



เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผลการค้นคว้า ของ ทศนิยม อองไพบูลย์ ในเรื่องการสับสนปัญหาอันเป็นอุปสรรคในการเรียนของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาในโรงเรียนรัฐบาลในกรุงเทพมหานคร ปรากฏว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนไม่ชอบ และนักเรียนสอบตกมากที่สุด¹³

ผลการวิจัยครั้งนี้ชี้ให้เห็นว่า การสอนคณิตศาสตร์ของเราควรจะได้รับปรับปรุงแก้ไขมากขึ้นกว่าที่เป็นอยู่นี้อย่างไรก็ดี แม้แต่ในประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งมีความเจริญก้าวหน้าทางการศึกษา และเทคโนโลยี มากกว่าประเทศไทยเป็นอันมากก็ประสบปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกัน

โฮวาร์ด เอฟ แฟร์ (Howard F. Fehr) ได้กล่าวไว้ในเอกสารประกอบการวิจัยของเขาว่า มีหลักฐานจำนวนมากพอที่จะสรุปได้ว่า ในระยะเวลาที่ผ่านมา นักเรียนส่วนมากยังไม่มีความมั่นใจพอที่จะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพเท่าที่ทองการเลย ถึงแม้ว่าจะสอนคณิตศาสตร์มานานก็ตาม¹⁴

ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์อาจจะคล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกันซึ่งขึ้นอยู่กับผู้เรียน ผู้สอนและวัสดุประกอบการสอน ผลการค้นคว้าของนักการศึกษาชี้ให้เห็นถึงสิ่งที่จะต้องปรับปรุงในการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจจะนำมาเป็นข้อคิดได้

¹³ เรื่องเดียวกัน หน้าเดียวกัน.

¹⁴ Howard F. Fehr, What Research Says to the Teacher

No. 9 : Teaching High School Mathematics (N.E.A., 1955),

pp. 21 - 22.

คัยเบ็ลยู เซอร์เวียส และ ที วาร์กา ไก่กล่าวว่ ในราวกลางศตวรรษที่ 20 นี้ ได้มีกลุ่มบุคคลและสมาคมต่าง ๆ อันประกอบด้วยนักวิจัยในวิชาคณิตศาสตร์ นักจิตวิทยา ครู และนักการศึกษา ลงความเห็นว่ เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอนในโรงเรียนมัธยมนั้นล้าหลังมากไม่ทันกับการขยายตัวอย่างรวดเร็วของวิชาคณิตศาสตร์ ในขณะเดียวกัน เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอนนั้นก็ไม่สอดคล้องกับการฝึกงานด้านอาชีพและการศึกษาต่อในชั้นสูงของนักเรียนด้วย หลักศูกรวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนซึ่งได้สอนกันอยู่ก็มีเนื้อหาค่อนข้างมากเกินไปและยากเกินไปสำหรับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา¹⁵

ชาร์ลส์ เอช บัทเลอร์ (Charles H. Butler) และ เอฟ ลินวูด เรน (F. Lynwood Wren) กล่าวว่ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาต้องมีการเลือกเฟ้นและเรียบเรียงในแนวทางที่เหมาะสมกับอายุและพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน และต้องนำเสนอในแนวทางที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ ให้นักเรียนสนใจและมีการฝึกหัดให้มากเพียงพอด้วย¹⁶

เนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์เป็นองค์ประกอบสำคัญอันหนึ่งของการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แต่องค์ประกอบที่สำคัญที่สุดนั้น อาจกล่าวได้ว่ คือวัตถุประสงค์ของการสอน เพราะวัตถุประสงค์จะเป็นเกณฑ์กำหนดเนื้อหาที่ควรจะสอนและวิธีสอนที่ควรจะใช้

ชาร์ลส์ เอช บัทเลอร์ และเอฟ ลินวูด เรน กล่าวถึงวัตถุประสงค์ของการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่ ครูคณิตศาสตร์ต้องช่วยเหลือนักเรียน เพื่อ

1. พัฒนาความเข้าใจ ให้นักเรียนใ้มนั่นค้น รุกฎเกณฑ์ เห็นความสัมพันธ์ และมีทักษะในเรื่องที่เรียน

¹⁵W. Servais, op.cit., pp. 11-12.

¹⁶Charles H. Butler and F. Lynwood Wren, The Teaching of Secondary Mathematics (New York : McGraw-Hill Book Co., 1951), p. 158.

2. ให้คงความเข้าใจ และทักษะที่ได้รับแล้วให้มีอยู่เรื่อยไป

3. ให้สามารถถ่ายทอดการเรียนรู้ไปสู่สภาพแวดล้อมทางสังคมของคนที่มากกว่าที่สุด¹⁷

วิลเลียม เอ เกเกอร์ (William A. Gager) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์นั้นต้องให้ผู้เรียนมีความเข้าใจแจ่มแจ้งในทฤษฎีและความรู้พื้นฐานของคณิตศาสตร์ด้วย เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัย หลัก หรือกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวโยงเป็นขั้นทำให้เกิดความรู้เรื่องใหม่ ๆ เพิ่มขึ้น¹⁸

พจนสวัสดิ์ บุลยเลิศ กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์นอกจากจะมุ่งผลให้นักเรียนได้มีความรู้ ทักษะและเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์แล้ว ครูจะต้องสอนสิ่งซึ่งนักเรียนจะนำไปใช้ในชีวิตประจำวันด้วย จึงจะถือว่ามีความคุ้มค่าทางการศึกษา¹⁹

ฮาโรลด์ ซี ทริมเบิล (Harold C. Trimble) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่ค้ำนั้น ครูไม่เพียงแต่สอนให้นักเรียนได้มีทัศนคติไปได้อย่างมีประสิทธิภาพเท่านั้น แต่ต้องสอนให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในตนเอง และกระหายที่จะเรียนด้วย เพราะความเชื่อมั่นในตนเองและความกระหายที่จะเรียนนั้นเป็นบ่อเกิดสำคัญของการวิเคราะห์ วิจัย ซึ่ง เป็นเครื่องมือสำหรับการขยายความรู้และการเรียนรู้ว่าจะเรียนอย่างไร²⁰

จากการวิจัยของ มิทเชลล์ เจฟฟ์ (Mitchell Jaffe) ในเรื่องวิธีสอนที่ครู

¹⁷ Loc. cit.

¹⁸ William A. Gager, "The Functional Approach to Elementary and Secondary Mathematics" The Mathematics Teacher, 50 : 1 (January, 1957), 31.

¹⁹ พจนสวัสดิ์ บุลยเลิศ, "ข้อพิจารณาในการสอนคณิตศาสตร์" ศูนย์ศึกษา, 36 : 11 (พฤศจิกายน, 2500), 25 - 27.

²⁰ Harold C. Trimble, "The Heart of Teaching," Perspective on Secondary Mathematics Education (New Jersey : Prentice-Hall, Inc., 1971), p.115.

คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาชอบใช้ ปรากฏว่าครูเกือบทุกคนในกลุ่มตัวอย่าง 131 คน ชอบวิธีบรรยายและการให้ทองจำ จำนวน 91 เปอร์เซ็นต์ของครูที่ชอบวิธีทั้งสองนี้อาจว่าเป็นวิธีที่มีคุณค่าและใช้ได้อย่างเสมอ²¹

ในประเทศไทย วิธีสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายที่พบบ่อย ๆ ก็คือ การบรรยายและการให้ทองจำเช่นเดียวกัน อย่างไรก็ตาม การบรรยายและการให้ทองจำเป็นวิธีที่เหมาะสมสำหรับเนื้อหาบางประเภทเท่านั้น เช่น นิยามหรือโมทีฟที่นักเรียนยังไม่เคยเรียน เป็นต้น ปัจจุบันเราพบว่าวิธีสอนคณิตศาสตร์นั้นมีอยู่หลายวิธี แต่ละวิธีก็ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์และลักษณะของเนื้อหาที่จะสอน

ซิสเตอร์ แมรี พิโตรเนีย (Sister Mary Petronia) ได้เสนอวิธีสอนแบบหนึ่ง คือ การสอนโดยให้นักเรียนค้นพบหลักสำคัญด้วยตนเอง ซึ่งได้ให้เหตุผลสนับสนุนไว้ว่า การสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจะให้นักเรียนได้ค้นพบหลักสำคัญและเขียนในรูปทั่วไปได้ด้วยตนเอง จะเป็นการเร้าความคิดและให้นักเรียนรู้จักใช้ความรู้ที่ตนมีอยู่ในสถานการณ์ใหม่ ๆ นอกจากนี้ก็ยังจะทำให้นักเรียนสามารถใช้สติปัญญาเพื่อทำนายเหตุการณ์ต่าง ๆ และพิสูจน์ได้ว่า การทำนายของตนนั้นถูกหรือไม่²²

สมหวัง ไคร์ทรวงศ์ กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ในขณะนี้ไม่มีวิธีที่สำคัญและยอมรับกันว่า เป็นวิธีที่ช่วยให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ได้ดี คือ การสอนโดยให้นักเรียน

²¹ Kenneth E. Brown, Analysis of Research in the Teaching of Mathematics 1955 and 1956 (Washington, D.C.: U.S. Department of Health, Education and Welfare, 1958), p. 12.

²² Sister Mary Petronia, "A Second Look at Modern Mathematics," Perspective on Secondary Mathematics Education (New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1971), pp. 34-35.

ค้นพบหลักเกณฑ์ด้วยตัวเอง²³

เจอร์โรม บรูเนอร์ (Jerome Bruner) กล่าวว่า วิธีการสอนโดยให้นักเรียนค้นพบหลักเกณฑ์ด้วยตัวเองนี้ ประกอบด้วยกลวิธีหลายวิธี และมีการเร้าให้นักเรียนค้นพบโดยวิธีของครูแต่ละคนซึ่งแตกต่างกันไป การสอนโดยการเร้าให้นักเรียนค้นพบนี้ประกอบด้วย

1. การสอนแบบโสกราตีส (Socratic Method) คือ การใช้คำถามโดยไม่บอกคำตอบใด ๆ

2. ความสามารถในการใช้คำพูดที่เหมาะสม และมีความละเอียดในการอธิบายปัญหาต่าง ๆ ที่จะให้นักเรียนได้ค้นพบกฎเกณฑ์ในรูปทั่วไป.

3. การเร้าให้นักเรียนคิดไปโดยทางลัด จนค้นพบกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง

4. การวางแผนการเร้าเพื่อให้นักเรียนมีความสนใจ มีความกล้าแสดงออกและความกระตือรือร้น²⁴

โฮวาร์ค เอฟ แพร์ ได้เสนอแนะการสอนโดยให้นักเรียนถ่ายทอดการเรียนรู้ไปสู่สถานการณ์อื่นด้วย โดยกล่าวว่า เป็นการสอนเพื่อนำขบวนการต่าง ๆ และโมติฟต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่ได้อยู่ในสภาพการแข่งคณิตศาสตร์ ถ้าใช้วิธีสอนแบบนี้จะคงยอมรับคำที่ให้นิยามไม่ได้บางคำ ข้อสมมติฐานที่แน่ใจแล้วบางข้อ นิยามต่าง ๆ และการนำหลักทฤษฎีวิทยาไปใช้ในสภาพต่าง ๆ ของสังคม ในการสอนนั้น นักเรียนจะต้องใช้ประสบการณ์ของตน ใช้ความคิดอย่างพินิจพิเคราะห์ และวิธีการพิสูจน์ตามแบบใน

²³สมหวัง ไทรทันวงศ์, "การสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีค้นพบ," ประชาศึกษา 21 : 17 (กุมภาพันธ์, 2513), หน้า 386.

²⁴Jerome S. Bruner, "On Learning Mathematics," Perspective on Secondary Mathematics Education (New Jersey : Prentice - Hall Inc., 1971), p. 64.

วิชาเรขาคณิตควย²⁵

ชาร์ลส์ เอช บัทเลอร์ และเอฟ ลินวูด เรน กล่าวถึงวิธีสอนคณิตศาสตร์แบบหนึ่ง คือ วิธีสอนโดยปฏิบัติการ (The Laboratory Method) ซึ่งกล่าวว่า วิธีสอนโดยปฏิบัติการนี้เป็นวิธีหนึ่งซึ่งทำให้นักเรียนค้นคว้าและเป็นวิธีที่หลีกเลี่ยงข้อเสียต่าง ๆ ของการสอนแบบบรรยาย วิธีการสอนแบบนี้จะทำให้นักเรียนได้มีโอกาสพัฒนามโนทัศน์ที่เพิ่งได้เรียนรู้และทำความเข้าใจรายละเอียดต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์เหล่านั้น ในการสอนครูจะให้ นักเรียนวัด วาครูบ ชั่ง ทวง นัย หากค่าเฉลี่ย ประมาณค่า ค้นหาสิ่งที่ควรจะได้จากการอ่าน เปรียบเทียบ วิเคราะห์ จำแนกประเภทและตรวจสอบข้อมูล²⁶

การสอนวิชาคณิตศาสตร์มีหลายวิธีดังกล่าว แต่สิ่งสำคัญสิ่งหนึ่งซึ่งจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ก็คือ การสร้างความสนใจ ซึ่งครูอาจจะทำได้หลายแนวทาง เช่น กล่าวถึงประวัติความเป็นมาหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ทั้งที่กล่าวมาแล้ว หรืออาจจะใช้อุปกรณ์การสอนก็ได้ การใช้อุปกรณ์การสอนช่วย นัยว่าให้คุณค่ามากที่สุด เพราะอุปกรณ์การสอนเป็นรูปธรรม ซึ่งนักเรียนสามารถใช้ประสาทสัมผัสหลายแบบ ยุกิน พิพิธกุล กล่าววา อุปกรณ์การสอนจะช่วยเร้าความสนใจ ทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์หลายด้าน ทำให้เกิดความเข้าใจแจ่มแจ้งแน่นแฟ้น ช่วยประหยัดเวลาในการสอน เป็นการเสริมสร้างเจตคติที่ดีแก่นักเรียนและช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์²⁷

สุเทพ จันทรสมศักดิ์กล่าวว่า ครูทุกคนควรสนใจในหลักและวิธีการของการวัดผล โดยอาศัยวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม แต่ครูก็ต้องคำนึงถึงข้อเท็จจริงอื่น ๆ ด้วย การมุ่งแต่จะให้ได้อาคอบที่ประเมินผลได้นั้น อาจไม่ใช่สิ่งสำคัญที่สุดของการศึกษา การรู้จักคิด

²⁵ Howard F. Fehr, op. cit., pp. 6-8.

²⁶ Charles H. Butler, op. cit., p. 164.

²⁷ ยุกิน พิพิธกุล, พฤติกรรมกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา, หน้า 67. (เอกสารอัครสำเนา).

การลองผิดลองถูก การสนใจแก้ปัญหา การอยากอ่านหนังสือ การทำงาน การร่วมงานกับผู้อื่น และการปรับปรุงบุคลิกของตนเอง ต่างก็เป็นสิ่งสำคัญในการศึกษาทั้งสิ้น²⁸

การวัดผลทำให้ครูทราบความสามารถของนักเรียนที่ครูกำลังสอนว่า นักเรียนแต่ละคนมีระดับสติปัญญาและประสบการณ์ในวิชาคณิตศาสตร์ต่างกันอย่างไร แล้วช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อน และมีโปรแกรมคณิตศาสตร์พิเศษสำหรับนักเรียนที่เรียนดี สำหรับโปรแกรมพิเศษดังกล่าวนี้ก็มีตัวอย่างอยู่ในการวิจัยของ ยอร์จ อี. โรช (George E. Roach) ว่า ประมาณครึ่งหนึ่งของกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาในรัฐอินเดียนา จัดให้มีโปรแกรมพิเศษสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถสูง และสองในสามของโรงเรียนเหล่านี้ มีบทเรียนพิเศษแทรกอยู่ในหลักสูตรสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถสูงเรียน²⁹

เซอร์เวย์ส และ วาร์กา ก็ได้ให้ข้อคิดเพิ่มเติมเกี่ยวกับความแตกต่างในความสามารถของนักเรียนไว้ด้วยว่า ครูคณิตศาสตร์ควรจะมีความคิดพื้นฐานอันหนึ่ง คือ จะต้องให้โอกาสนักเรียนทุกคนได้เรียนตามความสามารถของตนเองอย่างเต็มที่เท่าที่จะทำได้³⁰

²⁸ สุเทพ จันทรมงคล, "ตัวเลขนั้นสำคัญไฉน," มิตรครู, 31 (พฤษภาคม, 2517),

หน้า 39.

²⁹ Kenneth E. Brown, op. cit., p. 13.

³⁰ W. Servais, op. cit., p. 25.