

การหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางโดยใช้วิธีความสัมพันธ์ของการล้นสะท้อน



นาย ปฎล สุรจิตต์

ศูนย์วิทยทรัพยากร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2551

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

DETERMINATION OF BUCKLING LOAD OF PLATES USING VIBRATION CORRELATION TECHNIQUE



Mr.Padol Sukajit

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2008

Copyright of Chulalongkorn University

511720

ปฎิบัติ : การหาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางโดยใช้วิธีความสัมพันธ์ของการ
 สั่นสะเทือน. (DETERMINATION OF BUCKLING LOAD OF PLATES USING VIBRATION
 CORRELATION TECHNIQUE) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร.ไพโรจน์ สิงหนัดกิจ , 125
 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้ศึกษาการหาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางด้วยการทดลองโดยใช้
 ความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือน ความสัมพันธ์ดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองของ
 โครงสร้างแผ่นบางแปรผันตามค่าภาระในแนวระนาบแบบเชิงเส้น และสามารถใช้ความสัมพันธ์ดังกล่าวในการ
 หาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางได้จากค่าภาระกดในแนวระนาบที่กระทำกับโครงสร้างแผ่นบาง
 แล้วโครงสร้างนั้นมีค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์ การทดลองการโก่งงอทำโดยใช้ชุดทดลองที่ออกแบบมา
 เฉพาะเพื่อให้ภาระดึงและภาระกดกับแผ่นทดลอง แผ่นชิ้นงานที่ใช้ทดลองมีสองชนิดคือแผ่นสแตนเลสและแผ่น
 อลูมิเนียมโดยทำการทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตการจับยึด 3 แบบคือแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน (CCCC) แบบ
 ยึดแน่นสามด้านปลายอิสระหนึ่งด้าน (CCCF) และแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้าน (CFCF) ค่าภาระ
 การโก่งงอจากการทดลองหาได้จากข้อมูลการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางในช่วงที่รับภาระดึง โดยพล็อต
 กราฟระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับค่าภาระแล้วประมาณค่าภาระกดที่ทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของ
 โครงสร้างแผ่นบางมีค่าเท่ากับศูนย์ จากนั้นนำค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองไปเปรียบเทียบกับค่าภาระ
 การโก่งงอทางทฤษฎีซึ่งคำนวณจากวิธีเชิงตัวเลข ค่าเฉลี่ยของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของแผ่นทดลอง
 สแตนเลสภายใต้เงื่อนไขขอบเขต CCCC CCCF และ CFCF มีค่าเท่ากับ 11.41 0.41 และ 0.45 ตามลำดับ
 สำหรับแผ่นทดลองอลูมิเนียมมีค่าเฉลี่ยของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1.24 -1.14 และ -1.73
 ตามลำดับ ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองส่วนใหญ่มีค่าใกล้เคียงกับค่าทางทฤษฎี อย่างไรก็ตามยังมีการ
 ทดลองบางกรณีที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูง คาดว่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากผลของ
 เงื่อนไขขอบเขตในการจับยึด จากผลการทดลองสรุปได้ว่าวิธีการหาค่าภาระการโก่งงอจากความสัมพันธ์ของ
 การสั่นสะเทือนเป็นวิธีที่ให้ผลที่แม่นยำ วิธีนี้เหมาะสำหรับโครงสร้างที่ไม่ทราบเงื่อนไขขอบเขตหรือมีความไม่
 สมบูรณ์ของเงื่อนไขขอบเขตซึ่งไม่สามารถหาผลเฉลยจากการวิเคราะห์หรือคำนวณเชิงตัวเลขได้

ภาควิชา...วิศวกรรมเครื่องกล...
 สาขาวิชา...วิศวกรรมเครื่องกล...
 ปีการศึกษา 2551

ลายมือชื่อนิสิต...
 ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก...
 ไพโรจน์ สิงหนัดกิจ

497 04175 21 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: BUCKLING LOAD / VIBRATION / NATURAL FREQUENCY / PLATE / EXPERIMENT

PADOL SUKAJIT : DETERMINATION OF BUCKLING LOAD OF PLATES USING VIBRATION CORRELATION TECHNIQUE. THESIS PRINCIPAL ADVISOR: ASSOC. PROF. PAIROD SINGHATANADGID, Ph.D., 125 pp.

In this thesis, a vibration correlation technique (VCT) was introduced to determine a buckling load of thin plates. It was shown that the square of the natural frequency of a thin plate linearly varies with an applied in-plane load, and the natural frequency approaches zero when the applied compressive load approaches the buckling load. Buckling experiment was performed on an experimental setup which is able to apply tensile and compressive load to a specimen. The specimens used in this study are stainless steel and aluminum plates with CCCC, CCCF and CFCF boundary conditions. The buckling loads were determined from the vibration data of plates in the tensile range by plotting the square of measured natural frequency against the applied load, and extrapolating the data to the applied load at which natural frequency approaches to zero. Buckling loads from the experiment were compared with numerical solutions. The average percentage differences between the measured buckling loads and the numerical solutions of stainless steel specimens with CCCC, CCCF and CFCF are 11.41, 0.41 and 0.45, respectively. The average percentage differences for aluminum specimens with CCCC, CCCF and CFCF are 1.24, -1.14 and -1.73, respectively. The experimental buckling loads compared very well with numerical solutions in most cases, although the standard deviation in some cases is high. Boundary conditions are believed to be a considerable factor in the high percentage difference between the measured and numerical buckling loads. In conclusion, the buckling load of rectangular thin plates can be experimentally identified with acceptable accuracy using vibration data. This approach is very useful, especially for structures with unknown or imperfect boundary conditions where analytical or numerical solutions to the problem are not available.

Department: Mechanical Engineering...

Student's signature *Padol Sukajit*

Field of study: Mechanical Engineering...

Principal advisor's signature *Pairod Singhatanadgid*

Academic year: 2008

กิตติกรรมประกาศ

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ สิงหนัดกิจ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เป็นอย่างสูง ที่เป็นผู้ให้แนวทางและหาทุนวิจัยในการทำวิทยานิพนธ์ รวมทั้งให้ความรู้ คำแนะนำ คำปรึกษาในขั้นตอนการดำเนินการจนวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงตามจุดประสงค์ นอกจากนั้นยังเป็นแบบอย่างที่ดีในการทำงานและการดำเนินชีวิต

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ฐิติมา จินตนาวัน ประธานกรรมการ ที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์อุปกรณ์การวัดสัญญาณการสั่นสะเทือนในการทดลอง รวมทั้งให้ความรู้และคำแนะนำการทดลองวัดการสั่นสะเทือน

ขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์กิตติคุณ ดร.ววิทย์ อึ้งภากรณ์ และ ดร.ชนัดต์ รัตนสุมาวงศ์ กรรมการที่กรุณาให้ความรู้และคำแนะนำสำหรับวิทยานิพนธ์นี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อาณัติ เรืองรัมย์ อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมโยธา ที่ให้ความอนุเคราะห์เครื่องมือวัดสัญญาณพลวัตในการทดลอง

ขอขอบพระคุณ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่สนับสนุนทุนการศึกษาแก่ผู้วิจัย

สุดท้ายขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา น้องสาวและครอบครัวของผู้วิจัย ที่ให้ความรัก ความช่วยเหลือ สนับสนุนในทุกๆ ด้าน และเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอดจนสามารถทำวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	ท
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	2
1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....	2
1.4 เนื้อหาโดยรวมของวิทยานิพนธ์.....	3
บทที่ 2 ปรัชญาวิศวกรรม	5
2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการโยงของโครงสร้างแผ่นบาง	6
2.1.1 วิธีระยะเคลื่อนที่นอกระนาบ	6
2.1.2 วิธีระยะยุบตัวในแนวระนาบ	7
2.1.3 วิธีผลต่างความเครียด	8
2.1.4 วิธี Southwell Plot	9
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการสันสะท้อนของโครงสร้างแผ่นบาง	15
บทที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างการสันสะท้อนกับเสถียรภาพของโครงสร้างแผ่นบาง.....	18
3.1 ทฤษฎีพื้นฐานของโครงสร้างแผ่นบาง.....	18
3.2 การวิเคราะห์การสันสะท้อนแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบาง.....	24
3.3 ความสัมพันธ์ระหว่างการสันสะท้อนกับเสถียรภาพของโครงสร้างแผ่นบาง	27

บทที่ 4 การสอบทวนความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกับภาวะในแนวระนาบ.....	32
4.1 การสอบทวนความสัมพันธ์กรณีที่ชิ้นงานมีเงื่อนไขรอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน	32
4.2 การสอบทวนความสัมพันธ์กรณีที่ชิ้นงานมีเงื่อนไขรอบเขตแบบอื่นๆ	34
4.2.1 ระเบียบวิธีวิธี.....	34
4.2.2 การแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีวิธี.....	35
4.2.2 ฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ	37
4.2.3 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีวิธี.....	39
บทที่ 5 การทดลองหาค่าภาวะการโก่งงอจากวิธีทดลอง	45
5.1 รายละเอียดของชุดทดลองและแผ่นทดลอง	45
5.2 อุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัด.....	53
5.3 ขั้นตอนการทดลอง.....	54
5.4 ตัวอย่างการอ่านค่าและบันทึกผลการทดลอง.....	55
บทที่ 6 ผลการทดลอง.....	58
6.1 ค่าภาวะการโก่งงอตามทฤษฎี.....	58
6.2 กราฟความสัมพันธ์จากผลการทดลอง.....	60
6.3 ค่าภาวะการโก่งงอจากการทดลอง	66
6.4 วิเคราะห์ผลการทดลอง	71
6.5 ความคลาดเคลื่อนของการทดลอง	76
6.6 สรุปการทดลอง.....	81
บทที่ 7 บทสรุป.....	83
รายการอ้างอิง.....	87
ภาคผนวก.....	89
ภาคผนวก ก แบบและรายละเอียดของชุดทดลอง.....	90
ภาคผนวก ข กราฟค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาวะในแนวระนาบ	110

ภาคผนวก ค คำภาวะการโค้งงอจากการทดลอง.....122

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....125



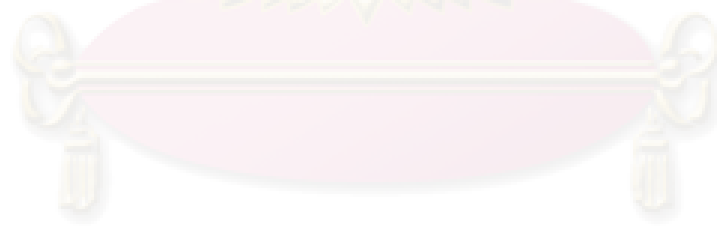
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1 ค่าภาระการโค้งงอของแต่ละชิ้นงานที่หาจากการแก้ปัญหาภาระการโค้งงอโดยตรง และจากข้อมูลการสันสะเทือน	41
ตารางที่ 5.1 รายละเอียดของแผ่นทดลอง	51
ตารางที่ 5.2 คุณสมบัติทางกลของวัสดุที่ใช้ในการทดลอง	52
ตารางที่ 6.1 ค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองจากการคำนวณทางทฤษฎี	59
ตารางที่ 6.2 รูปร่างการสันสะเทือนของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC	65
ตารางที่ 6.3 รูปร่างการสันสะเทือนของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF	65
ตารางที่ 6.4 รูปร่างการสันสะเทือนของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CFCF	66
ตารางที่ 6.5 ความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองอลูมิเนียมหมายเลข 7 ขณะรับภาระดึงขนาดต่างๆ ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC	68
ตารางที่ 6.6 สมการเส้นตรงและค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองของแผ่นทดลองหมายเลข 7 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC	69
ตารางที่ 6.7 ค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC	73
ตารางที่ 6.8 ค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF	74
ตารางที่ 6.9 ค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CFCF	75
ตารางที่ 6.10 แสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยและค่า S.D. ของการทดลองเทียบกับค่า จากทฤษฎี	79

รูปที่ 2.1 พฤติกรรมการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบาง.....	7
รูปที่ 2.2 การหาค่าภาระการโค้งงอโดยวิธีระยะเคลื่อนที่บนอกระนาบ.....	7
รูปที่ 2.3 การหาค่าภาระการโค้งงอโดยวิธีระยะยุบตัวในแนวระนาบ.....	8
รูปที่ 2.4 การหาค่าภาระการโค้งงอโดยวิธีผลต่างความเครียด.....	8
รูปที่ 2.5 การหาค่าภาระการโค้งงอโดยวิธี Southwell Plot.....	9
รูปที่ 2.6 ผลการทดลองหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ ย้ายทั้งสี่ด้านของ Lurie และ Monica	13
รูปที่ 3.1 ระบบพิกัดฉากของโครงสร้างแผ่นบาง.....	19
รูปที่ 3.2 แรงในแนวระนาบที่กระทำกับเอลิเมนต์ของโครงสร้างแผ่นบางขณะที่โค้งตัว	20
รูปที่ 3.3 แรงเฉือนและโมเมนต์ที่กระทำกับเอลิเมนต์ของโครงสร้างแผ่นบาง	20
รูปที่ 3.4 แรงที่เกิดขึ้นระหว่างการสันตะเทียนแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบาง	25
รูปที่ 3.5 โครงสร้างแผ่นบางภายใต้ภาระกดในแนวแกน x	27
รูปที่ 3.6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบ.....	30
รูปที่ 4.1 รูปร่างฟังก์ชันของคาน	38
รูปที่ 4.2 แสดงการลู่เข้าของค่าภาระการโค้งงอของแผ่นอลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ ยึดแน่นทั้งสี่ด้าน	40
รูปที่ 4.3 รูปร่างการโค้งงอของแต่ละชิ้นงานจากระเบียบวิธีวิธ	41
รูปที่ 4.4 กราฟระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับ ภาระ N_x ของชิ้นงานหมายเลข 1.....	42
รูปที่ 4.5 กราฟระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับ ภาระ N_x ของชิ้นงานหมายเลข 2.....	42
รูปที่ 4.6 กราฟระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับ ภาระ N_x ของชิ้นงานหมายเลข 3.....	42
รูปที่ 4.7 รูปร่างการสันตะเทียนของชิ้นงานหมายเลข 1	43
รูปที่ 4.8 รูปร่างการสันตะเทียนของชิ้นงานหมายเลข 2	43
รูปที่ 4.9 รูปร่างการสันตะเทียนของชิ้นงานหมายเลข 3	44
รูปที่ 5.1 ชุดทดลองหาภาระการโค้งงอด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสันตะเทียน.....	46
รูปที่ 5.2 ชิ้นส่วนต่างๆ ของโครงสร้างของชุดทดลอง	48
รูปที่ 5.3 การทดลองภายใต้ภาระดึง	48
รูปที่ 5.4 การทดลองภายใต้ภาระกด.....	49
รูปที่ 5.5 ชิ้นส่วนต่างๆ ของชิ้นส่วนจับยึดแผ่นทดลอง.....	50

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 5.6 เส้นไรขอบเขตการจับยึดแผ่นทดลอง.....	52
รูปที่ 5.7 การจับยึดแผ่นทดลอง.....	53
รูปที่ 5.8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลอง อลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านขนาดสัดส่วน 0.75 ความหนา 1.98 มม.....	55
รูปที่ 5.9 ผลการทดลองกรณีเส้นไรขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านขณะไม่มีภาระของแผ่น ทดลองสแตนเลสขนาดสัดส่วน 1.5 ความหนา 1.39 มม.(แผ่นทดลองหมายเลข 2)	56
รูปที่ 5.10 รูปตัวอย่างคานที่ใช้ศึกษาการหารูปปร่างการโก่งงอ.....	56
รูปที่ 5.11 กราฟส่วนจินตภาพของการสั่นจากการเคาะที่ตำแหน่งต่างๆ.....	57
รูปที่ 5.12 การหารูปปร่างการสั่นสะท้อนจากกราฟส่วนจินตภาพของการสั่น.....	57
รูปที่ 6.1 รูปปร่างการโก่งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน (CCCC)	59
รูปที่ 6.2 รูปปร่างการโก่งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นสามด้านปลาย อิสระหนึ่งด้าน (CCCF).....	60
รูปที่ 6.3 รูปปร่างการโก่งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นสองด้านปลาย อิสระสองด้าน (CFCF).....	60
รูปที่ 6.4 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลอง อลูมิเนียมขนาดสัดส่วน 1 หนา 1.77 มม.....	62
รูปที่ 6.5 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลองสแตน เลสขนาดสัดส่วน 0.75 หนา 1.12 มม.....	63
รูปที่ 6.6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลอง อลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCF.....	64
รูปที่ 6.7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลองหมายเลข 7 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC.....	67
รูปที่ 6.8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระดึงของแผ่นทดลอง หมายเลข 7 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC.....	68
รูปที่ 6.9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระดึงของแผ่นทดลอง อลูมิเนียมและสแตนเลส.....	70

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 6.10 กราฟระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบกับภาวะของแผ่นทดลองหมายเลข 7.....	70
รูปที่ 6.11 ฮิสโตแกรมของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC	75
รูปที่ 6.12 ฮิสโตแกรมของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF.....	76
รูปที่ 6.13 ฮิสโตแกรมของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ CFCF	76
รูปที่ 6.14 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาวะของแผ่นทดลองหมายเลข 11 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF	77
รูปที่ 6.15 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบกับภาวะของแผ่นทดลองหมายเลข 11 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF.....	77
รูปที่ 6.16 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาวะของแผ่นทดลองหมายเลข 4 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC	78
รูปที่ 6.17 เปรียบเทียบกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาวะของแผ่นทดลองอคูมิเนียมจากการทดลองกับทฤษฎี.....	80
รูปที่ 6.18 ผลการทดลองระยะเคลื่อนที่ของชุดจับยึดชิ้นงานด้านข้าง	80



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

A_{mn}	คือ	ค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า
a	คือ	ความยาวของโครงสร้างแผ่นบางในทิศทางแกน x
$[A]$	คือ	เมทริกซ์จัตุรัสขนาด $[M \times N, M \times N]$ ที่มาจากการแทนค่าสมการการเคลื่อนที่ลงไปในการรวมพลังงานรวม
b	คือ	ความยาวของโครงสร้างแผ่นบางในทิศทางแกน y
$[B]$	คือ	เมทริกซ์จัตุรัสขนาด $[M \times N, M \times N]$ ที่มาจากการแทนค่าสมการการเคลื่อนที่ลงไปในการรวมพลังงานรวม
$[C]$	คือ	เมทริกซ์แถวของค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า
D	คือ	Plate flexural rigidity
E	คือ	โมดูลัสความยืดหยุ่น
f	คือ	ความถี่ของโครงสร้างแผ่นบางในการทดลอง
L	คือ	ความยาวของคาน
$L()$	คือ	ตัวดำเนินการ
M	คือ	จำนวนพจน์ของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ
M_x	คือ	โมเมนต์ลัพท์ที่เกิดจากความเค้นดัดจากในแนวแกน x
M_y	คือ	โมเมนต์ลัพท์ที่เกิดจากความเค้นดัดจากในแนวแกน y
M_{xy}	คือ	โมเมนต์ลัพท์ที่เกิดจากความเค้นดัดจากในแนวแกน $x - y$
m	คือ	จำนวนคลื่นรูปขานย์ครึ่งลูกของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ
N	คือ	จำนวนพจน์ของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ
N_x	คือ	แรงลัพท์ที่เกิดจากความเค้นดัดจากในแนวแกน x
N_y	คือ	แรงลัพท์ที่เกิดจากความเค้นดัดจากในแนวแกน y
N_{xy}	คือ	แรงลัพท์ที่เกิดจากความเค้นเฉือนบนระนาบ $x - y$
\bar{N}_x	คือ	ค่าภาระการโก่งงอ
$\bar{N}_{x,exp}$	คือ	ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลอง
$\bar{N}_{x,theo}$	คือ	ค่าภาระการโก่งงอจากการคำนวณทางทฤษฎี
n	คือ	จำนวนคลื่นรูปขานย์ครึ่งลูกของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ
P	คือ	ภาระในแนวระนาบ
P_{cr}	คือ	ค่าภาระการโก่งงอ

p	คือ	ขนาดลัดส์ส่วน
Q_x	คือ	แรงลัดที่ เกิดจากความเค้นเฉือนบนระนาบ $x-z$
Q_y	คือ	แรงลัดที่ เกิดจากความเค้นเฉือนบนระนาบ $y-z$
$T(t)$	คือ	ฟังก์ชันแปรผันในลักษณะรูปไซน์เมื่อเทียบกับเวลา
t	คือ	ความหนาของโครงสร้างแผ่นบาง
W	คือ	ฟังก์ชันของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบขณะสั้นสะเทือน
w	คือ	ระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ
$w(x, y)$	คือ	จำนวนพจน์ของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ
$X(x)$	คือ	ฟังก์ชันของ x
$Y(y)$	คือ	ฟังก์ชันของ y
α	คือ	มุมเฟส
$\Delta \epsilon$	คือ	ผลต่างของความเครียดที่ผิวทั้งสองด้านของโครงสร้างแผ่นบาง
δ	คือ	ระยะยุบตัวตามแนวแรง
ϵ_x	คือ	ความเครียดตั้งฉากในทิศทาง x
ϵ_y	คือ	ความเครียดตั้งฉากในทิศทาง y
ϵ_z	คือ	ความเครียดตั้งฉากในทิศทาง z
$\varphi_m(r)$	คือ	ฟังก์ชันของคาน
γ_m	คือ	ค่าคงที่ของฟังก์ชันของคาน
γ_{xy}	คือ	ความเครียดเฉือนบนระนาบ $x-y$
γ_{xz}	คือ	ความเครียดเฉือนบนระนาบ $x-z$
γ_{yz}	คือ	ความเครียดเฉือนบนระนาบ $y-z$
λ_m	คือ	ค่าคงที่ของฟังก์ชันของคาน
v	คือ	ค่าอัตราส่วนปัวซอง
Π	คือ	พลังงานรวม
ρ	คือ	ความหนาแน่นมวลต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่
r_{xz}	คือ	ความเค้นเฉือนบนระนาบ $x-z$
r_{yz}	คือ	ความเค้นเฉือนบนระนาบ $y-z$
Ω	คือ	ค่าความถี่ของการสั่น
ω	คือ	ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางในขณะที่ไม่ได้รับภาระ
ω'	คือ	ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางขณะที่ได้รับภาระ

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิชานี้

โครงสร้างแผ่นบาง (Thin Plates) เป็นโครงสร้างประเภทหนึ่งที่ใช้กันมากในงานวิศวกรรมโครงสร้าง การออกแบบโครงสร้างแผ่นบางจะต้องคำนึงถึงพฤติกรรมของโครงสร้างเวลานำไปใช้งาน ซึ่งโครงสร้างดังกล่าวอาจเกิดความเสียหายเนื่องจากความเค้น (Stress) ที่ได้รับมีค่าสูงกว่าคุณสมบัติทางกลของวัสดุนั้นส่งผลให้โครงสร้างนั้นแตกหักหรือฉีกขาดหรือโครงสร้างนั้นไม่อยู่ในสถานะเสถียร (Stability) ทำให้เกิดการเสียรูปของโครงสร้างในลักษณะการโก่งงอ (Buckling) โดยภาวะที่ทำให้เกิดการเสียรูปนี้เรียกว่าภาวะการโก่งงอ (Buckling Load) หรือภาวะวิกฤต (Critical Load)

สำหรับการหาค่าภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางทำได้โดยวิธีการต่างๆ คือวิธีการวิเคราะห์ (Analytical Method) วิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) และวิธีการทดลอง (Experimental Method) โดยแต่ละวิธีนั้นมีข้อได้เปรียบและข้อจำกัดที่แตกต่างกันไป วิธีการวิเคราะห์ที่มีข้อจำกัดสำหรับการหาค่าภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางในกรณีที่โครงสร้างมีการจับยึดแบบยึดแน่น (Clamped Support) หรือแบบปลายอิสระ (Free) ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้จากวิธีวิเคราะห์โดยตรงจึงต้องใช้วิธีเชิงตัวเลขในการหาค่าภาวะการโก่งงอแทน การหาค่าภาวะการโก่งงอโดยวิธีเชิงตัวเลขเป็นวิธีที่ได้รับการยอมรับและใช้อย่างกว้างขวางในปัจจุบัน ส่วนข้อจำกัดของวิธีเชิงตัวเลขคือการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถจำลองพฤติกรรมของชิ้นงานจริงได้อย่างสมบูรณ์ กล่าวคือผลเฉลยที่ได้จากวิธีเชิงตัวเลขเป็นผลเฉลยของชิ้นงานที่มีลักษณะตามที่ตั้งไว้ในกระบวนการแก้ปัญหาเชิงตัวเลข ซึ่งอาจไม่ตรงกับลักษณะของชิ้นงานจริง สำหรับวิธีการทดลองก็มีข้อจำกัดคือการสร้างชิ้นงานและชุดทดลองมีค่าใช้จ่ายสูงและใช้ระยะเวลาในการดำเนินการนาน แต่ก็มีข้อดีคือสามารถหาค่าภาวะการโก่งงอของชิ้นงานจริงที่มีความไม่สมบูรณ์ของทั้งชิ้นงานและเงื่อนไขขอบเขตของการจับชิ้นงานได้

วิชานี้จะศึกษาการหาค่าภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางด้วยการทดลอง โดยใช้เทคนิคความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือน (Vibration Correlation Technique) เข้ามาช่วยในการบ่งชี้ค่าภาวะการโก่งงอ เทคนิคความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนเป็นการใช้ความสัมพันธ์

ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาวะที่โครงสร้างแผ่นบางได้รับ ในการหาค่าภาวะการโก่งงอ การทดลองในวิทยานิพนธ์นี้เป็นการศึกษาหาค่าภาวะการโก่งงอของชิ้นงานที่มีเงื่อนไขขอบเขต 3 แบบ ได้แก่ แบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน (CCCC) แบบยึดแน่นสามด้านปลายอิสระหนึ่งด้าน (CCCF) และแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้าน (CFCF) ทดลองโดยให้ภาวะในแนวระนาบทั้งภาวะดึงและกดขนาดต่างๆ แล้วหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางที่รับภาวะขนาดต่างๆ นำข้อมูลที่ได้อมาพล็อตกราฟและประมาณค่าภาวะกอดที่ทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางเท่ากับศูนย์ซึ่งค่าภาวะนั้นจะเป็นค่าภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบาง หลังจากนั้นเปรียบเทียบค่าภาวะการโก่งงอที่ได้จากข้อมูลการสั่นสะเทือนกับค่าภาวะการโก่งงอที่คำนวณจากวิธีเชิงตัวเลขและวิธีระยะเคลื่อนที่นอกระนาบ เพื่อหาความแม่นยำของเทคนิคความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนในการหาค่าภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบาง วิธีการนี้จะเป็นทางเลือกใหม่ในการหาค่าภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางโดยวิธีการทดลอง ซึ่งจะช่วยให้ได้ค่าภาวะการโก่งงอจากการทดลองที่มีความแม่นยำมากขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้มีจุดประสงค์หลักสองประเด็นคือเพื่อศึกษาพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางที่รับภาวะในแนวระนาบทั้งภาวะแบบดึงและภาวะแบบกด และเปรียบเทียบค่าภาวะการโก่งงอและรูปร่างการโก่งงอ (Mode Shape) ของโครงสร้างแผ่นบางจากการทดลองกับค่าภาวะการโก่งงอและรูปร่างการโก่งงอที่คำนวณจากทฤษฎีโดยใช้วิธีเชิงตัวเลข โดยค่าภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางจากการทดลองหาจากเทคนิคความสัมพันธ์ระหว่างค่ากำลังสองของความถี่ธรรมชาติกับค่าภาวะที่ให้กับโครงสร้างแผ่นบาง

1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

ขอบเขตของวิทยานิพนธ์นี้คือการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางและค่าภาวะในแนวระนาบที่โครงสร้างได้รับว่ามีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น และค่าความถี่ธรรมชาติในทางทฤษฎีจะมีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อมีภาวะขนาดเท่ากับค่าภาวะการโก่งงอมากกระทำ โดยการทดลองทั้งหมดทำโดยใช้ชุดทดลองที่ออกแบบและสร้างขึ้นเอง ซึ่งชุดทดลองที่สร้างขึ้นสามารถให้ภาวะแก่โครงสร้างแผ่นบางได้ทั้งภาวะดึงและภาวะกด

ชิ้นงานที่ใช้ในการทดลองเพื่อหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางจากวิธีความล้มพันธ์ของการลั่นสะเทือนเป็นวัสดุโลหะสองกลุ่มคือ กลุ่มแผ่นอลูมิเนียม 6061-T6 ที่มีขนาดลัดส่วน (Aspect Ratio) ต่างๆ กัน 3 ขนาดลัดส่วน โดยแต่ละขนาดลัดส่วนมีความหนา 2 ขนาด และอีกกลุ่มคือแผ่นสแตนเลส AISI 304 ขนาดลัดส่วนต่างๆ กัน 3 ขนาดลัดส่วน และมีความหนา 2 ขนาดเช่นเดียวกับชิ้นงานในกลุ่มแรก โดยชิ้นงานทั้งหมดทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน แบบยึดแน่นสามด้านปลายอิสระหนึ่งด้าน และแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้าน และทดลองภายใต้ภาระดึงและภาระกดในแนวระนาบ นำค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลองมาพล็อตกราฟระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบเพื่อหาค่าภาระการโค้งงอและรูปร่างการโค้งงอของชิ้นงานแต่ละแผ่น จากนั้นนำค่าภาระการโค้งงอที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าภาระการโค้งงอทางทฤษฎี แล้วสรุปผลความแม่นยำของวิธีของความล้มพันธ์ของการลั่นสะเทือน

1.4 เนื้อหาโดยรวมของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วยเนื้อหา 7 บทและภาคผนวก 3 บท โดยมีเนื้อหาและรายละเอียดในแต่ละส่วนดังนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความสำคัญ ที่มาของปัญหา ขอบเขต และจุดประสงค์ของวิทยานิพนธ์ รวมทั้งเนื้อหาโดยรวมของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 เป็นเนื้อหาเกี่ยวกับปริทัศน์วรรณกรรม ซึ่งกล่าวถึงงานวิจัยโดยแบ่งเป็นสองส่วน คืองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางซึ่งส่วนใหญ่เป็นการทดลองแล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าภาระการโค้งงอที่คำนวณมาจากทฤษฎีด้วยวิธีเชิงตัวเลข อีกส่วนหนึ่งคืองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการลั่นสะเทือนซึ่งส่วนมากเป็นการศึกษาด้วยวิธีเชิงตัวเลข โดยงานวิจัยเหล่านี้ใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการทดลอง การเก็บข้อมูลและวิเคราะห์ผลการทดลองของวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 3 เป็นการทบทวนทฤษฎีพื้นฐานของโครงสร้างแผ่นบาง การวิเคราะห์เพื่อหาค่าภาระการโค้งงอ การวิเคราะห์ปัญหาการลั่นสะเทือน สมการเชิงอนุพันธ์ของโครงสร้างแผ่นบาง ในส่วนหลังของบทนี้แสดงวิธีการหาความสัมพันธ์ระหว่างการลั่นสะเทือนกับเสถียรภาพของโครงสร้างแผ่นบางซึ่งเป็นที่มาของเทคนิคความล้มพันธ์ของการลั่นสะเทือนที่ใช้ในการศึกษานี้

บทที่ 4 แสดงการสอบทวนเทคนิคความล้มพันธ์ของการลั่นสะเทือนที่ใช้ในการหาค่าภาระการโค้งงอ ในบทนี้กล่าวถึงระเบียบวิธีที่ที่ใช้ในการหาค่าความถี่ธรรมชาติและค่าภาระการโค้ง

งอ ความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติกำลังสองและค่าภาวะในแนวระนาบรวมทั้งการหาค่าภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางจากความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาวะในแนวระนาบ

บทที่ 5 แสดงรายละเอียดของการทดลอง โดยกล่าวถึงการเตรียมการทดลอง ชุดทดลอง อุปกรณ์และเครื่องมือวัด รายละเอียดของชิ้นงานที่ใช้ในการทดลอง วิธีการทดลอง รวมถึงการบันทึกผลการทดลอง

บทที่ 6 เป็นการแสดงผลการทดลองหาค่าภาวะการโก่งงอที่ได้จากการทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือน โดยนำค่าภาวะการโก่งงอของแผ่นทดลองที่ทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนเปรียบเทียบกับผลทางทฤษฎีที่คำนวณมาจากระเบียบวิธี ในบทนี้ยังได้วิเคราะห์ผลการทดลองที่ได้จากการทดลองการหาค่าภาวะการโก่งงอจากวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนภายใต้ภาวะตั้งและกด และภายใต้ภาวะกดเพียงอย่างเดียว รวมทั้งวิเคราะห์สาเหตุของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในการทดลอง และในที่สุดท้ายเป็นการสรุปผลการทดลอง

บทที่ 7 กล่าวถึงข้อสรุปของวิทยานิพนธ์ ประโยชน์ของวิทยานิพนธ์และข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

ในที่สุดท้ายของวิทยานิพนธ์นี้เป็นภาคผนวกซึ่งมีทั้งหมดสามส่วนได้แก่ภาคผนวก ก เป็นรายละเอียดของชุดทดลองในแต่ละชิ้นส่วน ภาคผนวก ข เป็นผลการทดลองของทุกแผ่นทดลองโดยแสดงในรูปกราฟระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาวะในแนวระนาบ และภาคผนวก ค เป็นค่าภาวะการโก่งงอและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองทั้งหมดในทุกกรณี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2 ปรีทัศน์วรรณกรรม

การออกแบบโครงสร้างทางวิศวกรรมต้องพิจารณาถึงลักษณะโครงสร้างโดยรวมและพฤติกรรมของชิ้นส่วนประกอบแต่ละชิ้นในโครงสร้างนั้น นอกจากนี้จะต้องพิจารณาถึงความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นบนโครงสร้างแต่ละชิ้นแล้วยังต้องพิจารณาอีกว่าโครงสร้างนั้นอยู่ในสภาวะเสถียรหรือไม่ ซึ่งโครงสร้างหลายประเภทสามารถเกิดความเสียหายเนื่องจากขาดเสถียรภาพในขณะที่รับภาระ สำหรับความเสียหายของโครงสร้างแบ่งได้ 2 ลักษณะคือ วัสดุเสียหาย (Material failure) และรูปร่างเสียหาย (Form failure) โดยวัสดุเสียหายเกิดขึ้นเมื่อความเค้นภายในโครงสร้างมีค่าเกินขีดจำกัดตามคุณสมบัติเชิงกลที่วัสดุรับได้ ซึ่งผลของความเสียหายจะปรากฏในลักษณะของการแตกหักหรือการฉีกขาด แต่สำหรับกรณีของรูปร่างเสียหายสามารถเกิดขึ้นได้แม้ค่าความเค้นยังมีค่าไม่ถึงขีดจำกัดคุณสมบัติทางกลของวัสดุ โดยแสดงให้เห็นในลักษณะการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของโครงสร้างไปจากสภาวะเดิม การสูญเสียเสถียรภาพของชิ้นส่วนบางชิ้นในโครงสร้างอาจทำให้เกิดความเสียหายต่อโครงสร้างทั้งหมดได้ นั้นแสดงให้เห็นว่าความเสียหายแบบรูปร่างเสียหายมีความสำคัญมากในกระบวนการออกแบบโดยเฉพาะโครงสร้างที่มีชิ้นส่วนที่รับภาระกดและเป็นชิ้นส่วนที่มีลักษณะเรียวบาง สำหรับค่าภาระที่จะทำให้เกิดความเสียหายประเภทนี้ขึ้นอยู่กับรูปร่างของโครงสร้างและรูปแบบของภาระที่กระทำ ซึ่งภาระที่ทำให้โครงสร้างเกิดเปลี่ยนสภาวะจากเสถียรภาพหนึ่งไปสู่อีกเสถียรภาพหนึ่งนี้เรียกว่าภาระการโก่งงอหรือภาระวิกฤต และรูปร่างของโครงสร้างซึ่งเปลี่ยนแปลงไปสู่อีกเสถียรภาพหนึ่งเรียกว่ารูปร่างการโก่งงอ (Buckling mode)

นอกเหนือจากความเสียหายแล้วพฤติกรรมหนึ่งที่ต้องพิจารณาในการออกแบบคือการสั่นสะเทือนของโครงสร้าง ซึ่งโครงสร้างทางวิศวกรรมจัดเป็นระบบทางกลชนิดหนึ่งที่มีการตอบสนองต่อการสั่นสะเทือนที่แตกต่างกันไป การสั่นสะเทือนอย่างอิสระของโครงสร้างหมายถึงการสั่นสะเทือนของโครงสร้างที่เกิดขึ้นอย่างอิสระไม่ได้อยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงภายนอก โดยความถี่ธรรมชาติที่มีการสั่นสะเทือนอย่างอิสระนี้เรียกว่าความถี่ธรรมชาติ สำหรับโครงสร้างแต่ละโครงสร้างจะมีความถี่ธรรมชาติแตกต่างกันขึ้นอยู่กับอัตราส่วนสภาพยืดหยุ่นตัวต่อสภาพต้านการสั่นสะเทือน ทั้งนี้อัตราส่วนดังกล่าวสามารถพิจารณาหาได้จากสมการการเคลื่อนที่ของโครงสร้างนั้นๆ

โครงสร้างแผ่นบางเป็นโครงสร้างประเภทหนึ่งที่ใช้กันมากในงานวิศวกรรมยกตัวอย่างเช่น ชิ้นส่วนของเครื่องบิน รถยนต์หรือเรือ ซึ่งโครงสร้างแผ่นบางเหล่านี้มักเกิดความเสียหายในแบบ รูปร่างเสียหายโดยอยู่ในรูปการโก่งงอ ดังนั้นการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมกรรมการโก่งงอของโครงสร้าง แผ่นบางจึงมีความจำเป็นเพื่อให้เข้าใจพฤติกรรมและสามารถออกแบบโครงสร้างแผ่นบางได้ โดย วิทยานิพนธ์นี้ศึกษาการหาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางโดยใช้วิธีความสัมพันธ์ของ การสั้นสะเทือน ซึ่งมีส่วนเกี่ยวข้องกับเนื้อหาหลักสองหัวข้อคือการโก่งงอและการสั้นสะเทือนของ โครงสร้างแผ่นบาง และใช้ความสัมพันธ์ของปัญหาทั้งสองในออกแบบการทดลองและทดลองหา ค่าภาระการโก่งงอ ดังนั้นเนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์นี้โดย แบ่งกลุ่มของงานวิจัยเป็นสองกลุ่มคืองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าภาระการโก่งงอของ โครงสร้างแผ่นบางโดยจะเน้นการศึกษาที่เป็นการทดลอง ส่วนกลุ่มที่สองเป็นงานวิจัยที่เกี่ยวกับ การศึกษาปัญหาการสั้นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบาง

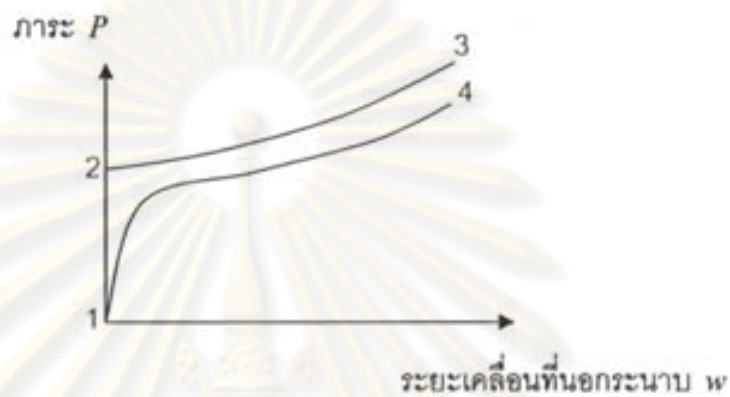
2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบาง

การหาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางสามารถทำได้โดยวิธีการวิเคราะห์ วิธีเชิง ตัวเลข หรือวิธีการทดลอง ซึ่งการหาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางด้วยวิธีการทดลอง ทำได้โดยการพิจารณาจากพฤติกรรมของโครงสร้างแผ่นบางเมื่อรับภาระกด วิธีการบ่งชี้ภาระการ โก่งงอจากการทดลองสามารถทำได้หลายวิธีโดยสามารถแบ่งวิธีการบ่งชี้ได้สองลักษณะคือการหา ค่าภาระการโก่งงอโดยวิธีทางตรงและทางอ้อม ซึ่งวิธีการทางตรงสามารถหาได้จากการวัด ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของพฤติกรรมกรรมการโก่งงอได้แก่ ระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ ระยะยุบตัวในแนว ระบาย (End shortening) และความเครียดบนผิวหน้าที่เปลี่ยนไปเมื่อโครงสร้างรับภาระกดที่มี ขนาดต่างๆ กันโดยมีรายละเอียดดังนี้

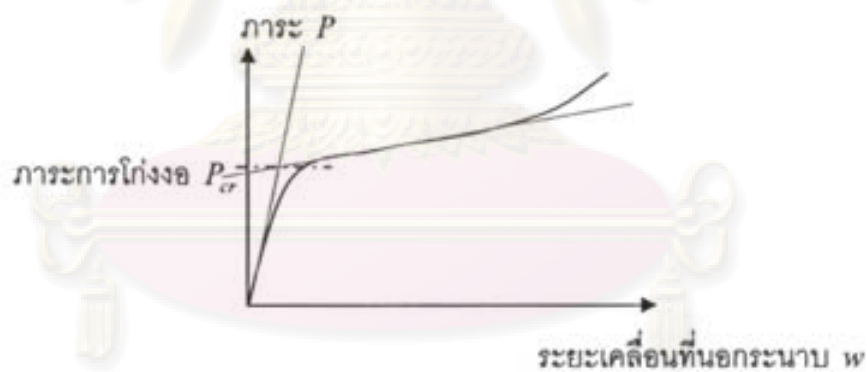
2.1.1 วิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ

วิธีนี้หาค่าภาระการโก่งงอจากกราฟของความสัมพันธ์ระหว่างภาระในแนวระนาบกับ ระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบของแผ่นทดสอบ ณ บริเวณที่เกิดการเคลื่อนที่นอกกระนาบสูงสุด ซึ่ง กราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระในแนวระนาบกับระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบทางอุดมคติจะมี ลักษณะตามเส้น 1-2-3 ในรูปที่ 2.1 กล่าวคือช่วงแรกเมื่อมีการเพิ่มภาระในแนวระนาบให้แก่ โครงสร้างแผ่นบางจะยังไม่เกิดระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ แต่เมื่อภาระเพิ่มถึงค่าภาระวิกฤตหรือ ภาระการโก่งงอ (จุด 2) โครงสร้างแผ่นบางจึงเริ่มเกิดการโก่งงอหรือเริ่มเกิดระยะเคลื่อนที่นอก

ระนาบ แต่ในทางปฏิบัติระยะการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางจะปรากฏตั้งแต่ให้ภาระดังแสดงตามเส้นทางจุด 1 ไปยังจุด 4 โดยการระบุค่าภาระการโค้งงอด้วยวิธีนี้ใช้จุดตัดของเส้นตรงที่ลากสัมผัสตั้งกราฟในช่วงก่อนเกิดและหลังเกิดการโค้งงอแสดงในรูปที่ 2.2



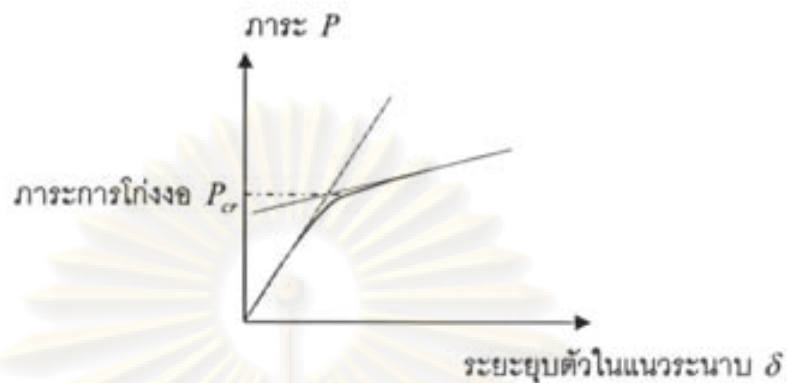
รูปที่ 2.1 พฤติกรรมการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบาง



รูปที่ 2.2 การหาค่าภาระการโค้งงอโดยวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ

2.1.2 วิธีระยะยุบตัวในแนวระนาบ

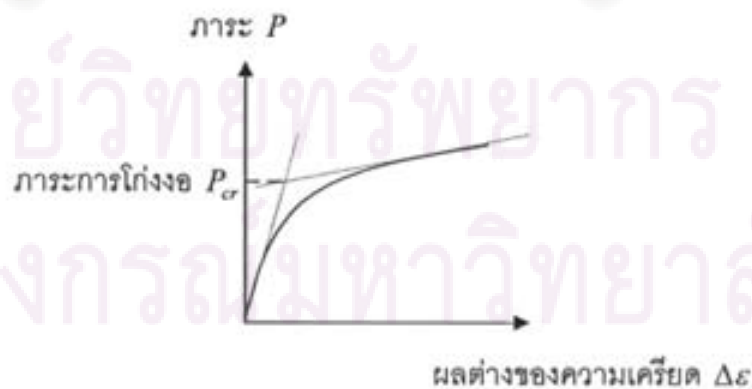
วิธีนี้มีลักษณะคล้ายกับวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ เพียงแต่แทนที่จะใช้ระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบเป็นพารามิเตอร์แสดงถึงการโค้งงอ วิธีนี้จะใช้ระยะยุบตัวในแนวระนาบเป็นตัวพารามิเตอร์ที่ใช้ในการพิจารณาถึงการโค้งงอ เมื่อนำค่าพารามิเตอร์ทั้งสองมาพล็อตกราฟจะได้ดังกราฟในรูปที่ 2.3 วิธีการบ่งชี้ถึงจุดที่เกิดการโค้งงอสามารถทำได้คล้ายๆ กับวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ กล่าวคือใช้จุดตัดของเส้นตรงที่ลากสัมผัสตั้งกราฟในช่วงก่อนและหลังการโค้งงอ



รูปที่ 2.3 การหาค่าภาระการโก่งงอโดยวิธีระยะยวบตัวในแนวระนาบ

2.1.3 วิธีผลต่างความเครียด

วิธีนี้หาค่าภาระการโก่งงอจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระในแนวระนาบกับผลต่างของความเครียดบนผิวทั้งสองด้านของแผ่นทดสอบ ณ ตำแหน่งที่มีการเคลื่อนที่นอกกระนาบสูงสุด ซึ่งความเครียดบนผิวด้านหนึ่งของแผ่นทดสอบจะมีค่าเป็นลบตลอดเวลาเมื่อแรงกดเพิ่มขึ้น ส่วนอีกด้านหนึ่งนั้นความเครียดจะมีค่าเป็นลบขณะเริ่มต้นรับภาระเช่นเดียวกับความเครียดด้านตรงข้ามแต่จะมีค่าค่อยๆ เพิ่มขึ้นจนมีค่าเป็นบวกเนื่องจากชิ้นงานเริ่มเกิดการโก่งงอ เมื่อนำความเครียดทั้งสองมาหาผลต่างและนำมาพล็อตกับภาระในแนวระนาบจะได้เส้นกราฟที่มีลักษณะดังรูปที่ 2.4 โดยค่า $\Delta\epsilon$ คือผลต่างของความเครียดที่ผิวทั้งสองด้าน จากกราฟสามารถสร้างเส้นตรงสัมผัสกับพฤติกรรมในช่วงก่อนและช่วงหลังการโก่งงอได้ และจุดตัดของเส้นตรงทั้งสองคือจุดที่เกิดการโก่งงอ ซึ่งภาระ ณ จุดตัดนี้คือค่าภาระการโก่งงอ



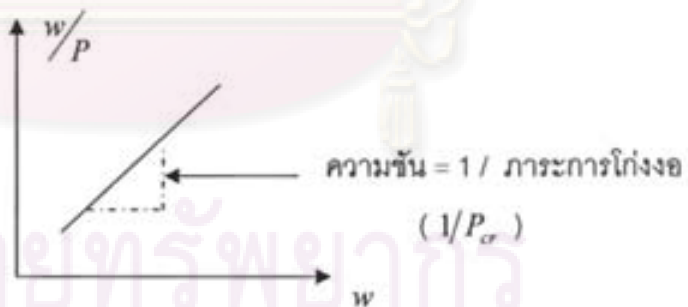
รูปที่ 2.4 การหาค่าภาระการโก่งงอโดยวิธีผลต่างความเครียด

2.1.4 วิธี Southwell Plot

วิธีนี้วัดค่าภาระในแนวระนาบกับระยะเคลื่อนที่นอกระนาบสูงสุดของแผ่นทดสอบ เหมือนกับวิธีระยะเคลื่อนที่นอกระนาบ แต่นำข้อมูลทั้งสองมาเขียนกราฟความสัมพันธ์ต่างจากวิธี ระยะเคลื่อนที่นอกระนาบ กล่าวคือในวิธี Southwell Plot จะพล็อตความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนของระยะการเคลื่อนที่ต่อภาระที่โครงสร้างรับ (w/P) กับระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบ (w) โดยวิธีนี้เป็นวิธีที่ใช้สำหรับการหาค่าภาระการโก่งงอของเสา เนื่องจากมีที่มาจากการจัดรูปของสมการทางเสถียรภาพของเสาเมื่อได้รับแรงกดในแนวแกน โดยมีสมการคือ

$$\frac{w}{P} = \left(\frac{1}{P_{cr}} \right) w \quad (2.1)$$

สมการที่ (2.1) เป็นสมการเชิงเส้น เมื่อพิจารณาเทอม w/P เป็นพารามิเตอร์ในแนวแกนตั้งและเทอม w เป็นพารามิเตอร์ในแนวแกนนอน ดังนั้นสมการเชิงเส้นดังกล่าวมีความชันเท่ากับ $1/P_{cr}$ และมีลักษณะกราฟเป็นดังรูปที่ 2.5 อย่างไรก็ตามวิธีนี้มีข้อจำกัดที่ระยะเคลื่อนที่นอกระนาบของชิ้นงานต้องมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับความหนาของแผ่นทดสอบ และแผ่นทดสอบจะต้องมีความสมบูรณ์สูงมาก



รูปที่ 2.5 การหาค่าภาระการโก่งงอโดยวิธี Southwell Plot

งานวิจัยที่น่าสนใจที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าภาระการโก่งงอด้วยวิธีการทดลองสามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้ Chai และคณะ [1] ศึกษาการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางภายใต้ภาระกดในแนวระนาบทิศทางเดียวและมีเงื่อนไขขอบเขตเป็นแบบง่าย (Simple Support) สองด้านและยึดแน่นสองด้าน โดยบริเวณด้านที่ให้ภาระกดแก่โครงสร้างแผ่นบางมีการจับยึดแบบยึดแน่นทั้งสองด้าน

ส่วนสองด้านที่ไม่ได้รับการถูกจับยึดแบบง่าย การศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างแผ่นบางในการทดลองนี้เป็นการศึกษาในช่วงก่อนการโก่งงอ (Pre-Buckling) และหลังการโก่งงอ (Post-Buckling) ซึ่งสามารถแสดงในรูปความสัมพันธ์ของภาระในแนวระนาบที่โครงสร้างได้รับกับพารามิเตอร์ต่างๆ ได้แก่ระยะยุบตัวในแนวแรง ระยะเคลื่อนที่นอกระนาบและความเครียดบริเวณผิวหน้าทั้ง 2 ด้านของชิ้นงาน แล้วนำข้อมูลที่ได้มาหาค่าภาระการโก่งงอ เพื่อนำผลที่ได้มาสอบทวนกับผลทางทฤษฎีที่ทำนายพฤติกรรมของโครงสร้างแผ่นบางจากทฤษฎีแบบไม่เชิงเส้น ซึ่งก่อนทำการทดลอง คณะผู้วิจัยได้ตรวจสอบระเบียบวิธีการหาค่าภาระการโก่งงอของตนเองโดยเปรียบเทียบกับระเบียบวิธีทางตัวเลขของงานวิจัยอื่นซึ่งได้ผลออกมาเป็นที่น่าพอใจ สำหรับวัสดุที่ใช้ในการศึกษานี้เป็นวัสดุคอมโพสิต (Composite Material) ที่มีทิศการวางตัวของเส้นใยทิศเดียวกัน ในการทดลองค่าของภาระกดในแนวระนาบที่ให้แก่ชิ้นงานและระยะยุบตัวในแนวแรงสามารถวัดได้จากชุดป้อนภาระอัตโนมัติ ส่วนระยะเคลื่อนที่นอกระนาบและความเครียดที่ผิวหน้าของแผ่นทดสอบวัดโดยใช้ LVDT (Linear Variable Differential Transducer) และสเตรนเกจ (Strain Gauge) เมื่อเปรียบเทียบกราฟพฤติกรรมการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นคอมโพสิตบางซึ่งหาจากการทดลองกับระเบียบวิธีทางตัวเลขที่แสดงในรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระในแนวระนาบกับระยะยุบตัวพบว่าเส้นกราฟมีลักษณะคล้ายคลึงกันจนถึงช่วงหลังการโก่งงอที่ภาระในแนวระนาบมีค่าประมาณ 3 เท่าของค่าภาระการโก่งงอ โดยผู้วิจัยให้ความเห็นว่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นหลังจากนั้นเกิดจากความไม่สมบูรณ์ของเงื่อนไขขอบเขตหรืออาจเกิดการเสียหายระหว่างชั้น (Delamination) ของแผ่นวัสดุคอมโพสิต ส่วนกราฟของความสัมพันธ์ระหว่างภาระในแนวระนาบกับระยะเคลื่อนที่นอกระนาบพบว่าค่าระยะเคลื่อนที่นอกระนาบจากการทดลองมีค่าสูงกว่าค่าที่ได้จากการคำนวณที่ค่าภาระเดียวกันเสมอ แต่เมื่อเพิ่มปัจจัยความไม่สมบูรณ์เช่นระยะโก่งงอก่อนการทดลอง (Pre-existing Curvature) ของชิ้นงานทดสอบเข้าไปในกราฟที่ได้จากทางทฤษฎีพบว่าพฤติกรรมการโก่งงอมีความใกล้เคียงกัน ผลการทดลองในส่วนของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระในแนวระนาบกับความเครียดที่ผิวหน้าพบว่าความแตกต่างระหว่างเส้นกราฟที่ได้ทางทฤษฎีและการทดลองมีค่าไม่มากนัก ซึ่งลักษณะเส้นกราฟจะต่างกันที่ภาระต่ำๆ เท่านั้น โดยแต่ละแผ่นทดสอบมีเส้นกราฟพฤติกรรมการโก่งงอที่แตกต่างกันออกไป และไม่มีแนวโน้มชัดเจนว่าให้ค่าสูงหรือต่ำกว่าเมื่อเปรียบเทียบค่าของความเครียดระหว่างค่าทางทฤษฎีกับการทดลอง นอกจากนี้คณะผู้วิจัยยังหาค่าภาระการโก่งงอจากวิธีทดลองจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระในแนวระนาบกับความเครียดที่ผิวหน้า โดยประมาณความชันช่วงก่อนและหลังการโก่งงอที่ผิวหน้าของแผ่นของทดสอบด้านที่เกิดการเปลี่ยนของความเครียดกุดไปเป็นความเครียดดึง ซึ่ง

จุดตัดของเส้นประมาณความชันทั้งสองนั้นเป็นจุดที่เกิดการโก่งงอ โดยผลการทดลองที่ได้มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง -7% ถึง +11% เมื่อเทียบกับค่าทางทฤษฎี

งานวิจัยของ Tuttle และคณะ [2] เป็นงานวิจัยการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นคอมโพสิตบางภายใต้ภาระแบบ 2 ทิศทางโดยทำการทดลองกับโครงสร้างแผ่นคอมโพสิตบางภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบง่าย ภาระที่ใช้ในการทดลองนี้มีลักษณะสองทิศตั้งฉากกันโดยให้ทิศหนึ่งเป็นภาระกด ส่วนอีกทิศหนึ่งเป็นภาระดึง จุดประสงค์ของการศึกษาคือเพื่อหาค่าภาระการโก่งงอและรูปร่างการโก่งงอจากวิธีทดลองแล้วนำไปเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากวิธีการเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีของ Galerkin สำหรับชิ้นงานที่ใช้ศึกษาเป็นโครงสร้างแผ่นคอมโพสิตบางทั้งหมด 12 แผ่นที่มีขนาดแตกต่างกัน 3 ขนาด ในการทดลองคณะผู้วิจัยเก็บข้อมูลระหว่างภาระกดกับระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบเพื่อหาค่าภาระการโก่งงอด้วยวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบโดยวัดค่าภาระในแนวระนาบด้วยมาตรวัดภาระ (Load Cell) ส่วนระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบวัดค่าโดยใช้ไดอัลเกจ (Dial Gauge) สำหรับการหารูปร่างการโก่งงอของแผ่นทดสอบนั้นใช้วิธีมอริเอ (Moiré Method) โดยอาศัยหลักการการซ้อนทับของแสง นอกจากนี้ในการทดลองยังมีการเปลี่ยนค่าภาระดึงเพื่อศึกษาผลของภาระดึงด้านข้างต่อค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลอง เมื่อเปรียบเทียบค่าภาระการโก่งงอและรูปร่างการโก่งงอที่ได้จากการทดลองกับทฤษฎีสรุปได้ว่าค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองมีความใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี โดยผลที่ได้มีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 1.61% แต่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูงถึง $\pm 15.4\%$ นั้นแสดงให้เห็นว่าเมื่อเปรียบเทียบค่าทางทฤษฎีกับการทดลองแต่ละชิ้นงานนั้นยังมีความไม่แน่นอนของการวัดอยู่ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นอาจมาจากความไม่สมบูรณ์ของเงื่อนไขขอบเขตของชิ้นงานหรือตัวชิ้นงานเอง และยังพบว่าเมื่อเพิ่มภาระดึงด้านข้างให้กับแผ่นทดสอบจะทำให้ค่าภาระการโก่งงอและรูปร่างการโก่งงอเปลี่ยนไปซึ่งตรงตามที่ทำนายได้จากทางทฤษฎี

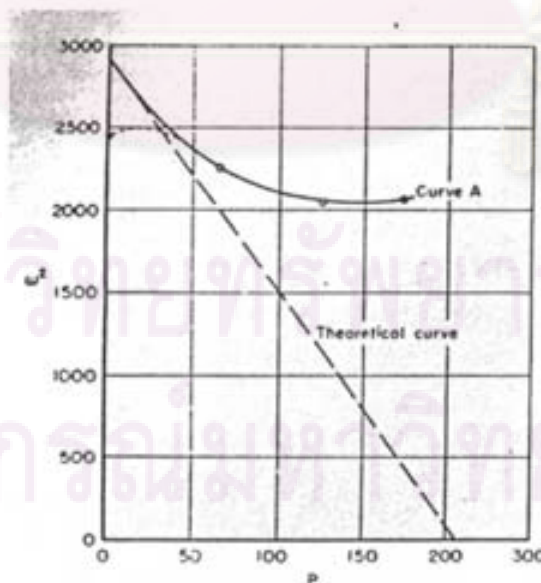
วิทยานิพนธ์ของชวรัตน์ สุภาศักดิ์ [3] ศึกษาวิธีการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางโดยสังเกตจากพฤติกรรมของโครงสร้างเมื่อได้รับภาระกดโดยทำการทดลองสี่วิธีด้วยกันได้แก่ วิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ วิธีระยะยุบตัวในแนวระนาบ วิธีผลต่างความเครียด และวิธี Southwell Plot แล้วนำผลการทดลองที่ได้จากการทดลองทั้งสี่วิธีมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงจากทฤษฎี โครงสร้างแผ่นบางที่ศึกษาเป็นแผ่นอลูมิเนียมที่เงื่อนไขขอบเขตแบบง่าย ทั้งสี่ด้านซึ่งผลการทดลองที่ได้จากวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบมีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรง โดยมีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยประมาณ -2.8% อย่างไรก็ตามยังมีกราฟพฤติกรรมการโก่งงอบาง

กรณีที่ไม่สามารถหาค่าภาระการโค้งงอได้จากผลการทดลอง เนื่องจากไม่สามารถสร้างเส้นสัมผัส ช่วงก่อนและหลังการโค้งงอเพราะกราฟที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงความชันอย่างต่อเนื่องจึงไม่สามารถระบุจุดที่มีการเปลี่ยนแปลงความชันอย่างชัดเจน ส่วนการทดลองด้วยวิธีระยะยุบตัวในแนวระนาบได้ผลการทดลองที่มีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 13.4% ซึ่งสาเหตุของความคลาดเคลื่อนนี้มาจากเส้นกราฟพฤติกรรมกรรมการโค้งงอที่ได้ยังไม่ค่อยดีเนื่องจากกราฟมีลักษณะเป็นเส้นตรงที่มีความชันไม่แตกต่างกันมากนักในช่วงก่อนและหลังการโค้งงอ การทดลองด้วยวิธีผลต่างความเครียดได้ผลการทดลองใกล้เคียงกับค่าทางทฤษฎีโดยมีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยประมาณ -3.2% โดยพฤติกรรมกรรมการโค้งงอที่พบในการทดลองส่วนใหญ่มีลักษณะคล้ายกันและสามารถหาค่าภาระการโค้งงอได้ง่าย มีเพียงบางกรณีเท่านั้นที่ไม่สามารถหาค่าภาระการโค้งงอได้ กราฟที่ไม่สามารถหาค่าภาระการโค้งงอได้มีลักษณะเป็นเส้นโค้งที่ไม่สามารถสร้างเส้นสัมผัส เส้นกราฟในช่วงก่อนและหลังการโค้งงอได้ สำหรับการทดลองวิธี Southwell Plot สามารถระบุค่าภาระการโค้งงอได้ทุกการทดลองแต่ยังมีกราฟจากบางการทดลองที่มีลักษณะเป็นเส้นโค้งเล็กน้อย ส่งผลให้ค่าภาระการโค้งงอที่ได้มีค่ามากกว่าทฤษฎีอย่างชัดเจน โดยมีความคลาดเคลื่อนสูงถึง 69.7% ซึ่งลักษณะทั่วไปของกราฟความสัมพันธ์ที่เขียนได้มีลักษณะเป็นเส้นตรงและไม่จำเป็นต้องตัดแกนตั้งที่ศูนย์เสมอไป ซึ่งในทางทฤษฎีแล้วลักษณะเส้นกราฟที่ไม่ตัดแกนตั้งที่ศูนย์ของการหาค่าภาระการโค้งงอโดยวิธี Southwell Plot แสดงถึงความไม่สมบูรณ์ของแผ่นทดสอบ นอกจากนี้ยังอธิบายได้ว่าวิธี Southwell Plot ประยุกต์มาจากสมการทางเสถียรภาพของเสาที่มีเงื่อนไขขอบเขตบริเวณด้านปลายทั้งสองเป็นแบบง่ายโดยไม่มีเงื่อนไขขอบเขตด้านข้างเหมือนกับกรณีของโครงสร้างแผ่นบาง

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นทั้งหมดนั้นเป็นการหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางโดยตรงหรือวิธีสถิตย์ (Static Method) การหาค่าภาระการโค้งงอยังมีวิธีการหาทางอ้อมโดยอาศัยข้อมูลการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางมาประมวลเพื่อทำนายค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบาง งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ข้อมูลการสั่นสะเทือนในการหาค่าภาระการโค้งงอ มีอยู่หลายชิ้นซึ่งสามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

Lurie และ Monica [4] ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการสั่นสะเทือนกับเสถียรภาพของโครงสร้างในการทดลองหาค่าภาระการโค้งงอ โดยวิธีนี้เรียกว่าการทดลองหาค่าภาระการโค้งงอ โดยใช้ความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระที่โครงสร้างรับ โดยความสัมพันธ์ดังกล่าวมีลักษณะแบบเชิงเส้น ค่าภาระการโค้งงอที่หาได้

โดยวิธีความสัมพันธ์ของการล้นสะท้อนนี้สามารถหาได้จากค่าภาระในแนวระนาบที่กระทำต่อ โครงสร้างแล้วทำให้โครงสร้างนั้นมีค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์ ในการศึกษานั้นได้ศึกษา โครงสร้าง 4 แบบที่รับภาระกดในแนวระนาบและหาความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างที่รับภาระกด ขนาดต่างๆ แล้วนำข้อมูลที่ได้ไปพล็อตหาความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับ ภาระกดในแนวระนาบ ซึ่งโครงสร้างที่ใช้ศึกษาได้แก่ โครงสร้างคาน โครงสร้างแฟรม โครงถัก (Truss) และโครงสร้างแผ่นบาง สำหรับโครงสร้างแผ่นบางที่ใช้ในการทดลองเป็นแผ่นอลูมิเนียม 24S-T โดยทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้านและเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้าน ยึดแน่นสองด้าน โดยด้านที่ให้ภาระแก่ชิ้นงานทั้งสองด้านมีการจับยึดแบบยึดแน่น การวัด ค่าความถี่ธรรมชาติในการทดลองนี้ใช้สเตรนเกจติดกับโครงสร้างแผ่นบางทั้งสองผิวหน้า จากผล การทดลองของชิ้นงานทั้งสองขอบเขตการจับยึดพบว่าค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับค่าภาระใน แนวระนาบมีความสัมพันธ์เชิงเส้นในช่วงที่โครงสร้างแผ่นบางรับภาระกดน้อยๆ แต่เมื่อค่าภาระกด สูงขึ้นความสัมพันธ์ที่ได้มีลักษณะเป็นเส้นโค้งทั้งสองกรณี โดยผลการทดลองกรณีเงื่อนไขขอบเขต แบบง่ายทั้งสี่ด้านแสดงในรูปที่ 2.6 ซึ่งไม่เหมือนกับพฤติกรรมตามทฤษฎีทำให้ไม่สามารถ ประมาณค่าภาระการโก่งงอได้ คาดว่าสาเหตุที่ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสอง กับภาระในแนวระนาบไม่เป็นเส้นตรงในการทดลองน่าจะเกิดจากโครงสร้างแผ่นบางเกิดการ เคลื่อนที่นอกระนาบในขณะที่รับภาระกด แม้ว่าภาระกดนั้นจะมีค่าต่ำกว่าค่าภาระการโก่งงอส่งผล ให้ภาระที่ให้กับโครงสร้างแผ่นบางไม่เป็นภาระในแนวระนาบ



รูปที่ 2.6 ผลการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ ง่ายทั้งสี่ด้านของ Lurie และ Monica [4]

งานวิจัยอีกชิ้นหนึ่งเป็นของ Segall และ Springer [5] ซึ่งเป็นการทดลองหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางด้วยวิธีพลวัตโดยอาศัยการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางในการหาค่าภาระการโค้งงอ และนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากการทดลองด้วยวิธี Southwell Plot โดยพารามิเตอร์ในการเก็บข้อมูลคือค่าความถี่ รูปร่างการสั่นสะเทือนและค่าภาระในแนวระนาบที่โครงสร้างแผ่นบางได้รับ แล้วนำข้อมูลที่ได้มาคำนวณเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (Finite-difference) เพื่อหาค่าภาระการโค้งงอ โดยวัดค่าพารามิเตอร์ทั้งสามตามตำแหน่งต่างๆ 45 จุด โครงสร้างแผ่นบางที่ใช้ในการทดลองทำมาจากวัสดุสองชนิดคือ แผ่นอลูมิเนียม และแผ่นกราไฟท์-อีพ็อกซี T300/976 ที่มีการวางตัวของไฟเบอร์แบบ $[0/90/0]$ สำหรับเงื่อนไขขอบเขตของชิ้นงานเป็นแบบง่ายทั้งสี่ด้านและแบบง่ายสองด้านยึดแน่นสองด้าน โดยให้ภาระกดในแนวระนาบแก่ด้านที่ยึดจับแบบง่ายทั้งสองด้าน ผู้วิจัยวัดค่าภาระและวิเคราะห์ค่าความถี่ด้วยสเตรนเกจ ส่วนวิธีการวัดรูปร่างโหมดการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางทำโดยใช้ optical probe ที่สามารถเลื่อนไปตามตำแหน่งแต่ละจุดได้ พบว่าเมื่อเปรียบเทียบค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากการทดลองโดยวิธีพลวัตกับวิธี Southwell Plot แล้ว ผลที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันโดยมีความแตกต่างกันไม่เกิน 10% โดยค่าภาระการโค้งงอที่มาจากวิธีพลวัตมีค่าสูงกว่าวิธี Southwell Plot แต่ยังไม่สามารถสรุปได้ว่าวิธีใดมีความแม่นยำมากกว่ากัน นอกจากนี้ผู้วิจัยยังนำผลที่ได้จากการทดลองไปเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ที่สมมติรูปร่างการสั่นให้อยู่ในรูปฟังก์ชันไซน์ (Sine) ซึ่งพบว่ามีความคลาดเคลื่อนต่างกันไม่เกิน 15%

จากงานวิจัยที่ผ่านมาสามารถสรุปได้ว่างานวิจัยที่เกี่ยวกับวิธีการหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางสามารถได้เป็นสองประเภทคือ การทดลองหาค่าภาระการโค้งงอโดยตรงซึ่งใช้ข้อมูลจากพฤติกรรมการโค้งงอ ส่วนอีกประเภทคือโดยทางอ้อมซึ่งใช้ข้อมูลจากพฤติกรรมการสั่นสะเทือนโดยงานวิจัยที่กล่าวมาเป็นการทดลองภายใต้ภาระกด ซึ่งผลการทดลองที่ได้ยังไม่เป็นที่น่าพอใจโดยคาดว่าสาเหตุของความคลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการเคลื่อนที่นอกระนาบในขณะที่รับภาระกด สำหรับวิทยานิพนธ์นี้พยายามจะลดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการเกิดระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบก่อนเวลาอันควรโดยเสนอให้ทดลองภายใต้ภาระดึง เมื่อแผ่นทดลองรับภาระดึงจะไม่เกิดการโค้งงอ ทำให้ไม่เกิดการเคลื่อนที่นอกระนาบและคาดหวังว่ากราฟความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของค่าความถี่ธรรมชาติกับภาระในแนวระนาบจะเป็นเส้นตรงและสามารถหาค่าภาระการโค้งงอได้

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบาง

ปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางเป็นอีกหัวข้อหนึ่งที่มีการศึกษากันอย่างแพร่หลาย การศึกษาในช่วงต้นๆ มีข้อจำกัดทางด้านอุปกรณ์และเครื่องมือวัดทำให้การศึกษาด้วยวิธีการทดลองค่อนข้างลำบากและให้ผลที่คลาดเคลื่อน แต่ในปัจจุบันอุปกรณ์วัดรวมถึงเครื่องมือวิเคราะห์และประมวลผลมีการพัฒนามากขึ้นทำให้สามารถศึกษาจีนทดลองที่ซับซ้อนมากขึ้นได้ โดยงานวิจัยในอดีตที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการสั่นสะเทือนที่น่าสนใจมีดังต่อไปนี้

งานวิจัยของ Gorman [6] เป็นงานวิจัยปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางโดยผู้วิจัยได้นำเสนอการสั่นสะเทือนแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เป็นวัสดุไอโซโทรปิก โดยหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นสะเทือนบนสมมติฐานของโครงสร้างแผ่นบางภายใต้เงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแบบต่างๆ ในแต่ละด้านได้แก่ การจับยึดแบบง่าย การจับยึดแบบยึดแน่น และปลายอิสระรวมทั้งหมด 21 กรณี นอกจากนั้นผู้วิจัยยังได้นำเสนอผลเฉลยของโครงสร้างที่มีการจับยึดแบบจุด (Point Support) ร่วมกับการจับยึดแบบอื่นๆ อีก 12 กรณี ในการวิเคราะห์นี้ใช้หลักการ Superposition โดยผลการวิเคราะห์ได้นำเสนอในรูปผลเฉลยค่าเจาะจง (Eigenvalues) ซึ่งมีจำนวนหลายค่าและแสดงอยู่ในรูปแบบตารางพร้อมทั้งรูปร่างการสั่นสะเทือนตามแต่กรณี

Ding [7] ศึกษาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้าด้วยวิธีเชิงตัวเลข โดยใช้ระเบียบวิธีริทซ์ (Rayleigh-Ritz Method) ระเบียบวิธีริทซ์เป็นการวิเคราะห์โดยอาศัยหลักการของพลังงานรวมต่ำสุด สำหรับพลังงานรวมเป็นผลรวมของพลังงานศักย์กับพลังงานจลน์ ระเบียบวิธีริทซ์จะสมมติฟังก์ชันการเคลื่อนที่นอกกระนาบประกอบด้วยค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่าและฟังก์ชันการเคลื่อนที่ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตจับยึด งานวิจัยนี้ใช้ฟังก์ชันของคานเป็นสมการเคลื่อนที่นอกกระนาบซึ่งฟังก์ชันประกอบไปด้วยอนุกรมไซน์ (Sine Series) กับฟังก์ชันโพลีโนเมียล (Polynomials Function) โดยค่าคงที่ของฟังก์ชันโพลีโนเมียลขึ้นอยู่กับเงื่อนไขขอบเขตการจับยึด โครงสร้างแผ่นบาง ในการคำนวณกำหนดให้ชิ้นงานเป็นโครงสร้างแผ่นบางทำจากวัสดุไอโซโทรปิก มีความหนาสม่ำเสมอตลอดแผ่นและวิเคราะห์บนสมมติฐานของโครงสร้างแผ่นบางภายใต้เงื่อนไขขอบเขตสามแบบคือ เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน แบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสอง

ด้าน และปลายอิสระทั้งสองด้าน เมื่อนำผลที่ได้จากการคำนวณไปเปรียบเทียบกับผลของ Gorman [6] พบว่าผลที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันเมื่อกำหนดจำนวนพจน์ตั้งแต่ 4 พจน์ขึ้นไป

Tuvey และคณะ [8] ศึกษาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางโดยใช้วิธีการทดลอง และวิธีเชิงตัวเลข ชิ้นงานที่ใช้ในการทดลองนี้เป็นแผ่นวัสดุคอมโพสิตชนิด GRP (Glass Reinforced Plastic) ซึ่งเป็นแผ่นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีการวางตัวของเส้นใยเสริมแรงตามแบบคือ เส้นใยตามแนวยาวของชิ้นงาน เส้นใยตั้งฉากกับแนวยาวของชิ้นงาน และเส้นใยวางตัวทำมุม 45 องศากับแนวยาวของชิ้นงาน ชิ้นงานทุกแผ่นมีความหนา 3.2 มม. โดยศึกษาชิ้นงานภายใต้การจับยึดแบบง่าย แบบยึดแน่น และแบบปลายอิสระ รวมกรณีศึกษาทั้งหมด 6 กรณี ในการทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาตินั้นจะหาความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นโดยสังเกตจากรูปร่างการสั่นสะเทือนจากเส้นแสดงการเคลื่อนที่เป็นศูนย์สำหรับ 6 โหมดแรก ส่วนวิธีเชิงตัวเลขใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นสะเทือนของแผ่นทดลองทั้งสามชนิด ในทุกกรณี เมื่อนำผลการทดลองมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้วพบว่าในบางกรณีสามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติจากการคำนวณได้แต่ไม่สามารถวัดค่าความถี่ธรรมชาตินั้นจากการทดลองได้ สำหรับรูปร่างการสั่นสะเทือนจากการทดลองและจากการคำนวณมีลักษณะที่คล้ายกัน ค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้ของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสองด้าน (CCCC) และการจับยึดแบบยึดแน่นร่วมกับการจับยึดแบบง่าย (CCCS, CCSS, CSCS) มีค่าแตกต่างจากผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์น้อยกว่า 10% แต่สำหรับกรณีเงื่อนไขขอบเขตที่มีการจับยึดแบบปลายอิสระร่วมอยู่ด้วย (CCFF, CFCF) แม้ว่ารูปร่างการสั่นสะเทือนของแผ่นทดลองที่วัดได้กับการคำนวณมีลักษณะใกล้เคียงกัน แต่ค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้มีค่าน้อยกว่าค่าความถี่ธรรมชาติที่คำนวณจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์อยู่มากโดยบางกรณีมีความแตกต่างสูงถึง 50% จะเห็นว่างานวิจัยเกี่ยวกับการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางที่กล่าวมาแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนโดยวิธีเชิงเลขและเทคนิคการทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาติ ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้วิธีการหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยวิธีการเคาะ [9] โดยใช้ค้อนเคาะลงบนโครงสร้างแผ่นบางเพื่อกระตุ้นให้เกิดการสั่น แล้ววัดค่าความถี่ของการสั่นซึ่งเป็นค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางนั้น

จากงานวิจัยที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้นเป็นงานวิจัยที่มีทั้งการคำนวณด้วยวิธีเชิงตัวเลข และวิธีการทดลองซึ่งแต่ละวิธีมีข้อได้เปรียบและเสียเปรียบแตกต่างกัน จะสังเกตได้ว่างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางเป็นการทดลองโดยให้ภาระกดในแนวระนาบแก่แผ่น

ทดลองซึ่งการหาค่าภาวะการโค้งงอโดยตรงเกิดความคลาดเคลื่อนจากการลากเส้นในช่วงก่อน และหลังการโค้งงอ ส่วนการหาค่าภาวะการโค้งงอทางอ้อมจากวิธีความสัมพันธ์ของการ สั่นสะเทือนโดยใช้ข้อมูลการสั่นสะเทือนของชิ้นงานที่รับภาระกดได้เส้นกราฟความสัมพันธ์ที่ไม่ เป็นเส้นตรงตามทฤษฎี จึงไม่สามารถหาค่าภาวะการโค้งงอที่แม่นยำได้ สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ศึกษาวิธีการหาค่าภาวะการโค้งงอโดยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนโดยให้ภาระในแนว ระนาบแกโครงสร้างแผ่นบางทั้งภาระดึงและกด แล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าภาวะการโค้ง งอที่คำนวณได้จากระเบียบวิธีวิธี ทั้งนี้คาดว่าในการทดลองนี้จะสามารถลดข้อบกพร่องของการ หาค่าภาวะการโค้งงอจากวิธีโดยตรง และการหาค่าภาวะการโค้งงอด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการ สั่นสะเทือนโดยภายใต้ภาระกดเพียงอย่างเดียว รวมถึงพิจารณาข้อดีข้อเสียของวิธีการทดลองนี้ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาต่อไป



ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

ความสัมพันธ์ระหว่างการสั่นสะเทือนกับเสถียรภาพของโครงสร้างแผ่นบาง

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางกับพฤติกรรมการสั่นสะเทือนสามารถหาได้จากการพิจารณาสมการครอบคลุมของปัญหาทั้งสอง ในบทนี้จะทบทวนทฤษฎีพื้นฐานของโครงสร้างแผ่นบางซึ่งจะนำไปสู่สมการครอบคลุมสำหรับปัญหาการโก่งงอและการสั่นสะเทือน ในส่วนท้ายของบทนี้เป็นการหาความสัมพันธ์ของพฤติกรรมการโก่งงอกับพฤติกรรมการสั่นสะเทือนโดยพิจารณาเปรียบเทียบสมการครอบคลุมของปัญหาทั้งสอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกับภาระในแนวระนาบของโครงสร้างแผ่นบางซึ่งจะนำไปประยุกต์ใช้ในการหาค่าภาระการโก่งงอต่อไป

3.1 ทฤษฎีพื้นฐานของโครงสร้างแผ่นบาง [10]

สมการเชิงอนุพันธ์ของโครงสร้างแผ่นบางสามารถหาได้จากการพิจารณาสมดุลของภาระและโมเมนต์ของโครงสร้างแผ่นบางที่อยู่ในระบบพิกัดจากดังแสดงในรูปที่ 3.1 โดยตั้งสมมติฐานเบื้องต้นดังต่อไปนี้

1. โครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นวัสดุไอโซโทรปิก
2. ความหนาของโครงสร้างแผ่นบางมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความกว้างและความยาว
3. องค์ประกอบความเครียดบนระนาบ $x-y$ ($\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$) มีค่าน้อยมาก
4. ไม่พิจารณาผลของความเครียดเฉือนนอกระนาบ γ_{xz} และ γ_{yz}
5. ไม่พิจารณาถึงความเครียดในทิศทาง z นั่นคือ $\epsilon_z = 0$ (ความหนาไม่เปลี่ยนแปลงขณะเกิดการโก่งงอหรือสั่นสะเทือน)
6. ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดเป็นไปตามกฎของฮุค (Hooke's Law)
7. ไม่มีความเค้นเฉือน τ_{xz} และ τ_{yz} ที่ตำแหน่งกึ่งกลางความหนาของแผ่นบาง $z = \pm \frac{t}{2}$

ในขณะที่โครงสร้างแผ่นบางเกิดการโก่งงอหรือการสั่นสะเทือนจะเกิดแรงลัพธ์ต่างๆ กระทำต่อโครงสร้างดังแสดงในรูปที่ 3.2 และรูปที่ 3.3 รูปที่ 3.2 แสดงแรงลัพธ์ในแนวระนาบและรูปที่ 3.3 แสดงแรงเฉือนนอกระนาบและโมเมนต์ ซึ่งแรงในแนวระนาบที่เกิดขึ้นประกอบไปด้วยแรง N_x , N_y และ N_{xy} โดยที่แรง N_x' คือแรงตั้งฉากในแนวระนาบเช่นเดียวกับแรง N_x แต่กระทำที่ตำแหน่งที่

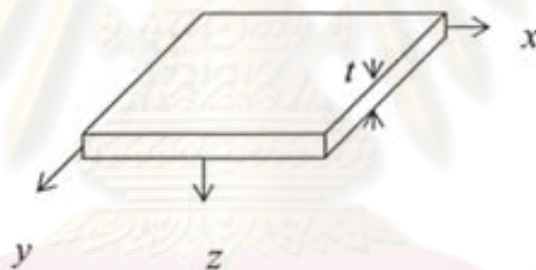
ห่างออกไปทางขวาเป็นระยะ dx ค่าของแรง N_x^* มาจากอนุกรมของเทเลอร์ (Taylor's Series) ที่ละพจน์ที่มีอนุพันธ์ลำดับสูงๆ และสามารถเขียนได้ว่า

$$N_x^* = N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx \quad (3.1ก)$$

ในทำนองเดียวกันค่าของแรง N_y^* และ N_{xy}^* สามารถเขียนอยู่ในรูปแบบเดียวกันคือ

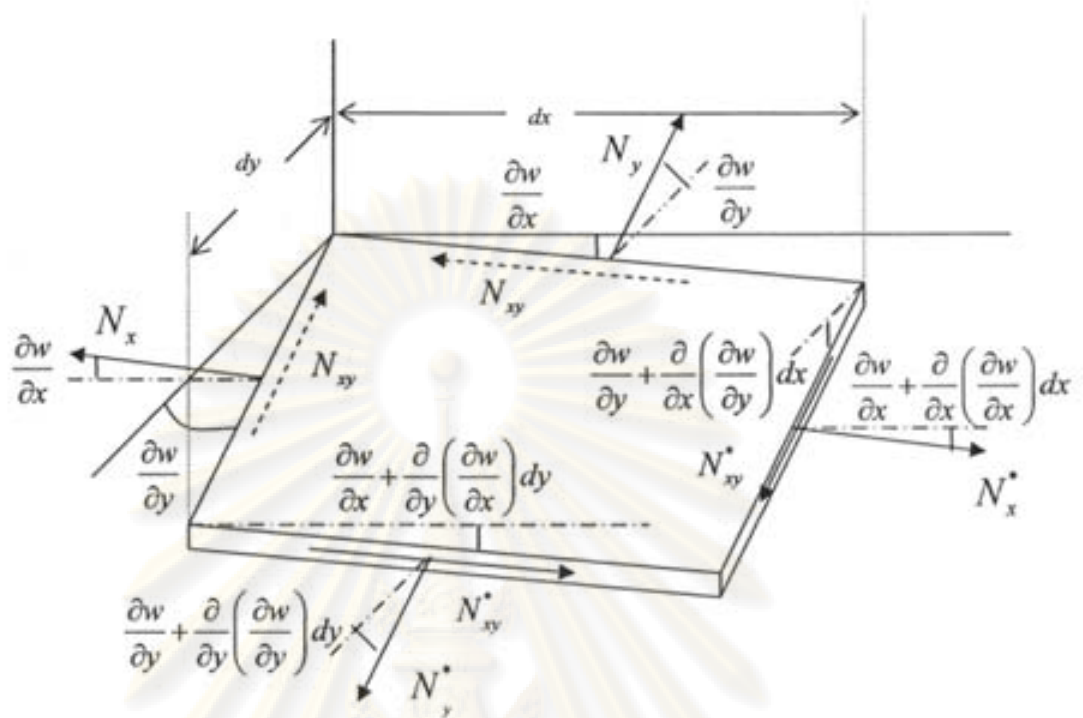
$$N_y^* = N_y + \frac{\partial N_y}{\partial x} dx \quad (3.1ข)$$

$$N_{xy}^* = N_{xy} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} dx \quad (3.1ค)$$

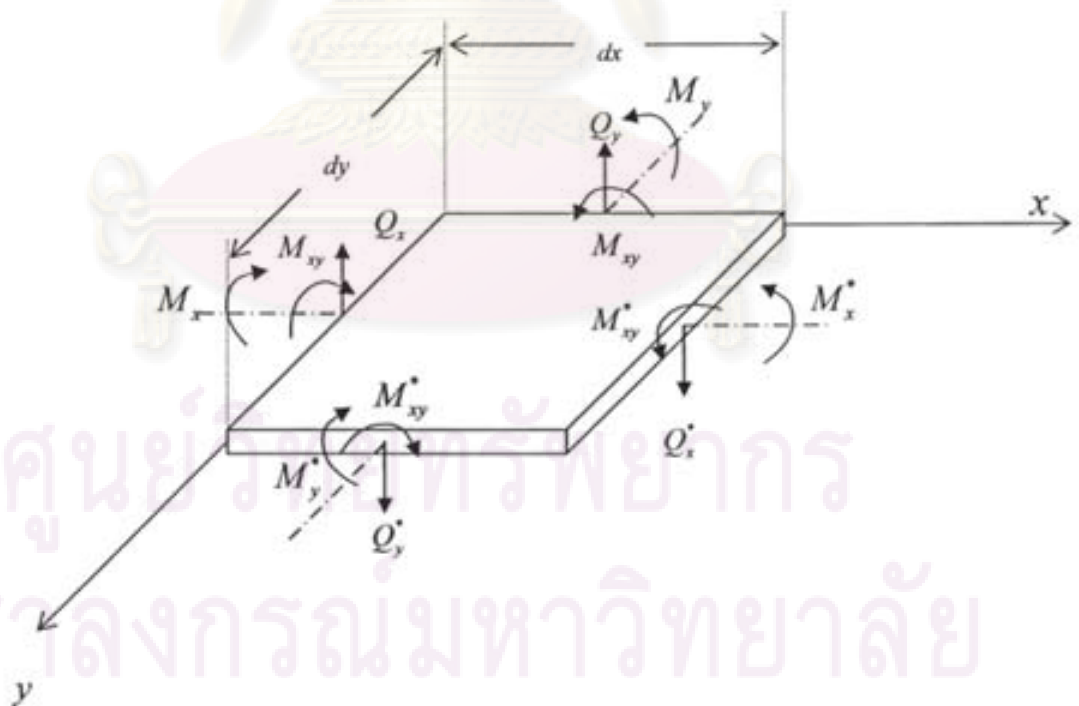


รูปที่ 3.1 ระบบพิกัดฉากของโครงสร้างแผ่นบาง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.2 แรงในแนวระนาบที่กระทำกับเอลิเมนต์ของโครงสร้างแผ่นบางขณะที่โก่งตัว



รูปที่ 3.3 แรงเฉือนและโมเมนต์ที่กระทำกับเอลิเมนต์ของโครงสร้างแผ่นบาง

เมื่อพิจารณาสมดุลของแรงในแกน z จะพบว่า

$$\begin{aligned} & N_x^* \sin\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right) dy - N_x \sin\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) dy + N_y^* \sin\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right) dx \\ & - N_y \sin\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) dx + N_{xy}^* \sin\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right) dy - N_{xy} \sin\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) dy \\ & + N_{xy}^* \sin\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right) dx - N_{xy} \sin\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) dx = 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

สำหรับการโก่งงอซึ่งระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ w มีค่าน้อยๆ จะสามารถเขียนได้ว่า

$$\sin\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) \approx \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) \text{ และ } \cos\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) \approx 1$$

แทนค่าสมการที่ (3.1) ลงในสมการที่ (3.2) จะได้ว่า

$$\left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) dx dy = 0 \quad (3.3)$$

พิจารณาแรงเฉือนและโมเมนต์ที่เกิดขึ้นบนเอลิเมนต์ของโครงสร้างแผ่นบางตามที่แสดงดังรูปที่ 3.3 ค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์บนขอบด้าน $x = dx$ และ $y = dy$ หากจากอนุกรมของเทเลอร์ เช่นเดียวกับกรณีแรงลัพธ์ในแนวระนาบนั้นคือ

$$Q_x^* = Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \quad (3.4n)$$

$$Q_y^* = Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy \quad (3.4ข)$$

$$M_x^* = M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx \quad (3.4ค)$$

$$M_y^* = M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy \quad (3.4ง)$$

$$M_{xy}^* = M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx \quad (3.4จ)$$

เมื่อพิจารณาสมดุลของแรงเฉือนแกน z จะได้ดังนี้

$$\left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \right) dx dy = 0 \quad (3.5)$$

และสมการโมเมนต์รอบแกน x และ y คือ

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = Q_y \quad (3.6n)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = Q_x \quad (3.6ข)$$

ดังนั้นสมดุลของแรงทั้งหมดที่เกิดขึ้นบนเอลิเมนต์ของโครงสร้างแผ่นบางตามแนวแกน z สามารถหาได้จากการรวมแรงในแนวระนาบจากสมการที่ (3.3) และแรงเฉือนจากสมการที่ (3.5) ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

เพื่อให้สมการอยู่ในรูปของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ w จึงแทนค่าแรงเฉือนด้วยสมการโมเมนต์ (สมการที่ (3.6n) และ (3.6ข)) จะได้สมการสมดุลของแรงดังนี้

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (3.7)$$

เมื่อเปลี่ยนพจน์ของโมเมนต์ให้อยู่ในรูปความโค้ง (Curvature) [11] ซึ่งอยู่ในรูปอนุพันธ์ของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบดังนี้

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3.8n)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (3.8\text{ข})$$

$$M_{xy} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.8\text{ค})$$

โดย $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$

เมื่อ ν คือ ค่าอัตราส่วนปัวร์ซอง (Poisson's ratio)

E คือ โมดูลัสความยืดหยุ่น (Young's modulus)

t คือ ความหนาของโครงสร้างแผ่นบาง

จะได้สมการครอบคลุมสำหรับปัญหาการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางเป็น

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{N_{xy}}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{N_y}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (3.9)$$

สังเกตได้ว่าภาวะในแนวระนาบในสมการที่ (3.9) เป็นค่าภาวะแบบดั้งแต่ค่าภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางจะเป็นภาวะกต ดังนั้นค่าภาวะการโก่งงอที่ได้จากสมการนี้จะมีค่าเป็นลบ ในการแก้สมการที่ (3.9) ต้องทราบเงื่อนไขขอบเขตของโครงสร้างแผ่นบาง ยกตัวอย่างเช่นการคำนวณหาค่าภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางขนาด $a \times b$ ที่รับภาวะในแนวระนาบตามแกน x และถูกจับยึดแบบง่ายทั้งสี่ด้าน สามารถทำได้โดยสมมติสมการระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตคือ

$$w(x, y) = A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

เมื่อ A_{mn} คือ แอมพลิจูดของฟังก์ชัน

m, n คือ จำนวนคลื่นรูปไซน์ครึ่งลูกของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ (โดย m, n เป็นจำนวนเต็มบวก)

จากนั้นแทนสมการระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบลงในสมการครอบคลุม (สมการที่ (3.9)) แล้วแก้สมการหาค่าภาระการโก่งงอ ซึ่งค่าภาระการโก่งงอมีค่าเท่ากับ

$$\bar{N}_x = \frac{D\pi^2}{b^2} \left(\frac{m}{p} + \frac{1}{m} p \right)^2 \quad (3.10)$$

โดย $p = \frac{a}{b}$ คือ สัดส่วนของชิ้นงาน

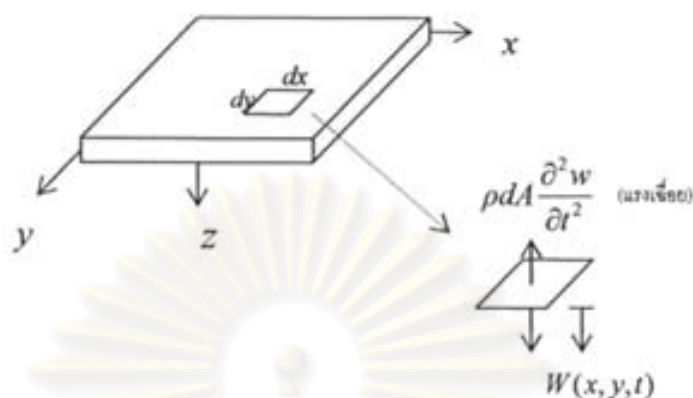
3.2 การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบาง [6]

สมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาการสั่นสะเทือนแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบางสามารถหาได้โดยวิเคราะห์การเคลื่อนที่และภาระรวมในทิศ z ที่เกิดขึ้นระหว่างการสั่นสะเทือน ในระหว่างการสั่นสะเทือนจะเกิดแรงเฉื่อยที่มีทิศทางสวนกับระยะการเคลื่อนที่ของเอลิเมนต์ของโครงสร้างแผ่นบางดังแสดงในรูปที่ 3.4 เมื่อโครงสร้างแผ่นบางเกิดการสั่นสะเทือนจะเกิดการเคลื่อนที่นอกกระนาบ โดยในที่นี้ให้การเคลื่อนที่นอกกระนาบอยู่ในทิศ $+z$ ซึ่งจะเกิดแรงเฉื่อยขนาด $\rho dA \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ ในทิศตรงข้ามตามกฎข้อที่สองของนิวตัน โดยระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบในกรณีสั่นสะเทือนเป็นฟังก์ชันของระยะในแกน x ระยะในแกน y และเวลา เมื่อพิจารณาสมดุลของแรงในแนวแกน z โดยนำพจน์ของแรงเฉื่อยมารวมกับสมการที่ (3.9) จะได้สมการครอบคลุมสำหรับปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางดังนี้

$$\frac{\partial^4 W(x, y, t)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W(x, y, t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W(x, y, t)}{\partial y^4} - \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{N_{xy}}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{N_y}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\rho}{D} \frac{\partial^2 W(x, y, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.11)$$

โดย ρ คือ ความหนาแน่นมวลต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.4 แรงที่เกิดขึ้นระหว่างการสั่นสะเทือนแบบอิสระของโครงสร้างแผ่นบาง

ผลเฉลยของสมการที่ (3.11) สามารถหาได้โดยวิธีแยกตัวแปร (Separation of variable) โดยกำหนดระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ $W(x, y, t)$ เป็น

$$W(x, y, t) = w(x, y)T(t) \quad (3.12)$$

แทนค่าระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบจากสมการที่ (3.12) ลงในสมการที่ (3.11) แล้วจัดรูปสมการควบคุมเชิงอนุพันธ์ให้อยู่ในรูป

$$\frac{D \left[\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} - \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{N_{xy}}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{N_y}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]}{w(x, y)} = - \frac{\partial^2 T(t)}{T(t)}$$

จะเห็นว่าพจน์ทางซ้ายเป็นสมการอนุพันธ์ของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบซึ่งเป็นฟังก์ชันของ x และ y ส่วนทางด้านขวาเป็นสมการอนุพันธ์ของเวลาซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา t พจน์ทางซ้ายจะเท่ากับพจน์ทางขวาก็ต่อเมื่อพจน์ทั้งสองเป็นค่าคงที่ โดยกำหนดให้ค่าคงที่นั้นมีค่าเท่ากับ Ω^2 จะสามารถเขียนเป็นสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{D \left[\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} - \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{N_{xy}}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{N_y}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]}{w(x, y)} = - \frac{\partial^2 T(t)}{T(t)} = \Omega^2$$

พิจารณาสมการในรูปฟังก์ชันของเวลาจะได้สมการเป็น

$$\frac{d^2 T(t)}{dt^2} + \Omega^2 T(t) = 0$$

ซึ่งสามารถหาค่าเฉลยได้ดังนี้

$$T(t) = T \sin(\Omega t + \alpha) \quad (3.13)$$

เมื่อพิจารณา $T(t)$ เป็นฟังก์ชันแปรผันในลักษณะรูปไซน์เมื่อเทียบกับเวลา โดย Ω คือค่าความถี่ของการสั่นสะเทือน และ α คือมุมเฟส สำหรับกรณีการสั่นสะเทือนแบบอิสระที่ศึกษานั้นเลือกค่า $\alpha = 0$ เป็นค่าเริ่มต้นในการพิจารณา เมื่อพิจารณาสมการในรูปฟังก์ชันของระยะเคลื่อนที่นอกจะได้อันจะได้ว่า

$$\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} - \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{N_{xy}}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{N_y}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\Omega^2 \rho}{D} w(x, y) = 0 \quad (3.14)$$

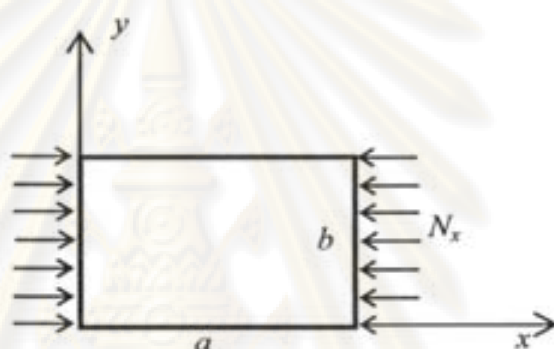
ในกรณีที่ไม่มีภาระในแนวระนาบจะได้สมการเชิงอนุพันธ์เป็น

$$\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} - \frac{\Omega^2 \rho}{D} w(x, y) = 0 \quad (3.15)$$

จากสมการที่ (3.14) และ (3.15) สังเกตได้ว่าลักษณะของสมการครอบคลุมของปัญหาการโก่งงอและปัญหาการสั่นสะเทือนที่ไม่มีภาระในแนวระนาบมีลักษณะคล้ายกัน โดยมีพจน์ที่แตกต่างกันคือพจน์ของความถี่ธรรมชาติ Ω และพจน์ของแรงในแนวระนาบเท่านั้น ด้วยลักษณะที่คล้ายกันของสมการครอบคลุมนี้ทำให้สามารถนำไปหาความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกับภาระในแนวระนาบของโครงสร้างแผ่นบางและนำไปสู่การหาค่าภาระการโก่งงอได้

3.3 ความสัมพันธ์ระหว่างการสั่นสะเทือนกับเสถียรภาพของโครงสร้างแผ่นบาง

ความสัมพันธ์ระหว่างการสั่นสะเทือนกับเสถียรภาพของโครงสร้างแผ่นบางอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบ การหาความสัมพันธ์นี้สามารถหาได้โดยพิจารณาพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางที่รับภาระ N_x ในแนวระนาบตามแกน x ดังแสดงในรูปที่ 3.5 ซึ่งพิจารณาจากสมการครอบคลุมของปัญหาการโก่งงอ (สมการที่ (3.9)) และปัญหาการสั่นสะเทือน (สมการที่ (3.14)) โดยกำหนดให้ \bar{N}_x แทนค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบาง



รูปที่ 3.5 โครงสร้างแผ่นบางภายใต้ภาระกดในแนวแกน x

สมการเชิงอนุพันธ์ของโครงสร้างแผ่นบางที่รับภาระ N_x เพียงภาระเดียวสำหรับปัญหาภาระการโก่งงอและปัญหาการสั่นสะเทือนสามารถเขียนได้ตามลำดับดังนี้

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{\bar{N}_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (3.16)$$

และ

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\omega^{*2} \rho}{D} w = 0 \quad (3.17)$$

โดย w คือ ระยะเคลื่อนที่ในอกระนาบ

\bar{N}_x คือ ค่าภาระการโก่งงอ

N_x คือ ภาระในแนวระนาบที่กระทำกับโครงสร้างแผ่นบาง

ω^* คือ ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางขณะรับภาระ N_x

\bar{N}_r และ N_r เป็นภาระในแนวระนาบที่กระทำกับโครงสร้างแผ่นบางเหมือนกัน แต่ \bar{N}_r เป็นค่าภาระการโก่งงอซึ่งเป็นภาระกอดที่มีค่าเป็นลบ ส่วน N_r เป็นภาระที่กระทำกับโครงสร้างแผ่นบางซึ่งเป็นได้ทั้งภาระดึงและกอด ดังนั้นค่าของ N_r สามารถเป็นได้ทั้งค่าบวกและลบ

ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างขณะที่ได้รับภาระ N_r กับภาระการโก่งงอ \bar{N}_r สามารถหาได้จากการพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาภาระการโก่งงอและปัญหาการสั่นสะเทือน (สมการที่ (3.16) และ (3.17)) สำหรับเงื่อนไขขอบเขตของโครงสร้างแผ่นบางแบบหนึ่ง ฟังก์ชันระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบจะเหมือนกันสำหรับปัญหาการโก่งงอและปัญหาการสั่นสะเทือน ยกตัวอย่างเช่นกรณีเงื่อนไขขอบเขตเป็นแบบง่ายทั้งสี่ด้านฟังก์ชันระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบจะอยู่ในรูป $w(x, y) = A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$ ทั้งในปัญหาการโก่งงอ [10] และปัญหาการสั่นสะเทือน [6] นั้นแสดงว่ารูปร่างการโก่งงอและรูปร่างการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางมีลักษณะเดียวกัน ดังนั้นเมื่อทราบว่ารูปร่างการเคลื่อนที่นอกระนาบของโครงสร้างแผ่นบางที่โก่งงอกับรูปร่างเคลื่อนที่นอกระนาบของการสั่นสะเทือนมีลักษณะเหมือนกันจึงสามารถเขียนสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาการโก่งงอได้ใหม่เป็น

$$L_1(w) - \bar{N}_r L_2(w) = 0 \quad (3.18)$$

โดย

$$L_1(w) = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}$$

และ $L_2(w) = \frac{1}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$

ในทำนองเดียวกันสำหรับปัญหาการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางในขณะที่ได้รับภาระสามารถเขียนสมการเชิงอนุพันธ์ได้คือ

$$L_1(w) - N_r L_2(w) - \omega^{*2} L_3(w) = 0 \quad (3.19)$$

โดย

$$L_3(w) = \frac{\rho w}{D}$$

เนื่องจากรูปร่างการโค้งงอและรูปร่างการสันตะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางเหมือนกัน ดังนั้นในพจน์ที่ประกอบไปด้วยอนุพันธ์ของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ w ของทั้งสองปัญหาจึงเหมือนกัน จากสมการที่ (3.18) สามารถเขียนค่าภาระการโค้งงอได้เป็น

$$\bar{N}_x = \frac{L_1(w)}{L_2(w)} \quad (3.20)$$

ในทำนองเดียวกันปัญหาการสันตะเทือนสามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางในขณะที่ได้รับภาระ N_x ได้ โดยพิจารณาจากสมการที่ (3.19) จะได้ค่าความถี่ธรรมชาติดังนี้

$$\omega^{*2} = \frac{-L_1(w) + N_x L_2(w)}{L_3(w)} \quad (3.21)$$

ส่วนปัญหาการสันตะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางที่ไม่ได้รับภาระในแนวระนาบสามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางโดยกำหนดค่า N_x เท่ากับศูนย์ ซึ่งได้ค่าความถี่ธรรมชาติเป็น

$$\omega^2 = \frac{-L_1(w)}{L_3(w)} \quad (3.22)$$

โดย ω คือ ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางในขณะที่ไม่ได้รับภาระ

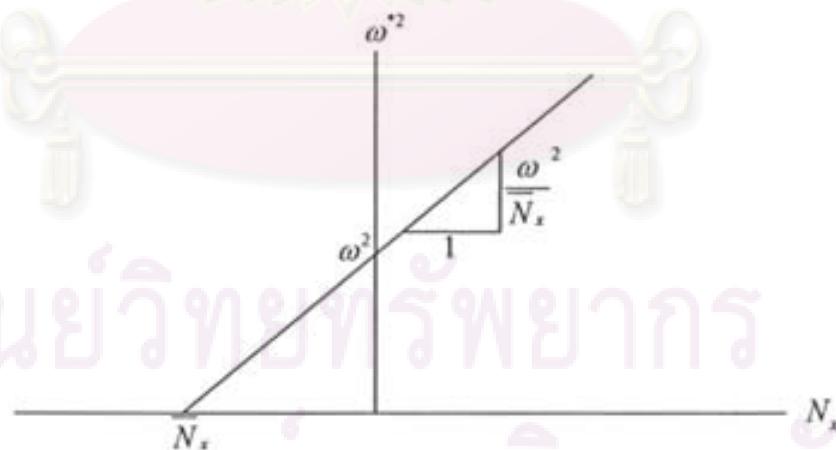
จากสมการที่ (3.20-3.22) สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกับภาระในแนวระนาบ โดยนำสมการที่ (3.21) หาค่าด้วยสมการที่ (3.22) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติ ω^{*2} กับภาระในแนวระนาบ N_x เป็น

$$\left(\frac{\omega^*}{\omega}\right)^2 = 1 - \frac{N_x}{\bar{N}_x} \quad (3.23)$$

เนื่องจากค่าภาระการโค้งงอ \bar{N}_x และค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางในขณะที่ไม่ได้รับภาระ ω เป็นคุณลักษณะของชิ้นงานแต่ละชิ้นจึงมีค่าคงที่สำหรับโครงสร้างแผ่นบางหนึ่งๆ จากสมการที่ (3.23) จึงสามารถพิจารณาได้ว่ากำลังสองของความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางที่

รับภาระ ω^{*2} มีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงกับภาระในแนวระนาบ N_x ซึ่งความสัมพันธ์นี้ได้มาจากสมการเชิงอนุพันธ์ของโครงสร้างแผ่นบางจึงสามารถใช้ได้กับโครงสร้างแผ่นบางที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบใดก็ได้ เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตหนึ่งจะมีสมการระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบของโครงสร้างแผ่นบางที่ใกล้เคียงกับการลั่นสะเทือนรูปร่างหนึ่งเหมือนกัน

จากความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่าง ω^{*2} กับ N_x ดังแสดงในสมการที่ (3.23) ค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางมีค่าเป็นลบและความถี่ธรรมชาติมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อโครงสร้างแผ่นบางได้รับภาระแบบดึง ในทางตรงกันข้ามความถี่ธรรมชาติลดลงเมื่อโครงสร้างแผ่นบางได้รับภาระกด และเมื่อภาระในแนวระนาบ N_x มีค่าเท่ากับภาระการโก่งงอแล้วความถี่ธรรมชาติ ω^* มีค่าเท่ากับศูนย์ตามทฤษฎี จากข้อสังเกตนี้จะเห็นว่าความสัมพันธ์นี้สามารถใช้ในการหาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางโดยวัดค่าความถี่ธรรมชาติแล้วพล็อตกราฟระหว่าง ω^{*2} กับ N_x โดยค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางคือค่าภาระในแนวระนาบ N_x ที่ความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์ดังแสดงในรูปที่ 3.6 โดยแกนอนเป็นแกนค่าภาระในแนวระนาบที่โครงสร้างแผ่นบางได้รับ ส่วนแกนตั้งเป็นค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสอง จากกราฟความสัมพันธ์เส้นตรงที่ได้พบว่ามีค่าความชันเท่ากับ ω^2/N_x ซึ่งค่าที่จุดตัดแกนตั้งเป็นค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองของโครงสร้างแผ่นบางที่ไม่ได้รับภาระ สำหรับค่าที่จุดตัดแกนอนเป็นค่าภาระในแนวระนาบที่โครงสร้างแผ่นบางมีความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์หรือเป็นค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางนั่นเอง



รูปที่ 3.6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบ

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางกับพฤติกรรมการลั่นสะเทือนซึ่งหามาจากการพิจารณาสมการครอบคลุมของปัญหาทั้งสองนี้สามารถเขียนให้อยู่ใน

รูปความสัมพันธ์เชิงเส้นของค่าความดีธรรมชาติดำล้างสองกับภาวะในแนวระนาบ จากความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถหาค่าภาวะการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางได้จากค่าภาวะในแนวระนาบที่กระทำกับโครงสร้างแผ่นบางแล้วทำให้โครงสร้างนั้นมีค่าความดีธรรมชาติเท่ากับศูนย์ ซึ่งในบทถัดไปจะกล่าวถึงการสอบทวนความสัมพันธ์ดังกล่าวและการหาค่าภาวะการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบต่างๆ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

การสอบทวนความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกับภาวะในแนวระนาบ

เพื่อยืนยันความถูกต้องของความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกับภาวะในแนวระนาบที่ได้จากการพิจารณาสมการครอบคลุมของปัญหาการโก่งงอและการสั่นสะเทือนเนื้อหาในบทนี้จะเป็นการสอบทวนความสัมพันธ์ดังกล่าว โดยแก้สมการครอบคลุมของทั้งสองปัญหาเพื่อหาผลเฉลยแล้วนำไปหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาวะในแนวระนาบ

4.1 การสอบทวนความสัมพันธ์กรณีที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน

ปัญหาการโก่งงอและการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้านเป็นปัญหาที่สามารถเขียนผลเฉลยในรูปผลเฉลยแน่นอนตรงได้ ในหัวข้อนี้จะสอบทวนความสัมพันธ์ของค่าภาวะการโก่งงอกับพฤติกรรมการสั่นสะเทือนโดยใช้ผลเฉลยแน่นอนตรงของปัญหาทั้งสอง ในที่นี้พิจารณาโครงสร้างแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด $a \times b$ ที่รับภาวะในแนวระนาบตามแกน x และมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน โครงสร้างนี้สามารถหาความถี่ธรรมชาติและภาวะการโก่งงอได้โดยสมมติฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตแล้วแทนลงในสมการครอบคลุม โดยสมมติระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบเป็น $w(x, y) = A_m \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$ จากนั้นแทนค่าในสมการครอบคลุมทั้งสอง สำหรับปัญหาการโก่งงอจะหาค่าภาวะในแนวระนาบได้เป็น

$$N_x = \frac{D\pi^2}{b^2} \left(\frac{m}{p} + \frac{n^2}{m} \right)^2 \quad (4.1)$$

ค่าภาวะที่ได้จากสมการที่ (4.1) จะเป็นค่าภาวะการโก่งงอกก็ต่อเมื่อค่าที่คำนวณได้มีค่าน้อยที่สุด โดยการแทนค่า m และ n ตั้งแต่ 1, 2, 3, ... จะได้ว่า N_x มีค่าน้อยที่สุดเมื่อค่า n เท่ากับ 1 เสมอ ส่วนค่า m ที่ทำให้ค่าภาวะน้อยที่สุดนั้นอาจจะมีค่าเป็น 1 ค่า โดย m เป็นค่าที่แสดงถึงรูปร่างของโครงสร้างแผ่นบางเมื่อเกิดการโก่งงอซึ่งเรียกว่าโหมดการโก่งงอ ดังนั้นภาวะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางคือ

$$\bar{N}_x = \frac{D\pi^2}{b^2} \left(\frac{m}{p} + \frac{1}{m} p \right)^2 \quad (4.2)$$

ในกรณีการสั่นสะเทือนซึ่งแทนระยะการเคลื่อนที่นอกกระนาบเช่นเดียวกันจะได้ค่าความถี่ธรรมชาติ ในขณะที่โครงสร้างผ่านบางรับภาระเท่ากับ

$$\omega^* = \frac{D}{\rho} \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2 - \frac{N_x}{\rho} \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} \right) \quad (4.3)$$

และความถี่ธรรมชาติในขณะที่โครงสร้างไม่มีภาระกระทำมีค่าเท่ากับ

$$\omega^2 = \frac{D}{\rho} \left(\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right)^2 \quad (4.4)$$

เนื่องจากโหมดการสั่นสะเทือนที่พิจารณาเป็นโหมดเดียวกันกับโหมดของการโค้งงอ ดังนั้นจึงกำหนดให้ค่า n ในสมการที่ (4.2) และ (4.3) มีค่าเท่ากับ 1 จะได้ความถี่ธรรมชาติในขณะที่รับภาระเท่ากับ

$$\omega^* = \frac{D}{\rho} \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{b^2} \right)^2 - \frac{N_x}{\rho} \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} \right) \quad (4.5)$$

และความถี่ธรรมชาติในขณะที่ไม่มีภาระในแนวระนาบมีค่าเท่ากับ

$$\omega^2 = \frac{D}{\rho} \left(\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{b} \right)^2 \right)^2 \quad (4.6)$$

เมื่อนำสมการที่ (4.5) หาดด้วยสมการที่ (4.6) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบดังนี้

$$\left(\frac{\omega^*}{\omega} \right)^2 = 1 - \frac{N_x b^2}{D \pi^2} \left(\frac{m}{p} + \frac{1}{m} p \right)^{-2} \quad (4.7)$$

จากค่าภาระการโก่งงอ (สมการที่ (4.2)) สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบในสมการที่ (4.7) ได้ใหม่เป็น

$$\left(\frac{\omega^*}{\omega}\right)^2 = 1 - \frac{N_x}{N_c}$$

ซึ่งสมการความสัมพันธ์ที่ได้นี้เหมือนกันกับสมการที่ (3.23) นั่นแสดงให้เห็นว่าความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบที่มาจากการพิจารณาสมการครอบคลุมมีความถูกต้อง

สำหรับโครงสร้างแผ่นบางที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบอื่นที่ไม่ใช่เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายไม่สามารถหาค่าภาระการโก่งงอหรือความถี่ธรรมชาติให้อยู่ในรูปผลเฉลยแม่นยำตรงได้ ระเบียบวิธีวิธีหนึ่งที่สามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาการลั่นสะเทือนและการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบอื่นได้ ในหัวข้อถัดไปจะแสดงวิธีหาค่าความถี่ธรรมชาติและค่าภาระการโก่งงอโดยใช้ระเบียบวิธีวิธีแล้วแสดงถึงความสัมพันธ์ของค่ากำลังสองของความถี่ธรรมชาติกับค่าภาระในแนวระนาบรวมทั้งการหาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางจากความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติกับภาระในแนวระนาบ

4.2 การสอบทวนความสัมพันธ์กรณีที่ชิ้นงานมีเงื่อนไขขอบเขตแบบอื่น ๆ

4.2.1 ระเบียบวิธีวิธี

ระเบียบวิธีวิธีเป็นการวิเคราะห์ด้วยวิธีเชิงตัวเลขโดยอาศัยหลักการพลังงานรวมต่ำสุด (Minimum of total energy) โดยที่พลังงานรวมเกิดจากการรวมกันของพลังงานศักย์ พลังงานความเครียด และพลังงานจลน์ สำหรับปัญหาการลั่นสะเทือนสามารถเขียนพลังงานรวมในรูปของฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบได้ดังนี้

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint \left[D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) + N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \rho \omega^{*2} w^2 \right] dx dy \quad (4.8)$$

สำหรับปัญหาการโก่งงอสมการพลังงานรวมสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint \left[D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) + \bar{N}_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy \quad (4.9)$$

ในการแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีริทซ์จะสมมติระยะการเคลื่อนที่นอกกระนาบ $w(x, y)$ ประกอบด้วยค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า (A_{mn}) และฟังก์ชันของตัวแปรต้น $X(x)$ และ $Y(y)$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตของโครงสร้างแผ่นบาง โดยระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} X(x) Y(y) \quad (4.10)$$

โดย $w(x, y)$ คือ ฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ

$X(x)$ คือ ฟังก์ชันของ x เพียงอย่างเดียวที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตที่ตำแหน่ง $x=0$ และ $x=a$

$Y(y)$ คือ ฟังก์ชันของ y เพียงอย่างเดียวที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตที่ตำแหน่ง $y=0$ และ $y=b$

A_{mn} คือ ค่าคงที่ที่ต้องหาซึ่งมีทั้งหมด $M \times N$ ตัว

ความแม่นยำของระเบียบวิธีริทซ์ขึ้นอยู่กับการสมมติฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบที่เหมาะสมและขึ้นอยู่กับจำนวนพจน์ที่ใช้ในฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ ซึ่งโดยทฤษฎีแล้วคำตอบที่ได้จะลู่เข้าสู่ผลเฉลยแม่นยำตรงเมื่อจำนวนพจน์มีค่าเข้าสู่นอนันต์

4.2.2 การแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีริทซ์

การหาผลเฉลยของปัญหาการโก่งงอและปัญหาการสั่นสะเทือนในกรณีที่มีเงื่อนไขขอบเขตที่ไม่ใช่แบบง่ายจะต้องทำโดยใช้ระเบียบวิธีริทซ์ ซึ่งขั้นตอนการหาคำตอบของปัญหาทั้งสองมีลักษณะคล้ายกันโดยสามารถแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ดังต่อไปนี้

การหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางจะต้องทราบค่าภาระที่กระทำกับโครงสร้างนั้นก่อน โดยการศึกษาที่ต้องการหาความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบตามแกน $x(N_x)$ ในการแก้ปัญหาการสั่นสะเทือนเริ่มจากการสมมติฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต จากนั้นแทนค่าฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบและค่าภาระ N_x ที่ต้องการลงในสมการพลังงานรวม (สมการที่ (4.1)) ขั้นตอนต่อไปคือหาค่า A_{mn} ที่ทำให้พลังงานรวมมีค่าต่ำสุด โดยให้อนุพันธ์ย่อยของพลังงานรวม Π เทียบ A_{mn} มีค่าเป็นศูนย์นั่นคือ $\frac{\partial \Pi}{\partial A_{mn}} = 0$ ขั้นตอนสุดท้ายจัดสมการ $\frac{\partial \Pi}{\partial A_{mn}} = 0$ ให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปของปัญหาค่าเจาะจง (Eigenvalues Problem) โดยมีค่าความถี่ธรรมชาติ ω^* เป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ในทำนองเดียวกันสำหรับปัญหาการโก่งงอเมื่อแทนค่าฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบลงในสมการพลังงานรวม (สมการที่ (4.2)) จะได้ปัญหาค่าเจาะจงซึ่งมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าคือ \bar{N}_x โดยสมการปัญหาเจาะจงของปัญหาการสั่นสะเทือนและปัญหาการโก่งงอสามารถเขียนได้ตามลำดับดังนี้

$$[A][C] - \omega^{*2} [B][C] = 0 \quad (4.4n)$$

$$[A][C] + \bar{N}_x [B][C] = 0 \quad (4.4ข)$$

โดย $[A]$ และ $[B]$ คือ เมทริกซ์จัตุรัสขนาด $[M \times N, M \times N]$ ที่มาจากการแทนค่าสมการการเคลื่อนที่ลงไปในสมการพลังงานรวม

$[C]$ คือ เมทริกซ์แถวของค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า (A_{mn})

ω^* คือ ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางขณะที่รับภาระ N_x (rad/s)

N_x คือ ภาระในแนวระนาบตามแกน x

\bar{N}_x คือ ภาระการโก่งงอในแนวระนาบตามแกน x

หลังจากแก้ปัญหาค่าเจาะจงในสมการที่ (4.4n) ค่าเจาะจง (Eigenvalues) ที่ได้เป็นค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางขณะที่รับภาระ N_x ค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้มีหลายค่า ซึ่งแต่ละค่าเป็นค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นในแต่ละรูปร่างการสั่น โดย $[C]$ แสดงถึงรูปร่างโหมดการสั่นสะเทือน สำหรับการหาค่าภาระการโก่งงอในแนวแกน x ก็ใช้การคำนวณในลักษณะเดียวกันกับการหาความถี่ธรรมชาติ เมื่อแก้ปัญหาเจาะจงจากสมการที่ (4.4ข) ค่าภาระ \bar{N}_x ที่มา

จากการแก้สมการมีหลายค่าโดยแต่ละค่าเป็นค่า \bar{N} , ที่ทำให้พลังงานรวมมีค่าต่ำสุดตามเงื่อนไขที่ตั้งไว้ แต่ค่าการกระการโก่งงอมีเพียงค่าเดียวคือค่าเจาะจงที่มีค่าน้อยที่สุด ส่วนรูปร่างการโก่งงอหรือโหมดการโก่งงอสามารถหาได้จากโหมดการโก่งงอของค่า \bar{N} , ที่เป็นค่าเจาะจงที่น้อยที่สุดเช่นกัน

การแก้ปัญหาในกรณีที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบอื่นที่ไม่ใช่แบบง่ายนั้นสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ระเบียบวิธีที่ซึ่งอาศัยหลักการของพลังงานรวมต่ำสุด โดยรูปแบบของปัญหาจะอยู่ในรูปของปัญหาค่าเจาะจง สำหรับกรณีปัญหาการสั่นสะเทือนค่าเจาะจงที่หามาได้เป็นค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นซึ่งมีหลายค่า ส่วนปัญหาการกระการโก่งงอค่าเจาะจงที่หามาได้มีหลายค่าเช่นกัน แต่ค่าการกระการโก่งงอมีเพียงค่าเดียวคือค่าเจาะจงที่มีค่าน้อยที่สุด ฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ $X(x)$ หรือ $Y(y)$ ที่ใช้จะต้องเป็นฟังก์ชันที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตของชิ้นงานนั้นๆ ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้ฟังก์ชันการตัดของคานในการประมาณค่าการเคลื่อนที่นอกกระนาบ

4.2.2 ฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ

ฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบที่นำมาใช้ในระเบียบวิธีที่ซึ่งอาศัยหลักการของพลังงานรวมต่ำสุด โดยเลือกใช้ฟังก์ชันของคานที่มีเงื่อนไขขอบเขตของเช่นเดียวกับเงื่อนไขขอบเขตของโครงสร้างแผ่นบางที่ต้องการศึกษา สำหรับกรณีเงื่อนไขขอบเขตเป็นแบบง่ายทั้งสองด้าน ฟังก์ชันที่ใช้อยู่ในรูปอนุกรมของชานีย์ ส่วนในกรณีเงื่อนไขขอบเขตเป็นแบบอื่นสามารถใช้ฟังก์ชันของคานซึ่งเขียนได้ดังนี้ [12]

$$\varphi_m(r) = \gamma_m \cos\left(\frac{\lambda_m r}{L}\right) - \gamma_m \cosh\left(\frac{\lambda_m r}{L}\right) + \sin\left(\frac{\lambda_m r}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_m r}{L}\right) \quad (4.5)$$

เมื่อ $\varphi(r)$ เป็นฟังก์ชัน $X(x)$ หรือ $Y(y)$ และ r เป็นได้ทั้ง x หรือ y ขึ้นอยู่กับว่า $\varphi(r)$ เป็นค่า $X(x)$ หรือ $Y(y)$ สำหรับค่าของ γ_m และ λ_m ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขขอบเขตของโครงสร้างแผ่นบางกรณีเงื่อนไขขอบเขตเป็นแบบยึดแน่นทั้งสองด้านค่าของ λ_m และ γ_m สามารถหาได้จากผลเฉลยของสมการต่อไปนี้ตามลำดับ

$$\cos \lambda_m \cosh \lambda_m = 1 \quad (4.6)$$

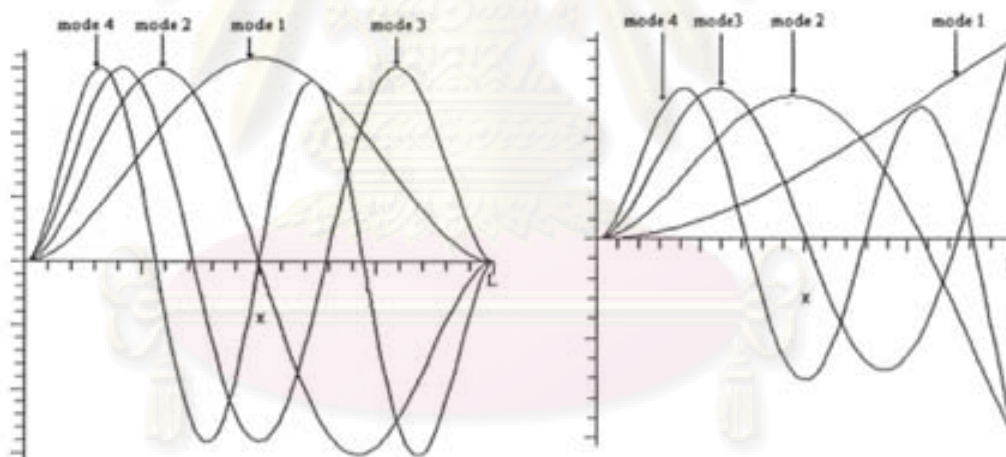
$$\gamma_m = \frac{\cos \lambda_m - \cosh \lambda_m}{\sin \lambda_m + \sinh \lambda_m} \quad (4.7)$$

สำหรับกรณีเงื่อนไขขอบเขตเป็นแบบยึดแน่นด้าน $r=0$ และปลายอิสระด้าน $r=L$ ค่าของ λ_m และ γ_m สามารถคำนวณหาได้จากสมการสองสมการต่อไปนี้

$$\cos \lambda_m \cosh \lambda_m = -1 \quad (4.8)$$

$$\gamma_m = \frac{\cos \lambda_m + \cosh \lambda_m}{\sin \lambda_m - \sinh \lambda_m} \quad (4.9)$$

รูปร่างของการเคลื่อนที่สี่โหมดแรกของฟังก์ชันของคานที่มีเงื่อนไขขอบเขตเป็นแบบยึดแน่นทั้งสองด้านและกรณียึดแน่นหนึ่งด้านและปลายอิสระหนึ่งด้านแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 รูปร่างฟังก์ชันของคาน (ก) แบบยึดแน่นทั้งสองด้าน
(ข) แบบยึดแน่นหนึ่งด้านและปลายอิสระหนึ่งด้าน

ส่วนกรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบปลายอิสระทั้งสองด้านสามารถใช้ฟังก์ชันของคานที่เขียนในรูป

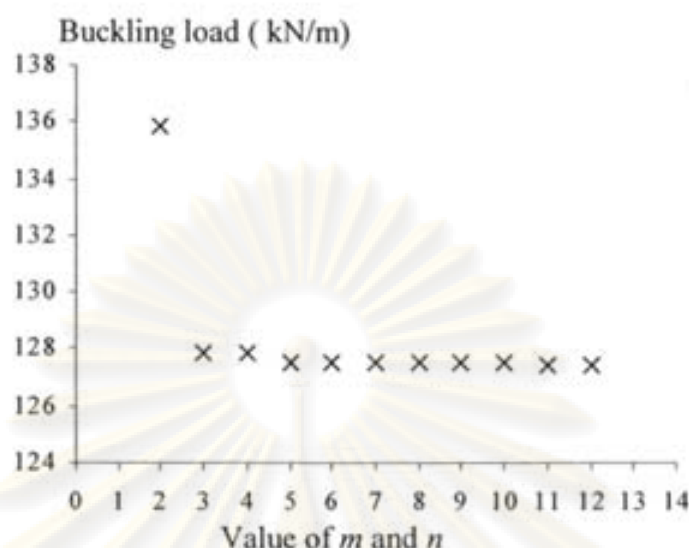
$$\varphi_m(r) = \gamma_m \cos\left(\frac{\lambda_m r}{L}\right) + \gamma_m \cosh\left(\frac{\lambda_m r}{L}\right) - \sin\left(\frac{\lambda_m r}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_m r}{L}\right) \quad (4.10)$$

โดยค่าของ λ_m และ γ_m สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (4.6) และ (4.7) ตามลำดับเช่นเดียวกับเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสองด้าน แต่สำหรับกรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบปลายอิสระสองด้านฟังก์ชันของคานจะมีโหมดแรงเกร็งเพิ่มอีกสองโหมดคือ $\varphi_{r,1}(r) = 1$ และ $\varphi_{r,2}(r) = \sqrt{3}(1 - 2r/L)$ ดังนั้นจะต้องเพิ่มโหมดการเคลื่อนที่ $\varphi_{r,1}(r)$ และ $\varphi_{r,2}(r)$ เข้าไปในฟังก์ชันระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบด้วย

4.2.3 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยระเบียบวิธีริทซ์

เพื่อพิสูจน์ความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติกับค่าภาระในแนวระนาบสำหรับกรณีเงื่อนไขขอบเขตเป็นแบบอื่นที่ไม่ใช่แบบง่าย จึงใช้ระเบียบวิธีริทซ์คำนวณค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางในขณะที่ยังรับภาระในแนวระนาบค่าต่างๆ รวมถึงหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นบางนั้นๆ ด้วยระเบียบวิธีริทซ์เช่นกัน แล้วเปรียบเทียบค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางที่ได้จากการคำนวณโดยตรงกับค่าภาระการโก่งงอจากข้อมูลของการสั่นสะเทือน เนื่องจากระเบียบวิธีริทซ์เป็นวิธีเชิงตัวเลขซึ่งต้องกำหนดจำนวนพจน์ของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบที่ใช้คำนวณ ดังนั้นก่อนกำหนดจำนวนพจน์ของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบจึงต้องศึกษาการลู่เข้าของคำตอบก่อน โดยตัวอย่างที่ใช้ศึกษาเป็นโครงแผ่นบางอลูมิเนียมที่มีคุณสมบัติทางกลดังนี้ $E = 20 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$ และ $\rho = 2707 \text{ kg/m}^3$ มีขนาด $200 \times 200 \text{ mm}^2$ และมีความหนา 2 mm ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตเป็นแบบยึดแน่นทั้งสองด้าน ผลการศึกษาพบว่าเมื่อค่าของ M และ N เท่ากับ 5 คำตอบของปัญหาภาระการโก่งงอเริ่มลู่เข้าดังแสดงในรูปที่ 4.2 แต่ในการคำนวณนี้ใช้ค่าของ M และ N เท่ากับ 12 ซึ่งจะมีจำนวนพจน์ของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ 144 พจน์ เนื่องจากค่าของ M และ N เท่ากับ 12 ให้ค่าที่ถูกต้องมากกว่า M และ N เท่ากับ 5 โดยใช้ระยะเวลาคำนวณมากกว่าเพียงเล็กน้อย ดังนั้นจึงเลือกค่า M และ N เท่ากับ 12

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



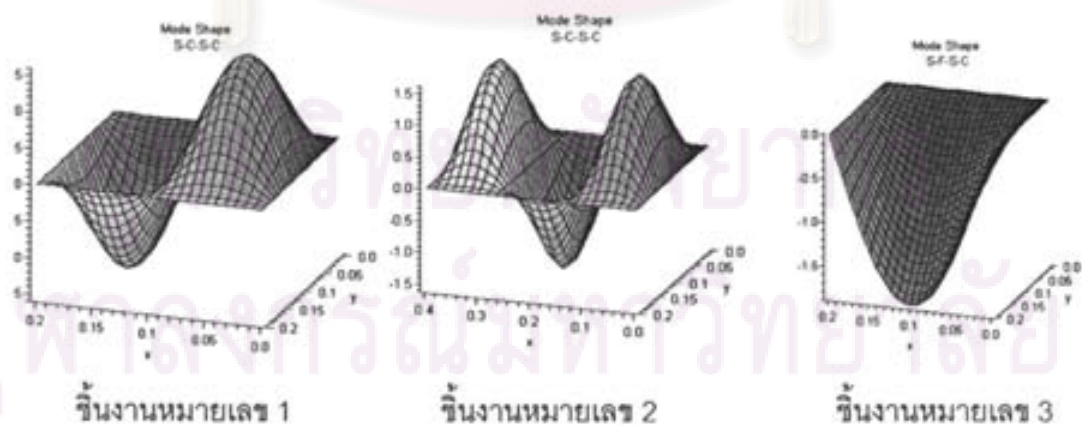
รูปที่ 4.2 แสดงการลู่เข้าของค่าภาระการโก่งงอของแผ่นอลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสองด้าน

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกับภาระในแนวระนาบทำโดยพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบ ในการศึกษาที่ใช้ระเบียบวิธีหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางในขณะที่ได้รับภาระขนาดต่างๆ เมื่อพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบแล้ว จากนั้นหาค่าภาระการโก่งงอโดยประมาณค่าภาระที่ค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์แล้วนำไปเปรียบเทียบกับค่าภาระการโก่งงอที่มาจากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีสำหรับตัวอย่างชิ้นงานที่ศึกษาเป็นแผ่นอลูมิเนียมสามชิ้นที่มีขนาดสัดส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแตกต่างกัน โดยกำหนดการแสดงเงื่อนไขขอบเขตด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษสี่ตัวซึ่งแต่ละตัวแสดงเงื่อนไขขอบเขตในแต่ละด้าน เช่น SCSC ตัวอักษร S ตัวแรกและตัวที่สามแสดงเงื่อนไขขอบเขตที่ $x=0$ และ $x=a$ ตามลำดับ ส่วนตัวอักษร C ตัวที่สองกับตัวที่สี่แสดงเงื่อนไขขอบเขตที่ $y=0$ และ $y=b$ ตามลำดับ สำหรับความหมายของตัวอักษรที่ใช้ต่อไปในวิทยานิพนธ์นี้เป็นดังนี้ S คือเงื่อนไขขอบเขตแบบง่าย ส่วน C คือเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่น และ F คือเงื่อนไขขอบเขตแบบปลายอิสระ ซึ่งผลการคำนวณหาค่าภาระการโก่งงอและรูปร่างการโก่งงอด้วยระเบียบวิธีโดยตรงของชิ้นงานทั้งสามได้แสดงในตารางที่ 4.1 ในช่องที่สี่และรูปที่ 4.3 ตามลำดับ ส่วนค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางที่มาจากข้อมูลของการสั่นสะเทือนนั้นได้กราฟระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระ ดังแสดงในรูปที่ 4.4 ถึง 4.6 จากกราฟทั้งสามพบว่าความสัมพันธ์ระหว่าง ω^2 กับภาระ N_x มีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงโดยที่ค่าความถี่ธรรมชาติสูงขึ้นเมื่อภาระ N_x เป็น

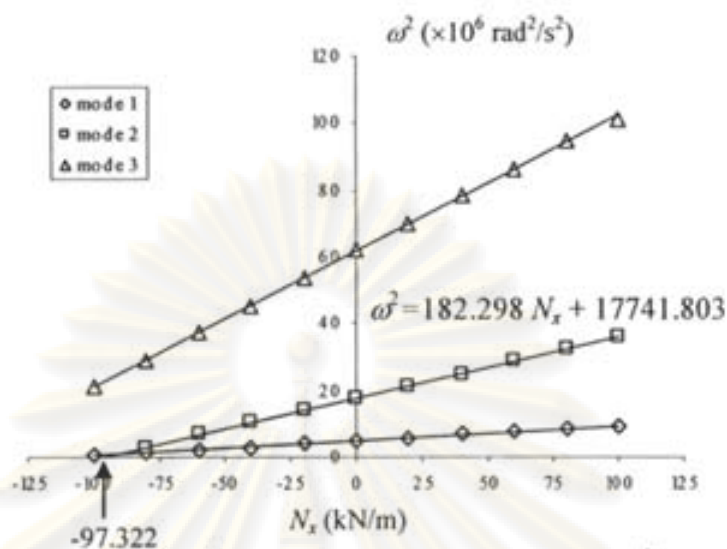
ภาวะดึง ในทางกลับกันความถี่ธรรมชาติลดลงเมื่อชิ้นงานรับภาระกด และยังพบว่าค่าภาระ N_x ที่ให้ค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์มีค่าไม่เท่ากันสำหรับแต่ละรูปร่างการสันสะท้อน การประมาณค่าภาระการโก่งงอสำหรับแต่ละรูปร่างการสันสะท้อนทำได้โดยสร้างสมการเส้นตรงของกราฟแต่ละรูปร่างการสันสะท้อน แล้วแก้สมการหาค่าภาระที่ให้ค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์จากนั้นเลือกค่าภาระกดที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งภาระนั้นจะเป็นค่าภาระการโก่งงอที่ตั้งแสดงในช่องที่ห้าของตารางที่ 4.1 เห็นได้ว่าค่าภาระการโก่งงอที่มาจากข้อมูลการสันสะท้อนกับค่าภาระการโก่งงอที่คำนวณโดยตรงมีค่าใกล้เคียงกัน นอกจากนี้รูปร่างการโก่งงอกับรูปร่างการสันสะท้อนของโหมดที่เกิดการโก่งงอมีลักษณะเดียวกัน โดยรูปร่างการสันสะท้อนของแต่ละชิ้นงานแสดงในรูปที่ 4.7 ถึง 4.9

ตารางที่ 4.1 ค่าภาระการโก่งงอของแต่ละชิ้นงานที่หาจากการแก้ปัญหาภาระการโก่งงอโดยตรง และจากข้อมูลการสันสะท้อน

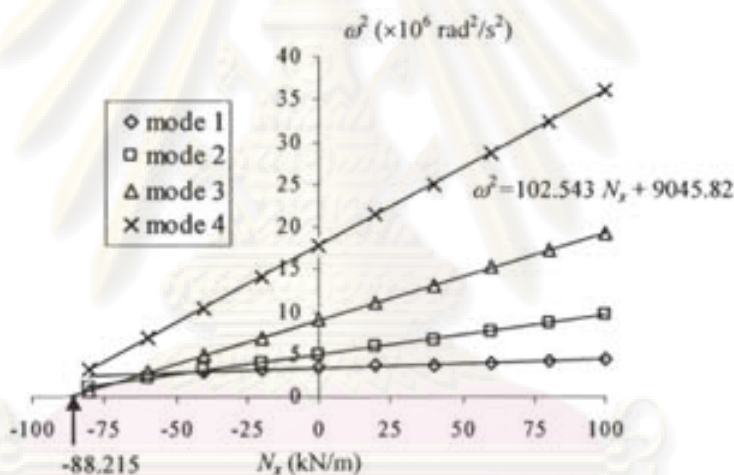
ชิ้นงาน	ขนาด $a \times b$ (mm ²)	เงื่อนไข ขอบเขต	ค่าภาระการโก่งงอ N_x (kN/m)	
			คำนวณ โดยตรง	จากข้อมูลการ สันสะท้อน
1	20 x 20	SCSC	-97.323	-97.322
2	40 x 20	SCSC	-88.215	-88.215
3	20 x 20	SFSC	-21.019	-21.020



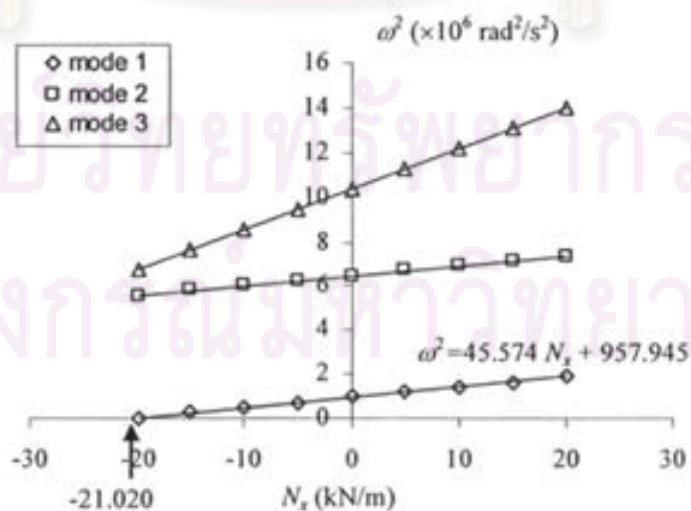
รูปที่ 4.3 รูปร่างการโก่งงอของแต่ละชิ้นงานจากระเบียบวิธีรีทซ์



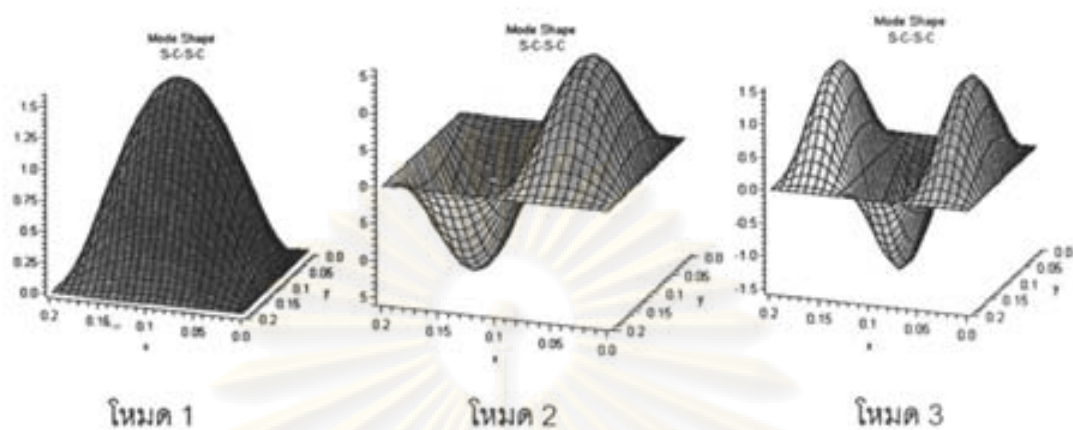
รูปที่ 4.4 กราฟระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับ ภาวะ N_x ของชิ้นงานหมายเลข 1



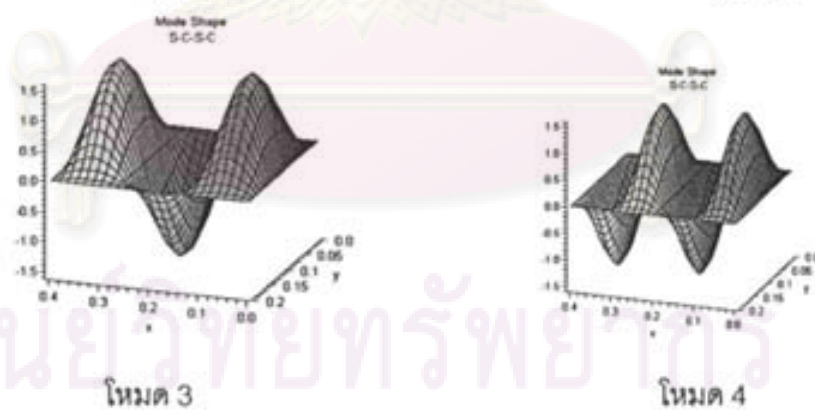
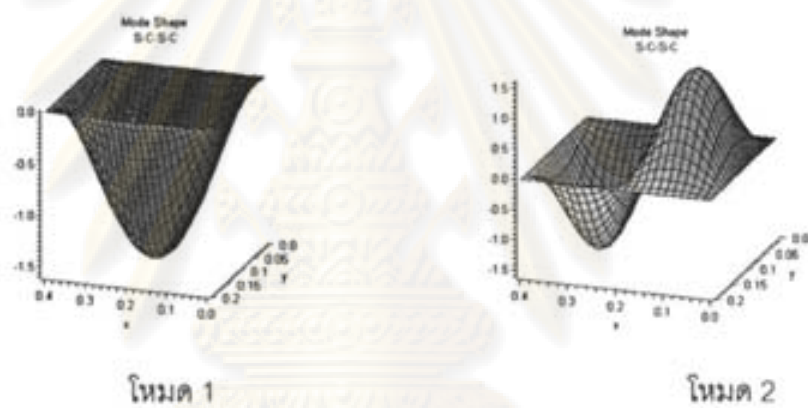
รูปที่ 4.5 กราฟระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับ ภาวะ N_x ของชิ้นงานหมายเลข 2



รูปที่ 4.6 กราฟระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับ ภาวะ N_x ของชิ้นงานหมายเลข 3

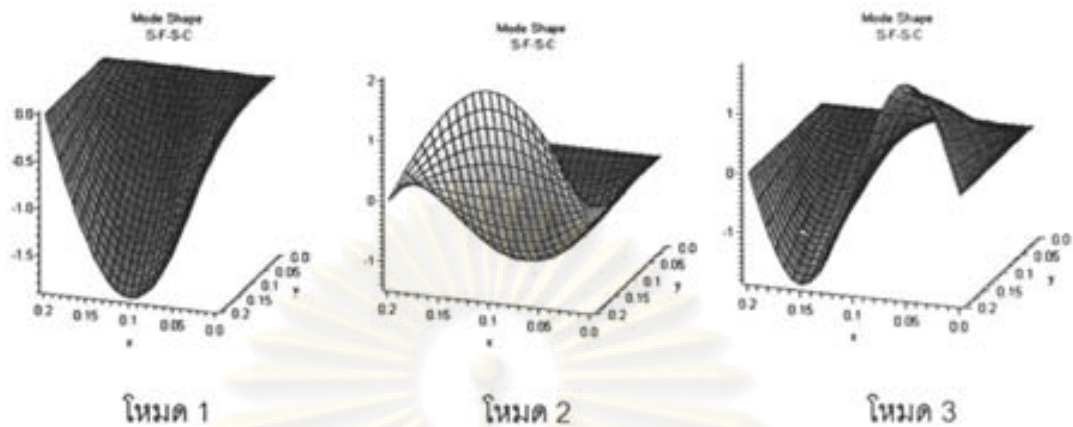


รูปที่ 4.7 รูปร่างการสั่นสะเทือนของชิ้นงานหมายเลข 1



รูปที่ 4.8 รูปร่างการสั่นสะเทือนของชิ้นงานหมายเลข 2

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.9 รูปร่างการสั่นสะเทือนของชิ้นงานหมายเลข 3

จากผลการคำนวณโดยระเบียบวิธีรีทซ์แสดงให้เห็นว่าความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาวะในแนวระนาบมีความสัมพันธ์เป็นแบบเส้นตรง และภาวะในแนวระนาบที่ทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์นั้นเป็นค่าภาวะการโก่งงอ ดังนั้นจากผลการคำนวณเชิงเลขแสดงให้เห็นว่าวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนสามารถนำมาใช้ในหาค่าภาวะการโก่งงอได้อย่างแม่นยำ ในบทต่อไปเป็นการศึกษาโดยวิธีการทดลองเพื่อแสดงให้เห็นว่าการทดลองหาค่าภาวะการโก่งงอโดยวิธีที่เสนอมีความแม่นยำและสามารถนำไปใช้งานได้จริง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

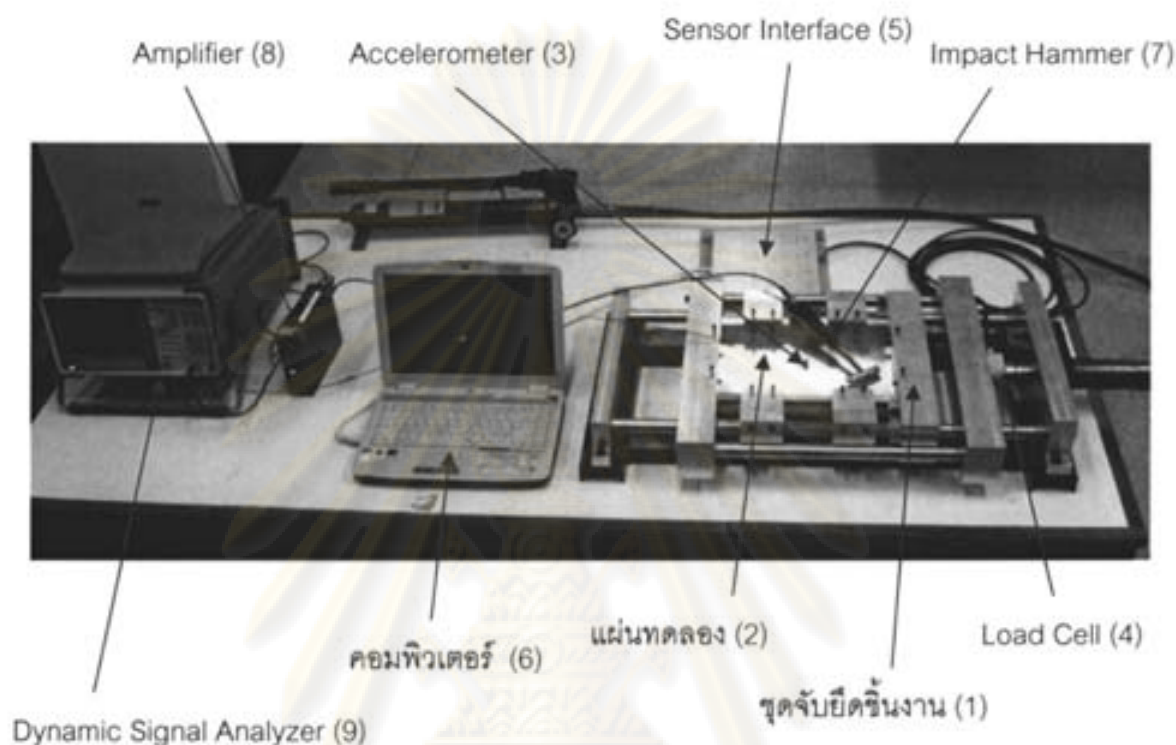
การทดลองหาค่าภาระการโก่งงอจากวิธีทดลอง

ในสองบทที่ผ่านมาได้กล่าวถึงความสัมพันธ์ของค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบรวมถึงการหาค่าภาระการโก่งงอจากความสัมพันธ์ดังกล่าว โดยได้สอบทวนความถูกต้องของค่าภาระการโก่งงอที่หาจากข้อมูลการสั่นสะเทือนโดยใช้ผลเฉลยแม่นยำและผลเฉลยเชิงตัวเลข ในบทนี้จะแสดงถึงการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอของชิ้นงานโลหะแผ่นบางด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือน การศึกษาโดยการทดลองนี้ทำเพื่อยืนยันความแม่นยำและแสดงให้เห็นว่าสามารถนำข้อมูลการสั่นสะเทือนมาหาค่าภาระการโก่งงอได้ ซึ่งการหาค่าภาระการโก่งงอด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นการหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นโลหะ 2 ชนิด บทนี้มีเนื้อหาเกี่ยวกับรายละเอียดของชิ้นงานที่ใช้ในการทดลอง ชุดทดลอง อุปกรณ์และเครื่องมือวัด วิธีการทดลองรวมถึงการอ่านค่าและบันทึกผลการทดลอง การหาค่าภาระการโก่งงอด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนเป็นการหาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองในขณะที่รับภาระในแนวระนาบขนาดต่างๆ แล้วนำค่าที่ได้นั้นมาพล็อตกราฟระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบ ดังนั้นในการทดลองชุดทดลองจะต้องสามารถจับยึดแผ่นทดลองและให้ภาระแก่แผ่นทดลองได้ทั้งภาระดึงและภาระกดขนาดต่างๆ

5.1 รายละเอียดของชุดทดลองและแผ่นทดลอง

สำหรับชุดทดลองที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ประกอบไปด้วยอุปกรณ์และเครื่องมือวัดต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 5.1 ชุดจับยึดชิ้นงาน (1) สามารถจับและให้ภาระดึงและกดแก่แผ่นทดลอง (2) ได้โดยใช้หัวกดไฮดรอลิกเป็นตัวให้ภาระแก่แผ่นทดลอง ในการทดลองจะติดตั้งวัดความเร่ง (Accelerometer) (3) กับแผ่นทดลองและติดตั้งมาตรวัดภาระ (Load Cell) (4) กับชุดจับยึดชิ้นงานแล้วให้ภาระแก่แผ่นทดลองซึ่งมาตรวัดภาระจะวัดขนาดของแรงแล้วส่งสัญญาณไปยัง sensor interface (5) วิเคราะห์สัญญาณแล้วแสดงผลบนหน้าคอมพิวเตอร์ (6) ในการทดลองการสั่นสะเทือนทำโดยเคาะแผ่นทดลองด้วยค้อนเคาะ (Impact Hammer) (7) ที่ต่อกับเครื่องขยายสัญญาณ (Amplifier) (8) ซึ่งเชื่อมอยู่กับเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต (Dynamic Signal Analyzer) (9) เมื่อแผ่นทดลองเกิดการสั่นสะเทือนทำให้ตัววัดสัญญาณความเร่งวัดค่าการสั่นแล้ว

ส่งสัญญาณไปยังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตเพื่อวิเคราะห์สัญญาณแล้วแสดงผลการวิเคราะห์สัญญาณบนหน้าจอ โดยรายละเอียดทั้งหมดจะกล่าวในส่วนถัดไป



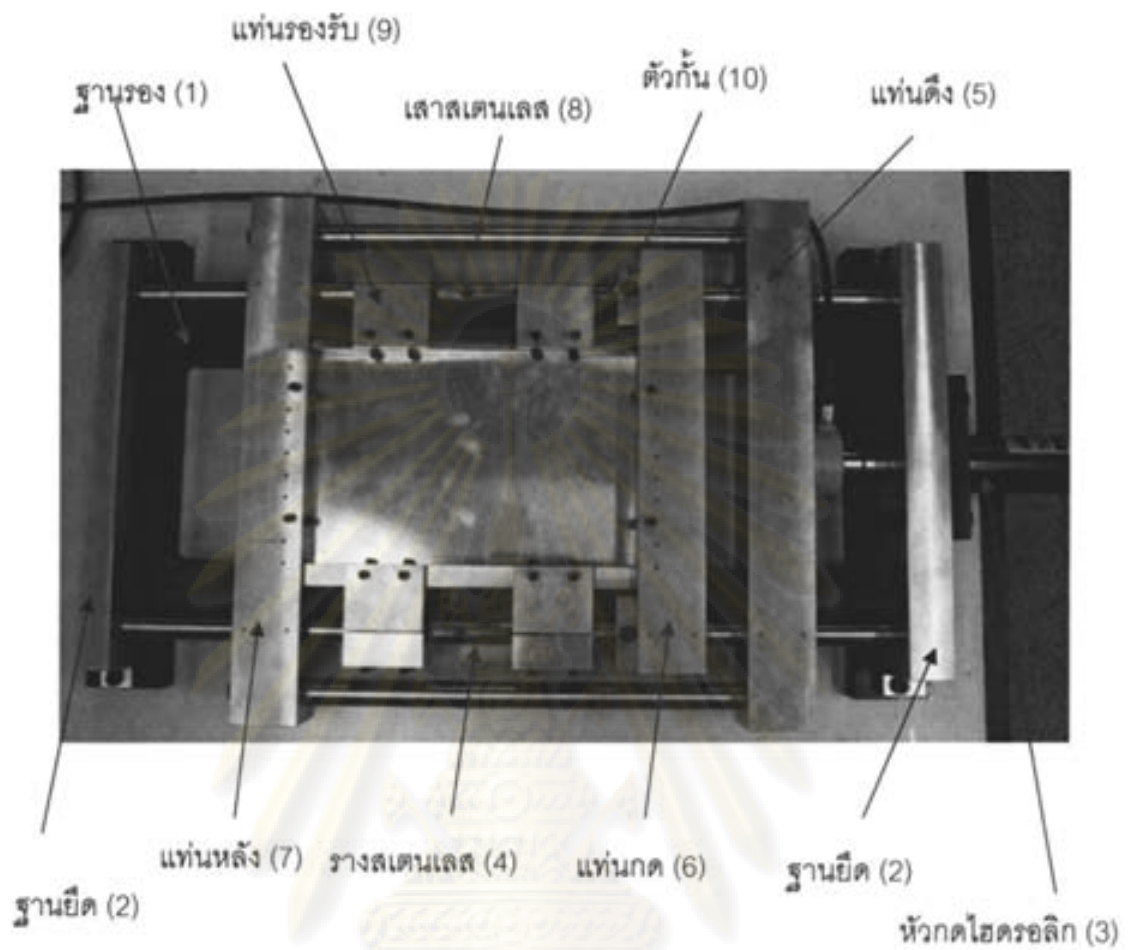
รูปที่ 5.1 ชุดทดลองหาภาระการโก่งงอด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือน

หลักการหาค่าภาระการโก่งงอของการใช้ความสัมพันธ์การสั่นสะเทือนคือการหาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองในขณะที่ได้รับภาระขนาดต่างๆ ดังนั้นชุดทดลองต้องสามารถให้ภาระในแนวระนาบแก่แผ่นทดลองได้ทั้งภาระดึงและภาระกด อีกทั้งจะต้องสามารถจับยึดแผ่นทดลองได้ตามเงื่อนไขขอบเขตที่ต้องการศึกษา ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ศึกษาชิ้นงานที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน แบบยึดแน่นสามด้านปลายอิสระหนึ่งด้าน และแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้าน โดยชุดทดลองสามารถแบ่งส่วนประกอบเป็นสองกลุ่มใหญ่ๆ คือ กลุ่มโครงสร้างของชุดทดลองกับกลุ่มชุดจับยึดแผ่นทดลอง กลุ่มโครงสร้างของชุดทดลองประกอบไปด้วยชิ้นส่วนต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 5.2 ฐานรอง (1) ทำจากเหล็กโครงสร้างทำหน้าที่เป็นฐานรองชุดทดลองทั้งหมด ฐานรองนี้ต้องเรียบและอยู่ในระนาบเดียวกันเพื่อให้ภาระที่ส่งแก่แผ่นโครงสร้างอยู่ในแนวระนาบ โดยด้านบนของฐานรองเป็นฐานยึด (2) ซึ่งมีจำนวน 2 ชิ้นอยู่ด้านซ้ายและขวาของชุดทดลอง โดยฐานยึดด้านขวามีเกลียวไว้สวมกับหัวกดไฮดรอลิก (3) ที่ทำหน้าที่ให้ภาระแก่แผ่นทดลองโดยสามารถให้ภาระกดได้ขนาดมากที่สุด 10 ตัน และฐานยึดจะจับรางสแตนเลส (4) คู่หนึ่งที่

รองรับชิ้นส่วนของชุดทดลองที่อยู่ระหว่างฐานยึดทั้งสองด้าน แท่นตั้ง (5) จะสวมกับรางสแตนเลส โดยภายในรูที่สวมกับรางสแตนเลสมีแปรงเพื่อให้แท่นตั้งสามารถเคลื่อนที่ในแนวระดับได้และแท่นตั้งนี้มีร่องสำหรับวางมาตรวัดภาวะเพื่อวัดขนาดภาวะที่ส่งให้แก่แผ่นทดลอง ส่วนแท่นกด (6) มีลักษณะคล้ายกับแท่นตั้งแต่มีส่วนเพิ่มเติมคือร่องสำหรับใส่แผ่นทดลองและชุดจับยึดแผ่นทดลอง แท่นหลัง (7) เป็นชิ้นงานที่มีลักษณะคล้ายกับแท่นกดแต่มีขนาดกว้างกว่าเพื่อให้สวมกับเสาสแตนเลส (8) ที่ถ่ายแรงจากแท่นตั้งเมื่อต้องการให้ภาวะตั้งแก่แผ่นทดลอง สำหรับแท่นรองรับ (9) มีจำนวน 4 ชุดมีหน้าที่ยึดชุดจับยึด ในแต่ละชุดประกอบด้วยบล็อกอลูมิเนียมสองชิ้นประกบรอบราวสแตนเลสและยึดแน่นด้วยสลัก ตัวกัน (10) เป็นอลูมิเนียมมีรูสำหรับใส่สลักเพื่อยึดกับราวสแตนเลสทำหน้าที่เป็นตัวกันแท่นกดเมื่อต้องการให้ภาวะตั้งแก่แผ่นทดลองและกันแท่นหลังสำหรับการทดลองโดยให้ภาวะกดแก่แผ่นทดลอง

ขั้นตอนการทำงานเมื่อติดตั้งแผ่นทดลองกับชุดทดลองและปรับชิ้นจับยึดให้แน่นตามรูปที่ 5.2 จากนั้นให้ภาวะแก่ชิ้นงานด้วยหัวกดไฮดรอลิก (3) เมื่อหัวกดไฮดรอลิกกดแท่นตั้ง (5) ทำให้แท่นหลัง (7) รวมทั้งแผ่นทดลองเคลื่อนที่ไปทางซ้ายมือ แต่เนื่องจากมีตัวกัน (10) มาขวางการเคลื่อนที่ของแท่นกดทำให้ไม่สามารถเคลื่อนที่ไปทางซ้ายได้ จึงดำเนินการเคลื่อนที่ทำให้เกิดแรงดึงกับแผ่นทดลอง การติดตั้งชุดทดลองแบบนี้เป็นการติดตั้งสำหรับการทดลองเพื่อให้ภาวะตั้งแก่แผ่นทดลองดังแสดงในรูปที่ 5.3 สำหรับการทดลองภายใต้ภาวะกดดังแสดงในรูปที่ 5.4 นั้นจะถอดแท่นตั้ง (5) ออกและย้ายตัวกัน (10) ไปติดตั้งด้านซ้ายของแท่นหลัง (7) เมื่อหัวกดไฮดรอลิกกดแท่นกดทำให้แท่นกด แผ่นทดลอง และแท่นหลังเคลื่อนที่ไปทางซ้าย แต่เนื่องจากมีตัวกันมาขวางการเคลื่อนที่ของแท่นหลังจึงไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ส่งผลให้เกิดภาวะกดแก่แผ่นทดลอง

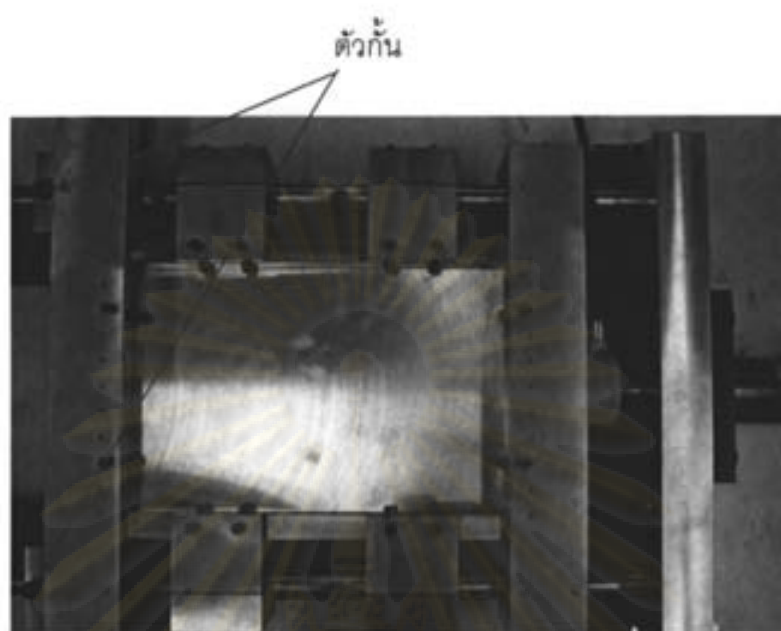
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.2 ชิ้นส่วนต่างๆ ของโครงสร้างของชุดทดลอง



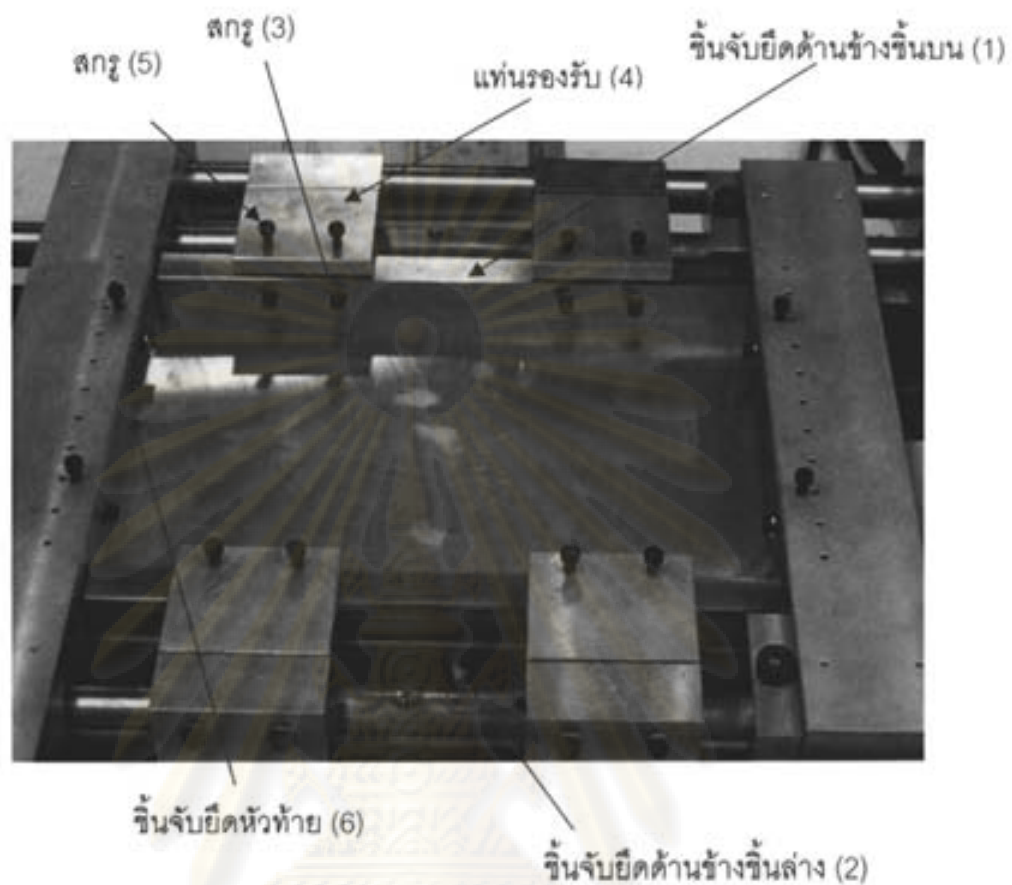
รูปที่ 5.3 การทดลองภายใต้ภาวะตั้ง



รูปที่ 5.4 การทดลองภายใต้ภาวะกด

ส่วนประกอบชุดทดลองอีกกลุ่มหนึ่งคือกลุ่มจับยึดแผ่นทดลองซึ่งทำหน้าที่จับยึดแผ่นทดลองให้มีเงื่อนไขขอบเขตแบบต่างๆ ตามต้องการ ชุดทดลองสำหรับแผ่นทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านประกอบไปด้วยชิ้นส่วนต่างๆ ดังรูปที่ 5.5 โดยชิ้นจับยึดด้านข้างมีสองส่วนคือด้านบน (1) และด้านล่าง (2) ทำหน้าที่เป็นตัวจับยึดแผ่นทดลองซึ่งยึดกับแท่นรองรับด้วยสลักู ชิ้นจับยึดด้านข้างด้านบนมีร่องสำหรับใส่สลักู (3) เพื่อยึดกับแท่นรองรับ (4) สาเหตุที่ออกแบบให้มีลักษณะเป็นร่อง เพราะต้องการให้ชิ้นจับยึดด้านข้างด้านบนสามารถเคลื่อนที่ขึ้นลงเพื่อบีบแผ่นทดลองให้แน่นโดยปรับการเคลื่อนที่ขึ้นลงของชิ้นจับยึดด้านข้างด้านบนจากสลักู (5) ที่อยู่ด้านบนของแท่นรองรับ ในทำนองเดียวกันชิ้นจับยึดหัวท้าย (6) ที่มีร่องสำหรับใส่สลักูเพื่อให้สามารถปรับการเคลื่อนที่ขึ้นลงโดยอาศัยการหลักการเดียวกัน ด้วยลักษณะการจับยึดเช่นนี้ทำให้แผ่นทดลองมีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน ส่วนกรณีที่เป็นแบบปลายอิสระสามารถทำได้โดยนำชุดจับยึดด้านข้างออก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.5 ชิ้นส่วนต่างๆ ของชิ้นส่วนจับยึดแผ่นทดลอง

ในการทดลองในวิทยานิพนธ์นี้ใช้แผ่นโลหะบางที่มีเงื่อนไขขอบเขตสามแบบคือ แบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน (CCCC) แบบยึดแน่นสามด้านปลายอิสระหนึ่งด้าน (CCCF) และแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้าน (CFCF) โดยในแบบปลายอิสระหนึ่งด้านมีด้านที่ปล่อยอิสระอยู่ที่ด้าน $y = b$ ซึ่งเป็นด้านที่ไม่ได้รับแรง N_x ส่วนในแบบปลายอิสระสองด้านมีด้านที่ปล่อยอิสระอยู่สองด้านคือด้าน $y = 0$ และ $y = b$ รูปที่ 5.6 แสดงลักษณะเงื่อนไขขอบเขตของแผ่นทดลองที่ใช้ในการศึกษาทั้งสามแบบ ขนาดของแผ่นทดลองที่ใช้สำหรับแต่ละเงื่อนไขขอบเขตมีทั้งหมดสามขนาด โดยทุกขนาดมีความกว้าง b คงที่เท่ากับ 200 มม. ส่วนความยาวของแผ่นทดลองมีขนาด 150 มม. 200 มม. และ 300 มม. ตามลำดับ ดังนั้นแผ่นทดลองที่ใช้ในการทดลองจึงมีขนาดสัดส่วน (Aspect Ratio) เท่ากับ 0.75, 1.0 และ 1.5 ตามลำดับ ซึ่งแผ่นทดลองทุกแผ่นจะมีระยะเพื่อสำหรับไว้จับยึดชิ้นงานด้านละ 20 มม. สำหรับด้านที่มีการจับยึดแบบแน่น ดังนั้นแผ่นทดลองสำหรับการทดลองแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านจะมีขนาดจริงคือ 340x240 240x240 และ 190x240

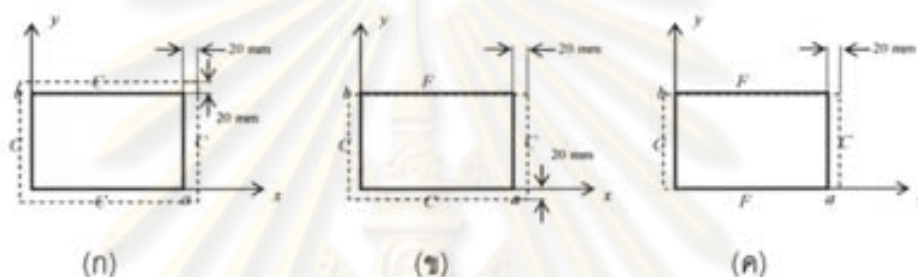
ตร.มม. ตามลำดับ รูปที่ 5.7 แสดงการจับยึดชิ้นงานทั้งสามแบบที่ศึกษาในวิทยานิพนธ์นี้ วิธีเปลี่ยนการจับยึดแผ่นทดลองจากแบบ CCCC เป็น CCCF ทำได้โดยปล่อยปลายด้าน $y = b$ ให้อิสระโดยถอดชิ้นจับยึดด้านข้างออก แล้วตัดขอบของแผ่นทดลองที่ใช้ในการทดลองแบบ CCCC ด้าน $y = b$ ออกเป็นระยะ 20 มม. ซึ่งจะได้ชิ้นงานที่มีขนาดตามที่ต้องการ ในทำนองเดียวกันการทดลองแบบ CFCF จะนำแผ่นทดลองชุดเดิมมาตัดขอบด้าน $y = 0$ ออกเป็นระยะ 20 มม. และถอดชุดจับยึดด้านข้างออกเช่นกัน สำหรับแผ่นทดลองแต่ละขนาดมีจำนวนชิ้นงานสองแผ่นซึ่งแต่ละแผ่นจะมีความหนาไม่เท่ากัน ตารางที่ 5.1 แสดงรายละเอียดของแผ่นทดลองแต่ละแผ่น โดยแผ่นทดลองที่ใช้ในการทดสอบทำจากวัสดุสองประเภทคือ สแตนเลส AISI 304 และอลูมิเนียม 6061-T6 โดยวัสดุแต่ละประเภทมีจำนวนแผ่นทดลอง 6 แผ่น ซึ่งรวมทั้งหมดเป็น 12 แผ่นสำหรับเงื่อนไขขอบเขตแบบหนึ่งๆ สำหรับตารางที่ 5.2 เป็นตารางแสดงคุณสมบัติทางกลของวัสดุที่ใช้ในการทดลอง

ตารางที่ 5.1 รายละเอียดของแผ่นทดลอง

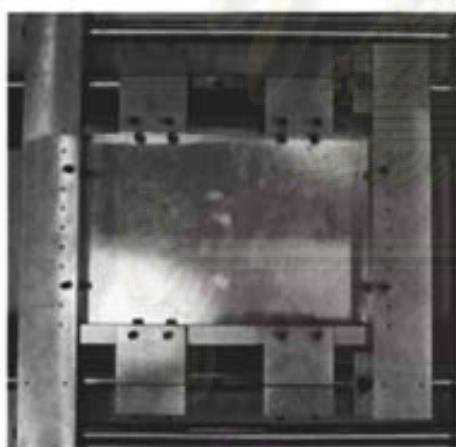
แผ่นทดลอง	วัสดุ	ขนาด $a \times b$ (mm^2)	ขนาดสัดส่วน	ความหนา (mm)
1	สแตนเลส AISI 304	300 x 200	1.5	1.17
2				1.39
3		200 x 200	1	1.11
4				1.39
5		150 x 200	0.75	1.12
6				1.41
7	อลูมิเนียม 6061-T6	300 x 200	1.5	2.03
8				2.30
9		200 x 200	1	1.77
10				1.96
11		150 x 200	0.75	1.75
12				1.98

ตารางที่ 5.2 คุณสมบัติทางกลของวัสดุที่ใช้ในการทดลอง

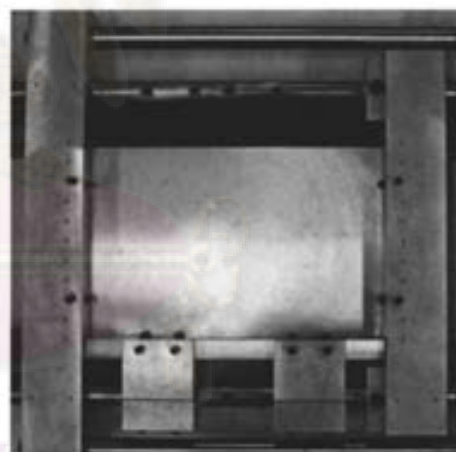
คุณสมบัติ	สแตนเลส AISI 304	อลูมิเนียม 6061-T6
ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่น E (GPa)	193	70
ค่าอัตราส่วนปัวร์ซอง ν	0.3	0.33
ความหนาแน่น ρ (kg/m^3)	8000	2700



รูปที่ 5.6 เส้นใยขอบเขตการจับยึดแผ่นทดลอง (ก) แบบ CCCC (ข) แบบ CCCF (ค) แบบ CFCF

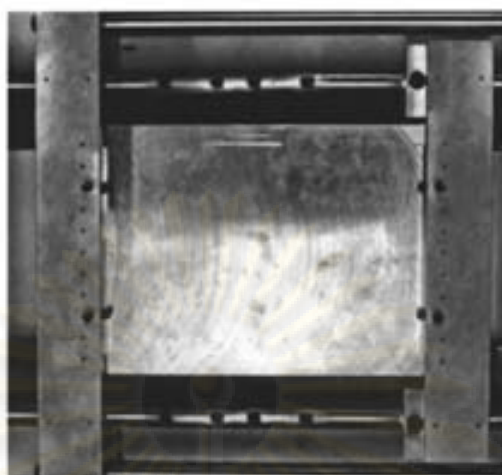


(ก)



(ข)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(ค)

รูปที่ 5.7 การจับยึดแผ่นทดลอง (ก) แบบ CCCC (ข) แบบ CCCF (ค) CFCF

5.2 อุปกรณ์ทดลองและเครื่องมือวัด

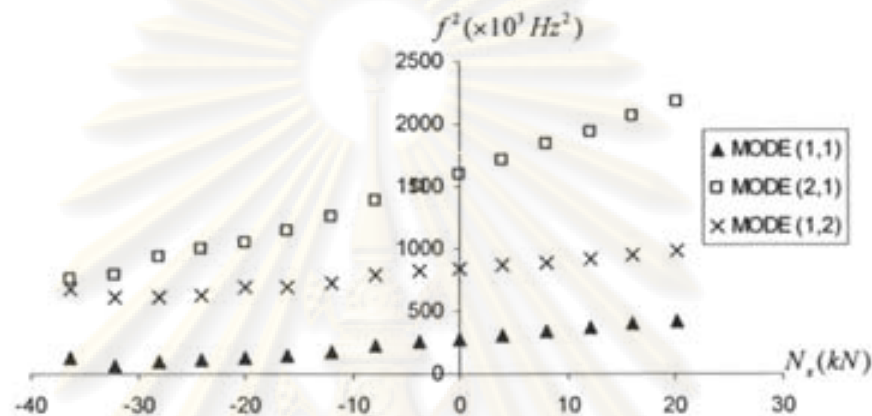
ในการหาค่าภาระโค้งงอด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนจำเป็นต้องทราบความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างขณะที่รับภาระขนาดต่างๆ ค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดใช้วิธีการวัดผลความถี่ตอบสนอง (Frequency Response Function, FRF) เป็นการวัดผลความถี่ตอบสนองของโครงสร้างจากการกระตุ้นจากแรงกระทบ สำหรับการทดลองในวิทยานิพนธ์นี้ใช้วิธีการกระตุ้นโดยการเคาะ (Impact Testing) อุปกรณ์ที่ใช้เคาะแผ่นทดลองให้เกิดการสั่นสะเทือนคือค้อนเคาะภายในส่วนหัวของค้อนเคาะมีเซ็นเซอร์วัดแรง (force sensor) ต่อกับส่วนปลายของค้อน โดยค้อนเคาะจะต่อกับเครื่องขยายสัญญาณ ซึ่งมีหน้าที่จ่ายกระแสไฟฟ้าให้กับค้อนเคาะและรับสัญญาณการเปลี่ยนแปลงความต่างศักย์ที่เกิดภายในหัวของค้อนจากการเคาะมาขยายสัญญาณแล้วส่งไปยังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัต (Dynamic Signal Analyzer) โดยเครื่องขยายสัญญาณสามารถปรับเปลี่ยนกำลังขยายสัญญาณสามระดับคือ 1 เท่า 10 เท่า และ 100 เท่าของสัญญาณการเคาะเริ่มต้น สำหรับตัววัดความเร่งเป็นอุปกรณ์ที่ติดอยู่กับแผ่นทดลองภายในประกอบด้วยวัสดุเพียโซอิเล็กทริก (Piezoelectric) เมื่อชิ้นงานถูกกระตุ้นให้เกิดการเคลื่อนที่สัญญาณความเร่งจากการเคลื่อนที่ของแผ่นทดลองจะทำให้วัสดุเพียโซอิเล็กทริกเกิดความเครียดทำให้ประจุไฟฟ้าภายในวัสดุเพียโซอิเล็กทริกเกิดการเปลี่ยนแปลงความต่างศักย์ สัญญาณไฟฟ้าของความต่างศักย์นั้นจะส่งสัญญาณไปยังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตเพื่อวิเคราะห์สัญญาณต่อไป โดยเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตทำหน้าที่รับสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้าจากตัววัดความเร่งและรับสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้าจากเครื่องขยายสัญญาณ จากนั้นกรองและขยายสัญญาณแล้ว

แปลงข้อมูลสัญญาณที่อยู่บนโดเมนเวลาให้เป็นข้อมูลที่อยู่ในโดเมนความถี่โดยอาศัยหลักการ FFT (Fast Fourier Transform algorithm) และแสดงข้อมูลการวิเคราะห์สัญญาณที่ได้รับผ่านหน้าจอแสดงผล ส่วนมาตรวัดภาระที่ใช้ในการทดลองนี้เป็นแบบสเตรโนเกจ ซึ่งสามารถวัดภาระได้ในช่วง 0 ถึง 5 ตัน โดยมาตรวัดภาระนี้ต่อกับ sensor interface ซึ่งใช้ประมวลผลสัญญาณที่ส่งมาจากมาตรวัดภาระแล้วแสดงค่าภาระที่วัดได้บนจอคอมพิวเตอร์

5.3 ขั้นตอนการทดลอง

ข้อมูลที่ต้องเก็บค่าในการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนมีสองส่วนคือค่าความถี่ธรรมชาติและค่าภาระในแนวระนาบค่าต่างๆ เมื่อประกอบชุดทดลองให้อยู่ในเงื่อนไขขอบเขตที่ต้องการแล้วสามารถวัดค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลอง โดยติดตัววัดความเร่งที่เชื่อมต่อสายสัญญาณกับเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตกับแผ่นทดลองโดยใช้ขี้ผึ้งเป็นวัสดุประสาน แล้วใช้ค้อนเคาะลง ณ ตำแหน่งที่ต้องการเพื่อกระตุ้นให้แผ่นทดลองเกิดการสั่นสะเทือน อ่านค่าความถี่ของการสั่นจากเครื่องวัดสัญญาณพลวัต ซึ่งค่าความถี่ที่อ่านได้นั้นเป็นค่าความถี่ธรรมชาติในขณะที่ไม่ได้รับภาระ จากนั้นเปลี่ยนตำแหน่งการเคาะตามจุดต่างๆ ที่กำหนดบนแผ่นทดลองเพื่อนำไปวิเคราะห์หารูปปร่างการสั่นสะเทือน จากนั้นหาค่าความถี่ธรรมชาติขณะที่รับภาระโดยให้ภาระตั้งและภาระกดขนาดต่างๆ ด้วยวิธีเดียวกัน เมื่อนำข้อมูลที่ได้ออกมาพล็อตกราฟระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับค่าภาระจะได้กราฟที่มีลักษณะดังรูปที่ 5.8 จากผลการทดลองที่ได้จะสังเกตแนวโน้มของกราฟในแต่ละโหมดการสั่นสะเทือนเพื่อหาโหมดที่เกิดการโก่งงอ โดยลากเส้นตรงในช่วงที่ความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงจนตัดแกนภาระในแนวระนาบ แล้วพิจารณาว่าค่าภาระในแนวระนาบจากโหมดใดที่ตัดแกนภาระในแนวระนาบแล้วให้ค่าภาระกดที่ต่ำที่สุด ซึ่งจากรูปที่ 5.8 พบว่าโหมด (1,1) เป็นโหมดของการโก่งงอซึ่งรูปปร่างการสั่นสะเทือนกับรูปปร่างการโก่งงอจะมีลักษณะเดียวกัน เมื่อทราบโหมดที่เกิดการโก่งงอแล้วขั้นต่อไปเป็นการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอโดยทดลองภายใต้ภาระตั้งเพียงอย่างเดียว โดยประกอบชุดทดลองให้อยู่ในรูปแบบการทดลองภายใต้ภาระตั้งและจับยึดแผ่นทดลองให้เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตที่ศึกษา จากนั้นทดลองเช่นเดียวกับการทดลองก่อนหน้านั้นแต่บันทึกข้อมูลเฉพาะความถี่ธรรมชาติของรูปปร่างการสั่นสะเทือนที่เป็นโหมดการโก่งงอเท่านั้น แล้วหาค่าภาระการโก่งงอจากกราฟที่ได้ การทดลองนี้ทำซ้ำทั้งหมด 20 ครั้งเพื่อวิเคราะห์ความแม่นยำและการกระจายข้อมูลของการทดลองด้วยวิธีนี้ นอกจากการทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนแล้วในวิทยานิพนธ์นี้ยังทดลองหาค่าภาระการโก่งงอจากวิธีระยะเคลื่อนที่บนกระดานเพื่อนำผลมาเปรียบเทียบ โดยใช้

ชุดวัดค่าภาระเดียวกันกับการทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนและใช้ไดอัลเกจเป็นอุปกรณ์วัดระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ สำหรับระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบจะเริ่มวัดจากไม่มีภาระจนค่าภาระมากกว่าภาระการโก่งงอเล็กน้อย จากนั้นนำข้อมูลที่ได้มาพล็อตกราฟหาค่าภาระการโก่งงอด้วยวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ

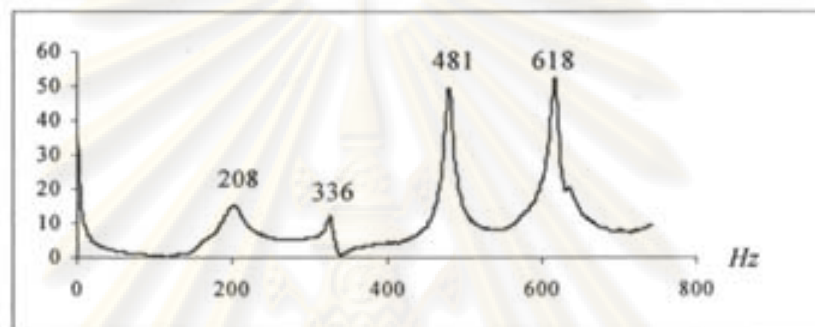


รูปที่ 5.8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลองอลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านขนาดสัดส่วน 0.75 ความหนา 1.98 มม.

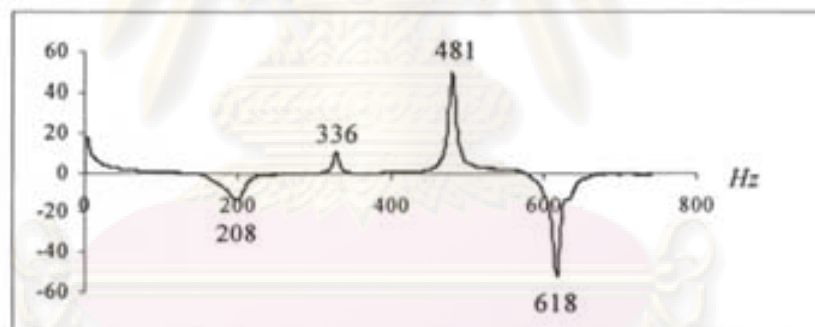
5.4 ตัวอย่างการอ่านค่าและบันทึกผลการทดลอง

การทดลองหาค่าภาระการโก่งงอจากวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนเป็นการหาค่าภาระการโก่งงอจากข้อมูลของการสั่นสะเทือน ซึ่งข้อมูลที่ใช้คือค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองขณะที่รับภาระขนาดต่างๆ การเก็บข้อมูลความถี่ธรรมชาติสามารถอ่านค่าจากกราฟ FRF ซึ่งในที่นี้แสดงผลเป็นสองส่วนคือค่าขนาดแอมพลิจูดของการสั่นสะเทือนกับค่าส่วนจินตภาพของการสั่นสะเทือนดังแสดงในรูปที่ 5.9 วิธีหาค่าความถี่ธรรมชาติหาได้โดยสังเกตจากค่าสูงสุด (peak) ของกราฟแอมพลิจูดของการสั่นสะเทือนซึ่งมีลักษณะเป็นยอดแหลม ค่าความถี่ที่ยอดนั้นจะเป็นค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นสะเทือนซึ่งมีหลายค่าโดยแต่ละค่านั้นมีรูปร่างการสั่นแตกต่างกันไป อย่างเช่นกราฟในรูปที่ 5.9 (n) พบว่าแผ่นทดลองมีความถี่ธรรมชาติได้แก่ 208 Hz, 336 Hz, 481 Hz และ 618 Hz ตามลำดับ สำหรับรูปร่างการสั่นของแต่ละความถี่หาได้จากค่าสูงสุดของส่วนจินตภาพของการสั่นสะเทือน [9] ซึ่งความถี่ที่ค่าสูงสุดของส่วนจินตภาพของการสั่นจะสอดคล้องกับค่าความถี่ของแอมพลิจูด วิธีการหารูปร่างการสั่นทำโดยเคาะแผ่นทดลองที่

ตำแหน่งต่างๆ จากนั้นนำค่าส่วนจินตภาพของความถี่นั้นที่ตำแหน่งต่างๆ มาเขียนแสดงรูปร่างการสั่นสะเทือน ตัวอย่างเช่นการหารูปร่างสั่นสะเทือนของคานาในรูปที่ 5.10 เมื่อทดลองเคาะตามตำแหน่งที่ 1, 2 และ 3 แล้วจะได้กราฟส่วนจินตภาพของการสั่นสะเทือนดังรูปที่ 5.11 เมื่อนำค่าสูงสุดของส่วนจินตภาพในแต่ละความถี่ธรรมชาติมาลากต่อกันจะได้รูปร่างการสั่นสะเทือนดังแสดงในรูปที่ 5.12 เช่นเดียวกันสำหรับแผ่นทดลองสามารถหารูปร่างการสั่นสะเทือนของแต่ละความถี่ธรรมชาติได้ด้วยวิธีการนี้



(ก)



(ข)

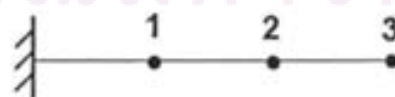
รูปที่ 5.9 ผลการทดลองกรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านขณะไม่มีภาระของแผ่น

ทดลองสแตนเลสขนาดสัดส่วน 1.5 ความหนา 1.39 มม. (แผ่นทดลองหมายเลข 2)

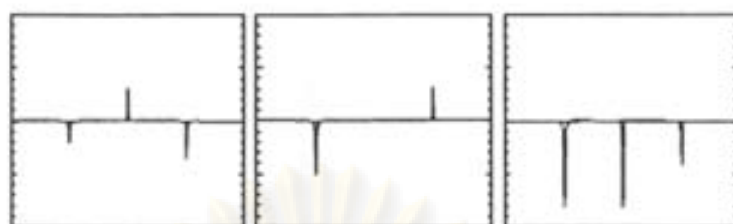
(ก) แอมพลิจูดของการสั่น

(ข) ส่วนจินตภาพของการสั่น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.10 รูปตัวอย่างคานาที่ใช้ศึกษาการหารูปร่างการโก่งงอ

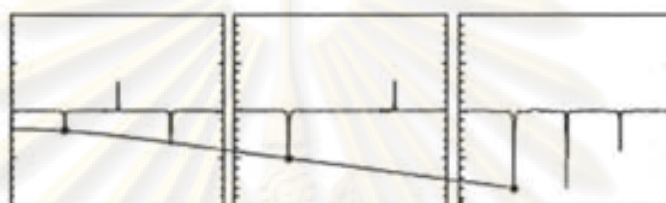


ตำแหน่งที่ 1

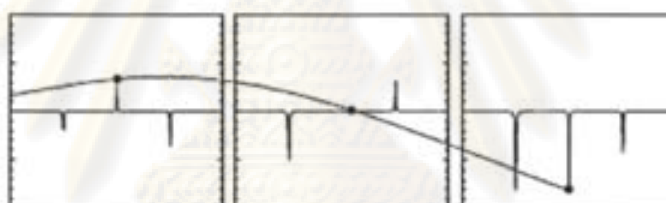
ตำแหน่งที่ 2

ตำแหน่งที่ 3

รูปที่ 5.11 กราฟส่วนจินตภาพของการสั่นจากการเคาะที่ตำแหน่งต่างๆ



โหมด 1



โหมด 2

รูปที่ 5.12 การหารูปร่างการสั่นสะท้อนเห็นจากกราฟส่วนจินตภาพของการสั่น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 6 ผลการทดลอง

ค่าความถี่และข้อมูลจากการทดลองที่กล่าวไว้ในบทที่ 5 สามารถนำมาหาค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองได้ โดยบทนี้นำเสนอผลการหาค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองที่ทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนและเปรียบเทียบกับผลทางทฤษฎีที่ได้จากระเบียบวิธีวิธีรวมทั้งวิเคราะห์และสรุปผลการทดลองซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

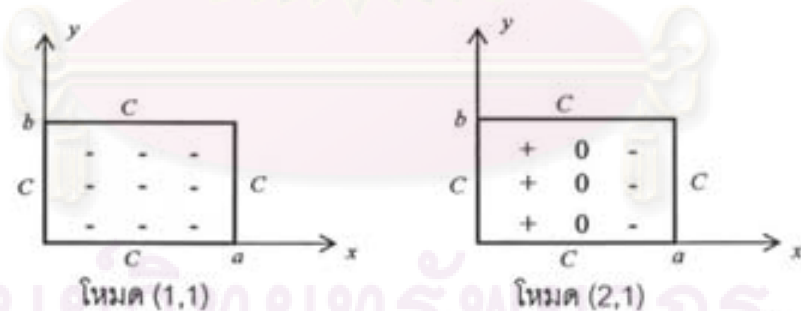
6.1 ค่าภาระการโค้งงอตามทฤษฎี

จากคุณสมบัติทางกลและขนาดของแผ่นทดลองที่แสดงในตารางที่ 5.1 และ 5.2 ของบทที่ 5 สามารถคำนวณค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบต่างๆ ด้วยระเบียบวิธีที่ได้ดังแสดงในตารางที่ 6.1 โดยแสดงค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตทั้งสามแบบ ได้แก่ แบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน (CCCC) แบบยึดแน่นสามด้านปลายอิสระหนึ่งด้าน (CCCF) และแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้าน (CFCF) ค่าภาระการโค้งงอในตารางที่ 6.1 แสดงอยู่ในช่อง \bar{N}_x มีหน่วยเป็นกิโลนิวตัน ซึ่งเป็นค่าภาระการโค้งงอจากระเบียบวิธีที่มีหน่วยเป็นแรงต่อระยะความกว้างของชิ้นงานคูณด้วยความกว้างจริงของชิ้นงานซึ่งขึ้นกับเงื่อนไขขอบเขตของชิ้นงาน สำหรับรูปร่างการโค้งงอหมายถึงรูปร่างการเคลื่อนที่นอกกระนาบของแผ่นทดลองที่เกิดขึ้นหลังจากเกิดการโค้งงอ โดยรูปร่างการโค้งงอของแผ่นทดลองของทั้งสามเงื่อนไขขอบเขตแสดงในรูปที่ 6.1 ถึง 6.3 สัญลักษณ์ที่แสดงอยู่บนรูปหมายถึงเครื่องหมายของระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบของแผ่นทดลองตามตำแหน่งต่างๆ โดยเครื่องหมาย (+) แสดงถึงระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ ตำแหน่งนั้นมีค่าเป็นบวก ส่วน (-) หมายถึงค่าลบและ (0) หมายถึงไม่มีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบที่ตำแหน่งนั้น สำหรับการเรียกชื่อรูปร่างการโค้งงอจะเรียกเป็นโหมดซึ่งแสดงด้วยตัวเลขสองตัว โดยตัวเลขตัวแรกหมายถึงจำนวนลูกคลื่นที่เกิดขึ้นตามแกน x ส่วนตัวเลขตัวที่สองเป็นจำนวนลูกคลื่นตามแกน y

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

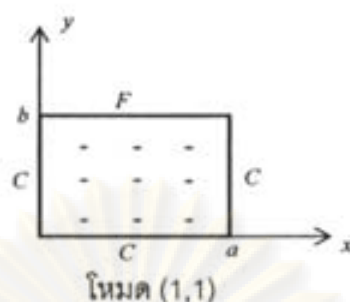
ตารางที่ 6.1 ค่าภาระการโก่งงอของแผ่นทดลองจากการคำนวณทางทฤษฎี

แผ่นทดลอง	เงื่อนไขขอบเขต					
	CCCC		CCCF		CFCF	
	\bar{N}_x (kN)	โหมด	\bar{N}_x (kN)	โหมด	\bar{N}_x (kN)	โหมด
1	14.11	(2,1)	3.97	(1,1)	2.45	(1,1)
2	23.43	(2,1)	6.53	(1,1)	4.08	(1,1)
3	14.42	(1,1)	6.05	(1,1)	4.70	(1,1)
4	28.26	(1,1)	11.86	(1,1)	9.22	(1,1)
5	17.34	(1,1)	10.43	(1,1)	8.71	(1,1)
6	33.94	(1,1)	20.42	(1,1)	17.05	(1,1)
7	27.17	(2,1)	7.48	(1,1)	4.71	(1,1)
8	39.29	(2,1)	10.82	(1,1)	6.81	(1,1)
9	21.48	(1,1)	8.96	(1,1)	6.98	(1,1)
10	29.18	(1,1)	12.18	(1,1)	9.48	(1,1)
11	24.03	(1,1)	14.41	(1,1)	12.04	(1,1)
12	34.90	(1,1)	20.92	(1,1)	17.48	(1,1)

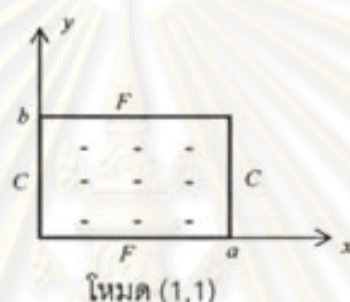


รูปที่ 6.1 รูปร่างการโก่งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน (CCCC)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 6.2 รูปร่างการโค้งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นสามด้านปลายอิสระหนึ่งด้าน (CCCC)

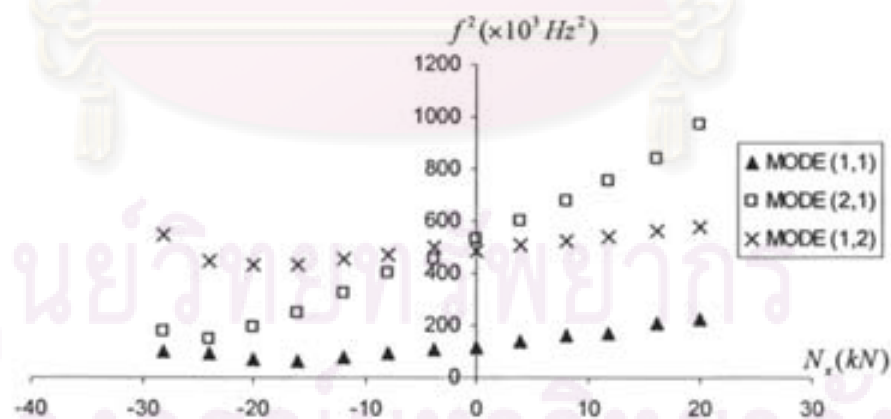


รูปที่ 6.3 รูปร่างการโค้งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้าน (CFCF)

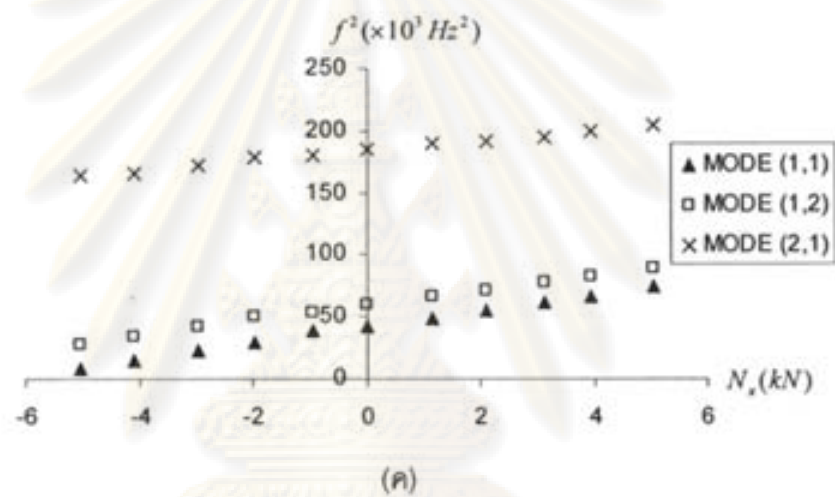
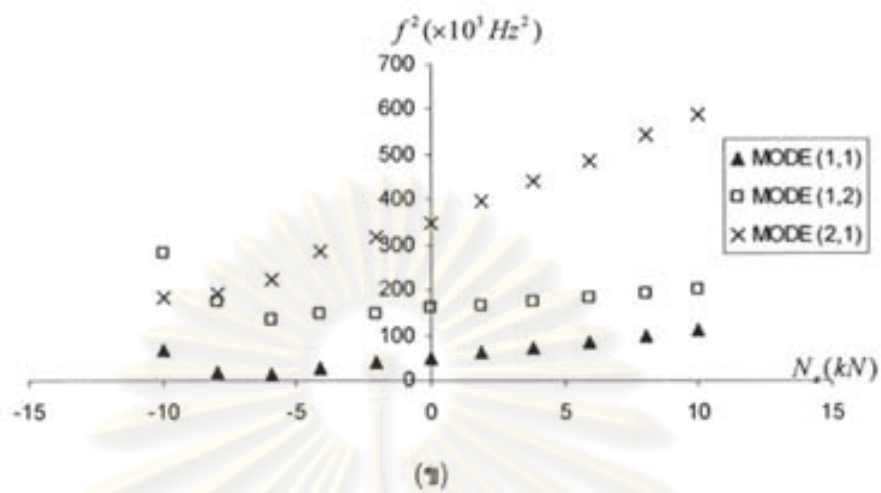
6.2 กราฟความสัมพันธ์จากผลการทดลอง

ข้อมูลที่ได้จากการทดลองภายใต้ภาวะดึงและภาวะกดคือค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นสะเทือนของแผ่นทดลองขณะที่รับภาระขนาดต่างๆ เมื่อนำข้อมูลการสั่นสะเทือนของแผ่นทดลองที่ได้มาพล็อตจะได้กราฟระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบและได้รูปร่างการสั่นสะเทือนของแผ่นทดลองโหนดต่างๆ ตัวอย่างผลการทดลองหลังจากนำข้อมูลการสั่นสะเทือนมาพล็อตกราฟระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบของแผ่นอลูมิเนียม (แผ่นทดลองหมายเลข 9) ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตทั้งสามแบบแสดงในรูปที่ 6.4 และผลการทดลองของแผ่นสแตนเลส (แผ่นทดลองหมายเลข 5) ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตทั้งสามแบบเช่นกันแสดงในรูปที่ 6.5 และแผ่นทดลองอลูมิเนียมที่มีขนาดสัดส่วนต่างกันภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC แสดงในรูปที่ 6.6 ทั้งนี้กราฟความสัมพันธ์ของค่ากำลังสองของความถี่ธรรมชาติและภาระในแนวระนาบของการทดลองทั้งหมดแสดงไว้ในภาคผนวก ข สำหรับรูปร่างโหนดการสั่นสะเทือนของชิ้นงานทดลองทั้งสามเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดแสดงในตารางที่ 6.2 ถึง 6.4 ซึ่งเป็นรูปร่างการสั่นสะเทือนของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC CCCF และ CFCF

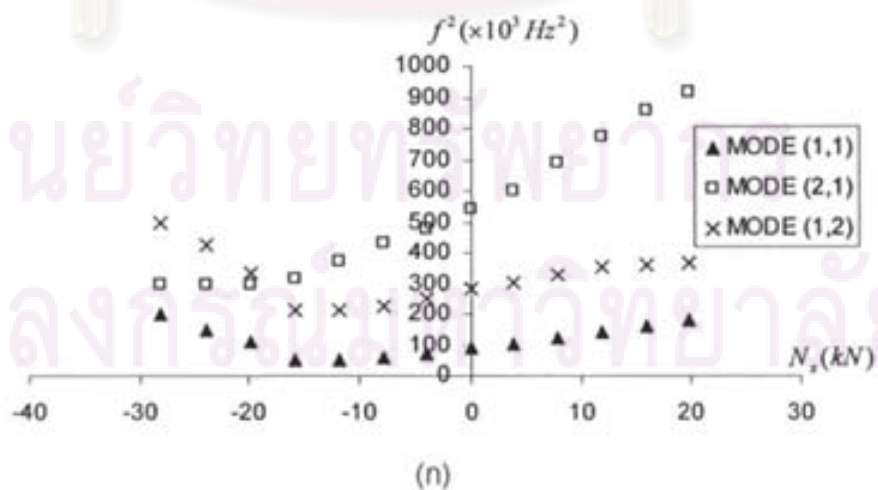
ตามลำดับ สัญลักษณ์ที่แสดงอยู่บนรูปในตารางทั้งสามมีความหมายเช่นเดียวกับสัญลักษณ์ที่แสดงในรูปร่างการโค้งงอก่อนหน้านี้ ซึ่งรูปร่างโหมดการสั่นสะเทือนหาได้จากค่าส่วนจินตภาพของความถี่ธรรมชาติค่าหนึ่งที่ตำแหน่งต่างๆ บนแผ่นทดลองดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 5 จากการทดลองจะสังเกตได้ว่ารูปร่างการโค้งงอของแผ่นอลูมิเนียมและแผ่นสแตนเลสมีลักษณะคล้ายกัน นอกจากนั้นแนวโน้มของความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบในช่วงภาระดึงมีลักษณะเป็นเส้นตรง ส่วนในช่วงภาระกดมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงในช่วงที่ภาระกดมีค่าน้อยๆ และค่อยๆ เปลี่ยนเป็นลักษณะโค้งเมื่อภาระกดมีค่ามากขึ้น สำหรับวิธีหาโหมดการโค้งงอทำได้โดยลากเส้นตรงในช่วงภาระดึงของทุกโหมด จากนั้นสังเกตจากเส้นตรงที่ได้จากการลากเส้นกราฟของรูปร่างการสั่นสะเทือนในแต่ละโหมดว่าเส้นตรงของรูปร่างการสั่นสะเทือนโหมดใดตัดแกนภาระในแนวระนาบแล้วให้ค่าภาระกดต่ำที่สุด โหมดการสั่นสะเทือนของกราฟเส้นนั้นเป็นโหมดการโค้งงอที่ได้จากข้อมูลการสั่นสะเทือน ตัวอย่างผลการทดลองอย่างเช่นกราฟในรูปที่ 6.4 (ก) เมื่อลากเส้นตรงในช่วงภาระดึงแล้วพบว่ารูปร่างการสั่นสะเทือนโหมด (1,1) ตัดแกนภาระในแนวระนาบแล้วให้ค่าภาระกดต่ำที่สุด ดังนั้นรูปร่างการโค้งงอของแผ่นทดลองนี้เป็นรูปร่างการสั่นสะเทือนในโหมด (1,1) ซึ่งสอดคล้องกับผลที่ได้ในตารางที่ 6.1 ซึ่งคำนวณมาจากทฤษฎี หลังจากทราบโหมดที่เป็นโหมดของการโค้งงอแล้วจึงทำการทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนภายใต้ภาระดึงโดยเก็บข้อมูลเฉพาะโหมดการสั่นสะเทือนที่เป็นโหมดของการโค้งงอ จากนั้นนำข้อมูลที่ได้อาสมการเส้นตรงแล้วหาค่าภาระการโค้งงอจากสมการที่ได้โดยแก้สมการหาค่าภาระที่ค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์

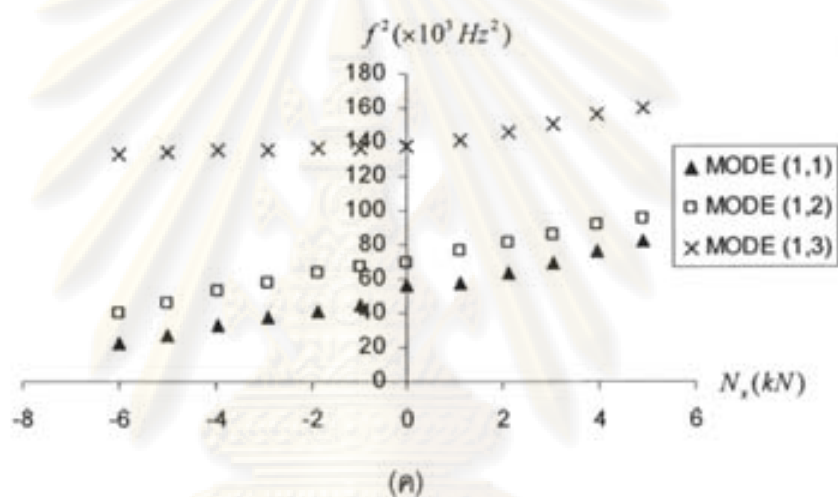
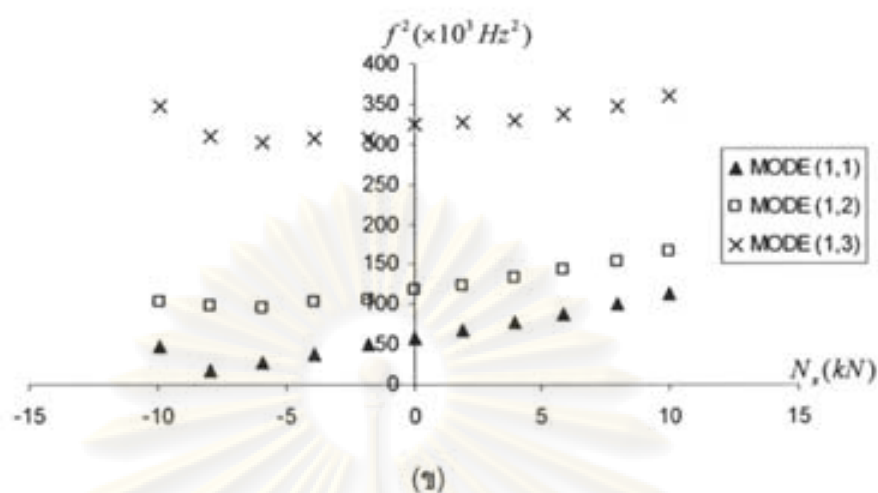


(ก)

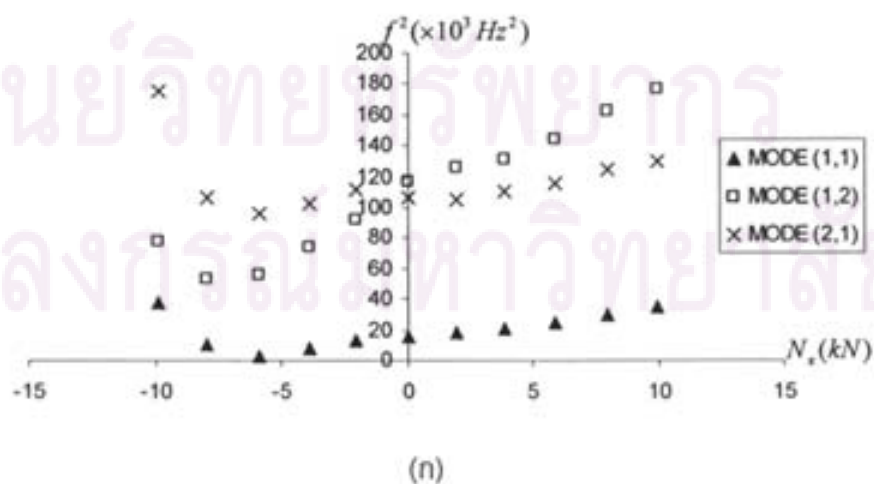


รูปที่ 6.4 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลอง
อลูมิเนียมขนาดสี่เหลี่ยม 1 หน้า 1.77 มม. (ก) CCCC (ข) CCF (ค) CFCF

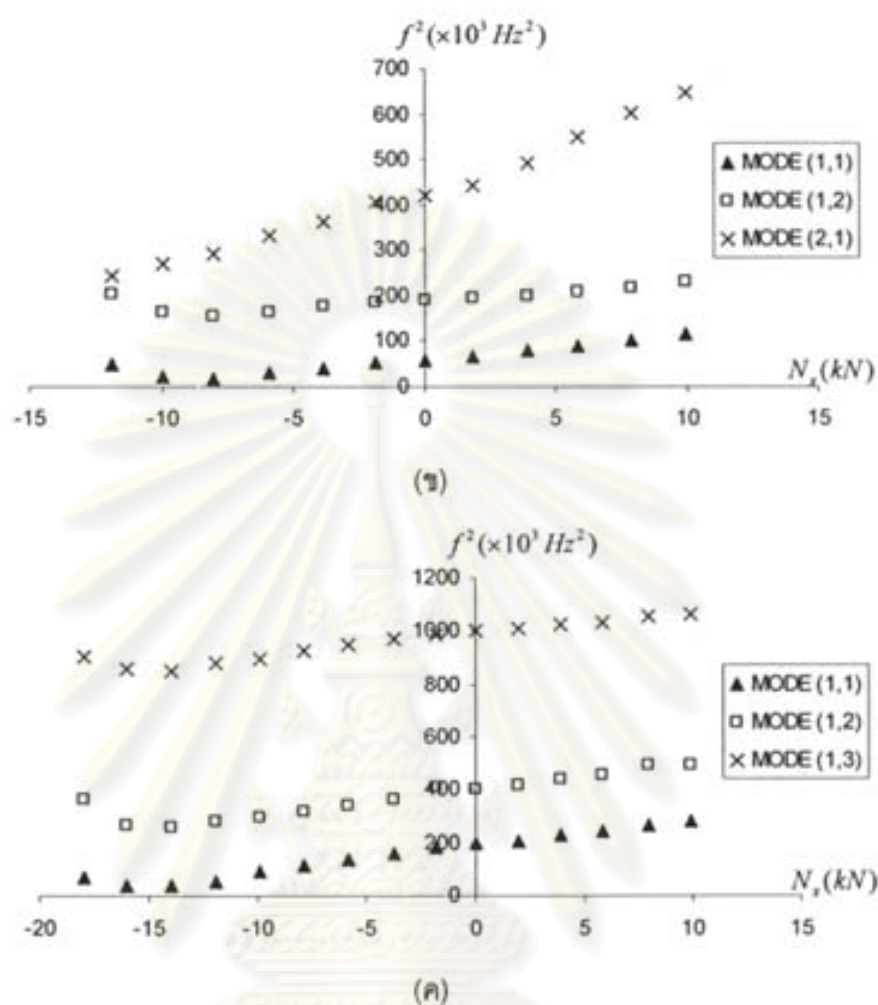




รูปที่ 6.5 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลองสแตนเลสขนาดลัดสั้น 0.75 หน้า 1.12 มม. (ก) CCCC (ข) CCCF (ค) CFCF



(น)



รูปที่ 6.6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลอง
อลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF (ก) ขนาดลัดสั้น 1.5 (ข) ขนาดลัดสั้น 1
(ค) ขนาดลัดสั้น 0.75

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.2 รูปร่างการสั้นสะท้อนของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC

ขนาดสัดส่วน	รูปร่างการสั้นสะท้อน		
1.5			
1			
0.75			

ตารางที่ 6.3 รูปร่างการสั้นสะท้อนของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF

ขนาดสัดส่วน	รูปร่างการสั้นสะท้อน		
1.5			
1			
0.75			

ตารางที่ 6.4 รูปร่างการสันสะท้อนของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CFCF

ขนาดสัดส่วน	รูปร่างการสันสะท้อน		
1.5			
1			
0.75			

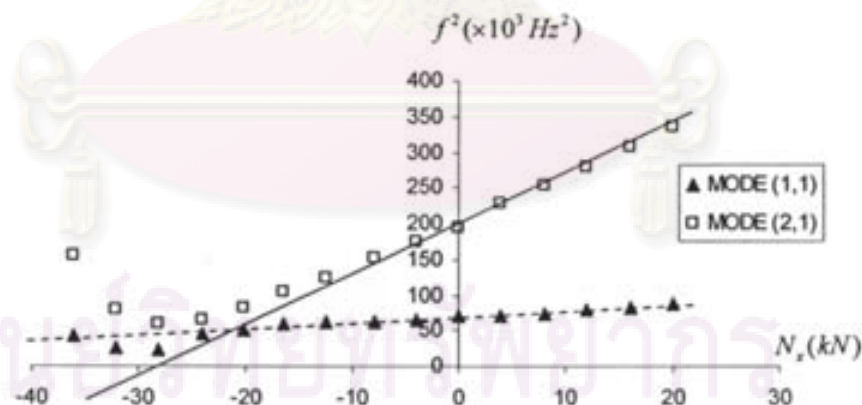
6.3 ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลอง

เมื่อได้กราฟข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบแล้วสามารถวิเคราะห์ผลการทดลองและหาภาระการโก่งงอของแผ่นทดลองได้โดยลากเส้นตรงในช่วงภาระตั้งของทุกโหมด แล้วสังเกตจากเส้นตรงที่ได้ว่าเส้นตรงของรูปร่างการสันสะท้อนโหมดใดตัดแกนภาระในแนวระนาบแล้วให้ค่าภาระกคต่ำที่สุด ซึ่งโหมดการสันสะท้อนของกราฟเส้นจะนั้นเป็นโหมดการโก่งงอ สำหรับการหาค่าภาระการโก่งงอสามารถทำได้จากการหาสมการของเส้นตรงของโหมดการสันสะท้อนที่เป็นโหมดการโก่งงอแล้วแก้สมการหาค่าภาระที่ความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์ ค่าภาระที่คำนวณได้นั้นจะเป็นค่าภาระการโก่งงอ ในที่นี้ขอยกตัวอย่างการหาค่าภาระการโก่งงอจากกราฟผลการทดลองของแผ่นทดลองอูมิเนียมขนาดสัดส่วน 1.5 หน้า 2.03 มม. (แผ่นทดลองหมายเลข 7) ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน จากข้อมูลความสัมพันธ์ของค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระที่แสดงในรูปที่ 6.7 เมื่อลากเส้นตรงในช่วงภาระตั้งพบว่าเส้นตรงที่ลากจากโหมด (2,1) ตัดแกนภาระแล้วให้ค่าภาระที่ความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์น้อยที่สุดแสดงว่าแผ่นทดลองจะเกิดการโก่งงอตามรูปร่างการสันสะท้อนในโหมด (2,1) ดังนั้นจึงทำการทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสันสะท้อนภายใต้ภาระตั้งโดยเก็บข้อมูลเฉพาะรูปร่างการสันสะท้อนโหมด (2,1) ซึ่งตัวอย่างความถี่ธรรมชาติที่วัดได้ในการทดลองสี่

ตัวอย่างแสดงในตารางที่ 6.5 โดยช่องแรกของแต่ละการทดลองเป็นค่าภาระตั้งที่ให้กับแผ่นทดลอง ส่วนช่องที่สองเป็นค่าความถี่ของการสั่นสะเทือนโหมด (2,1) ที่วัดได้ขณะที่แผ่นทดลองรับภาระขนาดนั้นอยู่ จะสังเกตเห็นว่าผลการทดลองที่ได้ในแต่ละครั้งนั้นมีค่าใกล้เคียงกัน เมื่อนำความถี่ธรรมชาติและค่าภาระที่ได้มาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระแล้วกราฟที่ได้จากการทดลองแต่ละครั้งมีค่าใกล้เคียงกันจนแทบจะทับกันดังแสดงในรูปที่ 6.8 ส่วนค่าภาระการโก่งงอสามารถหาได้โดยหาสมการเส้นตรงจากข้อมูลของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระตั้ง แล้วแก้สมการเส้นตรงเพื่อหาค่าภาระที่ค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์ ค่าภาระนั้นก็จะเป็นค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากข้อมูลการสั่นสะเทือน สมการความสัมพันธ์เส้นตรงจากการทดลองแต่ละครั้งแสดงในช่องที่สองของตารางที่ 6.6 เมื่อแก้สมการดังกล่าวเพื่อหาจุดตัดแกนนอนจะได้ค่าภาระการโก่งงอซึ่งแสดงในช่องที่สาม ส่วนค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของแผ่นทดลองในแต่ละครั้งที่แสดงในช่องที่สี่หาจากสมการ

$$\% \text{ Error} = \frac{\bar{N}_{x,exp} - \bar{N}_{x,theo}}{\bar{N}_{x,theo}} \times 100 \quad (6.1)$$

โดย $\bar{N}_{x,exp}$ คือ ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลอง และ $\bar{N}_{x,theo}$ คือ ค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎี

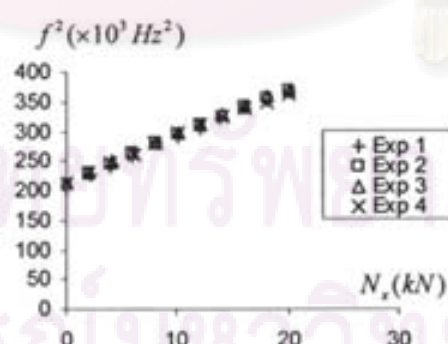


รูปที่ 6.7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลองหมายเลข

7 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC

ตารางที่ 6.5 ความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองอลูมิเนียมหมายเลข 7 ขณะรับภาระดึงขนาดต่างๆ ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC

การทดลองครั้งที่ 1		การทดลองครั้งที่ 2		การทดลองครั้งที่ 3		การทดลองครั้งที่ 4	
ภาระ (N)	ความถี่ (Hz)	ภาระ (N)	ความถี่ (Hz)	ภาระ (N)	ความถี่ (Hz)	ภาระ (N)	ความถี่ (Hz)
0	452	0	459	0	461	0	461
2098	476	2048	480	2048	481	2048	479
4047	492	3997	495	4097	500	4047	497
6046	507	5996	513	6046	515	6196	512
8045	530	8045	529	8045	529	7995	530
10044	539	10044	543	10144	545	10094	545
12043	553	12043	557	12043	558	12043	559
13992	566	14092	571	14042	572	14142	569
16091	581	16091	584	16091	585	16041	581
18090	594	18090	596	18090	599	18090	592
20089	604	20089	607	20039	609	20089	603

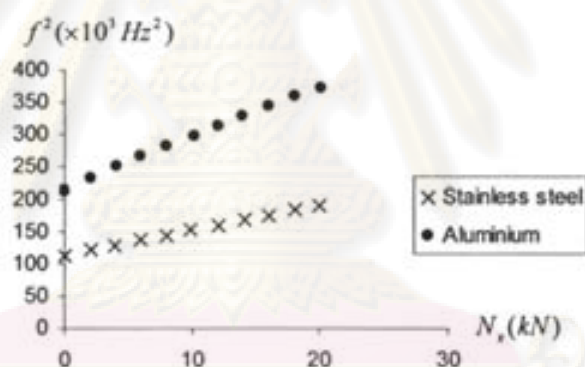


รูปที่ 6.8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระดึงของแผ่นทดลองหมายเลข 7 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC

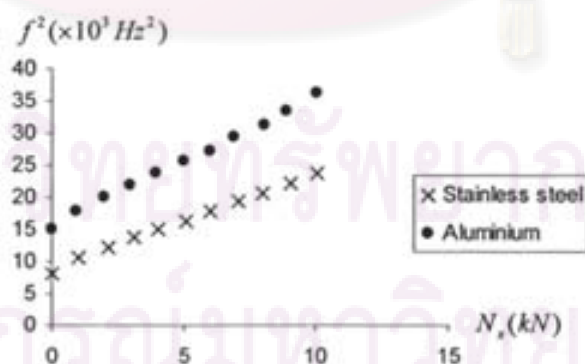
ตารางที่ 6.6 สมการเส้นตรงและค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองของแผ่นทดลองหมายเลข 7 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC

การทดลอง	สมการเส้นตรง	ภาระการโก่งงอ (kN)	% Error
1	$f^2 = 7.9192N_x + 209732$	26.48	-2.52
2	$f^2 = 7.8357N_x + 214442$	27.37	0.74
3	$f^2 = 7.8693N_x + 215947$	27.44	1.01
4	$f^2 = 7.5538N_x + 216370$	28.64	5.43

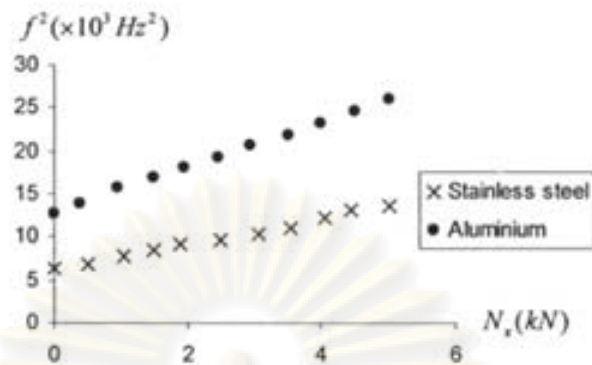
นอกเหนือจากตัวอย่างที่ได้กล่าวไปข้างต้น ในกรณีที่ทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบอื่นหรือแผ่นทดลองอื่น กราฟความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระตั้งที่ได้มีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงเช่นเดียวกัน ตัวอย่างเช่นในรูปที่ 6.9 เป็นผลการทดลองของแผ่นทดลองอลูมิเนียมหมายเลข 7 และแผ่นทดลองสแตนเลสหมายเลข 2



CCCC



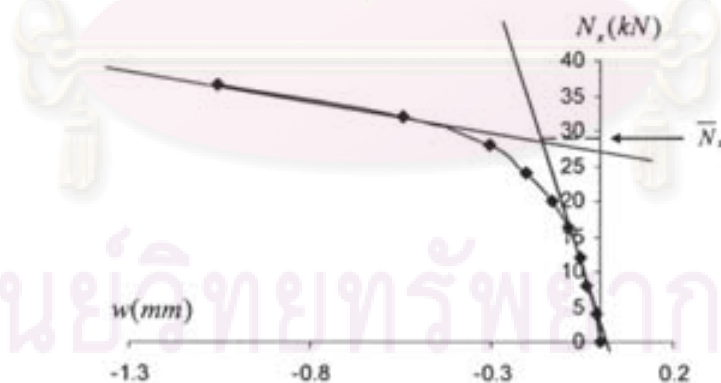
CCCF



CFCF

รูปที่ 6.9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระดึงของแผ่นทดลอง อลูมิเนียมและสแตนเลส

สำหรับการหาค่าภาระการโก่งงอจากวิธีระยะเคลื่อนที่นอกระนาบสามารถหาได้โดยเก็บข้อมูลพฤติกรรมการโก่งงอของแผ่นทดลอง ซึ่งข้อมูลที่ใช้คือค่าระยะเคลื่อนที่นอกระนาบกับค่าภาระในแนวระนาบซึ่งเป็นภาระกดเท่านั้น เมื่อได้ข้อมูลทั้งสองแล้วนำมาพล็อตกราฟระหว่างความสัมพันธ์ระหว่างระยะเคลื่อนที่นอกระนาบกับค่าภาระ การหาค่าภาระการโก่งงอทำได้โดยลากเส้นตรงสัมผัสในช่วงก่อนการโก่งงอและหลังการโก่งงอและใช้จุดตัดของเส้นตรงทั้งสองในการระบุค่าภาระการโก่งงอ ดังแสดงในรูปที่ 6.10 โดยค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากจุดตัดในรูปที่ 6.10 มีค่าเท่ากับ 29.00 kN

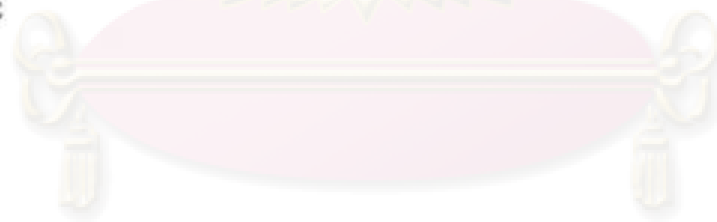


รูปที่ 6.10 กราฟระยะเคลื่อนที่นอกระนาบกับภาระของแผ่นทดลองหมายเลข 7

6.4 วิเคราะห์ผลการทดลอง

ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองและเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองทั้งหมดรวมทั้งผลการหาค่าภาระการโค้งงอจากวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบของแผ่นทดลองแบบ CCCC แบบ CCCF และแบบ CFCF สรุปได้ดังตารางที่ 6.7 ถึง 6.9 ตามลำดับ โดยในสี่ช่องแรกเป็นคุณลักษณะของแผ่นทดลองแต่ละแผ่นซึ่งบอกถึงวัสดุและขนาดของแผ่นทดลอง ส่วนช่องที่เหลือทางด้านขวาเป็นค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองแต่ละแผ่น โดยช่องค่าภาระการโค้งงอทางทฤษฎีได้มาจากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีวิธิตี ส่วนค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากการทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนที่อยู่ในช่อง VCT ซึ่งเป็นค่าภาระการโค้งงอเฉลี่ยจากการทดลองหาค่าภาระการโค้งงอ 20 ครั้ง สำหรับค่าภาระการโค้งงอในช่องจากวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบก็เป็นค่าเฉลี่ยเช่นกัน ค่าความคลาดเคลื่อนที่แสดงอยู่ในช่อง % Error ของทั้งสองวิธีคำนวณจากสมการที่ (6.1) โดยใช้ค่า $\bar{N}_{r,obs}$ จากช่องภาระการโค้งงอทางทฤษฎี ซึ่งค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมีทั้งค่าบวกและลบ โดยค่าที่เป็นบวกแสดงว่าค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากการทดลองมีค่าสูงกว่าค่าทางทฤษฎี ส่วนกรณีที่ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองมีค่าต่ำกว่าค่าจากทฤษฎีจะได้ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเป็นลบ สำหรับการทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CFCF ของแผ่นทดลองหมายเลข 6 ไม่ได้ทดลองเนื่องจากแผ่นทดลองเกิดการเสียรูปจากการทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF ก่อนหน้านี้จึงไม่มีผลการทดลองสำหรับกรณีนี้ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation, S.D.) ที่แสดงในตารางทั้งสามดังกล่าวเป็นค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการทดลอง 20 ครั้งของแต่ละแผ่นทดลอง เมื่อสังเกตจะพบว่าค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในการทดลองทั้งสามเงื่อนไขขอบเขตมีค่าใกล้เคียงกัน ส่วนการกระจายของข้อมูลการทดลองสามารถแสดงได้ในรูปของฮิสโตแกรมดังแสดงในรูปที่ 6.11 ถึง 6.13 โดยแบ่งเป็น 6 กลุ่มตามชนิดของวัสดุและเงื่อนไขขอบเขตของการทดลอง สำหรับฮิสโตแกรมแต่ละกราฟในรูปที่ 6.11 ถึง 6.13 เป็นค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของแผ่นทดลองแต่ละชนิดภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบต่างๆ ซึ่งเป็นข้อมูลจากการทดลองทั้งหมด 120 ครั้ง เมื่อสังเกตกราฟฮิสโตแกรมพบว่า การทดลองภายใต้เงื่อนไข CFCF มีการกระจายตัวของข้อมูลความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าเงื่อนไขขอบเขตอีกสองแบบ โดยช่วงของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง -10% ถึง 15% สำหรับแผ่นสแตนเลส และ -10% ถึง 10% สำหรับแผ่นอลูมิเนียมซึ่งสอดคล้องกับค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจากผลการทดลองพบว่าค่าภาระการโค้งงอที่มาจากการทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนมีค่าใกล้เคียงกับค่าภาระการโค้งงอที่คำนวณจากทฤษฎีมากกว่าวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ ซึ่งค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากการทดลองด้วยวิธีระยะเคลื่อนที่นอก

ระนามมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงโดยมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยจากการทดลองทั้งหมดเท่ากับ -24.58% สำหรับผลการทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั้นสะเทือนสังเกตได้ว่าในกรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านค่าภาระการโก่งงอของแผ่นทดลองอลูมิเนียมมีค่าใกล้เคียงกับค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีมากกว่าแผ่นทดลองสแตนเลสโดยค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยสำหรับแผ่นทดลองอลูมิเนียมมีค่า 0.38% ส่วนแผ่นทดลองสแตนเลสมีค่า 11.41% และยังพบว่าความหนาของแผ่นทดลองสแตนเลสมีผลต่อความคลาดเคลื่อนโดยแผ่นทดลองสแตนเลสที่มีความหนามากกว่าจะมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงกว่าสำหรับกรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF ค่าภาระการโก่งงอของแผ่นทดลองอลูมิเนียมและแผ่นทดลองสแตนเลสจากการทดลองมีค่าใกล้เคียงกับค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎี โดยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยของแผ่นทดลองอลูมิเนียมมีค่า -1.41% ส่วนแผ่นทดลองสแตนเลสมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 0.40% ส่วนกรณีขึ้นทดสอบที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ CFCF มีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยน้อยเช่นกัน โดยค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยของแผ่นทดลองแผ่นทดลองอลูมิเนียมมีค่าเท่ากับ -1.73% ส่วนแผ่นทดลองสแตนเลสมีค่าเท่ากับ 0.44% จากการทดลองทั้งหมดสามารถสรุปได้ว่าในกรณีแผ่นทดลองอลูมิเนียมค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองมีใกล้เคียงกับค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีภายใต้เงื่อนไขขอบเขตทั้งสามแบบ ส่วนกรณีแผ่นทดลองสแตนเลสค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF และแบบ CFCF มีผลการทดลองที่ดีกว่าการทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.7 ค่าภาระการโก่งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC

แผ่นทดลอง	วัสดุ	ขนาดสัดส่วน	ความหนา (มม.)	ค่าภาระการโก่งงอเฉลี่ย (kN)					
				ทฤษฎี	VCT			ระยะเคลื่อนที่นอก ระนาบ	
					$\bar{N}_{x,exp}$	% Error	S.D.	$\bar{N}_{x,exp}$	% Error
1	Steel	1.5	1.17	14.11	15.01	6.35	2.44	19.25	36.44
2			1.39	23.43	27.03	15.38	3.75	21.16	-9.67
3		1	1.11	14.42	15.52	7.58	6.21	11.03	-23.50
4			1.39	28.26	32.06	13.45	3.11	21.13	-25.25
5		0.75	1.12	17.34	19.00	9.55	6.22	10.23	-40.99
6			1.41	33.94	39.42	16.15	6.72	12.57	-62.96
7	Al	1.5	2.03	27.17	27.77	2.21	2.77	28.60	5.28
8			2.30	39.29	37.73	1.14	6.53	30.84	-21.51
9		1	1.77	21.48	21.36	-0.53	4.89	16.00	-25.51
10			1.96	29.18	30.03	2.90	3.16	22.97	-21.28
11		0.75	1.75	24.03	24.26	0.94	4.03	23.94	-0.40
12			1.98	34.90	35.16	0.75	3.96	29.62	-15.12

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

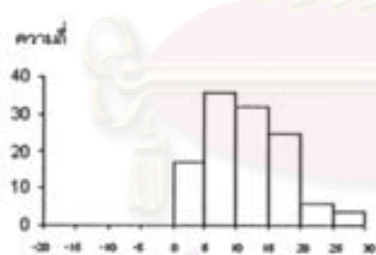
ตารางที่ 6.8 ค่าภาระการโก่งงอของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF

แผ่นทดลอง	วัสดุ	ขนาดสัดส่วน	ความหนา (มม.)	ค่าภาระการโก่งงอเฉลี่ย (kN)					
				ทฤษฎี	VCT			ระยะเคลื่อนที่นอก ระนาบ	
					$\bar{N}_{x,exp}$	% Error	S.D.	$\bar{N}_{x,exp}$	% Error
1	Steel	1.5	1.17	3.97	4.17	5.13	4.19	3.33	-16.08
2			1.39	6.53	6.25	-4.21	4.12	4.36	-33.24
3		1	1.11	6.05	6.25	3.18	3.52	5.03	-16.84
4			1.39	11.86	12.14	2.33	6.86	5.67	-52.16
5		0.75	1.12	10.43	10.63	1.91	3.92	6.97	-33.20
6			1.41	20.42	19.21	-5.91	3.17	6.39	-68.71
7	Al	1.5	2.03	7.48	7.67	2.43	6.88	5.48	-26.83
8			2.30	10.82	10.23	-5.52	4.19	6.76	-37.58
9		1	1.77	8.96	8.43	-5.95	5.17	5.74	-35.94
10			1.96	12.18	12.07	-0.90	3.58	7.83	-35.71
11		0.75	1.75	14.41	14.26	-1.01	5.37	10.67	-25.96
12			1.98	20.92	21.78	4.10	5.33	14.02	-32.97

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

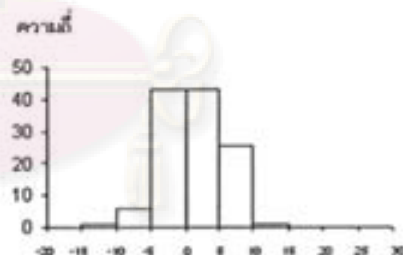
ตารางที่ 6.9 ค่าภาระการโก่งของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CFCF

แผ่นทดลอง	วัสดุ	ขนาดสัดส่วน	ความหนา (มม.)	ทฤษฎี	ค่าภาระการโก่งเฉลี่ย (kN)				
					VCT			ระยะเคลื่อนที่นอก ระนาบ	
					$\bar{N}_{x,exp}$	% Error	S.D.	$\bar{N}_{x,exp}$	% Error
1	Steel	1.5	1.17	2.45	2.41	-1.88	2.01	1.70	-30.75
2			1.39	4.08	4.11	0.87	4.13	3.38	-17.07
3		1	1.11	4.70	4.73	0.48	3.48	2.20	-53.19
4			1.39	9.22	9.34	1.32	5.36	6.46	-29.85
5		0.75	1.12	8.71	8.83	1.43	1.99	6.82	-21.71
6			1.41	17.05	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
7	Al	1.5	2.03	4.71	4.82	2.40	2.37	3.90	-17.07
8			2.30	6.81	6.84	0.48	1.90	5.86	-13.83
9		1	1.77	6.98	6.74	-3.43	3.24	5.89	-15.63
10			1.96	9.48	9.35	-1.39	1.66	8.08	-14.81
11		0.75	1.75	12.04	11.41	-5.18	0.95	10.86	-9.79
12			1.98	17.48	16.90	-3.28	2.62	15.59	-10.81



% error

สแตนเลส



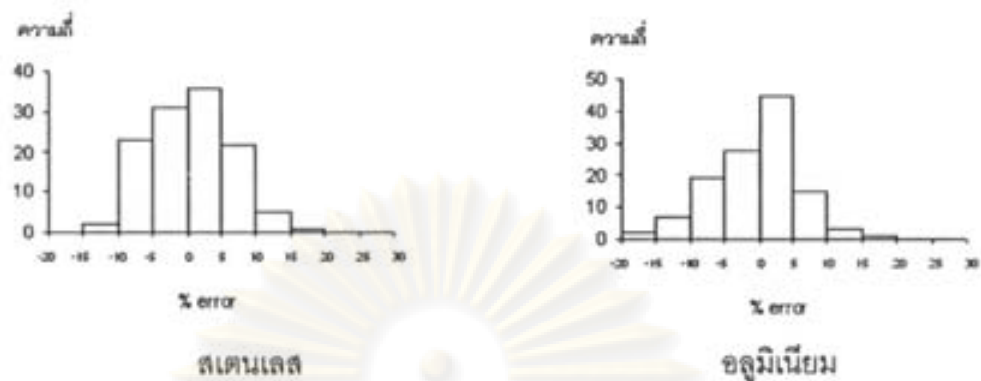
% error

อลูมิเนียม

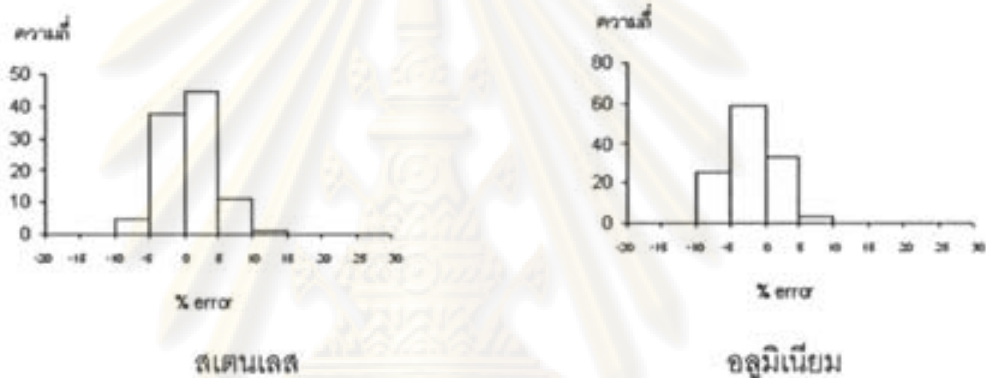
รูปที่ 6.11 ฮิสโตแกรมของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ

CCCC

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 6.12 ฮิสโตแกรมของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF

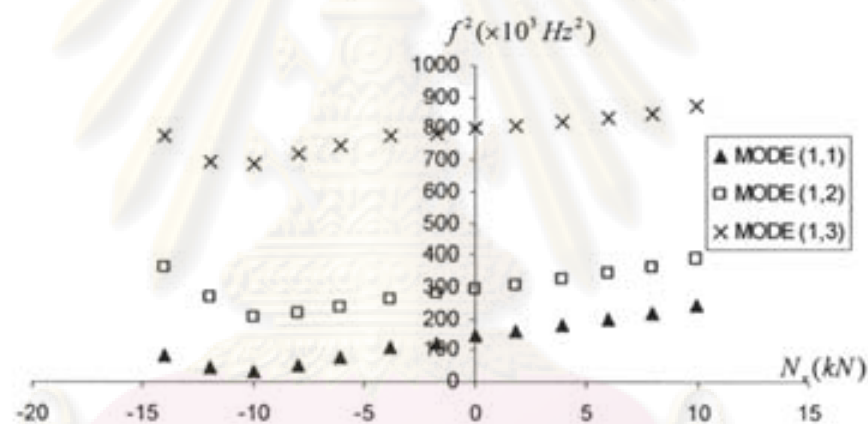


รูปที่ 6.13 ฮิสโตแกรมของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ CFCF

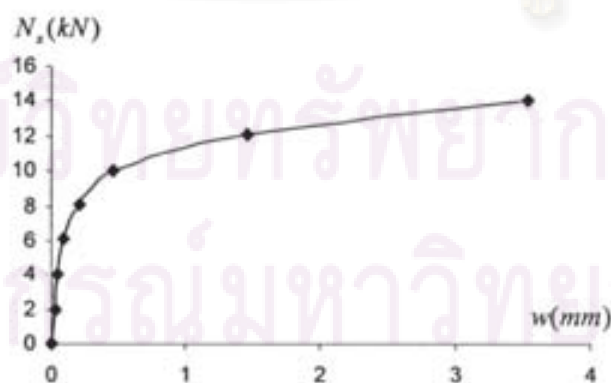
6.5 ความคลาดเคลื่อนของการทดลอง

ในการทดลองหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางภายใต้ภาวะดึงและกดพบว่า เมื่อนำข้อมูลที่ได้อาพล็อตกราฟจะมีความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบในช่วงภาวะดึงมีลักษณะเป็นเส้นตรง ส่วนในช่วงภาวะกดมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงในช่วงที่ภาระกดมีค่าน้อยๆ และค่อยเปลี่ยนเป็นลักษณะโค้งเมื่อภาระกดมีค่ามากขึ้นดัง โหมดการสั่นสะเทือน (1,1) ในรูปที่ 6.14 ซึ่งไม่ตรงกับพฤติกรรมทางทฤษฎีที่กราฟความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงตลอดทั้งในช่วงภาวะดึงและภาวะกด สาเหตุที่ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบไม่เป็นเส้นตรงในการทดลองอาจเกิดจากแผ่นทดลองเกิดการโค้งงอในขณะที่รับภาระกด ส่งผลให้ภาระที่ให้แก่แผ่นทดลองไม่ได้อยู่ในแนวระนาบและแผ่นทดลองไม่ได้อยู่ในลักษณะ

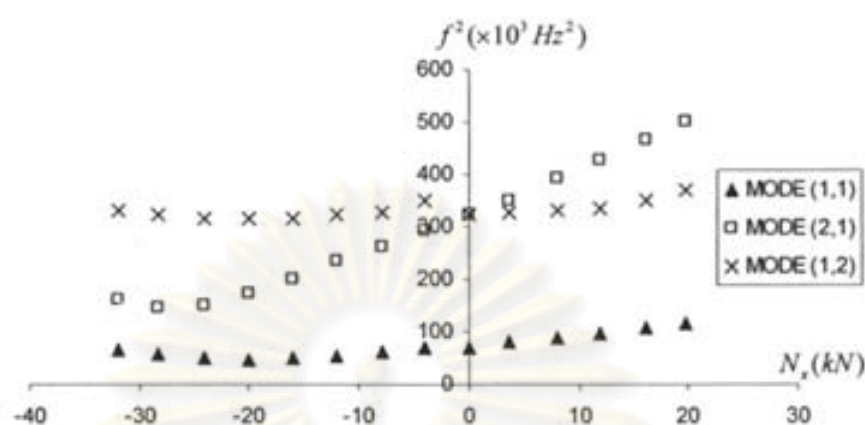
โครงสร้างแผ่นบางทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้เปลี่ยนไปจากทางทฤษฎีซึ่งยืนยันผลได้ด้วยการทดลองโดยวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบดังแสดงในรูปที่ 6.15 จากกราฟจะเห็นว่าค่าระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบที่เกิดขึ้นมีค่ามากขึ้นอย่างเห็นได้ชัดที่ภาระประมาณ 10 kN ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองการสั่นสะเทือนที่ได้เส้นกราฟที่มีลักษณะโค้งอย่างเห็นได้ชัดที่ค่าภาระดังกล่าว และมีการทดลองในบางกรณีที่กราฟในช่วงต่อระหว่างภาระดึงกับภาระกดไม่ต่อเนื่องกัน เนื่องจากขณะเปลี่ยนการให้ภาระดึงเป็นภาระกดในระหว่างการทดลองต้องขยับชุดจับยึดแผ่นทดลองจึงอาจจะทำให้เงื่อนไขขอบเขตเปลี่ยนไปจากเดิม ทำให้กราฟที่ได้ไม่ต่อเนื่องดังแสดงในรูปที่ 6.16 ซึ่งสังเกตได้ว่ากราฟการสั่นสะเทือนในโหมด (1,2) ไม่ต่อเนื่องในช่วงเปลี่ยนจากภาระดึงเป็นภาระกด ดังนั้นการประมาณค่าภาระการโก่งของแผ่นทดลองโดยใช้ข้อมูลทั้งในช่วงภาระดึงและในช่วงภาระกดจึงทำได้ยากและอาจให้ผลที่มีความคลาดเคลื่อนสูง สำหรับรูปร่างการสั่นสะเทือนของแผ่นทดลองพบว่ามีลักษณะสอดคล้องกับรูปร่างที่คำนวณได้ทางทฤษฎี



รูปที่ 6.14 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลองหมายเลข 11 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF



รูปที่ 6.15 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบกับภาระของแผ่นทดลองหมายเลข 11 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขต CCCF



รูปที่ 6.16 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลอง หมายเลข 4 ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC

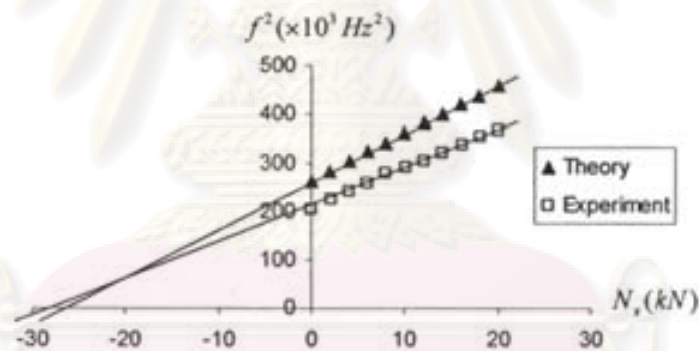
จากผลการทดลองทั้งหมดสามารถแบ่งผลการทดลองเป็นสองกลุ่มคือแผ่นทดลองสแตนเลสและแผ่นทดลองอลูมิเนียมตามตารางที่ 6.10 ซึ่งเป็นการสรุปค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองกับค่าจากทฤษฎี เมื่อพิจารณาผลการทดลองของแผ่นทดลองภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านพบว่าความคลาดเคลื่อนจากการทดลองของแผ่นทดลองสแตนเลสมีค่าสูงกว่าแผ่นทดลองอลูมิเนียม โดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเท่ากับ $11.41 \pm 6.23\%$ ซึ่งแตกต่างจากผลของแผ่นทดลองอลูมิเนียมที่ให้ผลการทดลองที่ดีโดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเพียง $1.24 \pm 4.44\%$ เท่านั้น ส่วนในกรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นตามด้านปลายอิสระหนึ่งด้านและแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้าน ผลการทดลองของแผ่นทดลองของวัสดุทั้งสองชนิดมีค่าใกล้เคียงกันและยังเป็นผลการทดลองที่ดีโดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นสามด้านปลายอิสระหนึ่งด้านเท่ากับ $0.40 \pm 5.95\%$ สำหรับแผ่นทดลองสแตนเลสและเท่ากับ $-1.14 \pm 6.30\%$ สำหรับแผ่นทดลองอลูมิเนียม ในกรณีที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้านมีมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน ของแผ่นทดลองสแตนเลสและอลูมิเนียมเท่ากับ $0.45 \pm 3.76\%$ และ $-1.73 \pm 3.38\%$ ตามลำดับ

ตารางที่ 6.10 แสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยและค่า S.D. ของการทดลองเทียบกับค่าจากทฤษฎี

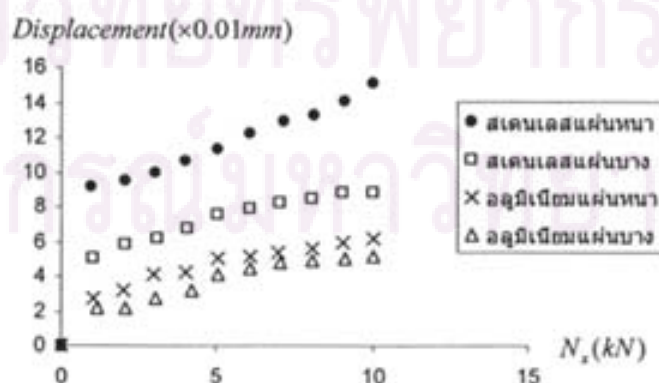
วัสดุ	CCCC		CCCF		CFCF	
	% Error	S.D.	% Error	S.D.	% Error	S.D.
สแตนเลส AISI 304	11.41	6.23	0.40	5.95	0.45	3.76
อลูมิเนียม 6061-T6	1.24	4.44	-1.14	6.3	-1.73	3.38

เมื่อสังเกตข้อมูลการลั่นสะเทือนที่ได้จากการทดลองพบว่าค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้มีค่าน้อยกว่าทางทฤษฎีดังแสดงในรูปที่ 6.17 โดยทฤษฎีแล้วค่าภาระการโก่งงอที่ไม่ได้จับยึดแบบแน่นตามอุดมคติจะมีค่าน้อยกว่าการจับยึดตามอุดมคติ แต่ในการทดลองจริงพบว่าเมื่อแผ่นทดลองรับภาระเพิ่มขึ้นจะทำให้การจับยึดแผ่นทดลองต่างกับเงื่อนไขแบบยึดแน่นในอุดมคติมากขึ้น จึงส่งผลให้ค่าความถี่ธรรมชาติที่ค่าภาระสูงๆ มีค่าต่ำกว่าค่าจากทฤษฎีมากขึ้น ด้วยเหตุนี้ทำให้สมการเส้นตรงที่ได้ไม่เพียงต่ำลงมาเท่านั้นแต่ความชันของสมการเส้นตรงก็น้อยลงด้วย ซึ่งทำให้กราฟทั้งสองไม่ขนานกัน จึงทำให้ค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองในบางกรณีมีค่าที่สูงกว่าทฤษฎีดังแสดงในรูปที่ 6.17 ดังนั้นเมื่อสมการเส้นตรงที่ได้ไม่เป็นไปตามทฤษฎีค่าภาระการโก่งงอที่ได้จึงเกิดความคลาดเคลื่อนโดยเฉพาะผลการทดลองของแผ่นทดลองสแตนเลสภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสิ้นด้าน ทำให้ตั้งสมมติฐานได้ว่าความเคลื่อนของการทดลองที่เกิดขึ้นน่าเกิดจากการจับยึดแผ่นทดลอง เพื่อเป็นการยืนยันสมมติฐานในการวิเคราะห์ผู้วิจัยจึงทำการทดลองเพิ่มเติมโดยวัดระยะเคลื่อนที่ในแนวตั้งของชุดจับยึดชิ้นงานด้านข้างเพื่อตรวจสอบว่าในขณะที่แผ่นทดลองได้รับภาระเกิดการเคลื่อนที่ของชุดจับยึดชิ้นงานด้านข้างในแนวตั้งหรือไม่ และวัสดุกับความหนาของแผ่นทดลองมีผลในการจับยึดชิ้นงานอย่างไรโดยทำการทดลองโดยใช้ไดอัลเกจวัดระยะเคลื่อนที่ในแนวตั้งของชุดจับยึดชิ้นงานด้านข้าง ซึ่งพบว่าเมื่อแผ่นทดลองรับภาระในแนวระนาบแล้วเกิดการขยับของชุดจับยึดชิ้นงานในแนวตั้งดังแสดงในรูปที่ 6.18 นั้นแสดงว่าชุดจับยึดชิ้นงานด้านข้างเกิดหมุนรอบวงสแตนเลสขณะที่รับภาระในแนวระนาบ จากรูปที่ 6.18 พบว่าวัสดุและความหนาของแผ่นทดลองมีผลต่อการขยับของชุดจับยึดชิ้นงานด้านข้าง สังเกตได้ว่าการจับยึดแผ่นทดลองสแตนเลสมีการขยับมากกว่าการจับยึดแผ่นอลูมิเนียมและยังพบว่าความหนาของแผ่นทดลองมีผลด้วยเช่นกันโดยแผ่นทดลองที่มีความหนามากกว่ามีการขยับมากกว่าแผ่นทดลองที่บาง ข้อมูลจากการทดลองนี้แสดงให้เห็นว่าชุดจับยึดชิ้นงานไม่ได้จับชิ้นงานให้มีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นอย่างสมบูรณ์ตามที่ตั้งใจไว้ เมื่อให้ภาระดิ่งกับชิ้นงานทดสอบจะทำให้เกิดการเคลื่อนที่นอกระนาบที่บริเวณขอบด้านข้างเนื่องจากความไม่สมบูรณ์ของการทดลอง สำหรับ

ชิ้นงานที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นระยะการเคลื่อนที่นอกกระนาบนี้ไม่ควรมีหากมีการจับยึดชิ้นงานที่เป็นอุดมคติ แต่ในการทดลองพบว่ามีการเคลื่อนที่นอกกระนาบที่บริเวณขอบของชิ้นงาน แสดงว่าชิ้นงานไม่ได้มีเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นอย่างสมบูรณ์ เนื่องจากแผ่นทดลองสแตนเลสมีความแข็งแรงมากกว่าแผ่นอลูมิเนียมจึงทำให้ระยะการเคลื่อนที่นอกกระนาบที่บริเวณขอบด้านข้างมีมากกว่า จึงอาจจะกล่าวได้ว่าชิ้นทดลองสแตนเลสแผ่นหนามีเงื่อนไขขอบเขตที่ผิดไปจากเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นมากกว่าชิ้นทดสอบอื่นๆ ซึ่งค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองของแผ่นทดลองสแตนเลสหนามีค่าความคาดเคลื่อนเฉลี่ยมากกว่าแผ่นทดสอบอลูมิเนียม สำหรับแผ่นทดลองสแตนเลสที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ CCC จะเห็นว่าชิ้นงานหนากว่าจะมีค่าเฉลี่ยของความคาดเคลื่อนมากกว่าชิ้นทดสอบที่บางกว่า ซึ่งสามารถอธิบายได้ในทำนองเดียวกันโดยพิจารณาความสมบูรณ์ของเงื่อนไขขอบเขต แผ่นทดลองที่บางกว่าจะมีลักษณะการจับยึดที่ใกล้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นมากกว่าแผ่นทดลองที่หนากว่าเพราะแผ่นทดลองที่บางกว่ามีความแข็งแรงน้อยกว่า ทำให้การหมุนตัวของชุดจับยึดชิ้นงานด้านข้างมีน้อยกว่า ส่งผลให้ได้เงื่อนไขขอบเขตที่ใกล้เคียงกับเงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นมากกว่า



รูปที่ 6.17 เปรียบเทียบกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระของแผ่นทดลองอลูมิเนียมจากการทดลองกับทฤษฎี



รูปที่ 6.18 ผลการทดลองระยะเคลื่อนที่ของชุดจับยึดชิ้นงานด้านข้าง

จากผลการทดลองเพิ่มเติมสามารถสรุปได้ว่าสาเหตุที่ผลการทดลองของแผ่นทดลองสแตนเลสภายใต้เงื่อนไขรอบเรตแบบ CCCF และแบบ CFCF มีผลที่ต่ำกว่าเงื่อนไขรอบเรตแบบ CCCC เพราะว่าการจับยึดของชุดทดลองที่เป็นการจับยึดแบบแน่นมีความไม่สมบูรณ์ กล่าวคือการจับยึดไม่ได้เป็นแบบยึดแน่นตามทฤษฎี และแผ่นทดลองสแตนเลสที่มีความหนามากกว่าก็มีผลคลาดเคลื่อนที่สูงกว่าซึ่งแสดงว่าการจับยึดมีความสมบูรณ์ลดลงเมื่อความหนาของแผ่นทดลองมากขึ้น แต่ส่วนในกรณีปลายอิสระไม่มีการจับยึดของชิ้นงานดังนั้นเงื่อนไขรอบเรตจึงมีความสมบูรณ์มากกว่าทำให้ได้ผลการทดลองที่ต่ำกว่า สำหรับกรณีแผ่นทดลองอลูมิเนียมซึ่งเป็นวัสดุที่มีความแข็งแรงน้อยกว่าทำให้การจับยึดมีความสมบูรณ์มากกว่าแผ่นทดลองสแตนเลสและได้ผลการทดลองที่ต่ำกว่าเงื่อนไขรอบเรตทั้งสามแบบ นอกจากนี้เมื่อสังเกตค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะเห็นว่ามีความใกล้เคียงกัน แต่ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการทดลองภายใต้เงื่อนไขรอบเรตแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้านมีค่าต่ำกว่าอีกสองแบบ นั้นแสดงว่ามีการกระจายตัวของข้อมูลน้อยกว่าซึ่งสาเหตุเพราะมีเงื่อนไขรอบเรตที่สมบูรณ์มากกว่าเพราะมีปลายอิสระสองด้าน

6.6 สรุปการทดลอง

การทดลองหาค่าภาระการโก่งงอโดยใช้วิธีความสัมพันธ์ของการสันสะท้อนที่หาในวิทยานิพนธ์นี้สามารถหาได้จากกราฟระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระแล้วประมาณค่าภาระกดที่ทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางเท่ากับศูนย์ ซึ่งค่าภาระนั้นจะเป็นค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบาง สำหรับโครงสร้างแผ่นบางที่ใช้ในการทดลองเป็นแผ่นโลหะจากวัสดุสองชนิดได้แก่ แผ่นสแตนเลส AISI 304 และ แผ่นอลูมิเนียม 6061-T6 ในแต่ละชนิดมีขนาดสัดส่วน 3 ขนาดคือ 1.5 1 และ 0.75 และมีความหนาสองความหนา โดยทดลองภายใต้เงื่อนไขรอบเรต 3 แบบคือแบบ CCCC CCCF และ CFCF

จากผลการทดลองสามารถสรุปได้ว่าการหาค่าภาระการโก่งงอจากวิธีความสัมพันธ์ของการสันสะท้อนให้ผลการทดลองที่ดีมีค่าความคลาดเคลื่อนต่ำ โดยค่าเฉลี่ยของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการทดลองทุกกรณีมีค่าไม่เกิน 5% ยกเว้นการทดลองของแผ่นสแตนเลสภายใต้เงื่อนไขรอบเรตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านซึ่งมีค่าเฉลี่ยของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงถึง 11.41% ส่วนความแม่นยำของการทดลองมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วงไม่เกิน $\pm 7\%$ สาเหตุของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นน่าจะมาจากความไม่สมบูรณ์ของชิ้นงานและเงื่อนไขรอบเรตในการ

จับยึด ซึ่งเงื่อนไขขอบเขตที่มีปลายอิสระจะให้ผลการทดลองที่ดีกว่าเนื่องจากมีความสมบูรณ์ของเงื่อนไขขอบเขตมากกว่า ค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากเทคนิคนี้จะมีความเบี่ยงเบนสูงเพราะเป็นค่ายกกำลังสองของค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลอง ดังนั้นหากค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองในแต่ละครั้งมีความคลาดเคลื่อนเพียงเล็กน้อยก็จะอาจทำให้ค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่สูงได้ เพื่อลดความเบี่ยงเบนที่เกิดขึ้นและได้ผลการทดลองที่แม่นยำ จึงควรทำการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอด้วยวิธีนี้ซ้ำหลายๆ ครั้ง สำหรับข้อควรระวังอีกอย่างหนึ่งของการนำหลักการการทดลองด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนไปใช้คือการบ่งชี้ถึงโหมดการโก่งงอ สำหรับโครงสร้างบางประเภทที่มีความซับซ้อนเช่นโครงสร้างเปลือกบาง (Thin shell) จะมีโหมดการโก่งงอเป็นโหมดสูงๆ ซึ่งในการทดลองโดยใช้วิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนดังที่แสดงในวิทยานิพนธ์อาจจะได้โหมดการโก่งงอที่ไม่ถูกต้องหากเก็บข้อมูลการสั่นสะเทือนโหมดต่างๆ มาพล็อตไม่มากพอ กล่าวคือจะมีโอกาสที่ไม่ได้นำข้อมูลการสั่นสะเทือนของโหมดที่เป็นโหมดการโก่งงอมาพล็อตและวิเคราะห์ ซึ่งจะทำได้ค่าภาระการโก่งงอและโหมดการโก่งงอที่ผิดไป ดังนั้นหากจะนำหลักการความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนไปใช้กับโครงสร้างที่มีความซับซ้อนจะต้องมีการศึกษาเพิ่มเติมเพื่อให้ได้แนวทางการดำเนินการทดลองที่ทำให้การบ่งชี้โหมดการโก่งงอเป็นไปอย่างถูกต้องแม่นยำ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 7 บทสรุป

ในอดีตที่ผ่านมางานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบาง มีทั้งการศึกษาโดยการทดลองและการวิเคราะห์เชิงตัวเลข งานวิจัยด้านการทดลองส่วนใหญ่เป็นการหาค่าภาระการโค้งงอจากกราฟพฤติกรรมการโค้งงอซึ่งเป็นการเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความสัมพันธ์ระหว่างภาระในแนวระนาบกับพารามิเตอร์ต่างๆ เช่น ระยะเคลื่อนที่นอกแนวระนาบ ระยะยุบตัว หรือผลต่างความเครียดที่ผิวทั้งสองหน้าแล้วนำผลที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีเชิงตัวเลขเพื่อการสอบทวนความถูกต้องของเทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลขแบบต่างๆ นอกเหนือจากงานวิจัยที่ศึกษาจากพฤติกรรมการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางแล้วยังมีการนำเสนอวิธีความสัมพันธ์ของการสันตะเทือนมาใช้หาค่าภาระการโค้งงอ จากงานวิจัยที่ทดลองภายใต้ภาระกดเพียงอย่างเดียวโดยพบว่าความสัมพันธ์ของกำลังสองของค่าความถี่ธรรมชาติและค่าภาระในแนวระนาบไม่เป็นเส้นตรงทำให้การประมาณค่าภาระการโค้งงอทำได้ลำบากหรือทำไม่ได้เลย ฉะนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงศึกษาพฤติกรรมการสันตะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางภายใต้ภาระดึงและกดในแนวระนาบ และหาค่าภาระการโค้งงอจากวิธีความสัมพันธ์ของการสันตะเทือน โดยใช้ข้อมูลการสันตะเทือนของชิ้นงานทดสอบที่รับภาระดึง การศึกษานี้ยังเปรียบเทียบค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากการทดลองด้วยวิธีดังกล่าวกับค่าที่คำนวณได้จากระเบียบวิธีวิธีเพื่อหาความแม่นยำของเทคนิควิธีการที่นำเสนอ

ความสัมพันธ์ระหว่างการสันตะเทือนกับเสถียรภาพของโครงสร้างที่ใช้ในการหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้สามารถหาได้โดยพิสูจน์จากสมการครอบคลุมของปัญหาการสันตะเทือนและปัญหาการโค้งงอ ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับค่าภาระในแนวระนาบซึ่งมีลักษณะเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น ความสัมพันธ์ที่พิสูจน์ได้สามารถนำมาใช้ในการหาค่าภาระการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นบางได้โดยพิจารณาจากค่าภาระในแนวระนาบที่กระทำกับโครงสร้างแผ่นบางแล้วทำให้โครงสร้างนั้นมีความถี่ธรรมชาติเท่ากับศูนย์

การทดลองหาค่าภาระการโค้งงอโดยใช้วิธีความสัมพันธ์ของการสันตะเทือนที่ทำในวิทยานิพนธ์นี้ใช้ข้อมูลที่สำคัญคือ ค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางที่รับภาระขนาดต่างๆ โดยนำมาพล็อตกราฟระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระแล้วประมาณค่าภาระ

กตที่ทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างแผ่นบางเท่ากับศูนย์ ซึ่งค่าภาะนั้นจะเป็นค่าภาะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบาง ในการทดลองของศึกษานี้ใช้โครงสร้างแผ่นบางที่มีเงื่อนไขขอบเขต 3 แบบคือแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้าน (CCCC) แบบยึดแน่นสามด้านปลายอิสระหนึ่งด้าน (CCCF) และแบบยึดแน่นสองด้านปลายอิสระสองด้าน (CFCF) แล้วให้ภาะในแนวระนาบทั้งภาะตั้งและกตขนาดต่างๆ และหาค่าความถี่ธรรมชาติของแผ่นทดลองขณะที่รับภาะขนาดต่างๆ นำค่าที่ได้มาพล็อตกราฟแล้วประมาณค่าภาะการโก่งงอ จากนั้นนำค่าภาะการโก่งงอที่ได้จากการทดลองมาเปรียบเทียบกับค่าภาะการโก่งงอที่คำนวณได้จากวิธีเชิงตัวเลขและวิธีระยะเคลื่อนที่นอกกระนาบ เพื่อสรุปผลความแม่นยำของวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือน ในการหาค่าภาะการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางแผ่นทดลองที่ใช้ในการทดลองเป็นแผ่นโลหะจากวัสดุสองชนิดได้แก่ แผ่นสแตนเลส AISI 304 และ แผ่นอลูมิเนียม 6061-T6 ในแต่ละชนิดมีขนาดสัดส่วน 3 ขนาดคือ 1.5 1 และ 0.75 และมีความหนาสองความหนา ดังนั้นในการศึกษานี้จะทำการทดลองทั้งหมด 36 ชิ้นงาน

ชุดทดลองที่ใช้ในวิทยานิพนธ์เป็นชุดทดลองที่ออกแบบและสร้างขึ้นสำหรับการทดลองนี้ โดยเฉพาะ ชุดทดลองสามารถให้ภาะในแนวระนาบแก่แผ่นทดลองได้ทั้งภาะตั้งและภาะกต และสามารถปรับเปลี่ยนเงื่อนไขขอบเขตให้เหมาะสมกับแผ่นทดลองได้สามแบบตามที่กล่าวมาแล้ว ชุดทดลองนี้ใช้หัวกตไฮดรอลิกเป็นอุปกรณ์ให้ภาะแก่แผ่นทดลองโดยชุดทดลองสามารถปรับเปลี่ยนภาะที่ส่งมาให้เป็นภาะตั้งหรือภาะกต และชุดจับยึดแผ่นทดลองสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามขนาดของแผ่นทดลอง ส่วนการวัดค่าความถี่ธรรมชาติทำโดยเคาะที่แผ่นทดลอง จากนั้นสัญญาณการเคาะจากค้อนและผลตอบสนองของการสั่นสะเทือนของตัววัดความเร่งที่ติดอยู่กับแผ่นทดลองจะถูกส่งไปยังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณพลวัตแล้วผลวิเคราะห์จะถูกแสดงบนหน้าจอ ส่วนสัญญาณจากมาตรวัดภาะจะเข้า sensor interface ซึ่งแสดงผลบนหน้าจอคอมพิวเตอร์

จากผลการทดลองพบว่าการหาค่าภาะการโก่งงอจากวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนให้ผลการทดลองที่ดีมีค่าความคลาดเคลื่อนไม่สูง โดยค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของแผ่นทดลองสแตนเลสและอลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC มีค่าเท่ากับ $11.41 \pm 6.23\%$ และ $1.24 \pm 4.44\%$ ตามลำดับ สำหรับกรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบCCCF มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของแผ่นทดลองสแตนเลสมีค่าเท่ากับ $0.40 \pm 5.95\%$ และของแผ่นทดลองอลูมิเนียม

มีค่าเท่ากับ $-1.14 \pm 6.30\%$ และค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของชิ้นงานที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF ของแผ่นทดลองสแตนเลสมีค่าเท่ากับ $0.45 \pm 3.76\%$ และแผ่นทดลองอลูมิเนียมมีค่าเท่ากับ $-1.73 \pm 3.38\%$ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากความไม่สมบูรณ์ของชิ้นงานและเงื่อนไขขอบเขตในการจับยึดโดยเฉพาะในการทดลองของแผ่นสแตนเลสภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านที่มีค่าความคลาดเคลื่อนสูงที่สุด ความไม่สมบูรณ์ของเงื่อนไขขอบเขตมาจากการจับยึดแบบแน่นที่ไม่เป็นไปตามอุดมคติ ซึ่งตามอุดมคตินั้นการจับยึดแบบแน่นจะต้องไม่เกิดการหมุนของชุดจับยึดด้านข้าง แต่ในการทดลองพบว่าการจับยึดแบบแน่นนั้นชุดจับยึดด้านข้างยังสามารถหมุนได้ นั้นแสดงว่าเงื่อนไขขอบเขตไม่เป็นไปตามอุดมคติจึงเป็นสาเหตุของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น และจากผลการทดลองที่พบว่ามีค่าเฉลี่ยของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนต่ำแต่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูง แสดงให้เห็นว่าการทดลองด้วยวิธีนี้มีการกระจายตัวของข้อมูลสูง ซึ่งการทดลองในบางครั้งอาจให้ความคลาดเคลื่อนที่สูงได้ เนื่องจากค่าที่นำมาพล็อตเป็นค่ายกกำลังสองของค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลอง ดังนั้นหากค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองเบี่ยงเบนไปจากค่าที่เป็นจริงเพียงเล็กน้อยก็จะทำให้จุดที่พล็อตลงบนกราฟผิดไปมากได้เพราะเป็นค่ายกกำลังสอง ค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลองก็จะผิดไปจากค่าที่ควรจะเป็นส่งผลให้ค่าการกระการโก่งงอเปลี่ยนไปด้วยการหาค่าการกระการโก่งงอจากความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนให้ผลที่ต่ำกว่าวิธีที่ศึกษาจากพฤติกรรมการโก่งงอ เนื่องจากวิธีการหาค่าการกระการโก่งงอด้วยวิธีพิจารณาพฤติกรรมการโก่งงอต้องลากเส้นตรงสัมผัสโค้งของกราฟพฤติกรรมการโก่งงอในช่วงก่อนและหลังการโก่งงอซึ่งเป็นสาเหตุของความคลาดเคลื่อน ส่วนวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนในการศึกษานี้หาค่าการกระการโก่งงอจากสมการเส้นตรงของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบในช่วงภาระตั้งซึ่งมีความแม่นยำมากกว่า ซึ่งจากการทดลองได้แสดงให้เห็นแล้วว่ากราฟความสัมพันธ์ที่ได้มีลักษณะเป็นเส้นตรงและสามารถหาค่าการกระการโก่งงอได้ อย่างไรก็ตามค่าการกระการโก่งงอที่ได้จากเทคนิคนี้จะมีความเบี่ยงเบนสูง ดังนั้นการทดลองหาค่าการกระการโก่งงอจากความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนควรทำการทดลองซ้ำหลายๆ ครั้งเพื่อลดความเบี่ยงเบนที่เกิดขึ้นและได้ผลการทดลองที่แม่นยำ

งานวิจัยที่น่าจะทำต่อจากวิทยานิพนธ์นี้อาจรวมถึงการศึกษาความแม่นยำของการหาค่าการกระการโก่งงอจากวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือน และเทคนิคการทดลองเพื่อลดความเบี่ยงเบนของผลการทดลอง งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทดลองหาค่าการกระการโก่งงอของโครงสร้างอื่นนอกเหนือจากโครงแผ่นบางด้วยวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนก็เป็นหัวข้อที่น่าทำการศึกษา

ต่อ ทั้งนี้รวมถึงการนำวิธีความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนไปใช้กับชิ้นงานที่มีความซับซ้อน เช่น ชิ้นงานที่มีรูเจาะ ชิ้นงานที่มีความหนาไม่สม่ำเสมอ หรือมีรูปร่างแปลกๆ งานวิจัยที่น่าสนใจอีก หัวข้อหนึ่งคือการหากระบวนการทดลองโดยใช้เทคนิคการสั่นสะเทือนเพื่อให้ได้วิธีการบ่งชี้โหมด การโก่งงอที่แม่นยำ โดยเฉพาะเมื่อใช้เทคนิคนี้กับโครงสร้างที่มีความซับซ้อนและมีการโก่งงอใน โหมดสูงๆ นอกจากเทคนิคความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนแล้วการศึกษาพฤติกรรมการ สั่นสะเทือนของโครงสร้างแผ่นบางที่รับภาระกดก็เป็นอีกหัวข้อหนึ่งที่น่าสนใจ จากผลการทดลอง ในวิทยานิพนธ์นี้พบว่าความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติกำลังสองและภาระในแนวระนาบไม่เป็น เส้นตรงเมื่อชิ้นงานรับภาระกด ซึ่งขัดแย้งกับทฤษฎีที่แสดงไว้ก่อนหน้านี้ การศึกษาเพิ่มเติมจะทำให้สามารถอธิบายถึงปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นได้ดีขึ้น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

- [1] Chai, G.B., Banks, M.W., and Rhodes, J. An experiment study on laminated panels in compression. Composite Structure 19 (1991) : 67-68.
- [2]. Tuttle, M., Singhatanadgid, P., and Hinds, G. Buckling of composite panels subjected to biaxial loading. Experiment Mechanics 39 (1999) : 191-201.
- [3] ชวนันท์ สุภาคคี. การเปรียบเทียบค่าการโก่งงอของแผ่นบางโดยวิธีทดลอง. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต. สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.
- [4] Lurie, H. and Monica, S. Lateral vibration as related to structural stability. Journal of Applied Mechanics (June 1952) : 195-204.
- [5] Segall, A., and Springer, G.S. A Dynamic method for measuring the critical loads of elastic flat plates. Experimental Mechanics 26 (December 1986) : 354-359.
- [6] Gorman, D.J. Free vibration analysis of rectangular Plates. The United States of America : Elsevier, 1982.
- [7] Ding, Z. Natural frequencies of rectangular plates using a set of static beam functions in Rayleigh-Ritz method. Journal of Sound and Vibration (1996) : 81-87.
- [8] Turvey, G.J., Mulcahy, N., and Widden, M.B. Experiment and computed natural frequencies of square pultruded GRP plates : effect of anisotropy hole size ratio and edge support conditions. Composite Structures 50 (2000) : 391-403.
- [9] Avitabile, P. Experimental modal analysis [Online]. (n.d.). Available from: <http://macl.caeds.eng.uml.edu/macl-pa/pete1.html> [2008, January 10]
- [10] Iyengar, N.G.R. Structural stability of columns and plates. West Sussex : Ellis Horwood, 1988.
- [11] Thimoshenko, S., and Woinowski-krieger, W. Theory of plates and shells. 2nd ed. New York : McGraw-Hill, 1959.

- [12] Maheri, M.R., and Adams, R.D. Modal vibration damping of anisotropic FRP laminates using the Rayleigh-Ritz energy minimization scheme. Journal of Sound and Vibration (2003) : 17-29.



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

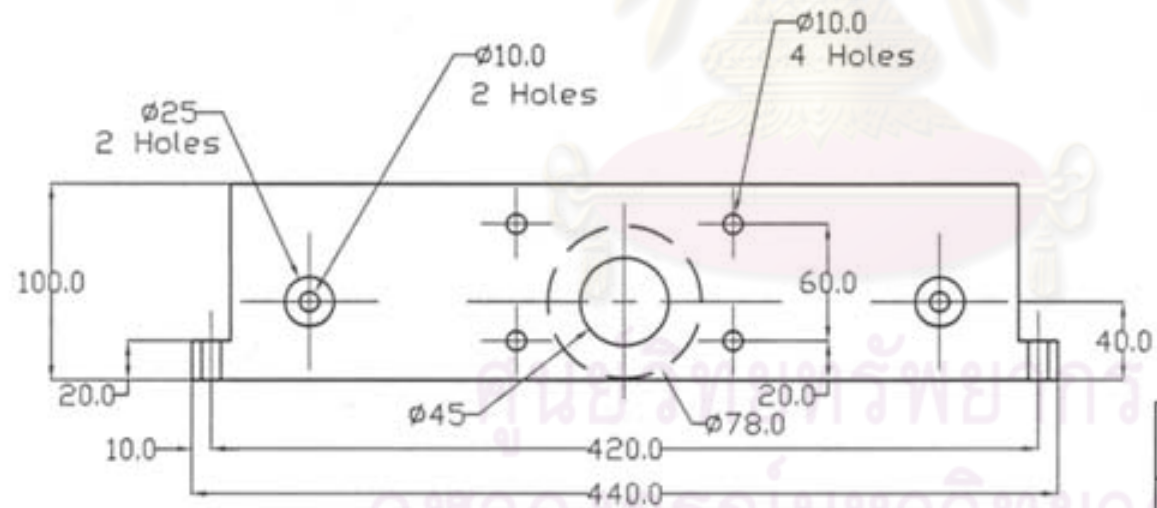
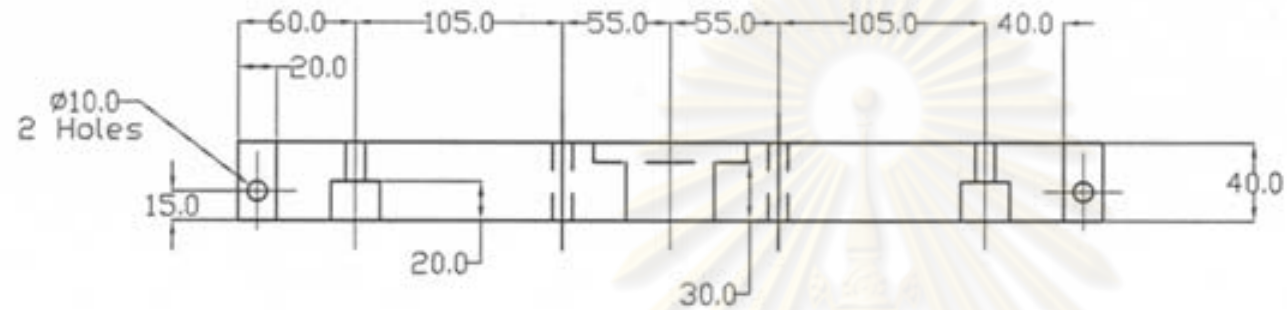


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก แบบและรายละเอียดของชุดทดลอง

No.	Name	Material	Qty
1	Left column support	Al Alloy	1
2	Right column support	Al Alloy	1
3	Tension crosshead	Al Alloy	1
4	Left crosshead	Al Alloy	1
5	Right crosshead	Al Alloy	1
6	Main shaft	Stainless steel	2
7	Tension bar	Stainless steel	2
8	Support housing part 1	Al Alloy	4
9	Support housing part 2	Al Alloy	4
10	Block	Al Alloy	2
11	Loaded support	Stainless steel	2
12-1	300 mm. upper side support	Stainless steel	2
12-2	200 mm. upper side support	Stainless steel	2
12-3	150 mm. upper side support	Stainless steel	2
13-1	300 mm. lower side support	Stainless steel	2
13-2	200 mm. lower side support	Stainless steel	2
13-3	150 mm. lower side support	Stainless steel	2
14	Base	C-Beam	1
15	Ram support	Steel	1

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

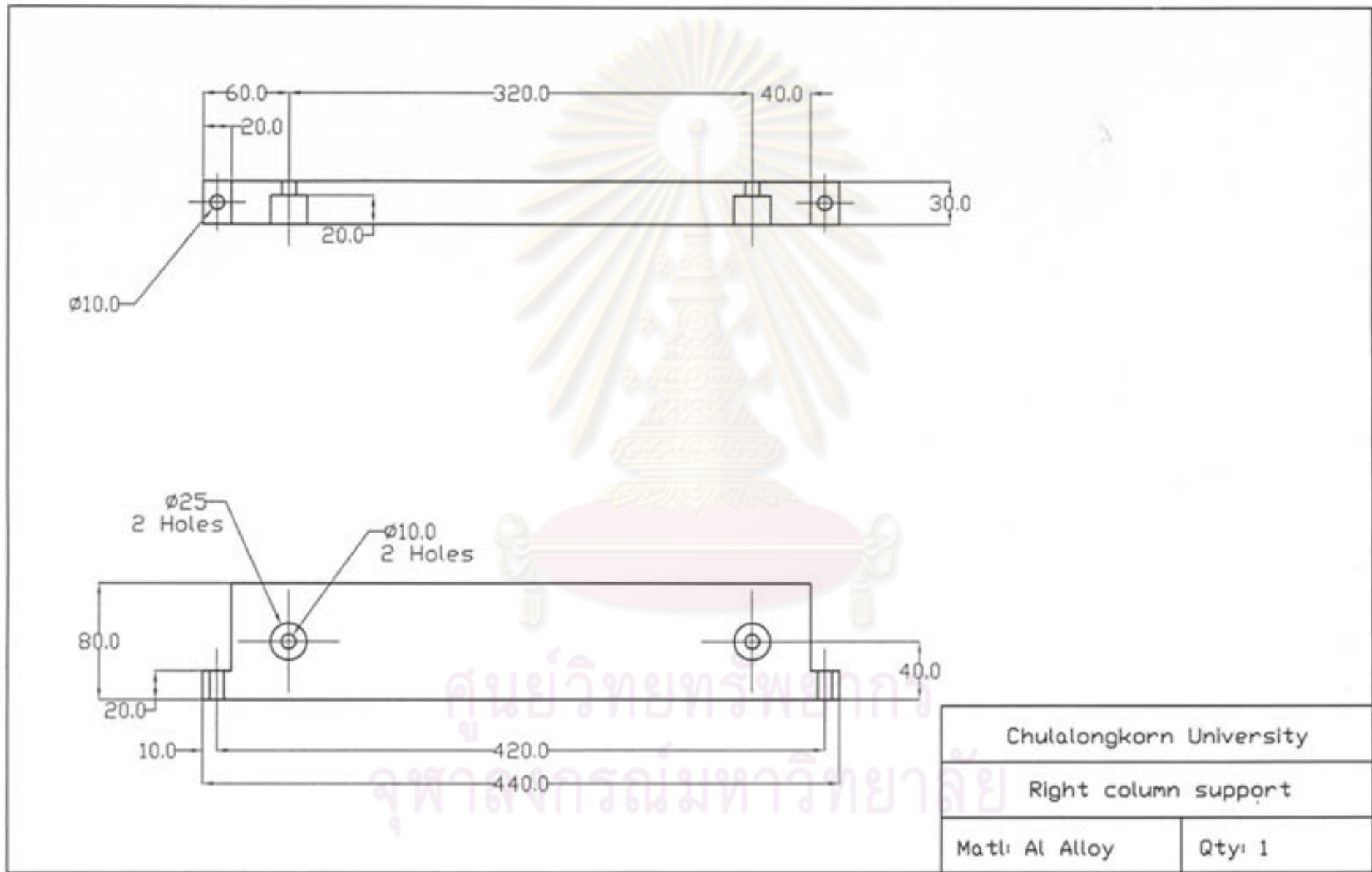


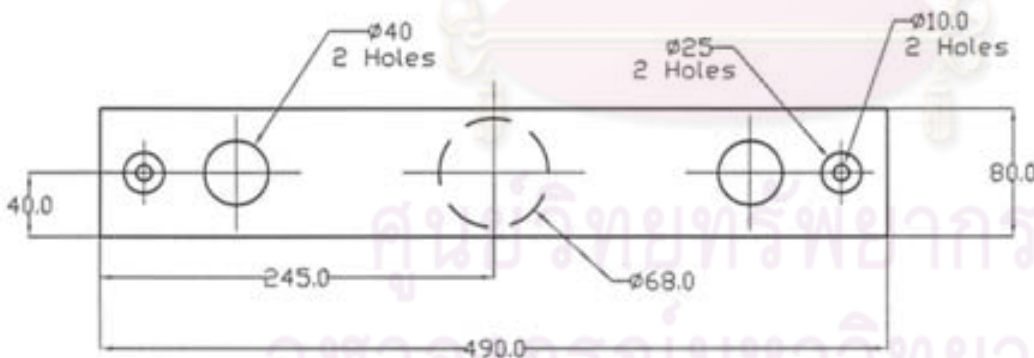
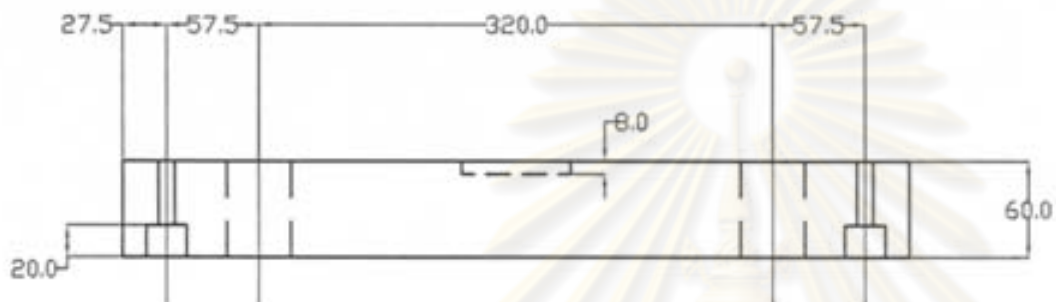
Chulalongkorn University

Left column support

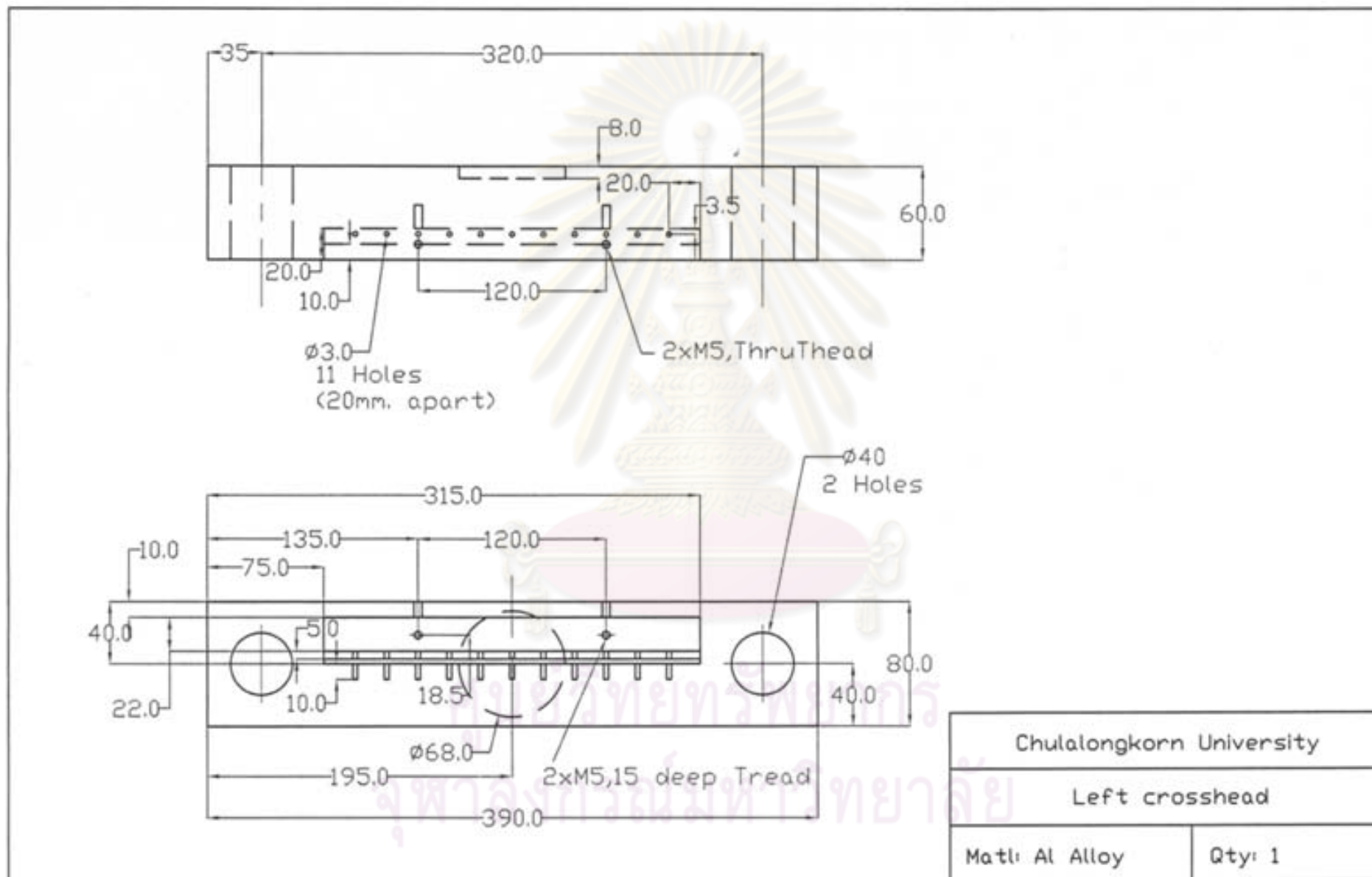
Matl: Al Alloy

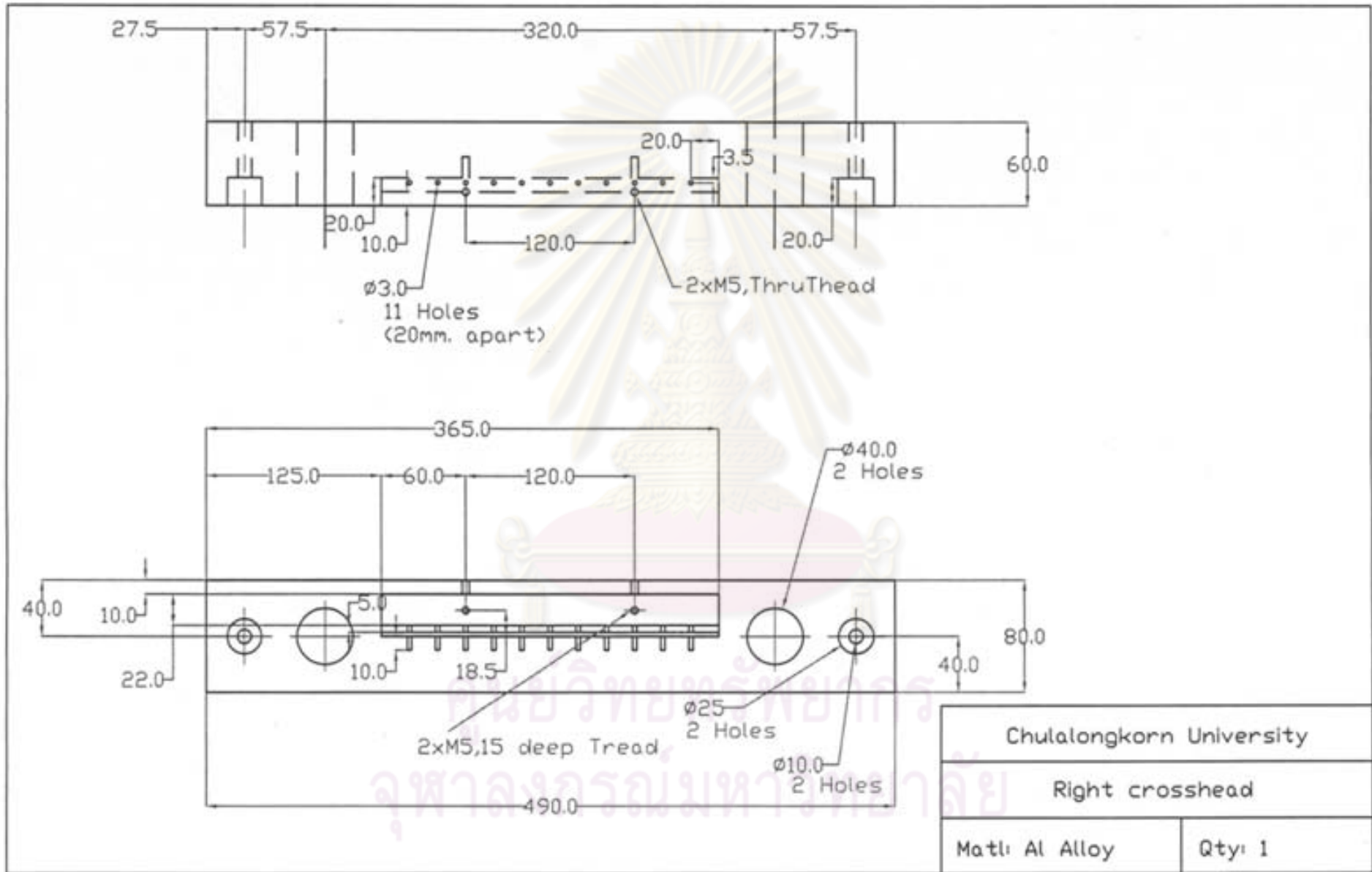
Qty: 1

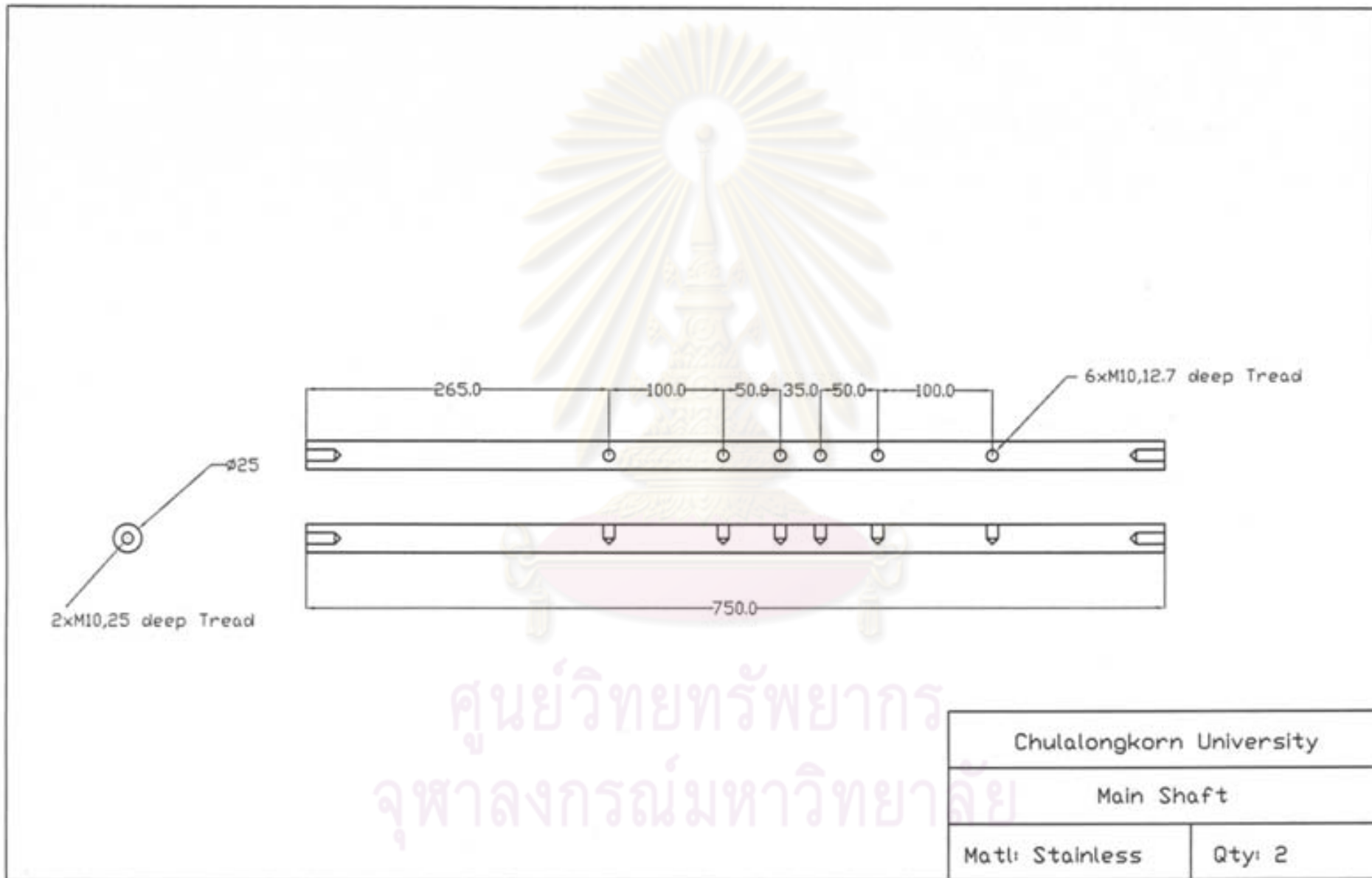




Chulalongkorn University	
Tension crosshead	
Matl: Al Alloy	Qty: 1

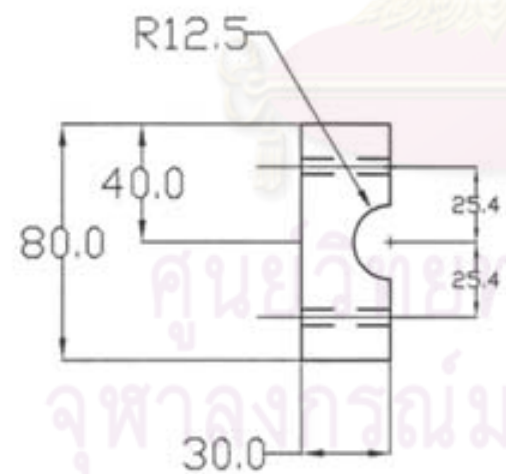
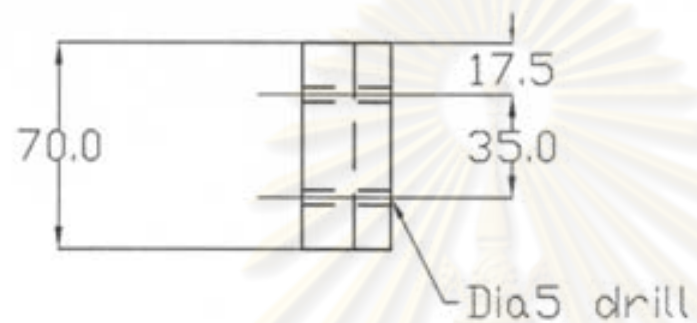






ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



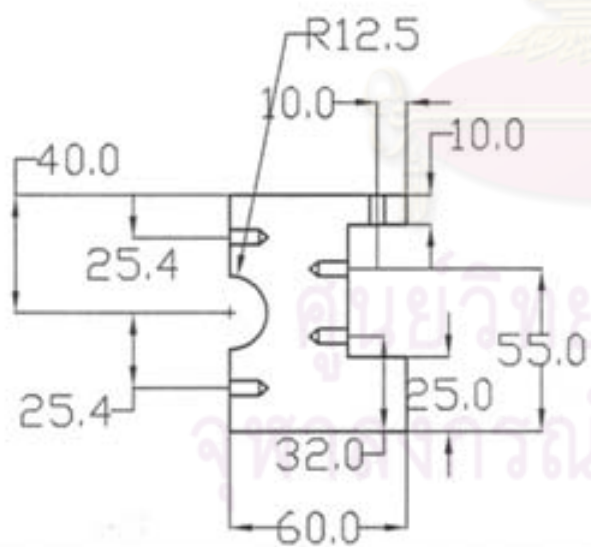
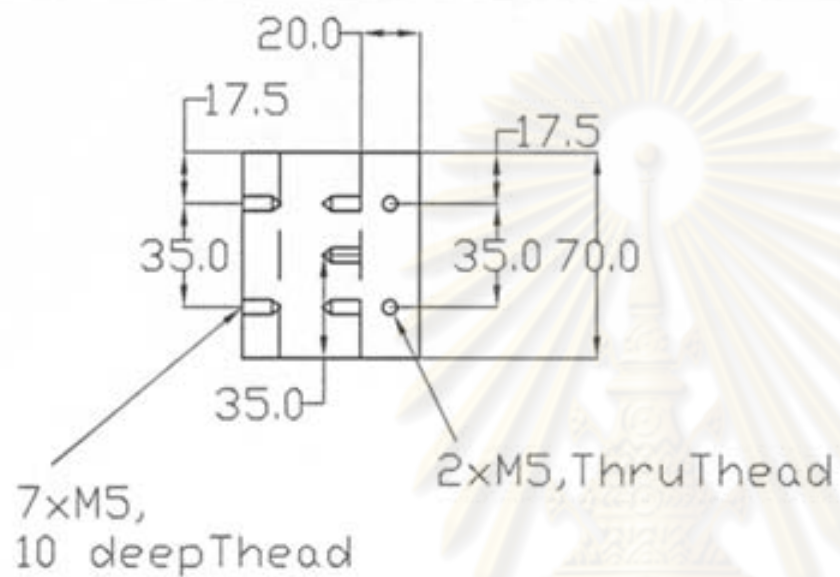


Chulalongkorn University

Support housing part 1

Matl: Al Alloy

Qty: 4

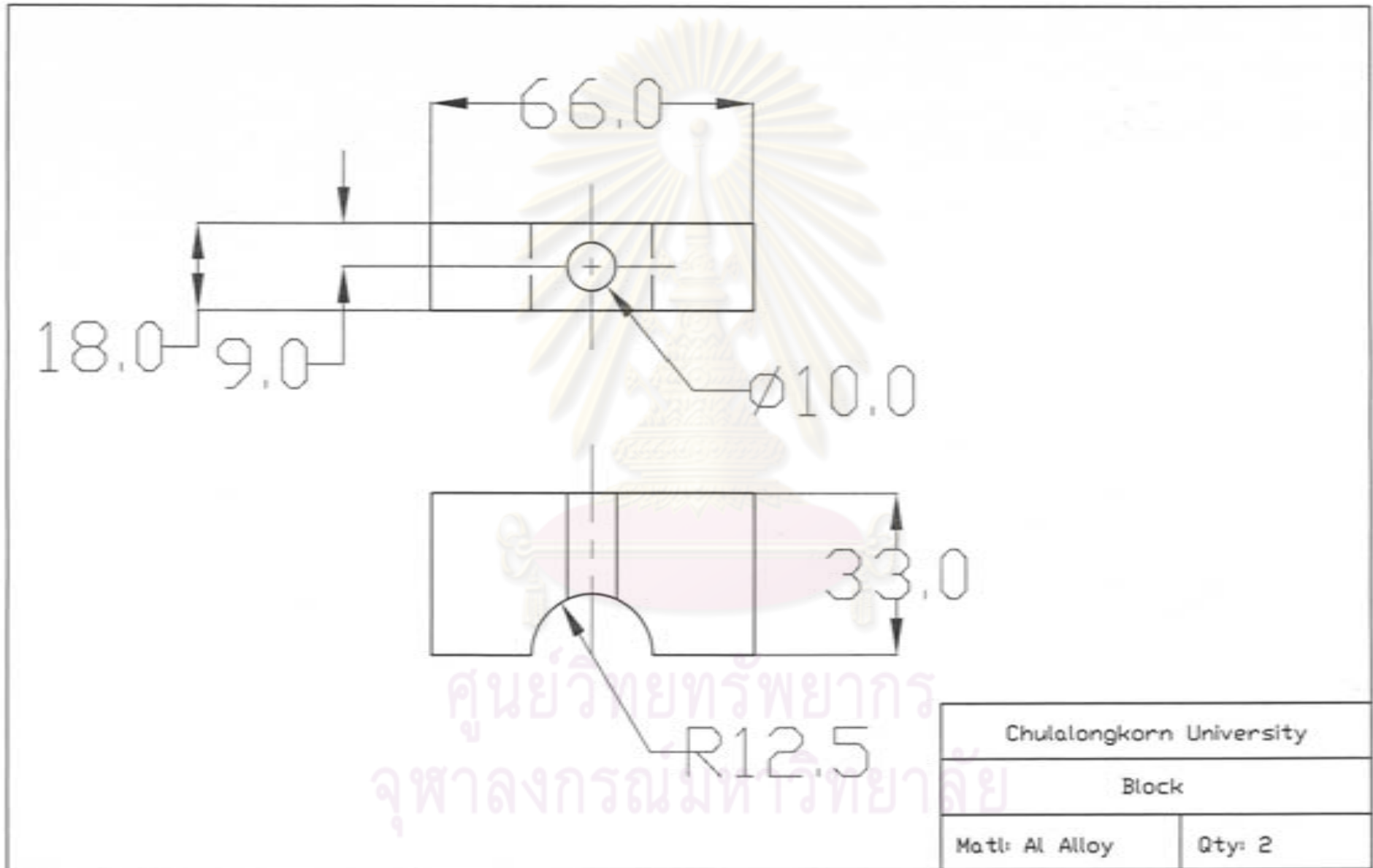


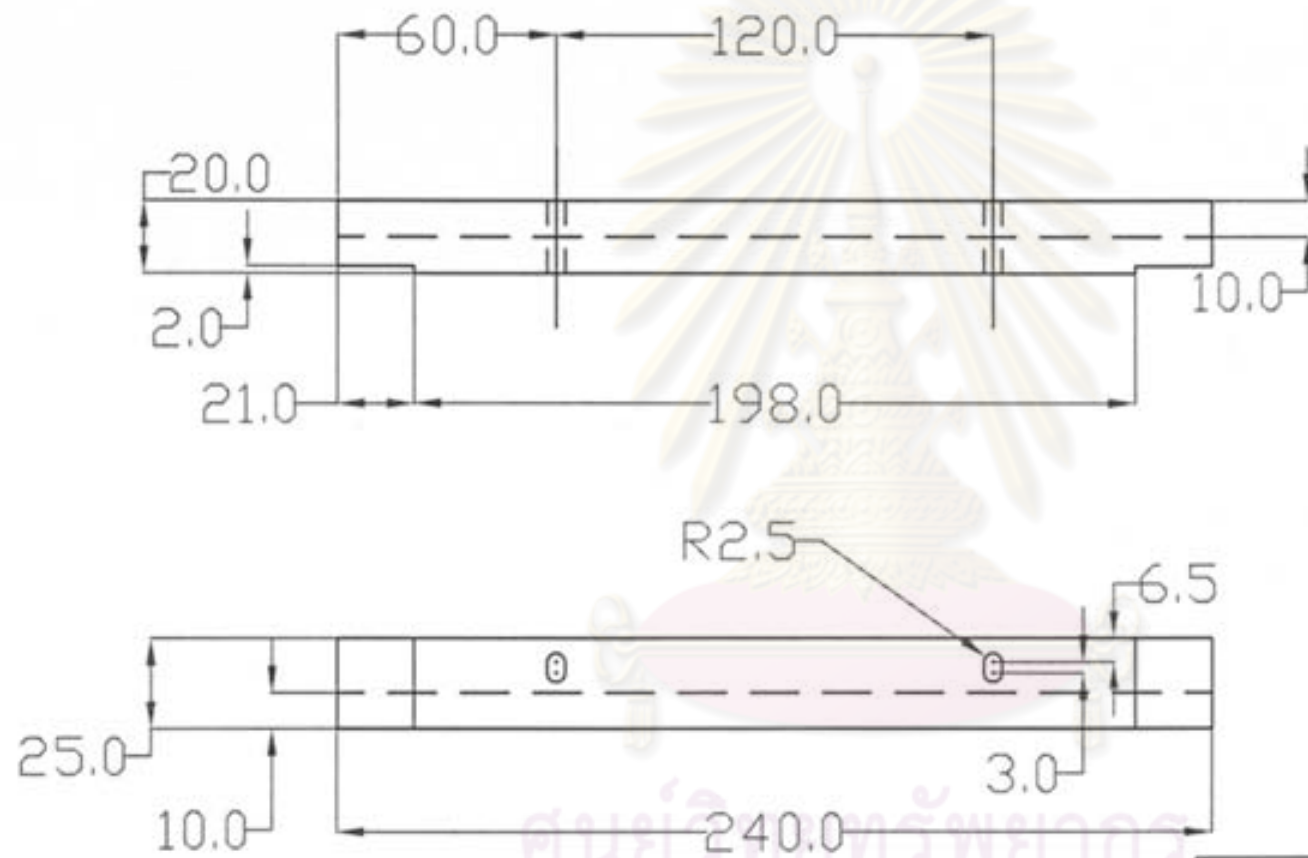
Chulalongkorn University

Support housing part 2

Matl: Al Alloy

Qty: 4



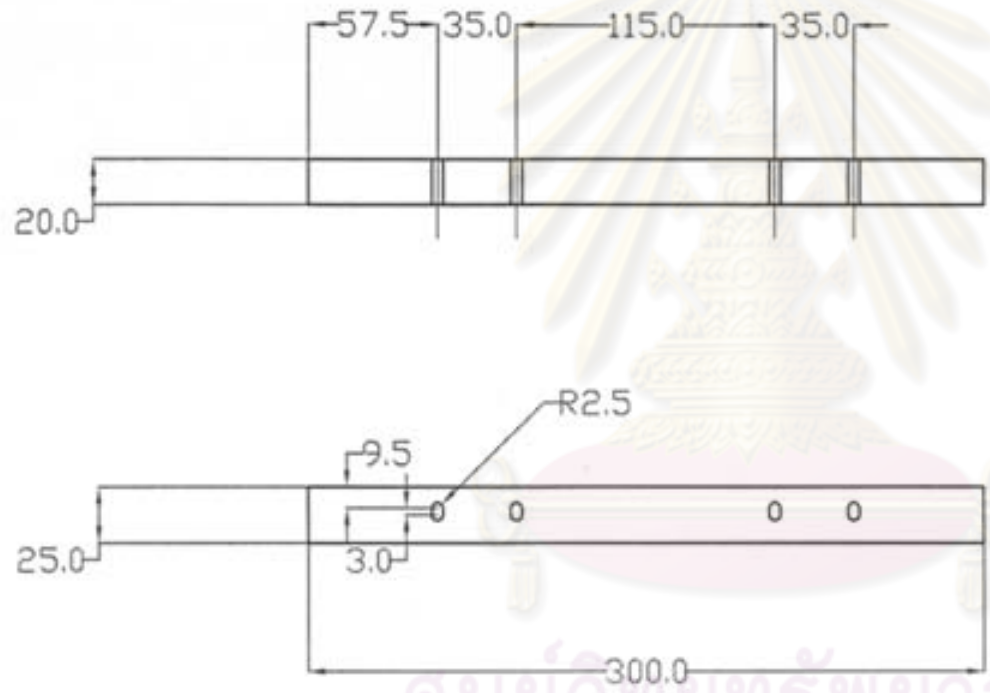


Chulalongkorn University

Loaded support

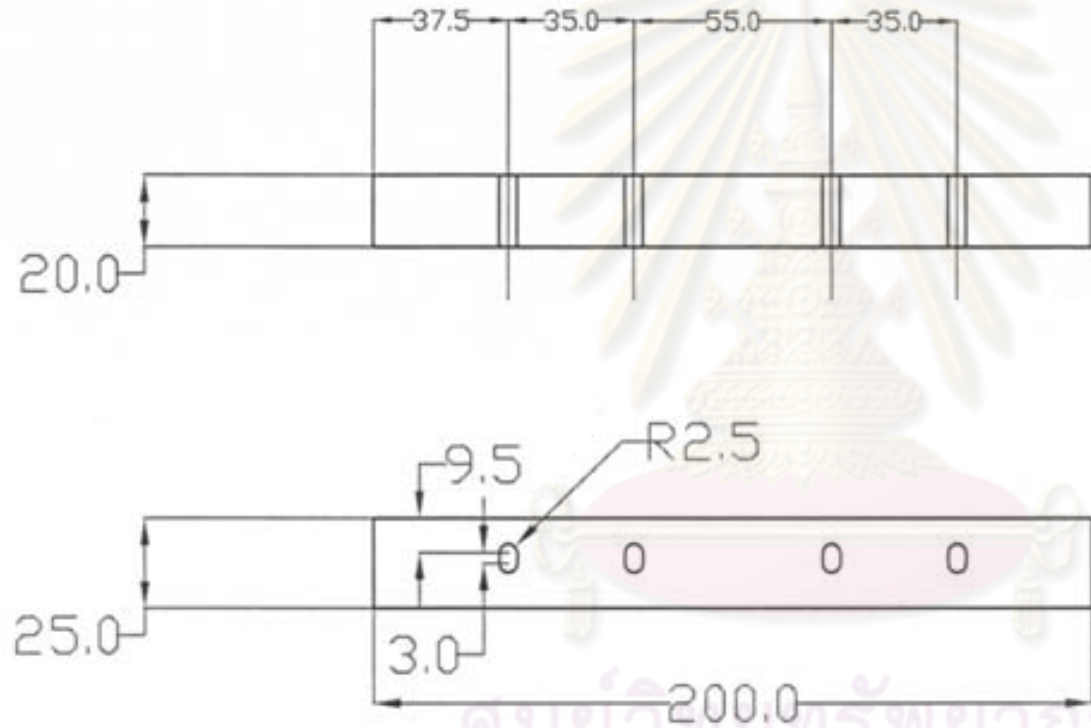
Matl: Stainless

Qty: 2

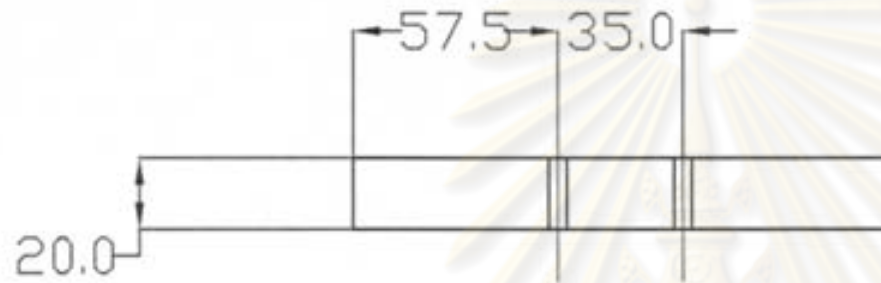


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

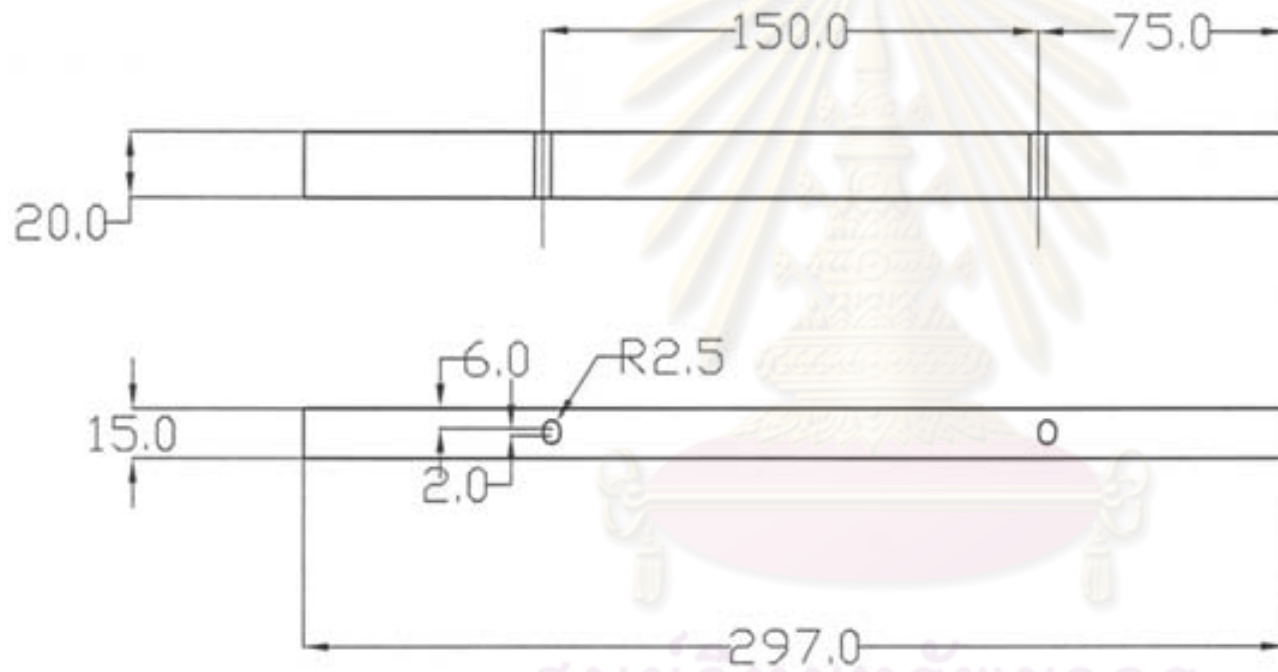
Chulalongkorn University	
300 mm. Upperside support	
Matl: Stainless	Qty: 2



Chulalongkorn University	
200 mm. Upperside support	
Matl: Stainless	Qty: 2

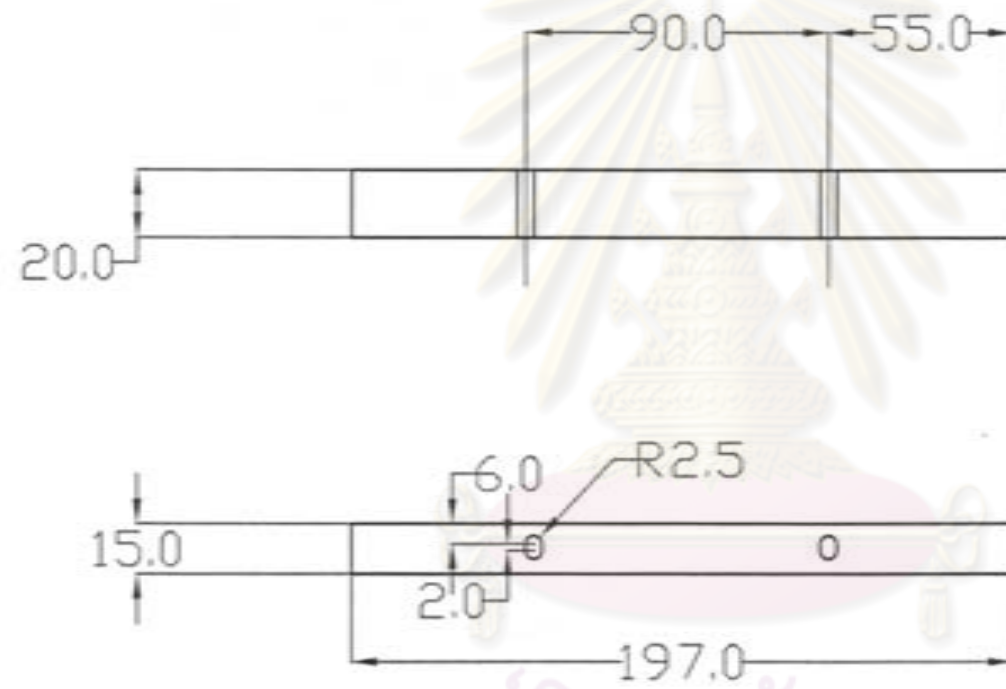


Chulalongkorn University	
150 mm. Upperside support	
Matl: Stainless	Qty: 2



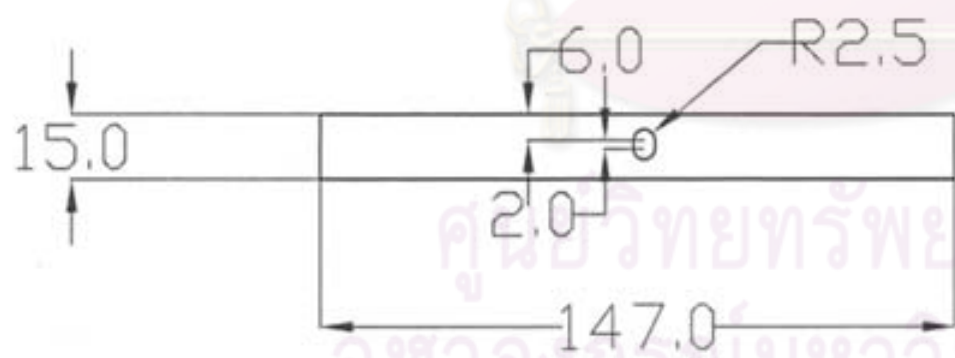
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Chulalongkorn University	
300 mm. Lowerside support	
Matl: Stainless	Qty: 2

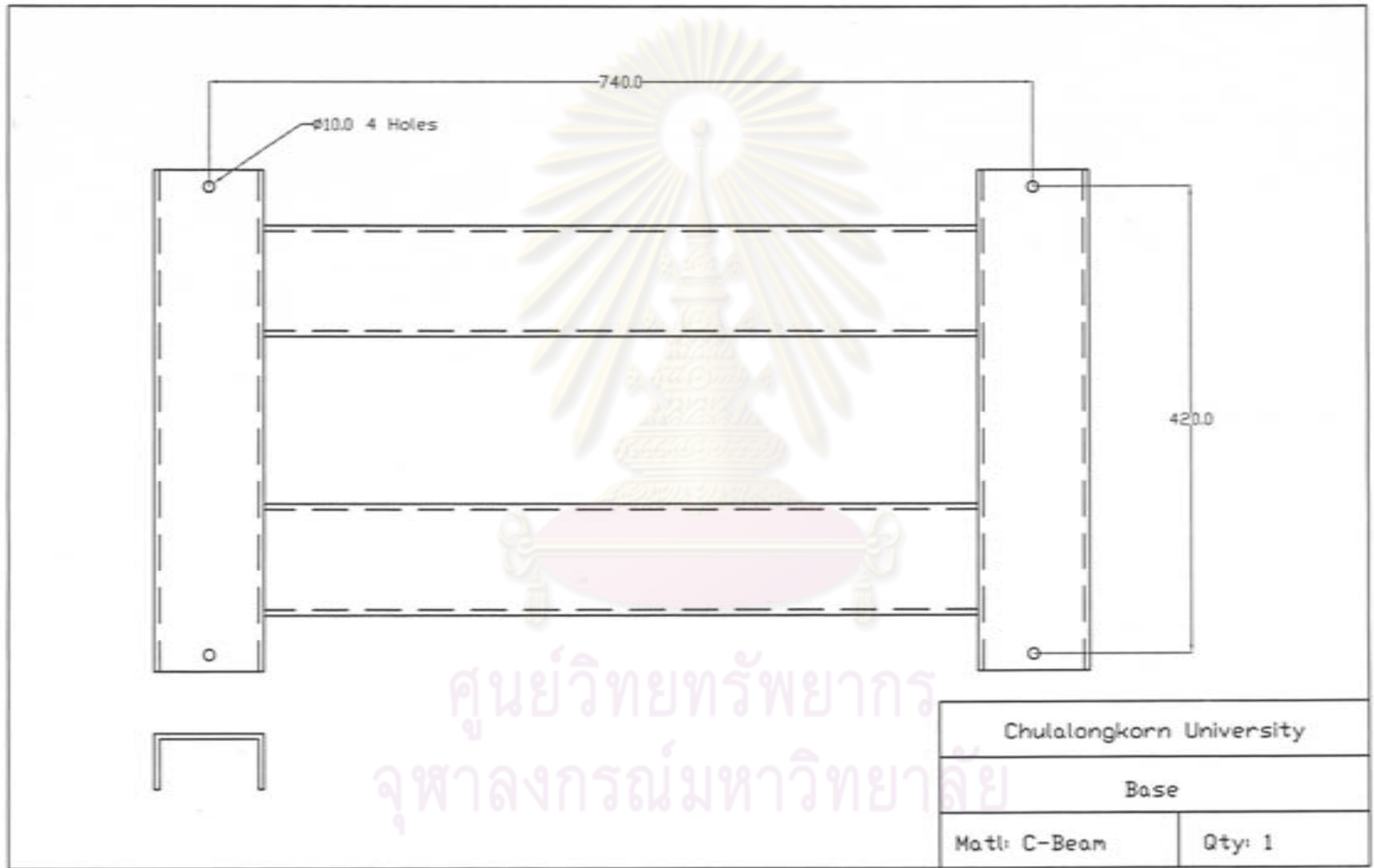


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

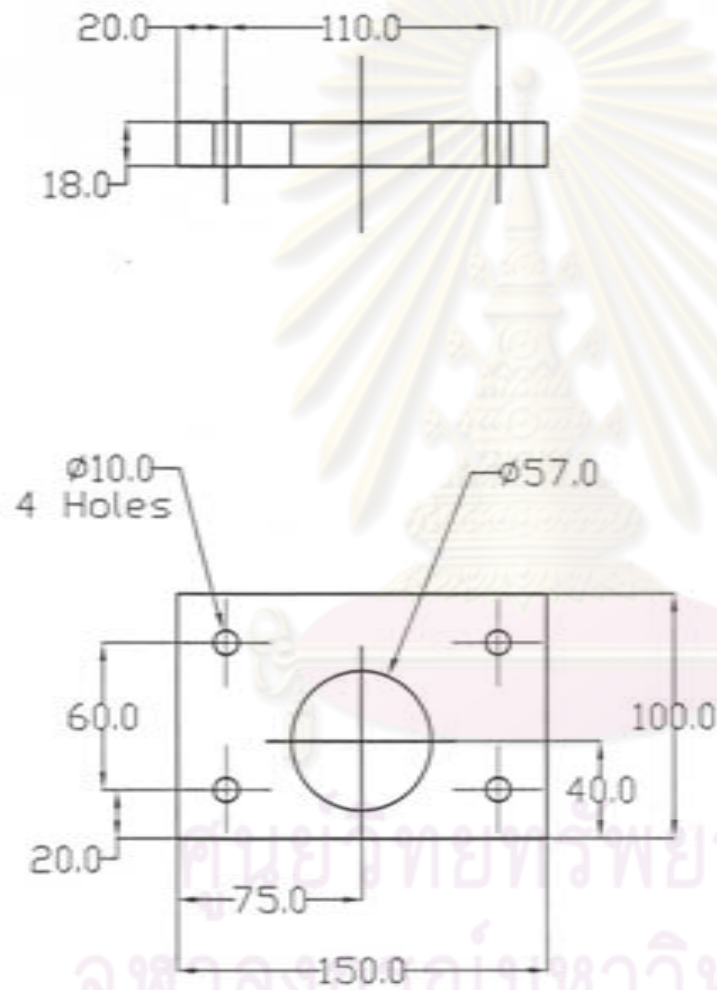
Chulalongkorn University	
200 nm. Lowerside support	
Matl: Stainless	Qty: 2



Chulalongkorn University	
150 mm. Lowerside support	
Matl: Stainless	Qty: 2



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Chulalongkorn University

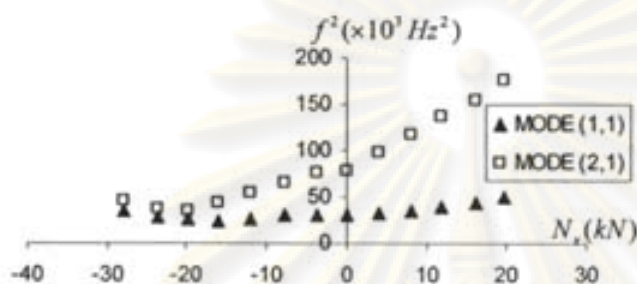
Ran Support

Matl: Steel

Qty: 1

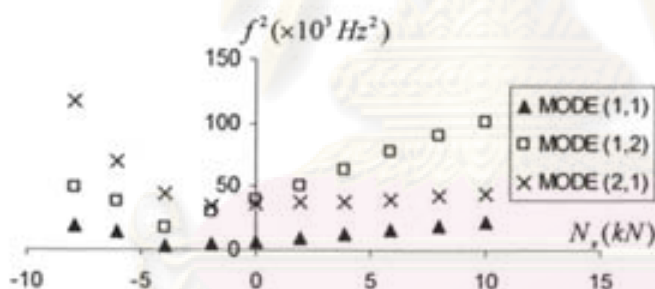
ภาคผนวก ข กราฟค่าความถี่ธรรมชาติกำลังสองกับภาระในแนวระนาบ
แผ่นทดลองหมายเลข 1

CCCC



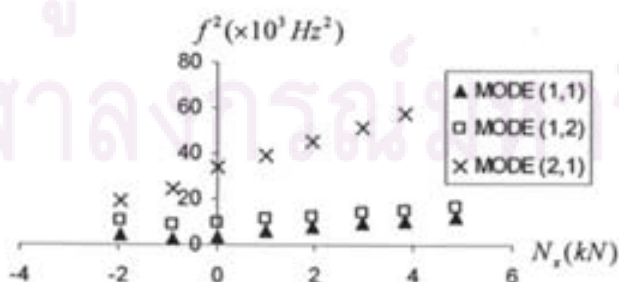
ภาระ (kN)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)	
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)
-28035	185	212
-23737	166	191
-19839	164	189
-15991	152	210
-11943	161	232
-7845	173	254
-3748	176	275
0	172	280
3947	182	313
7995	189	344
11993	199	369
16041	211	394
19789	222	419

CCCF



ภาระ (kN)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-7895	140	342	221
-6045	117	263	193
-3947	61	209	130
-1948	64	188	171
0	82	190	198
1899	97	193	225
3897	111	195	251
5895	125	199	277
7895	138	206	300
9894	147	212	318

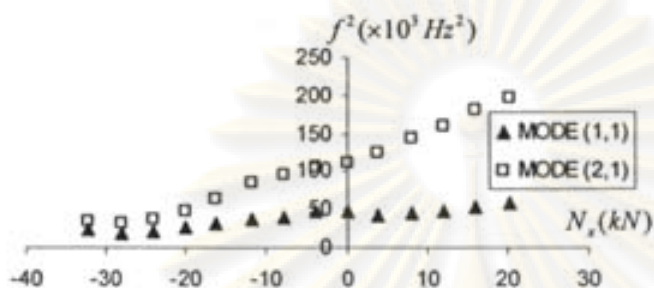
CFCF



ภาระ (kN)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-1948	65	503	138
-899	54	93	157
0	61	96	183
999	77	105	198
1948	88	111	213
2948	97	117	226
3847	104	122	239
4847	110	127	254

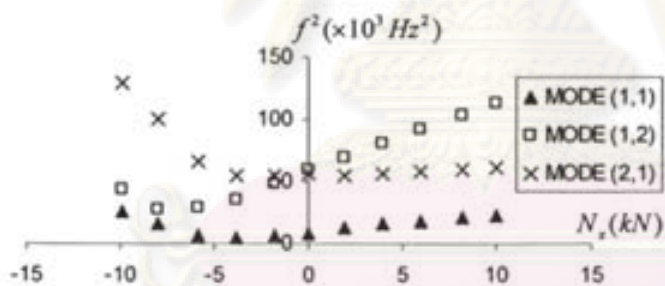
แผ่นทดลองหมายเลข 2

CCCC



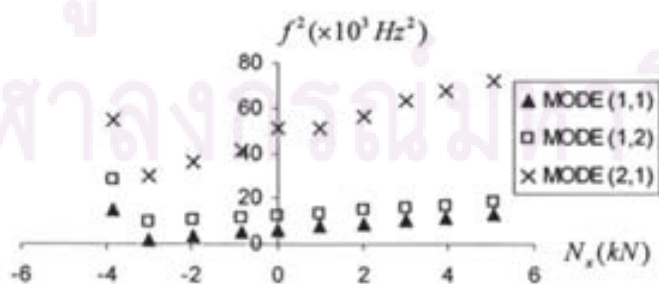
ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)	
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)
-32183	158	185
-28135	134	179
-24037	147	190
-20139	166	220
-16241	180	253
-11943	194	292
-7945	200	311
-3947	217	325
0	220	334
3898	208	355
8045	215	379
11993	221	400
16041	232	424
20189	240	445

CCCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-9944	161	208	359
-7995	129	166	315
-5898	77	171	256
-3798	68	188	235
-1849	78	220	234
0	93	245	237
1899	113	264	234
3947	124	283	237
5996	134	302	240
8145	144	321	244
10044	152	337	247

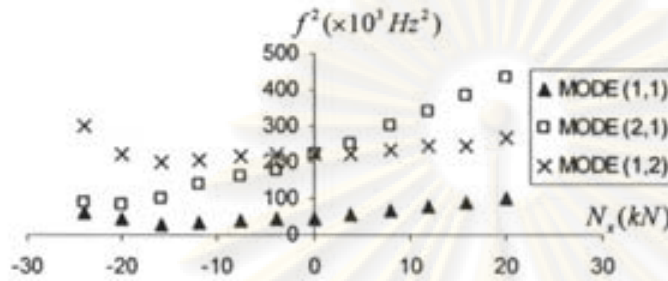
CFCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-3847	123	167	234
-2998	43	100	173
-1948	58	101	189
-849	70	108	204
0	77	112	226
999	88	115	226
1998	95	121	238
2998	101	125	251
3947	108	130	260
5047	116	135	268

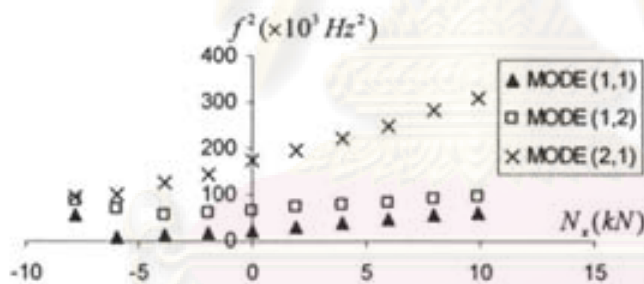
แผนทดลองหมายเลข 3

CCCC



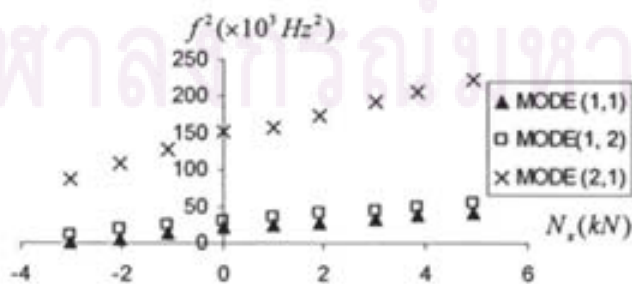
ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)	โหมด (1,2)
-24037	248	547	301
-19939	211	472	288
-15891	169	448	319
-11843	179	454	371
-7646	196	467	403
-3897	205	470	423
0	209	474	474
3748	238	472	502
7895	261	483	546
11943	278	493	582
15941	295	497	621
19989	313	515	659

CCCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-7845	234	295	310
-5946	93	260	313
-3647	110	240	353
-1948	134	249	379
0	152	257	418
1899	180	268	440
3647	202	280	470
5940	219	289	496
7995	235	299	532
9894	250	309	556

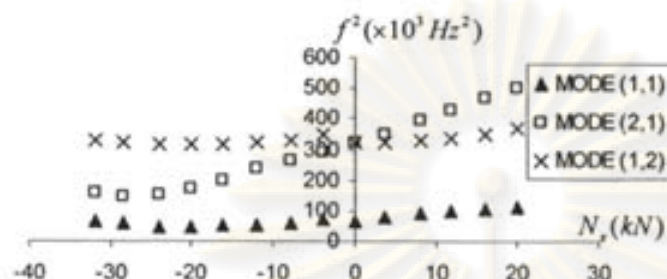
CFCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-2998	36	109	296
-2048	82	125	328
-1099	115	154	357
0	144	172	391
999	153	190	398
1899	168	200	417
2998	182	209	439
3647	192	220	455
4947	204	235	473

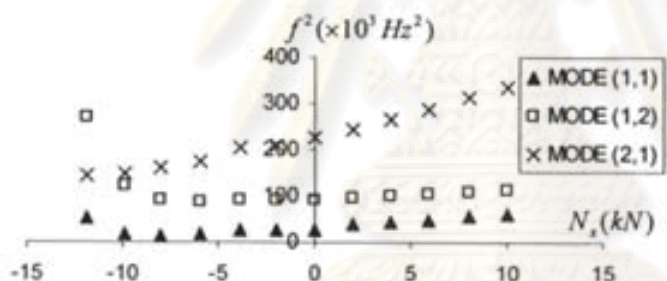
แผ่นทดลองหมายเลข 4

CCCC



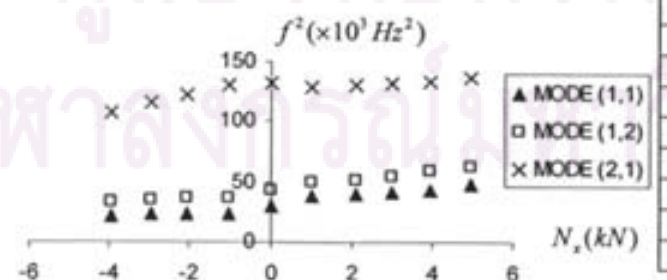
ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)	โหมด (1,2)
-31983	253	574	400
-28335	240	568	383
-24037	222	561	368
-20038	216	560	414
-16091	223	562	447
-12042	236	567	484
-7895	246	573	512
-3947	266	591	540
0	262	568	568
3698	285	571	591
8045	300	575	627
11543	313	580	653
16091	326	593	682
19839	339	607	706

CCCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-11893	229	520	381
-9894	129	349	382
-7995	116	301	401
-5897	132	297	417
-3847	155	301	453
-1948	163	302	459
0	165	305	475
1948	195	310	482
3997	209	316	517
5896	222	324	537
8045	235	332	560
9894	249	338	580

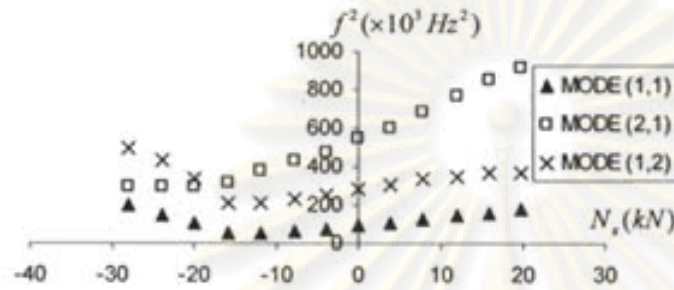
CFCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-2948	146	180	327
-2948	151	186	328
-2048	153	189	350
-999	154	191	360
0	170	209	364
999	183	221	359
2098	199	226	360
2998	204	232	363
3947	207	242	366
4947	218	249	370

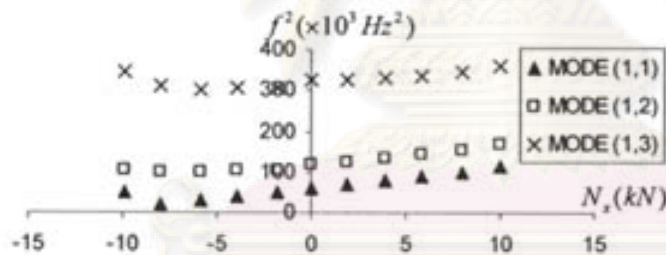
แผ่นทดลองหมายเลข 5

CCCC



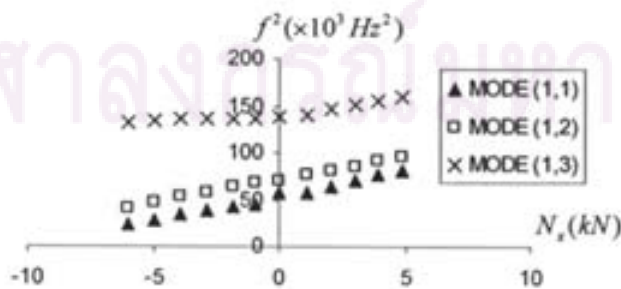
ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)	โหมด (1,2)
-28035	447	705	542
-22837	388	655	544
-19889	331	580	546
-15941	226	462	561
-11943	222	464	612
-7845	243	478	657
-3947	271	502	691
0	303	535	738
3796	323	550	774
7845	354	576	830
11993	379	593	879
15891	402	603	925
19789	424	609	958

CCCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (1,3)
-9944	218	322	589
-7945	133	315	556
-5896	179	311	550
-3897	194	321	555
-1799	227	324	555
0	243	344	569
1899	259	351	572
3947	278	365	575
5846	297	379	581
7946	317	393	589
9994	337	408	599

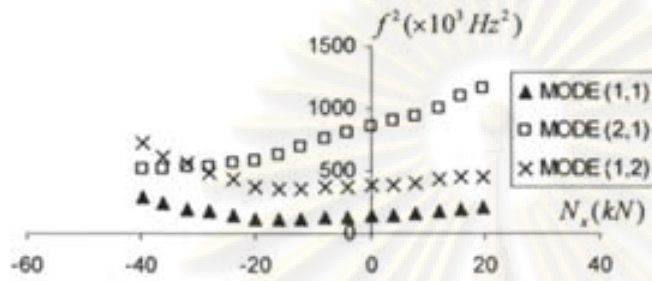
CFCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (1,3)
-5996	151	200	364
-4997	166	214	367
-3947	182	229	368
-2998	195	240	368
-1849	204	253	369
-999	212	259	369
0	238	264	371
1099	241	276	376
2098	253	285	382
3048	264	293	388
3947	276	302	395
4897	286	309	400

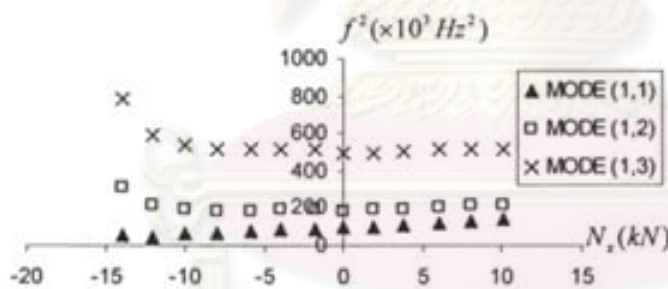
แผ่นทดลองหมายเลข 6

CCCC



ภาวะ (k)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)	โหมด (1,2)
-39872	545	848	717
-36081	489	786	718
-32033	445	754	725
-28035	414	701	731
-24037	376	664	748
-20038	340	606	763
-15841	327	589	790
-11943	334	590	828
-7895	355	608	868
-3897	367	609	900
0	376	626	926
3847	387	623	953
7945	408	638	966
11993	422	657	999
15991	439	666	1045
19789	459	675	1075

CCCF

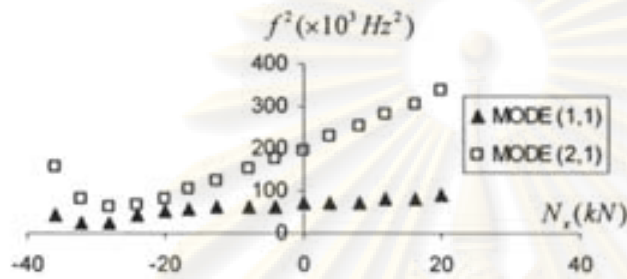


ภาวะ (k)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (1,3)
-13892	233	557	884
-11993	213	465	767
-9994	246	436	730
-7995	262	427	721
-5896	278	426	718
-3897	296	434	719
-1849	302	438	717
0	304	433	704
1798	316	436	706
3798	330	442	712
5996	346	451	716
7995	360	459	720
10044	373	467	722

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

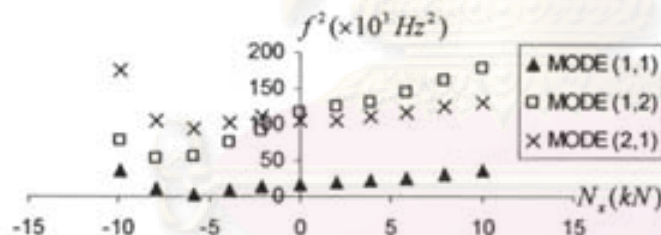
แผ่นทดลองหมายเลข 7

CCCC



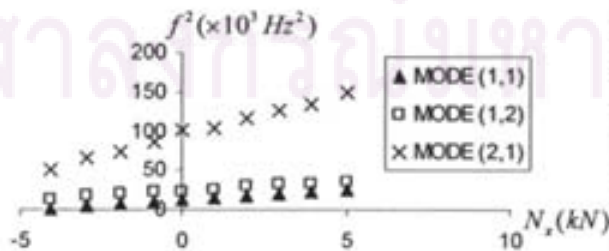
ภาระ (kN)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)	
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)
-36031	206	394
-32063	156	283
-28135	153	244
-24037	209	257
-20039	227	288
-16441	243	321
-12343	247	354
-7945	251	390
-3997	253	417
0	263	442
3997	263	478
7995	270	504
11993	281	529
16091	288	553
20039	297	580

CCCF



ภาระ (kN)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-9994	193	418	278
-7995	104	326	231
-5996	55	309	236
-3997	88	321	272
-2048	113	335	304
0	126	327	342
1998	135	325	355
3947	145	333	362
5846	158	340	380
7995	173	353	403

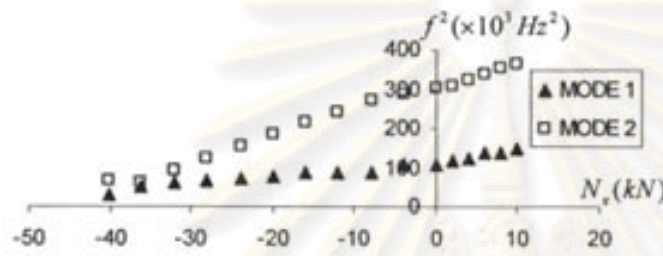
CFCF



ภาระ (kN)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-4097	33	111	225
-2948	66	129	259
-1948	83	140	272
-899	101	148	282
0	112	155	317
949	124	163	323
1949	135	172	342
2948	144	178	355
3997	153	184	368
4997	161	190	385

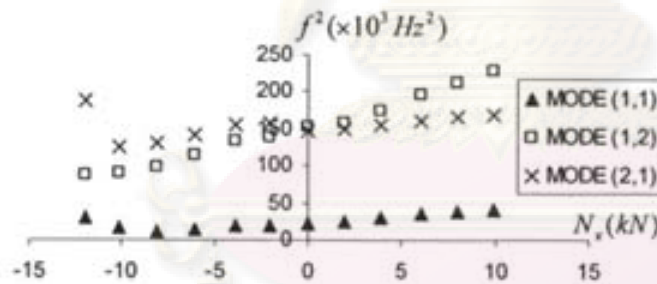
แผ่นทดลองหมายเลข 8

CCCC



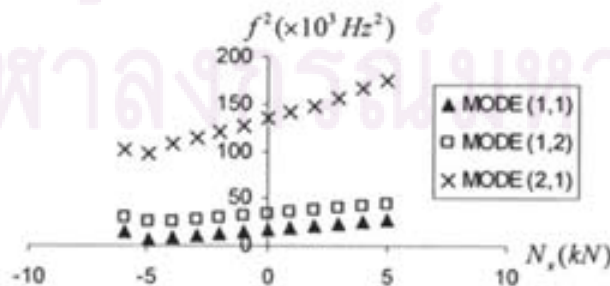
ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)	
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)
-40079	180	263
-36081	226	348
-32083	249	306
-28185	258	348
-23937	266	391
-19989	275	427
-15941	291	463
-11993	296	490
-7845	293	520
-3847	331	537
0	331	548
1948	342	555
3947	354	567
6046	370	581
7945	375	593
9994	384	603

CCCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-11993	174	296	433
-10094	124	299	353
-8145	102	312	361
-5996	113	336	376
-3897	134	364	393
-1998	141	374	397
0	146	390	383
1948	160	398	386
3847	172	418	394
5996	185	442	399
7945	195	459	406
9994	205	477	411

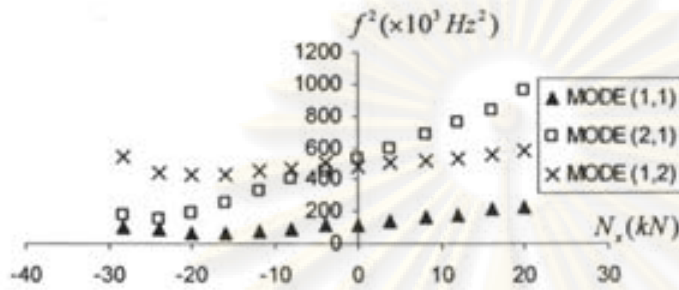
CFCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-5946	118	169	317
-4947	82	157	310
-3948	92	160	328
-2948	100	165	338
-1948	113	170	346
-999	121	175	354
0	127	181	366
999	139	187	375
1998	148	193	383
2998	155	198	395
4047	162	203	407
4997	168	209	419

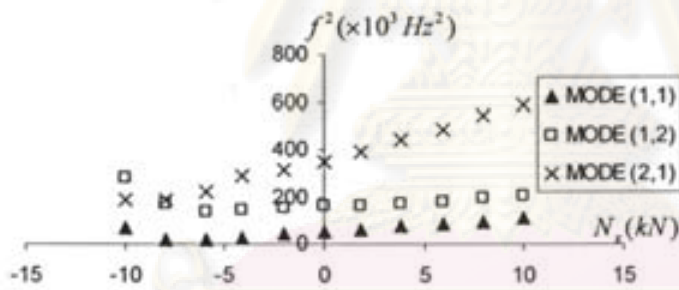
แผ่นทดลองหมายเลข 9

CCCC



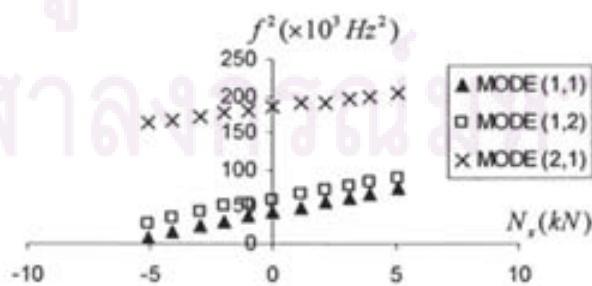
ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)	โหมด (1,2)
-28135	311	420	737
-23937	306	383	669
-20039	262	435	657
-16041	253	497	659
-11943	277	570	672
-7945	303	633	687
-3796	330	674	709
0	338	729	695
3847	374	774	712
7995	402	824	721
11843	416	868	732
16001	458	915	747
19989	473	963	761

CCCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-9994	257	531	429
-7945	139	417	437
-5946	118	368	474
-4097	168	383	534
-1998	197	386	563
0	224	399	591
1849	247	406	629
3796	269	418	663
5946	296	425	697
7995	312	439	737
9944	331	450	768

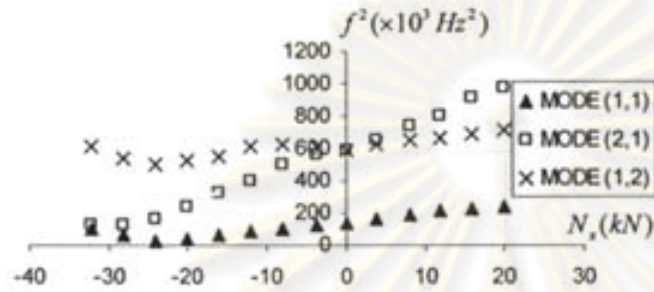
CFCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-5047	93	167	404
-4097	123	186	407
-2948	153	207	415
-1948	172	226	422
-949	196	230	425
0	206	244	431
1149	219	257	436
2098	235	267	438
3148	247	279	442
3947	258	288	446
5047	272	300	452

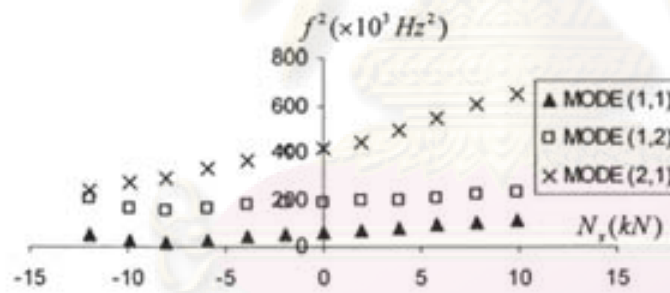
แผ่นทดลองหมายเลข 10

CCCC



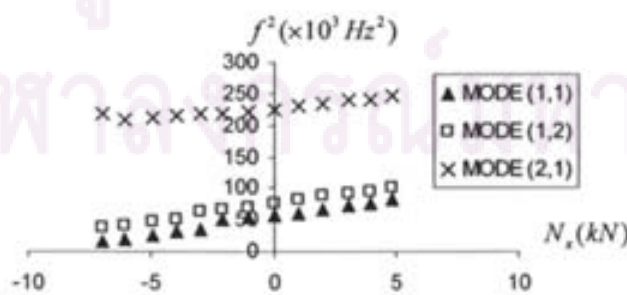
ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)	โหมด (1,2)
-32133	323	780	358
-28235	238	732	360
-24137	153	705	402
-20089	205	723	492
-16041	253	745	569
-12043	290	783	635
-7945	320	789	708
-3847	353	786	750
0	378	767	767
3897	404	793	805
7995	433	804	856
11943	455	816	892
15891	473	829	954
20039	489	841	990

CCCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-11893	225	453	492
-9944	153	406	521
-8045	141	393	541
-5946	172	406	577
-3847	197	422	604
-1899	234	431	637
0	241	437	649
1899	258	440	666
3897	283	446	702
5946	301	454	740
7995	321	468	776
9944	338	482	805

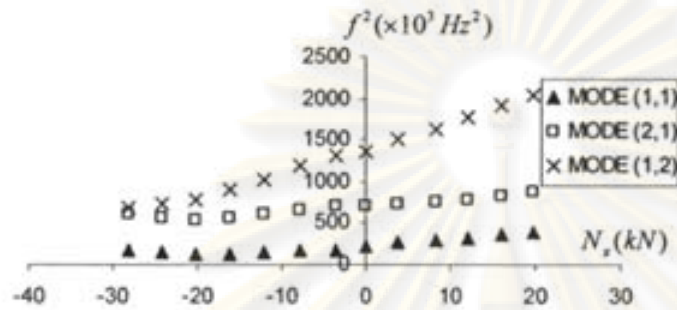
CFCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (2,1)
-6946	125	191	468
-6046	137	205	458
-4947	159	218	459
-3947	174	228	462
-2998	187	249	467
-2048	223	255	468
-1049	230	262	470
0	239	276	474
1049	247	287	481
1998	257	295	485
2998	269	304	489
3947	278	310	491
4997	288	319	496

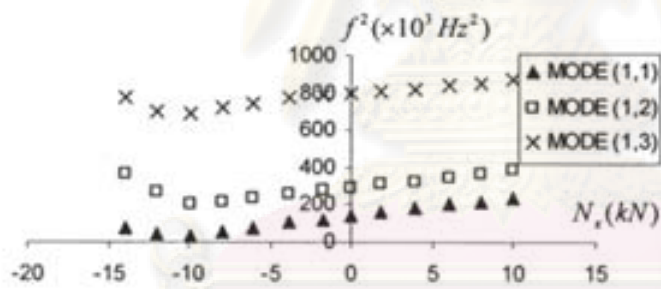
แผ่นทดลองหมายเลข 11

CCCC



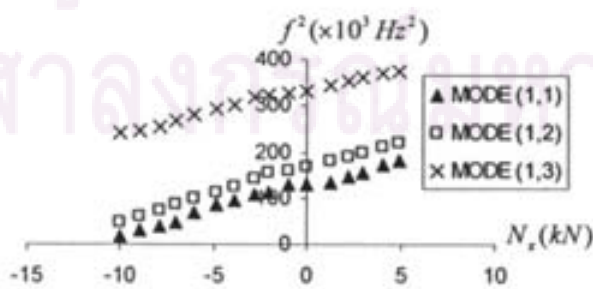
ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)	โหมด (1,2)
-28135	424	785	824
-24067	367	754	848
-20128	334	735	881
-16091	344	742	953
-12043	377	775	1013
-7845	410	809	1087
-3698	425	832	1143
0	479	844	1170
3789	511	854	1222
8145	546	872	1273
11993	571	885	1335
15991	606	909	1383
19929	631	929	1429

CCCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (1,3)
-13992	283	602	880
-11993	218	516	834
-9944	175	450	828
-7945	220	465	847
-6046	281	487	862
-3848	330	511	880
-1749	350	528	885
0	381	540	895
1799	402	555	900
3897	423	571	906
5946	447	587	914
7945	467	603	922
9894	491	622	935

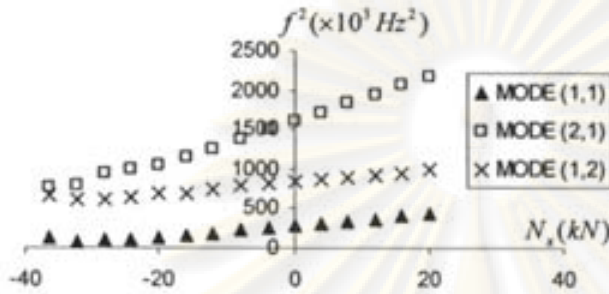
CFCF



ภาวะ (N)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (1,3)
-9994	132	220	490
-8895	168	245	497
-7845	199	269	505
-6996	222	291	516
-5996	262	314	529
-4897	296	334	539
-3897	309	355	550
-2848	325	379	563
-2048	333	393	567
-999	357	400	571
0	359	410	577
1199	368	427	586
2198	383	437	594
2948	395	446	600
4047	413	459	608
4847	423	469	612

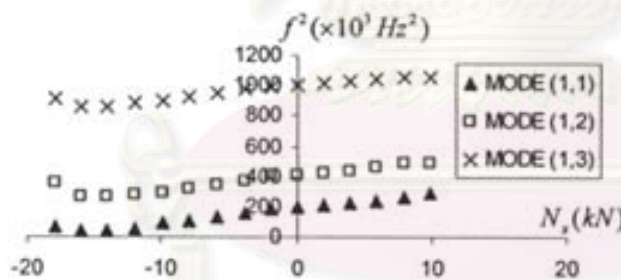
แผ่นทดลองหมายเลข 12

CCCC



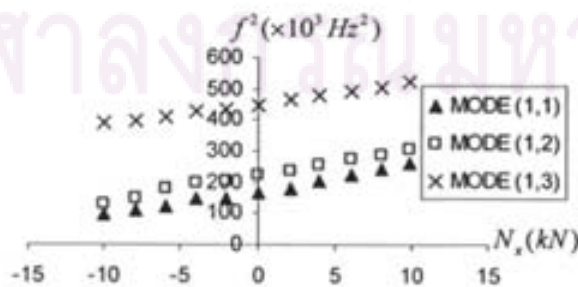
ภาระ (kN)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (2,1)	โหมด (1,2)
-36331	358	819	870
-32233	265	781	886
-28035	306	785	965
-24137	330	796	1001
-20039	361	833	1022
-16041	390	835	1071
-12043	418	856	1121
-7945	476	887	1178
-3798	509	908	1225
0	529	917	1264
3947	552	929	1308
7995	581	945	1355
12043	608	962	1391
16041	630	973	1438
20039	653	993	1475

CCCF



ภาระ (kN)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (1,3)
-17990	260	602	951
-15291	196	518	926
-14042	191	510	923
-11943	234	528	939
-9944	302	544	946
-7995	332	564	964
-5846	366	584	974
-3748	396	605	985
-1849	423	638	993
0	442	636	1001
1998	457	647	1006
3897	478	663	1012
5896	492	676	1018
7945	512	700	1026
9944	533	703	1030

CFCF



ภาระ (kN)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)		
	โหมด (1,1)	โหมด (1,2)	โหมด (1,3)
-10044	312	357	622
-7945	331	381	627
-5996	352	422	640
-3997	381	448	655
-1998	396	454	658
0	407	470	670
2098	420	488	682
3997	454	507	694
6046	472	522	703
8045	494	538	712
9944	513	554	723

ค่าภาวะการโค้งงอของแผ่นทดลองสแตนเลสภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CFCF

การทดลอง	หน่วย: มม./มม.											
	1		2		3		4		5		6	
	\bar{N}_x	Serror	\bar{N}_x	Serror	\bar{N}_x	Serror	\bar{N}_x	Serror	\bar{N}_x	Serror	\bar{N}_x	Serror
1	2527.91	2.98	3821.89	-6.24	4487.20	-4.80	9569.79	3.84	9217.28	5.84	N/A	N/A
2	2368.25	-3.53	4365.94	7.11	4535.26	-3.57	9968.27	8.16	8811.89	1.19	N/A	N/A
3	2369.15	-3.49	4077.10	0.03	4764.88	1.31	9782.45	6.15	8968.72	2.09	N/A	N/A
4	2379.83	-3.06	3950.19	-3.09	4691.50	-0.25	10225.83	10.96	8884.15	2.02	N/A	N/A
5	2468.67	0.56	4230.08	3.78	4787.30	1.78	9718.49	5.45	8793.89	0.98	N/A	N/A
6	2407.77	-1.92	4315.38	5.87	4671.83	-0.87	9210.13	-0.06	8701.62	-0.08	N/A	N/A
7	2368.78	-3.51	4294.92	5.37	4594.58	-2.31	8900.88	-3.42	8989.52	3.23	N/A	N/A
8	2339.11	-4.72	3821.56	-6.24	4895.78	3.45	9210.21	-0.06	8831.54	1.41	N/A	N/A
9	2427.84	-1.11	4225.71	3.67	4652.57	-1.08	8784.89	-4.68	9013.51	3.50	N/A	N/A
10	2398.78	-2.28	4157.43	2.00	4733.51	0.64	9917.62	7.61	8455.39	-2.91	N/A	N/A
11	2481.99	1.10	4041.54	-0.85	4757.39	1.15	9270.46	0.59	8885.45	2.03	N/A	N/A
12	2375.69	-3.23	3948.12	-3.19	4262.79	-0.37	10069.86	9.26	8926.88	2.51	N/A	N/A
13	2343.80	-4.52	4121.70	1.12	4773.06	1.48	8535.18	-7.39	8966.48	1.81	N/A	N/A
14	2365.07	-3.66	3956.28	-2.94	4809.29	2.25	8726.52	-5.31	8891.99	2.11	N/A	N/A
15	2423.30	-1.29	4223.81	3.62	4827.53	2.64	9292.95	0.83	8995.54	3.30	N/A	N/A
16	2394.42	-2.48	4067.88	0.29	4827.55	2.64	9062.62	-1.66	8561.46	-1.69	N/A	N/A
17	2468.55	0.48	4307.83	5.69	5002.47	6.36	8794.33	-4.58	8796.13	1.01	N/A	N/A
18	2435.81	-0.78	4271.60	4.80	4890.39	3.98	8843.46	-4.04	8768.24	0.00	N/A	N/A
19	2422.98	-1.30	3909.66	-4.08	4848.09	3.08	9433.01	2.35	8725.15	0.19	N/A	N/A
20	2411.60	-1.76	4107.59	0.77	4737.99	0.74	9440.27	2.43	8642.90	-0.75	N/A	N/A
Mean	2408.86	-1.88	4111.70	0.87	4726.05	0.48	9337.86	1.32	8833.39	1.43	N/A	N/A
S.D.		2.01		4.13		3.48		5.36		1.99		N/A

ค่าภาวะการโค้งงอของแผ่นทดลองอลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCC

การทดลอง	หน่วย: มม./มม.											
	7		8		9		10		11		12	
	\bar{N}_x	Serror	\bar{N}_x	Serror	\bar{N}_x	Serror	\bar{N}_x	Serror	\bar{N}_x	Serror	\bar{N}_x	Serror
1	27595.49	1.58	38554.83	-1.88	20581.24	-4.16	30430.27	4.27	24317.04	1.18	35893.85	2.86
2	26483.97	-2.52	42522.16	8.21	20691.49	-3.65	30899.41	5.87	25584.64	6.45	32913.85	-5.68
3	27367.28	0.74	42706.92	8.68	22811.89	8.22	29086.19	-0.34	25048.96	4.22	37668.48	7.94
4	27441.74	1.01	40748.83	3.70	20467.94	-4.69	30079.07	3.06	22982.56	-4.33	36158.32	3.61
5	28643.83	5.43	35771.78	-8.96	23268.68	8.35	29062.55	-0.42	24125.76	0.38	33787.86	-3.24
6	28670.14	3.32	37464.27	-4.66	21038.06	-2.05	29527.91	1.18	23908.83	-0.52	34235.66	-1.90
7	28897.94	6.37	40006.85	1.81	21398.85	-0.36	29061.51	-0.42	22812.76	-5.08	37915.55	8.65
8	27087.34	-0.30	42247.62	7.52	22614.64	5.31	31317.85	7.31	24588.78	2.31	34408.88	-1.40
9	27918.67	2.76	38101.01	-3.04	19540.23	-9.15	29892.23	2.42	23516.37	-2.15	36643.15	5.00
10	27926.74	2.79	41173.09	4.78	20627.24	-3.95	31149.37	6.73	24786.21	3.13	34464.24	-1.24
11	28766.56	5.89	42533.25	8.24	20488.05	-4.60	29482.25	0.95	24355.69	1.34	33553.54	-3.85
12	26182.80	-3.59	36640.84	-6.75	23331.09	8.64	30445.51	4.32	24281.46	1.03	34702.89	-0.56
13	27482.99	1.09	38071.44	-3.11	20928.16	-2.55	31373.16	7.50	23370.08	-2.76	35281.33	1.10
14	27617.42	1.66	40917.40	4.13	19938.49	-7.16	29699.90	1.76	23842.54	-0.79	33856.67	-2.98
15	27997.60	3.08	42063.72	7.05	21409.84	-0.31	30887.56	5.83	24348.07	1.31	34285.19	-1.75
16	27784.12	2.27	39115.46	-0.46	21849.43	1.74	30561.80	4.72	24348.07	-3.51	36747.78	5.30
17	28717.98	5.71	41832.90	5.95	21348.86	-0.59	28503.52	-2.33	23189.19	4.31	36283.61	3.97
18	26910.76	-0.95	38037.87	-3.20	21690.44	1.00	30812.51	5.58	25069.47	-1.39	34663.49	-0.67
19	27787.08	2.21	42526.77	8.23	21168.99	-1.43	30045.51	2.95	23698.54	1.60	35209.77	0.89
20	28716.13	5.70	34044.32	-13.36	22060.80	2.73	28317.27	-2.97	27008.04	12.38	34512.91	-1.10
Mean	27768.33	2.21	39744.06	1.14	21362.61	-0.53	30030.77	2.90	24259.54	0.96	35158.34	0.75
S.D.		2.77		6.53		4.89		3.16		4.03		3.96

ค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองอลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CCCF

หมายเลข	หน่วย: มม/มิลลิเมตร											
	7		8		9		10		11		12	
	\bar{N}_x	%error	\bar{N}_x	%error	\bar{N}_x	%error	\bar{N}_x	%error	\bar{N}_x	%error	\bar{N}_x	%error
1	7099.21	-5.14	11146.26	2.97	8903.85	-0.62	13069.85	7.35	13774.39	-4.38	23951.98	14.51
2	7750.58	3.56	9647.99	-10.87	8004.55	-10.65	11868.15	-2.52	12925.36	-10.28	22462.67	7.39
3	8180.53	9.31	10104.91	-6.65	7958.62	-11.17	11864.35	-2.55	14622.54	1.50	21089.28	0.82
4	7660.58	2.36	9871.49	-8.81	8299.77	-7.36	12056.98	-0.97	14814.58	1.45	23418.23	11.95
5	7049.26	-5.81	9703.34	-10.36	7958.81	-11.17	12268.99	0.94	14219.11	-1.30	21533.55	2.94
6	8472.79	13.21	10634.36	-1.76	8601.17	-4.00	11406.78	-6.31	14890.78	3.37	22502.86	7.58
7	7776.70	3.91	10185.79	-5.90	8217.01	-8.28	12175.57	0.00	14998.73	4.12	22730.46	8.67
8	8179.57	9.29	10072.35	-6.95	8421.20	-6.00	11816.92	-2.94	12160.24	-15.59	21485.80	2.72
9	6762.85	-9.64	9734.19	-10.07	8387.10	-6.38	12133.94	-0.34	14991.09	4.06	20794.28	-0.59
10	6892.79	-7.90	11168.89	3.18	8604.21	-3.96	12187.26	-0.10	14670.84	1.84	21099.26	0.87
11	7642.19	2.11	10079.35	-6.89	9034.23	0.84	12948.40	1.42	14769.13	2.52	21755.09	4.00
12	7298.15	-2.48	9529.06	-8.27	8887.94	-0.79	11000.27	-0.65	13286.69	-7.07	21634.82	3.43
13	7676.99	2.58	10070.90	-6.96	8741.28	-2.43	11446.88	-5.98	14813.46	2.83	19812.55	-5.28
14	7753.29	3.60	10051.16	-7.15	7476.29	-16.55	12269.22	0.77	14793.89	2.69	23696.91	13.29
15	8618.90	15.16	10130.78	-4.41	8123.37	-9.33	12184.03	0.07	13400.65	-6.98	20960.99	0.21
16	7762.93	3.73	10126.65	-6.45	8721.65	-2.65	12364.42	1.56	14314.10	-0.64	20979.37	0.29
17	8142.17	8.79	10044.73	-7.21	8190.33	-8.58	12024.17	-1.24	14020.87	-2.67	22777.11	8.89
18	7626.83	-6.11	10301.64	-4.83	9095.83	1.53	12396.18	1.82	14525.40	0.83	20523.71	-1.88
19	7787.50	4.05	11062.15	2.19	7862.19	-12.91	12028.14	-1.21	14256.31	-1.04	21011.56	0.45
20	7787.52	4.05	10480.81	-3.18	9094.94	1.52	12380.21	1.69	15051.91	4.48	21298.17	1.82
Mean	7666.07	2.43	10227.34	-5.52	8426.22	-5.95	12065.53	-0.91	14260.00	-1.01	21775.93	4.10
S.D.		6.88		4.19		5.17		3.58		5.39		5.33

ค่าภาระการโค้งงอของแผ่นทดลองอลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไขขอบเขตแบบ CFCF

หมายเลข	หน่วย: มม/มิลลิเมตร											
	7		8		9		10		11		12	
	\bar{N}_x	%error	\bar{N}_x	%error	\bar{N}_x	%error	\bar{N}_x	%error	\bar{N}_x	%error	\bar{N}_x	%error
1	5028.91	6.87	6740.24	-0.07	6805.96	-2.49	9894.54	4.32	11614.59	-3.50	17458.04	-0.10
2	4944.07	5.07	7125.54	4.69	6414.58	-6.09	9393.23	-0.97	11304.25	-6.08	16517.10	-5.49
3	4966.32	5.54	7011.05	3.01	6861.39	-1.89	9364.64	-1.27	11532.32	-4.18	16582.76	-5.11
4	4744.32	0.82	6611.27	-2.86	6773.59	-2.95	9290.44	-2.05	11549.01	-4.04	17814.65	1.94
5	4746.81	0.87	6828.55	0.33	6785.15	-2.79	9456.28	-0.30	11418.01	-5.13	17256.19	-1.26
6	4851.19	3.09	6722.20	-1.23	7078.39	1.42	9176.14	-3.26	11387.88	-5.38	16627.06	-4.86
7	4809.73	2.21	6787.97	-0.27	6591.63	-5.56	9289.61	-2.27	11416.85	-5.14	16966.47	-2.92
8	4727.95	0.47	6910.06	1.53	7158.51	2.58	9191.40	-3.09	11507.97	-4.38	16714.04	-4.36
9	4843.52	2.93	6912.53	1.56	6630.70	-5.00	9363.88	-1.28	11294.88	-6.65	16443.52	-5.91
10	4685.29	-0.43	6984.15	2.82	7087.29	1.54	9292.32	-2.03	11510.34	-4.36	16338.21	-6.51
11	4595.56	-2.34	6702.36	-1.52	6571.88	-5.84	9428.14	-0.60	11441.39	-4.94	16017.10	-8.35
12	4842.26	2.90	6738.45	-0.99	7123.91	2.07	9349.59	-1.43	11273.08	-6.34	16690.63	-4.49
13	4700.06	-0.12	6834.90	0.42	6526.46	-6.49	9253.72	-2.44	11398.46	-5.29	16640.62	-4.78
14	4720.54	0.32	6917.98	1.64	6594.06	-5.52	9416.52	-0.72	11243.14	-6.58	17256.39	-1.26
15	4824.51	4.65	6786.49	-0.29	6597.84	-5.47	9491.35	0.07	11315.43	-5.98	16821.94	-3.74
16	4776.35	1.50	7023.02	3.19	6565.11	-5.94	9325.35	-1.68	11483.59	-4.59	16913.05	-3.22
17	4916.30	4.48	6713.19	-1.37	6595.47	-5.50	9297.90	-1.97	11268.00	-6.38	17422.34	-0.31
18	4749.70	0.94	6749.30	-0.83	6497.61	-6.90	9133.48	-3.70	11527.60	-4.22	16906.27	-3.26
19	4870.28	3.50	6865.43	0.87	6661.86	-4.55	9310.08	-1.84	11490.61	-4.53	17613.05	0.78
20	4930.79	4.78	6816.26	0.15	6881.76	-1.40	9370.71	-1.20	11314.83	-5.99	17066.53	-2.40
Mean	4818.72	2.40	6839.05	0.48	6740.16	-3.43	9353.46	-1.39	11411.61	-5.18	16902.80	-3.28
S.D.		2.37		1.90		3.24		1.68		0.95		2.82

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายปฎล สุขจิตต์ เกิดเมื่อวันที่ 18 กันยายน 2525 ที่จังหวัดราชบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต เกียรตินิยมอันดับหนึ่ง สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล จากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ เมื่อปีการศึกษา 2548 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2549 และมีผลงานวิชาการที่ได้เผยแพร่ดังนี้

Padol Sukajit and Pairod Singhatanadgid, Identification of buckling load of thin plate using the vibration correlation technique, The 21st Conference of Mechanical Engineering Network of Thailand 17-19 October 2007, Chonburi, Thailand

ศูนย์วิทยุทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย