



สรุป อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง "ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย" นี้ มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาปัญหาและความต้องการความช่วยเหลือด้านต่าง ๆ เกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ของครูและการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และเพื่อหาข้อเสนอแนะในการปรับปรุงหลักสูตร วิธีสอน การใช้อุปกรณ์ และการวัดผลในการสอนคณิตศาสตร์ อันจะช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายบรรลุผลดียิ่งขึ้น

กลุ่มตัวอย่างประชากรในการวิจัยประกอบด้วย อาจารย์ที่สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร ซึ่งสุ่มมา 12 โรงเรียน มีจำนวนทั้งสิ้น 73 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในโรงเรียน 12 โรงเรียนดังกล่าว จำนวน 300 คน ผู้วิจัยได้รับแบบสอบถามคืนจากอาจารย์ที่สอนคณิตศาสตร์จำนวน 31 ฉบับ คิดเป็นร้อยละ 69.20 ของแบบสอบถามที่ส่งไป จากนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 217 ฉบับ คิดเป็นร้อยละ 72.33 ของแบบสอบถามที่ส่งไป

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบสอบถาม 2 ชุด ได้แก่แบบสอบถามครูและแบบสอบถามนักเรียน อันประกอบด้วยแบบมาตราส่วนประมาณค่า ซึ่งได้นำมาหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แบบเติมคำและตรวจคำตอบ ซึ่งได้นำมาวิเคราะห์หาค่าร้อยละและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และแบบปลายเปิดซึ่งนำมารวบรวมจัดเข้าเป็นหมวดหมู่และนำมาเสนอเป็นคำบรรยาย

สรุปผลการวิจัย

1. ด้านข้อมูลพื้นฐาน

1.1 เกี่ยวกับอาจารย์ที่สอนคณิตศาสตร์ ครูคณิตศาสตร์ส่วนมากเป็นหญิง และมีอายุอยู่ระหว่าง 24-48 ปี โดยเฉลี่ยครูมีอายุ 34 ปี และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

7.28 ปี ครูสำเร็จปริญญาตรีทางการศึกษาเป็นส่วนใหญ่ คือ ร้อยละ 77.42 ซึ่งในจำนวนนี้มีครูเพียงร้อยละ 57.60 เท่านั้น ที่เรียนคณิตศาสตร์เป็นวิชาเอก จำนวนครูรองลงมาสำเร็จปริญญาโททางการศึกษา คือร้อยละ 12.90 ของจำนวนครูทั้งหมด ครูคณิตศาสตร์มีประสบการณ์การสอนอยู่ระหว่าง 1-25 ปี โดยเฉลี่ย 11.55 ปี และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.53 ปี ส่วนประสบการณ์การสอนเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ของครูนั้นก็อยู่ระหว่าง 1-25 ปี เช่นเดียวกัน แต่โดยเฉลี่ยแล้วครูมีประสบการณ์การสอนเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ 10.32 ปี และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 7.80 ปี

เหตุผลของครูในการสอนวิชาคณิตศาสตร์นั้น ครูคณิตศาสตร์ร้อยละ 74.19 อ้างว่าทำการสอนเพราะมีความสนใจและสมัครใจที่จะสอน จำนวนรองลงมาคือ ร้อยละ 19.35 อ้างว่าทำการสอนเพราะได้รับการศึกษามาในแขนงนี้โดยเฉพาะ จำนวนที่เหลือคือร้อยละ 6.46 อ้างว่าทำการสอนเพราะขาดแคลนครูในแขนงนี้ และทำการสอนเพราะไม่ถนัดสอนวิชาอื่น

สำหรับภาระของครูคณิตศาสตร์ ครูคณิตศาสตร์มีจำนวนชั่วโมงที่สอนทุกวิชาใน 1 สัปดาห์อยู่ระหว่าง 12-21 ชั่วโมง โดยเฉลี่ย 17.04 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.96 ชั่วโมง ส่วนจำนวนชั่วโมงที่สอนเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ใน 1 สัปดาห์นั้น อยู่ระหว่าง 2-20 ชั่วโมง โดยเฉลี่ย 15.77 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.48 ชั่วโมง นอกจากนี้ ครูคณิตศาสตร์ยังมีภาระอื่น ๆ อีก เช่น ครูคณิตศาสตร์จำนวนร้อยละ 61.29 เป็นครูประจำชั้น รองลงมาจำนวนร้อยละ 16.13 เป็นหัวหน้าสายวิชา จำนวนที่เหลือร้อยละ 22.58 เป็นครูที่ทำหน้าที่ทั้งหัวหน้าสายวิชาและครูประจำชั้น เป็นครูแนะแนว เป็นครูวัดผล ครูฝ่ายปกครองและเป็นนายทะเบียนสมาคมผู้ปกครองและครู

หนังสือและวารสารที่ครูใช้อ่านประกอบการสอนวิชาคณิตศาสตร์นั้น ครูนิยมอ่านวารสารคณิตศาสตร์ของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยมากที่สุด รองลงมาได้แก่หนังสือคณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 1-2 ของกรมวิชาการ วิชาชุดครูมัธยมของคุรุสภา

ตอนที่ 3 วิธีสอนคณิตศาสตร์ และหนังสือคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 ตอนที่ 1 ของคณะ
 วิทยาศาสตร์ จุฬา ฯ ตามลำดับ สำหรับหนังสือคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 ตอนที่ 2 ของ
 คณะวิทยาศาสตร์ จุฬา ฯ หนังสือ Mathematics for Secondary School ของ
 David W. Reeve หนังสือ Perspective on Secondary Mathematics
 Education ของ Jerry A. McIntosh และ หนังสือ The Teaching of
 Secondary Mathematics ของ Charles H. Butler & F. Lynwood
 Wren มีครูคณิตศาสตร์ที่ใช้จำนวนน้อยมากและบางเล่มไม่มีผู้ใช้เลย วารสาร The
 Arithmetic Teacher และวารสาร The Mathematics Teacher ก็เช่น
 เดียวกัน มีครูคณิตศาสตร์ใช้เพียงร้อยละ 3.29 และ 9.68 ของจำนวนครูทั้งหมด
 ตามลำดับ

1.2 เกี่ยวกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนระดับมัธยม
 ศึกษาตอนปลายมีอายุอยู่ระหว่าง 15-20 ปี โดยเฉลี่ย 17.45 ปี และความเบี่ยงเบน
 มาตรฐาน 6.90 ปี ภูมิลำเนาของนักเรียนจำนวนร้อยละ 54.84 อยู่ในกรุงเทพมหานคร
 จำนวนร้อยละ 75.12 อยู่ในภาคกลาง จำนวนร้อยละ 5.99 อยู่ในภาคอีสาน จำนวน
 ร้อยละ 4.15 อยู่ในภาคตะวันออกและจำนวนเท่ากันคือ ร้อยละ 4.61 มีภูมิลำเนาอยู่
 ในภาคเหนือและภาคใต้

อาชีพของบิดาของนักเรียนจำนวนมากที่สุดคือ ร้อยละ 35.48 รับราชการ
 รองลงมาคืออาชีพค้าขาย ซึ่งมีจำนวนร้อยละ 26.26 อาชีพรับจ้างเอกชน ร้อยละ
 15.67 อาชีพเกษตรกรร้อยละ 11.06 สำหรับอาชีพของมารดาของนักเรียน
 จำนวนมากที่สุดคือ ร้อยละ 24.88 มีอาชีพค้าขาย รองลงมาคือ ไม่มีอาชีพ ซึ่งมีจำนวน
 ร้อยละ 22.58 และอาชีพรับราชการ ร้อยละ 9.67 ตามลำดับ

เกี่ยวกับการใช้ห้องสมุดประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า นักเรียน
 จำนวนมากที่สุดคือ ร้อยละ 43.78 ไม่เคยใช้ห้องสมุดเพื่อค้นคว้าประกอบการเรียน
 คณิตศาสตร์เลย จำนวนรองลงมาคือ ร้อยละ 39.17 ใช้ห้องสมุดค้นคว้าประกอบ

การเขียนคณิตศาสตร์บ้างบทเรียน และร้อยละ 8.29 ใช้ห้องสมุดคิดว่าประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ทุกบทเรียน

วารสารและหนังสือที่นักเรียนใช้อ่านประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนจำนวนมากที่สุดคือ ร้อยละ 41.01 อ่านวารสารคณิตศาสตร์ของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย รองลงมาคือ จำนวนร้อยละ 14.75 อ่านคู่มือครูคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ จำนวนร้อยละ 7.37 อ่านคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันเล่ม 1 ของกรมวิชาการ จำนวนร้อยละ 6.91 อ่านหนังสือคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 ตอนที่ 1 ของคณะวิทยาศาสตร์ จุฬา ฯ จำนวนร้อยละ 4.15 อ่านหนังสือคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 ตอนที่ 2 ของคณะวิทยาศาสตร์ จุฬา ฯ และจำนวนร้อยละ 3.69 อ่านหนังสือคณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 2 ของกรมวิชาการ นอกจากนี้ นักเรียนยังอ่านหนังสือของผู้แต่งอื่น ๆ ซึ่งมีขายทั่วไปตามท้องตลาดและแผงขายหนังสือต่าง ๆ ได้แก่ประเภทหนังสือกุญแจ เช่น กุญแจเลขคณิตของฮอลล์ กุญแจตรีโกณมิติ เป็นต้น ประเภทหนังสือเฉลยข้อสอบ เช่น หนังสือเฉลยข้อสอบเข้าศึกษาในสถาบันอุดมศึกษา เป็นต้น ประเภทหนังสือคู่มือ เช่น หนังสือคู่มือการคิดเลขเร็ว เป็นต้น ประเภทหนังสือแบบเรียน เช่น แบบเรียนเลขพีชคณิต ก-ข ของ อารีวงศ์ เอี่ยมจันทร์ เป็นต้น ประเภทหนังสือฉบับกระเป๋าคืออื่น ๆ เช่น Compact Mathematics ของคณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เป็นต้น และวารสารรายสัปดาห์ เช่น วารสารปริญา วารสารเรียนเยี่ยม เป็นต้น

2. ค่าวิฤตประสงคของการสอนคณิตศาสตร์

จากผลการวิจัย อาจสรุปได้ว่านักเรียนบรรลุวิฤตประสงคในระดับปานกลางเป็นส่วนใหญ่ สำหรับวิฤตประสงคที่นักเรียนบรรลุมาก ได้แก่การบอกกฎเกณฑ์และสูตรต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ มีความสามารถบอกวิธีทำตามที่ยังเรียนไปแล้วได้ และการบอกได้ว่าส่วนใดคือคำถามของโจทย์และส่วนใดเป็นส่วนกำหนดให้ ส่วนวิฤตประสงคที่นักเรียนบรรลุน้อยได้แก่ ความสามารถในการเปลี่ยนโจทย์ตัวเลขและสัญลักษณ์ให้เป็นโจทย์ข้อความที่น่าสนใจได้ การโยงปัญหาอื่น ๆ เข้ามาอยู่ในเรื่องของคณิตศาสตร์ และการอธิบายปัญหาต่าง ๆ ที่นอกเหนือวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้หลักเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

จากข้อเท็จจริงเหล่านี้ อาจสรุปได้ว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายยังไม่สามารถ
บรรลุมติของประสงค์ของการสอนคณิตศาสตร์ได้มากเท่าที่ควร

3. คำนวณวิธีสอนที่ครูใช้

วิธีสอนที่ครูและนักเรียนเชื่อว่าช่วยให้นักเรียนเรียนรู้อคณิตศาสตร์ได้ปาน-
กลางหรือค่อนข้างมากนั้นได้แก่ การบรรยายเนื้อหาตามแบบเรียนและเนื้อหานอกเหนือ-
จากแบบเรียนที่ใช้อยู่ ครูถามให้นักเรียนคิดเพื่อให้เห็นพบหลักสำคัญหรือสูตรควยตัวของ
นักเรียนเอง ครูแสดงวิธีใช้กฎ สูตร หรือทฤษฎีบทในการแก้โจทย์ปัญหาให้นักเรียนคิด
และครูกำหนดให้นักเรียนฝึกฝนแก้โจทย์ปัญหาจากแบบฝึกหัดหรือจากตำราคณิตศาสตร์ที่
ไม่ใช่แบบเรียน นอกจากนี้ ผลการวิจัยได้แสดงควยว่า ครูนิยมใช้การสอนแบบบรรยาย
การสอนโดยให้นักเรียนค้นพบ การสอนโดยสาธิตให้นักเรียนดู และการสอนโดยให้นักเรียน
ฝึกแก้โจทย์ปัญหาจากแบบเรียนและตำราคณิตศาสตร์อื่นๆ

4. คำนวณเนื้อหาในหลักสูตร

เนื้อหาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรประโยคมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช
2503 นั้น ครูและนักเรียนลงความเห็นว่าเป็นเนื้อหาที่ควรคงไว้เป็นส่วนใหญ่ (เมื่อ
ใช้เกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60.00 ของจำนวนผู้ตอบแบบสอบถาม) เนื้อหาบางตอนที่
เห็นเป็นเรื่องปลีกย่อย ซึ่งหมายถึงเป็นเรื่องที่เสริมความรู้พื้นฐานให้ และครูไม่ตอง
สอนนักเรียนก็สามารถเข้าใจได้ ได้แก่ มาตรการของการวัดมุม \log ของ sine,
cosine และ tangent ความสัมพันธ์ของจตุรัสบนคานของสามเหลี่ยม บทสร้าง
สามเหลี่ยมหน้าจั่ว ทฤษฎีบทเกี่ยวกับสามเหลี่ยมสองรูป ซึ่งมีมหนึ่งเท่ากันและอัตรา
ส่วนของคานประกอบอีกหนึ่งมุมเท่ากัน จุดศูนย์กลาง พื้นที่กับส่วนสูงหรือฐานของสาม-
เหลี่ยม และการสร้างรูปคล้ายโดยกำหนดพื้นที่ (เมื่อใช้เกณฑ์ มากกว่าร้อยละ 40.00
ของจำนวนผู้ตอบแบบสอบถาม) เนื้อหาบางตอนที่เห็นว่าเป็นเรื่องไม่จำเป็นควรคัดทิ้ง
ซึ่งหมายถึงเป็นเรื่องที่ไม่เป็นประโยชน์กับเรื่องใด และครูสอนแล้วนักเรียนไม่อาจ
เข้าใจได้ ได้แก่ ฟังก์ชันมุมตรีโกณ ฟังก์ชันมุมครึ่งเท่า และสองเท่าของมุมในสามเหลี่ยม

log ของ sine, cosine และ tangent การวัดระยะทางและความสูงในหลาย
 ระนาบ และการสร้างรูปวงกลมโดยกำหนดจุดเส้นสัมผัสและวงกลมที่สัมผัส (เมื่อใช้
 เกณฑ์มากกว่าร้อยละ 20.00 ของจำนวนตอนแบบสอบถาม จากข้อเท็จจริงนี้ อาจ
 สรุปได้ว่า เนื้อหาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรของได้รับการคัดทอน เพิ่มเติมหรือปรับปรุง
 แกะไขหลายตอน ทั้งนี้ เพื่อให้ให้นักเรียนได้เรียนเนื้อหาที่จำเป็นและมีประโยชน์แก่นักเรียน
 มากขึ้น

5. แบบเรียนที่ใช้

จากผลการวิจัย แบบเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้นั้น ส่วนมากที่ผู้ศึกษามีคุณสมบัติที่
 เหมาะสมกับนักเรียนน้อย โดยมีเพียงลักษณะต่อไปนี้ มีการจัดเรียงเนื้อหาไปตาม
 ลำดับจากง่ายไปยาก เนื้อหาถูกต้องตรงตามหลักสูตร มีแบบฝึกหัดสำหรับนักเรียนทุกคน
 และนักเรียนที่เรียนเก่งเป็นพิเศษ และมีวิธีเขียนโดยยกตัวอย่างง่าย ๆ ก่อน แล้วสรุป
 เป็นกฎ สูตร หรือทฤษฎีบท อย่างไรก็ตาม ลักษณะอื่น ๆ ซึ่งแบบเรียนที่ใช้ไม่มีหรือมี
 น้อยนั้น ได้แก่การกล่าวถึงประวัติหรือความจำเป็นของเรียนรู้ การเขียนนิยาม กฎ
 สูตร หรือทฤษฎีบทให้เด่นชัดด้วยการตีกรอบล้อมข้อความหรือพิมพ์ด้วยอักษรตัวโตกว่า
 คำอธิบาย การให้นิยามถูกต้องสั้นและชัดเจน มีการสรุปท้ายบทเรียนแต่ละเรื่อง
 เขียนให้นักเรียนอ่านเข้าใจได้ไม่จำเป็นต้องให้ครูอธิบาย และเขียนเกี่ยวโยงกับเรื่องราว
 ที่มีในชีวิตประจำวันหรือในสังคม เป็นต้น ข้อเท็จจริงเหล่านี้ชี้ให้เห็นว่า ควรจะได้มีการ
 การปรับปรุงการเขียนแบบเรียนให้เหมาะสมกับนักเรียนมากขึ้นกว่าปัจจุบัน

6. อุปกรณ์การสอนที่ครูใช้

จากผลการวิจัย ครูนิยมใช้ชอล์กสีเป็นอุปกรณ์การสอนและเห็นว่า ช่วย
 นักเรียนในการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ได้ค่อนข้างมาก รองลงมาเป็นแผนภาพ กราฟและ
 แผนภูมิซึ่งครูได้ใช้และเห็นว่า ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้อคณิตศาสตร์ได้มากพอสมควร
 อุปกรณ์ชนิดอื่น ๆ นั้น ครูและนักเรียนเห็นว่าช่วยการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ของนักเรียน
 ได้น้อย ข้อเท็จจริงนี้อาจสรุปได้ว่า ครูคณิตศาสตร์ใช้อุปกรณ์ประเภทต่าง ๆ นอกจาก
 ที่กล่าวนั้นน้อยและครูอาจเห็นว่า เป็นอุปกรณ์ที่ไม่มีคุณค่าต่อการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยม
 ศึกษาตอนปลายมากนัก

7. การวัดผล

จากผลการวิจัย ครูและนักเรียนเห็นตรงกันว่า การตรวจผลงานนั้น นับได้ว่าเป็นวิธีวัดผลซึ่งได้ผลตรงกับความเป็นจริงของนักเรียนมากกว่าวิธีวัดผลแบบอื่น ๆ อย่างไรก็ตาม เฉพาะครูคณิตศาสตร์ลงความเห็นอีกด้วยว่า การสนทนาซักถาม การทดสอบควยข้อสอบที่ครูผู้สอนสร้างและการทดสอบควยข้อสอบที่ครูร่วมกันสร้าง ก็ล้วนแต่เป็นวิธีวัดผลที่ได้ผลตรงกับความเป็นจริงของนักเรียนค่อนข้างมากด้วย

สำหรับชนิดของข้อสอบที่นักเรียนชอบ ผลการวิจัยแสดงว่า นักเรียนชอบข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ แบบเลือกคำตอบและแบบถูกผิดมากกว่าข้อสอบชนิดอื่น ๆ และในเรื่องการให้การบ้านของครูคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยแสดงว่าครูทุกคนให้การบ้านแก่นักเรียนทุกบทเรียนที่สอน นอกจากนี้ ครูคณิตศาสตร์จำนวนมากกว่าร้อยละ 50.00 ตรวจการบ้านอย่างละเอียดถี่ถ้วนทุกครั้ง และนำโจทย์ปัญหาซึ่งไม่ปรากฏในหนังสือแบบเรียน แต่เกี่ยวกับเรื่องที่สอนอยู่มาให้เป็นการบ้านแก่นักเรียนบ่อย ๆ ด้วย

8. ข้อเสนอแนะของครูและนักเรียน

ครูและนักเรียนในข้อเสนอแนะว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ควรเน้นเนื้อหาในแง่การนำไปใช้ในชีวิตประจำวันมากกว่าเน้นในแง่การศึกษาต่อ และควรกำหนดให้มีวิชาเลือกแขนงต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เลือกเรียนได้ ตามความถนัดและความเข้าใจ

นอกจากนั้น ครูและนักเรียนเสนอแนะอีกด้วยว่า โรงเรียนต้องมีชุมนุมคณิตศาสตร์ ห้องสมุดโรงเรียนควรมีวารสารคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นภาษาไทยและภาษาอังกฤษ และควรมีหนังสือเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ ตำราเรียนคณิตศาสตร์ของต่างประเทศ เช่น อังกฤษ และสหรัฐอเมริกา เป็นต้น โรงเรียนควรมีห้องเฉพาะสำหรับนักเรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ และโรงเรียนไม่ควรจัดห้องเรียนโดยแยกนักเรียนเก่ง อ่อน และปานกลางอยู่คนละห้องกัน นอกจากนี้ ครูและนักเรียนเสนอแนะว่า นักเรียนเก่งจะต้องได้รับการสอนหรือเรียนด้วยตนเองในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ไม่อยู่ในหลักสูตรตามความสนใจของตน ส่วนนักเรียนอ่อน จะต้องได้รับการสอนเสริมเป็นพิเศษด้วย



อภิปรายผลการวิจัย

1. คำถามขอมูลพื้นฐานเกี่ยวกับครุคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่า ครุคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 90 มีวุฒิปริญญาตรีหรือปริญญาโททางการศึกษา และมีประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยมากกว่า 10 ปีขึ้นไป ซึ่งผลการวิจัยนี้ชี้ให้เห็นว่า ปัจจุบันเราได้แก่ปัญหาการขาดแคลนครูที่มีวุฒิส่งพอสําหรับสอนในระดับมัธยมศึกษาได้อย่างดี อันตรงกับข้อเสนอแนะของที่ประชุมการสัมมนาการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งจัดโดยองค์การสถาบันการศึกษาชั้นสูงแห่งเอเชียอาคเนย์ (ASAHL) เมื่อปี พ.ศ. 2508 ว่า ...ครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมนั้น ควรจะเป็นผู้ได้รับการศึกษาจากมหาวิทยาลัย และได้รับการอบรมในการสอนมาอย่างน้อย 1 ปี จึงจะเหมาะสม...³⁶ อย่างไรก็ตาม โดยข้อเท็จจริงแล้วการพิจารณาแก่ระดับการศึกษาของครูนี้ เป็นสิ่งไม่ถูกต้องทีเดียวนัก เพราะการสอนจะดีหรือไม่นั้น ยังขึ้นอยู่กับความรู้และความสามารถเฉพาะบุคคลของครูอีกด้วย ซึ่ง โฮวาร์ค เอฟ แพร์ ไคสรุปจากงานวิจัยต่าง ๆ ในสหรัฐอเมริกาว่า ครุคณิตศาสตร์ควรมีความรู้และความสามารถเฉพาะบุคคลในเรื่องวิชาอื่น ๆ หลายวิชาที่นำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ ประยุกต์ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ไปยังสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ภูมิวิธีการของวิชาสถิติและความรู้ในการประยุกต์ และรู้เทคนิคต่าง ๆ ในการจัดนักเรียนปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์รวมทั้งสามารถสร้างหุ่นจำลองเพื่อใช้ในการสอนได้³⁷ นอกจากนี้ ยูนิน พิพิทกุล ยังกล่าวว่า ครุคณิตศาสตร์จะต้องมีความสามารถ ศึกษาทวาราคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง ใช้ภาษาคณิตศาสตร์และสัญลักษณ์ที่ทันสมัย ค้นคว้าในการสอนอยู่เสมอและประเมินผลการสอนของ

³⁶ปราณีต เจาทเกษกริน และ มงคล สีสโงภ "การประชุมสัมมนาเรื่องการสอนคณิตศาสตร์" วารสารคณิตศาสตร์, 10:101 (กุมภาพันธ์ 2508), 112-113.

³⁷Fehr, *op. cit.*, pp. 30-31.

ตนเองได้ เป็นต้น³⁸ อย่างไรก็ตาม การสร้างเสริมความรู้และการฝึกฝนความสามารถส่วนบุคคลเหล่านี้ก็อยู่ในหลักสูตรระดับปริญญาตรีทางการศึกษาของประเทศเวียดนามหลายประการ ดังนั้น จากผลการวิจัยที่ชี้ให้เห็นว่ามีครูระดับปริญญาตรีจำนวนมาก กล่าว จึงอาจกล่าวได้ว่า ครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของเรานั้นมีพื้นความรู้ในการสอนคณิตศาสตร์อย่างเพียงพอ

ผลการวิจัยได้ชี้ให้เห็นอีกว่า ครูคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 70 ทำการสอนคณิตศาสตร์เพราะมีความสนใจและสมัครใจที่จะสอน ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า เป็นข้อดีประการหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของเรา เพราะครูที่มีความสนใจและสมัครใจที่จะสอนนั้นก็อาจจะมีควมรับผิดชอบและอาจถ่ายทอดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ให้แก่เด็ก เรียนได้มากกว่าครูที่ไม่มีความสนใจหรือสมัครใจจะสอนวิชานี้

จากผลการวิจัยที่เกี่ยวกับภาระของครูคณิตศาสตร์ ครูคณิตศาสตร์มีชั่วโมงสอนทุกวิชาโดยเฉลี่ยมากกว่า 17 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์นั้น ครูมีชั่วโมงสอนเฉลี่ยถึงมากกว่า 15 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ นอกจากนี้ครูทุกคนยังมีหน้าที่อื่น ๆ อีก เช่น เป็นครูประจำชั้นจำนวนถึงมากกว่าร้อยละ 60 ครูที่เหลือก็ทำหน้าที่สำคัญอื่น ๆ

โดยปกติครูคณิตศาสตร์จะต้องเผชิญปัญหาอย่างมากมายในการพยายามที่จะให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่ตนสอน ภาระของครูคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่องานนั้น ยืนยันพิพิธกุล กล่าวว่า ครูคณิตศาสตร์จะต้องเตรียมบทเรียนสำหรับนักเรียน เตรียมอุปกรณ์การสอน ช่วยนักเรียนให้วิธีใช้หนังสือแบบเรียน วินิจฉัยและช่วยเหลือให้นักเรียนที่ประสบปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ รวบรวมโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่อาจจะแก้ไขได้หลายวิธี สร้างข้อทดสอบและการประเมินผล หาหนังสือคนควา ศึกษาวิธีการสอน

³⁸ พิพิธกุล, เรื่องเดิม, หน้า 24-25.

ใหม่ ๆ และต้องรับผิดชอบต่อการเป็นครูและหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย³⁹ ซึ่งจะเห็นได้
ว่า ครุศึกษาศาสตร์มีภาระมากเกินไป และอาจทำให้การสอนของครูไม่บรรลุผลได้มาก
เท่าที่ควรได้

จากการวิจัยเกี่ยวกับหนังสือที่ครูชอบใช้อ่านประกอบการสอน ปรากฏว่าเป็น
หนังสือที่เขียนขึ้นโดยคนไทยเป็นส่วนใหญ่ หนังสือที่เขียนโดยชาวต่างประเทศ และเขียน
เป็นภาษาอังกฤษนั้นมีครูผู้ใช้น้อยมาก ทั้งนี้ อาจสรุปได้ว่า ครุศึกษาศาสตร์ระดับมัธยม-
ศึกษาของเรายังมีการคนคว้าเกี่ยวกับการสอนครุศึกษาศาสตร์อยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุง
เพราะตำราครุศึกษาศาสตร์ซึ่งเขียนโดยชาวต่างประเทศที่มีคุณวุฒิและความเชี่ยวชาญสูงนั้น
มีสาระประโยชน์ที่เหมาะสมจะเป็นแนวความคิดแก่ครูในประเทศของเราอยู่มากมาย
อย่างไรก็ตาม การที่ครูไม่อ่านตำราซึ่งเขียนเป็นภาษาอังกฤษนั้นอาจเนื่องมาจากเหตุผล
หลายประการ เช่น มีวิชาภาษาอังกฤษบรรจุอยู่ในหลักสูตรการเตรียมครุศึกษาศาสตร์ใน
สถาบันฝึกหัดครู วิทยาลัยหรือมหาวิทยาลัยค่อนข้างน้อย และอีกประการหนึ่งคือ ครุศึกษา-
ศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาอาจมีภาระมากจนไม่มีเวลาแปลสารสำคัญที่เป็นประโยชน์ต่อ
การสอนจากตำราภาษาอังกฤษ เป็นต้น การคนคว้าของครุศึกษาศาสตร์นั้นเป็นเรื่อง
สำคัญที่สุดเรื่องหนึ่ง เพราะจะทำให้ครูปรับปรุงการสอนของตนให้มีประสิทธิภาพดีขึ้น
อยู่เสมอ และสามารถปรับตนเองให้สอดคล้องกับความเปลี่ยนแปลงด้านหลักสูตรวัตถุ-
ประสงค์ วิธีสอนและอื่น ๆ ที่กระทรวงศึกษากำหนดได้ ทั้งนี้ ผู้บริหารการศึกษาและ
ผู้ร่างหลักสูตรการเตรียมครุศึกษาศาสตร์ในวิทยาลัย หรือมหาวิทยาลัยต่าง ๆ ควรให้
ความสนใจในเรื่องนี้ด้วย

2. งานขอมูลพื้นฐานเกี่ยวกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากผล
การวิจัย นักเรียนมีอายุเฉลี่ย 17 ปี ตามหลักจิตวิทยานักเรียนอยู่ในระยะวัยรุ่นตอน

³⁹ เรื่องเดียวกัน, หน้า 26-28.

กลางและมีความต้องการที่เด่นชัดคือ การไม่อยู่ภายใต้การบังคับ การมีตำแหน่งหน้าที่ การได้รับการยกย่อง การได้รับประสบการณ์แปลก ๆ ใหม่ ๆ และชอบทดลอง การให้ผู้อื่นเข้าใจตน รักความถูกต้องและความยุติธรรม⁴⁰ ดังนั้น ครูคณิตศาสตร์และผู้จัดการหลักสูตรควรตระหนักในข้อเท็จจริงนี้ เพราะนักเรียนจะมีความสุขและเรียนอย่างไ้ผลถ้าเขาได้รับสิ่งสนองสมตามความต้องการของตน

เกี่ยวกับภูมิค่านานักเรียน เนื่องจากใช้กลุ่มตัวอย่างในกรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยจึงพบว่า นักเรียนร้อยละ 75.12 มีภูมิค่านานอยู่ในภาคกลาง โดยเฉพาะในกรุงเทพมหานครนั้นมีนักเรียนถึงร้อยละ 54.84 ดังนั้น นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายส่วนใหญ่จึงเป็นผู้ที่มีประสบการณ์เกี่ยวกับความเจริญของสังคมในเมือง เกี่ยวพันอย่างใกล้ชิดกับความเปลี่ยนแปลงด้านวัตถุ วิทยาการและเทคโนโลยีใหม่ ๆ ครูคณิตศาสตร์และผู้จัดการหลักสูตรจึงควรตระหนักในเรื่องนี้ด้วย

อาชีพของบิดาและมารดาของนักเรียนก็เช่นเดียวกัน ผู้ที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนก็ควรเอาใจใส่ เพราะอาชีพของบิดาและมารดาของนักเรียนส่วนใหญ่ เป็นอาชีพรับราชการและอาชีพค้าขาย ซึ่งนับว่ามีอิทธิพลต่อนักเรียนในด้านการปลูกฝัง เจตคติเกี่ยวกับความเปลี่ยนแปลงทางการเมือง เศรษฐกิจและความเป็นอยู่ในสังคมให้แก่ นักเรียน ครูและผู้จัดการหลักสูตรจะต้องคำนึงถึงความสอดคล้องกันระหว่างเจตคติดังกล่าวกับการสอนและเนื้อหาในหลักสูตร ซึ่งจะต้องได้รับการปรับปรุงให้ทันสมัยอยู่ตลอดเวลา

จากผลการวิจัยเกี่ยวกับการใช้ห้องสมุดประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนจำนวนมากถึงร้อยละ 43.78 ไม่เคยใช้ห้องสมุดเพื่อค้นคว้าประกอบการเรียนวิชานี้เลย ตามความเป็นจริงแล้วห้องสมุดสามารถช่วยเหลือนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์

⁴⁰ ศรีเรือน แก้วกังวาล, จิตวิทยาพัฒนาการ (ทท. : แพร่พิทยา 2517), หน้า 89-90.

ได้เป็นอันมาก เพราะเป็นที่รวมของหนังสือแบบเรียนโดยผู้แต่งต่าง ๆ กุญแจคณิต-
ศาสตร์ การคำนวณลัด คู่มือต่าง ๆ และหนังสือนารูเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ทั้งภาษาไทย
และภาษาอังกฤษ เป็นต้น อย่างไรก็ตาม การที่นักเรียนไม่ใช้ห้องสมุดประกอบกา-
เรียนนั้น อาจมีสาเหตุจากความจำเป็นของนักเรียนในค่านต่าง ๆ หลายประการ เช่น
ไม่ได้รับการสอนวิธีใช้ห้องสมุด ไม่มีเวลาใช้ห้องสมุดเนื่องจากหลักสูตรกำหนดให้มี
ชั่วโมงเรียนมากเกินไป และห้องสมุดมักเปิดตรงกับเวลาเรียนและปิดตรงกับเวลาเลิก
เรียนของนักเรียน ซึ่งทำให้นักเรียนมีเวลาใช้ห้องสมุดเฉพาะช่วงเวลาพักกลางวันเท่านั้น
นอกจากนี้สภาพของห้องสมุดก็มีส่วนทำให้นักเรียนไม่ต้องการเข้าไปใช้ จากเอกสารการ
วิจัยของ บรรจง นิวาสะบุตร ซึ่งชี้ให้เห็นว่า ห้องสมุดในโรงเรียนมัธยมศึกษาที่มีหนังสือ
และวัสดุไม่เพียงพอ สถานที่คับแคบ บรรณารักษ์ไม่มีวุฒิทางบรรณารักษ์ และมีความ
ร่วมมือระหว่างครูผู้สอนกับบรรณารักษ์ไม่เพียงพอ⁴¹ การวิจัยของ กุหลาบ ปันคล้ายนาค
ก็ชี้ให้เห็นว่า ห้องสมุดโรงเรียนราษฎร์ที่เปิดสอนถึงชั้น ม.ศ. 5 มีลักษณะ คับแคบ,
ไม่สะดวกแก่การไปใช้จำนวนหนังสือและวารสารมีน้อย โต๊ะ เก้าอี้อยู่ในระดับต่ำกว่า
มาตรฐานขั้นต่ำของห้องสมุดโรงเรียนมัธยมศึกษา และโสตทัศนวัสดุต่าง ๆ ก็มีน้อยมาก
อย่างไรก็ตาม นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายก็มีนิสัยคนควาอยู่พอสมควร ดังจะ
เห็นได้จากการวิจัยว่ามีนักเรียนถึงร้อยละ 41.10 อ่านวารสารคณิตศาสตร์ของสมาคม
คณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย นอกจากนี้ก็อ่านหนังสืออื่น ๆ หลายเล่ม ทั้งหนังสือกุญแจ
คู่มือ ขอสอบคัดเลือก และหนังสือฉบับกระเป๋ามีขายตามท้องตลาด

⁴¹ บรรจง นิวาสะบุตร, "การใช้หนังสือและวัสดุในห้องสมุดประกอบการ
สอนในระดับมัธยมศึกษา" (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการศึกษา
ประสานมิตร, 2514).

3. วัตถุประสงค์ของการสอนคณิตศาสตร์ จากตารางที่ 9 แสดงให้เห็นว่า ครูและนักเรียนเชื่อว่า นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ในหลักสูตร พ.ศ. 2503 ในระดับปานกลางหรือค่อนข้างน้อยเกือบทุกข้อ มีเพียงการบอกกฎเกณฑ์และสูตรต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ ความสามารถบอกวิธีทำตามที่เรียนไปแล้วได้ และบอกได้ว่าส่วนใดคือคำถามของโจทย์และส่วนใดเป็นส่วนกำหนดให้ ผลการวิจัยนี้ทำให้เราอาจสรุปได้ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายบรรลุวัตถุประสงค์ในหลักสูตร พ.ศ. 2503 ไม่มากนัก และควรมีการแก้ไขในปัญหาเหล่านี้ อย่างไรก็ตาม การที่นักเรียนไม่สามารถบรรลุวัตถุประสงค์มากเท่าที่ควรอาจมีสาเหตุมาจากองค์ประกอบอื่น ๆ อีกหลายประการ ได้แก่

คุณภาพของนักเรียนเอง นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายอาจมีพื้นฐานความรู้ อยู่ในระดับที่จะเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายได้ เพราะมีการสอบคัดเลือกหรือเลือกเฟ้นโดยวิธีอื่นจากระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อเข้าเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แต่ความรู้และความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก็อาจไม่กว้างขวางนัก เพราะจากผลการวิจัยเกี่ยวกับตัวนักเรียน นักเรียนมีการค้นคว้าประกอบการเรียนน้อย อยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุงแก้ไข ซึ่งเห็นได้จากผลการวิจัยเกี่ยวกับการใช้ของสมุดประกอบการเรียนของนักเรียน และการใช้วารสารหรือหนังสืออื่น ๆ ในตารางที่ 8 นอกจากนี้ ความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังอยู่ในระดับที่ไม่สูงนัก ดังจะเห็นได้ในข้อ 27 ตารางที่ 9 ว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นและตั้งใจเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลางเท่านั้น ผลการวิจัยนี้ตรงกับความคิดเห็นของ คับเบิลยู ซอว์เยอร์ (W. O. Sawyer) ซึ่งกล่าวว่า นักเรียนส่วนมากกลัวการเรียนคณิตศาสตร์ และรู้สึกว่าจะตนเองไม่มีวันที่จะสามารถเข้าใจคณิตศาสตร์ได้⁴²

⁴² คับเบิลยู ซอว์เยอร์ คณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ (แปลจาก Mathematics Delight, โดย พร่อม พานิชภักดิ์ พระนคร: โรงพิมพ์สำนักทำเนียบนายกรัฐมนตรี, 2510), หน้า 1.

ดังนั้น ในด้านคุณภาพของนักเรียน ครูควรเสนอแนะให้นักเรียนได้มีการปรับปรุงตนเอง โดยการค้นคว้าประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น ให้เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ วิธีที่เรียนคณิตศาสตร์ว่าจะเรียนอย่างไร และให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชานี้

ขอบทรวงของวัตถุประสงค์ในหลักสูตร วัตถุประสงค์ที่เขียนไว้ในหลักสูตร พ.ศ. 2503 กำหนดไว้มากประการด้วยกัน และส่วนมากเป็นข้อความที่มีความหมายลึกซึ้งยากแก่การตีความ จากรายงานเรื่องโฉมหน้าใหม่ของหลักสูตรไทยระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา โดยนิตยปริญาโท คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ได้กล่าวถึงขอบทรวงของวัตถุประสงค์ในหลักสูตรฉบับนี้ไว้ว่า วัตถุประสงค์ไม่แจ่มชัด ไม่สะดวกต่อการจัดเนื้อหาเพื่อสนองวัตถุประสงค์ ครูอาจแปลความไม่ตรงกันและประเมินผลได้ยาก⁴³ ความไม่แจ่มชัดของวัตถุประสงค์ดังกล่าวย่อมเป็นอุปสรรคแก่ครูในการเตรียมการสอนและการประเมินผลเพื่อปรับปรุงการสอนด้วย การสอนอาจไม่มีประสิทธิภาพสูงเท่าที่ควรและนักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ก่อนข้างน้อยดังปรากฏในผลการวิจัยอย่างไรก็ตาม อุปสรรคเหล่านี้อาจกำจัดได้โดยครูร่วมกันทำการวิเคราะห์เนื้อหาแล้วตีความวัตถุประสงค์ออกมาเป็นพฤติกรรมนักเรียน ซึ่งครูสามารถสังเกตเห็นได้หรือวัดได้เสียก่อนที่ครูจะทำการสอน วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมจะช่วยครูในการเตรียมเนื้อหาสำหรับสอนแต่ละคราว และการประเมินผลการเรียนของนักเรียนและการสอนของครู

ขอบทรวงจากวิธีสอนที่ครูใช้ วิธีสอนแต่ละวิธีย่อมจะมีคุณค่าต่อการเรียนการสอน โดยมุ่งให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ได้หลายประการต่าง ๆ กัน ดังนั้น ในกรณีที่ครูคณิตศาสตร์อาจเห็นว่าวิธีสอนหลายวิธีที่มีคุณค่าน้อย ดังปรากฏในผลการวิจัยเกี่ยวกับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

⁴³นิตยปริญาโท คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โฉมหน้าใหม่ของหลักสูตรไทยระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษา, 2517, หน้า 5-6 (เอกสารอัดสำเนา).

วิธีสอน และถ้าครูใช้วิธีสอนเพียงไม่กี่วิธีก็อาจทำให้ นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ไม่ครบถ้วนเท่าที่ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร อย่างไรก็ตาม เกี่ยวกับวิธีสอนนี้ได้อภิปรายไว้ในหัวข้อที่ 4 ตอนต่อไป

ข้อบกพร่องจากเนื้อหาในหลักสูตร เนื้อหาในหลักสูตรที่บรรจุไว้มากเกินไป หรืออาจมีหลายตอนซึ่งนักเรียนเข้าใจโดยยากแม้ว่าครูจะทำการสอนไปแล้วก็ตาม อาจทำให้ นักเรียนไม่สามารถบรรลุวัตถุประสงค์ในหลักสูตรอย่างครบถ้วนได้ ซึ่งขอเท็จจริงเหล่านี้ได้อภิปรายไว้ในตอนที่ 5 ต่อไป

สาเหตุต่าง ๆ ที่โลกกล่าวมา อาจชี้ให้เห็นถึงข้อเท็จจริงหลายประการซึ่งควรแก้ไข และเนื่องจากวัตถุประสงค์นับเป็นหัวใจของการสอน ผลการวิจัยเกี่ยวกับการบรรลุวัตถุประสงค์ของนักเรียนนี้จึงอาจชี้ให้เห็นถึงสภาพทั่วไปของการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายว่าควรได้รับการแก้ไข เป็นอันมากด้วย

4. ด้านวิธีสอนที่ครูใช้ จากผลการวิจัยครูและนักเรียนเชื่อว่า วิธีสอนที่ทำให้ นักเรียนเรียนรู้อคณิตศาสตร์ไปปานกลางหรือค่อนข้างมาก ได้แก่

ครูบรรยายเนื้อหาตามแบบเรียนและเนื้อหาจากตำราที่ไม่ใช่แบบเรียน วิธีสอนนั้นนอกจากครูจะเชื่อว่าเป็นวิธีที่มีคุณค่าคงกล่าวแล้ว ยังเป็นวิธีที่ครูนิยมใช้ในการสอนคณิตศาสตร์อย่างแพร่หลายด้วย อย่างไรก็ตาม การบรรยายเป็นวิธีที่เหมาะสมสำหรับใช้สอนเนื้อหาบางประเภทเท่านั้น เช่น นิยาม มโนทัศน์ ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียน เป็นต้น วิธีสอนแบบนี้จะมุ่งให้นักเรียนทราบเนื้อหาอย่างรวดเร็วและ เน้นลักษณะหรือความสำคัญของเนื้อหาเหล่านั้น⁴⁴ และโดยปกติมักจะ เป็นการชี้แจง (explanation) หรือเป็นการอธิบายประกอบ (illustration) เท่านั้น⁴⁵ การบรรยายมักจะใช้เวลาไม่นานนัก สำหรับนักเรียนมัธยมควรใช้ 15-20 นาทีต่อคราวหนึ่ง ครูควรจะมีวัสดุประกอบคำ

⁴⁴ ยุกติน พิพิฑกุล, เรื่องเดิม, หน้า 39.

⁴⁵ Butler and Wren, op. cit., p. 161.

บรรยายควย ต้องมีการเคลื่อนไหว การใช้วาหศิลป์และหลักจิตวิทยาเพื่อให้นักเรียนสนใจ วิธีนี้เหมาะสำหรับใช้สอนคณิตศาสตร์แต่ไม่ควรใช้ตลอดทุกบทเรียนที่ครูสอน

ครูถามให้นักเรียนคิดเพื่อค้นพบหลักสำคัญ กฎหรือสูตรควยตัวของนักเรียนเอง วิธีนี้อาจเรียกโดยย่อว่า วิธีสอนโดยการค้นพบ และเป็นวิธีที่มีการกล่าวถึงกันมากในตำราหรือบทความเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ทั้งในภาษาไทยและภาษาอังกฤษประเทศ นักการศึกษาส่วนใหญ่เห็นว่าเป็นวิธีที่เหมาะสมแก่การสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้จึงนับเป็นข้อดีที่ครูคณิตศาสตร์ของการวิจัยนี้เห็นคุณค่าวิธีสอนนี้และอาจมีจำนวนไม่น้อยซึ่งใช้อยู่ วิธีสอนโดยการค้นพบ เป็นการจักระ เบียบใหม่หรือเป็นการแปลง เหตุการณ์ซึ่งนักเรียนได้รู้มาแล้วและไต่คิดไปไกลกว่าเหตุการณ์เหล่านั้นอีกจนเกิดความเข้าใจลึกซึ้งอันใหม่ขึ้น⁴⁶ หรืออาจกล่าวได้ว่าเป็นการสอนที่แนะนำให้นักเรียนได้ค้นพบหลัก เกณฑ์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้ที่ตนมีอยู่แล้ว เป็นแนวทางในการคิด การสอนวิธีนี้ประกอบด้วยเทคนิคหลายประการ ซึ่งครูแต่ละคนจะพลิกแพลงและเราให้นักเรียนค้นพบโดยวิธีต่าง ๆ กันตามความสามารถของตน เทคนิคเหล่านี้จะรวมเอาการตั้งคำถามไปยังนักเรียนจนกระทั่งนักเรียนค้นพบความรู้ใหม่ด้วยตนเอง การใช้คำพูดที่เหมาะสมมีใจความละเอียดชัดเจนตรงกับประเด็นสำคัญของปัญหาเพื่อให้นักเรียนค้นพบกฎเกณฑ์ที่เป็นรูปทั่วไป การเราให้นักเรียนกระทำหรือพยายามคิดค้นไปสู่สิ่งที่ครูต้องการให้ค้นพบโดยทางลัดด้วยตนเอง และการวางแผนให้นักเรียนสนใจกล่าวแสดงออกและมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิธีนี้⁴⁷ ครูต้องเตรียมคำถามปัญหาไว้มาก ๆ กระตุ้นให้นักเรียนคิดหาเหตุผล ให้โอกาสนักเรียนคิดหาคำตอบและวิจารณ์คำตอบของกันและกันพร้อมกับกระตุ้นความคิดใหม่กับความรู็เดิมได้เข้ากันเป็นแนวทางไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง และเมื่อค้นพบแล้วครูต้องช่วยชัก เกลาข้อสรุปที่ค้นพบนั้นให้รัดกุมยิ่งขึ้น วิธีสอนนี้จะมุ่งให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกฝนความคิดให้สั่ง เกตความสัมพันธ์

⁴⁶ Bruner, *op. cit.*, p. 76.

⁴⁷ *Ibid.*, p. 64.

ไต่ทลองหลาย ๆ อย่าง พอใจ มั่นใจในการเรียนรู้และอยากรู้ต่อไปอีก นอกจากนี้ยังเป็น การส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในทัวนัก เรียนด้วย วิธีสอนนี้เหมาะอย่างยิ่ง สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ แต่ก็เป็นวิธีที่ค่อนข้างใช้เวลา และถ้าครูของรีบร้อนสอนไม่ว่า คุยเหตุใด ๆ การใช้การสอนวิธีนี้จะก่อให้เกิดผลเสียหายต่อการเรียนรู้ของนักเรียนมาก

การสอนโดยครูแสดงวิธีใช้กฎ สูตรหรือทฤษฎีบทในการแก้โจทย์ปัญหาให้นักเรียน คุ วิธีนี้อาจเรียกโดยย่อ ๆ ว่า วิธีสอนโดยสาธิต วิธีนี้ครูจะเป็นผู้สาธิตเองเพื่อให้ นักเรียนไปสู่ข้อสรุปจากการสาธิตนั้นหรือเพื่อเป็นการใช้อุปกรณการสอน แผนภูมิหรือสื่อ- กลางต่าง ๆ แสดงให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนยิ่งขึ้น ในทางปฏิบัติครูจะต้องเตรียมอุปกรณ์ ประกอบสาธิตล่วงหน้าเป็นอย่างดี การแสดงนั้นต้องชัดเจนและนักเรียนทุกคนสามารถ มองเห็น นักเรียนควรมีโอกาสทำคามหรือซักถาม และครูต้องบอกให้นักเรียนจกเรื่องสำคัญ ในเวลาที่ครูเห็นว่าสมควรด้วย วิธีสอนนี้เหมาะสำหรับการสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาที่ เกี่ยวกับการใช้กฎ สูตรหรือทฤษฎีบท ในกรณีที่ครูต้องการประหยัดเวลาหรือในกรณีที่การ ใช้กฎ สูตรหรือทฤษฎีบทเหล่านั้นมีความซับซ้อนยาก เกินไปสำหรับนักเรียนที่จะค้นพบด้วย ตนเอง

การสอนโดยครูกำหนดให้นักเรียนฝึกฝนแก้ปัญหาจากแบบฝึกหัดหรือจากตำรา คณิตศาสตร์ที่ไม่ใช่แบบเรียน หรืออาจเรียกโดยย่อว่า วิธีสอนแบบฝึก วิธีนี้ครูมุ่งให้ นักเรียนเกิดทักษะมากถึงระดับที่ใช้การได้หรือเพื่อที่จะรวบรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ และ นำมาใช้ได้ทันที⁴⁸ วิธีสอนนี้ครูจะให้นักเรียนเขียนตอบหรือโดยวิธีปากเปล่าซึ่งกระตุ้นให้ นักเรียนตอบทันที บางทีวิธีนี้อาจอยู่ในรูปเกมให้นักเรียนแข่งขัน ครูจะต้องสร้างแรงจูงใจ เพื่อกระตุ้นนักเรียน ต้องไม่ให้นักเรียนพูดวิจารณ์ขณะที่ครูถามหรือให้นักเรียนกำลังทำที่ กระดานดำ วิธีสอนแบบนี้จะเหมาะสำหรับสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาที่ครูต้องการฝึกให้ ให้นักเรียนเกิดทักษะหรือได้ความรู้ในรายละเอียดของเรื่องนั้นมากขึ้น

⁴⁸ มุขิน พิพิธกุล, เรื่องเดิม, หน้า 40.

วิธีสอนทั้งสี่ประการดังกล่าว เป็นวิธีสอนที่ครูเห็นว่ามีความค่าปานกลางหรือค่อนข้างมาก อย่างไรก็ตาม อาจมีวิธีสอนหรือกิจกรรมการสอนอื่น ๆ อีกหลายวิธีซึ่งช่วยครูในการสอนให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ประสงค์ประการต่าง ๆ ได้หลายประการต่าง ๆ กัน ซึ่งวิธีสอนเหล่านี้บางประเภทครูได้ลงความเห็นว่าช่วยนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ค่อนข้างน้อย เช่น การจัดนิทรรศการ การสอนโดยปฏิบัติการเป็นกลุ่ม การสอนโดยใช้บัตรกิจกรรม การสอนโดยให้ทำรายงานเดี่ยวและรายงานหมู่ การให้นักเรียนสอนกันเองภายในกลุ่ม การแบ่งกลุ่มจัดเกมทางคณิตศาสตร์ และการสอนโดยใช้ของสมุกประกอบการสอน เป็นต้น ครูคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพนั้นมักจะใช้วิธีสอนหลายวิธีประกอบกันในโอกาสอันเหมาะสมเพื่อให้นักเรียนซึ่งมีพื้นฐานความรู้และประสบการณ์แตกต่างกันได้มีโอกาสบรรลุวัตถุประสงค์เหล่านั้นเท่าเทียมกันด้วย

5. งานเนื้อหาในหลักสูตร จากการวิจัยพบว่า มีเนื้อหาในหลักสูตรหลายตอนซึ่งครูและนักเรียนจำนวนมากลงความเห็นว่า เป็นเรื่องไม่เป็นประโยชน์กับเรื่องใดและครูสอนแล้วนักเรียนไม่อาจเข้าใจได้ ซึ่งได้แก่ ฟังก์ชันมุมตรีโกณ ฟังก์ชันมุมครึ่งเท่าและสองเท่าของมุมในสามเหลี่ยม เรื่อง \log ของ sine cosine และ tangent การวัดระยะทางและความสูงในหลายระนาบ และการสร้างรูปวงกลมโดยกำหนดจุด เส้นสัมผัสและวงกลมที่สัมผัส นอกจากนี้การวิจัยยังพบว่า มีเนื้อหาบางตอนซึ่งครูและนักเรียนจำนวนมากลงความเห็นว่า เป็นเนื้อหาที่เสริมความรู้พื้นฐานให้และครูไม่ตองสอนนักเรียนก็สามารถเข้าใจได้ด้วยตนเอง ซึ่งได้แก่ มาตราการวัดมุม ความสัมพันธ์ของจตุรัสบนด้านของสามเหลี่ยม บทสร้างสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ทฤษฎีบทสามเหลี่ยมสองรูปซึ่งมีมุมหนึ่งเท่ากันและด้านประกอบอีกหนึ่งมุมเท่ากัน จุดศูนย์กลางพื้นที่กับส่วนสูงหรือฐานของสามเหลี่ยมและการสร้างรูปคล้ายโดยกำหนดพื้นที่ ผลการวิจัยเหล่านี้ชี้ให้เห็นว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พ.ศ. 2503 ควรจะได้รับการปรับปรุงใหม่ ประโยชน์แก่นักเรียนมากขึ้นโดยตัดเนื้อหาที่มีประโยชน์ต่อนักเรียนน้อยทิ้งแล้วออกไป ย่นย่อเนื้อหาที่เป็นเรื่องปลีกย่อยให้สั้นลงและเพิ่มเนื้อหาใหม่ที่มีประโยชน์เข้ามาในหลักสูตร อย่างไรก็ตาม การปรับปรุงหลักสูตรต้องคำนึงถึงผลได้ต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นแก่นักเรียนเมื่อ

นักเรียนจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาออกไปแล้ว ในแง่หนึ่งจะเกี่ยวข้องกับการศึกษา
ต่อในวิชาชีพชั้นต้นและชั้นสูงของนักเรียน ส่วนอีกแง่หนึ่งจะเป็นการนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ
ในชีวิตของนักเรียนในสภาพสังคมปัจจุบัน ซึ่งจะพิจารณาดังนี้

ประการแรก หลักสูตรคณิตศาสตร์จะต้อง เป็นการเตรียมนักเรียนเข้าศึกษาต่อ
ในชั้นอุดมศึกษาและเตรียมนักเรียนสำหรับวิชาที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ เนื้อหาที่เรียนจะไม่
เพียงแต่สอดคล้องกับเนื้อหาที่กำหนดไว้ในหลักสูตรการสอบคัดเลือกเข้าเรียนในสถาบัน
ชั้นสูงเท่านั้น แต่ควรจะสอดคล้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในสาขาวิชาที่นักเรียนจะเข้าเรียน
ด้วย⁴⁹ เช่น ความต้องการในคณิตศาสตร์ของสาขาแพทยศาสตร์อาจแตกต่างไปจาก
สาขาวิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น นอกจากนี้เนื้อหาคณิตศาสตร์จะต้องสนองความต้องการ
ในการประกอบอาชีพต่าง ๆ บางอาชีพต้องการเนื้อหาคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ และบางอาชีพ
ต้องการเนื้อหาคณิตศาสตร์ประยุกต์ อาชีพที่ต้องใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์มากได้แก่ คุรุคณิต-
ศาสตร์ทุกระดับ และครูวิทยาศาสตร์ นักสถิติ วิศวกรสาขาต่าง ๆ นักสำรวจ นักบัญชี
เจ้าหน้าที่ประกันภัยต่าง ๆ เกษกรและพนักงานเกี่ยวกับบริการสุขภาพ นักวิจัยเชิง
วิทยาศาสตร์ในโรงงานอุตสาหกรรมและผูช่วยนักวิจัยต่าง ๆ เป็นต้น⁵⁰

ในแง่เนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาควร จะได้รับการปรับปรุงให้เหมาะสม
ยิ่งขึ้น ใ้มีการพิจารณาแล้วว่า วิชาพีชคณิตควร จะแตกต่างจากเดิมในมิติหนึ่ง การใช้
ถ้อยคำและสัญลักษณ์บางอย่าง เนื้อหาที่เพิ่มเข้ามาควรได้แก่ เซตซึ่งประกอบด้วยมโน-
ทัศน์และสัญลักษณ์ของเซต เซตของคู่ลำดับ กราฟและโลจิส ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน
และอินเวอร์สของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ลิมิต ฟังก์ชันเชิงเส้นกับฟังก์ชันกำลังสอง
บทนำเข้าสู่จำนวนเชิงซ้อนซึ่งประกอบด้วย ไอเบอเวชัน ของจำนวนเชิงซ้อน การนำเข้าสู่
สู่จำนวนเชิงซ้อนด้วยสัญลักษณ์และความสัมพันธ์ของจำนวนเชิงซ้อนกับจำนวนจริง การจัด
ลำดับกับทฤษฎีบททวินาม การอนุมานเชิงคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเลือกวัตถุ

⁴⁹Reeve, op. cit., p. 448.

⁵⁰Ibid., p. 449.

ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเซต การระบุเซตสองแบบ ยูนิเวอร์สเซตกับอนเซต โอเปอเรชันของเซต คุณสมบัติทางพีชคณิตของเซต และเซตของฟังก์ชัน⁵¹

เรขาคณิตก็จะ เน้นแบบแผนเชิงตรรกวิทยาที่แตกต่างออกไป เช่น การให้เหตุผลแบบอุปมาขึ้นตอนเบื้องต้นของทฤษฎีบทและการพิสูจน์ทางอ้อม⁵² เนื้อหาบางตอนที่ควรเพิ่มเข้ามาได้แก่ บทนำเข้าสู่เรขาคณิตวิเคราะห์ซึ่งประกอบด้วย การหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด ความชันของเส้นขนานกันกับเส้นที่ตัดฉากกัน สมการเส้นตรงวงกลมและการพิสูจน์โดยวิธีใช้พิทัก ทฤษฎีบทซึ่งมีการพิสูจน์โดยวิธีวิเคราะห์อย่างง่าย ๆ หน่วยในเรขาคณิตทรงตันและเรขาคณิตทรงกลม การเปลี่ยนรูปทรงเรขาคณิตซึ่งประกอบด้วย การสะท้อนรูปจากเส้น การแปลงรูปและบทประยุกต์ ลำดับความสัมพันธ์ในเรขาคณิตพื้นระนาบซึ่งประกอบด้วย ข้อบทพร้อมเชิงตรรกวิทยา ลำดับของจำนวนกับจุดมโนทัศน์ของค่าระหว่างส่วนของเส้นตรง การลำดับก่อนหลังแบบวงกลม การแยกทฤษฎีในระนาบและวงกลมในระนาบ⁵³

สำหรับตรีโกณมิติจะมีเนื้อหาที่สัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับ เรขาคณิตที่ปรับปรุงดังกล่าวข้างต้นด้วย เนื้อหาที่ควรเพิ่มเข้ามาได้แก่ บทนำเข้าสู่เวกเตอร์ซึ่งประกอบด้วย ปริมาณสเกลลากับปริมาณเวกเตอร์ การบวกและลบเวกเตอร์ กฎของโอเปอเรชัน ความเกี่ยวข้องกับของเรขาคณิตแบบอุปมาอุปไมมกับเวกเตอร์และเซนเตอร์เวกเตอร์ ตรีโกณมิติกับเวกเตอร์ในแบบพิทักซึ่งประกอบด้วย ตำแหน่งมาตรฐานของมุม แผนภาพเกี่ยวกับ

⁵¹The Commission on Mathematics, Report of the Commission on Mathematics "Appendices" (New Jersey: College Entrance Examination Board, 1959), pp. 8, 36, 58, 64, 74, 89.

⁵²Ibid., pp. 109, 112, 114, 117.

⁵³Ibid., pp. 120, 133, 140, 159, 166.

เครื่องหมายกับค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันกับเวกเตอร์ จำนวนเชิงซ้อนในรูปเวกเตอร์และบทประยุกต์ของเวกเตอร์ สูตรตรีโกณมิติซึ่งประกอบด้วย สูตรเบื้องต้นของการหารยะทางและความสูงโดยใช้ฟังก์ชันเชิง-
 54 ชีว กฎของ sine กับ cosine สูตรการบวกกับการลบ การคูณจำนวนเชิงซ้อนโดย
 ใช้ฟังก์ชันเชิงชีวและสูตรการหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม

ประการที่สอง หลักสูตรคณิตศาสตร์ทอมมีส่วนช่วยเหลือนักเรียนในการนำไปใช้
 แก้ปัญหาทาง ๆ ในสิ่งแวดล้อมทางสังคมของคน เนื่องจากเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นส่วน
 55 หนึ่งของสิ่งแวดล้อมและวิถีชีวิตของคนเรา และสิ่งแวดล้อมทางสังคมและวิถีชีวิต
 56 กึ่งกล่าวนี้เปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา หลักสูตรคณิตศาสตร์จึงควรได้รับการปรับปรุงอยู่
 เสมอ ทักทอนหรือเปลี่ยนแปลงเนื้อหาส่วนที่ล้าสมัยหรือนำไปสู่เป้าหมายของการสอนได
 57 น้อยออกเสีย แล้วเลือกเฟ้นเนื้อหาใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าสอดคล้องกับสภาพสังคมปัจจุบันเข้ามา
 แทนที่ ความรู้ในคณิตศาสตร์ไม่มีหมกมุ่นแค่นับวันจะเพิ่มมากขึ้นเสมอ เราคงพิจารณา
 58 ความคณิตศาสตร์ชนิดใดบ้างที่จะช่วยนำไปสู่จุดหมายปลายทางซึ่งเราต้องการ เนื้อหา
 คณิตศาสตร์ที่จะต้องใช้บ่อย ๆ ในชีวิตประจำวันนั้นอาจจะได้แก่ การคำนวณเบื้องต้น
 59 เกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม ร้อยละ อัตราส่วน การประมาณค่า การกำหนด
 จำนวนที่แน่นอน กราฟเส้นตรง กราฟแท่งและกราฟวงกลม การใช้ตารางลักษณะต่าง ๆ
 60 สถิติเบื้องต้น ธรรมชาติของการวัดอันประกอบด้วย ความหมาย หน่วยมาตรฐาน ความ
 61 ผิดพลาดที่ยอมรับได้มากที่สุด การกะประมาณและการใช้เครื่องมือวัดชนิดต่าง ๆ ราค

⁵⁴ Ibid., pp. 176, 186, 200, 206.

⁵⁵ John L. Marks et. al., Teaching Elementary School Mathematics (New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1970), p. 3.

⁵⁶ Howard F. Fehr & Jo M. Phillips, Teaching Modern Mathematics in Elementary School (Publishing Co., Inc., 1967), p. 6.

กำลังที่สอง การสร้างและกะประมาณมุม มโนทัศน์เรขาคณิตเกี่ยวกับจุด มุม เส้นขนาน
 คาง ๆ วงกลม รูปเหลี่ยมและทรงตันชนิดต่าง ๆ ความสัมพันธ์ความยาวด้านของ
 สามเหลี่ยมมุมฉากแบบ 3 : 4 : 5 การสร้างและแบ่งมุม เส้นและรูปเรขาคณิตชนิด
 ต่าง ๆ การวาด อ่าน แปลความหมายและหาระยะทางจริงในแผนที่ แผนที่ ภาพวาด
 เชิงกลและพิมพ์เขียว เวกเตอร์เบื้องต้น การใช้มาตราเมตริก การใช้และการแปลง
 มาตราทุกชนิด การใช้สัญลักษณ์พีชคณิต การสร้างและการใช้สูตร จำนวนบวกและจำนวน
 ลบ การใช้สัจพจน์ในการแปลงรูปแบบของสูตรหรือการแกสมการอย่างง่าย การประยุกต์
 สูตรในคณิตศาสตร์สัมพันธ์กับพื้นที่และปริมาตร การหาระยะทาง ความเร็ว เวลาและ
 คอกเบี้ย สามเหลี่ยมคล้ายและสัดส่วนของด้าน พังกัณฑ์ตรีโกณมิติ ทิศการเกี่ยวกับการเงิน
 เช่น การยืมเงิน การประกันภัยและการจัดการเกี่ยวกับการเงิน เป็นต้น การใช้เลข-
 คณิตเมื่อเริ่มงานในธุรกิจครั้งแรก เช่น การทำความเข้าใจบัญชีเก็บของอย่างง่าย การ
 สร้างโอกาสและการใช้เลขคณิตอธิบายปัญหาต่าง ๆ ในการคิดค้อและในธุรกิจทั่ว ๆ ไป
 เป็นต้น และการใช้วิธีที่สมมติฐานก่อนแล้วดำเนินการไปจนถึงข้อสรุป⁵⁷

นอกจากนี้การปรับปรุงหลักสูตรจะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบอื่น ๆ อีกหลาย
 ประการ เช่น วัตถุประสงค์อื่น ๆ ที่มุ่งให้มีขึ้นในค่านักเรียน ความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี
 โดยซึ่งมีบทบาทต่อการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน และบทบาทของทฤษฎีการเรียนรู้ใหม่ ๆ
 และการวิจัยซึ่งมีส่วนช่วยเหลือในการพัฒนาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์นี้

6. ค่านแบบเรียนคณิตศาสตร์ที่ครูใช้ จากผลการวิจัย แบบเรียนส่วนใหญ่มีการ
 จัดเรียงเนื้อหาไปตามลำดับจากง่ายไปยาก เนื้อหาถูกต้องตรงตามหลักสูตร มีแบบฝึกหัด
 สำหรับนักเรียนทุกคนและนักเรียนที่เรียนเก่งเป็นพิเศษ และมีวิธีเขียนโดยยกตัวอย่าง
 ง่าย ๆ ก่อนแล้วสรุปเป็นกฎ สูตรหรือทฤษฎีบท อย่างไรก็ตาม คุณสมบัตินี้ยังไม่เหมาะ-
 สมสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายอย่างเพียงพอ เพราะแบบเรียนคณิตศาสตร์

⁵⁷Reeve, *op. cit.*, pp. 444-446.

นอกจากใช้ในการอ่านประกอบการสอนของครูแล้ว จะต้องมีส่วนช่วยเหลือนักเรียนหลายแง่ เช่น อ่านเพื่อทำความเข้าใจเรื่องที่ครูสอน อ่านเพื่อการเรียนรู้ด้วยตนเอง เมื่อขาดเรียนไป และอ่านเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจนอกเหนือไปจากสิ่งที่ครูสอน เป็นต้น แบบเรียนที่นักเรียนสามารถอ่านเข้าใจได้ด้วยตนเองย่อมช่วยนักเรียนที่อ่านเป็นประจำ ให้มีความสามารถในคณิตศาสตร์สูงขึ้น แพร์ไคยกตัวอย่างว่า นักเรียนที่ศึกษาวิชาเรขาคณิตพื้นระนาบโดยการ เปิดหนังสือใช้เป็นการอ้างอิงเสมอ ย่อมมีผลงานเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปมา การแก้ปัญหาที่แปลกกว่าคนอื่น และการพิสูจน์ทฤษฎีบทได้ดีกว่านักเรียนซึ่งทำกิจกรรมทุกอย่างเกี่ยวกับการเรียนเรื่องนี้โดยการเปิดหนังสือ⁵⁸

แบบเรียนที่ดีจะต้องมีคุณสมบัติหลายประการประกอบกัน ดังเช่น สตีเฟน เอส วิลลาห์บี (Stephen S. Willoughby) กล่าวว่า แบบเรียนที่ดีจะต้องเขียนขึ้นโดยให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าเองได้ ทั้งในการทบทวนและศึกษาล่วงหน้าไปอย่างรวดเร็ว มีลักษณะเรื่องที่ยากต่อการไขว่คว้าประกอบการเรียนหรือทบทวนบทเรียน ควรมีคำแนะนำการสอนประกอบและ เปิดโอกาสให้ครูสามารถใช้วิธีสอนได้หลายวิธี⁵⁹ นอกจากนี้จะต้องมีแบบฝึกหัดจำนวนมากเพียงพอ⁶⁰ ดังนั้นแบบเรียนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายนอกจากจะมีคุณลักษณะที่ดีสี่ประการดังกล่าวข้างต้นแล้ว ควรจะมีคุณสมบัติอื่น ๆ เพื่อช่วยเหลือครูและนักเรียนด้วย ไคแก กล่าวประวัติหรือความจำเป็นของเรียนรู้ เขียนนิยาม กฎ สูตรหรือทฤษฎีให้เด่นชัดด้วยการที่ครอบคลุมข้อความหรือพิมพ์ด้วยอักษรตัวโตกว่าคำอธิบาย การให้นิยามถูกต้อง สั้นและชัดเจน มีการสรุปท้าย

⁵⁸ Howard F. Fehr, What Research Says to the Teacher No. 9 : Teaching High School Mathematics, p. 5.

⁵⁹ Stephen S. Willoughby, Contemporary Teaching of Secondary School Mathematics (New York: John Willy & Sons, Inc., 1967), p.77.

⁶⁰ Ibid., p. 79.

บทเรียนแต่ละเรื่อง เขียนให้นักเรียนสามารถเข้าใจได้เองไม่จำต้องให้ครูอธิบาย มีข้อเสนอแนะการสอนจัดไว้แต่ละบทเรียนหรือท้ายเล่ม แนะนำหนังสืออ่านเพิ่มเติมใน แต่ละบทเรียนหรือท้ายเล่ม มีคำสั่งหรือคำถามหรือภาพเราให้นักเรียนใช้ความคิดหา เหตุผล มีภาพที่ช่วยให้นักเรียนจดจำได้นาน เขียนเกี่ยวโยงกับเรื่องราวที่มีในชีวิต ประจำวันหรือในสังคม เขียนเกี่ยวโยงกับเนื้อหาวิชาอื่น ๆ ที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ เขียนเกี่ยวโยงกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูงให้นักเรียนเห็นทางนำไปใช้ ตัวอย่าง วิธีทำหรือการพิสูจน์นำให้นักเรียนคิด เป็นต้น

7. คุณภาพการการสอน จากผลการวิจัย ครูนิยมใช้ชอล์กสีเป็นอุปกรณ์การสอน ซึ่งช่วยนักเรียนเรียนรู้อคณิตศาสตร์ได้ค่อนข้างมาก รองลงมาเป็น แผนภาพ กราฟและ แผนภูมิ ซึ่งครูใช้และเห็นว่าทำให้นักเรียนเรียนรู้อคณิตศาสตร์ได้ปานกลาง อุปกรณ์ นอกจากที่กล่าวครและนักเรียนเห็นว่าช่วยการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ได้น้อย อาจสรุปได้ว่า นอกจากชอล์กสีแล้วครูคณิตศาสตร์ใช้อุปกรณ์ที่สร้างขึ้นได้ง่าย ใช้ง่ายและสอดคล้องกับการสอนเนื้อหาซึ่งประกอบด้วยสูตร กฎ ทฤษฎีบท รูปเรขาคณิตและกราฟของฟังก์ชัน ต่าง ๆ เป็นส่วนใหญ่ ซึ่งเนื้อหาเหล่านี้ปรากฏอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์เป็นจำนวนมาก อย่างไรก็ตาม อุปกรณ์ เช่น สไลด์ ฟลิ้มสตริป ภาพยนตร์ ของจำลอง ภาพสามมิติ ภาพถ่าย บัตรกิจกรรมและบทเรียนแบบโปรแกรม ก็เป็นอุปกรณ์ที่ช่วยการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้มาก อุปกรณ์เหล่านี้จะสร้างความสนใจ สร้างเจตคติที่ดีต่อ คณิตศาสตร์ ส่งเสริมความคิดริเริ่มและช่วยนักเรียนในการเรียนรู้อโดยอิสระสามัคคีต่าง ๆ กัน อุปสรรคที่ทำให้ครูไม่สามารถใช้อุปกรณ์การสอนประเภทนี้มีอยู่มาก โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เนื้อหาในหลักสูตรและภาระของครูซึ่งมีอยู่มาก ดังปรากฏในผลการวิจัย ก่อนต้น นับเป็นอุปสรรคสำคัญที่สุด เพราะทำให้ครูไม่มีเวลาสร้างและใช้อุปกรณ์ที่เหมาะสม ได้อย่างเพียงพอ

8. กานการวัดผล จากผลการวิจัย ได้พบข้อขัดแย้งในความเห็นของครูและนักเรียน โดยครูลงความเห็นว่า การสนทนาซักถาม การตรวจผลงานและการทดสอบด้วย ข้อสอบที่ครูผู้สอนสร้างและข้อสอบที่ครูร่วมกันสร้างต่างก็ได้ผลตรงกับความเป็นจริงของ

นักเรียนค่อนข้างมาก ส่วนนักเรียนลงความเห็นว่าการตรวจผลงานเพียงประการเดียว ได้ผลตรงกับความเป็นจริงของตน ผลการวิจัยดังกล่าวอาจพิจารณาเหตุผลได้สองแง่ ประการแรก ครูมีความเชื่อมั่นในการวัดผลด้วยการสนทนาซักถามและการใช้ข้อสอบที่ ครูสร้างมากเกินไปซึ่งไม่ตรงกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียน เพราะนักเรียนมิได้เห็นตรงกับกับครูและโดยปกตินักเรียนมักคิดว่าตนเข้าใจคณิตศาสตร์เพียงไหน ดังนั้น ในแง่นี้ครูควรปรับปรุงวิธีวัดผลให้มีความเที่ยงตรงยิ่งขึ้น ประการที่สอง อาจพิจารณาได้ว่าครูคณิตศาสตร์ เป็นผู้ที่มีประสบการณ์และได้ศึกษาเกี่ยวกับการวัดผลและธรรมชาติของ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียน ครูได้ใช้ความรู้ดังกล่าวเข้ามาในการวัดผล ของตน การลงความเห็นของครูก็อาจตรงกับความเป็นจริงมากกว่าการลงความเห็น ของนักเรียน ดังนั้นในแง่นี้อาจกล่าวได้ว่า การวัดผลที่ครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ตอนปลายใช้อยู่ในระดับที่น่าพอใจ

สำหรับแบบทดสอบที่นักเรียนชอบ จากผลการวิจัย นักเรียนชอบแบบทดสอบแบบ แสดงวิธีทำ แบบทดสอบแบบเลือกคำตอบและแบบทดสอบแบบถูกผิด ขณะเดียวกันครู เชื่อว่านักเรียนชอบแบบทดสอบแบบเลือกคำตอบเท่านั้น ดังนั้นขอเท็จจริงดังกล่าวนี้จึง น่าจะเป็นประโยชน์ต่อครูคณิตศาสตร์โดยตรงซึ่งจะทำให้ครูทราบว่านักเรียนมีความพอใจ แก่ปัญหาลักษณะดังกล่าว โดยนักเรียนอาจเห็นว่าเป็นแบบทดสอบที่มีความยุติธรรม นักเรียนสามารถทำได้ มีคุณค่าต่อเนื้อหาที่เป็นทั้งวิธีทำและข้อเท็จจริงต่าง ๆ สิ่ง เหล่านี้จะช่วยครูในการตั้งปัญหาในชั้นเรียน ทำแบบทดสอบย่อยและแบบทดสอบประจำ ภาค เป็นต้น

เกี่ยวกับการให้การบ้าน จากผลการวิจัย ครูทุกคนให้การบ้านแก่นักเรียนทุก มทเรียนที่สอนและครูส่วนใหญ่เข้าใจปัญหาซึ่งไม่ปรากฏในหนังสือแบบเรียนแต่เกี่ยวกับ เรื่องที่สอนอยู่มากให้เป็นการบ้านแก่นักเรียนน้อย ๆ ด้วย ผลเหล่านี้นับเป็นข้อดีของการ สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เพราะ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยม- ศึกษาตอนปลายนั้นมีการแก้โจทย์ปัญหาซึ่งอาศัยวิธีการหลาย ๆ อย่างประกอบกันทุกเรื่อง และการบ้านนั้นก็เป็นการกำหนดให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเองแบบหนึ่ง อย่างไรก็ตาม

การบ้านที่ที่จะต้องประกอบด้วยลักษณะสำคัญหลายประการ เช่น เหมาะสมกับความสามารถและความสนใจของนักเรียน นักเรียนเข้าใจการแก้โจทย์ปัญหา มองเห็นคุณค่าของการบ้าน เป็นการกระตุ้นความกระตือรือร้นของนักเรียนและมีจำนวนที่นักเรียนสามารถทำเสร็จเรียบร้อยในเวลาอันสมควรได้ ไม่มากเกินไปจนเกิดความเบื่อหน่ายและเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียน และไม่น้อยเกินไปจนนักเรียนมีโอกาสหาความสนุกสนานเพลิดเพลินในเรื่องที่ไม่เป็นประโยชน์เกินสมควร แทนที่จะใช้เวลาในการเรียนเพิ่มเติมจากบทเรียนในห้องเรียน การบ้านที่ไม่ดีก็คือ การบ้านที่ซ้ำซากจำเจหรือเป็นการบ้านที่ยากเกินไปหรือต้องใช้เวลามากจนเป็นเรื่องยุ่งยากแก่ผู้ปกครองนักเรียน

นอกจากนี้ ผลการวิจัยเกี่ยวกับข้อเสนอแนะของครูยังแสดงอีกว่า การบ้านทำให้ครูทราบความสามารถของนักเรียนเป็นอย่างดีและทำให้ครูทราบว่าควรปรับปรุงการสอนของครูให้ดีขึ้นได้อย่างไร นอกจากนี้ครูยังอ้างว่าการบ้านเป็นงานที่ครูจำเป็นต้องตรวจอย่างละเอียดถี่ถ้วนควย เหล่านี้นับเป็นข้อดีอีกประการหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในปัจจุบัน

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1. ค่านโยบายกระทรวงศึกษาธิการเกี่ยวกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ ควรมีการปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงดังนี้

1.1 เกี่ยวกับการเพิ่มเติมความมุ่งหมายในหลักสูตร ความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ควรจะได้มีการเพิ่มเติมข้อสำคัญมากขึ้นกว่านี้ เช่น ให้มีการทัศนใจอย่างฉลาด คือสามารถแยกความแตกต่างระหว่างความสมเหตุสมผลกับความไม่สมเหตุสมผลแล้วอภิปรายหรือประเมินผลสิ่งเหล่านี้ได้ มุ่งให้เข้าใจความเป็นมาของความรู้ที่มีอยู่และสามารถขยายความรู้เหล่านั้นให้กว้างขวางออกไปได้ และมุ่งให้เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมืออันหนึ่งของการสื่อสารทางความคิดของมนุษย์ เป็นต้น

1.2 เกี่ยวกับการแปลความมุ่งหมายในหลักสูตร ความมุ่งหมายในหลักสูตรที่เขียนไว้มีความคลุมเครือยากแก่ครูผู้สอนในการตีความและผู้ที่เกี่ยวข้องก็มักเข้าใจความ-

หมายไม่ตรงกัน ดังนั้นผู้ร่างหลักสูตรควรที่จะเพิ่มเติมค่าแปลความมุ่งหมายให้ออกมาในรูป พฤติกรรมของนักเรียนทว ย เพื่อใหครุและผู้ที่เกี่ยวข้องทุกคนสามารถพัฒนาักเรียนไปสู่ เป้าหมายได้อย่างถูกต้อง

1.3 เกี่ยวกับเนื้อหาในหลักสูตร ควรจะได้มีการวิเคราะห์วิจัยอย่าง ละเอียดว่าเนื้อหาแต่ละ เรื่องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์และประโยชน์อื่น ๆ ที่นักเรียนจะ ใ้รับ เช่น การศึกษาต่อในวิชาชีพต่าง ๆ หรือการแก้ปัญหาในสิ่ง ๆ ใดในวงกลมประจำวัน ของนักเรียนได้มากน้อยเพียงใด ย่นย่อเนื้อหาที่นักเรียนสามารถศึกษาเข้าใจได้ควย ตนเอง คัดเนื้อหาตอนที่ยากเกินไปหรือเป็นเรื่องไม่จำเป็นควรตัดทิ้ง และนำเนื้อหา คณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ที่ได้วิเคราะห์แล้วว่ามประโยชน์อย่างแท้จริงต่อนักเรียนเข้ามาสอน โดยให้สอดคล้องกับ เนื้อหาที่มีอยู่และวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้

1.4 เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เป็นวิชาเลือก ในผลการวิจัย ครูและ นักเรียนเสนอแนะว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายควรกำหนดให้มีวิชา เลือกแขนงต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนเลือกเรียนได้ความถนัดและความสนใจ ดังนั้น นโยบายของกระทรวงศึกษาธิการควรจะได้พิจารณาในข้อเท็จจริงนี้และถ้าเห็นว่าควรให้ คณิตศาสตร์มีวิชาเลือกดังกล่าวก็ควรกำหนดขอบข่ายของ เนื้อหาแต่ละ เรื่องพร้อมทั้ง ประโยชน์ที่นักเรียนจะได้รับไว้อย่างชัดเจน เพื่อให้นักเรียนสามารถเลือกเรียนได้ เหมาะสมและสอดคล้องกับ เป้าหมายในอนาคตของตน และครูได้ทราบแนวทางการสอน ที่ควรจะใช้ในแต่ละตอนเหล่านี้

2. ด้านแบบเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นแล้วว่า แบบเรียนที่ใช้ อยู่ในปัจจุบันยังไม่เหมาะสมแก่นัก เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายอย่างเพียงพอ ผู้เขียน แบบเรียนจึงควรที่จะปรับปรุงแนวทางการ เขียนโดยมุ่งให้นักเรียนสามารถอ่านเข้าใจควย ตนเองได้ เป็นบทเรียนที่น่าอ่าน เราความสนใจและความอยากรู้นักเรียน เน้น ข้อความที่สำคัญ เน้นถึงประโยชน์ที่จะได้รับจากการเรียนแต่ละเรื่อง เกี่ยวโยงกับ เรื่องราวที่มีในชีวิตประจำวันและ เนื้อหาวิชาอื่น ๆ ที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียน สามารถค้นหารายละเอียดที่สำคัญได้ เช่น มีคั่นคั่นเรื่อง เป็นต้น ให้นักเรียนสามารถ

อ่านเพิ่มเติมได้ เช่น แนะนำหนังสืออื่น ๆ ไว้ เป็นต้น และควรมีข้อเสนอแนะการสอนซึ่งยึดหยุ่นได้และเปิดโอกาสให้ครูใช้วิธีสอนหลาย ๆ วิธีกำกับไว้

3. งานผู้บริหารโรงเรียน ผลการวิจัยแสดงว่า ครูคณิตศาสตร์มีภาระมาก นอกเหนือไปจากหน้าที่สอนและความรับผิดชอบที่ได้รับแล้ว ภาระของครูคณิตศาสตร์อาจขึ้นอยู่กับสิ่งต่อไปนี้ เนื้อหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นที่ทราบกันว่าเป็นวิชาทักษะและครูจะต้องให้แบบฝึกหัดและการบ้านแก่นักเรียนเสมอ ทั้งครูจะต้องตรวจผลงานเหล่านี้ของนักเรียนอย่างละเอียดถี่ถ้วนทุกครั้งด้วย ครูต้องการเวลาสำหรับทำอุปกรณ์ประกอบการสอนแบบต่าง ๆ และครูคณิตศาสตร์ต้องใช้ความคิดและเวลาเป็นอันมากในการพยายามให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่ตนสอนและให้นักเรียนสามารถคิดด้วยตนเองได้ ผู้บริหารโรงเรียนควรพิจารณาข้อเท็จจริงเหล่านี้บ้างและให้ความเป็นธรรมแก่ครู ทั้งนี้เพื่อให้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาสำคัญวิชาหนึ่งและนักเรียนสอบตกมากที่สุดในปัจจุบัน ได้บรรลุวัตถุประสงค์ของการสอนมากขึ้นซึ่งจะช่วยนักเรียนในการศึกษาวิชาอื่น ๆ ที่ใช้คณิตศาสตร์และพัฒนาความสามารถด้านต่าง ๆ ของนักเรียนด้วย

4. งานห้องสมุดโรงเรียน ห้องสมุดควรมีหนังสือสำหรับครูคณิตศาสตร์ เช่น ตำราและวารสารเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ทั้งที่เขียนเป็นภาษาไทยและภาษาอังกฤษ เป็นต้น สำหรับนักเรียนได้แก่ หนังสือคู่มือต่าง ๆ กุญแจ การคำนวณลัด และวารสารต่าง ๆ ที่มีขายตามท้องตลาด เป็นต้น นอกจากนี้ห้องสมุดไม่ควรเปิดตรงกับเวลาเรียนของนักเรียน ควรจะเปิดบริการทั้งในเวลาพักกลางวัน หลังเลิกเรียน และวันหยุดราชการต่าง ๆ ด้วย ทั้งนี้เพื่อให้ครูและนักเรียนเข้าไปใช้ห้องสมุดได้อย่างเต็มที่

5. งานครูคณิตศาสตร์ ครูควรศึกษาเพิ่มเติมจากตำราและวารสารคณิตศาสตร์ทั้งที่เขียนเป็นภาษาไทยและภาษาต่างประเทศ โดยเฉพาะที่เกี่ยวกับวิธีสอนคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ วิชาอื่นที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ การประยุกต์ความรู้วิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตรประจำวัน ความก้าวหน้าในวิธีการเชิงสถิติ การสร้างทุนจำลองเพื่อประกอบการสอน การประเมินผลตนเองและการประเมินผลการสอนคณิตศาสตร์ เป็นต้น ในทาง

ปฏิบัติเกี่ยวกับการสอน ครูควรใช้วิธีสอนหลาย ๆ วิธีประกอบกันตามลักษณะเนื้อหาวิชา และคุณค่าของวิธีสอนเหล่านั้น วิธีสอนซึ่งได้รับความนิยมมากและเห็นว่ามีคุณค่าต่อการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ คือ การสอนโดยให้นักเรียนค้นพบกฎเกณฑ์หรือหลักสำคัญด้วยตนเอง อย่างไรก็ตาม วิธีสอนนี้ต้องใช้เวลาและความชำนาญมาก เพราะประกอบด้วยกลวิธีต่าง ๆ หลายวิธีซึ่งครูจำเป็นต้องศึกษา นอกจากนี้ครูคณิตศาสตร์ควรจะใช้อุปกรณ์การสอนประเภทเร้าความสนใจของนักเรียนให้มากขึ้นอีก

6. ท่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนควรจะใช้แบบเรียนประกอบการเรียนให้มากที่สุด ใช้ห้องสมุดให้มากขึ้น และศึกษาค้นคว้าสาระต่าง ๆ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เช่น เนื้อหาที่เรียน วิชาอื่นที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ การคำนวณหลักการไขกุญแจ คู่มือต่าง ๆ และเรื่องน่านูเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ทั้งจากหนังสือที่เขียนเป็นภาษาไทยและภาษาต่างประเทศ นอกจากนี้นักเรียนควรรหาโอกาสศึกษาหรือเข้าไปมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เช่น นิทรรศการ การแข่งขันหาปัญหา และการสร้างหุ่นจำลองต่าง ๆ เป็นต้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย