บทที่ ๒

ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

๒.๑ การโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming) เป็นกระบวนการศึกษาหาผลลัพธ์ของปัญหาในระบบที่ต้องการศึกษาอันหนึ่งด้วยเทคนิคและวิธีการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลลัพธ์ไปใช้ในการตัดสินใจ การวางแผน การควบคุม การจัดระบบงาน เทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลเชิงตัวเลข ได้แก่ การโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎีเกมส์ เทคนิคการจำลอง เป็นต้น (Gordon and Pressman 1978 : 48 - 52 and Smith 1977 : 7) วิธีการดังกล่าวนี้สามารถใช้ในการวางแผนและการจัดการทางการค้า ธุรกิจ การอุตสาหกรรม การเกษตร และการทหารอย่างประสบผลสำเร็จมาแล้ว ซึ่งต่อมาเทคนิคต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงตัวเลขได้พัฒนาไปเป็นศาสตร์สาขาใหม่ คือ การวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) วิทยาศาสตร์การจัดการ (Management Science) และวิทยาศาสตร์การตัดสินใจ (Decision Science)

การโปรแกรมเชิงเส้นตรง เป็นวิธีวิเคราะห์ที่สามารถนำไปใช้อย่างแพร่หลายมากที่สุด เป็นการจำลองแบบเพื่อการจัดสรรทรัพยากรที่เหมาะสม (Optimal Allocation of Resource) แบบจำลองฯ ของการโปรแกรมเชิงเส้นตรง เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาแบบการเลือก ทางเลือก (choice among alternatives) หรือกำหนดทางเลือก (assign the alternative) ขององค์ประกอบหรือทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุด (Correa 1966 : 82) วิธีการโปรแกรมเชิงเส้นตรงเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้หาทางเลือก (คำตอบหรือผลลัพธ์) ที่เหมาะสมสำหรับวัตถุประสงค์หนึ่ง ๆ ภายใต้ข้อจำกัดที่กำหนดขึ้น โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นว่า องค์ประกอบในระบบที่ต้องการศึกษามีความสัมพันธ์กันเป็นเส้นตรงหรือประมาณว่าเป็นเส้นตรง หรือเป็นสัดส่วนโดยตรง (อนุสรณ์ สิงหภักดี ๒๕๒๓ : ๖๕๐) ในการวิเคราะห์ต้องอาศัยรูปแบบการจัดการ (Allocation Models) ของการวิจัยดำเนินงาน (วิจิตร ตัณฑสุทธิ์ และคณะ ๒๕๒๒ : ๑๒)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการโปรแกรมเชิงเส้นตรงใช้สัญลักษณ์และฟังก์ชั่นทางคณิตศาสตร์มาเขียนแทนองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ในระบบของปัญหาที่ต้องการศึกษา แบบจำลองฯ จะเป็นตัวแทนของระบบที่สามารถใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์หาผลลัพธ์เพื่อแก้ปัญหาที่ต้องการได้ (สุเทพ จันทร-สมศักดิ์ ๒๕๑๗ : ๕ - ๖)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยองค์ประกอบหรือตัวแปรดังนี้ (Moskoeviteg and Wright 1979 : 13)

๑. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ ตัวแปรที่เกี่ยวข้องในการตัดสินใจ (Decision Variable) เป็นตัวแปรที่ต้องการคำนวณหาค่าผลลัพธ์จากแบบจำลองฯ

๒. ตัวแปรตาม ได้แก่ ตัวแปรที่กำหนดให้มีค่าสูงสุดหรือมีค่าต่ำสุดตามวัตถุประสงค์ของแบบจำลองฯ ค่าตัวแปรตามนี้จะแปรผันตามค่าตัวแปรอิสระ

๓. ค่าสัมประสิทธิ์และค่าคงที่ ได้แก่ คุณลักษณะเฉพาะของระบบอันหนึ่ง ๆ ที่ต้องการศึกษาองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบในระบบที่ศึกษา สามารถกำหนดเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แบบจำลองฯ จะมีโครงสร้างที่สำคัญสองส่วน (Budnich, Mojena and Vollmen 1977 : 11 - 12) คือ (ก) ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ (ข) ฟังก์ชั่นเงื่อนไข

ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ (Objective Function) เป็นฟังก์ชั่นที่แสดงถึงวัตถุประสงค์ของระบบที่ศึกษา โดยทั่วไประบบหนึ่ง ๆ จะมีวัตถุประสงค์สองแบบ

แบบแรก ได้แก่ วัตถุประสงค์ที่ต้องการทำให้เกิดประโยชน์สูงสุด (Maximum Benefit)

แบบที่สอง ได้แก่ วัตถุประสงค์ที่ต้องการใช้ทรัพยากรให้น้อยที่สุด (Minimum Cost)

ส่วนฟังก์ชั่นเงื่อนไข (Constrained Function) เป็นฟังก์ชั่นที่แสดงถึงขอบข่ายขององค์ประกอบในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

โครงสร้างทั่วไปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการโปรแกรมเชิงเส้นตรง เขียนแสดงในรูปของฟังก์ชั่นทางพีชคณิต ได้ดังนี้

ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

แบบ Maximum Benefit

$$\text{Max. } Z = A1X1 + A2X2 + \_\_\_ + AnXn$$

หรือ

แบบ Minimum Cost

$$\text{Min. } Z = A1X1 + A2X2 + \_\_\_ + AnXn$$

ฟังก์ชั่นเงื่อนไข

$$B1X1 + B2X2 + \_\_\_ + BnXn \geqslant C$$

หรือ

$$B1X1 + B2X2 + \_\_\_ + BnXn = C$$

หรือ

$$B1X1 + B2X2 + \_\_\_ + BnXn \leqslant C$$

ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์มี X1, X2, _ _ _,Xn หรือ Xi (i = 1, 2, _ _ _, n) เป็นตัวแปรอิสระที่มีผลต่อตัวแปรตาม Z

ค่าคงที่ Ai เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระ Xi ส่วนในฟังก์ชั่นเงื่อนไข ค่าคงที่ Bi ทุกตัวเป็นค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระ Xi

C เป็นค่าคงที่แสดงขอบเขตของตัวแปรตาม Z

เครื่องหมาย $\geqslant$, = หรือ $\leqslant$ ใช้แทนเงื่อนไขระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

Xi แต่ละตัวมีกำลังเป็นหนึ่ง แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ Xi และตัวแปรตาม Z เป็นแบบเส้นตรง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการโปรแกรมเชิงเส้นตรงมีวัตถุประสงค์ที่จะหาค่าของตัวแปรตาม Xi ที่จะทำให้ค่าตัวแปรตาม Z มีค่าสูงสุด (หรือต่ำสุด ตามกรณี) ทั้งนี้ต้องเป็นไปตามเงื่อนไข ค่าคงที่ Ai, Bi และ C เป็นค่าสัมประสิทธิ์และค่าคงที่ที่ทราบค่าของระบบ (Burman and others 1965 : 250 - 251)

วิธีการโปรแกรมเชิงเส้นตรงจำแนกออกได้เป็นหลายประเภท ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการดัดแปลงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้สามารถให้ค่าผลลัพธ์ออกมาอย่างเหมาะสมกับลักษณะของงาน แบบแรก เป็นการโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบผสม (Mixed Integer Programming) เป็นการโปรแกรมแบบที่ต้องการได้ค่าผลลัพธ์เป็นเลขจำนวนบวกใด ๆ เหมาะสมกับงานการจัดหรือเลือกสรรทรัพยากรที่มีลักษณะต่อเนื่อง แบบที่สอง เป็นการโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบจำนวนเต็ม (Integer Linear Programming) เป็นการโปรแกรมแบบที่ต้องการได้ค่าผลลัพธ์เป็นเลขจำนวนเต็มบวก เหมาะสมกับงานการจัดหรือเลือกสรรทรัพยากรที่มีลักษณะไม่ต่อเนื่อง จำเป็นต้องกำหนดออกมาเป็นหน่วยที่เป็นจำนวนเต็ม และแบบที่สามเป็นการโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบสองจำนวน (Zero-one Linear Programming) เป็นการโปรแกรมแบบที่ต้องการได้ค่าผลลัพธ์เป็นเลขจำนวนเต็มศูนย์และหนึ่ง เหมาะสำหรับใช้กับงานที่ต้องการตัดสินเลือก-ไม่เลือก หรือใช่-ไม่ใช่ (Bradley, Hax and Magnanti 1977 : 18) เป็นต้น

๒.๒ แนวคิดในการนำเอาการโปรแกรมเชิงเส้นตรงมาจัดตารางสอนมีมาตั้งแต่ปี ๑๙๔๐ แลงก์ฟิต (Langfit) เป็นบุคคลแรกที่ริเริ่มจัดตารางสอนด้วยคอมพิวเตอร์ แต่ยังไม่เป็นที่สนใจมากนัก จนกระทั่งปี ๑๙๖๑ แอปเปิลบี และคณะ (Appleby et. al.) ได้เริ่มงานนี้ขึ้นใหม่ในประเทศอังกฤษและแนวคิดนี้ได้แพร่หลายออกไปสู่ออสเตรเลีย นิวซีแลนด์ อเมริกา แคนาดา สวิตเซอร์แลนด์และสวีเดน ในปีต่อมา กอทเลิบ (Gotlieb) ได้พัฒนางานนี้ไปอีกในแคนาดา โดยใช้วิธีการโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ (mathematical programming) แต่วิธีการนี้ยังมีข้อจำกัดทางด้านข้อมูลและเงื่อนไขอีกมาก อาทิเช่น จัดตารางสอนได้ครั้งละไม่เกิน ๑๒ ชั้นเรียน เงื่อนไขหลายอย่างยังถูกละเลย และที่สำคัญคือใช้เวลาในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์นานมาก ในปี ๑๙๖๗ ไลออนและเคท (Lion & Kate) ชาวแคนาดาได้ปรับปรุงวิธีการของกอทเลิบ โดยนำเอาวิธีแก้ปัญหาการจัดสรร (assignment problem) มาใช้จัดตารางสอน แต่ยังไม่สามารถแก้ปัญหาเรื่องเวลาวิเคราะห์ของคอมพิวเตอร์ได้ เนื่องด้วยขณะนั้นค่าใช้จ่ายด้านคอมพิวเตอร์ราคาแพง ในการจัดตารางสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ครึ่งหนึ่งของค่าใช้จ่ายเป็นค่าการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ อย่างไรก็ดี

แนวคิดในการจัดตารางสอนด้วยคอมพิวเตอร์ก็ยังพัฒนาไปอย่างต่อเนื่อง กล่าวคือ ในปี ๑๙๖๘ เดมป์สเตอร์ (Demster) ได้นำเอาวิธีกราฟมาใช้จัดตารางสอน ในปี ๑๙๗๑ เดอ เวอร์ร่า (De Werra) ได้นำเอาวิธีจัดตารางงาน (scheduling problem) มาเพื่อใช้จัดตารางสอน (Lawries & Veitch 1975 : 65 – 73) ในปีเดียวกันนี้ แอนดริวและคอลลิน (Andrew & Collin) และทิลเลตต์ (Tillette) ได้นำเอาวิธีการโปรแกรมเชิงเส้นแบบศูนย์หนึ่งมาใช้จัดตารางสอน และในปี ๑๙๘๒ ฮาร์วูดและลอร์เลส (Harwood & Lawless) ได้นำเอาวิธีการโปรแกรมเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็ม มาใช้จัดตารางสอน เพื่อให้ได้ผลสมบูรณ์มากขึ้น แต่อย่างไรก็ตาม ปัญหาเรื่องเวลาในการวิเคราะห์ด้วยคอมพิวเตอร์ก็ยังมิได้หมดไปเสียเลยทีเดียว (Tillette 1975 : 101 – 104) ตลอดระยะเวลาหลายสิบปีที่ผ่านมา การจัดการเรียนการสอนด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการใช้คอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาให้ก้าวหน้าไปเป็นอันมาก และได้แสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนการสอนนั้นสามารถจัดกระทำได้ในรูปของข้อมูลเชิงปริมาณด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์และโดยวิธีการทางคอมพิวเตอร์ วิธีการใหม่นี้ได้แสดงให้เห็นอย่างชัดแจ้งว่าได้ช่วยแบ่งเบาภาระการทำงานของผู้จัดการเรียนการสอน ในด้านแรงงานและเวลาลงได้มาก ส่วนทางด้านงบประมาณนั้น แม้ยังไม่ประสบความสำเร็จมากนัก แต่คาดว่าจะได้รับการพัฒนาให้ดียิ่งขึ้นในโอกาสต่อไป (LGORU 1970 : 55, STAG 1973 : 73)

๒.๓ ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการกำหนดรายวิชาและจำนวนคาบสอน มีอยู่ดังต่อไปนี้

ในปี ๑๙๗๖ แอนดริวและคอลลิน (Andrew & Collin 1974 : 83 – 89) ได้นำเอาวิธีการโปรแกรมเชิงเส้นแบบศูนย์หนึ่ง (Zero-one linear programming) มาใช้วางแผนจัดตารางสอนของภาควิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยมินเนโซต้า โดยคำนึงถึงการเลือกของอาจารย์ต่อรายวิชาที่ชอบสอน ประสิทธิผลการสอนของอาจารย์ที่หัวหน้าภาคประเมินจำนวนคาบทั้งหมดของรายวิชา และจำนวนคาบที่กำหนดให้แก่อาจารย์คนหนึ่ง ๆ พบว่า วิธีการดังกล่าวสามารถจัดตารางสอนได้ดี แต่ยังไม่ได้พิจารณาถึงตัวแปรอื่นที่สำคัญอีกหลายประการ

องค์ประกอบของการกำหนดรายวิชาให้อาจารย์ผู้สอนในแบบจำลองของ Andrew และ Collin ประกอบด้วย

$X(i,j)$ คือ อาจารย์ i สอนรายวิชา j

$P(i,j)$ คือ คะแนนความชอบและต้องการสอนรายวิชา j ของอาจารย์ i

$E(i,j)$ คือ คะแนนประสิทธิผลการสอนรายวิชา j ของอาจารย์ i

$C(j)$ คือ รายวิชาทั้งหมดที่เปิดสอน

$F(i)$ คือ จำนวนรายวิชาสูงสุดของอาจารย์ i ที่จะสอนได้

$W(i)$ คือ ค่า Weighted ระหว่างความชอบและต้องการสอนกับประสิทธิผลการสอนของอาจารย์ i

วัตถุประสงค์

เลือกรายวิชาให้อาจารย์ผู้สอน เพื่อให้เกิดความชอบและต้องการสอนกับประสิทธิผลการสอนสูงสุด

เงื่อนไข

จำนวนรายวิชาที่คัดเลือกให้อาจารย์ผู้สอนทั้งหมดรวมกันต้องเท่ากับ จำนวนรายวิชาทั้งหมดที่เปิดสอน

จำนวนรายวิชาทั้งหมดที่คัดเลือกให้อาจารย์ i ต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับจำนวนรายวิชาสูงสุดของอาจารย์ i ที่จะสอนได้

เขียนในรูปฟังก์ชั่น ได้ดังนี้

$$\text{Maximize } Z = \sum_i \sum_j X(i,j).\left[W(i).P(i,j) + (1-W(i)).E(i,j)\right]$$

subject to

$$\sum_i X(i,j) = C(j)$$

$$\sum_j X(i,j) \leqslant F(i)$$

แบบจำลองของ Andrew และ Collin ยังคงไม่สมบูรณ์เท่าที่ควร เพราะยังไม่ได้พิจารณาถึงองค์ประกอบอื่น ๆ เช่น จำนวนรายวิชาที่แตกต่างกันที่ครูคนหนึ่งได้รับ เป็นต้น

Dyer และ Mulvey ได้ใช้ network optimization algorithm ในการกำหนดรายวิชา จำนวนคาบสอน และภาคการศึกษาที่จะได้สอนรายวิชานั้น ๆ ให้กับอาจารย์ผู้สอนในมหาวิทยาลัย

องค์ประกอบที่นำมาใช้ในแบบจำลองของ Dyer และ Mulvey มีดังนี้

l	คือ	จำนวนอาจารย์ผู้สอน
m	คือ	จำนวนรายวิชา
X(i,j,k)	คือ	อาจารย์ i สอนรายวิชา j ในภาคการศึกษา k
U(i,j)	คือ	คะแนนความชอบและต้องการสอนรายวิชา j จากอาจารย์ i
$\underline{R(i)}$	คือ	จำนวนคาบสอนต่ำสุดของอาจารย์ i ภายใน ๑ ปีการศึกษา
$\overline{R(i)}$	คือ	จำนวนคาบสอนสูงสุดของอาจารย์ i ภายใน ๑ ปีการศึกษา
$\underline{S(i,k)}$	คือ	จำนวนคาบสอนต่ำสุดของอาจารย์ i ภายในภาคการศึกษา k
$\overline{S(i,k)}$	คือ	จำนวนคาบสอนสูงสุดของอาจารย์ i ภายในภาคการศึกษา k
$\underline{A(j)}$	คือ	จำนวนคาบสอนของรายวิชา j ต่ำสุด ที่เปิดสอนภายใน ๑ ปีการศึกษา
$\overline{A(j)}$	คือ	จำนวนคาบสอนของรายวิชา j สูงสุด ที่เปิดสอนภายใน ๑ ปีการศึกษา
$\underline{B(j,k)}$	คือ	จำนวนคาบสอนของรายวิชา j ต่ำสุด ที่เปิดสอนภายในภาคการศึกษา k
$\overline{B(j,k)}$	คือ	จำนวนคาบสอนของรายวิชา j สูงสุด ที่เปิดสอนภายในภาคการศึกษา k

F(i,j) คือ จำนวนคาบสอนสูงสุดของรายวิชา j สอนโดยอาจารย์ i ในภาคการศึกษาใดๆ

J(i) คือ เซทของรายวิชาที่อาจารย์ i สามารถสอนได้

I(j) คือ เซทของอาจารย์ผู้สอนที่สามารถสอนรายวิชา j ได้

K(i) คือ เซทของภาคการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับอาจารย์ i

K(j) คือ เซทของภาคการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับรายวิชา j

Dyer และ Mulvey ได้กำหนดวัตถุประสงค์และเงื่อนไขของแบบจำลองไว้ดังนี้

วัตถุประสงค์

เลือกรายวิชาและภาคการศึกษาแก่อาจารย์ผู้สอน ให้ได้คะแนนความชอบและต้องการสอนสูงสุด

เงื่อนไข

จำนวนคาบสอนของรายวิชาต่างๆที่คัดเลือกให้สอนโดยอาจารย์ i ต้องอยู่ระหว่างจำนวนคาบสอนต่ำสุด และสูงสุดของอาจารย์ i ภายใน ๑ ปีการศึกษา

จำนวนคาบสอนของเซทของรายวิชาที่อาจารย์ i สอนได้ (ที่คัดเลือกได้) ต้องอยู่ในระหว่างจำนวนคาบสอนต่ำสุด และสูงสุดของอาจารย์ i ภายใน ๑ ภาคการศึกษา

จำนวนคาบสอนของรายวิชา j ที่สอนโดยเซทของอาจารย์ที่สามารถสอนรายวิชา j ภายในเซทของภาคการศึกษาที่รายวิชา j เปิดสอน (ที่คัดเลือกได้) ต้องอยู่ในระหว่างจำนวนคาบสอนต่ำสุด และสูงสุดของรายวิชา j ที่จะเปิดสอนภายใน ๑ ปีการศึกษา

จำนวนคาบการสอนของรายวิชา j ที่สอนโดยเซตของอาจารย์ที่สามารถสอนรายวิชา j ในภาคการศึกษา k (ที่คัดเลือกได้) ต้องอยู่ในระหว่าง จำนวนคาบสอนต่ำสุดและสูงสุดของรายวิชา j ที่เปิดสอนภายใน ๓ ภาคการศึกษา เขียนในรูปฟังก์ชั่น ได้ดังนี้

$$\text{Maximize } Z = \sum_{i=1}^{l} \left[\sum_{j \in J(i)} \sum_{k \in K(i)} U(i,j).X(i,j,k) \right]$$

subject to

$$\underline{R(i)} \leqslant \sum_{j \in J(i)} \sum_{k \in K(i)} X(i,j,k) \leqslant \overline{R(i)} \; ; \; i = 1,2,\text{—},l$$

$$\underline{S(i,k)} \leqslant \sum_{j \in J(i)} X(i,j,k) \leqslant \overline{S(i,k)} \; ; \; i = 1,2,\text{—},l; \; k \in K(i)$$

$$\underline{A(j)} \leqslant \sum_{i \in I(j)} \sum_{k \in K(i)} X(i,j,k) \leqslant \overline{A(j)} \; ; \; j = 1,2,\text{—},m$$

$$\underline{B(j,k)} \leqslant \sum_{i \in I(j)} X(i,j,k) \leqslant \overline{B(j,k)} \; ; \; j = 1,2,\text{—},m; \; k \in K(j)$$

$$0 \leqslant X(i,j,k) \leqslant F(i,j) \; ; \; i = 1,2,\text{—},l \; ; j \in J(i); k \in K(j)$$

$$X(i,j,k) = 0,\ 1,\ 2,\ \text{—}$$

แบบจำลองของ Dyer และ Mulvey ยังไม่สมบูรณ์เท่าที่ควร ที่ไม่ได้นำเอาประสิทธิผลการสอนมารวมในองค์ประกอบด้วย

Shih และ Sullivan ได้ใช้วิธีการโปรแกรมเชิงเส้น ๒ ขั้นตอน มากำหนดรายวิชา และช่วงเวลาสอนให้กับอาจารย์ผู้สอนในมหาวิทยาลัย และให้ได้คะแนนความชอบและต้องการสอนรายวิชาและอยู่ในช่วงเวลาที่ครูผู้สอนต้องการมากที่สุด

องค์ประกอบของแบบจำลองของ Shih และ Sullivan ประกอบด้วย

T คือ จำนวนภาคการศึกษาทั้งหมดที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน

P(i,j,k) คือ คะแนนความชอบและต้องการสอนของอาจารย์ i สอนรายวิชา j ในภาคการศึกษา k

Q(i,j,k) คือ คะแนนประสิทธิผลการสอนของอาจารย์ i สอนรายวิชา j ในภาคการศึกษา k

Q(k) คือ คะแนนประสิทธิผลการสอนที่ต่ำสุดที่ยินยอมให้รักษาไว้สำหรับทุก ๆ รายวิชาในภาคการศึกษา k

C(k) คือ จำนวนรายวิชาทั้งหมดที่เปิดสอนในภาคการศึกษา k

E(k) คือ จำนวนรายวิชาที่แตกต่างกันทั้งหมดที่เปิดสอนในภาคการศึกษา k

N(i,k) คือ จำนวนรายวิชาที่อาจารย์ i จะต้องสอนในภาคการศึกษา k

S(j,k) คือ ขนาดของห้องเรียนสำหรับรายวิชา j ในภาคการศึกษา k

U(i),L(i) คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่อาจารย์ i จะสอนทั้งหมดตลอดระยะเวลาที่วางแผนอย่างสูงสุด และอย่างต่ำสุด

m คือ จำนวนอาจารย์ผู้สอนที่อยู่ในระยะเวลาวางแผน

I(k) คือ จำนวนอาจารย์ผู้สอนในภาคการศึกษา k

D(k) คือ จำนวนอาจารย์ระดับปริญญาเอกในภาคการศึกษา k

V(t) คือ เซตของรายวิชาที่มีคาบสอนมากกว่า ๑ คาบสอนขึ้นไป

วัตถุประสงค์ตอนที่ ๑

เพื่อกำหนดรายวิชาและภาคการศึกษาแก่อาจารย์ผู้สอน ให้ได้คะแนนความชอบและต้องการสอนสูงสุด

เงื่อนไข

จำนวนรายวิชาที่คัดเลือกให้อาจารย์ i สอนในภาคการศึกษา k ต้องเท่ากับจำนวนรายวิชาที่อาจารย์ i สอนทั้งหมด ในภาคการศึกษา k

รายวิชา j ในภาคการศึกษา k จะต้องมีอาจารย์อย่างน้อย ๑ คนสอน

คะแนนประสิทธิผลการสอนของอาจารย์ i ต่อรายวิชาที่ได้สอนในภาคการศึกษา k ต้องมากกว่า หรือเท่ากับคะแนนประสิทธิผลการสอนต่ำสุดที่รักษาไว้ต่อทุกรายวิชาที่สอนในภาคการศึกษา k

จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่เรียนรายวิชาต่าง ๆ ที่อาจารย์ i สอนในภาคการศึกษาที่วางแผน ต้องอยู่ในระหว่างค่าต่ำสุด และสูงสุดของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่อาจารย์ i จะสอนได้ตามเกณฑ์

สัดส่วนของรายวิชาปริญญาโทที่สอนโดยอาจารย์ระดับปริญญาเอก ต่อรายวิชาปริญญาโทที่สอนโดยอาจารย์ทั้งหมดในภาคการศึกษา k ต้องมากกว่า เกณฑ์เปอร์เซ็นต์ของรายวิชาระดับปริญญาโท ที่สอนโดยอาจารย์ปริญญาเอกในภาคการศึกษา k

อาจารย์ปริญญาเอกต้องสอนรายวิชาปริญญาตรีอย่างน้อย ๑ รายวิชา

เขียนในรูปฟังก์ชั่น ดังนี้

$$\text{Maximize } Z = \sum_{k=1}^{T} \sum_{i \in I(k)} \sum_{j=1}^{U(k)} P(i,j,k).X(i,j,k)$$

subject to

$$\sum_{j=1}^{C(k)} X(i,j,k) = N(i,k) \; ; \; k = 1,2,\text{---},T \; ; \; i \in I(k)$$

$$\sum_{i \in I(k)} X(i,j,k) = 1 \quad ; \; j = 1,2,\text{---},C(k) \; ; \; k = 1,2,\text{---},T$$

$$\sum_{i \in I(k)} \sum_{j=1}^{C(k)} Q(i,j,k).X(i,j,k) \geqslant Q(k) \; ; \; k = 1,2,\text{---},T$$

$$\sum_{k=1}^{T} \sum_{j=1}^{C(k)} S(j,k).X(i,j,k) \geqslant U(i) \; ; \; i = 1,2,\text{---},m$$

$$\sum_{k=1}^{T} \sum_{j=1}^{C(k)} S(j,k).X(i,j,k) \geqslant L(i) \; ; \; i = 1,2,\text{---},m$$

$$\frac{\sum_{i \in D(k)} \sum_{j \in G(k)} X(i,j,k)}{\sum_{i \in I(k)} \sum_{j \in G(k)} X(i,j,k)} \geqslant P(k) \; ; \; k = 1,2,\text{---},T$$

$$\sum_{k=1}^{T} \sum_{j \in F(k)} X(i,j,k) \qquad\qquad 1$$

$$X(i,j,k) \in \left[\, 0 \, , \, 1 \,\right]$$

องค์ประกอบของแบบจำลอง **Shih** และ **Sullivan** ตอนที่ ๒ ประกอบด้วย

W(t,h,k) คือ จำนวนคาบสอนของรายวิชา t ที่ยินยอมให้สอนในช่วงเวลา h ในภาคการศึกษา k

G(k),F(k) คือ จำนวนรายวิชาระดับปริญญาโทและปริญญาตรี ที่เปิดสอนในภาคการศึกษา k

P(k) คือ เปอร์เซ็นต์ของรายวิชาระดับปริญญาโทที่สอนโดยอาจารย์ปริญญาเอก ในภาคการศึกษา k

A(j,h,k) คือ คะแนนความชอบและต้องการสอนของครูที่มีต่อรายวิชา j ลงในช่วงเวลา h ในภาคการศึกษา k

Y(j,h,k) คือ รายวิชา j อยู่ในช่วงเวลา h ในภาคการศึกษา k

B(k) คือ จำนวนช่วงเวลาในภาคการศึกษา k

R(h,k) คือ จำนวนรายวิชาทั้งหมดที่ยินยอมให้จัดลงในช่วงเวลา h ใน ภาคการศึกษา k

<u>วัตถุประสงค์ ตอนที่ ๒</u>

เพื่อกำหนดรายวิชาลงในช่วงเวลาที่ครูผู้สอนชอบและต้องการสอนให้ได้คะแนนความชอบและต้องการสอนสูงสุด ในภาคการศึกษานั้น

<u>เงื่อนไข</u>

รายวิชา j ต้องถูกจัดลงในช่วงเวลาใดช่วงเวลาหนึ่ง

จำนวนรายวิชาทั้งหมดที่ถูกจัดลงในช่วงเวลา h ต้องไม่เกิน จำนวนรายวิชาที่ยินยอมให้จัดลงได้ในช่วงเวลา h ในภาคการศึกษา k

จำนวนคาบสอนของรายวิชา j เดียวกัน ที่จัดลงในช่วงเวลา h (ที่คัดเลือกได้) ต้องไม่เกินจำนวนคาบสอนของรายวิชา j เดียวกัน ที่ยินยอมให้จัดลงในช่วงเวลา h ได้

เขียนเป็นรูปฟังก์ชั่น ได้ดังนี้

$$\text{Maximize} \quad Z = \sum_{k=1}^{T} \sum_{j=1}^{C(k)} \sum_{h=1}^{B(k)} A(j,h,k).Y(j,h,k)$$

subject to

$$\sum_{h=1}^{B(k)} Y(j,h,k) = 1 \quad ; k = 1,2,\text{—},T \; ; \; j = 1,2,\text{—},C(k)$$

$$\sum_{j=1}^{C(k)} Y(j,h,k) \leqslant R(h,k) \; ; h = 1,2,\text{—},B(k) \; ; \; k = 1,2,\text{—},T$$

$$\sum_{j \in V(t)} Y(j,h,k) \leqslant W(t,h,k) \; ; k = 1,2,\text{—},T \; ; \; t = 1,2,\text{—},E(k)$$

$$h = 1,2,\text{—},B(k)$$

$$Y(j,h,k) \in \left[0 , 1 \right]$$

แบบจำลองของ Shih และ Sullivan มีความเหมาะสมที่จะใช้กับการจัดการสอนในระดับอุดมศึกษา มากกว่าที่จะใช้ในระดับมัธยมศึกษา

Tillette ได้ปรับปรุงแก้ไขแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Andrew และ Collin นำมาใช้จัดรายวิชาและจำนวนคาบสอนที่เหมาะสมกับครูผู้สอน เพื่อให้ได้คะแนนความชอบและต้องการสอนกับคะแนนประสิทธิผลการสอนสูงสุด ในโรงเรียนมัธยมศึกษา 7 แห่ง

องค์ประกอบของแบบจำลอง Tillette ประกอบด้วย

a(i) คือ จำนวนคาบสอนทั้งหมดที่ครู i ได้รับมอบหมายให้สอน

b(j) คือ จำนวนคาบสอนของรายวิชา j ที่เปิดสอน

U(i) คือ จำนวนรายวิชาแตกต่างกันที่ครู i ยอมรับในการสอน

W(i) คือ ค่า Weighted ระหว่างคะแนนความชอบและต้องการสอนกับคะแนนประสิทธิผลการสอน

P(i,j,k) คือ คะแนนความชอบและต้องการสอนของครู i ต่อรายวิชา j จำนวน k คาบ

X(i,j,k) คือ อาจารย์ i สอนรายวิชา j จำนวน k คาบ

E(i,j) คือ คะแนนประสิทธิผลการสอนของครู i ต่อรายวิชา j

C(i,j) คือ ค่าที่น้อยกว่าเมื่อเปรียบเทียบกันระหว่าง a(i) กับ b(j)

D(i,j,k) คือ ค่าประโยชน์ในการจัดการสอนประกอบด้วย

$$\left[k.W(i).E(i,j) \; + \; k.(1-W(i)).P(i,j,k) \right]$$

วัตถุประสงค์

เพื่อกำหนดรายวิชาและจำนวนคาบสอนแก่ครูผู้สอนให้ได้ค่าประโยชน์ในการกำหนดรายวิชาและจำนวนคาบสอนสูงสุด

เงื่อนไข

จำนวนคาบสอนของรายวิชาต่าง ๆ ที่ครู i ได้รับคัดเลือกให้สอนรวมกันต้องเท่ากับ จำนวนคาบสอนทั้งหมดที่ครู i ได้รับมอบหมายให้สอน

จำนวนคาบสอนของรายวิชา j ที่ครูต่าง ๆ ได้รับคัดเลือกให้สอนรวมกันต้องเท่ากับ จำนวนคาบสอนทั้งหมดของรายวิชา j ที่เปิดสอน

จำนวนรายวิชาที่แตกต่างกันที่ครู i ได้รับคัดเลือกได้ต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับ จำนวนรายวิชาที่แตกต่างกันที่ครู i ยอมรับในการสอน
เขียนในรูป ฟังก์ชั่น ได้ดังนี้

$$\text{Maximize } Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{C(i,j)} D(i,j,k).X(i,j,k)$$

subject to

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{C(i,j)} kX(i,j,k) = a(i) \; ; \; i = 1,2,\_\_\_,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{C(i,j)} k.X(i,j,k) = b(j) \; ; \; j = 1,2,\_\_\_,n$$

$$\sum_{k=1}^{C(i,j)} X(i,j,k) \leqslant 1 \; ; \; i = 1,2,\_\_\_,m \; ; \; j = 1,2,\_\_\_,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{C(i,j)} X(i,j,k) \leqslant U(i) \; ; \; i = 1,2,\_\_\_,m$$

$X(i,j,k) = 0,$ หรือ 1 สำหรับทุก ๆ i,j,k

แบบจำลองของ Tillette ที่แสดงมามีความเหมาะสมกับสภาพการจัดการสอนในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยที่ Tillette ได้นำไปทดลองใช้จัดการสอนในโรงเรียนมัธยมศึกษา ๗ แห่ง ได้ผลออกมาน่าพอใจ และเมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องแล้ว ผู้วิจัยเห็นว่า แบบจำลองของ Tillette น่าจะมีความเหมาะสมกับ สภาพของการจัดการสอนในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาของไทย มากกว่า แบบจำลองอื่น ๆ ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้จึงนำเอาแบบจำลองของ Tillette มาใช้กำหนดรายวิชาและจำนวนคาบสอนให้ครูผู้สอนในโรงเรียนมัธยมศึกษาของไทย เพื่อจะศึกษาดูความเที่ยงตรงของแบบจำลอง เมื่อสภาพข้อมูลเปลี่ยนไป และมีการปรับแบบจำลองเล็กน้อย เพื่อความเหมาะสมกับข้อมูล ในการที่จะศึกษาต่อไปว่า แบบจำลองของ Tillette นี้ จะสามารถนำมาใช้เป็นรูปแบบการกำหนดรายวิชาและจำนวนคาบสอนให้ครูผู้สอน ที่ดีกว่า (ในเรื่องของคะแนนความชอบและต้องการสอน คะแนนประสิทธิผลการสอน) การจัดการเรียนการสอนที่ใช้ในโรงเรียนปัจจุบันหรือไม่