บทที่ 3

ทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบ

3.1 การใช้กำหนดการเชิงเส้นเป็นเกณฑ์ในการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะที่สุด

ในการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะที่สุดมีข้อสมมุติดังนี้

1. ชิ้นส่วนของหน้าตัดมีความต่อเนื่องกันตลอด เมื่อเทียบกับขนาดหน้าตัดจริงที่มีการผลิต ดังแสดงในภาคผนวก ค. จะเห็นได้ว่าแรงดัดพลาสติกมีขนาดลดหลั่นลงมาอย่างดี

2. ฟังก์ชันน้ำหนักเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงดัดพลาสติก โดยสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

3.1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของชิ้นส่วนและแรงดัดพลาสติก

โดยทั่วไปความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของชิ้นส่วนต่อความยาว (w) และค่าแรงดัดพลาสติก (M_p) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$w = kM_p^r \qquad (3.1)$$

โดยที่ค่า k ขึ้นกับรูปร่างหน้าตัดของชิ้นส่วน เมื่อพิจารณาเฉพาะหน้าตัดชุดหนึ่งซึ่งมีความคล้ายเชิงเรขาคณิต (Geometrically Similar Sections) จะได้ค่า r = 2/3 (12) ถ้าช่วงของ M_p ที่พิจารณาในการออกแบบไม่กว้างมากนัก ค่าฟังก์ชันน้ำหนักในสมการที่ (3.1) สามารถประมาณเป็นสมการเส้นตรงได้ดังนี้

$$w = a + bM_p \qquad (3.2)$$

โดยที่ a และ b เป็นค่าคงที่ Neal (12) พิสูจน์ได้ว่าเมื่อค่า M_p สูงสุดที่พิจารณามีค่าไม่เกิน

สองเท่าของค่า M_p ที่น้อยที่สุด ความแตกต่างในสมการที่ (3.1) และ (3.2) มีค่าเพียง 1% ดังนั้นในการวิจัยนี้จะใช้สมการที่ (3.2) แทนสมการที่ (3.1) เพื่อให้สามารถใช้กับกำหนดการเชิงเส้นได้

3.1.2 ขั้นตอนการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะที่สุดโดยวิธีพลาสติก

ก. ฟังก์ชันเป้าหมาย

ให้ L เป็นความยาวของชิ้นส่วน น้ำหนักรวมของชิ้นส่วนทั้งโครงสร้างจะหาได้จาก

$$W^* = \Sigma wL = a\Sigma L + b\Sigma M_p L \tag{3.3}$$

โดยที่ Σ หมายถึงรวมทุกชิ้นส่วน ค่า $a\Sigma L$ จะเป็นค่าคงที่สำหรับโครงสร้างที่กำหนดให้เพราะฉะนั้น W^* จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ $\Sigma M_p L$ มีค่าน้อยที่สุด ดังนั้นสามารถเขียนฟังก์ชันน้ำหนักประสิทธิผลได้ดังนี้

$$W = \Sigma M_{pi} L_i \tag{3.4}$$

โดยที่ M_{pi} = แรงดัดพลาสติกของชิ้นส่วนของกลุ่ม i

L_i = ความยาวของชิ้นส่วนทั้งหมดของกลุ่ม i

h = จำนวนกลุ่มทั้งหมด

การออกแบบโครงสร้างให้น้ำหนักน้อยที่สุด ก็คือ ออกแบบให้ฟังก์ชันน้ำหนักประสิทธิ์ผล (W) ซึ่งเป็นฟังก์ชันเป้าหมาย ในสมการที่ (3.4) มีค่าน้อยที่สุด สมการที่ (3.4) สามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$W = LM_p \tag{3.5}$$

โดยที่ L = เมตริกซ์แถวของความยาวของชิ้นส่วนทั้งหมดของกลุ่ม มีขนาด (1 x h)

M_p = เมตริกซ์สดมภ์ของแรงดัดพลาสติกของกลุ่ม ซึ่งสอดคล้องกับ L มีขนาด (h x 1)

ข. สมการเงื่อนไขบังคับ

ในการออกแบบโครงสร้างโดยวิธีพลาสติกนอกเหนือจากเงื่อนไขบังคับสภาวะสมดุลย์ (Equilibrium Condition) ในสมการที่ (2.28) แล้ว เมตริกซ์แรงดัดภายใน (M) ต้องเป็นไปตามเงื่อนไขบังคับสภาวะแรงดัดพลาสติก (Plastic Moment Condition) ด้วยดังนี้

$$-TM_p \leqslant M \leqslant TM_p \tag{3.6}$$

โดยที่ T = เมตริกซ์แปลงความสัมพันธ์ระหว่างชิ้นส่วนกับกลุ่ม M_p มีขนาด (2m x h) โดยสมาชิกมีค่าเฉพาะ 0 หรือ 1

M = เมตริกซ์สดมภ์ของแรงดัดภายใน มีขนาด (2m x 1) มีค่าเป็นบวกเมื่อหมุนตามเข็มนาฬิกา

การออกแบบอย่างเหมาะที่สุด โดยใช้กำหนดการเชิงเส้นสามารถเขียนได้โดยใช้สมการที่ (2.28), (3.5) และอสมการที่ (3.6) ดังนี้

หาค่าของ M_p และ M โดยที่

ฟังก์ชันเป้าหมาย $W = LM_p$ มีค่าน้อยที่สุด (3.7)

โดยมีเงื่อนไขบังคับ $CM = P_e$ (3.8)

และ $$-TM_p \leqslant M \leqslant TM_p \qquad (3.9)$$

โดยมีตัวแปร = (h + 2m) สมการเงื่อนไขบังคับ = (n - m) และอสมการเงื่อนไขบังคับ = 4m

ในกำหนดการเชิงเส้น ค่าของตัวแปรต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ (13) ดังนั้นจะแปลงอสมการที่ (3.9) ดังนี้

$$0 \leqslant M + TM_p \leqslant 2TM_p \qquad (3.10)$$

ให้ $$Z = M + TM_p \qquad (3.11)$$

แทนค่าในอสมการที่ (3.10) จะได้

$$0 \leqslant Z \leqslant 2TM_p \qquad (3.12)$$

เราจะใช้ตัวแปร Z ซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอแทนตัวแปร M และค่าตัวแปร Z ในกำหนดการเชิงเส้นถูกจำกัดให้มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์อยู่แล้ว ดังนั้นอสมการที่ (3.12) จะใช้เฉพาะ

$$Z \leqslant 2TM_p \qquad (3.13)$$

อสมการเงื่อนไขบังคับจะลดเหลือ = 2m

แปลงอสมการที่ (3.8) โดยแทนค่า M จากสมการที่ (3.11) จะได้

$$-CTM_p + CZ = P_e \qquad (3.14)$$

ดังนั้นจะเขียนในรูปกำหนดการเชิงเส้นใหม่ ได้ดังนี้

หาค่าของ M_p และ Z โดยที่

ฟังก์ชันเป้าหมาย $$W = LM_p \quad \text{มีค่าน้อยที่สุด} \tag{3.15}$$

โดยมีเงื่อนไขบังคับ $$-CTM_p + CZ = P_e \tag{3.16}$$

และ $$-2TM_p + Z \leqslant 0 \tag{3.17}$$

โดยค่าของ M สามารถหาได้โดยใช้สมการที่ (3.11)

ค. <u>สมการเงื่อนไขบังคับรอง</u>

ในการออกแบบเพื่อให้การเลือกขนาดชิ้นส่วนจริง มีขนาดเล็กสุดสอดคล้องกับหน้าตัดที่มีการผลิต จึงเพิ่มเงื่อนไขบังคับของแรงดัดพลาสติกของกลุ่มที่ต่ำสุดดังนี้

$$M_p \geqslant M_p^1$$

โดยที่ M_p^1 = แรงดัดพลาสติกของกลุ่มที่ต่ำสุด

3.2 <u>น้ำหนักบรรทุก</u>

3.2.1 <u>แบบจำลองของน้ำหนักบรรทุกสม่ำเสมอ</u>

ในการวิเคราะห์และออกแบบโดยวิธีกลไกวิบัติ โดยทั่วไปน้ำหนักบรรทุกสม่ำเสมอจะถูกแทนที่ด้วยน้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุดเท่ากัน 3 จุดดังนี้ กระทำห่างจากปลายที่รองรับทั้ง 2 ข้างเท่ากับ L/6 และที่กลางคานอีก 1 จุด วิธีนี้จะได้ค่า M_p สูงกว่าค่าที่ถูกต้องเล็กน้อย แต่มีข้อเสียคือทำให้จำนวนชิ้นส่วนเพิ่มเป็น 4 และจำนวนกลไกวิบัติมีมากขึ้น ทำให้ต้องใช้หน่วยความจำและเวลาในการคำนวณมากขึ้น

Neal ในหนังสือของ Horne และ Morris (14) ได้เสนอวิธีแทนที่น้ำหนักบรรทุกกระทำสม่ำเสมอด้วยวิธีดังนี้ ให้น้ำหนักบรรทุกสม่ำเสมอ กระทำบนคาน AB ซึ่งยาว L ดังแสดงในรูปที่ 3.1 ถูกแทนที่ด้วยน้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุด 3 จุด ดังนี้ wL/2 กระทำตรงกลางคาน และ wL/4 กระทำที่ปลายคานแต่ละข้าง ดังแสดงในรูปที่ 3.1 ข. ซึ่งทำให้จำนวนชิ้นส่วนเพิ่มเป็น 2 เท่านั้น การแทนที่ด้วยวิธีนี้จะได้แผนภาพแรงดัด ของน้ำหนักบรรทุกสม่ำเสมอ และน้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุดได้ค่าเท่ากันที่จุดซึ่งน้ำหนักกระทำเป็นจุด เมื่อทำการวิเคราะห์โดยใช้น้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุดดังกล่าว ที่กลไกวิบัติสมมุติได้แผนภาพแรงดัดดังรูปที่ 3.1 ค. จุดหมุนพลาสติกจะเกิดที่กลางคาน และจุด B ซึ่ง $M_p = C_1C_2 = Bb$ และกรณีเป็นน้ำหนักบรรทุกสม่ำเสมอจะได้แผนภาพแรงดัดรูปที่ 3.1 ค. ซึ่งค่าแรงดัดสูงสุดจะเลื่อนไปจากกลางคานสมมุติจุด D เป็น d_1d_2 ซึ่งจะเกิน M_p เล็กน้อย Neal พบว่า การออกแบบด้วยวิธีดังกล่าวจะได้ค่า M_p ต่ำกว่าค่าที่ถูกต้องเล็กน้อย

ตัวอย่างเพื่อการเปรียบเทียบคำตอบ คานแบบมีปลายข้างหนึ่งยึดแน่นอีกปลายหนึ่งยึดหมุน ความยาว L รับน้ำหนักบรรทุกสม่ำเสมอ w ดังแสดงในรูปที่ 3.1 ก. จากการออกแบบโดยใช้น้ำหนักบรรทุกสม่ำเสมอ ได้ $M_p = wL^2/11.66$ โดยจุดหมุนพลาสติกภายในเกิดที่ระห่างจากปลายยึดหมุน = 0.414 L และกรณีน้ำหนักบรรทุกสม่ำเสมอเดียวกัน แต่สมมุติจุดหมุนพลาสติกภายในเกิดที่กลางคานได้ $M_p = wL^2/12$ เมื่อเทียบกับแทนที่น้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุดที่กลางคาน และที่ปลายคานแต่ละข้างด้วยวิธีของ Neal ดังกล่าวข้างต้น ได้ $M_p = wL^2/12$ โดยจุดหมุนพลาสติกภายในเกิดที่กลางคานจะเห็นได้ว่า ได้ค่า M_p เท่ากับวิธีใช้น้ำหนักบรรทุกสม่ำเสมอโดยสมมุติจุดหมุนพลาสติกภายในเกิดที่กลางคาน และมีความผิดพลาดเมื่อเทียบกับคำตอบที่ถูกต้องโดยได้ M_p ต่ำไปเพียง 2.9 เปอร์เซนต์ ซึ่งถือว่าเป็นค่าที่น้อยมากสำหรับงานด้านการออกแบบ

3.2.2 <u>น้ำหนักบรรทุกกระทำหลายประเภท</u>

ในการออกแบบโครงสร้างจะต้องคำนึงถึงน้ำหนักบรรทุกที่กระทำหลายประเภท สำหรับโครงข้อแข็ง มาตรฐาน AISC คำนึงถึงน้ำหนักบรรทุกที่กระทำ 3 ประเภทดังนี้

1. น้ำหนักบรรทุกคงที่และน้ำหนักบรรทุกจร ด้วยตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก

เท่ากับ 1.7

2. น้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร และแรงลม ด้วยตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเท่ากับ 1.3
3. น้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร และแรงแผ่นดินไหวด้วยตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเท่ากับ 1.3

การออกแบบอย่างเหมาะที่สุดน้ำหนักบรรทุกทั้งสองประเภท (ในกรณีคิดน้ำหนักบรรทุกสองประเภท) จะเข้าไปกระทำกับโครงสร้างพร้อมกัน และผลลัพธ์สุดท้ายอาจได้กลไกวิบัติเป็นผลรวมของน้ำหนักบรรทุกทั้งสองประเภท (โครงสร้างจะเกิดกลไกวิบัติด้วยน้ำหนักบรรทุกสองประเภทพร้อมกัน) ซึ่งวิธีนี้จะทำให้ได้น้ำหนักรวมของโครงสร้างน้อยที่สุด

สมการเงื่อนไขบังคับสำหรับน้ำหนักบรรทุกกระทำ 2 ประเภท จะเขียนเพิ่มจากสมการที่ 3.16 และ 3.17 ในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$-\left[\begin{array}{c} CT \\ \hline CT \end{array}\right]\left[M_p\right] + \left[\begin{array}{c|c} C & O \\ \hline O & C \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} Z^1 \\ \hline Z^2 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} P_e^1 \\ \hline P_e^2 \end{array}\right] \tag{3.18}$$

$$-2\left[\begin{array}{c} T \\ \hline T \end{array}\right]\left[M_p\right] + \left[\begin{array}{c|c} I & O \\ \hline O & I \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} Z^1 \\ \hline Z^2 \end{array}\right] \leq \left[\begin{array}{c} O \\ \hline O \end{array}\right] \tag{3.19}$$

โดยที่เลขห้อยข้างบน 1,2 หมายถึงประเภทน้ำหนักบรรทุกที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

3.3 การหาค่าแรงเฉือนและแรงในแนวแกน

การใช้กำหนดการเชิงเส้นเป็นเกณฑ์ในการออกแบบอย่างเหมาะที่สุด ฟังก์ชันเป้าหมายและสมการเงื่อนไขบังคับจะเกี่ยวข้องเฉพาะแรงดัดพลาสติกของกลุ่ม และแรงดัดภายในเท่านั้น ค่าแรงเฉือนและแรงในแนวแกนสามารถพิจารณาได้ดังนี้

3.3.1 แรงเฉือน

เนื่องจากการวิเคราะห์โดยวิธีกลไกวิบัติ น้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุด และให้กระทำที่ข้อต่อเท่านั้น ดังนั้นเมื่อไม่มีน้ำหนักบรรทุกกระทำบนชิ้นส่วน แรงเฉือนจึงสามารถหาค่าได้โดยตรงจากแรงดัดที่ปลายของชิ้นส่วนดังนี้

$$V_i = V_j = -(M_i + M_j) / L \tag{3.20}$$

โดยที่ V_i, V_j = แรงเฉือนของชิ้นส่วนที่ปลาย i และ j ตามลำดับมีค่าเป็นบวก เมื่อทำให้เกิดแรงดัดคู่ควบหมุนตามเข็มนาฬิกา ดังรูปที่ 3.2

M_i, M_j = แรงเฉือนของชิ้นส่วนที่ปลาย i และ j ตามลำดับ มีค่าเป็นบวก เมื่อหมุนตามเข็มนาฬิกาดังรูปที่ 3.2

L = ความยาวของชิ้นส่วน

3.3.2 แรงในแนวแกน

จากการพิจารณาสมการสมดุลย์ที่ข้อต่อ สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$P = gS \tag{3.21}$$

โดยที่ P = เมตริกซ์แรงกระทำภายนอกมีขนาด (n x 1)

g = เมตริกซ์สภาวะสมดุลย์ หรือเมตริกซ์ทางเรขาคณิต

(Equilibrium Matrix or Geometric Matrix) มีขนาด (n x 3m)

S = เมตริกซ์แรงภายในมีขนาด (3m x 1)

เมตริกซ์แรงภายใน S ของแต่ละชิ้นส่วนประกอบด้วย 3 แรง ดั้งนี้ แรงในแนวแกนและแรงดัดที่ปลายแต่ละข้างซึ่งสอดคล้องกับการเปลี่ยนรูปร่าง v_1, v_2, v_3, ดังแสดงในรูปที่ 2.2

สำหรับโครงสร้างเชิงเส้น และการวิเคราะห์อันดับแรก จะได้ความสัมพันธ์

$$g = a^t \tag{3.22}$$

โดยที่ a^t = ทรานสโพสของเมตริกซ์การเปลี่ยนตำแหน่งมีขนาด (n x 3m)

ดังนั้นสามารถเขียนสมการที่ 3.21 ได้ดังนี้

$$P = a^tS \tag{3.23}$$

ค่าแรงดัดที่ปลายแต่ละข้างสามารถหาได้จากการออกแบบอย่างเหมาะที่สุดแล้ว และเมตริกซ์ a หาไว้แล้วจากการหากลไกวิบัติอิสระ ดังนั้นสามารถหาค่าแรงในแนวแกนได้โดยการย้ายข้างสมการที่ 3.23 โดยการคัดเลือกต้องเช็ดว่าแถวที่ใช้จาก a^t สัมประสิทธิ์ของแรงในแนวแกนต้องไม่เป็นศูนย์หมด และต้องเช็ดว่ามีสมการสำหรับการหาแรงในแนวแกนสำหรับชิ้นส่วนนั้นหรือยัง เป็นจำนวน n สมการ สำหรับหาผลเฉลยของแรงในแนวแกน

ในเวลาคำนวนเราไม่จำเป็นต้องเก็บค่า a^t อีก เพราะาสามารถใช้จาก a ได้โดยตรง โดยใช้แถวแทนสดมภ์และใช้สดมภ์แทนแถว และในกรณีน้ำหนักบรรทุกหลายประเภทจะหาผลเฉลยของแรงในแนวแกนพร้อมกัน เพื่อประหยัดเวลาในการคำนวน

3.4 บรรทัดฐานในการออกแบบโดยวิธีพลาสติก

ในการออกแบบคานและเสา ซึ่งต้านทางต่อแรงดัดและแรงอัดในแนวแกน สิ่งที่ต้องพิจารณาตามมาตรฐาน AISC (15) มีดังนี้

3.4.1 กำลังของชิ้นส่วน

สมการความสัมพันธ์ระหว่างแรงดัดพลาสติกและแรงในแนวแกน สำหรับหน้าตัดปีกกว้างรอบแกนเอก เขียนได้ดังนี้

$$M_{pc} = 1.18M_p\ (1 - P/P_y) \qquad (3.22)$$

โดยที่ P = แรงกระทำในแนวแกน

P_y = แรงคลาก $= AF_y$

M_{pc} = แรงดัดประสิทธิผล

M_p = แรงดัดพลาสติก

โดยการเลือกชิ้นส่วนครั้งแรก สามารถแบ่งเป็นการออกแบบคานหรือเสาได้ดังนี้

ก. การออกแบบคาน

ในการเลือกชิ้นส่วนเมื่อมีแรงดัดกระทำเป็นหลัก ใช้สมการดังนี้

$$Z = M_p/F_y \quad ;\ \text{เมื่อ}\ 0 \leqslant P/P_y \leqslant 0.15 \qquad (3.23)$$

และ

$$Z = M_p/F_y\ (P/P_y+0.85) \quad ;\ \text{เมื่อ}\ 0.15 \leqslant P/P_y \leqslant 1.0 \qquad (3.24)$$

โดยที่ Z = พลาสติกโมดูลัส

ข. <u>การออกแบบเสา</u>

ในการเลือกชิ้นส่วนเมื่อมีแรงกระทำในแนวแกนเป็นหลัก ใช้สมการที่ 3.22 ดังนี้

$$P_y = P+0.85\ (M_{pc}\ /M_p)\ P_y \qquad (3.25)$$

สำหรับหน้าตัดปีกกว้าง โดยทั่วไปค่า $P_y/M_p = 2.41/d$ (18) ดังนั้นสมการที่ 3.25 จะเขียนได้

$$P_y = P + 2.1M/d \qquad (3.26)$$

โดยที่ d = ความลึกของหน้าตัด

เมื่อเลือกชิ้นส่วนของคานหรือเสาตามหัวข้อ ก หรือ ข ได้แล้วต้องตรวจสอบกำลังของชิ้นส่วนตามสมการที่ 3.22 ดังนี้

$$M = M_p \quad ;\ \text{เมื่อ} \quad 0 \leqslant P/P_y \leqslant 0.15 \qquad (3.27)$$

$$M_{pc} = 1.18M_p\ (1 - P/P_y) \quad ;\ \text{เมื่อ} \quad 0.15 \leqslant P/P_y \leqslant 1.0 \qquad (3.28)$$

ในงานวิจัยนี้เมื่อค่าอัตราส่วนแรงในแนวแกนต่อแรงดัดมากกว่า 2.5 การเลือกชิ้นส่วนจะใช้หลักการออกแบบเสา

3.4.2 <u>การสูญเสียเสถียรภาพ</u> (Instability)

เนื่องจากแรงในแนวแกน การโก่งเดาะและบิดด้านข้างของชิ้นส่วน และการ

เคลื่อนที่ด้านข้างของโครงสร้าง ทำให้โครงสร้างสูญเสียความแข็งแรง และอาจเกิดการวิบัติเนื่องจากการสูญเสียเสถียรภาพได้ มาตรฐาน AISC (15) ได้คำนึงถึงสิ่งเหล่านี้โดยกำหนดออกมาในรูปสัมประสิทธิ์ ตัวประกอบขยาย และแรงที่ทำให้เกิดการโก่งเดาะ ดังนี้

ก. เกิดการสูญเสียเสถียรภาพในระนาบของการดัด (Instability in the Plane of Bending)

สำหรับตำแหน่งที่มีการสูญเสียเสถียรภาพได้ และมีสิ่งค้ำยันอย่างเพียงพอในทิศทางตั้งฉากกับแรงดัดที่กระทำ สมการความสัมพันธ์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$P/P_{cr} + M/M_p \; C_m/(1-P/P_e) \leq 1 \qquad (3.29)$$

โดยที่

P_{cr} = แรงที่ทำให้เกิดการโก่งเดาะ (Buckling Strength) ทางแกนที่เกิดการดัด เมื่อไม่มีแรงดัดกระทำร่วม

= $1.7\ F_a A$

F_a = หน่วยแรงอัดที่ยอมให้

= $12/23\ \pi^2 E/C^2$; เมื่อ $C \geq C_c$

= $F_y/F.S\ [1-C^2/(2C_c^{\ 2})]$; เมื่อ $C < C_c$

$F.S$ = $5/3 + 3/8\ C/C_c - 1/8\ (C/C_c)^3$

C = อัตราความชะลูด

= KL/r

C_c = $\sqrt{2\pi^2 E/F_y}$

P_e = แรงออยเลอร์ทางแกนที่เกิดการดัด

= $\pi^2 E/(KL/r)^2\ A$

C_m = สัมประสิทธิ์ตัวลดค่าแรงดัดมีค่าขึ้นอยู่กับลักษณะองค์อาคารว่าเป็นชนิดที่มีตัวโยงทะแยง หรือไร้ตัวโยงทะแยง และลักษณะการเกิดของแรงดัดว่าเกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระทำจากด้านข้าง หรือเป็นแรงดัดกระทำที่ปลาย

$= \quad 0.85$ สำหรับอาคารชนิดไร้ตัวโยงทะแยง

$K \quad =$ สัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผล

$r \quad =$ รัศมีไจเรชั่น

ตัวประกอบ $1/(1-P/P_e)$ เรียกว่าตัวประกอบขยายซึ่งคำนึงถึงแรงดัดที่เกิดจากแรงในแนวแกน P คูณกับระยะโก่งของเสา

ข. <u>เกิดการสูญเสียเสถียรภาพโดยการโก่งเดาะและบิดด้านข้าง</u>
(Instability by Lateral - Torsional Buckling)

สำหรับตำแหน่งที่มีการสูญเสียเสถียรภาพได้ และไม่มีสิ่งคำยันในทิศทางตั้งฉากกับแรงดัดที่กระทำ สามารถเกิดการโก่งเดาะและบิดด้านข้างก่อนถึงค่าแรงดัดพลาสติก สมการความสัมพันธ์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$P/(P_{cr})_y + M/M_{cr}\, C_m/(1-P/P_e) \leq 1 \qquad (3.20)$$

โดยที่ $(P_{cr})_y \quad =$ แรงที่ทำให้เกิดการโก่งเดาะทางแกนโท เมื่อไม่มีแรงดัดกระทำร่วม

$= \quad 1.7\, F_a A$

$M_{cr} \quad =$ แรงดัดวิกฤติเมื่อไม่มีแรงในแนวแกนกระทำร่วม

$= \quad [1.07 - (L/r_y)\sqrt{F_y}\ /26438\ ]\ M_p$

สำหรับ $F_y = 2520$ กก./ซม.^{2} จะได้ $M_{cr} = M_p$ เมื่อ $L/r_y = 36.9$

ในโปรแกรมจะให้ใส่ค่า K_x, K_y ของแต่ละชิ้นส่วน ตัวอย่างเช่น ชิ้นส่วนตามกรณี ก. ใส่ค่า $K_y = 0$

3.4.3 ผลกระทบของแรงเฉือนต่อแรงดัดพลาสติก

เนื่องจากตำแหน่งที่เกิดจุดหมุนพลาสติกจะมีแรงเฉือน และแรงในแนวแกนเกิดขึ้น ผลจากแรงในแนวแกนได้กล่าวแล้วในหัวข้อ 3.4.1 ส่วนผลของแรงเฉือนสามารถพิจารณาได้ดังนี้

สำหรับหน้าต่างปีกกว้าง แรงเฉือนจะไม่มีผลต่อแรงดัดพลาสติกเมื่อแรงเฉือนที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยกว่าแรงเฉือนประลัย (V_u) โดยที่

$$V_u = F_y/\sqrt{3}\, A_w = F_y/\sqrt{3}\, t_w d_w \qquad (3.31)$$

โดยที่ t_w = ความหนาของลำตัว

d_w = ความลึกของลำตัว

ในกรณีแรงเฉือนที่เกิดขึ้นมีค่ามากกว่าแรงเฉือนประลัย สามารถแก้ไขได้โดยเลือกขนาดของชิ้นส่วนใหม่โดยให้มีเนื้อที่ของลำตัวเพียงพอ หรือเสริมแผ่นเหล็กทะแยง โดยงานวิจัยนี้ใช้วิธีแรก คือเลือกขนาดของชิ้นส่วนใหม่

3.4.4 การโก่งเดาะเฉพาะที่ (Local Buckling)

ในการคำนวณออกแบบโดยวิธีพลาสติกกำลังต้านแรงดัดของชิ้นส่วนหลังจากผ่านช่วงอิลาสติกไปแล้วจะต้องมีค่าคงที่ที่แรงดัดพลาสติก จนกระทั่งเกิดมีจุดหมุนพลาสติกจำนวนมากพอที่ทำให้เกิดกลไกวิบัติ ดังนั้นเพื่อความปลอดภัยจึงจำเป็นต้องป้องกันไม่ให้ชิ้นส่วนเกิดการวิบัติ เนื่องจากการโก่งเดาะเฉพาะที่ และการโก่งเดาะและบิดด้านข้าง ก่อนที่ชิ้นส่วนจะเกิดการหมุนถึงค่าที่ต้องการ ผลจากการโก่งเดาะและบิดด้านข้างได้กล่าวแล้วในหัวข้อ 3.4.2 ส่วนผลจากการโก่งเดาะเฉพาะที่มีวิธีป้องกันดังนี้

มาตรฐาน AISC (15) ได้กำหนดค่าอัตราส่วนความชะลูด ของปีกและ

ลำตัวของคานหน้าตัดปีกกว้าง เพื่อป้องกันไม่ให้คานเกิดการโก่งเดาะเฉพาะที่ที่ความเครียดน้อยกว่าความเครียดแข็งเพิ่ม (Strain Hardening, $E=E_s t$) ดังนี้

ก. <u>ปีกของหน้าตัดปีกกว้าง</u>

สำหรับแรงดัด หรือแรงอัด หรือทั้งสองแรงกระทำร่วมกัน

$$b_f/t_f \leqslant 895/\sqrt{F_y} \qquad (3.32)$$

$$= 17 \quad ; \text{ เมื่อ } F_y = 2520 \text{ กก./ซม.}^2$$

โดยที่ b_t = ความกว้างของปีก

t_t = ความหนาของปีก

ข. <u>ลำตัวของหน้าตัดปีกกว้าง</u>

สำหรับแรงดัดหรือแรงอัด หรือทั้งสองแรงกระทำร่วมกัน

$$d/t_w \leqslant 2150/\sqrt{F_y} \quad ; \text{ เมื่อ } P/P_y > 0.27 \qquad (3.33)$$

$$= 42.8 \quad ; \text{ เมื่อ } F_y = 2520 \text{ กก./ซม.}^2$$

และ

$$d/t_w \leqslant 3447/\sqrt{F_y}(1-1.4\, P/P_y) \quad ; \text{ เมื่อ } P/P_y \leqslant 0.27 \qquad (3.34)$$

โดยที่ d = ความลึกของหน้าตัด

t_w = ความหนาของลำตัว

ภาคผนวก ค. ได้แสดงคุณสมบัติของเหล็กหน้าตัดปีกกว้าง ที่ผลิตในญี่ปุ่นซึ่งใช้ในงานวิจัยนี้ 81 หน้าตัด จะสังเกตุได้ว่าหน้าตัดเกิดการโก่งเดาะเฉพาะที่ของปีกในทฤษฎีพลาสติกถึง

25 ตัว

3.5 การคำนึงถึงผลของแรงในแนวแกนและการสูญเสียเสถียรภาพ ต่อแรงดัดพลาสติกในสมการเงื่อนไขบังคับ

การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะที่สุด โดยคำนึงถึงเฉพาะแรงดัดพลาสติกอย่างเดียวในสมการเงื่อนไขบังคับนั้น เป็นการคำนวณออกแบบที่ประหยัดระดับหนึ่ง โดยทั่วไปผลลัพธ์จะได้แรงดัดภายในของเสาทั้งด้านปะทะแรงลมและด้านท้ายลมเท่ากับขนาดหน้าตัดทางทฤษฎีเมื่อคำนึงถึงเฉพาะแรงดัดพลาสติกอย่างเดียว และเมื่อนำผลลัพธ์แรงภายในไปออกแบบขนาดหน้าตัดเสาพบว่าเสาด้านท้ายลมจะเป็นตัวคุม ในการเลือกขนาดหน้าตัดจริง(การออกแบบคำนึงถึงผลของแรงในแนวแกนและการสูญเสียเสถียรภาพแล้ว) เพราะมีแรงในแนวแกนมากกว่าในขณะที่แรงดัดภายในเท่ากัน ดังนั้นส่วนใหญ่เสาด้านปะทะแรงลมยังมีความสามารถในการรับน้ำหนักได้อีก (ดูตัวอย่างที่ 1)

งานวิจัยนี้ ได้คำนึงถึงผลของแรงในแนวแกนและการสูญเสียเสถียรภาพ ต่อแรงดัดพลาสติกในสมการเงื่อนไขบังคับไว้ด้วย โดยหลังจากการเลือกขนาดหน้าตัดจริงครั้งแรกแล้ว ชิ้นส่วนจะถูกลดค่าแรงดัดพลาสติกจากผลของแรงในแนวแกน และการสูญเสียเสถียรภาพ โดยใช้สมการความสัมพันธ์ ตามมาตรฐาน AISC ได้ดังนี้

3.5.1 การลดค่าแรงดัดพลาสติกจากผลของแรงในแนวแกน

สมการความสัมพันธ์ระหว่างแรงดัดพลาสติก และแรงในแนวแกนสำหรับหน้าตัดปีกกว้าง รอบแกนเอก ใช้สมการที่ 3.27 และ 3.28 ได้ดังนี้

$$M = M_p \quad ; \text{ เมื่อ } \quad 0 \leqslant P/P_y \leqslant 0.15$$

และ

$$M = 1.18M_p(1 - P/P_y) \quad ; \text{ เมื่อ } 0.15 \leqslant P/P_y \leqslant 1.0$$

$$= \rho_1 M_p \qquad (3.35)$$

โดยที่ ρ_1 คือ สัมประสิทธิ์ตัวลดค่าแรงดัดพลาสติก จากผลของแรงในแนวแกน

3.5.2 <u>การลดค่าแรงดัดพลาสติกจากการสูญเสียเสถียรภาพ</u>

ก. <u>เกิดการสูญเสียเสถียรภาพในระนาบของการดัด</u>

ใช้สมการความสัมพันธ์ที่ 3.29 ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$M = (1-P/P_{cr})(1-P/P_e)\, M_p/C_m \qquad (3.36)$$

$$= \rho_2 M_p \qquad (3.37)$$

โดยที่ ρ_2 คือ สัมประสิทธิ์ตัวลดค่าแรงดัดพลาสติก จากผลของแรงในแนวแกนและการสูญเสียเสถียรภาพในระนาบของการดัด

ข. <u>เกิดการสูญเสียเสถียรภาพโดยการโก่งเดาะและบิดด้านข้าง</u>

ใช้สมการความสัมพันธ์ที่ 3.30 ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$M = [1-P/(P_{cr})_y][1-P/P_e]\, M_{cr}/C_m \qquad (3.38)$$

$$= \rho_3 M_p \qquad (3.39)$$

โดยที่ ρ_3 คือ สัมประสิทธิ์ตัวลดค่าแรงดัดพลาสติก จากผลของแรงในแนวแกนและการสูญเสียเสถียรภาพโดยการโก่งเดาะและบิดด้านข้าง

เลือกใช้ ρ ค่าที่น้อยกว่าจาก ρ_1 และ ρ_2 กรณีเกิดการสูญเสียเสถียรภาพในระนาบของการดัด หรือ ρ_1 และ ρ_3 กรณีเกิดการสูญเสียเสถียรภาพโดยการโก่งเดาะ

และบิดด้านข้าง โดยทุกชิ้นส่วนจะมี ρ แต่ละค่า โดยขึ้นกับแรงในแนวแกน คุณสมบัติของหน้าตัด และความยาวของชิ้นส่วน ดังนั้นสมการเงื่อนไขบังคับสภาวะแรงดัดพลาสติก และ Z จากสมการที่ 3.6 และ 3.11 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$-\rho T M_p \leqslant M \leqslant \rho T M_p \qquad (3.40)$$

และ

$$Z = M + \rho T M_p \qquad (3.41)$$

โดยที่ ρ คือ เมตริกซ์ทะแยงสัมประสิทธิ์ตัวลดค่าแรงดัดพลาสติกในสมการเงื่อนไขบังคับ มีขนาด (2m x 2m) แต่เวลาคำนวณจะเก็บเฉพาะค่าทะแยงเป็นเมตริกซ์สดมภ์มีขนาด (m x 1) โดยหลังจากหาคำตอบที่เหมาะที่สุดได้แล้ว สามารถเปลี่ยนแปลงค่า ρ ได้ โดยใช้ค่า ρ ตัวใหม่หาคำตอบที่เหมาะที่สุดใหม่ โดยจำนวนรอบที่ใช้ในการคำนวณโดยทั่วไปจะเท่ากับ 3 รอบ แผนภาพขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมได้แสดงในภาคผนวก ข.

สมการเงื่อนไขบังคับ สำหรับน้ำหนักบรรทุกกระทำ 2 ประเภท และคำนึงถึงผลของแรงในแนวแกนและการสูญเสียเสถียรภาพ ต่อแรงดัดพลาสติกในสมการเงื่อนไขบังคับ สามารถเขียนเพิ่มจากสมการที่ 3.18 และ 3.19 ในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$-\begin{bmatrix} C\rho^1 T \\ \hline C\rho^2 T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_p \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c|c} C & O \\ \hline O & C \end{array}\right] \begin{bmatrix} Z^1 \\ \hline Z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_e^1 \\ \hline P_e^2 \end{bmatrix} \qquad (3.42)$$

$$-2\begin{bmatrix} \rho^1 T \\ \hline \rho^2 T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_p \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c|c} I & O \\ \hline O & I \end{array}\right] \begin{bmatrix} Z^1 \\ \hline Z^2 \end{bmatrix} \leqslant \begin{bmatrix} O \\ \hline O \end{bmatrix} \qquad (3.43)$$

โดยที่เลขห้อยข้างบน 1,2 หมายถึงประเภทน้ำหนักบรรทุกที่ 1 และ 2 ตามลำดับ