



บทที่ 2

วรรณคดีที่เกี่ยวข้อง

การกระจายแบบที (t-distribution)

W.S. Gosset เป็นผู้ค้นพบการกระจายแบบที หรือ Student's t-distribution ในปี ค.ศ. 1908 เนื่องจากในขณะนั้นนายจ้างห้ามมิให้เขา เขียนหรือจัดพิมพ์เอกสารใด ๆ เขาจึงแอบพิมพ์เผยแพร่โดยใช้นามปากกาว่า "Student" ที่มาของการกระจายแบบทีเกี่ยวข้องกับ การกระจายแบบโค้งปกติและโค-สแควร์ กล่าวคือ ถ้ามีกลุ่มตัวอย่างซึ่งมาจากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจง เป็นแบบปกติมีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $\mu$  และความแปรปรวนเท่ากับ  $\sigma^2$  อยู่กลุ่มหนึ่ง ลุ่มตัวอย่างมา  $n$  ตัวเพื่อหาค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) หลังจากนั้นลุ่มตัวอย่างมาอีก  $n$  ตัวเพื่อหาค่า  $\sum_{i=1}^n X_i^2$  อัตราส่วนของค่าเฉลี่ยและ  $\sum_{i=1}^n X_i^2$  คือ  $t_{n-2}$  นั่นคือ

$$t_{10} = \frac{\bar{X}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i^2}{10}}}$$

และรูปทั่วไปของการกระจายแบบที คือ

$$t_n = \frac{\bar{X}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}}} \text{ เมื่อ } n \text{ คือ degrees of freedom}$$

คุณสมบัติของการกระจายแบบที

1. มีลักษณะสมมาตร
2. ค่าเฉลี่ย มีอสมฐาน และฐานนิยมมีค่าเท่ากับ 0
3. ความแปรปรวนเท่ากับ  $\frac{n}{n-2}$  (เมื่อ  $n$  เป็น degrees of freedom)

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมีค่ามากกว่า 1 เล็กน้อย ในกรณีที่  $n$  มีค่ามาก ๆ ความแปรปรวนจะมีค่าเท่ากับ 1

4. ถ้า  $n$  มีค่ามาก ๆ การกระจายจะมีลักษณะใกล้เคียงหรือเป็นแบบปกติ
5.  $\alpha t_n = (1 - \alpha) t_n$

#### การทดสอบที (t-test)

W.S. Gosset เป็นผู้สร้างสถิติทดสอบนี้ขึ้นมาเมื่อ ค.ศ. 1908 พร้อมกับการกระจายแบบที และ R.A. Fisher เป็นผู้เน้นบทบาทของสถิติทดสอบนี้

#### ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติ
2. กลุ่มตัวอย่างทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน (independent groups) และเป็นกลุ่มตัวอย่างสุ่ม
3. ตัวอย่างในกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน (independent within samples)
4. ข้อมูลจัดอยู่ในสเกลวัดได้ (measurable scale)
5. ความแปรปรวนของประชากรเท่ากัน (Homogeneity of variance)

#### การคำนวณค่าทดสอบ

ถ้าให้  $X_1, X_2, \dots, X_m$  และ  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  เป็นกลุ่มตัวอย่างสุ่มจากประชากรสองกลุ่มซึ่งมีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติ จะคำนวณค่าได้จากสูตร

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\Sigma x^2 + \Sigma y^2}{(m+n-2)} \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right)}}$$

โดยที่  $\Sigma x^2 = \Sigma (x - \bar{X})^2$

$\Sigma y^2 = \Sigma (y - \bar{Y})^2$

ค่า  $t$  จะกระจายแบบทีด้วย  $m+n-2$  degree of freedom

### การทดสอบของวิลค็อกซอน

(Wilcoxon Test or Wilcoxon's Rank - Sum Test)

วิลค็อกซอนเป็นผู้สร้างสถิติทดสอบนี้ขึ้นเมื่อ ค.ศ. 1949 เพื่อศึกษาการเปรียบเทียบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติของประชากรซึ่งเป็นที่มาของกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน สถิติทดสอบของวิลค็อกซอนมีพื้นฐานการสร้างเช่นเดียวกับการทดสอบของฟิชเชอร์ (Fisher randomization t-test) แต่มีความไว (sensitive) มากกว่า ความแตกต่างอยู่ที่ว่า วิธีการของวิลค็อกซอนกลุ่มตัวอย่างจะถูกแทนที่โดยใช้อันดับที่ได้มาจากกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด และจะทดสอบข้อมูลโดยใช้ค่าอันดับที่ได้นี้ แต่วิธีการของฟิชเชอร์จะใช้ค่าที่ได้จากการสังเกตมาคิดคำนวณเพื่อทดสอบข้อมูล วิลค็อกซอนมีเหตุผลว่าเมื่อมีกลุ่มตัวอย่าง  $n$  คนจากประชากรกลุ่มหนึ่ง และกลุ่มตัวอย่าง  $m$  คนจากประชากรอีกกลุ่มหนึ่ง โดยมีสมมุติฐานที่ต้องการทดสอบคือ ประชากรซึ่งเป็นที่มาของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองไม่แตกต่างกัน การนำค่าอันดับทั้งหมดมาเลือกครั้งละ  $n$  ตัวแล้วหาผลรวม จะสามารถหาผลรวมได้ทั้งหมด  $\binom{n+m}{n}$  จำนวนซึ่งจะมีการกระจายในลักษณะลุ่ม และถ้าสมมุติฐานสุญเป็นจริงก็จะต้องเกิดการกระจายในลักษณะลุ่มขึ้นจริง ด้วยเหตุนี้สมมุติฐานสุญจะถูกปฏิเสธถ้าการกระจายของผลรวมของอันดับไม่เป็นการกระจายแบบลุ่ม นั่นคือสมมุติฐานสุญจะถูกปฏิเสธถ้าค่าผลรวมของอันดับของกลุ่มตัวอย่าง  $n$  คนตกอยู่ในเขตวิกฤตซึ่งจะมีค่าเท่ากับ  $\alpha \binom{n+m}{n}$  ค่าสำหรับการทดสอบทางเดียวและเท่ากับ  $\alpha \binom{n+m}{n} / 2$  สำหรับการทดสอบสองทาง

ข้อตกลงเบื้องต้น (Bradley 1964: 107)

1. กลุ่มตัวอย่างทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน (independent groups) และเป็นกลุ่มตัวอย่างลุ่ม
2. ตัวอย่างในกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน (independent within samples)
3. ไม่มีอันดับที่ซ้ำกัน (tied rank)

### การคำนวณค่าทดสอบ

เอาคะแนนที่ได้จากการสังเกตทั้งหมดมาจัดอันดับแล้วรวมค่าอันดับของแต่ละกลุ่มให้ผลรวมของค่าอันดับที่น้อยกว่าเป็น  $T_1$  และผลรวมอีกค่าหนึ่งเป็น  $T_2$  ค่า  $T_1$  ที่ได้นี้จะเป็นค่าที่นำไปเปรียบเทียบกับเขตวิกฤตซึ่งมีวิธีการคำนวณดังนี้คือ นำค่าอันดับทั้งหมดมาเลือกครั้งละ  $n$  ตัว ( $n$  คือจำนวนตัวอย่างของกลุ่มตัวอย่างที่มีค่าผลรวมของค่าอันดับเป็น  $T_1$ ) แล้วหาผลรวม จะได้ค่าผลรวมทั้งหมด  $\binom{n+m}{n}$  ค่า เรียงลำดับค่าผลรวมที่ได้จากน้อยที่สุดไปหามากที่สุด ตัดค่าผลรวมที่เรียงลำดับแล้ว  $\alpha \binom{n+m}{n}$  ค่าสำหรับการทดสอบหางเดียว หรือ  $\alpha \binom{n+m}{n} / 2$  ค่าสำหรับการทดสอบสองหางเป็นเขตวิกฤต ถ้าค่า  $T_1$  ตกอยู่ในเขตวิกฤตก็จะปฏิเสธสมมติฐานศูนย์ ( $H_0$ )

### การทดสอบของวิลค็อกซอน เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่

ถ้าจำนวนตัวอย่างในแต่ละกลุ่มมากกว่า 10 จำนวนขึ้นไป ถือว่าเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่ ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าของ  $Z$  ได้ดังสูตร

$$Z = \frac{T_1 - E(T_1)}{\sqrt{\text{Var}(T_1)}} = \frac{T_1 - n(n+m+1)/2}{\sqrt{(nm/12)(n+m+1)}}$$

เมื่อ  $n$  คือ จำนวนตัวอย่างของกลุ่มตัวอย่างที่มีผลรวมของค่าอันดับ เป็น  $T_1$

$m$  คือ จำนวนตัวอย่างของกลุ่มตัวอย่างที่มีผลรวมของค่าอันดับ เป็น  $T_2$

$T_1$  คือ ผลรวมของค่าอันดับที่น้อยกว่า

$T_2$  คือ ผลรวมของค่าอันดับที่มากกว่า

$Z$  จะแจกแจงเป็น  $N(0,1)$  ซึ่งค่าวิกฤตสามารถหาได้จากตารางพื้นที่ใต้โค้งปกติ

### นอร์มอล-สกอร์ เทส

(Normal-Scores Test)

อาศัยวิธีการของฟิชเชอร์ (Fisher randomization t-test) นอร์มอลสกอร์ เกิดจากการสร้างจุดกึ่งกลางของค่าที่ได้มาจากการสังเกตซึ่งตามสภาพความเป็นจริงแล้ว ไม่มีจุดนี้ วิธีการนี้จะทำให้มีอำนาจของการทดสอบสูงขึ้น และ A.R.E. เมื่อเทียบกับสถิติพารามิเตอร์อื่นซึ่งสามารถใช้แทนกันได้มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อข้อมูลเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของพารามิเตอร์นั้น ในกรณีที่ต้องการใช้สถิติทดสอบประเภทแรงค์แรนดอมไมเซชัน (rank-randomization) ทำการทดสอบข้อมูลจำเป็นต้องแปลงคะแนนที่ได้จากการสังเกตมาเป็นอันดับ แต่วิธีการนี้ทำให้สูญเสียค่า A.R.E. ไปบ้างเล็กน้อยซึ่งจะมีผลทำให้กราฟของ A.R.E. ไม่ถึง 1 เพียงแต่เข้าใกล้เท่านั้น นอร์มอลสกอร์สร้างขึ้นมาเพื่อช่วยปรับให้ค่า A.R.E. สูงถึง 1 ซึ่งมีวิธีการดังต่อไปนี้ แปลงคะแนนที่ได้จากการสังเกตมาเป็นอันดับ แปลงคะแนนอีกครั้งหนึ่งโดยการแปลงค่าอันดับให้เป็นค่าคาดหวังที่สัมพันธ์โดยตรงกับ normal order statistics วิธีการของนอร์มอล-สกอร์เทสต้องใช้ตารางถึง 2 ตารางด้วยกัน คือ

1. ตารางนอร์มอลสกอร์
2. ตารางทีหรือตารางซี

นอร์มอล-สกอร์ เทส มีหลายวิธีด้วยกันซึ่งจะมีคะแนนนอร์มอลแตกต่างกันตามชนิดของการทดสอบ แต่มีหลักฐานและวิธีการในการแปลงอันดับให้เป็นคะแนนนอร์มอลคล้าย ๆ กัน การแปลงคะแนนให้เป็นคะแนนนอร์มอลไม่มีวิธีการอื่นที่จะใช้แปลงได้นอกจากอาศัยตารางนอร์มอลสกอร์ ถึงแม้ว่านอร์มอล-สกอร์ เทส เป็นสถิติทดสอบที่ยุ่งยากมากกว่าสถิติทดสอบแบบอื่น ๆ ก็ตาม แต่ถ้าพิจารณาทางด้านประสิทธิภาพแล้วนอร์มอล-สกอร์ เทสมีประสิทธิภาพสูงกว่าสถิติทดสอบพาราเมตริกและนินพาราเมตริกแบบอื่น ๆ

### การทดสอบของ เทอร์-โฮฟฟ์ดิง

(Terry-Hoeffding Normal-Scores Test)

เทอร์และโฮฟฟ์ดิง เป็นผู้สร้างสถิติทดสอบนี้ขึ้นมาเมื่อ ค.ศ. 1952 เขาสมมุติว่า คะแนนที่ได้มาจากการสังเกตไม่มีคะแนนกึ่งกลางและจะใช้ค่า  $E(V^{(i)})$  (The expected normal order statistic or The expected normal scores) มาสร้างให้เกิดคะแนนกึ่งกลางขึ้นใหม่ โดยค่า  $E(V^{(i)})$  นี้จะสัมพันธ์โดยตรงกับค่าอันดับของคะแนนแต่ละคะแนน หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า เราจะแบ่งครึ่งคะแนนที่ได้มาจากการสังเกตโดยใช้ค่า  $E(V^{(i)})$  เป็นตัวแบ่ง

#### การแปลงคะแนนให้เป็น The Expected Normal Scores

การแปลงคะแนนให้เป็น The Expected Normal Scores นั้นจะต้องจัดอันดับคะแนนที่ได้มาทั้งหมด ฉะนั้นคะแนนที่ได้จากการสังเกตทุกค่าจะมีค่าอันดับประจำอยู่ซึ่งให้เป็น  $v^{(i)}$  ซึ่งเป็นคะแนนอันดับในตำแหน่งที่  $i$  แบ่งครึ่งคะแนนอันดับและให้ส่วนที่มีคะแนนอันดับต่ำกว่ามีค่าเป็นลบ ส่วนที่มีอันดับสูงกว่ามีค่าเป็นบวก นำค่าอันดับที่ได้ไปเปิดตาราง Expected values of order statistic of the Terry-Hoeffding form  $E(V^{(i)})$  (Marascuilo 1977: 509-510) เพื่อหาค่าคาดหวังของคะแนนในตำแหน่งที่  $i$  [ $E(V^{(i)})$ ] ซึ่งอันดับที่เข้าใกล้กลาง ๆ จะมีค่า  $E(V^{(i)})$  เข้าใกล้ศูนย์และผลรวมของ  $E(V^{(i)})$  ทั้งหมดจะมีค่าเท่ากับศูนย์ Fisher และ Yates (Bradley 1969: 148) ได้กล่าวไว้ในตำราสถิติพื้นฐานซึ่งเกี่ยวกับตารางสถิติว่า ในการแปลงค่าอันดับให้เป็นคะแนนนอร์มอลนั้นเปรียบเสมือนการคิดว่า อันดับทั้งหมดเป็นเลขสุ่มที่ได้มาจากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติมีมัธยฐานเลขคณิตเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 Fisher และ Yates ได้สร้างตารางคะแนนนอร์มอลซึ่งให้คะแนนนอร์มอลเป็นเลขทศนิยม และตารางของเขาแพร่หลายมากโดย Harter

ข้อตกลงเบื้องต้น (Bradley 1964: 150)

1. กลุ่มตัวอย่างทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน (independent groups) และเป็นกลุ่มตัวอย่างสุ่ม

2. ตัวอย่างในกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน (independent within samples)
3. ไม่มีอันดับที่ซ้ำกัน (tied rank)

### การคำนวณค่าทดสอบ

นำคะแนนที่ได้มาจากการสังเกตทั้งหมดมาจัดอันดับ นำค่า  $N$  (จำนวนตัวอย่างทั้งหมด) และค่าอันดับมาหาค่า  $E(V^{(i)})$  โดยการเปิดตาราง Expected Values of order statistic of the Terry-Hoeffding form  $E(V^{(i)})$  เมื่อได้ค่าของ  $E(V^{(i)})$  แล้วรวมค่า  $E(V^{(i)})$  ของแต่ละกลุ่ม ให้ผลรวมของ  $E(V^{(i)})$  ที่มีค่าน้อยกว่า เป็น  $T1$  และอีกค่าหนึ่งเป็น  $T2$  ค่า  $T1$  ที่ได้มีจะเป็นค่าที่นำไปเปรียบเทียบกับเขตวิกฤตซึ่งมีวิธีการคำนวณดังนี้คือ นำค่า  $E(V^{(i)})$  ทั้งหมดมาเลือกครั้งละ  $n$  ตัว ( $n$  คือจำนวนตัวอย่างของกลุ่มตัวอย่างที่มีค่าผลรวมของค่า  $E(V^{(i)})$  เป็น  $T1$ ) แล้วหาผลรวมจะได้ค่าผลรวมทั้งหมด  $\binom{n+m}{n}$  ค่า เรียงลำดับค่าผลรวมที่ได้จากน้อยที่สุดไปหามากที่สุด หาค่าผลรวมที่เรียงลำดับแล้ว  $\alpha \binom{n+m}{n}$  ค่าสำหรับการทดสอบทางเดียวหรือ  $\alpha \binom{n+m}{n}/2$  ค่าสำหรับการทดสอบสองทางเป็นเขตวิกฤต ถ้าค่า  $T1$  ตกอยู่ในเขตวิกฤตก็จะปฏิเสธสมมติฐานศูนย์ ( $H_0$ )

### การทดสอบของเทอร์รี่-โฮฟฟ์ดิงเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่

ถ้าจำนวนตัวอย่างในแต่ละกลุ่มมากกว่า 7 จำนวนขึ้นไปถือว่าเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่ ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าของซีได้ดังสูตร

$$Z = \frac{T1 - E(T1)}{\sqrt{\text{Var}(T1)}}$$

$$T1 = \sum_{i=1}^n E(V^{(i)})$$

$$\text{Var}(T1) = \frac{nm}{N-1} \frac{\sum_{i=1}^n E(V^{(i)})^2}{N}$$

$$E(T1) = nE[E(V^{(i)})] = 0 \text{ เพราะว่า } E[E(V^{(i)})] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n E(V^{(i)}) = 0$$

$Z$  จะแจกแจงเป็น  $N(0, 1)$  ซึ่งค่าวิกฤตสามารถหาได้จากตารางพื้นที่ใต้โค้งปกติ

การทดสอบของแวน เดอ แวร์เดน

(Van der Waerden Normal-Scores Test)

แวน เดอ แวร์เดน เป็นผู้สร้างสถิติทดสอบนี้ขึ้นมาเมื่อ ค.ศ. 1953 โดยใช้ค่าของ inverse-normal scores ( $Z^{(i)}$ ) แทนค่าที่ได้จากการสังเกต

การแปลงคะแนนให้เป็น inverse-normal scores ( $Z^{(i)}$ )

ให้  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$  เป็นค่าอันดับของคะแนนที่ได้มาจากการสังเกต และให้  $p_i$  เป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์แรงค์ (percentile rank) ซึ่งสัมพันธ์กับ normalized observation จะได้ว่า

$$p_i = \frac{r_i}{N+1}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$N = n+m$$

ถ้าให้  $\phi(Z^{(i)})$  คือ cumulative distribution ของ  $Z^{(i)}$  จะได้ว่า

$$p_i = \phi(Z^{(i)})$$

$$Z^{(i)} = \phi^{-1}(p_i)$$

$$= \phi^{-1}\left(\frac{r_i}{N+1}\right)$$

ซึ่งเราอาจจะคำนวณค่าของ  $Z^{(i)}$  ได้โดยใช้สูตรนี้ หรือใช้เปิดค่า  $Z^{(i)}$  จากตารางที่ได้ คำนวณค่า  $Z^{(i)}$  เมื่อทราบค่า  $p_i$  (Marascuilo 1977: 485) หรือเมื่อทราบค่าของ  $r_i$  (Marascuilo 1977: 511) ไว้เรียบร้อยแล้ว



### ข้อตกลงเบื้องต้น

1. กลุ่มตัวอย่างทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน (independent groups) และเป็นกลุ่มตัวอย่างสุ่ม
2. ตัวอย่างในกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน (independent within samples)
3. ไม่มีอันดับที่ซ้ำกัน (tied rank)

### การคำนวณค่าทดสอบ

เอาคะแนนที่ได้มาจากการสังเกตทั้งหมดมาจัดอันดับ นำค่า  $N$  และค่าอันดับมาหาค่า  $Z^{(i)}$  เมื่อได้ค่า  $Z^{(i)}$  แล้วรวมค่า  $Z^{(i)}$  ของแต่ละกลุ่ม ให้ผลรวมของ  $Z^{(i)}$  ที่มีค่าน้อยกว่าเป็น  $T1$  และอีกค่าหนึ่งเป็น  $T2$  ค่า  $T1$  ที่ได้นี้จะ เป็นค่าที่นำไปเปรียบเทียบกับเขตวิกฤตซึ่งมีวิธีการคำนวณดังนี้ นำค่า  $Z^{(i)}$  ทั้งหมดมาเลือกครึ่งละ  $n$  ตัว แล้วหาผลรวมจะได้ค่าผลรวมทั้งหมด  $\binom{n+m}{n}$  ค่า เรียงลำดับค่าผลรวมที่ได้จากน้อยที่สุดไปหามากที่สุดตัดค่าผลรวมที่เรียงลำดับแล้ว  $\alpha \binom{n+m}{n}$  ค่าสำหรับการทดสอบทางเดียวหรือ  $\alpha \binom{n+m}{n} / 2$  ค่าสำหรับการทดสอบสองทาง ถ้าค่า  $T1$  ตกอยู่ในเขตวิกฤตก็จะปฏิเสธสมมติฐานศูนย์ ( $H_0$ )

### การทดสอบของแวน เดอ แวร์เตน เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่

ถ้าจำนวนตัวอย่างในแต่ละกลุ่มมากกว่า 7 จำนวนขึ้นไปถือว่าเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่ ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าของ  $Z$  ได้ดังสูตร

$$Z = \frac{T1 - E(T1)}{\sqrt{\text{Var}(T1)}}$$

เมื่อ 
$$T1 = \sum_{i=1}^n Z^{(i)}$$

$$\text{Var}(T1) = \frac{nm}{N-1} \sum_{i=1}^n \frac{(Z^{(i)})^2}{N}$$

$$E(T1) = 0$$

Z จะแจกแจงเป็น  $N(0,1)$  ซึ่งค่าวิกฤตสามารถหาได้จากตารางพื้นที่ใต้โค้งปกติ

อนึ่งมีข้อสังเกตเกี่ยวกับการใช้การทดสอบทั้ง 4 วิธีดังนี้คือ ในกรณีที่ข้อมูลที่ใช้ในการทดสอบอยู่ในมาตราอันดับ (interval scale) หรือมาตราอัตราส่วน (ratio scale) สามารถใช้การทดสอบทั้ง 4 วิธีทำการทดสอบได้ แต่ถ้าข้อมูลที่ใช้ในการทดสอบอยู่ในรูปของอันดับ (rank) จะใช้การทดสอบที่ทำการทดสอบไม่ได้ สถิติทดสอบที่จะใช้ทดสอบข้อมูลที่อยู่ในรูปของอันดับได้ คือ การทดสอบของวิลค็อกซอน, การทดสอบของเทอริ-โฮฟดิ้ง และการทดสอบของแวน เดอ แวร์เดน

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาทฤษฎีการลุ่มตัวอย่าง การคำนวณค่าทางสถิติ และทฤษฎีของ asymptotic ได้รับการนำมาใช้ในการพิสูจน์ความจริงที่ว่า การทดสอบทีและการทดสอบของวิลค็อกซอนมีอำนาจของการทดสอบ เกือบจะเท่าๆ กัน เมื่อกลุ่มตัวอย่างลุ่มทั้งสองกลุ่มมาจากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติ (Dixon, 1954; Hodges & Lehmann, 1956; Lehmann, 1975; Neave & Granger, 1968, cited by Blair & Higgins 1980: 311) ผลการวิจัยปรากฏว่า การทดสอบทีมีอำนาจของการทดสอบมากกว่าการทดสอบของวิลค็อกซอน

Hodges และ Lehmann (1956, cited by Blair & Higgins 1980: 311) ได้ทำการศึกษาจุดที่น่าสนใจและศักยภาพที่สำคัญของ asymptotic เขาได้พิสูจน์ว่า ค่า A.R.E. (หรือ Pitman efficiency) ของการทดสอบของวิลค็อกซอน ซึ่งสัมพันธ์กับการทดสอบที่มีค่าสูงถึงอินฟินิตี้และมีค่าไม่ต่ำกว่า 0.864 จากผลที่ได้นี้ Hodges และ Lehmann (1956: 356) ได้กล่าวว่า

จากการทดสอบที่แล้มาทำให้ทราบถึงประสิทธิภาพและผลที่ได้จากภาวะกลุ่มตัวอย่างที่ใช้มีขนาดต่าง ๆ กัน และแนวทางต่าง ๆ ที่จะเป็นไปได้ในทางภาคปฏิบัติทั้งหมด แสดงให้เห็นว่าการที่จะใช้การทดสอบของวิลค็อกซอนแทนการทดสอบที่จะไม่ทำให้เกิดการสูญเสียประสิทธิภาพแต่อย่างไร (และในทางตรงกันข้ามการทดสอบของวิลค็อกซอนอาจจะมีประสิทธิภาพในการทดสอบสูงกว่าการทดสอบที่เป็นอย่างมาก) แต่อย่างไรก็ดีการทดสอบด้วยค่า A.R.E.

เป็นการคำนวณภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้นที่ไม่เป็นจริง ดังที่ Bradley (1968: 58) กล่าวไว้ว่า "ไม่มีการทดสอบใดที่ใช้กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่มาก และนอกจากนั้นไม่มีใครสนใจอำนาจของการทดสอบที่จะปฏิเสธสมมติฐานซึ่งแตกต่างจากสมมติฐานศูนย์แต่เพียงเล็กน้อย"

Boneau (1962, cited by Blair & Higgins 1980: 312) ให้ใช้เทคนิคมอนติคาร์โลศึกษาเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบที่กับการทดสอบของวิลค็อกซอนเมื่อกลุ่มตัวอย่างลุ่มมาจากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็น normal, rectangular และ exponential ได้ข้อสรุปว่า โดยทั่วไปแล้วการทดสอบที่มีอำนาจของการทดสอบสูงกว่าการทดสอบ Mann-Witney U Test (Wilcoxon Test) แต่ไม่มากนัก นอกจากนี้เขายังมีแนวความคิดว่า ผลการศึกษาในด้าน asymptotic ของ Hodges และ Lehmann ไม่สามารถทำให้ครอบคลุมทุกสถานะที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดจำกัด

Toothaker (1972, cited by Blair & Higgins 1980: 312) ให้ใช้คอมพิวเตอร์ซิมูเลชันเพื่อเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบที่กับอำนาจของการทดสอบของวิลค็อกซอนเมื่อกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มมาจากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติเป็นแบบยูนิฟอร์ม และประชากรที่มีลักษณะเบ้ (skewed populations) โดยที่กลุ่มตัวอย่างที่ใช้มีขนาดไม่เกิน 5 ผลที่ได้เป็นไปตามลักษณะเดียวกันกับผลการศึกษาของ Boneau (1962) นั่นคือการทดสอบที่มีอำนาจของการทดสอบสูงกว่าการทดสอบของวิลค็อกซอนแต่ไม่มากนัก

Sawat Pratoomraj (1970: abstract) ได้ทำการวิจัยและพบว่า ถ้ากลุ่มตัวอย่างลุ่มมาจากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบเดียวกันแล้ว การทดสอบทีและการทดสอบของแมน-วิทนี (เป็นรูปแบบหนึ่งของการทดสอบของวิลค็อกซอน ซึ่งปรับปรุงเป็นอิสระในปี ค.ศ. 1947) มีอำนาจของการทดสอบสูงที่สุดในประเภทของการทดสอบทั้ง 5 คือ การทดสอบที การทดสอบของแมน-วิทนี (Mann-Witney U Test) การทดสอบของเวลช์ (Welch Test) และการทดสอบซี (z-test) เมื่อความแปรปรวนของประชากรเท่ากัน

Neave และ Granger (1968, cited by Blair & Higgins 1980: 312) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบที่กับการทดสอบของวิลค็อกซอนเมื่อกลุ่มตัวอย่างลุ่มมาจากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติแบบ Super Position และกลุ่มตัวอย่างมีขนาด  $n_1 = n_2 = 20$  และ  $n_1 = 20, n_2 = 40$  ผลปรากฏว่า

การทดสอบของวิลค็อกซอนมีอำนาจของการทดสอบเหนือกว่าการทดสอบที่ โดยที่การทดสอบของวิลค็อกซอนมีส่วนของการเกิดนัยสำคัญมากกว่าการทดสอบที่ และผลต่างของสัดส่วนของการเกิดนัยสำคัญของสถิติทดสอบทั้งสองสูงถึง 0.12

Blair, Higgins และ Smitley (1980, cited by Blair & Higgins 1980: 312) ได้ทำการขิมูเลต (Simulate) โดยใช้คอมพิวเตอร์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบที่กับการทดสอบของวิลค็อกซอนเมื่อประชากรซึ่งเป็นที่มาของกลุ่มตัวอย่างมีลักษณะการแจกแจงเป็น exponential เขาได้สรุปว่าการทดสอบของวิลค็อกซอนมีอำนาจของการทดสอบเหนือกว่าการทดสอบที่ และการที่ Boneau (1962) ศึกษาโดยใช้กลุ่มตัวอย่างเล็กทำให้ข้อสรุปของเขาผิดไปได้

Blair and Higgins (1980: 309-335) ได้ใช้เทคนิคมอนติคาร์โลทำการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบของวิลค็อกซอนกับการทดสอบที่ภายใต้ลักษณะการแจกแจงของประชากรแบบ uniform, แบบ Laplace, แบบ half normal, แบบ exponential, แบบ mixed normal และแบบ mixed-uniform และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษามีขนาด  $(n_1, n_2)$  เท่ากับ  $(3,9)$ ,  $(6,6)$ ,  $(9,27)$ ,  $(18,18)$ ,  $(27,81)$  และ  $(54,54)$  ผลการศึกษาสรุปได้ว่า

1. สรุปโดยทั่วไปการทดสอบของวิลค็อกซอนมีอำนาจของการทดสอบสูงกว่าการทดสอบที่มาก
2. A.R.E. เป็นดัชนีที่ดีในการชี้ถึงอำนาจของการทดสอบทั้งสอง
3. ผลการศึกษาจากกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็กจะได้ผลที่แตกต่างไปจากการศึกษาในกรณีของกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่
4. เนื่องจากการศึกษาที่มีมาก่อนนี้ศึกษาเกี่ยวกับประชากรที่มีการกระจายน้อย และใช้กลุ่มตัวอย่างที่แตกต่างกันออกไปมาก ทำให้ผลที่ได้มาอยู่ในภาวะที่น่าสงสัย

Bradley (1978: 108) ได้ทำการศึกษาและพบว่า การทดสอบของวิลค็อกซอน, การทดสอบของเทอ์และการทดสอบของแวน เดอ แวร์ เทน มีประสิทธิภาพและมีอำนาจของการทดสอบสูงกว่าการทดสอบที่ เมื่อข้อมูลที่ได้มาอยู่ในรูปของอันดับ