หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ประชากรที่ผู้วิจัยจำเป็นจะต้องมีคุณสมบัติตามที่กำหนดไว้กล่าวคือ การแจกแจงแบบเอ็กโปเนนเชียล ทวินาม และปัวซอง ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องมีการสร้างข้อมูลที่มีสภาพการแจกแจงตามที่ต้องการ วิธีการสร้างตัวแปรที่มีคุณสมบัติตามต้องการกระทำได้โดยวิธีการที่เรียกว่า เทคนิคการจำลองแบบ (SIMULATION TECHNIQUE)

เครื่องมือที่สำคัญในเทคนิคการจำลองแบบคือ เทคนิคการผลิตเลขสุ่ม (TECHNIQUE OF RANDOM NUMBER GENERATION) เลขสุ่มที่ได้จะถูกสร้างให้มีลักษณะสุ่ม (RANDOM) และให้แต่ละหมายเลขที่ได้มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าเทียมกันให้มากที่สุด

3.1 เทคนิคการจำลองแบบ (SIMULATION TECHNIQUE)

การจำลองแบบเป็นเทคนิคการทดลองพื้นฐานที่มีความรวดเร็วและเสียค่าใช้จ่ายถูกกว่าในการทดลองจริง ซึ่งอาจทำได้ยากหรือไม่สามารถทำได้เพราะมีปัจจัยหลายสิ่งมากมาย

การจำลองแบบจะถูกนำมาใช้เมื่อเกิดเหตุการณ์ดังนี้

1. การแก้ปัญหาในทางปฏิบัติของการศึกษาทดลองเช่น ศึกษาทางด้านอุตุนิยมวิทยาด้านการจราจรของรถยนต์ เครื่องบิน ต้องใช้การคำนวณตามหลักคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนมาก หรืออาจจะไม่สามารถแก้ปัญหาได้เลย เนื่องจากการพัฒนาด้านคณิตศาสตร์ยังไม่สูงพอ

2. การเกิดปัญหาที่มีลักษณะไม่แน่นอน หรือปัญหาที่มีลักษณะเคลื่อนไหวแบบ DYNAMIC ระหว่างโอกาสการเกิดตามลำดับเหตุการณ์ย่อย หรือความสัมพันธ์ต่อกันที่ซับซ้อน (COMPLEX INTERDEPENDENCIES) ระหว่างตัวแปรในระบบ ซึ่งในแต่ละแบบของเหตุการณ์ที่กล่าวมานี้มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเองได้แล้วแต่สภาพการณ์และเป็นการเสียค่าใช้จ่ายสูงมาก อีกยังเสียเวลานานมากในการทำการทดลองจริง

3. การจำลองแบบจะสามารถกระทำขึ้นโดยเสียค่าใช้จ่ายที่ถูกกว่า และรวดเร็วกว่า พร้อมทั้งสามารถลดช่วงว่างระหว่างการทดลองจริงกับในทางปฏิบัติ แม้ในบางครั้งปัญหานี้จะสามารถวิเคราะห์ได้โดยสูตรทางคณิตศาสตร์ แต่การจำลองแบบจะช่วยลดเวลาในการคำนวณ

อย่างมาก

3.2 การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (UNIFORMLY DISTRIBUTED RANDOM NUMBER)

อาจกระทำได้ 2 วิธีคือ การผลิตเลขสุ่มโดย RND (RANDOM NUMBER DEVICE) และการผลิตเลขสุ่มโดยการใช้โปรแกรม

3.2.1 การผลิตเลขสุ่มโดย RND

เป็นการแปลงผลที่ได้จากกระบวนการกายภาคที่เป็นสุ่ม (RANDOM PHYSICAL PROCESS) เช่นจำนวน PARTICLE ที่หลุดจากสารกัมมันตภาพรังสี ณ ขณะใดขณะหนึ่ง เป็นต้น มาเป็นอนุบรรพของเลขสุ่ม การผลิตเลขสุ่มด้วยวิธีนี้จะต้องบำรุงรักษา RND เป็นประจำเพื่อให้ทำงานถูกต้องและอย่างมีเสถียรภาพ เลขสุ่มที่ได้จากการผลิตด้วย RND จะเป็นเลขสุ่มในความหมายอย่างแท้จริง จึงมิอาจผลิตอนุบรรพของเลขสุ่มที่ซ้ำกันได้ ความเข้าใจถึงการผลิตเลขสุ่มโดย RND จะต้องอาศัยความรู้ทางฟิสิกซ์ ซึ่งจะไม่นำมากล่าวในที่นี้

3.2.2 การผลิตเลขสุ่มโดยการใช้โปรแกรม

เป็นการผลิตเลขสุ่มจากความสัมพันธ์ที่ซ้ำซาก (RECURRENEE RELATION) กล่าวคือ เลขตัวถัดไปเกิดจากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และตรรกศาสตร์ ด้วยเลขตัวปัจจุบันหรือกลุ่มของตัวเลขในอดีต อนุบรรพของเลขซึ่งผลิตในลักษณะนี้จึงเป็นอนุบรรพของเลขสุ่มในความหมายที่แท้จริงไม่ได้ อนุบรรพของเลขซึ่งผลิตในลักษณะนี้ย่อมมีคาบ แต่อย่างไรก็ตามเลขที่ผลิตออกมาเหล่านี้อาจผ่านการทดสอบ ความเป็นสุ่มเชิงสถิติหลายอย่างได้ จึงเรียกเลขเหล่านี้ว่าเลขคล้ายสุ่ม (PSEUDO-RANDOM NUMBER)

การผลิตเลขสุ่มโดยการใช้โปรแกรมมีข้อดีหลายประการ ที่สำคัญคือวิธีนี้สามารถผลิตอนุบรรพเลขสุ่มชุดเดิมออกมาได้ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในกรณีที่ทดสอบแบบจำลอง และมีความประสงค์ที่จะทบทวนการคำนวณโปรแกรมสำหรับเลขสุ่มมีความง่ายและสั้นมาก

ข้อบกพร่องของวิธีการผลิตนี้ก็คือ อนุบรรพของเลขสุ่มที่ผลิตออกมาเป็นอนุบรรพที่มีคาบทั้งสิ้น และการอนุมานคุณสมบัติเชิงสถิติของเลขสุ่มเหล่านี้ทางทฤษฎีกระทำได้ยากพอสมควร

โปรแกรมที่ใช้ผลิตเลขสุ่มควรมีคุณสมบัติขั้นพื้นฐานดังต่อไปนี้

1. เลขที่ผลิตด้วยการใช้โปรแกรมจะต้องมีสหสัมพันธ์กันน้อย

2. การแจกแจงของเลขที่ผลิตจากการใช้โปรแกรมจะต้องใกล้เคียงกับการแจกแจงมาตรฐานมากที่สุดเท่าที่จะมากได้

3. โปรแกรมที่ใช้ผลิตเลขสุ่มจะต้องมีเสถียรภาพ กล่าวคือ การแจกแจงของเลขจะต้องไม่เปลี่ยนแปลงไปตามจำนวนตัวเลขที่ผลิตออกมา

เทคนิคการผลิตเลขสุ่มโดยการใช้โปรแกรมได้รับการพัฒนาอย่างรวดเร็ว VON-NEUMAN และ METROPOLIS ได้เสนอวิธีตัวกลางกำลังสอง (MID-SQUARE METHOD) ในปี ค.ศ. 1946 FORSYTHE ได้ปรับปรุงวิธีตัวกลางกำลังสองและต่อมา LEHMER ได้เสนอวิธีผลิตเลขสุ่มด้วยการใช้เศษจากการหารผลคูณ (MULTIPLICATIVE CONGRUENTIAL METHOD) ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในคอมพิวเตอร์ ยุคปัจจุบันต่อมา ROTENLEERG ได้ปรับปรุงวิธีการผลิตของ LEHMER เป็นการใช้เศษของผลบวกของผลคูณกับค่าคงที่จากการหาร (MIXED CONGRUENTIAL METHOD)

MULTIPLICATIVE CONGRUENTIAL METHOD

POWER RESIDUE GENERATOR วิธีนี้จะหาเลขสุ่มโดยทำการคำนวณจากสมการ

$$X_{i+1} = X_i \cdot a \text{ (MODULO M)} \qquad \text{.....(1)}$$

เมื่อ X_i เป็นเลขคลายสุ่มตัวที่ i

X_{i+1} เป็นเลขคลายสุ่มตัวที่ i + 1

a เป็นตัวคูณคงที่ (CONSTANT MULTIPLIER)

MODULO M หมายความว่า ค่า $(X_i \cdot a)$ ถูกหารด้วย m จนกระทั่งเหลือเศษน้อยกว่าค่า m เลขที่เหลือเศษจึงเป็นเลขคลายสุ่มตัวต่อไปคือ X_{i+1}

วิธีการเริ่มต้นโดยค่าเริ่มต้น X_i เรียกว่า INITIAL VALUE หรือ SEED ตัวอย่างการผลิตเลขสุ่มโดยวิธีการนี้ เช่น กำหนดให้ SEED $x = 3$, PARAMETER $a = 7$ และ $m = 15$ ดังนั้นกลุ่มเลขคลายสุ่มจะได้ดังนี้

$$x_1 = 3 \times 7 = 21 \equiv 6$$

$$x_2 = 6 \times 7 = 42 \equiv 12$$

$$x_3 = 12 \times 7 = 84 \equiv 9$$

$$x_4 = 9 \times 7 = 63 \equiv 3$$

เช่นนี้เรื่อยไปจะได้เลขคล้ายสุ่มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 - 14

จากการใช้สมการ (1) จะเห็นว่าเลขคล้ายสุ่มที่ได้จะเป็นเลขจำนวนเต็มค่าใดค่าหนึ่งในช่วง 0, 1, 2, ..., m-1 หลังจากนั้นแล้วจะได้เลขคล้ายสุ่มชุดเดิมอีก ฉะนั้นคาบของเลขคล้ายสุ่มที่ได้จึงมีค่าไม่เกิน m (แต่อาจจะมีค่าน้อยกว่า m ก็ได้ เมื่อเลือกค่า a - และ x ไม่ดีนัก) การเลือกค่า m , a และ x จึงมีความสำคัญในการผลิตเลขคล้ายสุ่มที่มีคาบใกล้เคียงกับค่า m มากที่สุด

ได้มีการทดลองเลือกใช้ค่า m , aและ x ที่จับคู่ต่าง ๆ กันเพื่อใช้ผลิตเลขคล้ายสุ่มตามสมการที่ (1) พบว่าถ้าเลือก x เป็นเลขคี่ และ $m = 2^r$ (เมื่อ $r > 2$) และ $a = K \cdot 8 \pm 3$ (เมื่อ K เป็นเลขจำนวนเต็มบวกใด ๆ) จะได้คาบของเลขคล้ายสุ่มมากที่สุดและเท่ากับ 2^{r-2} วิธีการต่อไปนี้เป็นวิธีการเลือกค่า PARAMETER ทั้ง 3 ตัว เพื่อจะได้กลุ่มของเลขคล้ายสุ่มที่ดี

1. เลือกค่า m (m >1) ค่า m จะต้องเป็นค่าของจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุด (LARGEST INTEGER) ที่สามารถคำนวณได้จากเครื่องคอมพิวเตอร์ ในการศึกษาครั้งนี้ใช้เครื่อง IBM 3031 SYSTEM ที่มีค่าความยาว 1 WORD เท่ากับ 32 BIT ซึ่ง BIT สุดท้าย 1 BIT ใช้สำหรับแสดงเครื่องหมาย ดังนั้นเลขจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดใน 1 WORD ที่คอมพิวเตอร์รับได้คือ $2^{31} - 1 = 2,147,483,647$ นั่นคือ ค่า m ควรมีค่า = 2,147,483,648

2. ค่า SEED x ควรมีค่าที่เป็น PRIME กับค่า m (RELATIVELY PRIME TO M) เมื่อ m เป็นค่ากำลังของ 2 (จาก $m = 2^r$) ดังนั้น x จึงควรมีค่าเป็นเลขจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขคี่ (ในกรณีที่ใช้ x เป็นเลขคู่จะพบว่าทุก ๆ ค่า x_i ตัวต่อไปจะเป็นเลขคู่เสมอ จึงไม่มีคุณสมบัติเป็นเลขสุ่ม)

3. ค่าคงที่ที่ใช้เป็นตัวคูณ a (CONSTANT MULTIPLIER) ควรมีค่าเป็น PRIME กับค่า m ด้วย นั่นคือ ค่า a ต้องเป็นเลขคี่ พบว่าวิธีเลือกที่ดีที่สุดสำหรับค่า a เมื่อใช้ความสัมพันธ์ $a = k.8 \pm 3$ และมีค่าใกล้เลขจำนวนเต็ม $2^{b/2}$ (เมื่อ b เป็นจำนวน BIT ใน 1 WORD ในเครื่องคอมพิวเตอร์) ดังนั้นเครื่อง IBM 3031 SYSTEM 32 BIT BINARY MACHINE เราเลือกใช้ค่า $a = 2^{16} + 3 = 65,539$

จากหลักการของ MULTIPLICATIVE CONGRUENTIAL GENERATOR นำมาหาค่า RANDOM NUMBER ที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง (0, 1) โดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ IBM 3031 คำนวณด้วยภาษาโฟแทรน 4 ซึ่งเขียนเป็น SUBROUTINE ที่ชื่อว่า RANDU ดังนี้

```
      SUBROUTINE  RANDU (IX, IY, Y)
      IY  =  IX* 65539
      IF (IY) 5,6,6
    5 IY = IY + 2147483647+1
    6 Y  = IY
      Y  = Y* 0.46566E-9
      IX = IY
      RETURN
      END
```

ค่า IX จะเป็นค่า SEED

IY จะเป็นค่า INTEGER มีค่าอยู่ระหว่าง 1 ถึง $2^{31} - 1$

Y จะเป็นค่าเลขสุ่มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 - 1

IX = IY ในบรรทัดที่ 7 ของ SUBROUTINE นั้นเป็นการนำค่า IY ไปแทน IX เพื่อใช้เป็น SEED ตัวต่อไป จึงทำให้สามารถหาค่า RANDOM NUMBER ได้อย่างต่อเนื่อง และมีลักษณะการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.3 การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กโปเนนเชียล

การผลิตเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบเอ็กโปเนนเชียล นั้นจะอาศัยวิธี INVERSE TRANSFORMATION METHODSจาก PROBABILITY DENSITY และ CUMMULATIVE DISTRIBUTION FUNCTION ของเอ็กโปเนนเชียล มีดังนี้

$$f(X) = \frac{1}{\beta} e^{\frac{-X}{\beta}} \quad , \beta > 0, X \geq 0$$

$$F(X) = 1 - e^{-X/\beta} \quad , \beta > 0 , X \geq 0$$

จากวิธี INVERSE TRANSFORMATION จะได้ว่า F(X) จะเท่ากับ $1- e^{-X/\beta}$ และเมื่อได้เลขสุ่มจากการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (R) แล้วจึงกำหนดให้

$$R = F(X) = 1-e^{-X/\beta}$$

INVERSE TRANSFORMATION ในที่นี้คือ

$$1-R = e^{-X/\beta}$$

โดยที่ (1 - R) ยังเป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ ซึ่งมียอบเขตจำกัดคือ (0,1) ดังนั้น จึงอาจแทน 1 - R ด้วย R และสมการข้างต้นจะเปลี่ยนเป็น

$$R = e^{-X/\beta}$$

$$X = - \beta X \text{In} R$$

ดังนั้น $F^{-1}(R) = - \beta X \text{In} R = X$ .....( )

ฉะนั้นวิธีการหาเลขสุ่มที่มีการกระจายแบบเอ็กโปเนนเชียล จึงต้องหาเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (R) ในช่วง (0,1) ขึ้นก่อนแล้วหาเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ EXPONENTIAL(X) โดยใช้สมการ (2) ในการวิจัยครั้งนี้ได้เขียนโปรแกรมด้วยภาษาโฟแทรน 4 โดยเขียนเป็น SUBROUTINE มีชื่อว่า EXPON

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.4 การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินาม (BINOMIAL DISTRIBUTION)

ฟังค์ชั่นความน่าจะเป็น (PROBABILITY FUNCTION) ของการแจกแจงแบบทวินามคือ

$$f(X) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-X} \quad , x = 0,1,2, \ldots\ldots\ldots, n$$

เมื่อ n คือจำนวนครั้งที่ทดลองทั้งหมด

p คือความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สำเร็จ (SUCCESS) หรือที่สนใจ

การผลิตเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบทวินามนั้นมีขั้นตอนดังนี้

1. ต้องผลิตเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (u) ในช่วง (0,1) เท่ากับ n ครั้ง

2. นับจำนวนค่า u_i ($i = 1,2,3....n$) ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับพารามิเตอร์ p

3. จำนวนที่นับได้ทั้งหมดจากข้อ 2 จะเป็นค่าของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินาม

ในการวิจัยครั้งนี้ได้เขียนโปรแกรมเพื่อหาค่าเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามด้วยภาษาโฟแทรน 4 ซึ่งเขียนเป็น SUBROUTINE มีชื่อว่า BIN

3.5 การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปัวซ่อง (POISSION DISTRIBUTION)

ฟังค์ชั่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบปัวซ่องคือ

$$f(X) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \quad \text{เมื่อ} \quad x = 0,1,2,3,\ldots\ldots\ldots$$

โดยมีพารามิเตอร์คือ λ

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปัวซ่องนั้นก็คือ การคูณค่าของเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (u) ในช่วง (0,1) อย่างต่อเนื่องจนกระทั่ง

$$\prod_{i=1}^{N} U_i < e^{-\lambda}$$

แล้วค่าของตัวแปรสุ่ม ที่มีการแจกแจงแบบปัวซ่องคือ N-1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่าง สมมติว่าเราต้องการจะผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปัวซองด้วยค่าพารา-มิเตอร์ $\lambda = 2.50$ และเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (μ_i) ในช่วง $(0,1)$ เป็นดังนี้ (ตามลำดับ) 0.91646, 0.89198, 0.64809, 0.16376, 0.91782, 0.45624, 0.31641 ซึ่ง $e^{-2.5} = 0.08208$

เมื่อ $N = 1$ ค่า $0.91646 > 0.08208$

$N = 2$ ค่า $(0.91646)(0.89198) = 0.81746 > 0.08208$

$N = 3$ ค่า $(0.91646)(0.89198)(0.64809) = 0.52979 > 0.08208$

$N = 4$ ค่า $(0.91646)(0.89198)(0.64809)(0.16376) = 0.08675 > 0.08208$

$N = 5$ ค่า $(0.91646)(0.89198)(0.64809)(0.16376)(0.91782) = 0.07963 < 0.08208$

เมื่อ $N = 5$ ค่าของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปัวซอง คือ $x = N - 1 = 4$

ในการวิจัยครั้งนี้ได้เขียนโปรแกรมเพื่อหาเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปัวซอง ด้วยภาษาโฟแทรน 4 โดยเขียนเป็น SUBROUTINE ชื่อว่า POISS

3.6 การสุ่มตัวอย่าง

ในการทำวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย (SIMPLE RANDOM SAMPLING) คือ การสุ่มตัวอย่างที่ทุกหน่วยในประชากรมีสิทธิ์ได้รับการเลือกเท่า ๆ กัน โดยมีบัญชีรายชื่อของทุกหน่วยในประชากรนั้น แล้วทำการจับสลากหรือใช้ตารางเลขสุ่มหรือการสุ่มตัวอย่างโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ แต่งานวิจัยนี้ใช้การสุ่มตัวอย่างโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.7 โปรแกรมที่ใช้งานทั้งหมด

	ชื่อโปรแกรม	คุณสมบัติของโปรแกรม	แหล่งที่มา	ชื่อโปรแกรมที่เรียกใช้
โปรแกรมหลัก	MAIN	- คำนวณค่าประมาณของพารามิเตอร์และค่าไคสแควร์ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธี คือ 1. ประมาณจากข้อมูลโดยตรง 2. POWELL'S UNIVARIATE SEARCH WITHOUT DERIVATIVE 3. HOOKE-JEEVES PATTERN SEARCH - คำนวณค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของตัวอย่างที่สุ่มได้ - คำนวณ DEGREE OF FREEDOM ของไคสแควร์	เขียนเอง	โปรแกรมย่อยทั้งหมด
โปรแกรมย่อย (SUBROUTINE)				
1	RANDU	สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ	*	-
2	EXPON	สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กโปเนนเชียล	เขียนเอง	RANDU
3	BIN	สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินาม	เขียนเอง	RANDU
4	POISS	สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปัวซอง	เขียนเอง	RANDU
5	PROEX	คำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ เอ็กโปเนนเชียล	เขียนเอง	-

รายละเอียดของโปรแกรมอยู่ในภาคผนวก ก

* IBM APPLICATION PROGRAM SYSTEM /360 SCIENTIFIES SUBROUTINE PACKAGE (360 A-CM-03X) VERSION III

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I 1899207X

	ชื่อโปรแกรม	คุณสมบัติของโปรแกรม	แหล่งที่มา	ชื่อโปรแกรมที่เรียกใช้
6	PROBIN	คำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินาม	เขียนเอง	—
7	PROPOI	คำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปัวซอง	เขียนเอง	—
8	CHI	คำนวณค่าไคสแควร์จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 2 วิธีคือ - ประมาณจากข้อมูลโดยตรง - POWELL'S UNIVARIATE SEARCH	เขียนเอง	PROEX,PROBIN PROPOI , NDTR
9	CHIS	คำนวณค่าไคสแควร์จากวิธีการประมาณพารามิเตอร์ คือ HOOKE-JEEVES PATTERN SEARCH	เขียนเอง	PROEX,PROBIN PROPOI , NDTR
10	EXPLO	คำนวณค่าพารามิเตอร์และค่าฟังค์ชั่นในขั้นตอนของ EXPLORATORY MOVE ซึ่งอยู่ในวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบ HOOKE-JEEVES PATTERN SEARCH	เขียนเอง	CHIS
11	NDTR	คำนวนค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (STANDARD NORMAL DISTRIBUTION)	*	—
12	ANOVA	การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (ONE WAY ANOVA)	เขียนเอง	—
13	GNOF	นับจำนวนครั้งที่ยอมรับสมมติฐานหรือปฏิเสธสมมติฐาน	เขียนเอง	—