

พลังงานสถานะพื้นและสัดส่วนควมแน่นของ ${}^4\text{He}$ II เหลว



นายภคนัย ทองหิ้อมพร

ศูนย์วิทยพัทยากร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาดตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาฟิสิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

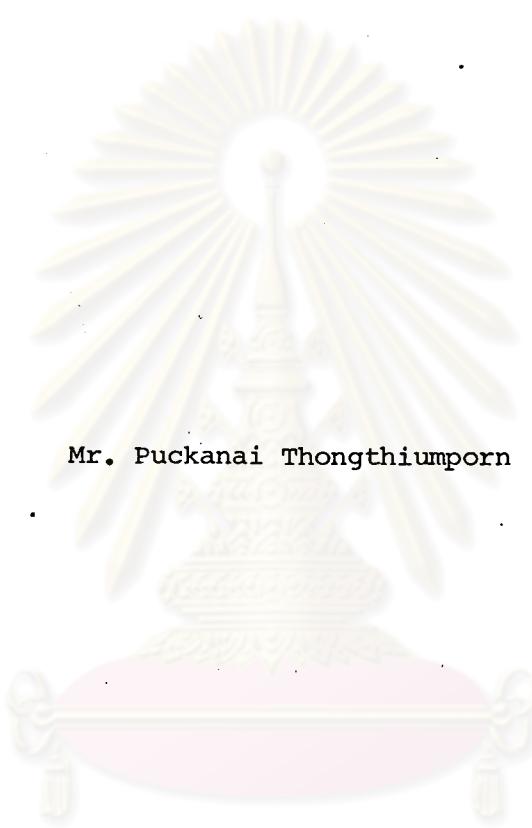
พ.ศ. 2528

ISBN 974-564-963-5

013255

316836315

GROUND STATE ENERGY AND CONDENSATE FRACTION IN LIQUID ^4He II



Mr. Puckanai Thongthiumporn

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Physics

Graduate School

Chulalongkorn University

1985

ISBN 974-564-963-5

Thesis Title Ground State Energy and Condensate Fraction in
Liquid ^4He II

By Mr. Puckanai Thongthiumporn

Department Physics

Thesis Advisor Associate Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.



Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University
in Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree.

..... *S. Pradit Bunnag* Dean of Graduate School
(Professor Supradit Bunnag, Ph.D.)

esis Committee

Pisista Ratanavararaksa Chairman
(Assistant Professor Pisista Ratanavararaksa, Ph.D.)

..... *Virulh Sa-yakanit* Member
(Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.)

..... *I. Ming Tang* Member
(I Ming Tang, Ph.D.)

..... *Kitt Visoottiviseth* Member
(Associate Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.)

หัวข้อวิทยานิพนธ์	พลังงานสถานะพื้นและสัดส่วนควมแน่นของ $^4\text{He II}$ เหลว
ชื่อนิสิต	นายภักคณีย์ ทองทิมพร
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.กิตต์ วิสุทธิวิเศษ
ภาควิชา	ฟิสิกส์
ปีการศึกษา	2528



บทคัดย่อ

ได้คำนวณค่าของพลังงานที่สถานะพื้นและสัดส่วนควมแน่นในฮีเลียมเหลวชนิดที่สอง ค่าของพลังงานที่สถานะพื้น $m\mu_0$ นั้นคำนวณได้จากสูตรที่ได้จากการประยุกต์ของ ซีดีวีเดนซิดี แมตริกซ์

$$m\mu_0 = \rho_c \int V(\vec{r}) \xi_1(\vec{r}) d^3r + \rho_d \int V(\vec{r}) \xi_2(\vec{r}) d^3r + \rho_d \int V(\vec{r}) \xi_2(\vec{r}) h(\vec{r}) d^3r$$

โดยที่ $V(\vec{r})$ คือศักยาระหว่างอะตอม และ $\xi(\vec{r})$ กับ $h(\vec{r})$ หาได้จากงานของแมคมิลแลน และ พูไอสคารี

สำหรับสัดส่วนควมแน่น (ρ_c/ρ) ของฮีเลียมเหลวชนิดที่สองที่ศูนย์เคลวินนั้น คำนวณได้จากความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นควมแน่นกับความหนาแน่นยิ่งยวด (ρ_s) นั่นคือ

$$\rho_c = \left[\frac{\alpha}{(1 - \beta)} \right] \rho_s$$

ซึ่งความสัมพันธ์นี้เสนอโดย K. Visoottiviseth และ α, β หาได้จากสูตร

$$\alpha = \frac{4\pi m \rho}{3h^2} \int V(\vec{r}) \xi(\vec{r}) h(\vec{r}) r^4 dr$$

$$\beta = \frac{4\pi m \rho}{3h^2} \int V(\vec{r}) \xi^2(\vec{r}) h(\vec{r}) r^4 dr$$

ศักยาระหว่างอะตอม $V(\vec{r})$ ที่ใช้ในการคำนวณนั้น เราได้ใช้แบบต่างๆ เช่น L-J 12-6, Morse- V_{DD} และ HFDHE-2 และในการคำนวณหาค่าของพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งโดยใช้วิธีกฎของซิมป์สัน ซึ่งตลอดการคำนวณนั้นได้อาศัยคอมพิวเตอร์เข้าช่วยการคำนวณ

ค่าตัวเลขที่คำนวณได้ ทั้งค่าพลังงานที่สถานะพื้นและสัดส่วนควมแน่น ที่ศูนย์เคลวิน ได้ค่าที่ใกล้เคียงกับการทดลองของแมคมิลแลน และพูไอสคารี และผลการทดลองท่านอื่นๆ

Thesis Title Ground State Energy and Condensate Fraction in
Liquid $^4\text{He II}$

Name Mr. Puckanal Thongthiumporn

Thesis Advisor Associate Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.

Department Physics

Academic 1985



ABSTRACT

The ground state energy in liquid $^4\text{He II}$ has been calculated from the expression obtained from the application of the reduced density matrix for liquid $^4\text{He II}$,

$$m\mu_0 = \rho_c \int V(\vec{r}) \xi_1(\vec{r}) d^3r + \rho_d \int V(\vec{r}) \xi_2(\vec{r}) d^3r + \rho_d \int V(\vec{r}) \xi_2(\vec{r}) h(\vec{r}) d^3r,$$

where $V(\vec{r})$ is the strongly interatomic potential. The screening factor $\xi(\vec{r})$ and the function $h(\vec{r})$ have been determined from McMillan's curve and Puoskari's curve (HNCE scaling).

The condensate fraction in liquid $^4\text{He II}$ has been obtained from the relationship between the condensate density and superfluid density,

$$\rho_c = \left[\frac{\alpha}{(1 - \beta)} \right] \rho_s$$

which was proposed by Visoottiviseth and α, β have been calculated from the expression,

$$\alpha = \frac{4\pi m \rho \int V(\vec{r}) \xi(\vec{r}) h(\vec{r}) r^4 dr}{3\hbar^2}$$

and

$$\beta = \frac{4\pi m \rho \int V(\vec{r}) \psi^2(\vec{r}) h(\vec{r}) r^4 dr}{3h^2}$$

In calculating the numericals of the ground state energy and the condensate fraction we have used the various strong interatomic potential, such as the L-J 12-6 potential, the Morse- V_{DD} potential and HFDHE-2 potential in the calculation.

All calculations were done on a computer. The integration to find the area under curves has been worked out by the Simpson's rule method. Some numerical value of the ground state energy and the condensate fraction obtained from reading McMillan and Puoskari's curves, have been calculated, and they are found to be in agreement with McMillan's work, Puoskari's work and with the experimental result to the same order of accuracy.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his appreciation to Associate Professor Dr. Kitt Visoottiviseth for his advice and guidance and encouragement throughout the course of this research.

He would like to thank Dr. I Ming Tang for reading the manuscript.

He would like to thank Committee for reading final draft.

Finally, he would like to acknowledge the Computer Laboratory, South-East Asia College, for providing facilities.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT	iv
ACKNOWLEDGEMENTS	vii
LIST OF FIGURES	x
LIST OF TABLES	xii
CHAPTER I INTRODUCTION	1
CHAPTER II SUPERFLUIDS	5
2.1 Basic Properties of Liquid ^4He	5
2.2 The Two-Fluid Model	11
CHAPTER III REDUCED DENSITY MATRICES	18
3.1 N^{th} Order Reduced Density Matrices ..	18
3.2 Off-Diagonal Long-Range Order (ODLRO)	23
CHAPTER IV OFF-DIAGONAL LONG-RANGE ORDER AND LIQUID	
^4He II	28
4.1 Thermo-Hydrodynamics Equation of He II	28
4.2 Condensate Fraction of ^4He II	53
CHAPTER V CALCULATION AND RESULTS	60
5.1 The Screening Factor $S(\vec{r})$ and The	
Function $h(\vec{r})$	60
5.2 Calculation and Results	63
5.2.1 From McMillan's curve	65
5.2.2 From the work of Puoskari et.al	
(HNCE scaling curve)	69

	Page
CHAPTER VI DISCUSSION AND CONCLUSION	74
6.1 Ground State Energy	76
6.2 Condensate Fraction	76
6.2.1 Near T_λ	78
6.2.2 Near $T = 0$ K	79
6.3 Second Order Reduced Density Matrices Ω_2	81
REFERENCES	102
APPENDIX A DEMONSTRATE ONE RESULT USED IN EQUATION (4-38)	107
APPENDIX B LIST OF COMPUTER PROGRAMS	109
VITA	194

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

LIST OF FIGURES

	Page
Figure 2.1 Phase diagram of ${}^4\text{He}$	6
Figure 2.2 Phase diagram of ${}^3\text{He}$	6
Figure 2.3 Energy of liquid helium	7
Figure 2.4 Film flow of He II over the walls of a beaker ..	9
Figure 2.5 Internal convection in He II	10
Figure 2.6 Form of He II excitation spectrum	12
Figure 2.7 Phonon-roton spectrum	12
Figure 4.1 The r -dependence of $g(r,T)$, and Ω_1/ρ	55
Figure 5.1 McMillan's curve	84
Figure 5.2 HNCE scaling curve	85
Figure 5.3 The Lennard-Jones 12-6 potential, The Morse- V_{DD} potential, and The HFDHE-2 potential, Screening factor and the function $h(r,T = 0 \text{ K})$	86
Figure 5.4 I_{L-J}^α and I_{L-J}^β vs r , due to the L-J 12-6 potential ..	87
Figure 5.5 $I_{L-J}^{\mu 1}$ and $I_{L-J}^{\mu \Pi}$ vs r , due to the L-J 12-6 potential ..	88
Figure 5.6 $I_{M-V_{DD}}^\alpha$ and $I_{M-V_{DD}}^\beta$ vs r , due to the Morse- V_{DD} potential	89
Figure 5.7 $I_{M-V_{DD}}^{\mu 1}$ and $I_{M-V_{DD}}^{\mu \Pi}$ vs r , due to the Morse- V_{DD} potential	90
Figure 5.8 I_{H-2}^α and I_{H-2}^β vs r , due to the HFDHE-2 potential ...	91
Figure 5.9 $I_{H-2}^{\mu 1}$ and $I_{H-2}^{\mu \Pi}$ vs r , due to the HFDHE-2 potential ...	92
Figure 5.10 Screening factor and the function $h(r,T=0 \text{ K})$	93
Figure 5.11 I_{L-J}^α and I_{L-J}^β vs r , due to the L-J 12-6 potential ..	94
Figure 5.12 $I_{L-J}^{\mu 1}$ and $I_{L-J}^{\mu \Pi}$ vs r , due to the L-J 12-6 potential ..	95
Figure 5.13 $I_{M-V_{DD}}^\alpha$ and $I_{M-V_{DD}}^\beta$ vs r , due to the Morse- V_{DD} potential	96
Figure 5.14 $I_{M-V_{DD}}^{\mu 1}$ and $I_{M-V_{DD}}^{\mu \Pi}$ vs r , due to the Morse- V_{DD} potential	97

	Page
Figure 5.15 I_{H-2}^{α} and I_{H-2}^{β} vs r , due to the HFDHE-2 potential ..	98
Figure 5.16 $I_{H-2}^{\mu I}$ and $I_{H-2}^{\mu II}$ vs r , due to the HFDHE-2 potential ..	99
Figure 6.1 Experimental work results for the condensate fraction of superfluid ^4He	100
Figure 6.2 Comparison of condensate fraction by using McMillan's curve	101
Figure 6.3 Comparison of condensate fraction by using HNCE scaling curve	101
Figure 6.4 Andronikashvile's experiment	100


 ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

LIST OF TABLES

	Page
Table I Comparison the numerical value of the ground state energy of liquid ${}^4\text{He}$ II	72
Table II Comparison the numerical value of the condensate fraction of liquid ${}^4\text{He}$ II	73
Table III DATA	110



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย