อยู่ก่อนแล้วคำนวณหาค่ามุม θ ต่างๆ ที่สัมพันธ์กับตำแหน่งและทิศทางนั้นๆ ค่ามุม θ ต่างๆ ที่สัมพันธ์กับตำแหน่งและทิศทางของแขนกล PA10 เป็นไปตามสมการที่ (3.2) ถึง (3.7)

$$\theta_1 = \mathrm{Atan\,2}\left(Pw_y, Pw_x\right) \tag{3.2}$$

เมื่อ $Pw_x = a_2 c_1 c_2$
$Pw_y = a_2 s_1 c_2$

$$\theta_3 = \mathrm{Atan\,2}\left(s_3, c_3\right) \tag{3.3}$$

เมื่อ

$$s_3 = \frac{\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2 + \left(Pw_z'\right)^2 - a_2^{\ 2} - d_4^{\ 2}}{2a_2 d_4}$$

$$c_3 = \pm\sqrt{1 - s_3^{\ 2}}$$

$$\theta_2 = \mathrm{Atan\,2}\left(s_2, c_2\right) \tag{3.4}$$

เมื่อ

$$s_2 = \frac{\left(a_2 + d_4 s_3\right) Pw_z' - d_4 c_3 \sqrt{\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2}}{\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2 + \left(Pw_z'\right)^2}$$

$$c_2 = \frac{\left(a_2 + d_4 s_3\right) \sqrt{\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2} + d_4 c_3 Pw_z'}{\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2 + \left(Pw_z'\right)^2}$$

และ

$$Pw_x' = a_2 c_1 c_2 + d_4 c_1 s_{23}$$
$$Pw_y' = a_2 s_1 c_2 + d_4 s_1 s_{23}$$
$$Pw_z' = a_2 s_2 - d_4 c_{23}$$

$$\theta_4 = \text{Atan}\,2\left({}^3r_{23}, {}^3r_{13}\right) \tag{3.5}$$

เมื่อ

$${}^3r_{13} = c_4 s_5$$
$${}^3r_{23} = s_4 s_5$$

$$\theta_5 = \text{Atan}\,2\left(\sqrt{\left({}^3r_{13}\right)^2 + \left({}^3r_{23}\right)^2}, {}^3r_{33}\right) \tag{3.6}$$

เมื่อ

$${}^3r_{33} = c_5$$

$$\theta_6 = \text{Atan}\,2\left({}^3r_{32}, \left(-{}^3r_{31}\right)\right) \tag{3.7}$$

เมื่อ

$${}^3r_{31} = -s_5 c_6$$
$${}^3r_{32} = s_5 s_6$$

โดยที่ขั้นตอนการหาสมการอินเวิร์สคิเนแมติกส์อย่างละเอียดสามารถดูได้จากภาคผนวก ก.

3.2.3 ความสัมพันธ์เชิงความเร็ว

คือความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของจุดต่อ (joint velocity) กับความเร็วของปลายแขนทั้งในความเร็วเชิงเส้น และความเร็วเชิงมุม โดยความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถแสดงอยู่ในรูปเมทริกซ์ขนาด 6×6 และเรียกว่าเมทริกซ์จาโคเบียน โดยที่เมทริกซ์จาโคเบียนของแขนกลสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.8) โดยที่ขั้นตอนวิธีการหาเมทริกซ์จาโคเบียนอย่างละเอียดสามารถดูได้จากภาคผนวก ก.

$$\mathbf{J}=\begin{bmatrix}\mathbf{J_p}\\ \mathbf{J_o}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16}\\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26}\\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36}\\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46}\\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} & J_{56}\\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} & J_{66}\end{bmatrix} \tag{3.8}$$

โดยที่

$J_{11}=-S_1\left(a_2C_2+d_4S_{23}\right)-d_6\left(S_1\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)-C_1S_4S_5\right)$

$J_{21}=C_1\left(a_2C_2+d_4S_{23}\right)+d_6\left(C_1\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)+S_1S_4S_5\right)$

$J_{31}=J_{41}=J_{51}=0$

$J_{61}=1$

$J_{12}=-C_1\left(a_2S_2-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)\right)$

$J_{22}=-S_1\left(a_2S_2-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)\right)$

$J_{32}=a_2C_2+d_4S_{23}+d_6\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)$

$J_{42}=S_1$

$J_{52}=-C_1$

$J_{62}=0$

$J_{13}=-C_1\left(-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)\right)$

$J_{23}=-S_1\left(-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)\right)$

$J_{33}=d_4S_{23}+d_6\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)$

$J_{43}=S_1$

$J_{53}=-C_1$

$J_{63}=0$

$J_{14}=d_6S_5\left(-C_1C_{23}S_4+S_1C_4\right)$

$J_{24}=-d_6S_5\left(S_1C_{23}S_4+C_1C_4\right)$

$J_{34}=-d_6S_{23}S_4S_5$

$J_{44}=C_1S_{23}$

$J_{54}=S_1S_{23}$

$J_{64}=-C_{23}$

$$J_{15}=\left(-S_1C_{23}S_4-C_1C_4\right)\left(a_2S_2-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)-a_2C_2+d_4S_{23}\right)\\ \quad +S_{23}S_4d_6\left(S_1\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)-C_1S_4S_5\right)$$

$$J_{25}=-\left(-C_1C_{23}S_4+S_1C_4\right)\left(a_2S_2-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)-a_2C_2+d_4S_{23}\right)\\ \quad -S_{23}S_4d_6\left(C_1\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)+S_1S_4S_5\right)$$

$J_{35}=d_6\left(S_{23}C_4C_5+C_{23}S_5\right)$

$J_{45}=-C_1C_{23}S_4+S_1C_4$

$$
\begin{aligned}
J_{55} &= -S_1C_{23}S_4 - C_1C_4 \\
J_{65} &= -S_{23}S_4 \\
J_{16} &= \left(S_1\left(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5\right) - C_1S_4S_5\right)\left(a_2S_2 - d_4C_{23} + d_6\left(S_{23}C_4S_5 - C_{23}C_5\right) - a_2C_2 + d_4S_{23}\right) \\
&\quad -\left(S_{23}C_4S_5 - C_{23}C_5\right)d_6\left(S_1\left(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5\right) - C_1S_4S_5\right) \\
J_{26} &= -\left(C_1\left(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5\right) + S_1S_4S_5\right)\left(a_2S_2 - d_4C_{23} + d_6\left(S_{23}C_4S_5 - C_{23}C_5\right) - a_2C_2 + d_4S_{23}\right) \\
&\quad +\left(S_{23}C_4S_5 - C_{23}C_5\right)d_6\left(C_1\left(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5\right) + S_1S_4S_5\right) \\
J_{36} &= 0 \\
J_{46} &= \left(C_1C_{23}C_4 + S_1S_4\right)S_5 + C_1S_{23}C_5 \\
J_{56} &= \left(S_1C_{23}C_4 + C_1S_4\right)S_5 + S_1S_{23}C_5 \\
J_{66} &= S_{23}C_4S_5 - C_{23}C_5
\end{aligned}
$$

รูปแบบสมการที่ใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ปลายแขนกลกับความเร็วเชิงมุมของแขนต่างๆ สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.9)

$$
\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{J}\left(\theta\right) \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} \tag{3.9}
$$

เมื่อ $\dot{\theta}_i$ คือ ความเร็วเชิงมุมของแขนต่างๆ

v_i, ω_i คือ ความเร็วเชิงเส้นและความเร็วเชิงมุมของแขนกลที่ตำแหน่งปลายแขนกล

รูปแบบสมการที่ใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างความแรงที่มากระทำที่ปลายแขนกลกับแรงบิดที่จุดต่อแต่ละจุดต่อ สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.10)

$$
\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \mathbf{J}\left(\theta\right)^T \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{bmatrix} \tag{3.10}
$$

เมื่อ τ_i คือ แรงบิดที่จุดต่อของแขนต่างๆ

f_i, μ_i คือ แรงและโมเมนต์ภายนอกที่มากระทำที่ปลายแขนของแขนกลที่ตำแหน่งปลายแขน

3.3 สมการพลวัตของแขนหุ่นยนต์ (Dynamics equation)

พลศาสตร์ของแขนกล เป็นความสัมพันธ์ของแรงบิดที่กระทำที่จุดต่อ กับการเคลื่อนที่ของแขนกลใน Cartesian Space ซึ่งจะแสดงในรูปแบบของสมการการเคลื่อนที่ของระบบ เพื่อความสะดวกจะแสดงความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ของแขนกลต่างๆ ให้อยู่ในสมการเดียว และสามารถเขียนสมการของการเคลื่อนที่ของแขนกลได้ในรูปแบบของสมการปริภูมิสเตตได้ดังนี้

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \tag{3.11}$$

เมื่อ $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ คือเมตริกซ์ของมวลของแขนกลนั้นซึ่งมีขนาด 6×6

$\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ คือเวกเตอร์ของแรงที่หันเหเข้าสู่ศูนย์กลางและอิทธิพลของแรงโคริออริสซึ่งมีขนาด 6×1

$\mathbf{G}(\mathbf{q})$ คือเวกเตอร์ของแรงโน้มถ่วงของโลกซึ่งมีขนาด 6×1

ซึ่งวิธีการสมการพลวัตของแขนหุ่นยนต์ และค่าต่างๆ ของเมทริกซ์ $\mathbf{B}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$, และ $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ สามารถดูได้จากภาคผนวก ก. และสามารถตรวจสอบความถูกต้องของสมการพลวัตได้โดยการวิเคราะห์ความเป็น Skew-Symmetry ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้จากเมทริกซ์ $N(q,\dot{q})$ ซึ่งจะมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\mathbf{N(q,\dot{q}) = \dot{B}(q) - 2C(q,\dot{q})} \tag{3.12}$$

ซึ่งเมื่อเทียบพจน์กับสมการที่ (2.23) จะสามารถหาเมทริกซ์ $\mathbf{N(q,\dot{q})}$ ได้จาก

$$n_{ij} = \dot{b}_{ij} - 2c_{ij} = \sum_{k-1}^{n}\left(\frac{\partial b_{jk}}{\partial q_i} - \frac{\partial b_{ik}}{\partial q_j}\right)\dot{q}_k \tag{3.12}$$

โดยสมการที่ (3.12) สามารถหาค่าของเมทริกซ์ $\mathbf{N(q,\dot{q})}$ ได้จากนั้นทดสอบความเป็น Skew-Symmetry จาก

$$n_{ij} = -n_{ji} \tag{3.13}$$

จากการวิเคราะห์ตามสมการดังกล่าวข้างต้นได้ผลคือ สมการการเคลื่อนที่ที่ได้จากสมการที่ (2.23) เป็นเมทริกซ์ที่มีคุณสมบัติความเป็น Skew-Symmetry ทำให้ทราบว่าสมการการเคลื่อนที่มีโครงสร้างที่ถูกต้อง

การทดสอบความถูกต้องของสมการพลวัตของแขนกลสามารถพิจารณาได้หลายส่วน เช่น ความผิดผลาดจากค่าพารามิเตอร์ของตัวแขน เช่น ความยาวแขน จุดต่อต่างๆ หรือค่าความแม่นยำของเทอมต่างๆ ที่ประกอบอยู่ในสมการพลวัตของแขนกลที่หามาได้ ค่าความผิด-

ผลาดหรือไม่แน่นอนนี้เรียกว่า parametric uncertainties นอกจากค่าความผิดพลาดนี้แล้วก็อาจจะมีค่าความผิดพลาดอันเนื่องมาจากตัวระบบ ซึ่งหมายถึงระดับหรือ order ของระบบหรือเรียกว่า unstructured uncertainties หรือ unmodeled dynamics ซึ่งค่าความผิดนี้สามารถลดได้โดยใช้ตัวควบคุมแบบ robust control หรือแบบ adaptive control แต่การควบคุมทั้งสองแบบนี้จำเป็นจะต้องมีคุณสมบัติหนึ่งที่ใช้สำหรับการประกันความเสถียรภาพของตัวควบคุมนั่นคือ Skew Symmetric matrix ของความสัมพันธ์ของเมทริกซ์ $\mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ ซึ่งจะมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) \tag{3.14}$$

ความสัมพันธ์นี้จะมีประโยชน์มากในการออกแบบตัวควบคุมแบบ Robust และตัวควบคุมแบบ Adaptive และเนื่องจากว่าไม่สามารถหาสมการพลวัตของระบบได้แม่นยำถูกต้องร้อยเปอร์เซนต์ ดังนั้น จึงจำเป็นต้องหาแบบจำลองที่มีโครงสร้างถูกต้องและสามารถใช้ในระบบควบคุมขั้นสูงต่อไป จึงต้องแน่ใจว่าโครงสร้างของสมการพลวัตที่หามาได้นั้นมีเมทริกซ์ $\mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ ที่มีลักษณะเป็น skew symmetric

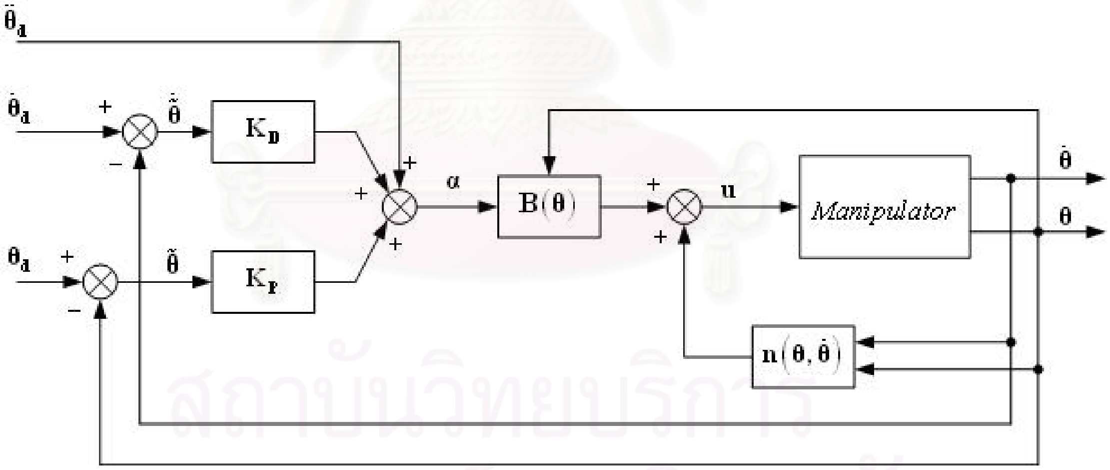
บทที่ 4

การควบคุมการทำงาน

ในบทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลให้สามารถเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางเดิน (Trajectory) ของแขนกลที่กำหนดไว้ ในการออกแบบระบบที่ใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่นั้นโดยทั่วไปแล้วสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ๆ คือแบบ Decentralize โดยพิจารณาทีละจุดต่อ และแบบ Centralize โดยพิจารณาทุกจุดต่อพร้อมๆกัน ซึ่งการควบคุมแบบ Centralize จะให้ผลของการตอบสนองที่ดีกว่า เพราะรวดเร็วและแม่นยำ ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะกล่าวถึงการควบคุมแบบ Centralize เท่านั้น

4.1 Inverse Dynamics Control in Joint Space

ในการศึกษาการควบคุมการเคลื่อนที่โดยอาศัยวิธีการ Tracking joint space trajectory จะกระทำในระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นของหลายตัวแปร และสามารถแสดงแผนภาพบล็อกของ Inverse Dynamics Control in Joint Space ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แผนภาพบล็อกของ Inverse Dynamics Control in Joint space

จากสมการพลวัตของแขนกลในสมการที่ (2.14) สามารถนำมาเขียนเป็นสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\mathbf{B}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{n}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{u} \tag{4.1}$$

โดยที่

$$\mathbf{n}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) \tag{4.2}$$

ซึ่งในวิธีการ Inverse Dynamics Control in Joint Space จะตั้งอยู่บนพื้นฐานที่ว่าต้องการหาค่าของ Control vector, $\mathbf{u}$ ซึ่งสามารถนำมาพิจารณาความสัมพันธ์แบบ Input/Output แบบเชิงเส้นได้ ซึ่งการหาระบบควบคุมในรูปแบบที่เป็นเชิงเส้นจะกระทำได้จากรูปแบบเฉพาะของสมการพลวัตของระบบที่ในเมทริกซ์ของมวล $\mathbf{B}(\boldsymbol{\theta})$ ที่ได้จะต้องมีคุณสมบัติที่สามารถหาค่าผกผัน (inverse) ได้เสมอไม่ว่า $\boldsymbol{\theta}$ จะอยู่ที่ค่าใดก็ตาม ในที่นี้จะเลือกให้กฏการควบคุม คือ

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{n}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}}) \qquad (4.3)$$

ซึ่งจะเป็นผลให้ $\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\alpha}$ โดยที่ $\boldsymbol{\alpha}$ จะเป็นค่าอินพุตใหม่ และเป็นความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น และถ้าเลือกค่าอินพุตใหม่นี้เป็น

$$\boldsymbol{\alpha} = -\mathbf{K_P}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_\mathbf{d}) - \mathbf{K_D}(\dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\boldsymbol{\theta}}_\mathbf{d}) + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_\mathbf{d} \qquad (4.4)$$

เมื่อให้ค่าผิดพลาดของจุดต่อคือ $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta}_\mathbf{d} - \boldsymbol{\theta}$, โดยที่ $\boldsymbol{\theta}_\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \theta_{d_1} & \theta_{d_2} & \theta_{d_3} & \theta_{d_4} & \theta_{d_5} & \theta_{d_6} \end{bmatrix}^T$ และ $\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 \end{bmatrix}^T$ ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ของสมการอนุพันธ์เชิงเส้นที่สามารถควบคุมผลการตอบสนองจาก Positive definite matrices $\mathbf{K_D}$, $\mathbf{K_P}$ ได้ คือ

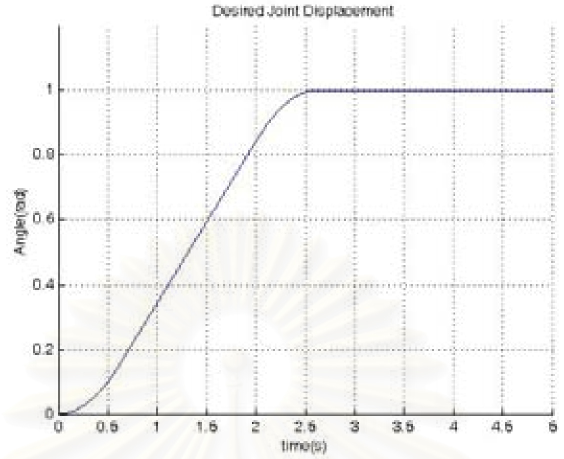
$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} + \mathbf{K_D}\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} + \mathbf{K_P}\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0} \qquad (4.5)$$

จากสมการที่ (4.5) จะเห็นได้ว่าค่าผิดพลาดของระบบจะลู่เข้าสู่ค่าศูนย์ โดยที่ค่าเกน $\mathbf{K_D}$ และ $\mathbf{K_P}$ จะมีผลทำให้ระบบมีความเร็วและเสถียรภาพในการเข้าใกล้ศูนย์ได้เร็วขึ้น และเราสามารถปรับค่า $\mathbf{K_D}$ และ $\mathbf{K_P}$ เพื่อให้ได้ผลของค่าผิดพลาดให้น้อยที่สุดหรือตามความเหมาะสม

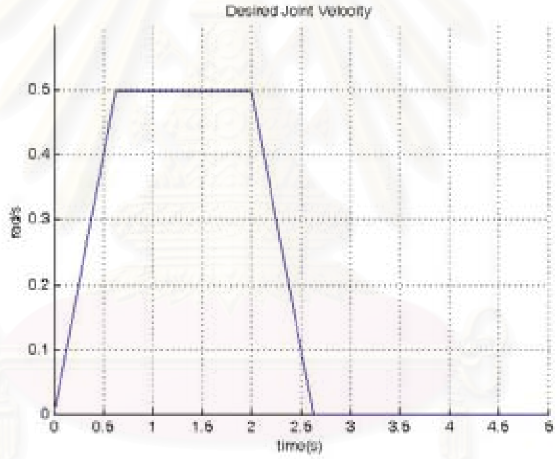
4.1.1 การ Simulation ของ Inverse Dynamics Control in Joint Space

โดยในการ Simulation ของ Inverse Dynamics Control in Joint Space จะกำหนดค่าของตำแหน่งของจุดต่อ โดยกำหนดให้กราฟของตำแหน่งของแต่ละจุดต่อเป็นรูปโค้งตัวเอส (S-curve) ที่เท่ากันทุกๆ จุดต่อ ความเร็วของจุดต่อ และความเร่งของจุดต่อสามารถหาได้จากการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 และที่ 2 ของสมการตำแหน่งของจุดต่อตามลำดับ และค่าของความเร็วและความเร่ง ของทั้ง 6 จุดต่อจะกำหนดให้มีค่าเท่ากันทุกๆ จุดต่อเช่นเดียวกัน โดยใช้เวลาในการ Simulation คือเริ่มต้นจาก 0 ถึง 5 วินาที และใช้ค่าเวลาสุ่ม (sampling time) ในการ Simulation เท่ากับ 0.001 วินาที ซึ่งสามารถแสดงรูปกราฟตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่ง ที่ใช้ในการอ้างอิงการเคลื่อนที่ได้ดังรูปที่ 4.2 - 4.4 ซึ่งผลจากการตอบสนองของ

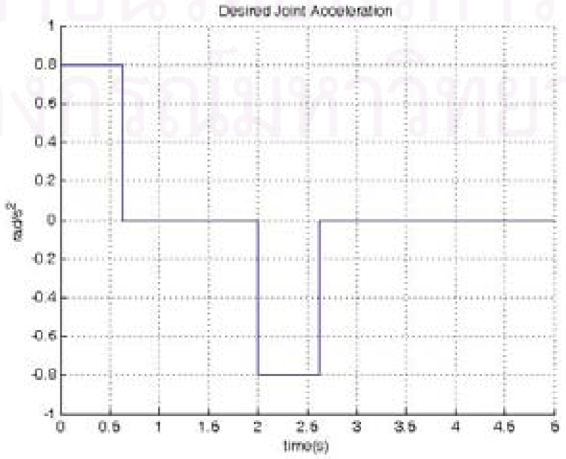
วิธี Inverse Dynamics control in Joint Space ได้ผลดังแสดงในรูปที่ 4.5 - 4.12 โดยในการ Simulation จะใช้ค่าเกน K_P และ K_D ที่ค่าต่างกันเพื่อวิเคราะห์การตอบสนองของระบบ



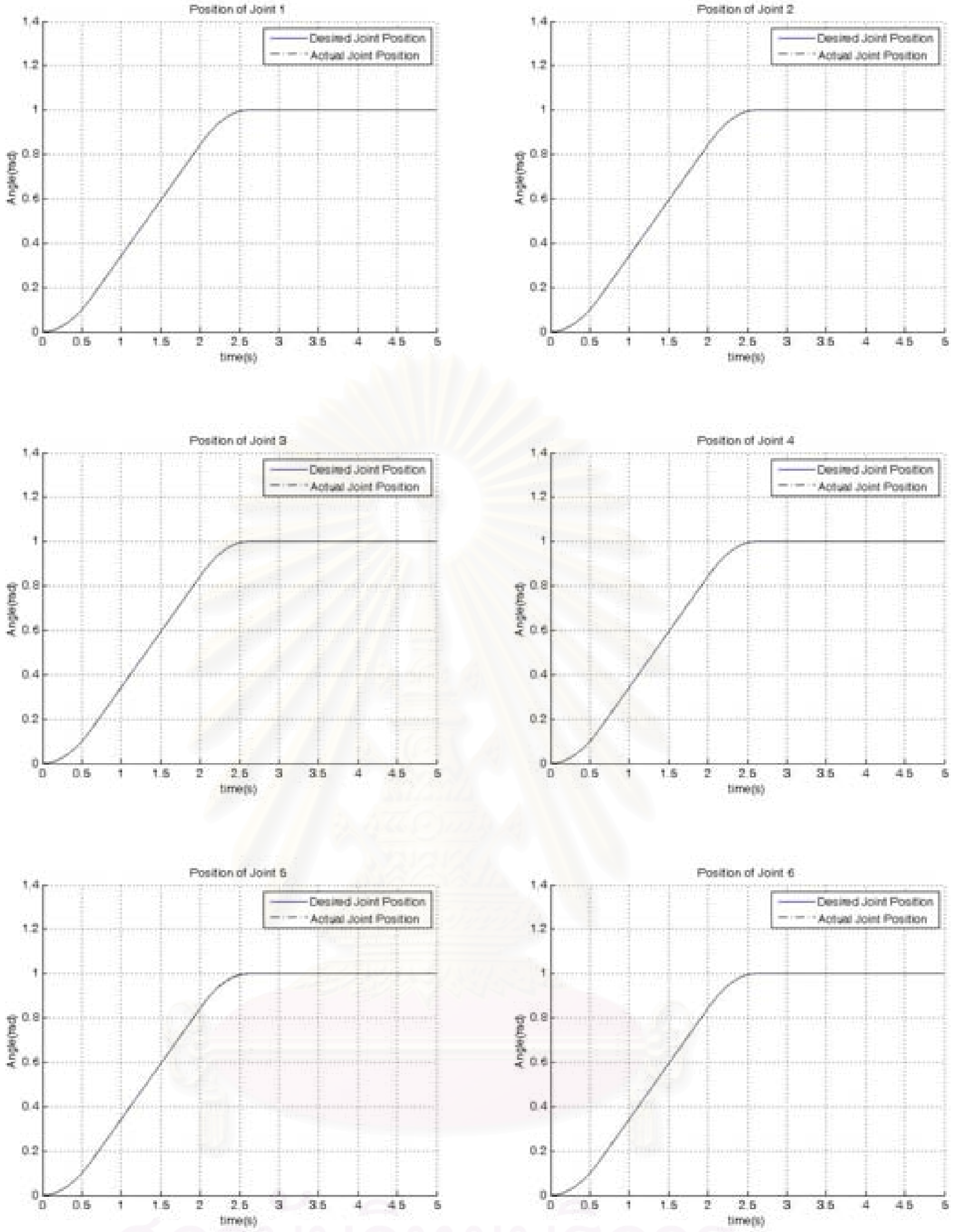
รูปที่ 4.2 ตำแหน่งของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ



รูปที่ 4.3 ความเร็วของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ

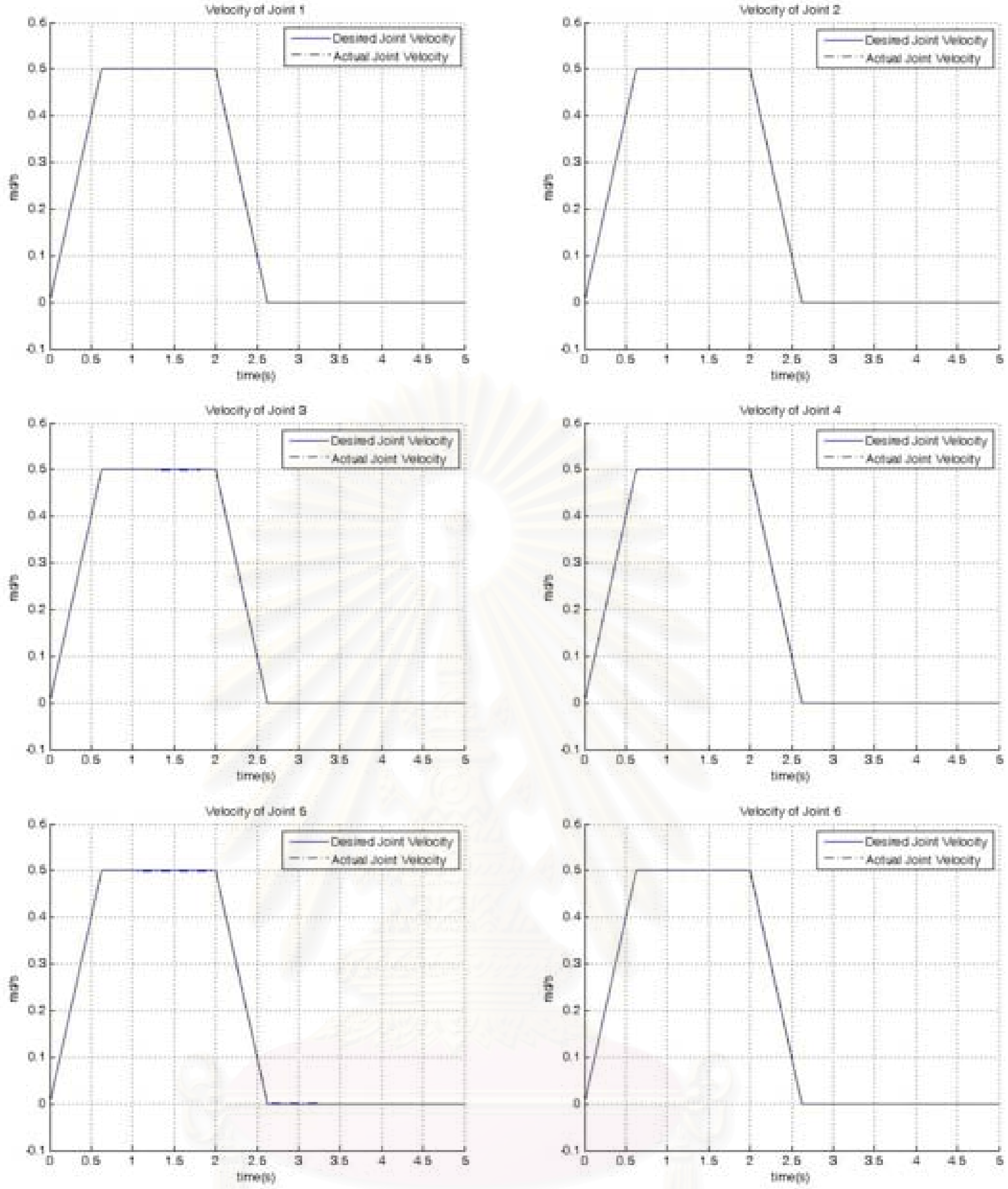


รูปที่ 4.4 ความเร่งของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ



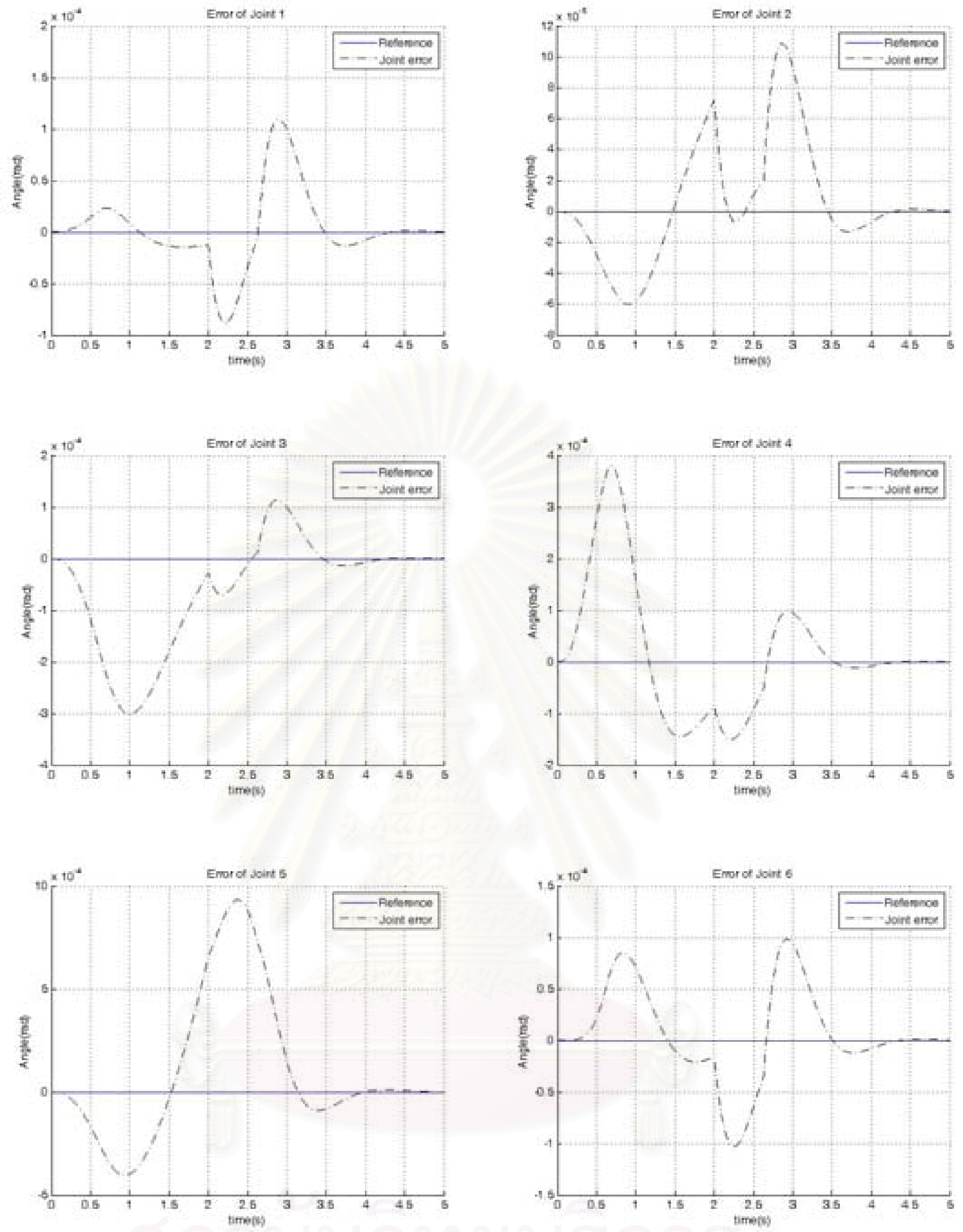
รูปที่ 4.5 ตำแหน่งของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 20$ และ $\mathbf{K_D} = 5$

จากกราฟรูปที่ 4.5 จะเห็นได้ว่าเส้นกราฟที่ได้ของมุม $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5,$ และ θ_6 จะใกล้เคียงกับ $\theta_{d_1}, \theta_{d_2}, \theta_{d_3}, \theta_{d_4}, \theta_{d_5},$ และ θ_{d_6} ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิงที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของแขนกลซึ่งจะเห็นได้ว่ากราฟที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันมาก คือตำแหน่งของจุดต่อที่ได้จากการ Simulation สามารถ Track ตามเส้นทางเดินที่ใช้ในการอ้างอิง ซึ่งผลของค่าผิดพลาดสามารถปรับแก้ได้โดยการปรับค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ให้มีค่ามากขึ้น



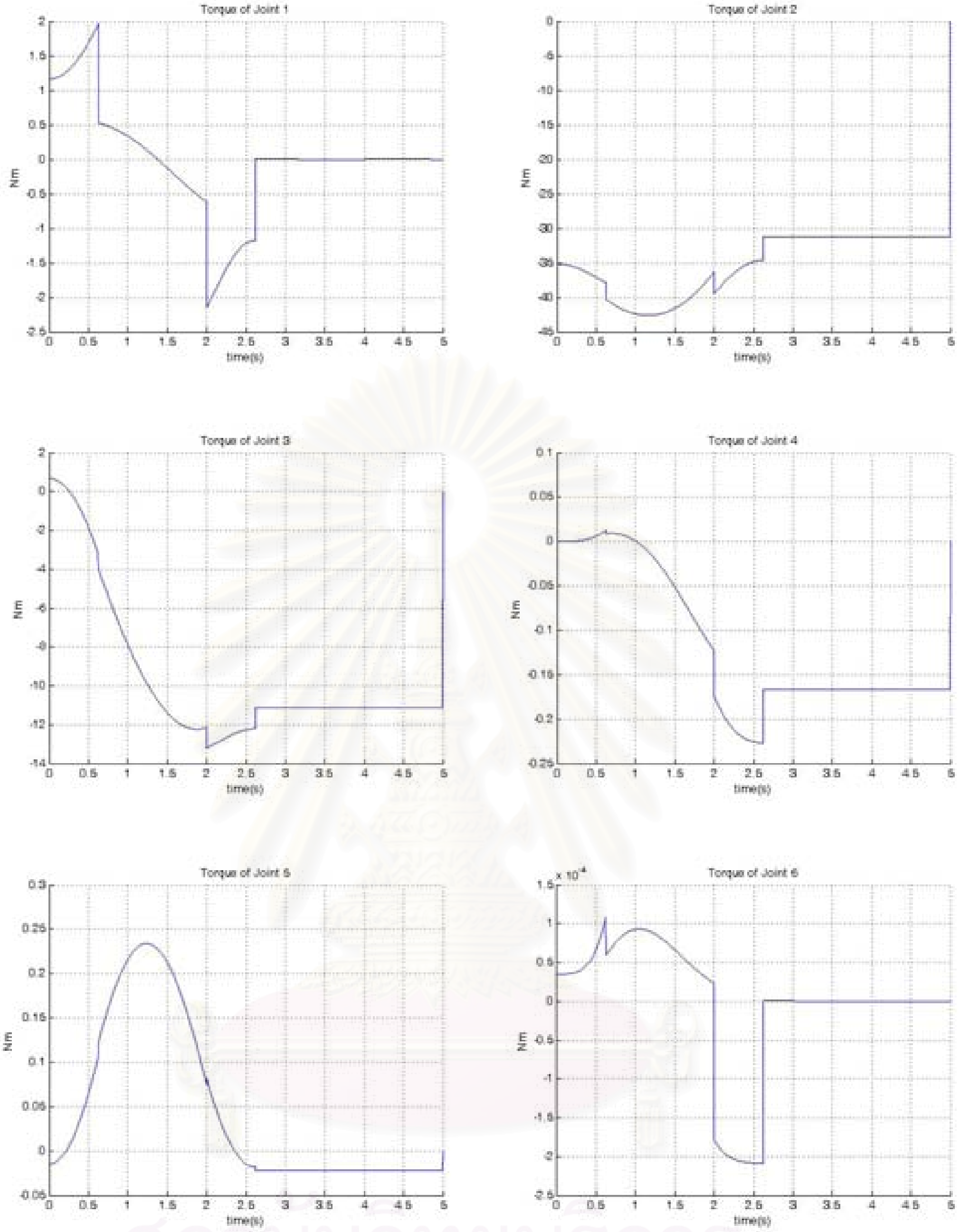
รูปที่ 4.6 ความเร็วของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 20$ และ $\mathbf{K_D} = 5$

จากกราฟรูปที่ 4.6 จะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของความเร็ว $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5,$ และ $\dot{\theta}_6$ จะใกล้เคียงกับ $\dot{\theta}_{d_1}, \dot{\theta}_{d_2}, \dot{\theta}_{d_3}, \dot{\theta}_{d_4}, \dot{\theta}_{d_5},$ และ $\dot{\theta}_{d_6}$ ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิงที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของแขนกลซึ่งจะเห็นได้ว่ากราฟที่ได้นั้นมีค่าใกล้เคียงกันมาก แต่ยังมีจุดที่เป็นค่าผิดพลาดเล็กน้อยที่เกิดขึ้น และสามารถเห็นได้ในกราฟของความเร็วของข้อต่อที่ 3 และ 5 โดยที่ในกราฟของความเร็วของข้อต่อที่ 3 ($\dot{\theta}_3$) ระหว่างช่วงเวลาที่ประมาณวินาทีที่ 1.25 ถึงวินาทีที่ 1.8 และในกราฟความเร็วของข้อต่อที่ 5 ($\dot{\theta}_5$) ระหว่างช่วงเวลาประมาณวินาทีที่ 1 ถึงวินาทีที่ 2 และในวินาทีที่ 2.5 ถึงวินาทีที่ 3.25 ซึ่งผลของค่าผิดพลาดสามารถปรับแก้ได้โดยการปรับค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ให้มีค่ามากขึ้น



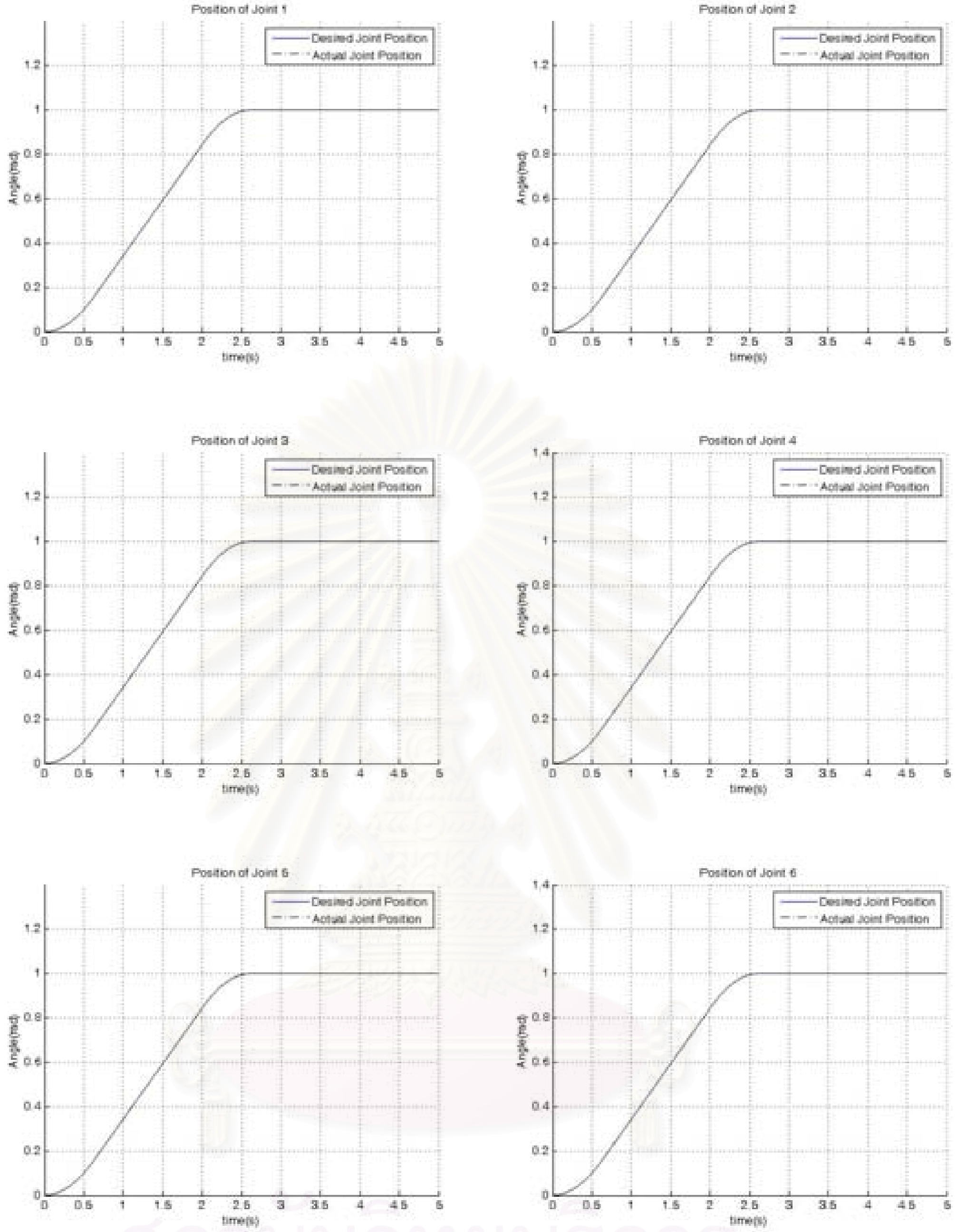
รูปที่ 4.7 ค่าผิดพลาดของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 20$ และ $\mathbf{K_D} = 5$

จากกราฟรูปที่ 4.7 จะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของค่าค่าผิดพลาดของจุดต่อทั้ง 6 จุดต่อ มีค่าอยู่ในช่วง -5×10^{-4} เรเดียน ถึง 10×10^{-4} เรเดียน โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 20$ และ $\mathbf{K_D} = 5$



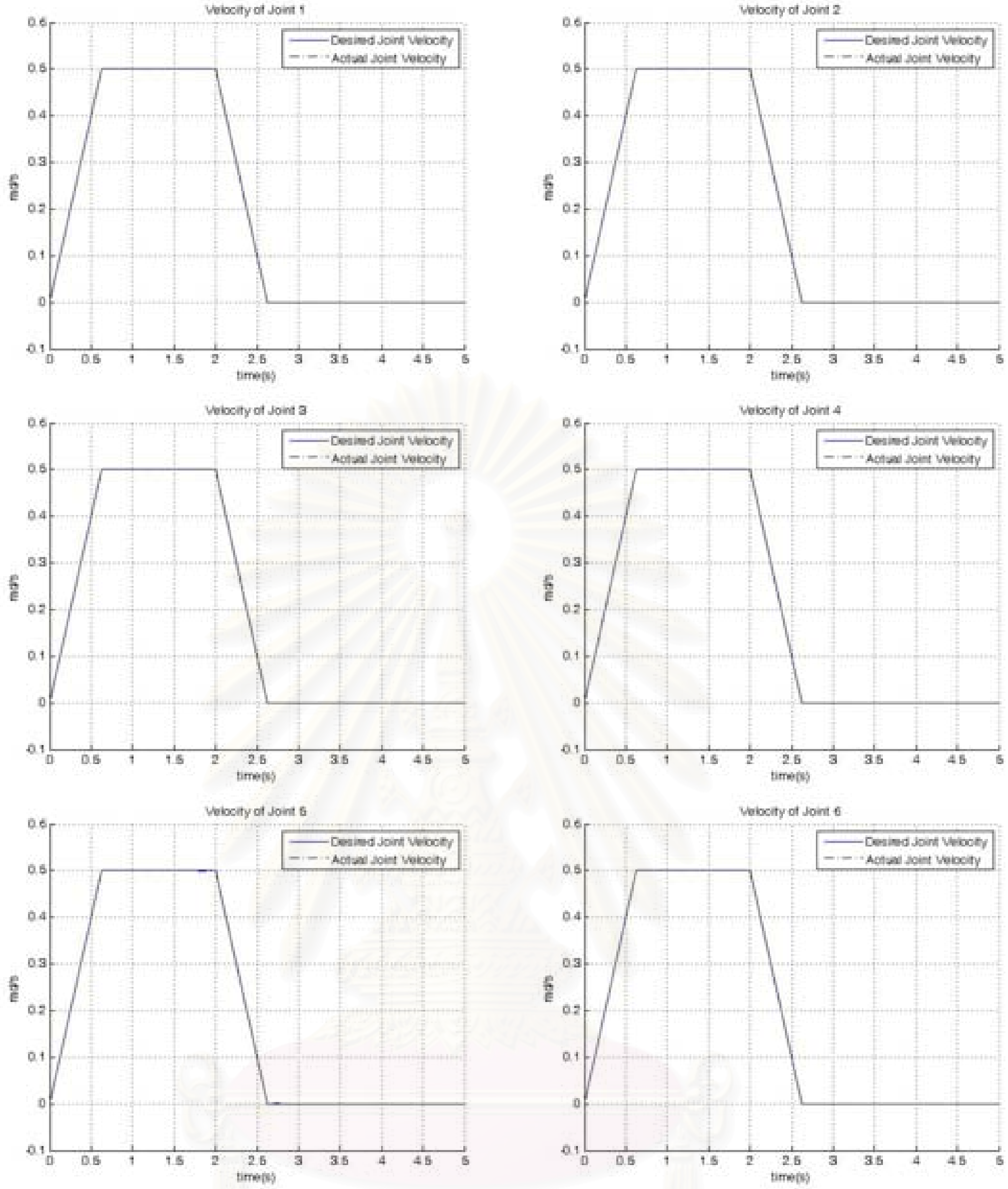
รูปที่ 4.8 แรงบิดของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 20$ และ $\mathbf{K_D} = 5$

จากรูปที่ 4.8 แสดงถึงแรงบิดที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดต่อสำหรับการเคลื่อนที่ตามค่าของตำแหน่งของจุดต่อ ความเร็วของจุดต่อ ความเร่งของจุดต่อ ที่กำหนดให้ดังรูปที่ 4.2-4.4 โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 20$ และ $\mathbf{K_D} = 5$



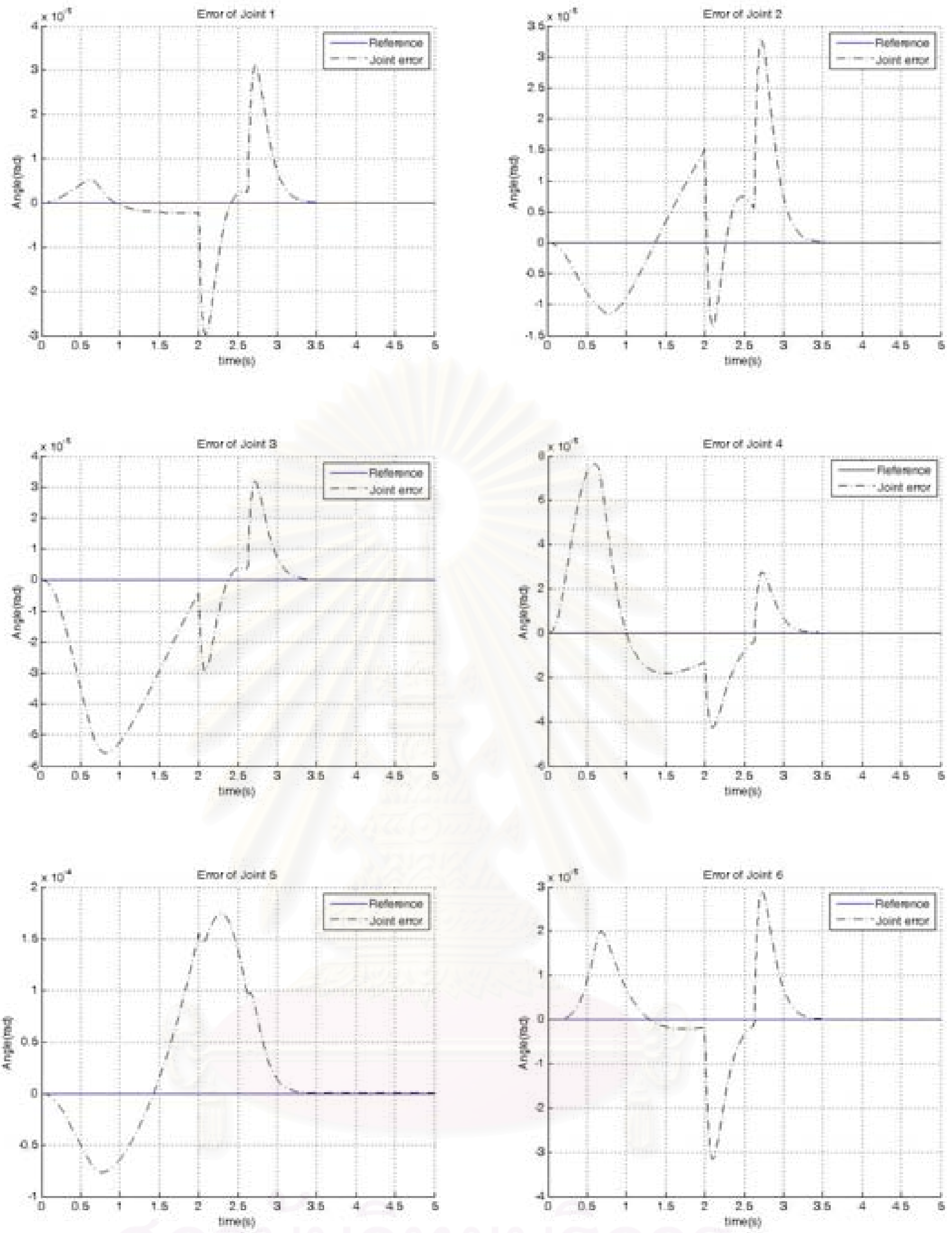
รูปที่ 4.9 ตำแหน่งของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

จากกราฟรูปที่ 4.9 จะเห็นได้ว่าเส้นกราฟที่ได้ของมุม $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5,$ และ θ_6 จะใกล้เคียงกับ $\theta_{d_1}, \theta_{d_2}, \theta_{d_3}, \theta_{d_4}, \theta_{d_5},$ และ θ_{d_6} ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิงที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของจุดต่อแต่ละอัน ซึ่งจะเห็นได้ว่ากราฟที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันมาก คือตำแหน่งของจุดต่อที่ได้จากการ Simulation สามารถ Track ตามเส้นทางเดินที่ใช้ในการอ้างอิง ซึ่งผลของค่าผิดพลาดสามารถปรับแก้ได้โดยการปรับค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ให้มีค่ามากขึ้น



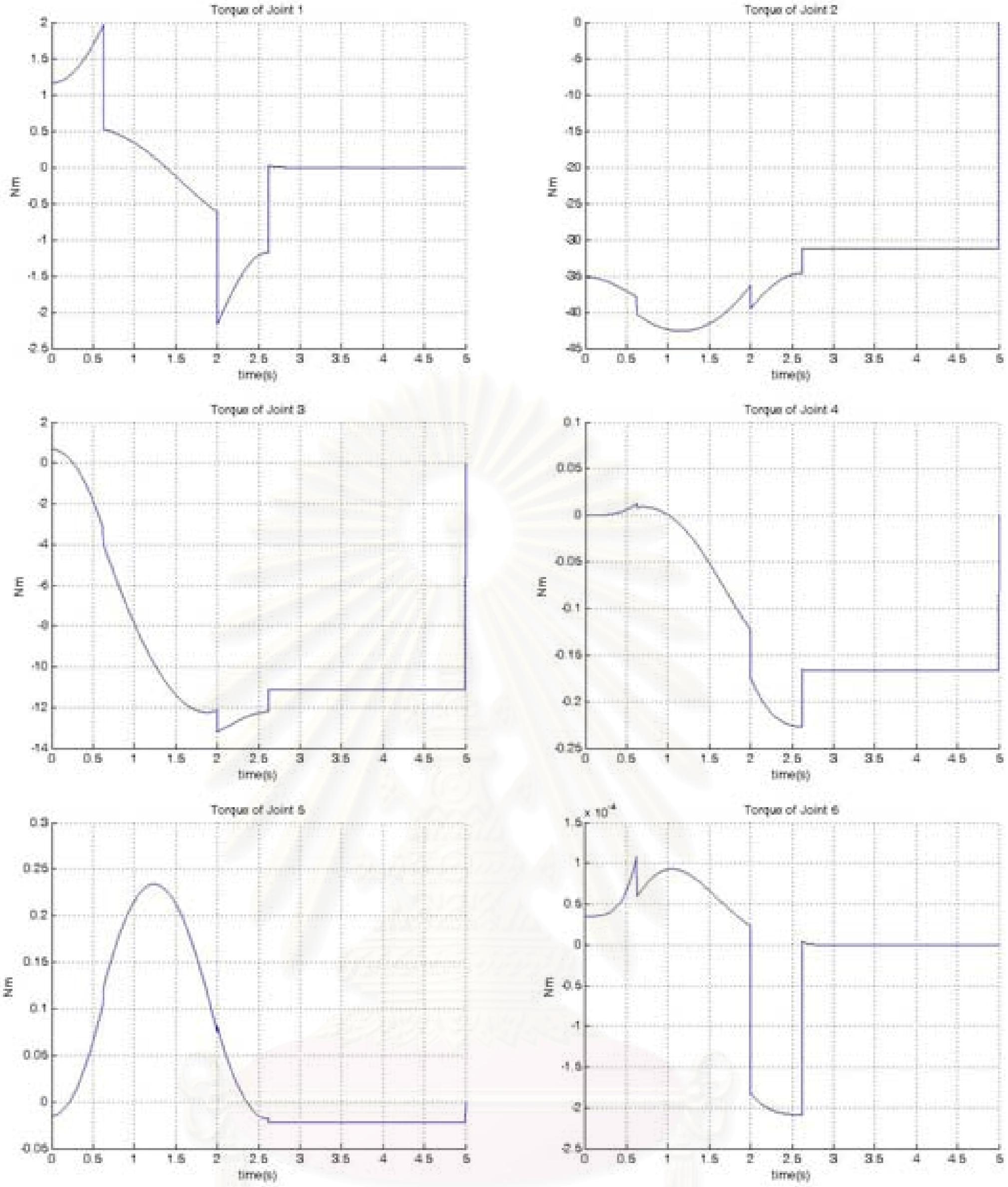
รูปที่ 4.10 ความเร็วของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

จากกราฟรูปที่ 4.10 จะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของความเร็ว $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5,$ และ $\dot{\theta}_6$ จะใกล้เคียงกับ $\dot{\theta}_{d_1}, \dot{\theta}_{d_2}, \dot{\theta}_{d_3}, \dot{\theta}_{d_4}, \dot{\theta}_{d_5},$ และ $\dot{\theta}_{d_6}$ ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิงที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของแขนกลซึ่งจะเห็นได้ว่ากราฟที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันมาก แต่ยังมีจุดที่เป็นค่าผิดพลาดเล็กน้อยที่เกิดขึ้น และสามารถเห็นได้ในกราฟของความเร็วของข้อต่อที่ 5 โดยที่ในกราฟความเร็วของจุดต่อที่ 5 ($\dot{\theta}_5$) ระหว่างช่วงเวลาประมาณวินาทีที่ 1.75 ถึงวินาทีที่ 2 และในวินาทีที่ 2.6 ถึงวินาทีที่ 2.8 ซึ่งผลของค่าผิดพลาดสามารถปรับแก้ได้โดยการปรับค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ให้มีค่ามากขึ้น



รูปที่ 4.11 ค่าผิดพลาดของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

จากกราฟรูปที่ 4.11 จะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของค่าผิดพลาดของ $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_3, \tilde{\theta}_4, \tilde{\theta}_5,$ และ $\tilde{\theta}_6$ มีค่าอยู่ในช่วง -1×10^{-4} เรเดียน ถึง 2×10^{-4} เรเดียน โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$ จากผลของการ Simulation ของ Inverse Dynamics Control in Joint Space ที่ได้นี้จะเห็นได้ว่าค่าผิดพลาดของระบบมีค่าที่ลดลงเมื่อเลือกใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ที่มีค่ามากขึ้น



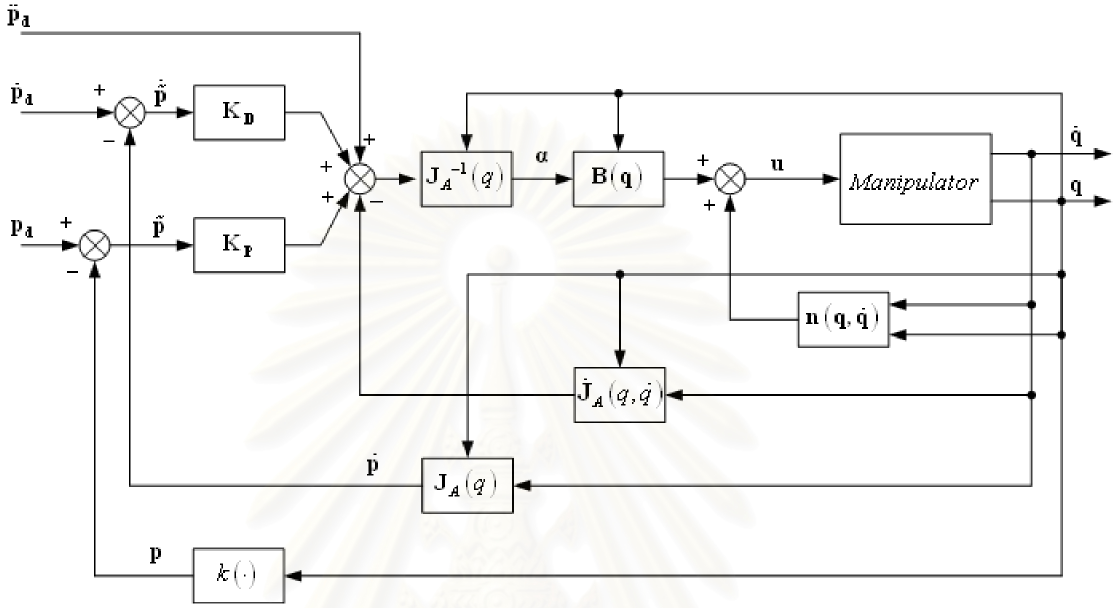
รูปที่ 4.12 แรงบิดของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

จากรูปที่ 4.12 แสดงถึงแรงบิดที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดต่อสำหรับการเคลื่อนที่ตามค่าของตำแหน่งของจุดต่อ ความเร็วของจุดต่อ ความเร่งของจุดต่อ ที่กำหนดให้ดังรูปที่ 4.2 - 4.4 โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

ซึ่งในการ Simulation ทั้งหมดนี้โดยการใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ที่ค่าต่างกัน จะเห็นได้ว่าเมื่อใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ที่มีค่ามากขึ้นจะทำให้ระบบมีค่าผิดพลาดที่ลดลง ทั้งนี้จำเป็นที่จะต้องเลือกค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ที่เหมาะสมในการควบคุมการทำงานของแขนกล

4.2 Inverse Dynamics Control in Cartesian Space

ในการศึกษาการควบคุมการเคลื่อนที่โดยอาศัยวิธีการ Tracking Cartesian space trajectory จะกระทำในระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นของหลายตัวแปร และสามารถแสดงแผนภาพบล็อกของ Inverse Dynamics Control in Cartesian Space ดังรูปที่ 4.13



รูปที่ 4.13 แผนผังของ Inverse Dynamics Control in Cartesian Space

การควบคุมวิธีนี้ จะเป็นการควบคุมการเคลื่อนที่ของปลายของแขนกล (end-effector) ให้มีการเคลื่อนที่ตาม เส้นทางเดิน (trajectory) ที่ถูกกำหนดไว้แล้วใน Cartesian space และสามารถใช้สมการเดียวกันกับสมการที่ (2.28) คือ

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})=\mathbf{u} \tag{4.6}$$

โดยที่

$$\mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})=\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{G}(\mathbf{q}) \tag{4.7}$$

เมื่อสัญญาณควบคุมเป็น

$$\mathbf{u}=\mathbf{B}(\mathbf{q})\boldsymbol{\alpha}+\mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) \tag{4.8}$$

โดยที่

$$\ddot{\mathbf{q}}=\boldsymbol{\alpha} \tag{4.9}$$

เมื่ออินพุตของการควบคุม $\boldsymbol{\alpha}$ ใหม่นี้เป็นการออกแบบให้ปลายของแขนกลสามารถเดินตามเส้นทางที่ได้กำหนดไว้ก่อนหน้านี้คือ $\mathbf{p_d}(t)$ ซึ่งจะเป็นฟังก์ชันของเวลาในการเคลื่อนที่ โดยที่ $\mathbf{p_d} = \begin{bmatrix} x_d & y_d & z_d & roll_d & pitch_d & yaw_d \end{bmatrix}^T$ ซึ่งค่าของ $x, y,$ และ z คือค่าของตำแหน่งของปลายแขนกล และค่าของ $roll, pitch,$ และ yaw คือค่าของการหมุนรอบแกน $x, y,$ และ z ตามลำดับ และเมื่อทำการ Differentiate สมการที่ (2.8) จะได้

$$\ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}_A(q)\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_A(q, \dot{q})\dot{\mathbf{q}} \tag{4.10}$$

ดังนั้นอินพุตของการควบคุม $\boldsymbol{\alpha}$ สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (4.11) คือ

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{J}_A^{-1}(q)\left(\ddot{\mathbf{p}}_\mathbf{d} + \mathbf{K_D}\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}\tilde{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{J}}_A(q, \dot{q})\dot{\mathbf{q}}\right) \tag{4.11}$$

โดยที่ค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ เป็นเมทริกซ์ทะแยงมุมและจะมีค่าเป็นบวกเสมอ และ $\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{p_d} - \mathbf{p}$ ซึ่งทำให้ได้สมการพลวัตของระบบใหม่ที่เป็นเชิงเส้น คือ

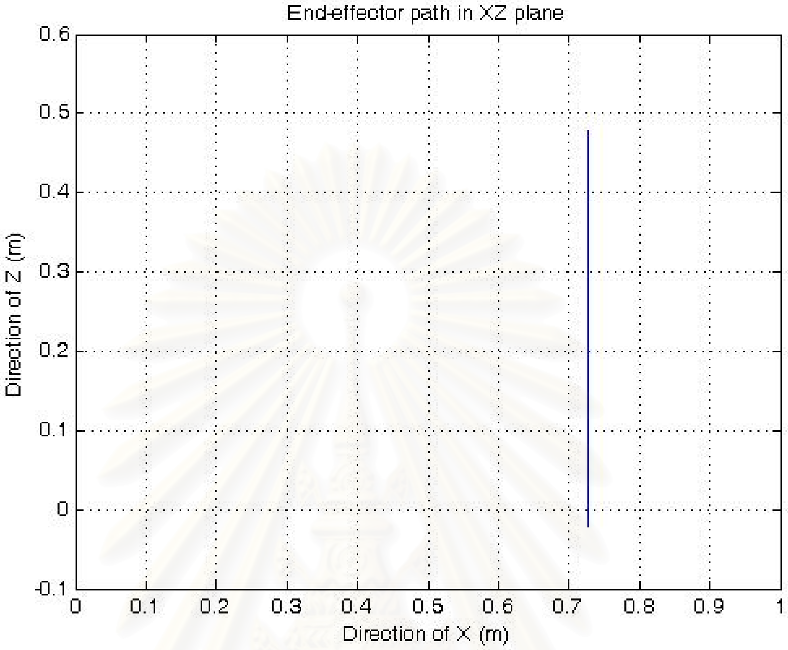
$$\ddot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_D}\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \tag{4.12}$$

จากสมการที่ (4.12) จะเห็นได้ว่าค่าผิดพลาดของระบบจะลู่เข้าสู่ค่าศูนย์ โดยที่ค่าเกน $\mathbf{K_D}$ และ $\mathbf{K_P}$ จะมีผลทำให้ระบบมีความเร็วและเสถียรภาพในการเข้าใกล้ศูนย์ได้เร็วขึ้น และสามารถปรับค่า $\mathbf{K_D}$ และ $\mathbf{K_P}$ เพื่อให้ได้ผลของค่าผิดพลาดให้น้อยที่สุดหรือตามความเหมาะสม

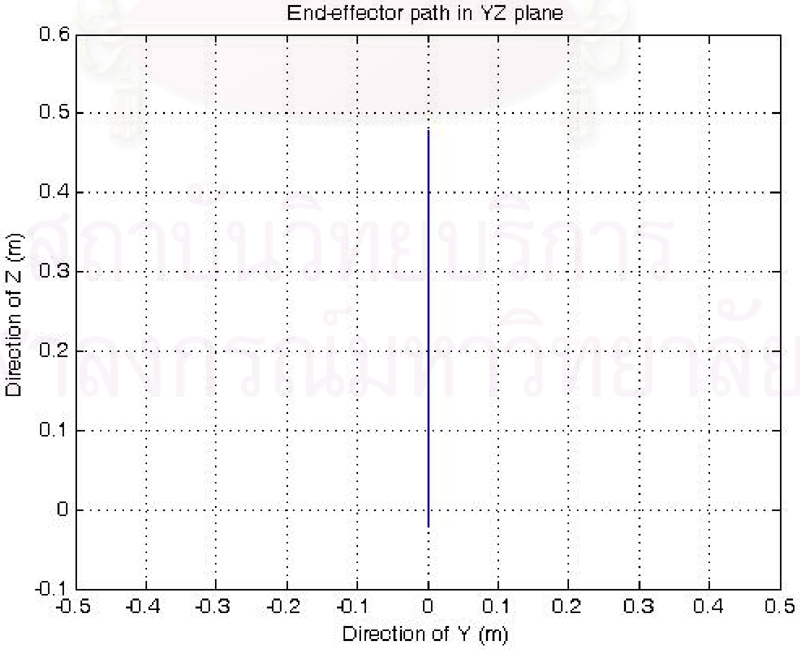
4.2.1 การ Simulation ของ Inverse Dynamics Control in Cartesian Space

ในการทดลองการควบคุมการทำงานของแขนกลแบบ Inverse Dynamics Control in Cartesian space จะกำหนดค่าของ ตำแหน่งของปลายแขนกล โดยในการทดลองนี้จะกำหนดให้มีการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงในระนาบ YZ ซึ่งจะกำหนดให้แกน X และแกน Y มีค่าคงที่ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.7276 เมตร และ 0 เมตร ตามลำดับ และการเคลื่อนที่ในแนวแกน Z จะเริ่มจากตำแหน่งที่ X มีค่าเท่ากับ 0.7276 เมตร, Y มีค่าเท่ากับ 0 เมตร, และ Z มีค่าเท่ากับ -0.0212 เมตร ไปจนถึงตำแหน่งที่ X มีค่าเท่ากับ 0.7276 เมตร, Y มีค่าเท่ากับ 0 เมตร, และ Z มีค่าเท่ากับ 0.4788 เมตร ในเวลา 5 วินาที ดังแสดงในรูปที่ 4.14-4.15 โดยที่ความเร็ว และความเร่งของปลายแขนกล สามารถหาได้จากการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 และที่ 2 ของสมการตำแหน่งของปลายแขนกลตามลำดับ โดยใช้เวลาในการ Simulation คือเริ่มต้นจาก 0 ถึง 5 วินาที และใช้ค่าเวลาสุ่มในการ Simulation เท่ากับ 0.001 วินาที ซึ่งสามารถแสดงรูปกราฟตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่ง ที่ใช้ในการอ้างอิงการเคลื่อนที่ได้ดังรูปที่ 4.16-4.18 ซึ่งผลจากการตอบสนองของ

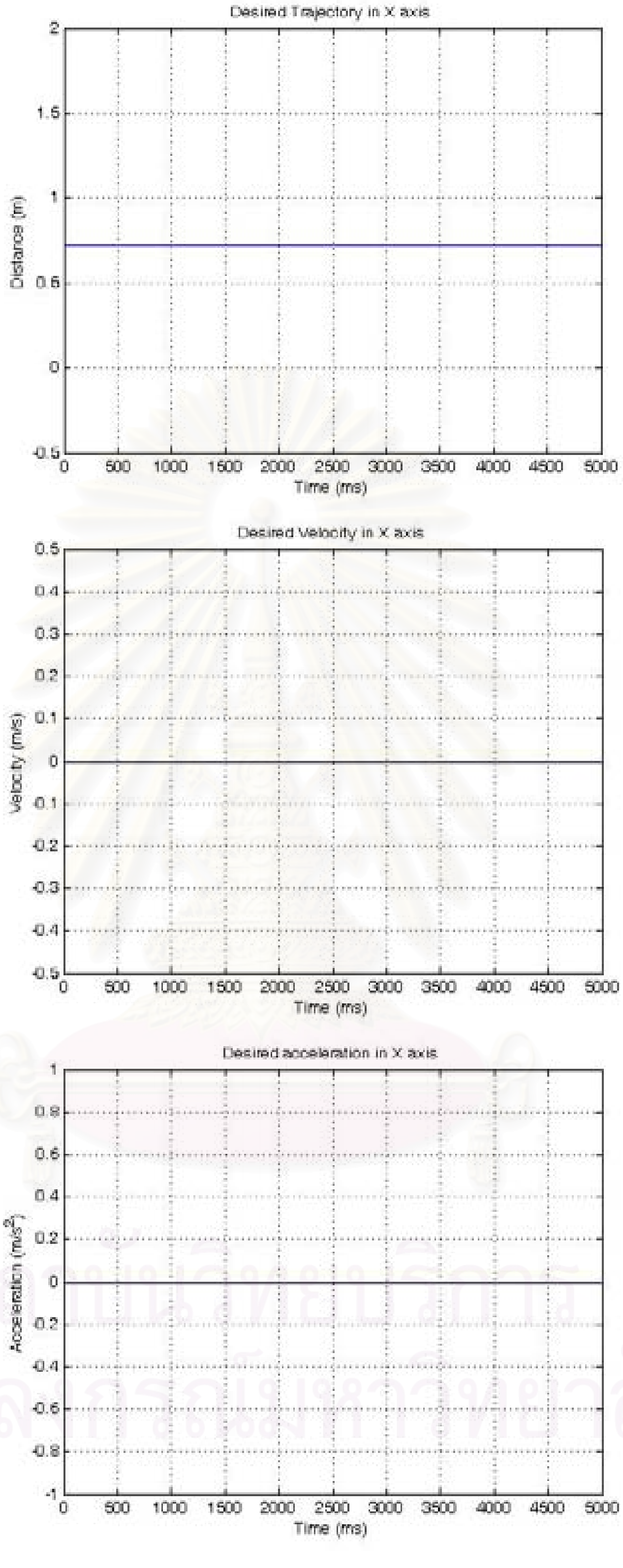
วิธีการควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control in Cartesian space ได้ผลดังแสดงในรูปที่ 4.19-4.24 โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ในการ Simulation ที่ค่าต่างกัน เพื่อวิเคราะห์ผลการตอบสนองของระบบ



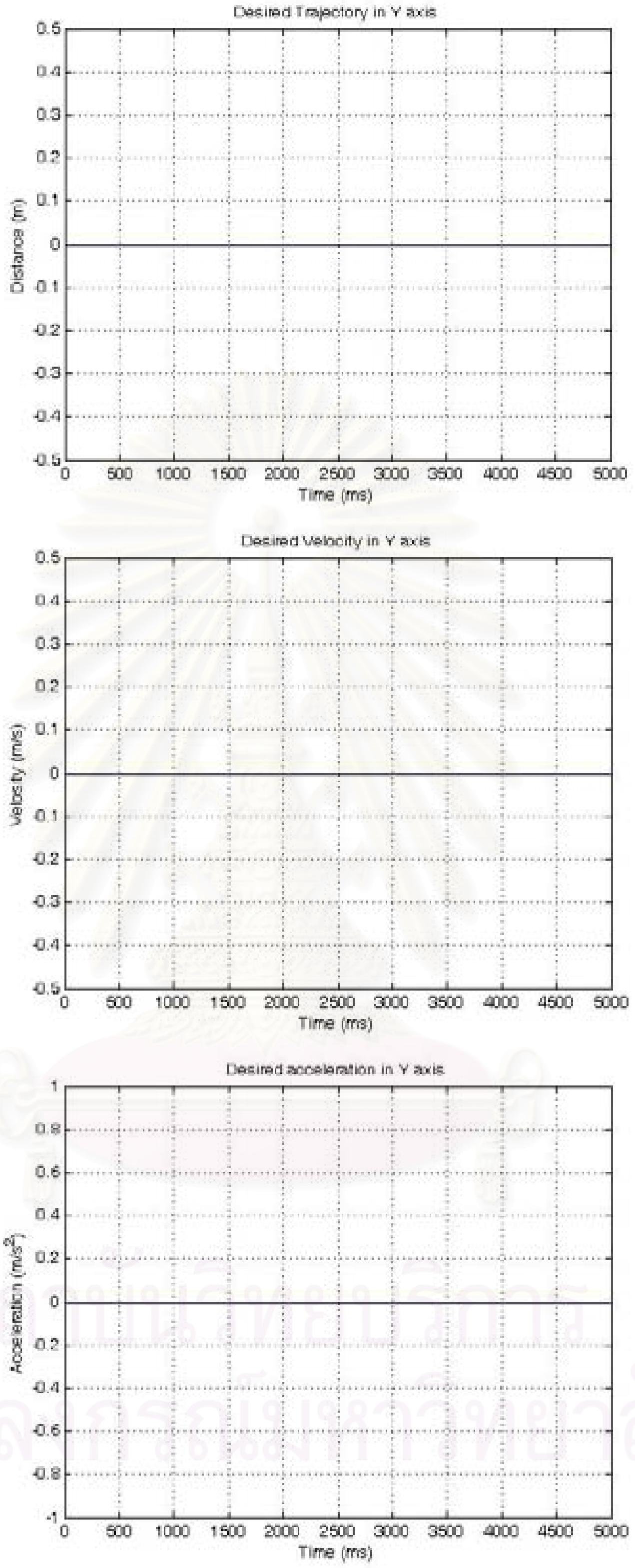
รูปที่ 4.14 เส้นทางเดินของปลายแขนกลในระนาบ XZ



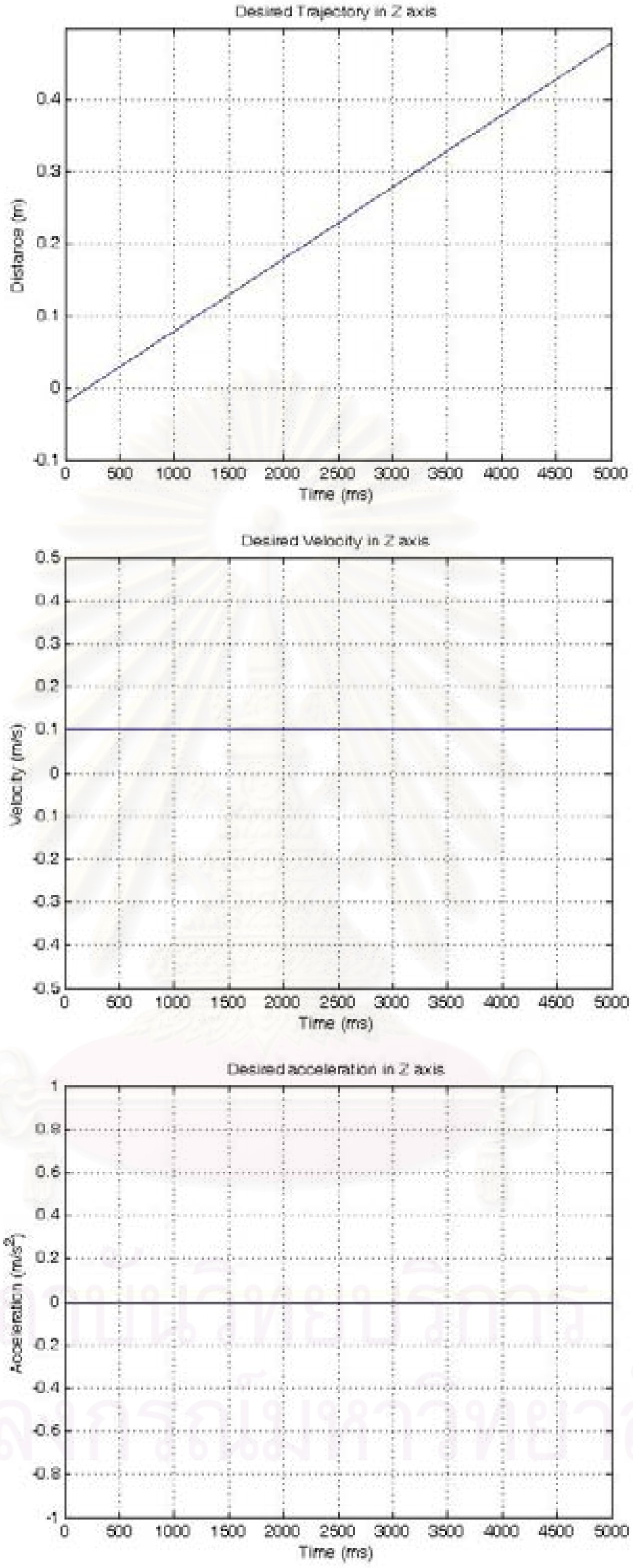
รูปที่ 4.15 เส้นทางเดินของปลายแขนกลในระนาบ YZ



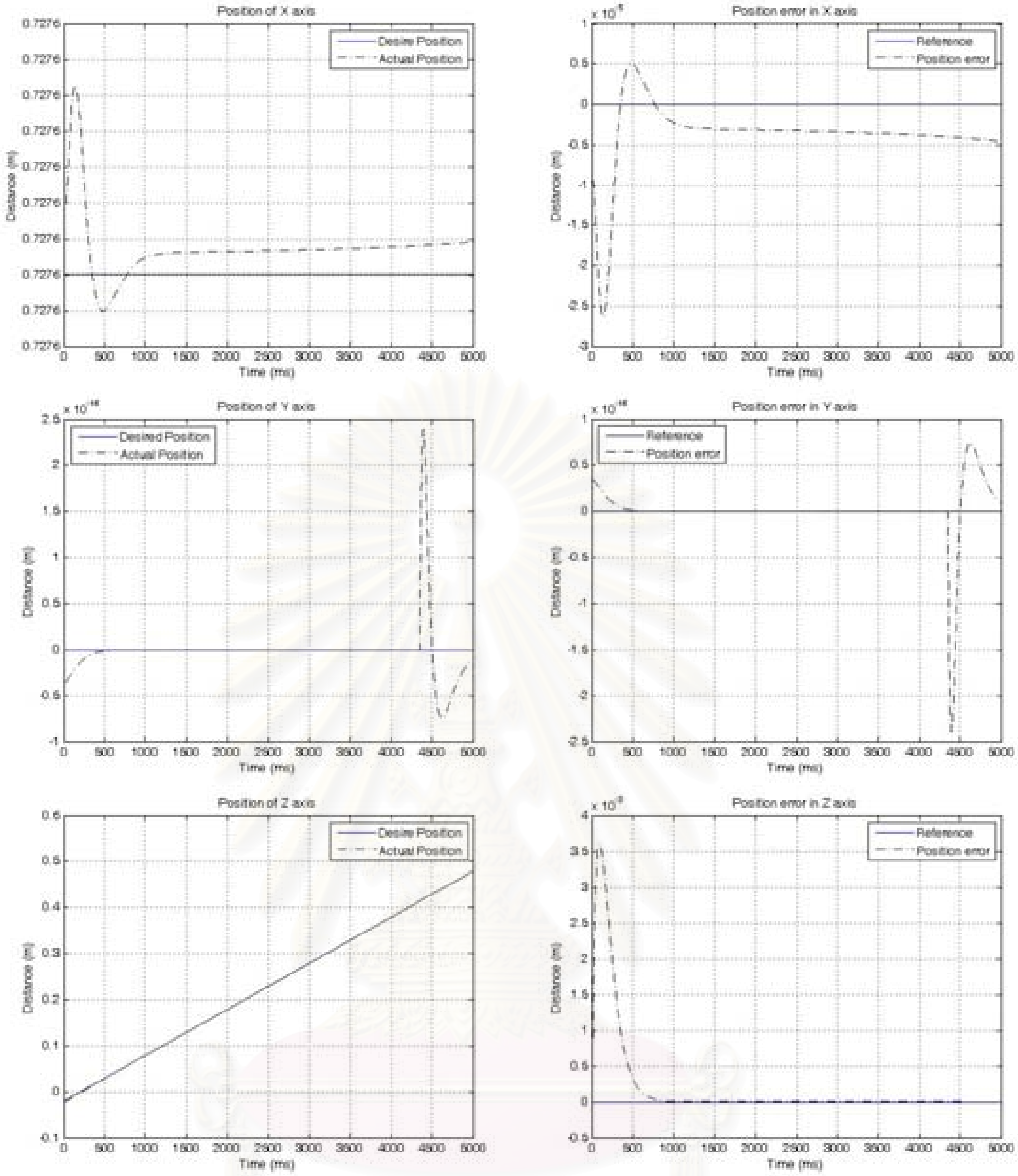
รูปที่ 4.16 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว ความเร่งของปลายแขนกล ในแนวแกน X ที่ใช้ในการอ้างอิงการเคลื่อนที่ ณ เวลาต่างๆ



รูปที่ 4.17 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว ความเร่งของปลายแขนกล
ในแนวแกน Y ที่ใช้ในการอ้างอิงการเคลื่อนที่ ณ เวลาต่างๆ

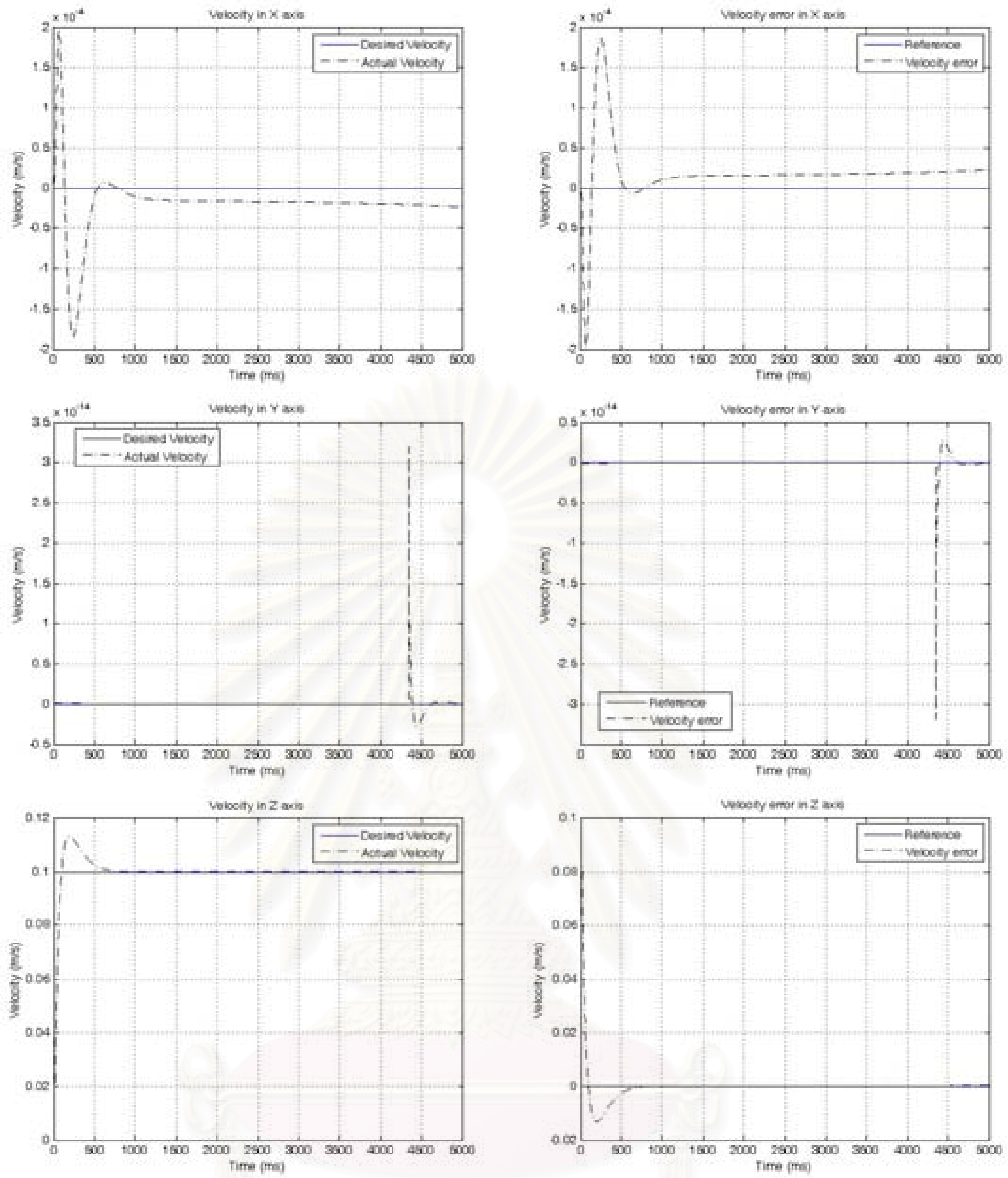


รูปที่ 4.18 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว ความเร่งของปลายแขนกล
ในแนวแกน Z ที่ใช้ในการอ้างอิงการเคลื่อนที่ ณ เวลาต่างๆ



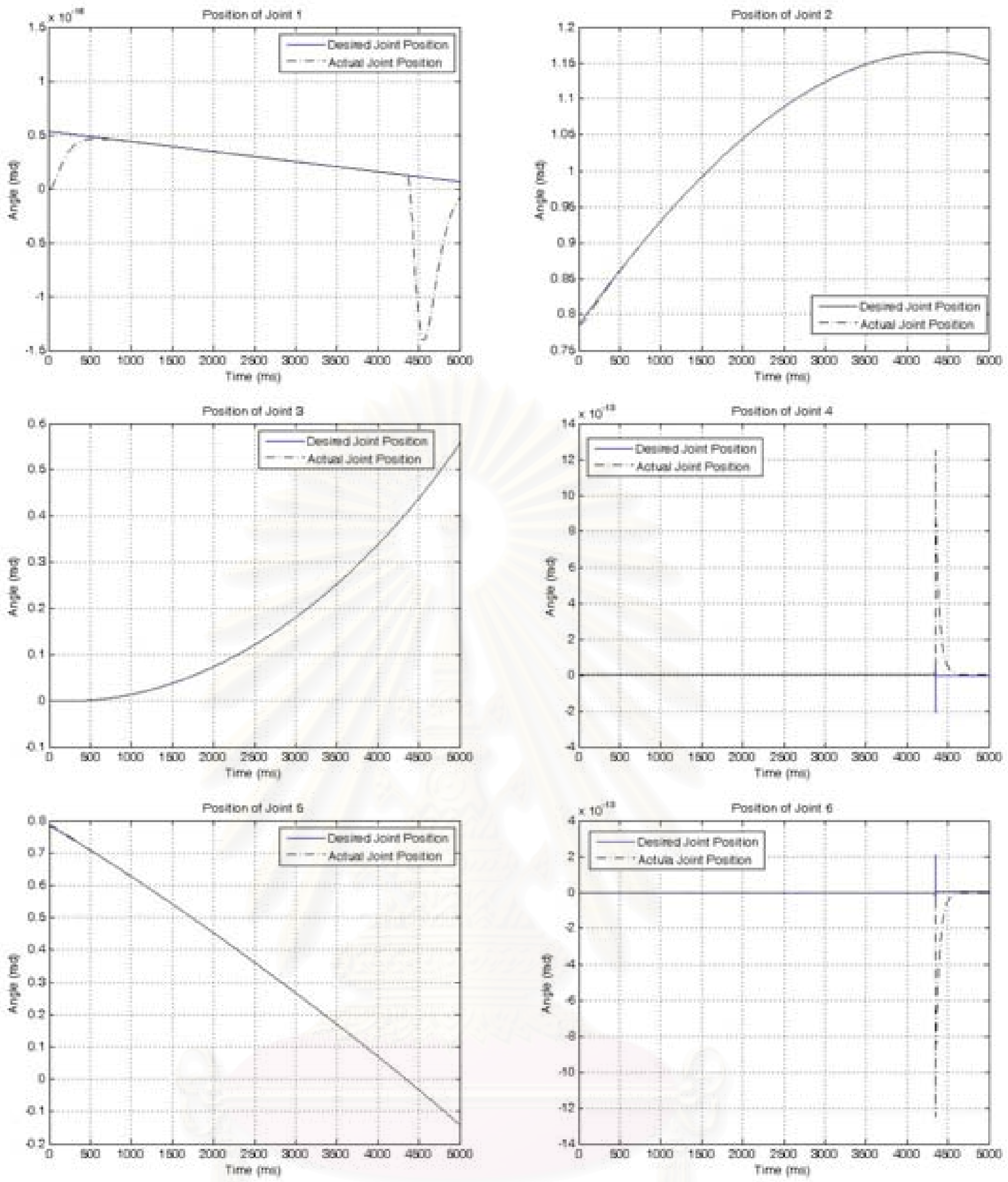
รูปที่ 4.19 กราฟแสดงตำแหน่งและค่าผิดพลาดของตำแหน่งในแนวแกน X, Y, และ Z
เมื่อใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

จากรูปที่ 4.19 เป็นกราฟแสดงตำแหน่ง และค่าผิดพลาดของตำแหน่ง ของปลายแขนกลที่เกิดขึ้น โดยที่ผลการ Simulation จะเห็นได้ว่าเส้นทางเดินที่ได้จากการ Simulation มีการ Track ตามเส้นทางเดินที่ได้ออกแบบไว้ แต่จะมีค่าผิดพลาดเกินขึ้นในช่วงแรกที่มีค่าผิดพลาดค่อนข้างสูง และจะมีค่าผิดพลาดลดลง โดยที่ค่าผิดพลาดสูงสุดในแนวแกน X, Y, และ Z เท่ากับ $\tilde{x} = -2.5\times10^{-5}$ เมตร หรือ -25 ไมโครเมตร $\tilde{y} = -2.5\times10^{-16}$ เมตร $\tilde{z} = 3.5\times10^{-3}$ เมตร หรือ 3.5 มิลลิเมตร โดยในรูปกราฟของตำแหน่งในแนวแกน Y จะเห็นได้ว่าในช่วงวินาทีที่ 4 เป็นต้นไปจะมีค่าผิดพลาดที่กระโดดเป็นผลเนื่องจากการนำค่าของตำแหน่งในแต่ละจุดต่อที่คำนวณได้จากสมการเชิงอนุพันธ์มาใช้ในการคำนวณหาค่าของตำแหน่งของปลายแขนกล



รูปที่ 4.20 กราฟแสดงความเร็วและค่าผิดพลาดของความเร็วในแนวแกน X, Y, และ Z เมื่อใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

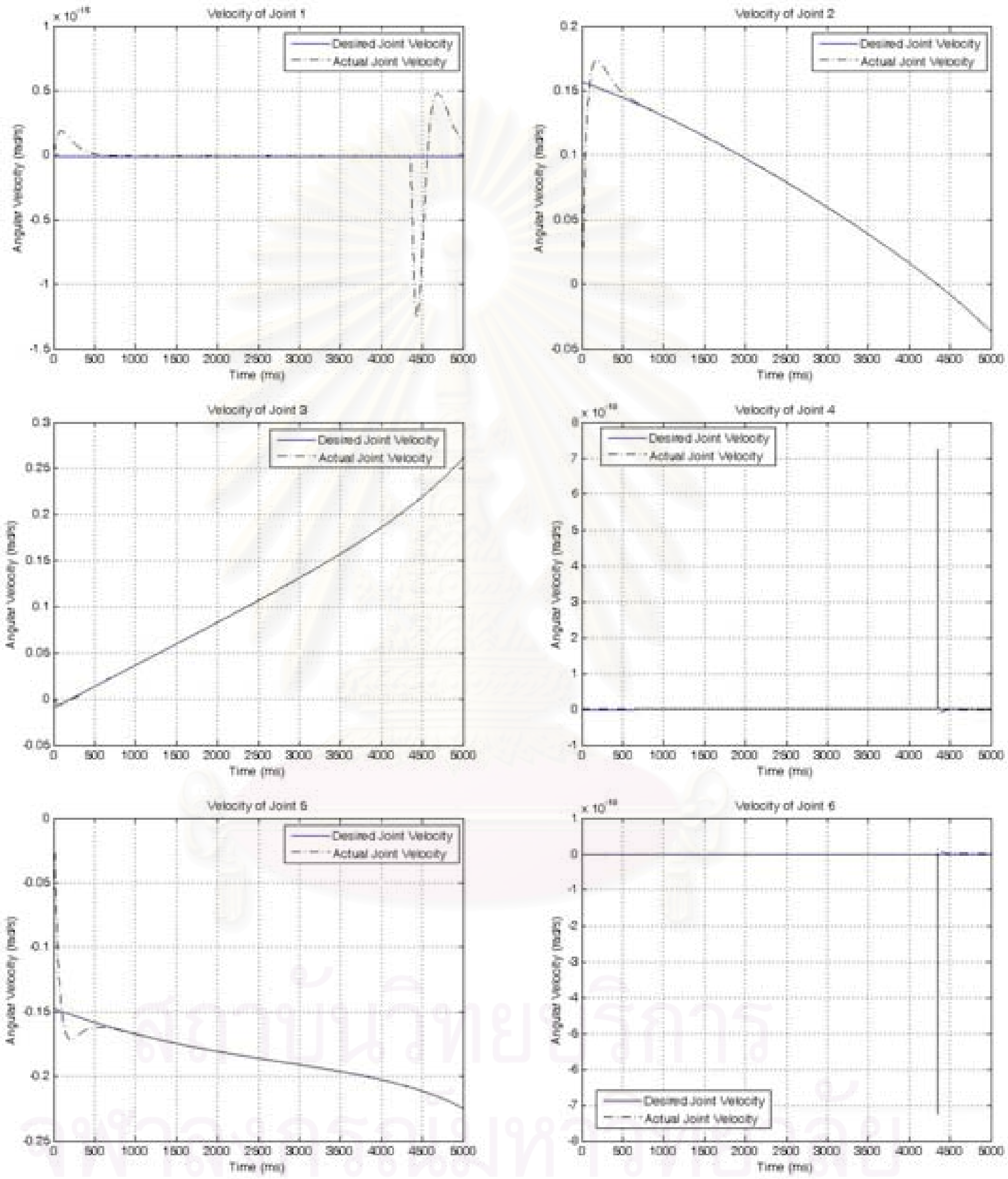
จากรูปที่ 4.20 เป็นกราฟแสดงความเร็ว และค่าผิดพลาดความเร็ว ของปลายแขนกลที่เกิดขึ้น ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินที่กำหนดไว้ โดยค่าความเร็วสามารถหาได้จากการหาอนุพันธ์ของตำแหน่งในแนวแกน X, Y, และ Z เมื่อใช้ค่าเกน $K_P = 100$ และ $K_D = 20$



รูปที่ 4.21 ตำแหน่งของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

จากกราฟรูปที่ 4.21 แสดงตำแหน่งของจุดต่อที่เกิดขึ้นในขณะปลายแขนเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินที่กำหนดไว้ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟที่ได้ของมุม $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5,$ และ θ_6 จะใกล้เคียงกับ $\theta_{d_1}, \theta_{d_2}, \theta_{d_3}, \theta_{d_4}, \theta_{d_5},$ และ θ_{d_6} ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิงที่คำนวณมาจากสมการอินเวิร์สคิเนแมติกส์ จากรูปกราฟของตำแหน่งในจุดต่อที่ 1, 4, และ 6 นั้นจะมีค่าผิดพลาดที่กระโดดในช่วงวินาทีที่ 4 เป็นต้นไป เป็นผลเนื่องจาก Stiff problem โดยที่ความหมายของคำว่า Stiff problem นี้คือปรากฏการณ์หนึ่งในการหาคำตอบโดยวิธีระเบียบวิธีเชิงตัวเลข โดยจะมีลักษณะคือจะมีบางเทอมของสมการเชิงอนุพันธ์ที่ทำให้คำตอบที่ได้นั้นมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงอย่างรวดเร็ว ซึ่งในการหาค่าตำแหน่งของจุดต่อต่างๆ จะหามาจากสมการเชิงอนุพันธ์ และในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์สามารถหาคำตอบได้จากหลายวิธีแต่ในการหาผลเฉลยที่

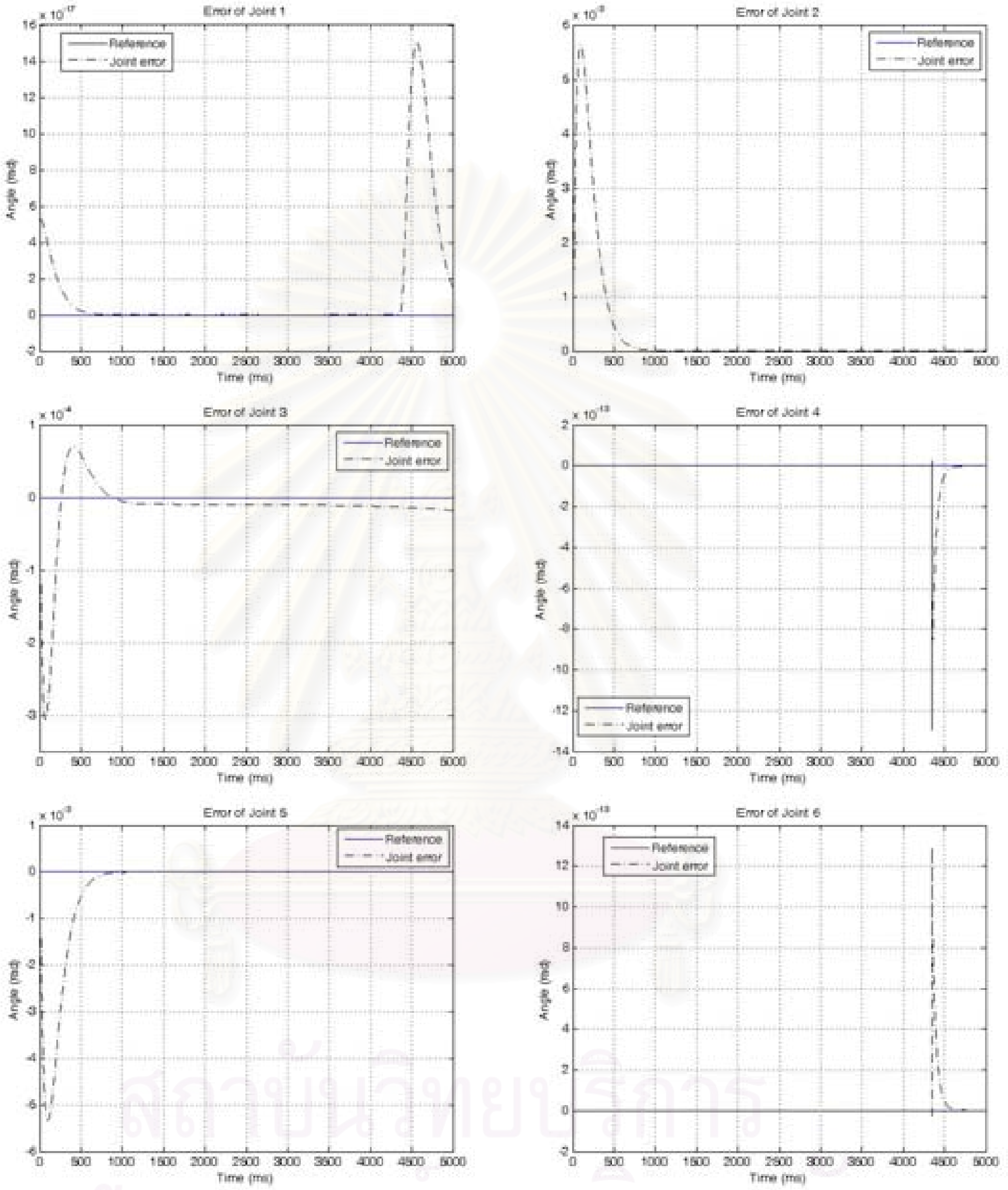
แม่นยำนั้นทำได้ยากมาก และแนวทางที่ใช้โดยทั่วไปจะใช้วิธีการหาคำตอบโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ แต่ค่าของการผิดพลาดนั้นมีค่าน้อยมากซึ่งสามารถถือได้ว่าเป็น noise ของระบบ โดยที่ตำแหน่งของแต่ละจุดต่อยังคงเป็นไปตามแนวโน้มของการควบคุมที่จะให้แขนกลเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการ



รูปที่ 4.22 ความเร็วของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

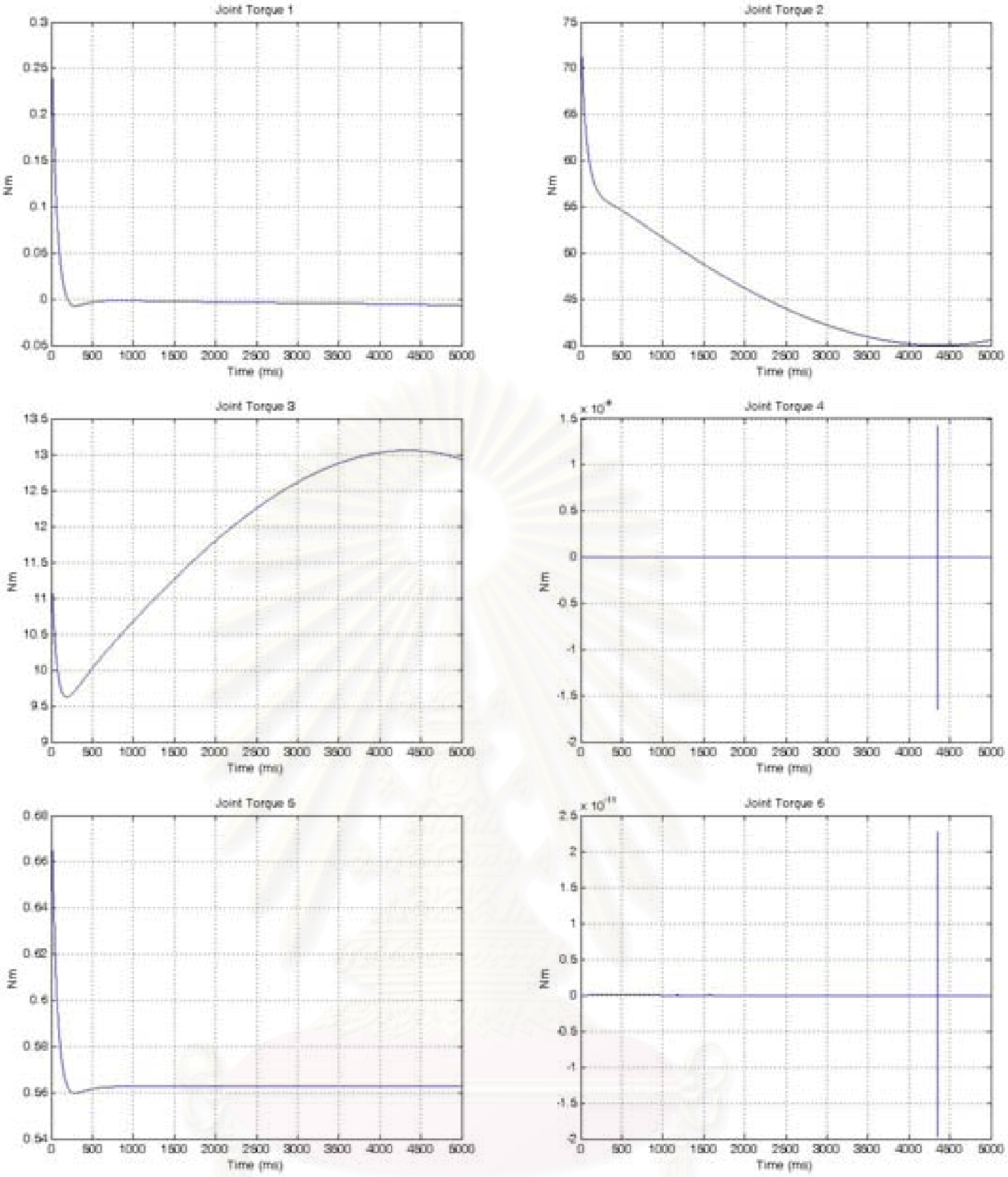
จากกราฟรูปที่ 4.22 แสดงความเร็วที่เกินขึ้นของทุกๆจุดต่อในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินที่กำหนดไว้ ซึ่งจากกราฟจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของความเร็ว $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5,$ และ $\dot{\theta}_6$ จะใกล้เคียงกับ $\dot{\theta}_{d_1}, \dot{\theta}_{d_2}, \dot{\theta}_{d_3}, \dot{\theta}_{d_4}, \dot{\theta}_{d_5},$ และ $\dot{\theta}_{d_6}$ ซึ่งเป็น

กราฟอ้างอิงที่คำนวณมาจากสมการจาโคเบียนผกผัน จากรูปกราฟของตำแหน่งในจุดต่อที่ 1, 4, และ 6 นั้นจะมีค่าผิดพลาดที่กระโดดในช่วงวินาทีที่ 4 เป็นต้นไป เป็นผลเนื่องจาก Stiff problem ที่เกิดขึ้นจากการคำนวณ และมีค่าที่น้อยมาก



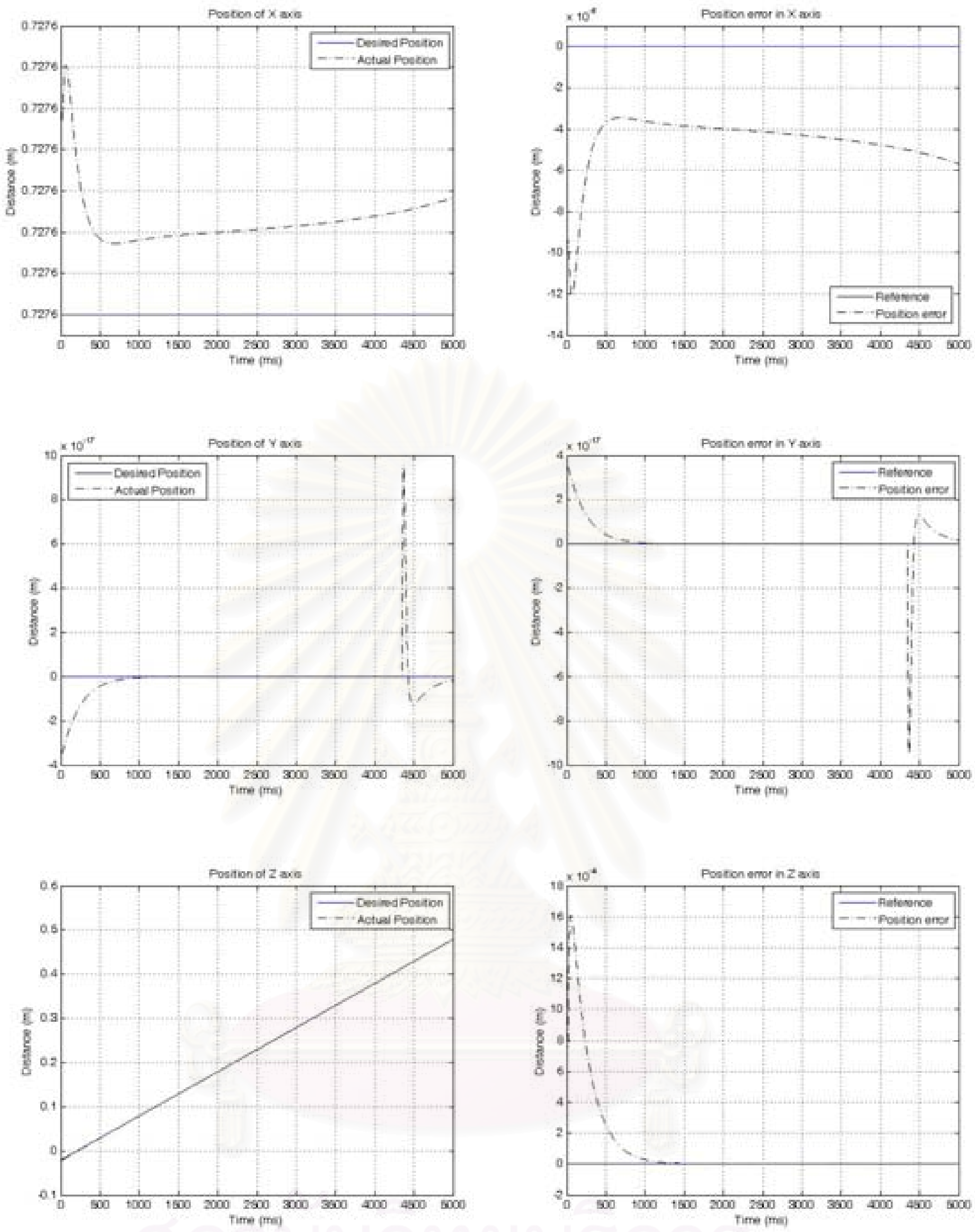
รูปที่ 4.23 ค่าผิดพลาดของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

จากรูปที่ 4.23 แสดงค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นของทั้ง 6 จุดต่อในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินที่กำหนดไว้ ซึ่งจากกราฟที่แสดงจะเห็นได้ว่าค่าผิดพลาดของ $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_3, \tilde{\theta}_4, \tilde{\theta}_5,$ และ $\tilde{\theta}_6$ มีค่าอยู่ในช่วง -5.5×10^{-3} เรเดียน ถึง 5.7×10^{-3} เรเดียน โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$



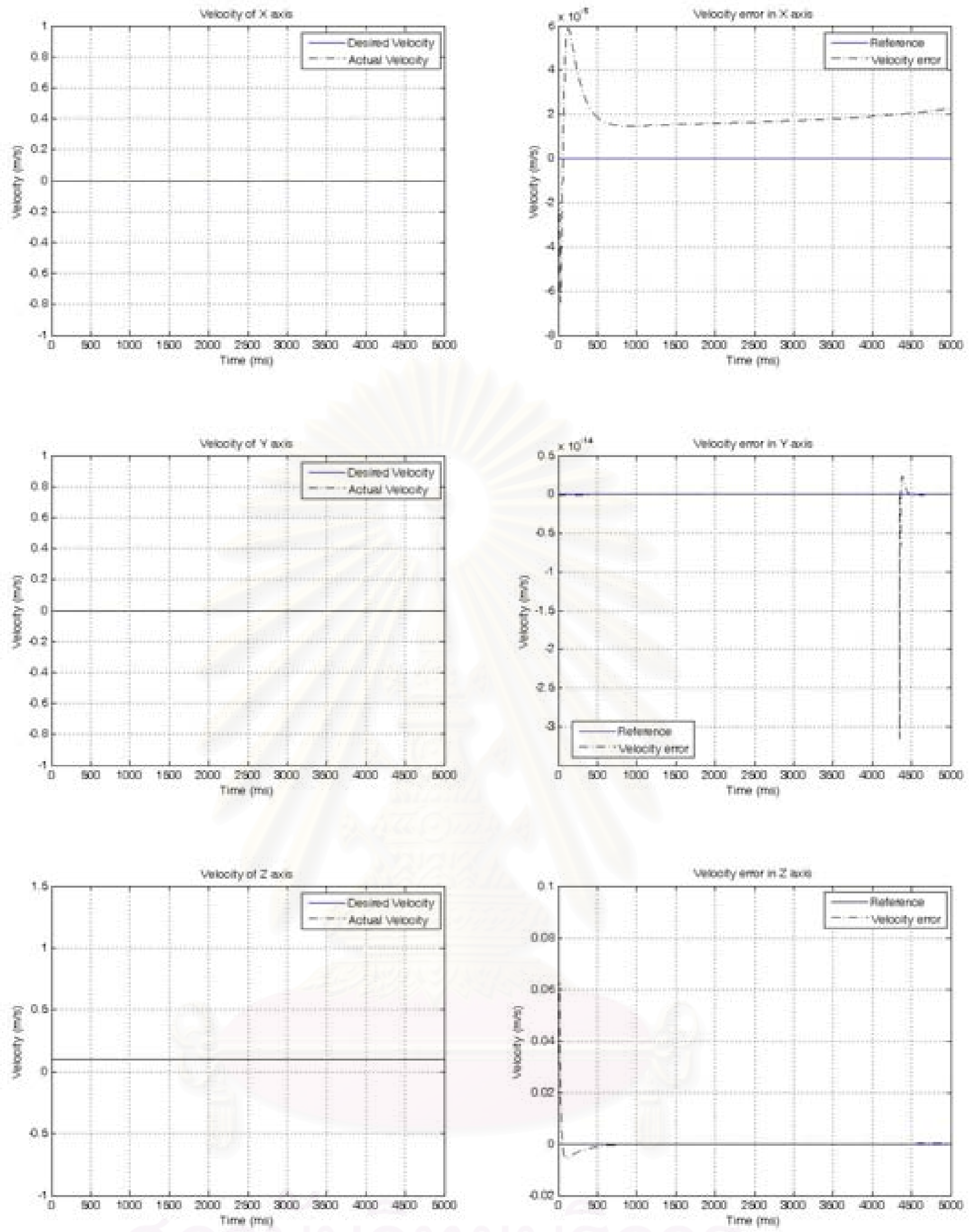
รูปที่ 4.24 แรงบิดของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$

จากรูปที่ 4.24 แสดงถึงแรงบิดที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดต่อสำหรับการเคลื่อนที่ตามค่าของตำแหน่งของจุดต่อ ความเร็วของจุดต่อ ความเร่งของจุดต่อที่ได้จากการคำนวณ โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$ โดยที่จากรูปในแรงบิดของข้อต่อที่ 4 และ 6 จะมีค่าผิดพลาดที่ช่วงวินาทีที่ 4-4.5 ที่เป็นค่ากระโดดเป็นผลเนื่องจาก Stiff problem ของการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์ของตำแหน่งจุดต่อ ความเร็วจุดต่อ โดยที่แรงบิดของแต่ละจุดต่อหาได้จากการนำค่าตำแหน่งของจุดต่อ ความเร็วของจุดต่อ มาคำนวณหาค่าแรงบิดในแต่ละจุดต่อ และในตำแหน่งของจุดต่อ และความเร็วของจุดต่อที่หามาได้จะมีค่าผิดพลาดมาอยู่แล้วจึงทำให้แรงบิดของจุดต่อมีค่าผิดพลาดเกิดขึ้นด้วยเช่นเดียวกัน



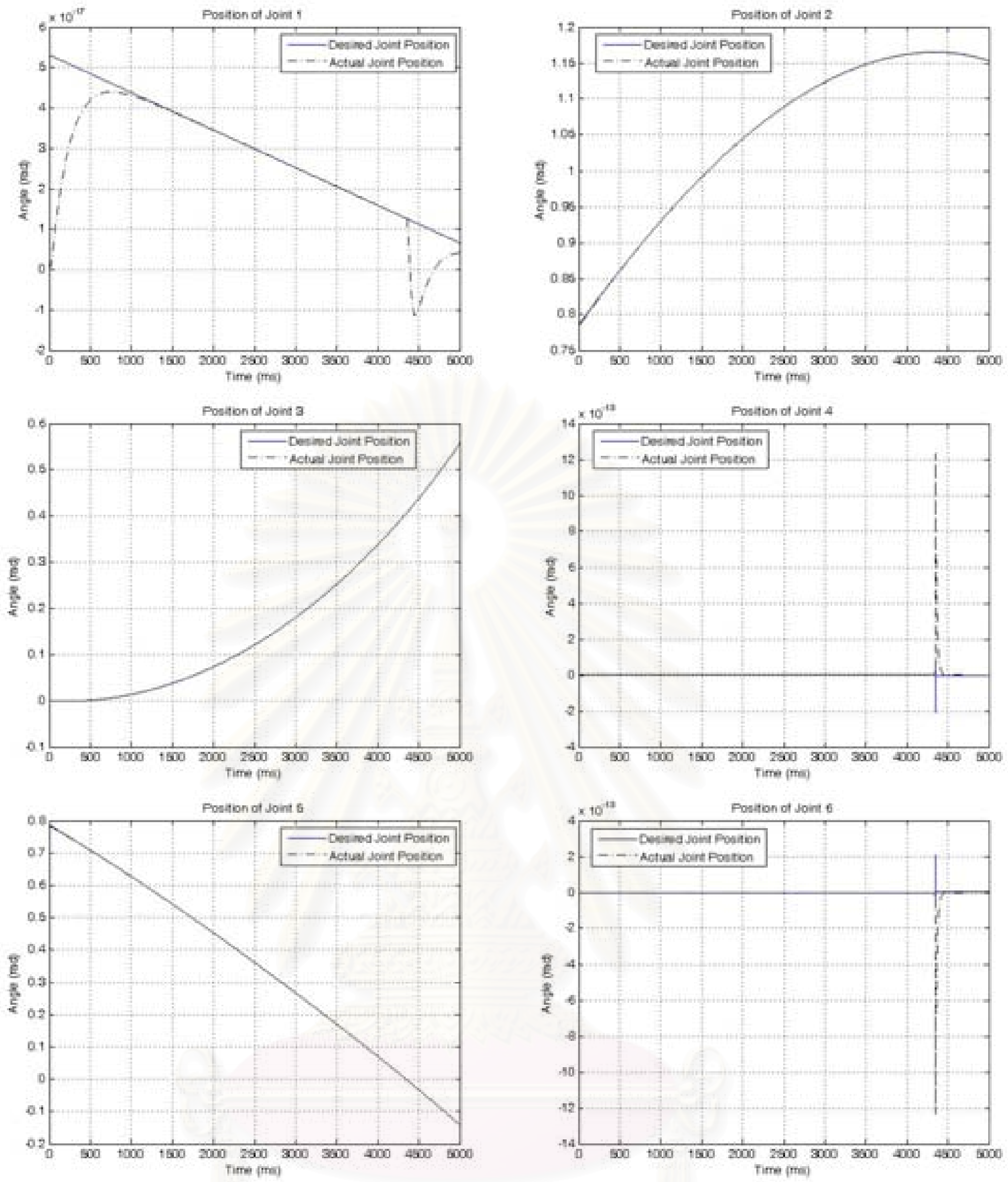
รูปที่ 4.25 กราฟแสดงตำแหน่งและค่าผิดพลาดของตำแหน่ง
ในแนวแกน X, Y, และ Z เมื่อใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 200$ และ $\mathbf{K_D} = 50$

จากรูปที่ 4.25 เป็นกราฟแสดงตำแหน่ง และค่าผิดพลาดของตำแหน่ง ของปลายแขนกลที่เกิดขึ้น โดยที่ผลการ Simulation จะเห็นได้ว่าเส้นทางเดินที่ได้จากการ Simulation มีการ Track ตามเส้นทางเดินที่ได้ออกแบบไว้ แต่จะมีค่าผิดพลาดเกินขึ้นในช่วงแรกที่มีค่าผิดพลาดค่อนข้างสูง และจะมีค่าผิดพลาดลดลง โดยที่ค่าผิดพลาดสูงสุดในแนวแกน X, Y, และ Z เท่ากับ $\tilde{x} = -12\times10^{-6}$ เมตร หรือ -12 ไมโครเมตร $\tilde{y} = -10\times10^{-17}$ เมตร $\tilde{z} = 16\times10^{-4}$ เมตร หรือ 1.6 มิลลิเมตร



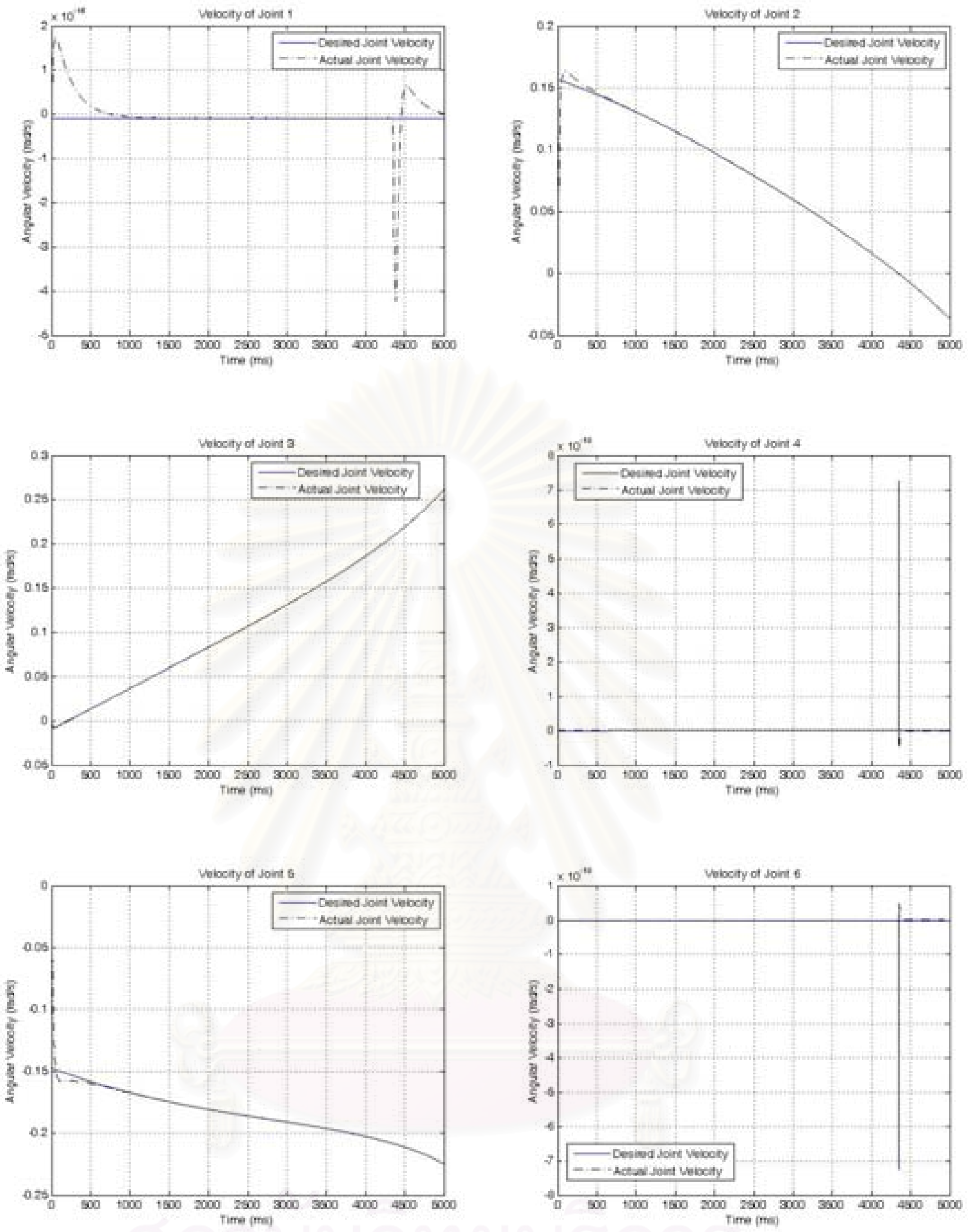
รูปที่ 4.26 กราฟแสดงความเร็วและค่าผิดพลาดของความเร็วในแนวแกน X, Y, และ Z เมื่อใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 200$ และ $\mathbf{K_D} = 50$

จากรูปที่ 4.26 เป็นกราฟแสดง ความเร็ว และค่าผิดพลาดของความเร็วของปลายแขนกลที่เกิดขึ้น โดยการหาอนุพันธ์ของตำแหน่งในแนวแกน X, Y, และ Z เมื่อใช้ค่าเกน $K_P = 200$ และ $K_D = 50$



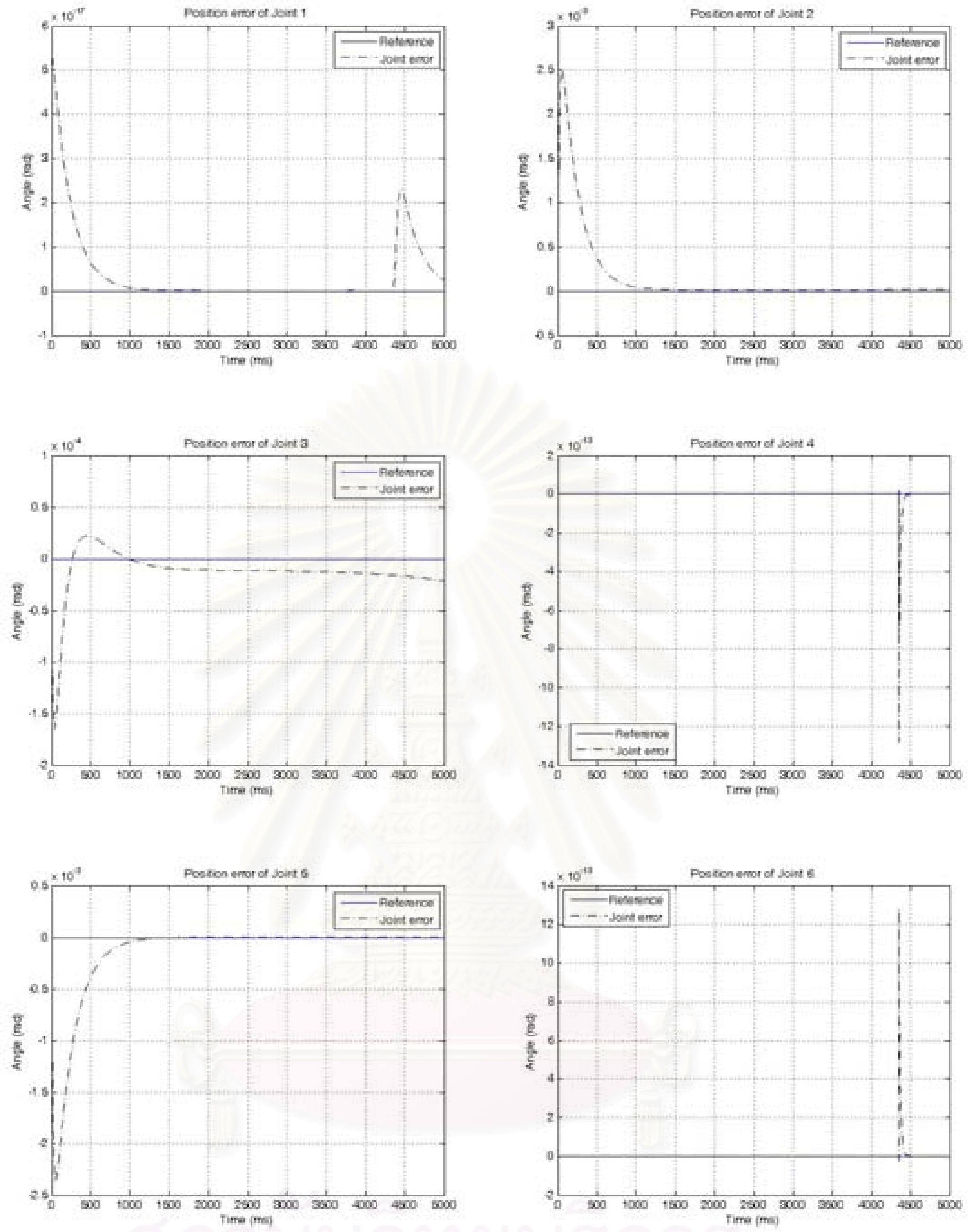
รูปที่ 4.27 ตำแหน่งของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 200$ และ $\mathbf{K_D} = 50$

จากกราฟรูปที่ 4.27 แสดงตำแหน่งของจุดที่ทั้ง 6 จุดต่อที่เกิดขึ้นในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินที่กำหนดไว้ ซึ่งจากกราฟจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟที่ได้ของมุม $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5,$ และ θ_6 จะใกล้เคียงกับ $\theta_{d_1}, \theta_{d_2}, \theta_{d_3}, \theta_{d_4}, \theta_{d_5},$ และ θ_{d_6} ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิงที่คำนวณมาจากสมการอิน-เวิร์สคิเนแมติกส์ จากรูปกราฟของตำแหน่งในจุดต่อที่ 1, 4, และ 6 นั้นจะมีค่าผิดพลาดที่กระโดดในช่วงวินาทีที่ 4 เป็นต้นไป เป็นผลเนื่องจาก Stiff problem แต่ค่าของการผิดพลาดนั้นมีค่าน้อยมากซึ่งสามารถถือได้ว่าเป็น noise ของระบบและในตำแหน่งของแต่ละจุดต่อยังคงเป็นไปตามแนวโน้มของการควบคุมการเคลื่อนที่ของปลายแขนกล



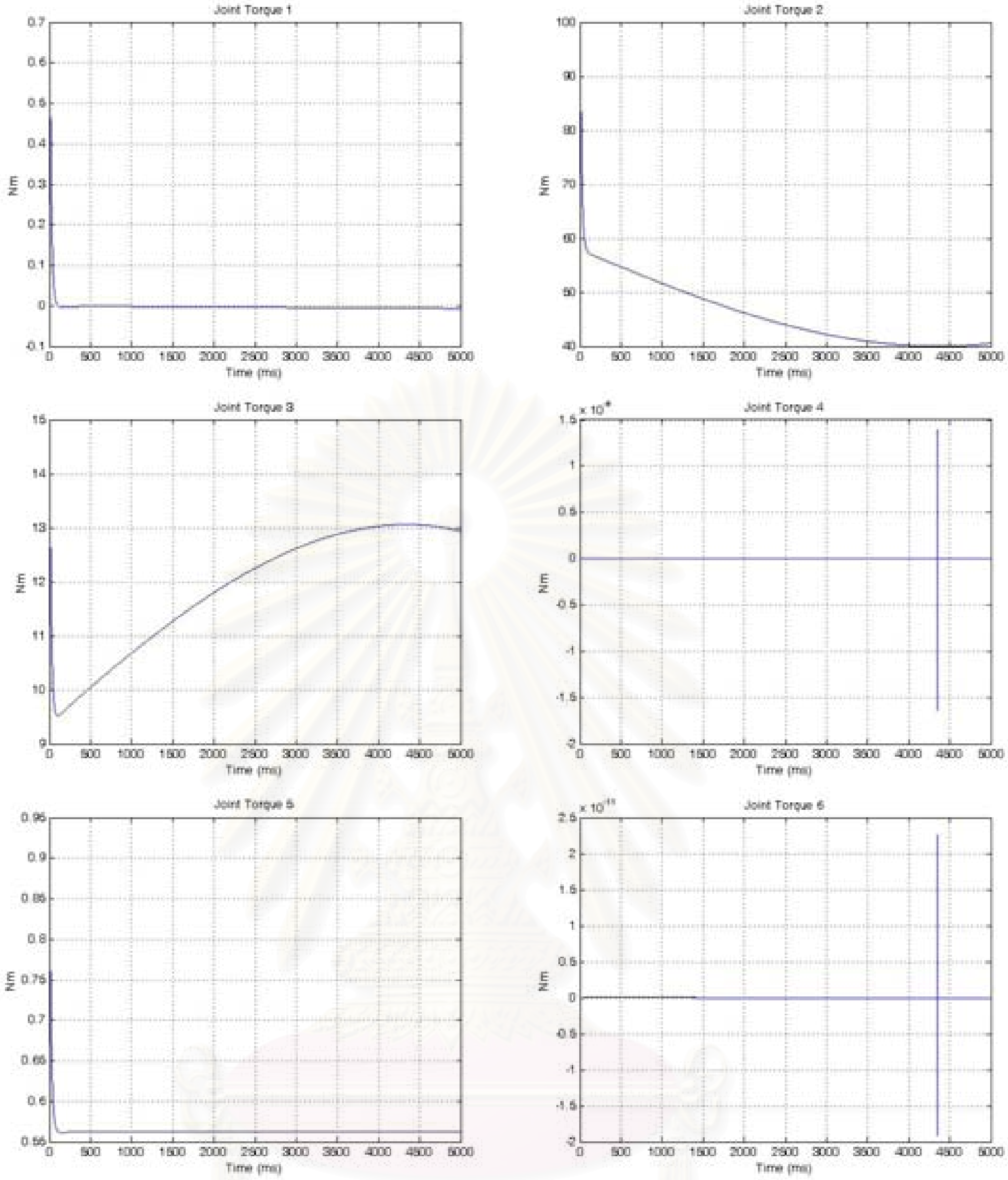
รูปที่ 4.28 ความเร็วของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 200$ และ $\mathbf{K_D} = 50$

จากกราฟรูปที่ 4.28 แสดงความเร็วที่เกินขึ้นของทั้ง 6 จุดต่อในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินที่กำหนดไว้ ซึ่งจากกราฟจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของความเร็ว $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5,$ และ $\dot{\theta}_6$ จะใกล้เคียงกับ $\dot{\theta}_{d_1}, \dot{\theta}_{d_2}, \dot{\theta}_{d_3}, \dot{\theta}_{d_4}, \dot{\theta}_{d_5},$ และ $\dot{\theta}_{d_6}$ ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิงที่คำนวณมาจากสมการจาโคเบียนผกผัน จากรูปกราฟของตำแหน่งในจุดต่อที่ 1, 4, และ 6 นั้นจะมีค่าผิดพลาดที่กระโดดในช่วงวินาทีที่ 4 เป็นต้นไป เป็นผลเนื่องจาก Stiff problem ที่เกิดขึ้นจากการคำนวณ และมีค่าที่น้อยมาก



รูปที่ 4.29 ค่าผิดพลาดของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 200$ และ $\mathbf{K_D} = 50$

จากกราฟรูปที่ 4.29 แสดงค่าผิดพลาดของตำแหน่งในทุกๆจุดต่อในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินที่กำหนดไว้ จะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของค่าผิดพลาดของ $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_3, \tilde{\theta}_4, \tilde{\theta}_5,$ และ $\tilde{\theta}_6$ มีค่าอยู่ในช่วง -2.5×10^{-3} เรเดียน ถึง 2.5×10^{-3} เรเดียน โดยใช้ค่าเกน $K_P = 200$ และ $K_D = 50$



รูปที่ 4.30 แรงบิดของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 200$ และ $\mathbf{K_D} = 50$

จากรูปที่ 4.30 แสดงถึงแรงบิดที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดต่อสำหรับการเคลื่อนที่ตามค่าของตำแหน่งของจุดต่อ ความเร็วของจุดต่อ ความเร่งของจุดต่อที่ได้จากการคำนวณ โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 200$ และ $\mathbf{K_D} = 50$ โดยที่จากรูปในแรงบิดของข้อต่อที่ 4 และ 6 จะมีค่าผิดพลาดที่ช่วงวินาทีที่ 4-4.5 ที่เป็นค่ากระโดดเป็นผลเนื่องจาก Stiff problem ของการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์ของตำแหน่งจุดต่อ ความเร็วจุดต่อ โดยที่แรงบิดของแต่ละจุดต่อหาได้จากการนำค่าตำแหน่งของจุดต่อ ความเร็วของจุดต่อ มาคำนวณหาค่าแรงบิดในแต่ละจุดต่อ และในตำแหน่งของจุดต่อ และความเร็วของจุดต่อที่หามาได้จะมีค่าผิดพลาดมาอยู่แล้วจึงทำให้แรงบิดของจุดต่อมีค่าผิดพลาดเกิดขึ้นด้วยเช่นเดียวกัน

ซึ่งในการ Simulation โดยการใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ที่ค่าต่างกันจะเห็นได้ว่าเมื่อใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ที่มีค่ามากขึ้นจะทำให้ระบบมีค่าผิดพลาดที่ลดลงและสามารถเข้าสู่สถานะคงตัวได้เร็วขึ้น ทั้งนี้จำเป็นที่จะต้องเลือกค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ที่เหมาะสมในการควบคุมการทำงานของแขนกล

4.3 การควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ (Impedance Control)

ในการทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์นั้นส่วนใหญ่จะเป็นการควบคุมแรงซึ่งอยู่ในรูปของความต้านทานการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์เพื่อให้มีความต่อเนื่องและราบเรียบในการทำงาน ซึ่งแนวความคิดของการควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์แบบอิมพิแดนซ์สามารถแสดงดังรูปที่ 1.2 จะเห็นได้ว่าในส่วนของปลายแขนของหุ่นยนต์มีลักษณะของระบบมวล-สปริง-และตัวหน่วง และสามารถจำลองการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ในรูปของสมการพลวัตเช่นเดียวกับสมการที่ (2.1) ในการวิเคราะห์การมีปฏิกิริยาซึ่งเกิดแก่กันและกันของแขนกล (manipulator) กับสิ่งแวดล้อม (environment) ภายใต้ปฏิกิริยาของ inverse dynamics control in Cartesian space ซึ่งจะอ้างอิงถึงรูปแบบทางพลวัตของแขนกลดังนี้คือ

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{g}(\mathbf{q})=\mathbf{u}-\mathbf{J}^{T}(q)\mathbf{h} \tag{4.13}$$

เมื่อ $\mathbf{J}(q)$ คือ เมทริกซ์จาโคเบียน

$\mathbf{h}$ คือ เวกเตอร์ของการออกแรงสัมผัสที่กระทำโดยปลายของแขนกลบนสิ่งแวดล้อม

$\mathbf{u}$ คือ กฏการควบคุม ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้คือ

$$\mathbf{u}=\mathbf{B}(\mathbf{q})\boldsymbol{\alpha}+\mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) \tag{4.14}$$

สมการที่ (4.14) คือ การจัดรูปแบบของตัวควบคุม $\mathbf{u}$ ให้อยู่ในรูปแบบสเตตของแขนกล โดยที่

$$\mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})=\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{g}(\mathbf{q}) \tag{4.15}$$

และ

$$\ddot{\mathbf{q}}=\boldsymbol{\alpha}$$

เมื่อ $\boldsymbol{\alpha}$ คือ อินพุตเวกเตอร์ที่ถูกตั้งขึ้นมาใหม่

การควบคุมแขนกลในขณะที่มีแรงกระทำที่ปลายของแขนกลนั้น สามารถแสดงได้โดย

$$\ddot{\mathbf{q}}=\boldsymbol{\alpha}-\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{J}^{T}(q)\mathbf{h} \tag{4.16}$$

จากสมการที่ (4.16) นั้นจะเป็นเทอมที่ไม่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากเทอมของแรงสัมผัสสำหรับแขนกลแบบ nonredundant และสามารถอินพุตดังนี้ คือ

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{J}_A^{-1}(q)\mathbf{M_d}^{-1}\left(\mathbf{M_d}\ddot{\mathbf{p}}_\mathbf{d} + \mathbf{K_D}'\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}'\tilde{\mathbf{p}} - \mathbf{M_d}\dot{\mathbf{J}}_A(q,\dot{q})\dot{\mathbf{q}}\right) \tag{4.17}$$

เมื่อ $\mathbf{J}_A(q)$ คือ จาโคเบียนวิเคราะห์

$\mathbf{M_d}$ คือ เมทริกซ์ของมวล

$\mathbf{K_D}'$ คือ เมทริกซ์ของตัวหน่วง

$\mathbf{K_P}'$ คือ เมทริกซ์ของความแข็งแกร่ง

โดยที่ $\mathbf{M_d}$ เป็นเมทริกซ์ทะแยงมุมที่มีค่าเป็นบวก แทนค่าสมการ (4.17) ลงในสมการที่ (4.16) จะได้

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_A^{-1}(q)\mathbf{M_d}^{-1}\left(\mathbf{M_d}\ddot{\mathbf{p}}_\mathbf{d} + \mathbf{K_D}'\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}'\tilde{\mathbf{p}} - \mathbf{M_d}\dot{\mathbf{J}}_A(q,\dot{q})\dot{\mathbf{q}}\right) - \mathbf{B}^{\mathbf{-1}}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(q)\mathbf{h} \tag{4.18}$$

และจากสมการอนุพันธ์อันดับที่สองของคิเนแมติกส์ที่อยู่ในรูปแบบ

$$\ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}_A(q)\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_A(q,\, \dot{q})\dot{\mathbf{q}} \tag{4.19}$$

ในสมการที่ (4.16) นั้นจาโคเบียนที่ปรากฏอยู่นั้นจะเป็น จาโคเบียนรูปร่าง แต่จาโคเบียนในสมการที่ (4.17) จะเป็นจาโคเบียนวิเคราะห์ ดังนั้นเราจะสร้างความสัมพันธ์ใหม่ขึ้นมา คือ

$$\mathbf{T}_A^T(x)\mathbf{h} = \mathbf{h_A}$$

เมื่อ $\mathbf{T}_A$ คือ เมทริกซ์การแปลงระหว่างสองจาโคเบียน แทนค่าสมการที่ (4.17) ลงในสมการที่ (4.16) จะได้

$$\mathbf{M_d}\ddot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_D}'\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}'\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{M_d}\mathbf{B_A}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{h_A} \tag{4.20}$$

เมื่อ

$$\mathbf{B_A}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_A^{-T}(q)\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{J}_A^{-1}(q) \tag{4.21}$$

เมื่อ $\mathbf{B_A}(\mathbf{q})$ คือ เมทริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลใน Cartesian space ซึ่งเมทริกซ์นี้จะถูกนิยามให้มีค่าเป็นบวก และค่าจาโคเบียนวิเคราะห์จะต้องเป็นแรงค์เต็ม (full rank)

สมการที่ (4.17) จะเป็นความสัมพันธ์ที่ถูกกำหนดขึ้นโดยทั่วไปในรูปแบบของอิมพิแดนซ์ทางกล (mechanical impedance) ระหว่างเวกเตอร์ของแรงลัพธ์ $\mathbf{M_d B_A}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{h_A}$ และเวกเตอร์ของระยะขจัด ($\tilde{\mathbf{p}}$) ใน Cartesian space ซึ่งอิมพิแดนซ์นี้สามารถแสดงอยู่ในรูปของคุณสมบัติในระบบทางกล ของระบบมวล-สปริง-ตัวหน่วง ซึ่งสามารถระบุพฤติกรรมทางพลวัตได้โดยตรง

การปรากฏของค่า $\mathbf{B_A}^{-1}(\mathbf{q})$ นั้นทำให้ระบบนั้นถูกผูกเข้าด้วยกัน และถ้าต้องการทำให้เป็นเชิงเส้น และแยกออกจากกันระหว่างการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมนั้นจำเป็นที่จะต้องทำการวัดค่าแรงสัมผัส โดยใช้ตัวตรวจรู้แรงที่เหมาะสมซึ่งจะถูกติดตั้งบนข้อมือของแขนกล ดังนั้นจะได้

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{n}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{J}^T(q)\mathbf{h} \tag{4.22}$$

และ

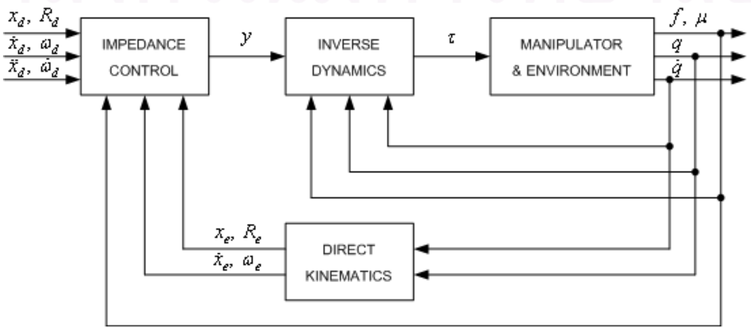
$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{J}_A^{-1}(q)\mathbf{M_d}^{-1}\left(\mathbf{M_d}\ddot{\mathbf{p}}_\mathbf{d} + \mathbf{K_D}'\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}'\tilde{\mathbf{p}} - \mathbf{M_d}\dot{\mathbf{J}}_A(q,\dot{q})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{h_A}\right) \tag{4.23}$$

จากสมมุติฐานของความคลาดเคลื่อนแบบอิสระในการวัดแรง ดังนั้นสมการของการควบคุมแขนกลแบบอิมพิแดนซ์ที่ต้องการสามารถจะเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$\mathbf{M_d}\ddot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_D}\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{K_P}\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{h_A} \tag{4.24}$$

โดยที่ $\mathbf{M_d}$ คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของมวลที่ต้องการ
$\mathbf{K_D}$ คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของตัวหน่วงที่ต้องการ
$\mathbf{K_P}$ คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของความแข็งแกร่งที่ต้องการ
$\mathbf{h_A}$ คือ แรงสัมผัสที่กระทำที่ส่วนปลายของแขนกลจากสิ่งแวดล้อมภายนอก

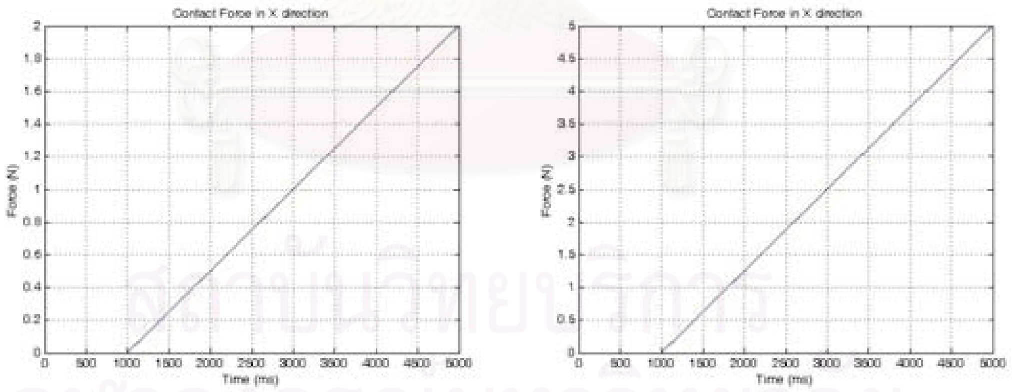
ในสมการที่ (4.22) เทอมของ $\mathbf{J}^T(q)\mathbf{h}$ จะเป็นการชดเชยอย่างแม่นยำของแรงสัมผัส และทำให้แขนกลมีความแข็งแกร่งขึ้นเป็นอนันต์เมื่อเทียบ กับความเค้นภายนอกที่มากระทำกับแขนกล และแผนภาพบล็อกของแขนกลในการสัมผัสกับสิ่งแวดล้อม สำหรับการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.31



รูปที่ 4.31 แผนภาพบล็อกสำหรับการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์

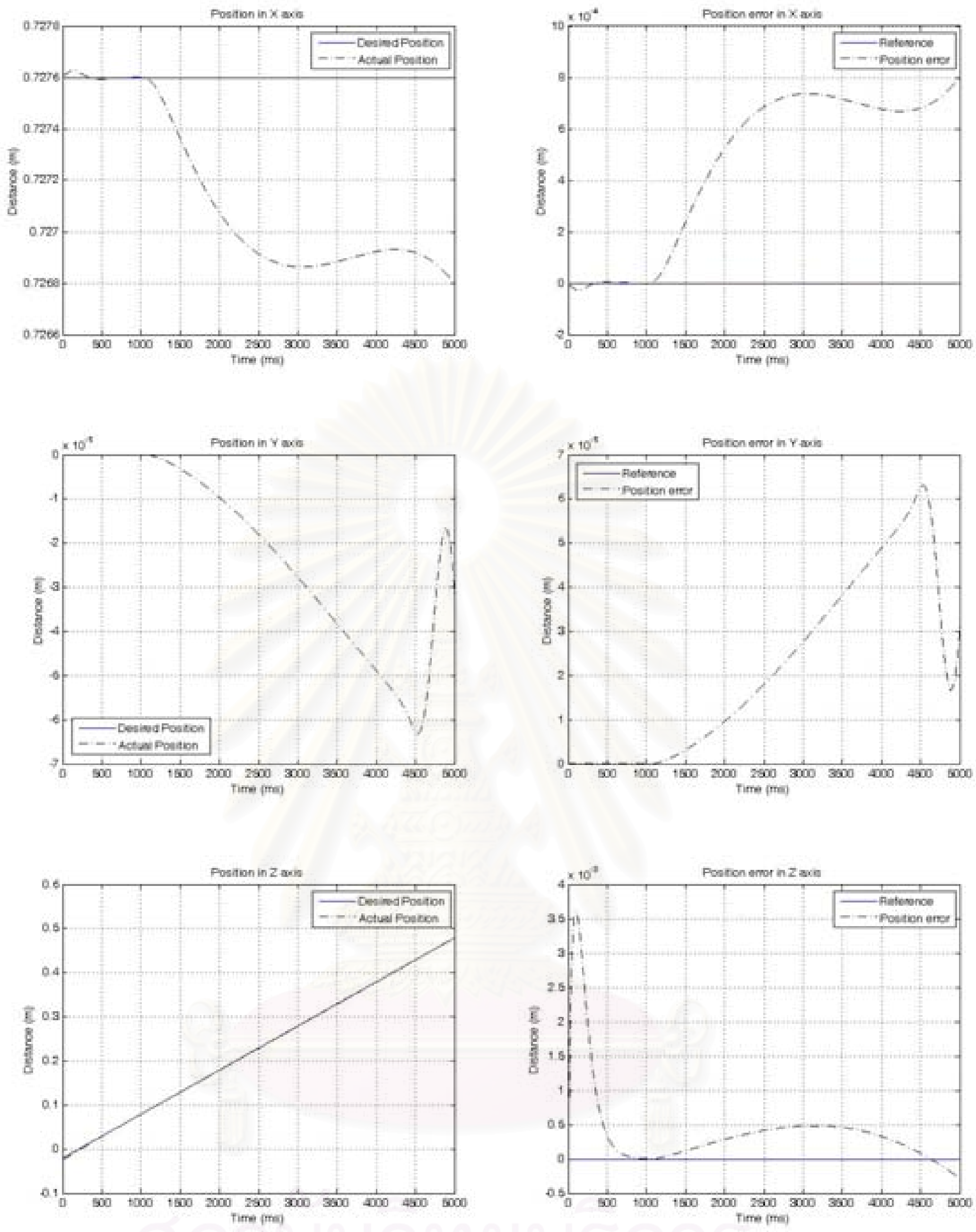
4.3.1 การ Simulation ของการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์

ในการ Simulation ของการควบคุมการทำงานของแขนกลแบบอิมพิแดนซ์จะกำหนดค่าของ ตำแหน่งของปลายแขนกลในขณะที่ไม่มีแรงสัมผัสภายนอกมากระทำ โดยในการ Simulation จะกำหนดให้มีการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงในระนาบ YZ ซึ่งจะกำหนดให้แกน X และแกน Y มีค่าคงที่ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.7276 เมตร และ 0 เมตร ตามลำดับ และการเคลื่อนที่ในแนวแกน Z จะเริ่มจากตำแหน่งที่ X มีค่าเท่ากับ 0.7276 เมตร, Y มีค่าเท่ากับ 0 เมตร, และ Z มีค่าเท่ากับ -0.0212 เมตร ไปจนถึงตำแหน่งที่ X มีค่าเท่ากับ 0.7276 เมตร, Y มีค่าเท่ากับ 0 เมตร, และ Z มีค่าเท่ากับ 0.4788 เมตร ในเวลา 5 วินาที ดังแสดงในรูปที่ 4.14-4.15 โดยที่ความเร็ว และความเร่ง ของปลายแขนกล สามารถหาได้จากการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 และที่ 2 ของสมการตำแหน่งของปลายแขนกลตามลำดับ โดยใช้เวลาในการ Simulation คือเริ่มต้นจาก 0 ถึง 5 วินาที และใช้ค่าเวลาสุ่มในการ Simulation เท่ากับ 0.001 วินาที ซึ่งสามารถแสดงรูปกราฟตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งที่ใช้ในการอ้างอิงการเคลื่อนที่ได้ดังรูปที่ 4.16-4.18 และในการทดลองนี้จะใส่ค่าของแรงสัมผัสที่กระทำที่ปลายของแขนกลในแนวแกน X ในค่าต่าง ๆ ซึ่งจะมีค่าสัมผัสเริ่มต้นจากศูนย์ที่ตำแหน่งเริ่มต้นของการเคลื่อนที่ไปจนถึง 1 วินาที จากนั้นจะเริ่มให้แรงสัมผัสนี้มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องจนถึงค่าที่กำหนดซึ่งจะเริ่มต้นจากศูนย์ในวินาทีที่ 1 จนสิ้นสุดลงตามค่าที่กำหนดในวินาทีที่ 5 โดยรูปกราฟของแรงสัมผัสนี้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.32 ซึ่งผลจากการตอบสนองของวิธีการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ สามารถแสดงผลดังรูปที่ 4.33-4.44 โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P}$ และ $\mathbf{K_D}$ ในการ Simulation ที่ค่าเดียวกัน



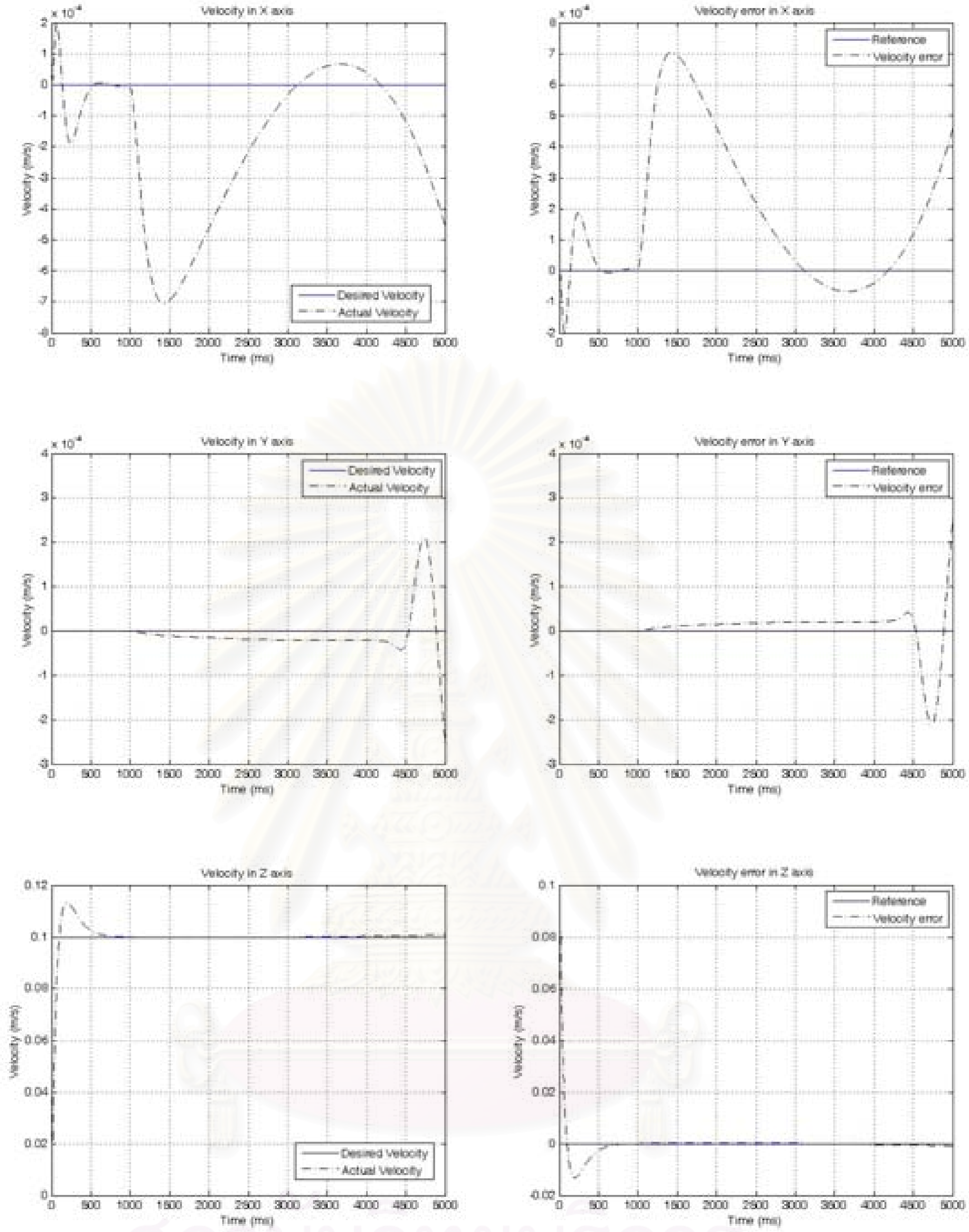
รูปที่ 4.32 กราฟแสดงแรงสัมผัสขนาด 2 และ 5 นิวตันที่กระทำกับปลายแขนกล สำหรับการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์

โดยที่แรงสัมผัสในแนวแกน Y และ Z จะกำหนดให้เท่ากับศูนย์ และแรงบิดในแนวแกน X, Y, และ Z จะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์เช่นเดียวกัน



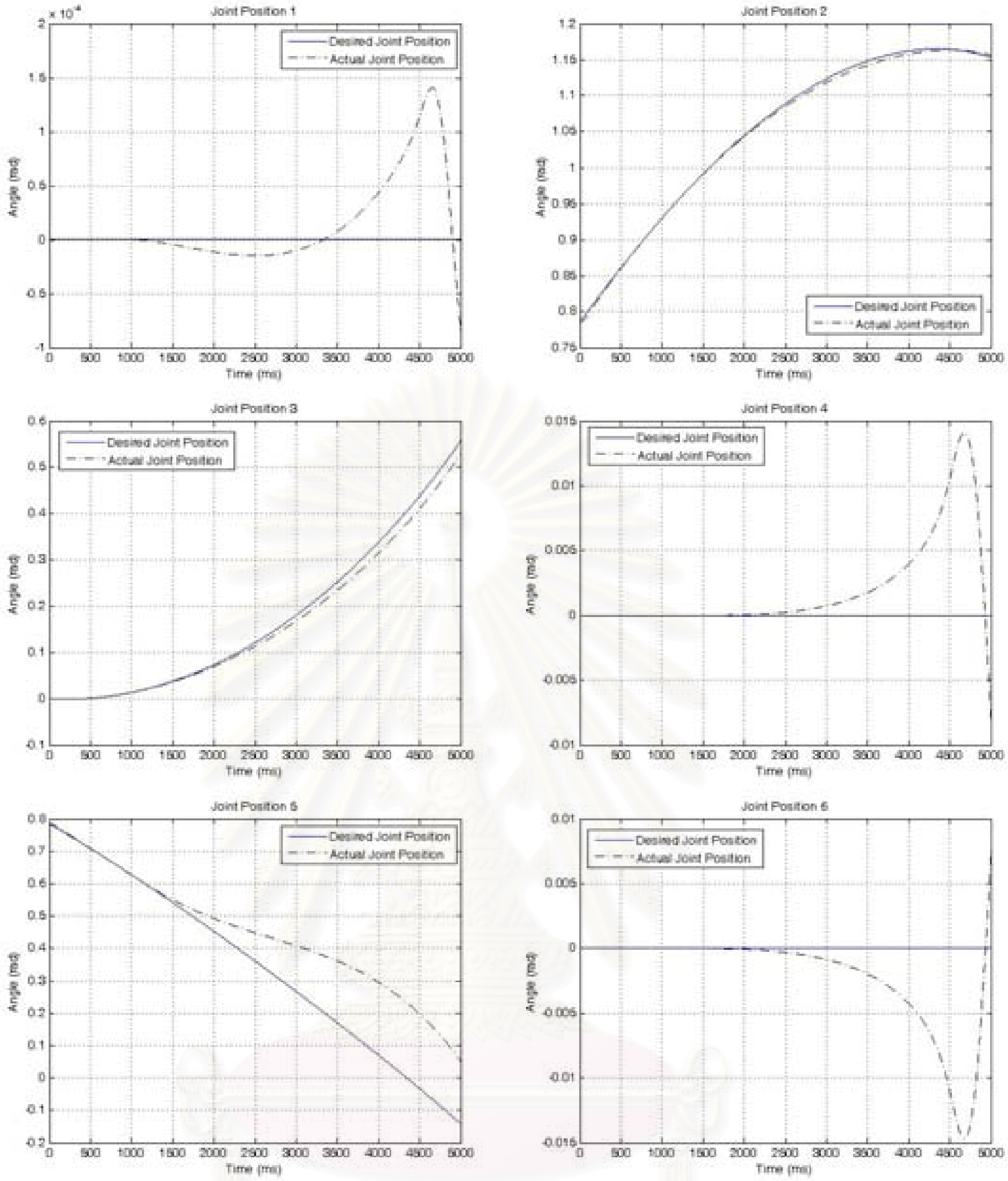
รูปที่ 4.33 กราฟแสดงตำแหน่งและค่าเบี่ยงเบนของตำแหน่งในแนวแกน X, Y, และ Z ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 2 นิวตัน

จากรูปที่ 4.33 เป็นกราฟแสดงตำแหน่ง และเบี่ยนเบนของตำแหน่ง ของปลายแขนกลที่เกิดขึ้น ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินที่กำหนดไว้ โดยที่ผลการทดลองจะเห็นได้ว่าเส้นทางเดินที่ได้จากการ Simulation มีเส้นทางเดินตามแรงสัมผัสที่กระทำที่ส่วนปลายของแขนกลตามที่ได้ออกแบบไว้ แต่จะมีค่าผิดพลาดเกินขึ้นในช่วงแรกที่มีค่าผิดพลาดเล็กน้อย และจะมีค่าผิดพลาดลดลง จนถึงช่วงท้ายจะมีค่าผิดพลาดสูงเนื่องจาก Stiff problem ของการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์



รูปที่ 4.34 กราฟแสดงความเร็วและค่าเบี่ยงเบนของความเร็วในแนวแกน X, Y, และ Z ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 2 นิวตัน

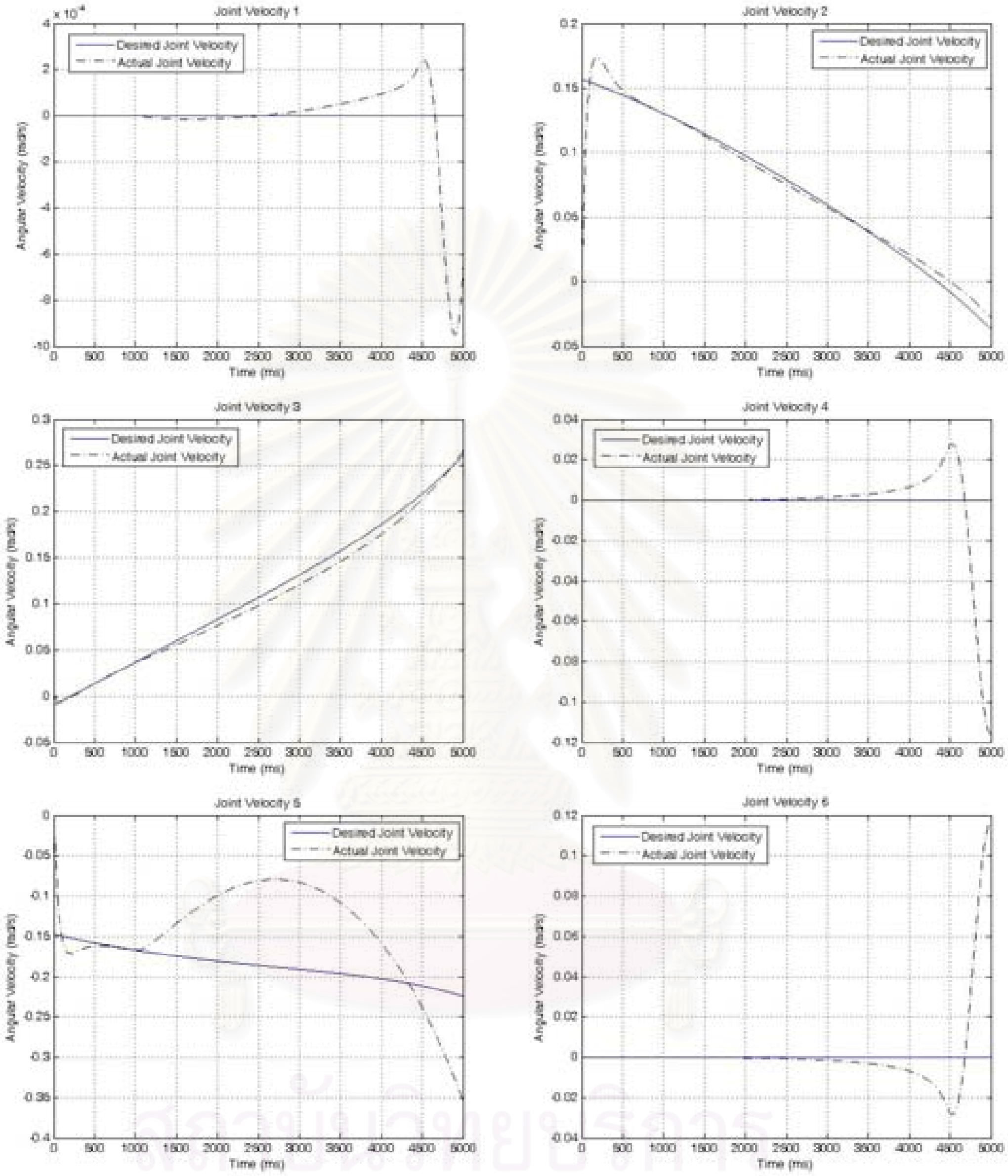
จากรูปที่ 4.34 เป็นกราฟแสดงความเร็ว และค่าผิดพลาดของความเร็วของปลายแขนกลที่เกิดขึ้น ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินที่กำหนดไว้ โดยการหาอนุพันธ์ของตำแหน่งในแนวแกน X, Y, และ Z เมื่อใช้ค่าเกน $K_P = 100$ และ $K_D = 20$ และมีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 2 นิวตัน



รูปที่ 4.35 ตำแหน่งของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 2 นิวตัน

จากกราฟรูปที่ 4.35 แสดงตำแหน่งของจุดต่อทั้ง 6 จุดต่อ ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินและมีแรงสัมผัสภายนอกกระทำที่ปลายแขนกลที่กำหนดไว้ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟที่ได้ของมุม $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5,$ และ θ_6 จะมีการเบี่ยงเบนกับค่าของมุมที่กำหนดให้ $\theta_{d_1}, \theta_{d_2}, \theta_{d_3}, \theta_{d_4}, \theta_{d_5},$ และ θ_{d_6} ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิง ที่คำนวณมาจากสมการอินเวิร์สคิเนแมติกส์ เนื่องจากมีแรงสัมผัสภายนอกที่มากระทำที่ปลายของแขนกล จึงทำให้การเคลื่อนที่ของตำแหน่งของปลายแขนกลมีการเปลี่ยนแปลงไปจึงเป็นผลให้ค่าของมุมต่างๆ ของแต่ละจุดต่อมีการเปลี่ยนแปลงไปด้วยเช่นกัน ซึ่งก็เป็นไปตามแรงสัมผัสที่ได้ออกแบบไว้ จากรูปกราฟของตำแหน่งในจุดต่อที่ 1, 4, และ 6 นั้นจะมีค่าผิดพลาดที่กระโดดในช่วงวินาที

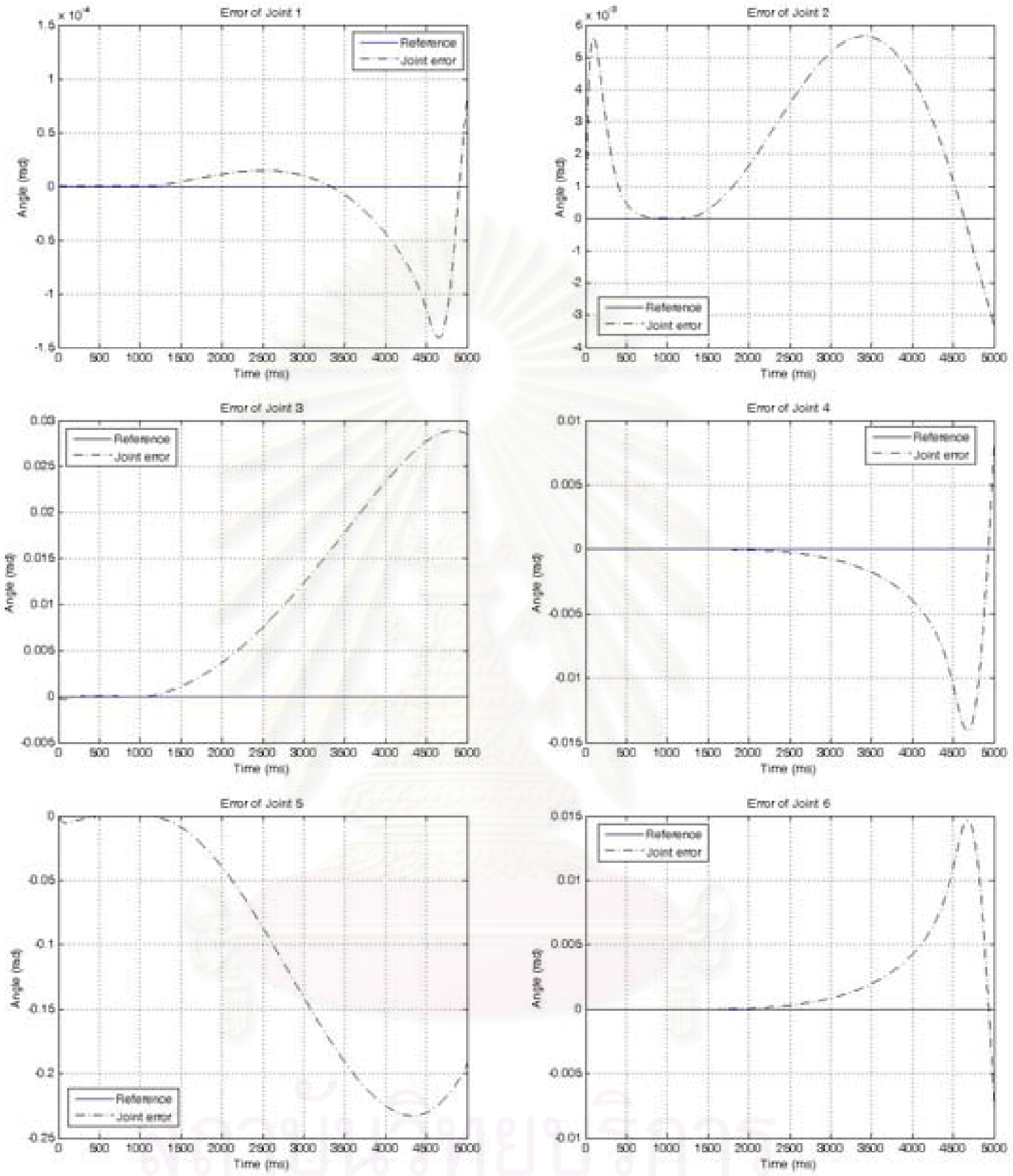
ที่ 4 เป็นต้นไป เป็นผลเนื่องจาก Stiff problem แต่ค่าของการผิดพลาดนั้นมีค่าน้อยมากซึ่งสามารถถือได้ว่าเป็น noise ของระบบ



รูปที่ 4.36 ความเร็วของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 2 นิวตัน

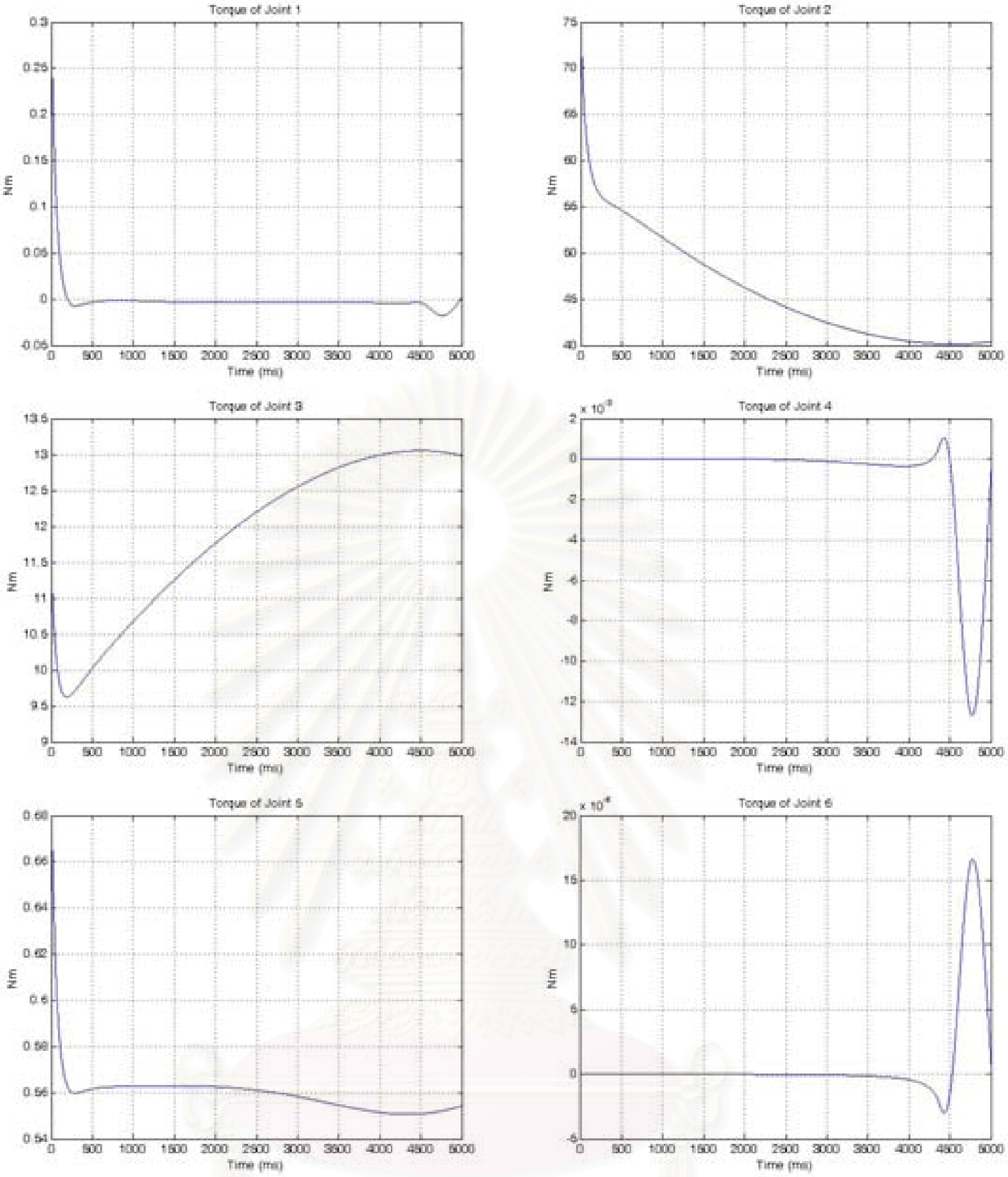
จากกราฟรูปที่ 4.36 แสดงความเร็วของจุดต่อทั้ง 6 จุดต่อ ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินและมีแรงสัมผัสภายนอกกระทำที่ปลายแขนกลที่กำหนดไว้ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของความเร็ว $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5,$ และ $\dot{\theta}_6$ จะมีการเบี่ยงเบนกับความเร็วของข้อต่อ $\dot{\theta}_{d_1}, \dot{\theta}_{d_2}, \dot{\theta}_{d_3}, \dot{\theta}_{d_4}, \dot{\theta}_{d_5},$ และ $\dot{\theta}_{d_6}$ ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิง ที่คำนวณมาจากสมการจาโคเบียนผกผัน เนื่องจากมีแรงสัมผัสภายนอกที่มากระทำที่ปลายของแขนกล จึงทำให้การเคลื่อนที่ของ

ตำแหน่งของปลายแขนกลมีการเปลี่ยนแปลงไปจึงเป็นผลให้ค่าของมุมต่างๆ ของแต่ละจุดต่อมีการเปลี่ยนแปลงไปด้วยเช่นกัน ซึ่งก็เป็นไปตามแรงสัมผัสที่ได้ออกแบบไว้



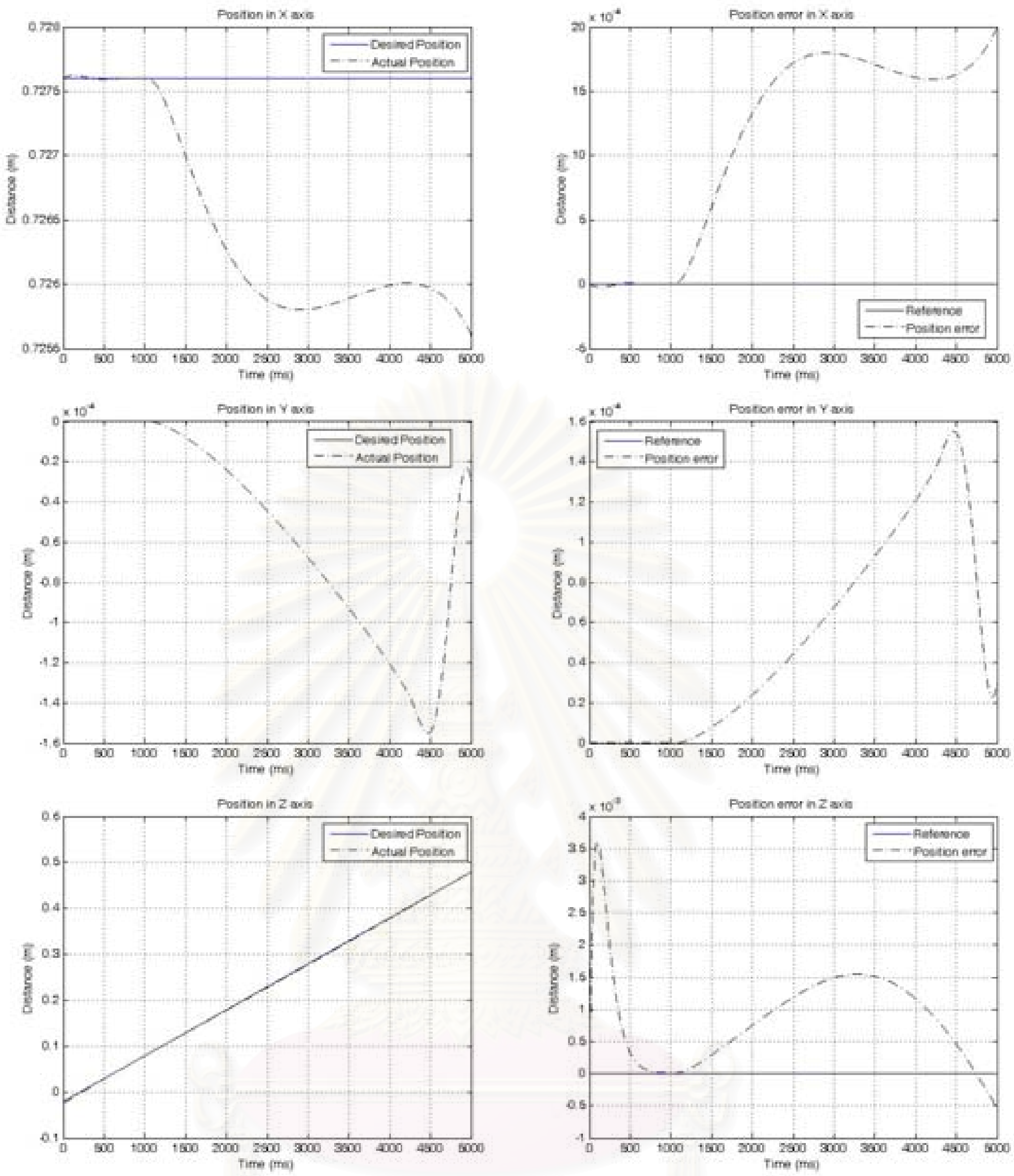
รูปที่ 4.37 ค่าเบี่ยงเบนของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 2 นิวตัน

จากกราฟรูปที่ 4.37 แสดงค่าเบี่ยงเบนของจุดต่อทั้ง 6 จุดต่อ ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินและมีแรงสัมผัสภายนอกกระทำที่ปลายแขนกลที่กำหนดไว้ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของค่าเบี่ยงเบนของ $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_3, \tilde{\theta}_4, \tilde{\theta}_5,$ และ $\tilde{\theta}_6$ ในขณะที่มีแรงสัมผัสภายนอกมากระทำกับส่วนปลายของแขนกล โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$ และมีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 2 นิวตัน



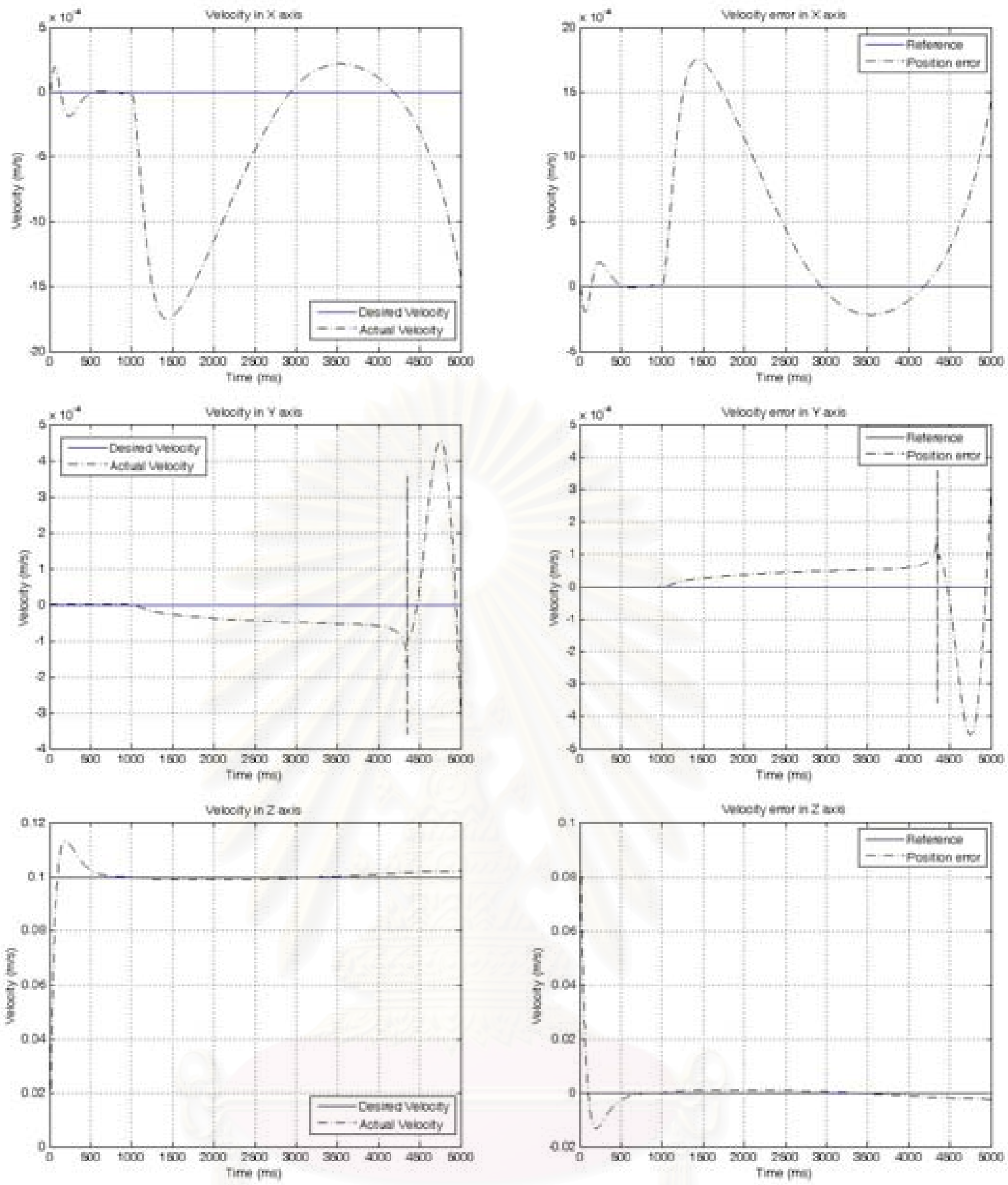
รูปที่ 4.38 แรงบิดของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 2 นิวตัน

จากรูปที่ 4.38 แสดงถึงแรงบิดที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดต่อสำหรับการเคลื่อนที่ตามค่าของตำแหน่งของจุดต่อ ความเร็วของจุดต่อ ความเร่งของจุดต่อเพื่อที่จะให้ปลายของแขนกลนั้นไปตามตำแหน่งที่ต้องการ โดยที่จากรูปในแรงบิดของข้อต่อที่ 4 และ 6 จะมีค่าผิดพลาดที่ช่วงวินาทีที่ 4 เป็นต้นไป จะเป็นค่ากระโดดเป็นผลเนื่องจาก Stiff problem ของการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์ของตำแหน่งจุดต่อ ความเร็วจุดต่อ โดยที่แรงบิดของแต่ละจุดต่อหาได้จากการนำค่าตำแหน่งของจุดต่อ ความเร็วของจุดต่อ มาคำนวณหาค่าแรงบิดในแต่ละจุดต่อ และในตำแหน่งของจุดต่อ และความเร็วของจุดต่อที่หามาได้จะมีค่าผิดพลาดมาอยู่แล้วจึงทำให้แรงบิดของจุดต่อมีค่าผิดพลาดเกิดขึ้นด้วยเช่นเดียวกัน



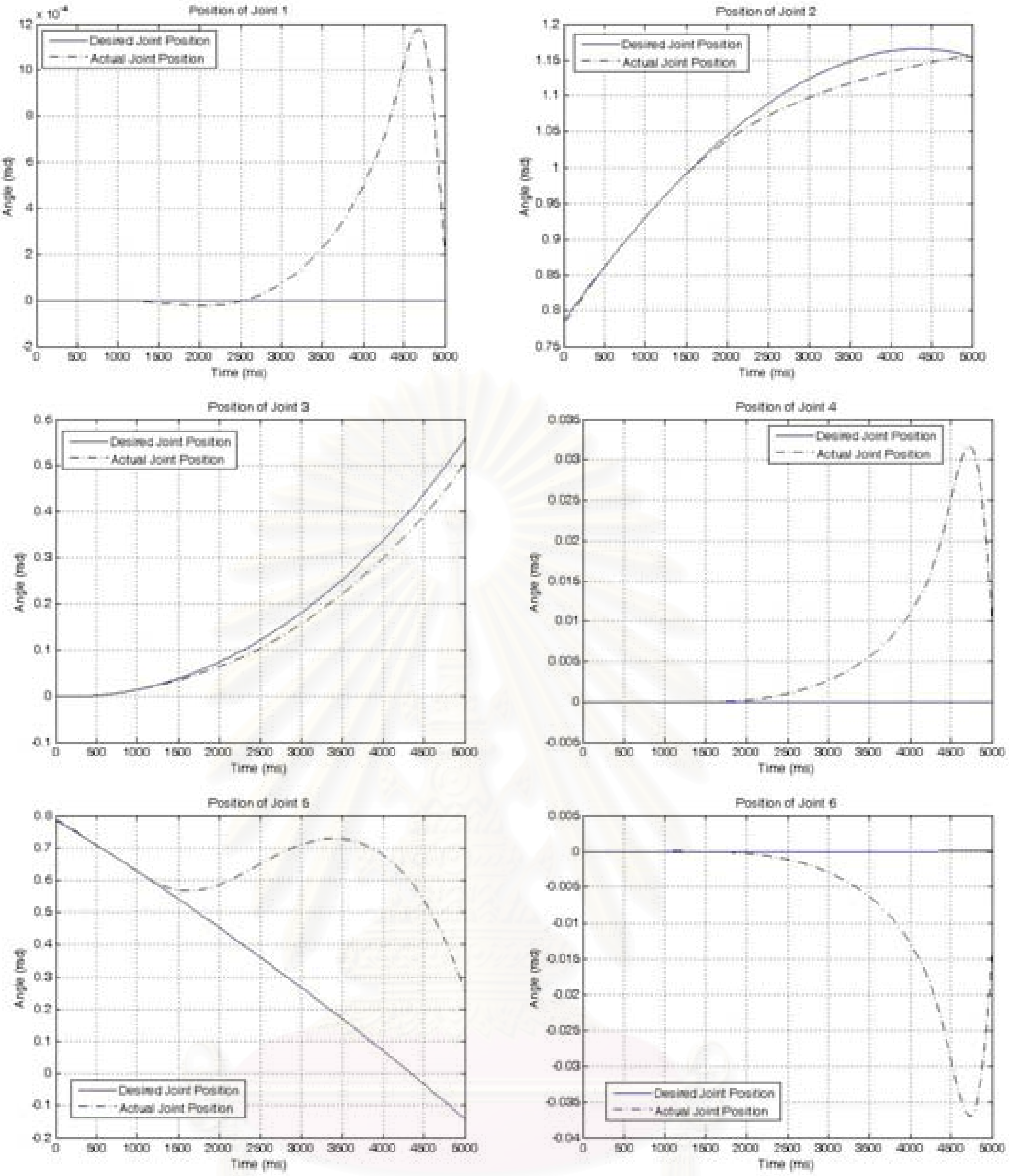
รูปที่ 4.39 กราฟแสดงตำแหน่งและค่าเบี่ยงเบนของตำแหน่งในแนวแกน X, Y, และ Z ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 5 นิวตัน

จากรูปที่ 4.39 เป็นกราฟแสดงตำแหน่ง และการเบี่ยนเบนของตำแหน่ง ของปลายแขนกลที่เกิดขึ้น ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินและมีแรงสัมผัสภายนอกกระทำที่ปลายแขนกลที่กำหนดไว้ โดยที่ผลการ Simulation จะเห็นได้ว่าเส้นทางเดินที่ได้จากการ Simulation มีเส้นทางเดินตามแรงสัมผัสที่กระทำที่ส่วนปลายของแขนกลตามที่ได้ออกแบบไว้ แต่จะมีค่าผิดพลาดเกินขึ้นในช่วงแรกที่มีค่าผิดพลาดเล็กน้อย และจะมีค่าผิดพลาดลดลง จนถึงช่วงท้ายจะมีค่าผิดพลาดสูงเนื่องจาก Stiff problem ของการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์ที่นำมาใช้ในการคำนวณหาค่าตำแหน่ง



รูปที่ 4.40 กราฟแสดงความเร็วและค่าเบี่ยงเบนของความเร็วในแนวแกน X, Y, และ Z ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 5 นิวตัน

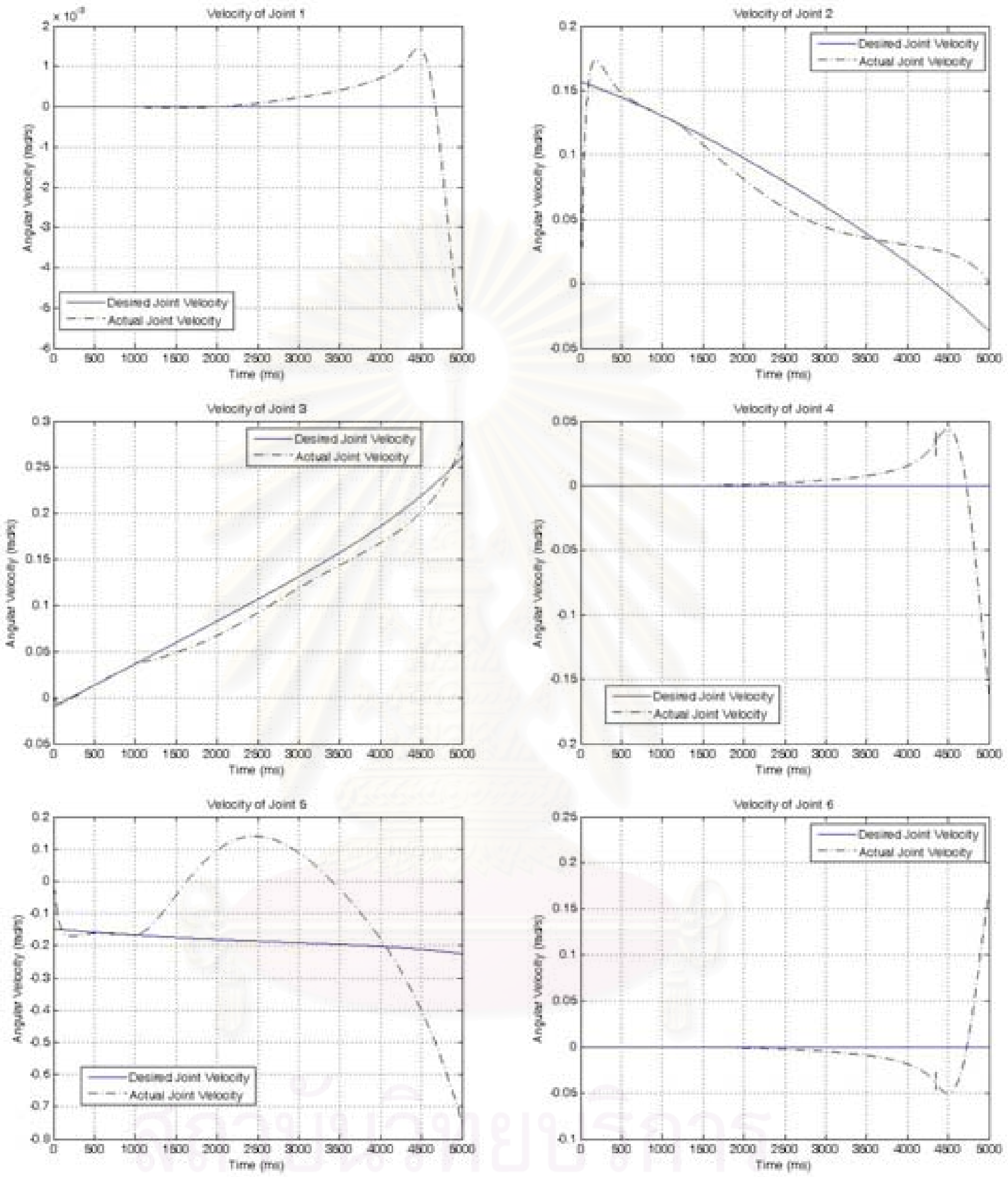
จากรูปที่ 4.34 เป็นกราฟแสดง ความเร็ว และค่าเบี่ยงเบนของความเร็วของปลายแขนกลที่เกิดขึ้น ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินและมีแรงสัมผัสภายนอกกระทำที่ปลายแขนกลที่กำหนดไว้ โดยความเร็วของปลายแขนสามารถหาได้จากการหาอนุพันธ์ของตำแหน่งในแนวแกน X, Y, และ Z เมื่อใช้ค่าเกน $K_P = 100$ และ $K_D = 20$ และมีแรงสัมผัสในแนวแกนX เท่ากับ 5 นิวตัน



รูปที่ 4.41 ตำแหน่งของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 5 นิวตัน

จากกราฟรูปที่ 4.41 แสดงตำแหน่งของจุดต่อทั้ง 6 จุดต่อ ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินและมีแรงสัมผัสภายนอกกระทำที่ปลายแขนกลที่กำหนดไว้ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟที่ได้ของมุม $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5,$ และ θ_6 จะมีการเบี่ยงเบนกับค่าของมุมที่กำหนดให้ $\theta_{d_1}, \theta_{d_2}, \theta_{d_3}, \theta_{d_4}, \theta_{d_5},$ และ θ_{d_6} ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิง ที่คำนวณมาจากสมการอินเวิร์สคิเนแมติกส์ เนื่องจากมีแรงสัมผัสภายนอกที่มากระทำที่ปลายของแขนกล จึงทำให้การเคลื่อนที่ของตำแหน่งของปลายแขนกลมีการเปลี่ยนแปลงไปจึงเป็นผลให้ค่าของมุมต่างๆ ของแต่ละจุดต่อมีการเปลี่ยนแปลงไปด้วยเช่นกัน จากรูปกราฟของตำแหน่งในจุดต่อที่ 1, 4, และ 6 นั้นจะมีค่าผิดพลาดที่กระโดดในช่วงวินาทีที่ 2 เป็นต้นไป เป็นผล

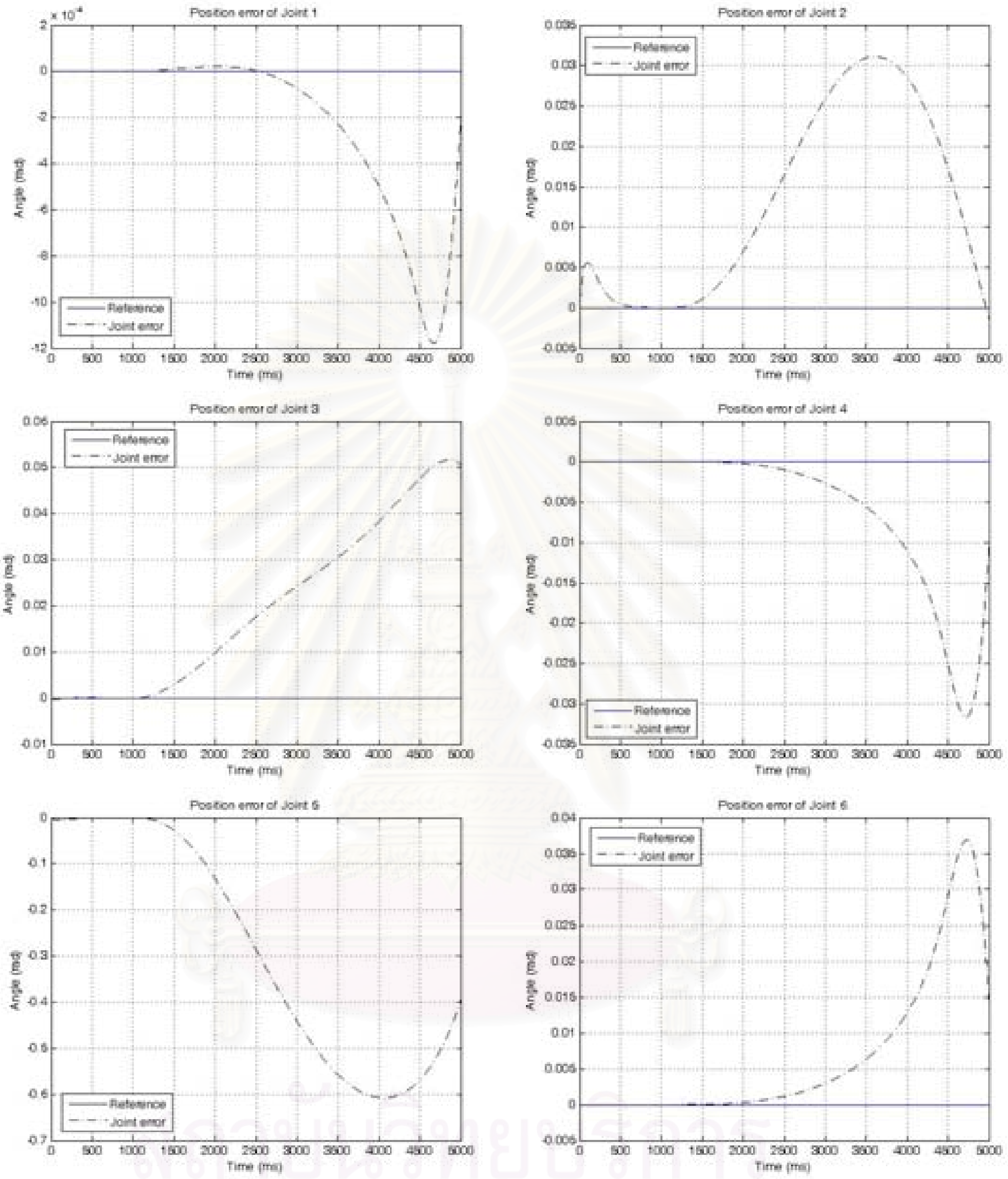
เนื่องจาก Stiff problem แต่ค่าของการผิดพลาดนั้นมีค่าน้อยมากซึ่งสามารถถือได้ว่าเป็น noise ของระบบ



รูปที่ 4.42 ความเร็วของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 5 นิวตัน

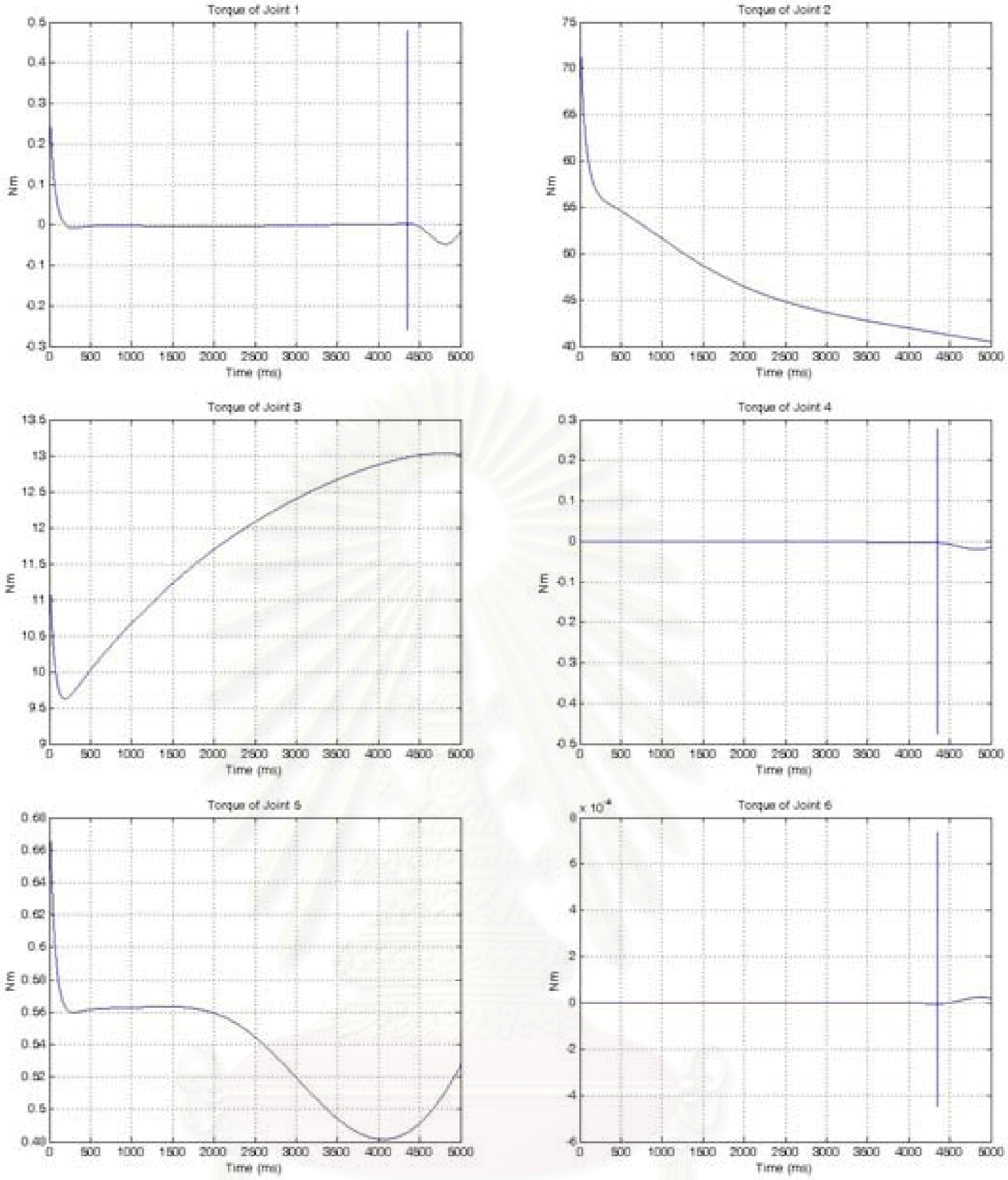
จากกราฟรูปที่ 4.42 แสดงความเร็วของจุดต่อทั้ง 6 จุดต่อ ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินและมีแรงสัมผัสภายนอกกระทำที่ปลายแขนกลที่กำหนดไว้ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของความเร็ว $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5,$ และ $\dot{\theta}_6$ จะมีการเบี่ยงเบนกับความเร็วของข้อต่อ $\dot{\theta}_{d_1}, \dot{\theta}_{d_2}, \dot{\theta}_{d_3}, \dot{\theta}_{d_4}, \dot{\theta}_{d_5},$ และ $\dot{\theta}_{d_6}$ ซึ่งเป็นกราฟอ้างอิง ที่คำนวณมาจากสมการจาโคเบียนผกผัน เนื่องจากมีแรงสัมผัสภายนอกที่มากระทำที่ปลายของแขนกล จึงทำให้การเคลื่อนที่ของ

ตำแหน่งของปลายแขนกลมีการเปลี่ยนแปลงไปจึงเป็นผลให้ค่าของมุมต่างๆ ของแต่ละจุดต่อมีการเปลี่ยนแปลงไปด้วยเช่นกัน



รูปที่ 4.43 ค่าเบี่ยงเบนของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 5 นิวตัน

จากกราฟรูปที่ 4.43 แสดงค่าเบี่ยงเบนของจุดต่อทั้ง 6 จุดต่อ ในขณะที่ปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินและมีแรงสัมผัสภายนอกกระทำที่ปลายแขนกลที่กำหนดไว้ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของค่าเบี่ยงเบนของ $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_3, \tilde{\theta}_4, \tilde{\theta}_5,$ และ $\tilde{\theta}_6$ ในขณะที่มีแรงสัมผัสภายนอกมากระทำกับส่วนปลายของแขนกล โดยใช้ค่าเกน $\mathbf{K_P} = 100$ และ $\mathbf{K_D} = 20$ และมีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 5 นิวตัน



รูปที่ 4.44 แรงบิดของจุดต่อ ณ เวลาต่างๆ ของทั้ง 6 จุดต่อ
ในขณะที่มีแรงสัมผัสในแนวแกน X เท่ากับ 5 นิวตัน

จากรูปที่ 4.44 แสดงถึงแรงบิดที่เกิดขึ้นในแต่ละจุดต่อสำหรับการเคลื่อนที่ตามค่าของตำแหน่งของจุดต่อ ความเร็วของจุดต่อ ความเร่งของจุดต่อเพื่อที่จะให้ปลายของแขนกลนั้นไปตามตำแหน่งที่ต้องการ โดยที่จากรูปในแรงบิดของข้อต่อที่ 1, 4 และ 6 จะมีค่าผิดพลาดที่ช่วงวินาทีที่ 4-4.5 ที่เป็นค่ากระโดดเป็นผลเนื่องจาก Stiff problem ของการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์ของตำแหน่งจุดต่อ ความเร็วจุดต่อ และมีค่าน้อยมากจนถือได้ว่าเป็น Noise ของระบบ

โดยจะเห็นได้ว่าผลการ Simulation โดยการใส่แรงสัมผัสภายนอกที่ค่า 2 และ 5 นิวตัน ที่ส่วนปลายของแขนกล ทำให้ตำแหน่งที่ส่วนปลายของแขนกลจะมีลักษณะการเคลื่อนที่ที่เหมือนกัน แต่จะแตกต่างที่ขนาดของค่าเบี่ยงเบนในแนวแกน X ที่มีค่ามากขึ้นเมื่อมีแรงมากขึ้น

บทที่ 5

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นงานวิจัยในการออกแบบระบบควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์สำหรับการนำหุ่นยนต์อุตสาหกรรมมาใช้ในการทำงานร่วมกับมนุษย์ โดยใช้การควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ ในการทดลองการควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์จะเป็นการ Simulation การควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์แบบต่างๆคือInverse Dynamics Control in Joint Space, Inverse Dynamics Control in Cartesian Space และการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์ ซึ่งในการควบคุมการทำงานจะทำโดยการสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ใน Joint Space และเส้นทางการเคลื่อนที่ใน Cartesian Space และสร้างแรงสัมผัสที่กระทำกับส่วนปลายของแขนกล โดยผลของการ Simulation ที่ได้มีค่าที่ดีมากสามารถ Tracking trajectory ได้ดี และพบว่าค่าของความผิดพลาดตำแหน่งใน Joint Space และค่าความผิดพลาดของตำแหน่งปลายแขนใน Cartesian Space สามารถทำให้มีค่าน้อยลงได้เมื่อมีการปรับค่าเกน $\mathbf{K}_\mathbf{D}$ และ $\mathbf{K}_\mathbf{P}$ ให้มีค่ามากขึ้น แต่จะมีผลต่อการตอบสนองของแรงบิดของจุดต่อและข้อจำกัดมอเตอร์ในการสร้างแรงบิดให้มีการตอบสนองตามความต้องการของการเคลื่อนที่ของแขนกล สำหรับการควบคุมแบบอิมพิแดนซ์จะขึ้นอยู่กับแรงสัมผัสภายนอกที่มากระทำกับส่วนปลายของแขนกล ซึ่งในผลของการ Simulation การควบคุมการทำงานแบบอิมพิแดนซ์ของแขนกลจะเห็นได้ว่าเป็นไปตามแนวโน้มของสมการและแรงสัมผัสภายนอกที่มากระทำกับส่วนปลายของแขนกล แต่จะมีค่าผิดพลาดซึ่งไม่เป็นไปตามความต้องการในการเคลื่อนที่ในช่วงปลายของการควบคุม ซึ่งเป็นผลมาจาก Stiff problem ของสมการการเคลื่อนที่ เนื่องจากในการคำนวณสมการต่างๆ จะวิธีการของ Runge-Kutta อันดับ 4 และ 5 มาใช้ในการคำนวณ โดยที่ค่าเกน $\mathbf{K}_\mathbf{D}$ จะเพิ่มความหน่วงทำให้มีผลต่อเสถียรภาพของระบบที่ดีขึ้น และค่าเกน $\mathbf{K}_\mathbf{P}$ จะเพิ่มความเร็วในการลู่เข้าสู่ค่าสถานะคงตัวของระบบ ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องทำการปรับค่าเกนทั้งสองนี้คือ $\mathbf{K}_\mathbf{D}$ และ $\mathbf{K}_\mathbf{P}$ ให้เหมาะสมกับการทำงาน

5.2 ข้อเสนอแนะ

ข้อจำกัดของงานวิจัยนี้มีหลายประการ เช่น ในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ผ่านสมการต่างๆ ที่หามาได้ของหุ่นยนต์ มีความยาวและซับซ้อนมาก โดยเฉพาะส่วนของสมการพลวัตที่จำเป็นจะต้องนำไปใช้ในการควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์ เมื่อพิจารณาจากสมการที่คำนวณได้นั้นจะเป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดใหญ่ ดังนั้นสำหรับการนำไปใช้ในการควบคุมในลักษณะ realtime จะเป็นปัญหา ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีหน่วยประมวลผลกลางที่มีความเร็วสูงเพื่อคำนวณการเคลื่อนที่ให้ทันแต่ละเวลาสุ่ม (Sampling time) และค่าผิดพลาดจากการคำนวณของสมการต่างๆ ซึ่งค่าที่ได้ควรนำไปผ่านการกรองสัญญาณก่อนการนำไปใช้ในขั้นตอนการคำนวณในสมการอื่นๆ ต่อไป หรือใช้วิธีการในการคำนวณที่ดีขึ้น เช่น ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบ Adaptive step หรือแบบ Multi-step ซึ่งเหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหาประเภทที่มีค่า stiffness สูง

รายการอ้างอิง

[1] T. Tsumugiwa, R. Yokogawa, K. Yoshida, Stability Analysis for Impedance Control of Robot for Human–Robot Cooperative Task System., IEEE International Conference on Intelligent Robots and System September 28 – October 2, 2004, Sendai, Japan.

[2] Ikeura, H. Monden, H. Inooka, H. Cooperative Motion Control of a Robot and a Human., Robot and Human Communication, 1994. RO-MAN' 94 Nagoya, Proceedings., 3rd IEEE International Workshop on 18-20 July 1994, pp.112-117.

[3] R. Ikeura, H. Inooka, Variable Impedance Control of a Robot for Cooperation with a Human., IEEE International Conference on Robots and Automation, 1995, pp.3097-3102.

[4] N. Hogan, Controlling Impedance at the Man/Machine Intreface., IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1989, pp.1226-1229.

[5] Hogan, N. Stable Execution of Contact Tasks Using Impedance Control., Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1987.

[6] T. Tsumugiwa, R. Yokogawa, K. Hara, Switching Control of Position/Torque Control for Human-Robot Cooperative Task – Human-Robot Cooperative Carrying and Peg-in-Hole Task-., IEEE International Conference on Robots and Automation, 2003, pp.1933-1939.

[7] T. Tsumugiwa, R. Yokogawa, K. Hara, Measurenent Method for Compliance of Vertical-Multi-Articulated Robot – Application to 7-DOF Robot PA10., IEEE International Conference on Robots and Automation, 2003, pp.2741-2746.

[8] Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., Instruction Manual for Installation, Maintenance & Safety of PA10-7CE.

[9] วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ. การควบคุมระบบพลศาสตร์., พิมพ์ครั้งที่ 2 กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.

[10] Lorenzo Sciavicco, Bruno Siciliano. Modeling and Control of Robot Manipulators., The McGraw-Hill Companies, Inc., 1996.

[11] John J. Craig. Introduction to Robotics Mechanics and Control, 2nd edition., Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.

[12] Bruno Siciliano, Luigi Villani. Robot Force Control., Kluwer Academic Publishers, 1999.

[13] M.W. Spong, Seth Hutchinson, and M. Vidyasager. Robot Modeling and Control., John- Wiley & Sons, Inc., 2006.

[14] Bompos, Nikolaos A., Artemiadis, Panagiotis K., Oikonomopoulos, Apollon S., Kyriakopoulos, Kostas J., Modeling, Full Identification and Control of the Mitsubishi PA-10 Robot Arm., Advance intelligent mechatronics, 2007 IEEE/ASME International Conference on 4-7 Sept. 2007, pp.1-6.

[15] Chalongrath Pholsiri. TASK-BASED DECISION MAKING AND CONTROL OF ROBOTIC MANIPULATORS., The University of Texas at Austin., December, 2004, pp.236-240.

[16] http://www.mhi.co.jp/kobe/mhikobe/products/mechatronic/download/new/loadfile/7axis.jpg.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

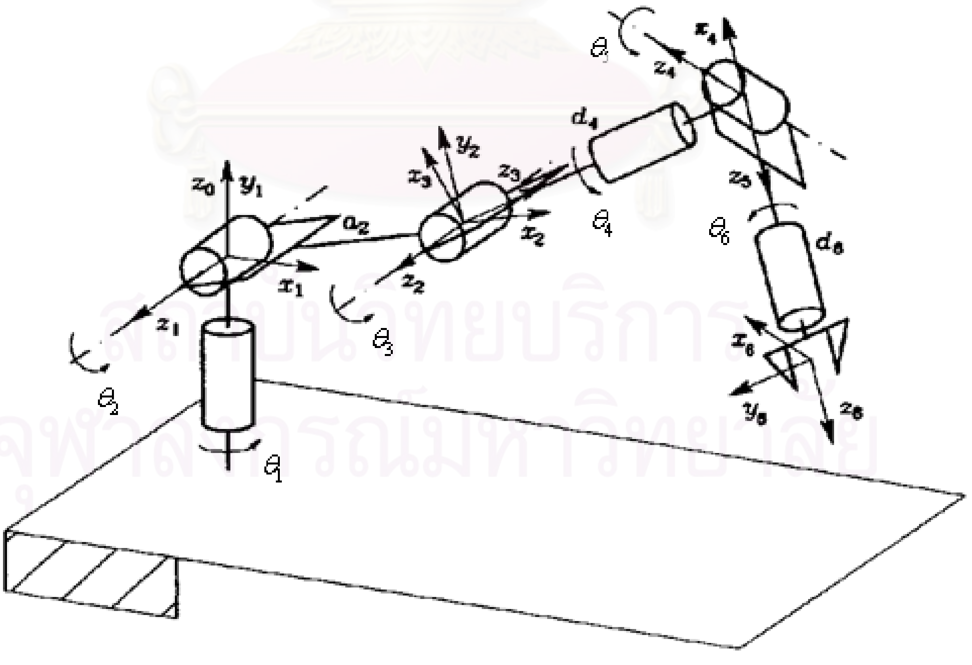
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์

ก.1 นำเรื่อง

ในการควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์อุตสาหกรรม สามารถนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ มาใช้อธิบายรูปแบบโครงสร้างและการเคลื่อนไหว และลักษณะต่างๆ เพื่อนำสู่การหาตำแหน่งของปลายแขนกลในรูปแบบของฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์ การหาตำแหน่งของจุดต่อจากอินเวิร์สคิเนแมติกส์ หรือการหาความเร็วและแรงกระทำที่จุดต่อ หรือปลายแขนกลได้จากจาโคเบียนความเร็ว จาโคเบียนแรง และหาสมการ Forward Dynamics และสมการ Inverse Dynamics เพื่อใช้เป็นข้อมูลประกอบการควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์อุตสาหกรรม

ก.2 ฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์

การตั้งแกนของแขนกลที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แสดงได้ดังรูปที่ ก.1 โดยที่ตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนกลที่สัมพันธ์กับค่ามุมต่างๆ ที่จุดต่อสามารถเขียนอยู่ในรูปเมทริกซ์การแปลงของปลายแขนที่ {6} เทียบกับเฟรม {0} ได้ดังสมการที่ (ก.1) และค่าของ D-H parameter หรือที่เรียกว่า Denavit-Hartenberg Convention สามารถแสดงได้ดังตารางที่ ก.1



รูปที่ ก.1 ลักษณะการตั้งแกนของแขนกลที่มี 6 องศาอิสระ

ตารางที่ ก.1 ค่าของ Denavit-Hartenberg Convention

Link	a_i	α_i	d_i	θ_i
1.	0	$\pi/2$	0	θ_1
2.	a_2	0	0	θ_2
3.	0	$\pi/2$	0	θ_3
4.	0	$-\pi/2$	d_4	θ_4
5.	0	$\pi/2$	0	θ_5
6.	0	0	d_6	θ_6

$$\mathbf{A}_i^{i-1}(q_i)=\begin{bmatrix}\cos\theta_i & -\sin\theta_i\cos\alpha_i & \sin\theta_i\sin\alpha_i & a_i\cos\theta_i\\ \sin\theta_i & \cos\theta_i\cos\alpha_i & -\cos\theta_i\sin\alpha_i & a_i\sin\theta_i\\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{ก.1}$$

การหาฟอร์เวิร์สคิเนแมติกส์ ของแขนกล PA10 เริ่มจากการเขียนเมทริกซ์การแปลงของเฟรม (Frame) ที่อยู่ติดกันดังนี้

$$\mathbf{A}_1^0=\begin{bmatrix}c_1 & 0 & s_1 & 0\\ s_1 & 0 & -c_1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{ก.2}$$

$$\mathbf{A}_2^1=\begin{bmatrix}c_2 & -s_2 & 0 & a_2c_2\\ s_2 & c_2 & 0 & a_2s_2\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{ก.3}$$

$$\mathbf{A}_3^2=\begin{bmatrix}c_3 & 0 & s_3 & 0\\ s_3 & 0 & -c_3 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{ก.4}$$

$$\mathbf{A}_4^3=\begin{bmatrix}c_4 & 0 & -s_4 & 0\\ s_4 & 0 & c_4 & 0\\ 0 & -1 & 0 & d_4\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{ก.5}$$

$$\mathbf{A}_5^4 = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{ก.6}$$

$$\mathbf{A}_6^5 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{ก.7}$$

จากนั้นนำเมทริกซ์การแปลง ทั้งหมดมาคูณกันได้เป็นเมทริกซ์การแปลงของปลายแขน {6} เทียบกับเฟรมนิ่ง {0} ดังสมการ

$$\mathbf{A}_6^0 = \mathbf{A}_1^0\mathbf{A}_2^1\mathbf{A}_3^2\mathbf{A}_4^3\mathbf{A}_5^4\mathbf{A}_6^5 \tag{ก.8}$$

เมื่อ

$$\mathbf{A}_6^0 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & Px \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & Py \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & Pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$r_{11} = c_1\left(c_{23}\left(c_4c_5c_6 - s_4s_6\right) - s_{23}s_5c_6\right) + s_1\left(s_4c_5c_6 + c_4s_6\right)$$
$$r_{21} = s_1\left(c_{23}\left(c_4c_5c_6 - s_4s_6\right) - s_{23}s_5c_6\right) - c_1\left(s_4c_5c_6 + c_4s_6\right)$$
$$r_{31} = s_{23}\left(c_4c_5c_6 - s_4s_6\right) + c_{23}s_5c_6$$
$$r_{12} = c_1\left(-c_{23}\left(c_4c_5s_6 + s_4c_6\right) + s_{23}s_5s_6\right) + s_1\left(-s_4c_5s_6 + c_4c_6\right)$$
$$r_{22} = s_1\left(-c_{23}\left(c_4c_5s_6 + s_4c_6\right) + s_{23}s_5s_6\right) - c_1\left(-s_4c_5s_6 + c_4c_6\right)$$
$$r_{32} = -s_{23}\left(c_4c_5s_6 + s_4c_6\right) - c_{23}s_5s_6$$
$$r_{13} = c_1\left(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5\right) + s_1s_4s_5$$
$$r_{23} = s_1\left(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5\right) - c_1s_4s_5$$
$$r_{33} = s_{23}c_4s_5 - c_{23}c_5$$

$$Px = a_2c_1c_2 + d_4c_1s_{23} + d_6\left(c_1\left(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5\right) + s_1s_4s_5\right)$$
$$Py = a_2s_1c_2 + d_4s_1s_{23} + d_6\left(s_1\left(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5\right) - c_1s_4s_5\right)$$
$$Pz = a_2s_2 - d_4c_{23} + d_6\left(s_{23}c_4s_5 - c_{23}c_5\right)$$

เมื่อ Px, Py, และ Pz แทนตำแหน่งของปลายแขนที่อยู่ห่างจากเฟรม {0} ในแนวแกน x, y, และ z ตามลำดับ

และ $\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์การหมุนของเฟรมที่ปลายแขน {6} เทียบกับเฟรม {0}

หมายเหตุ สัญลักษณ์ s_i แทน $\sin(\theta_i)$

c_i แทน $\cos(\theta_i)$

และ s_{ij} แทน $\sin(\theta_i + \theta_j)$

c_{ij} แทน $\cos(\theta_i + \theta_j)$

ก.3 การหาอินเวิร์สคิเนแมติกส์

เมื่อต้องการให้ปลายแขนกลเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งและทิศทางที่กำหนด จำเป็นจะต้องทราบมุมของแต่ละจุดต่อ เมื่อกล่าวในเชิงตัวแปร ก็คือการทราบค่า Px, Py, และ Pz (ตำแหน่ง) และ $r_{11}, r_{12}, ..., r_{33}$ (ทิศทาง) อยู่ก่อนแล้วคำนวณหาค่ามุม θ ต่างๆ ที่สัมพันธ์กับตำแหน่งและทิศทางนั้นๆ ค่ามุม θ ต่างๆ ที่สัมพันธ์กับตำแหน่งและทิศทางของแขนกลสามารถหาได้ดังนี้

$$\mathbf{A_3^0} = \mathbf{A_1^0 A_2^1 A_3^2} \tag{ก.9}$$

$$\mathbf{A_3^0} = \begin{bmatrix} {}^0r_{11} & {}^0r_{12} & {}^0r_{13} & Pw_x \\ {}^0r_{21} & {}^0r_{22} & {}^0r_{23} & Pw_y \\ {}^0r_{31} & {}^0r_{32} & {}^0r_{33} & Pw_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เมื่อ

$$Pw_x = a_2 c_1 c_2$$
$$Pw_y = a_2 s_1 c_2$$

ดังนั้น

$$\theta_1 = \text{Atan}\,2\left(Pw_y, Pw_x\right) \tag{ก.10}$$

จากนั้นหาค่าของ θ_2 และ θ_3 จากเมทริกซ์การแปลงของเฟรม {4} เทียบกับเฟรมนิ่ง {0} ดังนี้

$$\mathbf{A_3^0} = \mathbf{A_1^0 A_2^1 A_3^2 A_4^3} \tag{ก.11}$$

$$\mathbf{A_4^0} = \begin{bmatrix} r_{11}' & r_{12}' & r_{13}' & Pw_x' \\ r_{21}' & r_{22}' & r_{23}' & Pw_y' \\ r_{31}' & r_{32}' & r_{33}' & Pw_z' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$Pw_x' = a_2 c_1 c_2 + d_4 c_1 s_{23}$$
$$Pw_y' = a_2 s_1 c_2 + d_4 s_1 s_{23}$$
$$Pw_z' = a_2 s_2 - d_4 c_{23}$$

เมื่อนำ $\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2 + \left(Pw_z'\right)^2$ จะได้

$$\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2 + \left(Pw_z'\right)^2 = a_2{}^2 + d_4{}^2 + 2a_2 d_4 s_3 \tag{ก.12}$$

จะได้

$$s_3 = \frac{\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2 + \left(Pw_z'\right)^2 - a_2{}^2 - d_4{}^2}{2a_2 d_4}$$

$$c_3 = \pm\sqrt{1 - s_3{}^2}$$

ดังนั้น

$$\theta_3 = \text{Atan}\,2\left(s_3, c_3\right) \tag{ก.13}$$

และ

$$\theta_2 = \text{Atan}\,2\left(s_2, c_2\right) \tag{ก.14}$$

เมื่อ

$$s_2 = \frac{\left(a_2 + d_4 s_3\right) Pw_z' - d_4 c_3 \sqrt{\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2}}{\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2 + \left(Pw_z'\right)^2}$$

$$c_2 = \frac{\left(a_2 + d_4 s_3\right)\sqrt{\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2} + d_4 c_3 Pw_z'}{\left(Pw_x'\right)^2 + \left(Pw_y'\right)^2 + \left(Pw_z'\right)^2}$$

ต่อมาหาค่าของ θ_4, θ_5, และ θ_6 จากเมทริกซ์การแปลงของเฟรม {3} เทียบกับเฟรมที่ปลายแขนกล {6} ดังนี้

$$\mathbf{A_6^3} = \mathbf{A_4^3 A_5^4 A_6^5} \qquad \text{(ก.15)}$$

$$\mathbf{A_6^3} = \begin{bmatrix} {}^3r_{11} & {}^3r_{12} & {}^3r_{13} & a_x \\ {}^3r_{21} & {}^3r_{22} & {}^3r_{23} & a_y \\ {}^3r_{31} & {}^3r_{32} & {}^3r_{33} & a_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\theta_4 = \mathrm{Atan}\,2\left({}^3r_{23}, {}^3r_{13}\right) \qquad \text{(ก.16)}$$

เมื่อ

$${}^3r_{13} = c_4 s_5$$
$${}^3r_{23} = s_4 s_5$$

$$\theta_5 = \mathrm{Atan}\,2\left(\sqrt{\left({}^3r_{13}\right)^2 + \left({}^3r_{23}\right)^2}, {}^3r_{33}\right) \qquad \text{(ก.17)}$$

เมื่อ

$${}^3r_{33} = c_5$$

$$\theta_6 = \mathrm{Atan}\,2\left({}^3r_{32}, \left(-{}^3r_{31}\right)\right) \qquad \text{(ก.18)}$$

เมื่อ

$${}^3r_{31} = -s_5 c_6$$
$${}^3r_{32} = s_5 s_6$$

ก.4 สมการความสัมพันธ์เชิงความเร็ว

คือความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของจุดต่อ กับความเร็วของปลายแขนทั้งในความเร็วเชิงเส้น และความเร็วเชิงมุม โดยความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถแสดงอยู่ในรูปเมทริกซ์ขนาด 6×6 และเรียกว่าเมทริกซ์จาโคเบียน โดยที่เมทริกซ์จาโคเบียนของแขนกลสามารถหาได้ดังนี้

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{z_0} \times (\mathbf{p} - \mathbf{p_0}) & \mathbf{z_1} \times (\mathbf{p} - \mathbf{p_1}) & \mathbf{z_2} \times (\mathbf{p} - \mathbf{p_2}) & \mathbf{z_3} \times (\mathbf{p} - \mathbf{p_3}) & \mathbf{z_4} \times (\mathbf{p} - \mathbf{p_4}) & \mathbf{z_5} \times (\mathbf{p} - \mathbf{p_5}) \\ \mathbf{z_0} & \mathbf{z_1} & \mathbf{z_2} & \mathbf{z_3} & \mathbf{z_4} & \mathbf{z_5} \end{bmatrix}$$

โดยที่ เวกเตอร์ของตำแหน่งของแต่ละแขนสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{p_0} = \mathbf{p_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{p_2} = \mathbf{p_3} = \begin{bmatrix} a_2C_1C_2 \\ a_2S_1C_2 \\ a_2S_2 \end{bmatrix},\ \mathbf{p_4} = \mathbf{p_5} = \begin{bmatrix} C_1\left(a_2C_2 + d_4S_{23}\right) \\ S_1\left(a_2C_2 + d_4S_{23}\right) \\ a_2C_2 - d_4S_{23} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} C_1\left(a_2C_2 + d_4S_{23}\right) + d_6\left(C_1\left(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5\right) + S_1S_4S_5\right) \\ S_1\left(a_2C_2 + d_4S_{23}\right) + d_6\left(S_1\left(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5\right) - C_1S_4S_5\right) \\ a_2S_2 - d_4C_{23} + d_6\left(S_{23}C_4S_5 - C_{23}C_5\right) \end{bmatrix}$$

และยูนิตเวกเตอร์ (unit vectors) ของแต่ละจุดต่อคือ

$$\mathbf{z_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{z_1} = \mathbf{z_2} = \begin{bmatrix} S_1 \\ -C_1 \\ 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{z_3} = \begin{bmatrix} C_1S_{23} \\ S_1S_{23} \\ -C_{23} \end{bmatrix},\ \mathbf{z_4} = \begin{bmatrix} -C_1C_{23}S_4 + S_1C_4 \\ -S_1C_{23}S_4 - C_1C_4 \\ -S_{23}S_4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z_5} = \begin{bmatrix} \left(C_1C_{23}C_4 + S_1S_4\right)S_5 + C_1S_{23}C_5 \\ \left(S_1C_{23}C_4 + C_1S_4\right)S_5 + S_1S_{23}C_5 \\ S_{23}C_4S_5 - C_{23}C_5 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นเมทริกซ์จาโคเบียน คือ

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J_p} \\ \mathbf{J_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} & J_{56} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} & J_{66} \end{bmatrix} \qquad (ก.19)$$

เมื่อ

$$J_{11} = -S_1\left(a_2C_2 + d_4S_{23}\right) - d_6\left(S_1\left(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5\right) - C_1S_4S_5\right)$$

$$J_{21} = C_1\left(a_2C_2 + d_4S_{23}\right) + d_6\left(C_1\left(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5\right) + S_1S_4S_5\right)$$

$$J_{31} = J_{41} = J_{51} = 0$$

$$J_{61} = 1$$

$$J_{12}=-C_1\left(a_2S_2-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)\right)$$

$$J_{22}=-S_1\left(a_2S_2-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)\right)$$

$$J_{32}=a_2C_2+d_4S_{23}+d_6\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)$$

$$J_{42}=S_1$$

$$J_{52}=-C_1$$

$$J_{62}=0$$

$$J_{13}=-C_1\left(-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)\right)$$

$$J_{23}=-S_1\left(-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)\right)$$

$$J_{33}=d_4S_{23}+d_6\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)$$

$$J_{43}=S_1$$

$$J_{53}=-C_1$$

$$J_{63}=0$$

$$J_{14}=d_6S_5\left(-C_1C_{23}S_4+S_1C_4\right)$$

$$J_{24}=-d_6S_5\left(S_1C_{23}S_4+C_1C_4\right)$$

$$J_{34}=-d_6S_{23}S_4S_5$$

$$J_{44}=C_1S_{23}$$

$$J_{54}=S_1S_{23}$$

$$J_{64}=-C_{23}$$

$$\begin{aligned}J_{15}=&\left(-S_1C_{23}S_4-C_1C_4\right)\left(a_2S_2-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)-a_2C_2+d_4S_{23}\right)\\&+S_{23}S_4d_6\left(S_1\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)-C_1S_4S_5\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}J_{25}=&-\left(-C_1C_{23}S_4+S_1C_4\right)\left(a_2S_2-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)-a_2C_2+d_4S_{23}\right)\\&-S_{23}S_4d_6\left(C_1\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)+S_1S_4S_5\right)\end{aligned}$$

$$J_{35}=d_6\left(S_{23}C_4C_5+C_{23}S_5\right)$$

$$J_{45}=-C_1C_{23}S_4+S_1C_4$$

$$J_{55}=-S_1C_{23}S_4-C_1C_4$$

$$J_{65}=-S_{23}S_4$$

$$\begin{aligned}J_{16}=&\left(S_1\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)-C_1S_4S_5\right)\left(a_2S_2-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)-a_2C_2+d_4S_{23}\right)\\&-\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)d_6\left(S_1\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)-C_1S_4S_5\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}J_{26}=&-\left(C_1\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)+S_1S_4S_5\right)\left(a_2S_2-d_4C_{23}+d_6\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)-a_2C_2+d_4S_{23}\right)\\&+\left(S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5\right)d_6\left(C_1\left(C_{23}C_4S_5+S_{23}C_5\right)+S_1S_4S_5\right)\end{aligned}$$

$$J_{36}=0$$

$$J_{46}=\left(C_1C_{23}C_4+S_1S_4\right)S_5+C_1S_{23}C_5$$

$$J_{56}=\left(S_1C_{23}C_4+C_1S_4\right)S_5+S_1S_{23}C_5$$

$$J_{66}=S_{23}C_4S_5-C_{23}C_5$$

ก.5 สมการพลวัตของแขนกล (Dynamics equation)

พลศาสตร์ของแขนกล เป็นความสัมพันธ์ของแรงบิดที่กระทำที่จุดต่อ กับการเคลื่อนที่ของแขนกลใน Cartesian Space ซึ่งจะแสดงในรูปแบบของสมการการเคลื่อนที่ของระบบ เพื่อความสะดวกจะแสดงความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ของแขนกลต่าง ๆ ให้อยู่ในสมการเดียว และสามารถเขียนสมการของการเคลื่อนที่ของแขนกลได้ในรูปแบบของสมการปริภูมิสเตตได้ดังนี้

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \qquad \text{(ก.20)}$$

เมื่อ $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ คือเมทริกซ์ของมวลของแขนกลนั้นซึ่งมีขนาด 6×6

$\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ คือเวกเตอร์ของแรงที่หันเหเข้าสู่ศูนย์กลาง และอิทธิพลของแรงโคริออริสซึ่งมีขนาด 6×1

$\mathbf{G}(\mathbf{q})$ คือเวกเตอร์ของแรงโน้มถ่วงของโลก ซึ่งมีขนาด 6×1

ซึ่งวิธีการสมการพลวัตของแขนหุ่นยนต์ และค่าต่าง ๆ ของเมตริกซ์ $\mathbf{B}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$, และ $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ สามารถหาได้ดังนี้

วิธีการหาเมทริกซ์ของมวล $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ จาก

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{n}\left(m_i \mathbf{J}_{P_i}{}^{T}\mathbf{J}_{P_i} + \mathbf{J}_{O_i}{}^{T}\mathbf{R}_i \mathbf{I}_i^i \mathbf{R}_i{}^{T}\mathbf{J}_{O_i}\right) \qquad \text{(ก.21)}$$

เมื่อแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ (ก.21) จะได้เมทริกซ์ของมวลดังนี้

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} & b_{35} & b_{36} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & b_{45} & b_{46} \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} & b_{55} & b_{56} \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} & b_{64} & b_{65} & b_{66} \end{bmatrix}$$

วิธีการหาเมทริกซ์ของแรงโคริออริสและแรงเหวี่ยงเข้าสู่ศูนย์กลาง $\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ จาก

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\dot{q}_j = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} h_{ijk}\dot{q}_k\dot{q}_j \qquad \text{(ก.22)}$$

เมื่อแทนค่าต่างๆ ลงในสมการที่ (ก.22) จะได้เมทริกซ์ของแรงโคริออริสและแรงเหวี่ยงเข้าสู่ศูนย์กลางดังนี้

$$\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{bmatrix}$$

วิธีการหาเมทริกซ์ของแรงดึงดูดของโลก $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ จาก

$$g_i(\mathbf{q})=\frac{\partial V}{\partial q_i}=-\sum_{j=1}^{n}\left(m_i\mathbf{g}_0{}^T\mathbf{J}_{P_i}(q)\right) \qquad \text{(ก.23)}$$

เมื่อแทนค่าต่างๆ ลงในสมการที่ (ก.23) จะได้เมทริกซ์ของแรงดึงดูดของโลกดังนี้

$$\mathbf{G}(\mathbf{q})=\begin{bmatrix} g_1 & g_2 & g_3 & g_4 & g_5 & g_6 \end{bmatrix}^T$$

ภาคผนวก ข.

อุปกรณ์ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์

ข.1 อุปกรณ์ที่ใช้ประกอบด้วยอุปกรณ์หลัก ๆ ดังต่อไปนี้

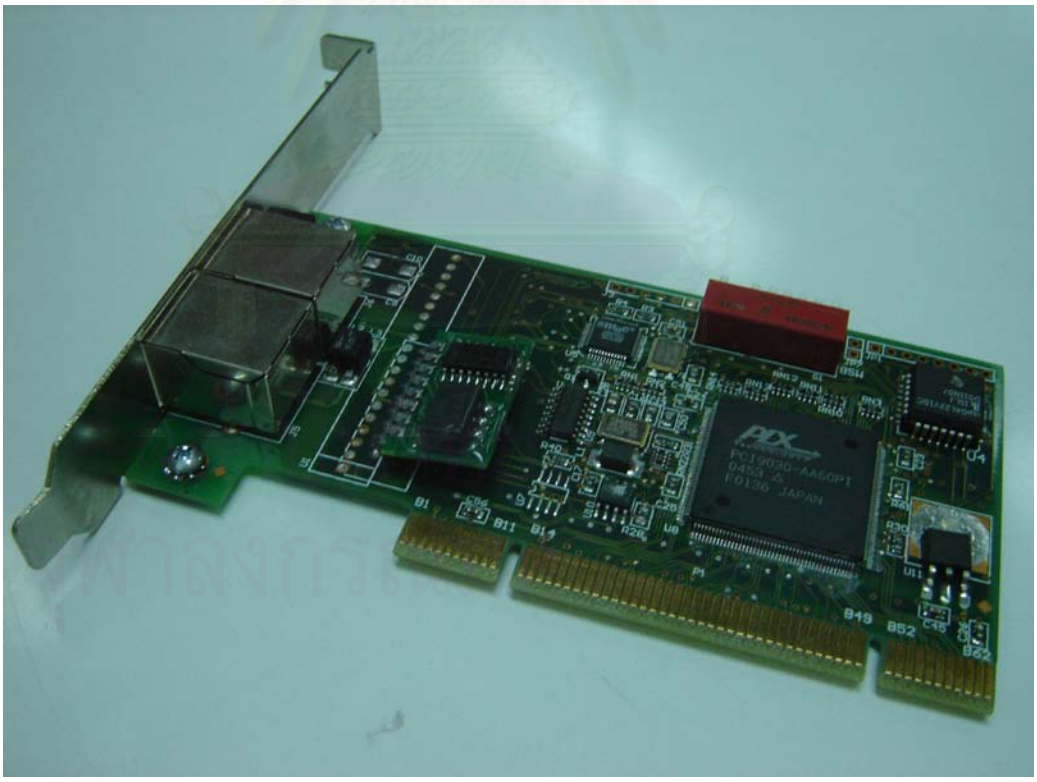
1. แขนกลของบริษัท Mitsubishi heavy industrial Ltd. รุ่น PA10-7C ซึ่งเป็นแขนกล 7 แกน

รูปที่ ข.1 แขนกลของบริษัท Mitsubishi heavy industrial Ltd. รุ่น PA10-7C

2. ชุดควบคุม (robot control unit) ของแขนกล PA10-7C รุ่น PA10-7C-CNT ของบริษัท Mitsubishi heavy industrial Ltd. พร้อมสายสัญญาณ 1 ชุด

รูปที่ ข.2 ชุดควบคุม (robot control unit) ของแขนกล PA10-7C รุ่น PA10-7C-CNT

3. ARCNET Interface cards communication board รุ่น PCI20U-4000



รูปที่ ข.3 ARCNET Interface cards communication board รุ่น PCI20U-4000

4. Force Sensor JR3 รุ่น IFS-90M31A50-I50

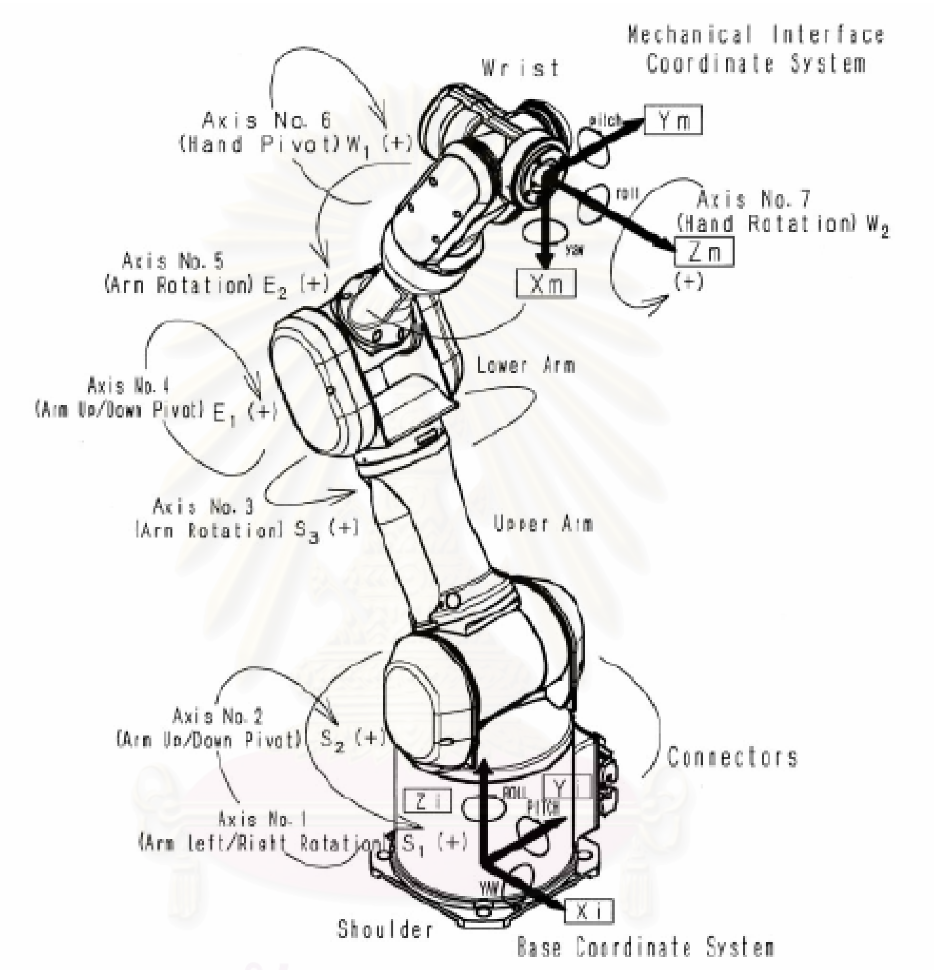
รูปที่ ข.4 Force Sensor JR3 รุ่น IFS-90M31A50-I50

5. Interface cards for Force Sensor JR3

รูปที่ ข.5 Interface cards for Force Sensor JR3

ภาคผนวก ค.

พารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่สำคัญของแขนกล PA10-7C



รูปที่ ค.1 ลักษณะรูปร่างและการตั้งแกนของหุ่นยนต์อุตสาหกรรม
Mitsubishi Heavy Industries Ltd. รุ่น PA10-7C

1. จุดศูนย์ถ่วงของแขนกลแต่ละแกน (Center of Gravity) และมวลของแขนกลแต่ละแกนสามารถแสดงได้ดังตารางที่ ค.1 ดังนี้

ระยะตามแกน	X (m.)	Y (m.)	Z (m.)	Mass (kg.)
จุดต่อที่ 1	0	0	-0.010	9.22
จุดต่อที่ 2	0	-0.200	0	4.51
จุดต่อที่ 3	0	0	-0.035	5.64
จุดต่อที่ 4	0	-0.115	0	2.04
จุดต่อที่ 5	0	0	-0.084	2.61
จุดต่อที่ 6	0	-0.042	0	2.07
จุดต่อที่ 7	0	0	0.022	1.05

ตารางที่ ค.1 จุดศูนย์ถ่วงของแขนกลแต่ละแกน (Center of Gravity)

2. โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนกลแต่ละแกน (Moment of Inertia)

$$\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} 0.122706 & 0 & 0 \\ 0 & 0.122706 & 0 \\ 0 & 0 & 0.550564 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 0.055035 & 0 & 0 \\ 0 & 0.055035 & 0 \\ 0 & 0 & 0.018144 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 0.008124 & 0 & 0 \\ 0 & 0.008124 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00572413 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_4 = \begin{bmatrix} 0.008124 & 0 & 0 \\ 0 & 0.008124 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00572413 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_5 = \begin{bmatrix} 0.002546007 & 0 & 0 \\ 0 & 0.002546007 & 0 \\ 0 & 0 & 0.002747347 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_6 = \begin{bmatrix} 0.002977 & 0 & 0 \\ 0 & 0.002977 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001141 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_7 = \begin{bmatrix} 0.0005294 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0005294 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0004 \end{bmatrix}$$

โดยค่าโมเมนต์ความเฉื่อยมีหน่วยเป็น กิโลกรัม.เมตร^2 ($kg \cdot m^2$)

3. เมทริกซ์ความยืดหยุ่นของจุดต่อ (Joint Compliance Matrix) โดยค่าเมทริกซ์ความยืดหยุ่นของจุดต่อ มีหน่วยเป็น เรเดียน/นิวตัน-เมตร (rad/(N-m)) โดยค่าของเมทริกซ์ความยืดหยุ่นของจุดต่อได้มาจาก T. Tsumugiwa *el al*. [2003].

$$\begin{bmatrix} 0.000037 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000037 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000058 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0000909 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.000227 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.000556 \end{bmatrix}$$

4. ขีดจำกัดของมุมในการหมุนของแต่ละจุดต่อ (Joint Limits) โดยแสดงอยู่ในหน่วยของ องศา (degrees) สามารถแสดงได้ดังตารางที่ ค.2

ทิศทางตามเข็มนาฬิกา	ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา	จุดต่อที่ (Joint)
-180	180	1.
-97	97	2.
-180	180	3.
-143	143	4.
-270	270	5.
-180	180	6.
-270	270	7.

ตารางที่ ค.2 ค่าขีดจำกัดของมุมในการหมุนของแต่ละจุดต่อ (Joint Limits)

5. ขีดจำกัดของแรงบิดของแต่ละจุดต่อ (Joint Torque Limits) โดยแสดงอยู่ในหน่วยของ นิวตัน-เมตร (N-m) สามารถแสดงได้ดังตารางที่ ค.3

แรงบิด	ข้อต่อที่ (Joint)
158	1.
158	2.
68	3.
68	4.
17	5.
17	6.
17	7.

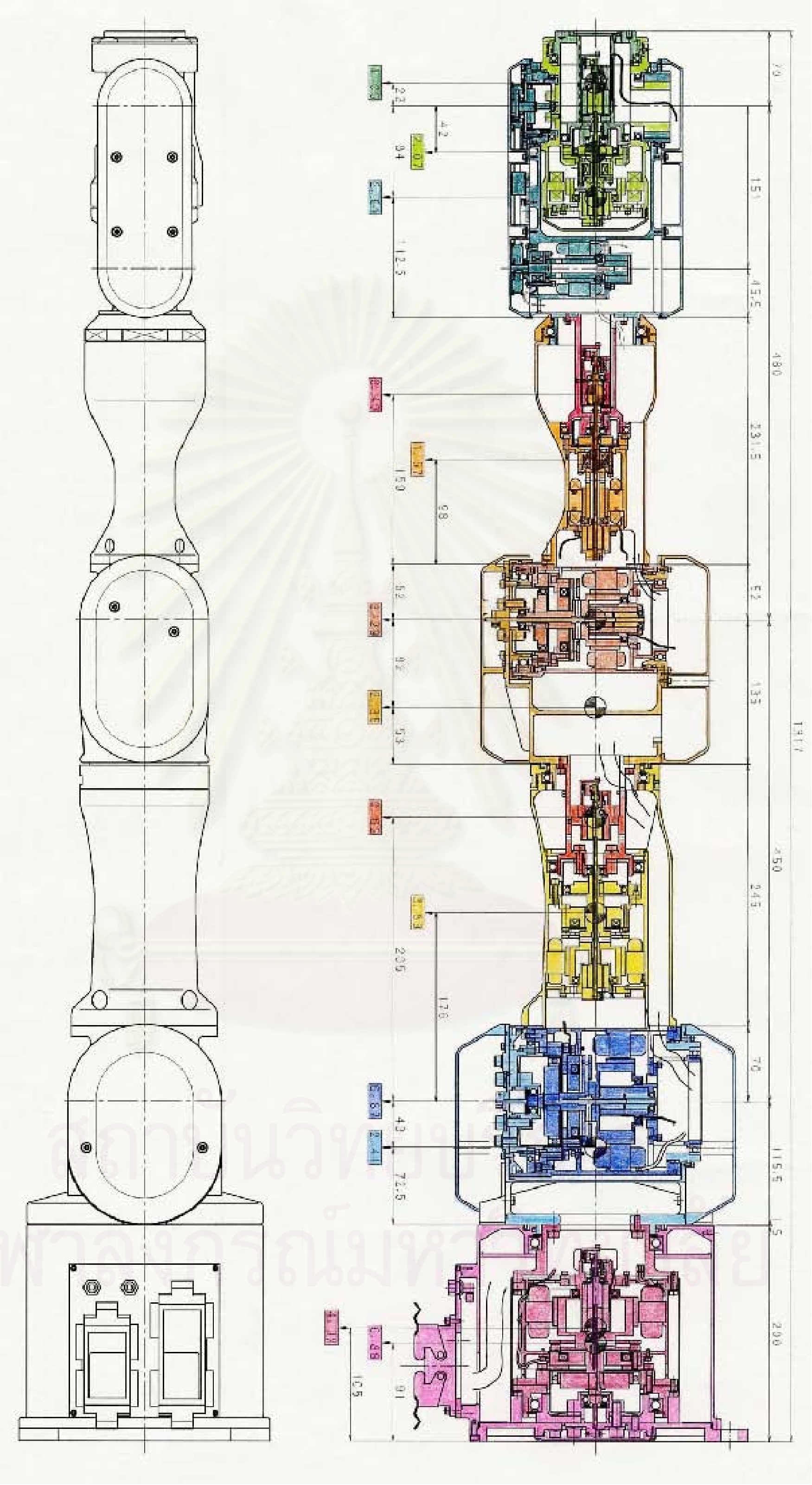
ตารางที่ ค.3 ค่าขีดจำกัดของแรงบิดของแต่ละจุดต่อ (Joint Torque Limits)

6. ขีดจำกัดของความเร็วของแต่ละจุดต่อ (Joint Speed Limits) โดยแสดงอยู่ในหน่วยของ องศา/วินาที (degrees/second) สามารถแสดงได้ดังตารางที่ ค.4

ความเร็ว	ข้อต่อที่ (Joint)
57	1.
57	2.
114	3.
114	4.
360	5.
360	6.
360	7.

ตารางที่ ค.4 ค่าขีดจำกัดของความเร็วของแต่ละจุดต่อ (Joint Speed Limits)

7. ระยะของแขนกล



รูปที่ ค.2 ระยะขนาดของหุ่นยนต์แขนกล PA10-7C

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายประสิทธิพร พงศ์วศิน เกิดเมื่อวันที่ 23 เมษายน พ.ศ.2524 ที่จ. ชลบุรี ศึกษาระดับอนุบาลและประถมศึกษาที่โรงเรียนอัสสัมชัญระยอง เมื่อจบการศึกษาชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และได้เข้าศึกษาต่อในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่โรงเรียนระยองวิทยาคม เมื่อจบการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้เข้าศึกษาต่อในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) สาขาวิชาช่างยนต์ ที่วิทยาลัยเทคนิคระยอง จากนั้นได้เข้าศึกษาต่อในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) สาขาวิชาช่างยนต์ ที่โรงเรียนเทคโนโลยีสยาม กรุงเทพมหานคร และเมื่อสำเร็จการศึกษาในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) ได้สอบเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาบัณฑิต โดยสำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ในปีการศึกษา 2546 และได้สอบเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2547