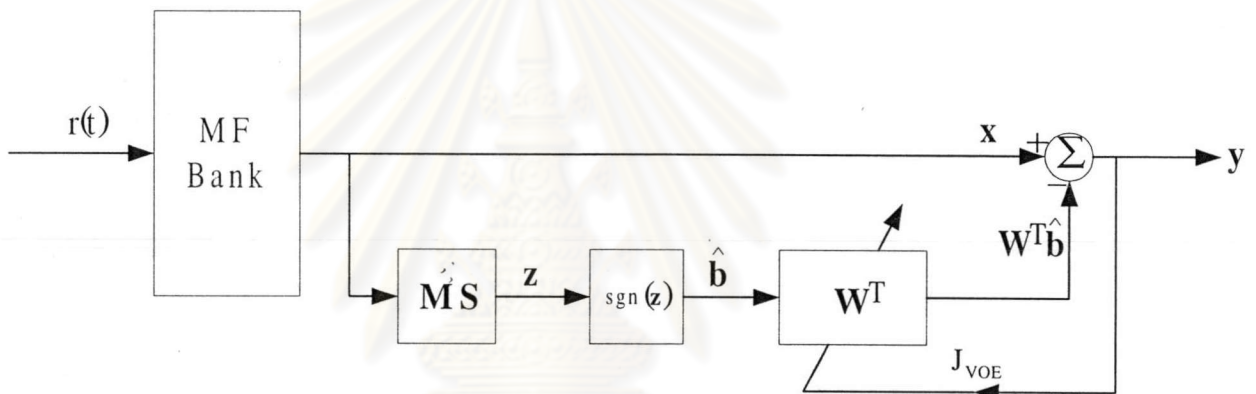


บทที่ 3

เครื่องรับที่เสนอ

เนื้อหาในบทนี้อธิบายหลักการการทำงานของเครื่องรับที่เสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ซึ่งได้แก่เครื่องรับแบบ VOE_DC_BA_PIC และแบบ VOE_ADC_BA_PIC รวมทั้งยังได้วิเคราะห์สมรรถนะเบื้องต้นและความซับซ้อนในการคำนวณของเครื่องรับที่เสนอเปรียบเทียบกับเครื่องรับแบบอื่นๆ ด้วย

3.1 หลักการทำงาน



รูปที่ 3.1 โครงสร้างของเครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC

เครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC ที่เสนอมีโครงสร้างเหมือนกับเครื่องรับแบบ MOE_BA_PIC ดังแสดงในรูปที่ 3.1 แต่จะใช้ ค่าความแปรปรวนของพลังงานสัญญาณขาออกจากเครื่องรับ (VOE) เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function) แทนการใช้ ค่าเฉลี่ยของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับ (MOE) ที่ใช้อยู่ในเครื่องรับแบบ MOE_DC_BA_PIC และแบบ MOE_ADC_BA_PIC โดยใช้อัลกอริทึมเกรเดียนต์สำหรับปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวจัดแบบบอด

3.1.1 ช่องสัญญาณซิงโครนัส

จากรูปที่ 3.1 เวกเตอร์ของสัญญาณซึ่งออกจากเครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC ของผู้ใช้ทุกคนและของผู้ใช้คนที่ k แสดงได้เช่นเดียวกับ สมการที่ (2.27) และ สมการที่ (2.30)

$$y = x - W^T \hat{b} \quad (3.1)$$

$$y_k = x_k - \mathbf{w}_k^T \hat{\mathbf{b}}_k \quad (3.2)$$

เครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC จะใช้ความแปรปรวนของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับเป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์แทนค่าเฉลี่ยของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับซึ่งใช้ในเครื่องรับแบบ MOE_BA_PIC โดยความแปรปรวนมีนิยาม [20] ดังสมการที่ (3.3)

$$\begin{aligned} \text{Var}\{x\} &\equiv E\{(x - E\{x\})^2\} \\ &= E\{x^2\} - (E\{x\})^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

จากค่าสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC ของผู้ใช้คนที่ k และนิยามของความแปรปรวนในสมการที่ (3.2) และ สมการที่ (3.3) ตามลำดับ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่เสนอจะมีรูปแบบดังสมการที่ (3.4)

$$\begin{aligned} J_{\text{VOE}_k} &= E\{[(y_k)^2 - E\{(y_k)^2\}]^2\} \\ &= E\{(y_k^2)^2\} - (E\{y_k^2\})^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

ในการประมาณสัญญาณแทรกสอด จะปรับสัมประสิทธิ์ของตัวจัดแบบบอดโดยใช้ อัลกอริทึมเกรเดียนต์ ซึ่งสามารถแสดงสมการสำหรับการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวจัดดังกล่าวได้ดังนี้

$$\mathbf{w}_k[n+1] = \mathbf{w}_k[n] - \frac{1}{4} \mu_{\text{VOE}} \nabla_{\mathbf{w}_k} J_{\text{VOE}_k} \quad (3.5)$$

โดยที่เกรเดียนต์ของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ($\nabla_{\mathbf{w}_k} J_{\text{VOE}_k}$) หาได้จาก

$$\begin{aligned}
\nabla_{\mathbf{w}_k} J_{\text{VOE}_k} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} J_{\text{VOE}_k} \\
&= \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} \left[E\{y_k^2\}^2 \right] - \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} \left[(E\{y_k^2\})^2 \right] \\
&= E\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} (y_k^2)^2 \right\} - 2E\{y_k^2\} E\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} y_k^2 \right\} \\
&= E\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} y_k^4 \right\} - 2E\{y_k^2\} E\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} y_k^2 \right\}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}
E\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} y_k^4 \right\} &= E\left\{ \frac{\partial}{\partial y_k} y_k^4 \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} y_k \right\} \\
&= E\left\{ 4y_k^3 \cdot \left(-\hat{\mathbf{b}}_k \right) \right\} \\
&= -4E\left\{ y_k^3 \hat{\mathbf{b}}_k \right\}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

$$\begin{aligned}
E\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} y_k^2 \right\} &= E\left\{ \frac{\partial}{\partial y_k} y_k^2 \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}_k} y_k \right\} \\
&= E\left\{ 2y_k \cdot \left(-\hat{\mathbf{b}}_k \right) \right\} \\
&= -2E\left\{ y_k \hat{\mathbf{b}}_k \right\}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

นำค่าจากสมการที่ (3.7) และสมการที่ (3.8) ไปแทนในสมการที่ (3.6) จะได้

$$\nabla_{\mathbf{w}_k} J_{\text{VOE}_k} = -4E\left\{ y_k^3 \hat{\mathbf{b}}_k \right\} + 4E\{y_k^2\} E\left\{ y_k \hat{\mathbf{b}}_k \right\} \tag{3.9}$$

เมื่อแทนสมการที่ (3.9) ในสมการที่ (3.5) จะได้

$$\mathbf{w}_k[n+1] = \mathbf{w}_k[n] - \mu_{\text{VOE}} \left(E\{y_k^2\} E\left\{ y_k \hat{\mathbf{b}}_k \right\} - E\left\{ y_k^3 \hat{\mathbf{b}}_k \right\} \right) \tag{3.10}$$

3.1.2 ช่องสัญญาณอะซิงโครนัส

เช่นเดียวกับเครื่องรับแบบ MOE_BA_PIC ในกรณีช่องสัญญาณอะซิงโครนัส สามารถพิจารณาเหมือนกับกรณีช่องสัญญาณซิงโครนัสที่จำนวนผู้ใช้เพิ่มขึ้นจาก K คนเป็น $2K-1$ คนได้ ซึ่งเมื่อพิจารณาบิตข้อมูลที่ i ของผู้ใช้คนที่ k สมการของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC จะมีรูปแบบดังสมการที่ (3.11)

$$y_k[i] = x_k[i] - \mathbf{w}_k^T [i] \hat{\mathbf{b}}_k [i] \quad (3.11)$$

โดย $x_k[i]$, เวกเตอร์ \mathbf{w}_k และ $\hat{\mathbf{b}}_k$ มีค่าดังสมการที่ (3.12), (3.13) และ (3.14) ตามลำดับ

$$\begin{aligned} x_k[i] &= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} r(t) s_k(t - iT - \tau_k) dt \\ &= A_k b_k [i] + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \rho_{kj}^0 A_j b_j [i] + \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{kj}^+ A_j b_j [i+1] + \sum_{j=k+1}^K \rho_{kj}^- A_j b_j [i-1] + \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} n(t) s_k(t - iT - \tau_k) dt \\ &= A_k b_k [i] + MAI_k [i] + MAI_k [i+1] + MAI_k [i-1] + n_k \end{aligned}$$

$$\mathbf{w}_k = \underbrace{\left[w_{1k}^{i+1}, w_{1k}^i, \dots, w_{(k-1)k}^{i+1}, w_{(k-1)k}^i, 0, w_{(k+1)k}^i, w_{(k+1)k}^{i-1}, \dots, w_{Kk}^i, w_{Kk}^{i-1} \right]^T}_{1 \times (2K-1)} \quad (3.13)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_k = \underbrace{\left[\hat{b}_1 [i+1], \hat{b}_1 [i], \dots, \hat{b}_{k-1} [i+1], \hat{b}_{k-1} [i], 0, \hat{b}_{k+1} [i], \hat{b}_{k+1} [i+1], \dots, \hat{b}_K [i], \hat{b}_K [i+1] \right]^T}_{1 \times (2K-1)} \quad (3.14)$$

การปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวขจัดแบบบอดสำหรับประมาณสัญญาณแทรกสอดจะปรับตามสมการที่ (3.10) เช่นเดียวกับในกรณีช่องสัญญาณซิงโครนัส

3.2 การวิเคราะห์สมรรถนะเบื้องต้น

เพื่อความสะดวกต่อการอธิบายและการทำความเข้าใจ ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีของช่องสัญญาณซิงโครนัสเท่านั้น โดยกรณีช่องสัญญาณอะซิงโครนัสสามารถพิจารณาเหมือนกับเป็นกรณีช่องสัญญาณซิงโครนัสที่มีผู้ใช้เพิ่มมากขึ้นได้

3.2.1 เครื่องรับแบบ MOE_BA_PIC

จากสมการที่ (2.3) พบว่าสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตริกซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้คนที่ k สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลรวมของสัญญาณที่ต้องการ, สัญญาณแทรกสอด และสัญญาณรบกวนตามลำดับ โดยนำมาแสดงอีกครั้งดังสมการที่ (3.15)

$$\begin{aligned} x_k &= \frac{1}{T_b} \int^{T_b} r(t) s_k(t) \\ &= A_k b_k + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \rho_{ki} A_i b_i + \frac{1}{T_b} \int^{T_b} n(t) s_k(t) \\ &= A_k b_k + MAI_k + n_k \end{aligned} \quad (3.15)$$

โดยการแทนสมการที่ (3.15) ในสมการที่ (3.2)

$$y_k = x_k - \mathbf{w}_k^T \hat{\mathbf{b}}_k$$

จะได้

$$\begin{aligned} y_k &= b_k A_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \left(b_j A_j \rho_{jk} - w_{jk} \hat{b}_j \right) + n_k \\ &= b_k A_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \text{err}_j + n_k \\ &= b_k A_k + \text{Err}_k + n_k \end{aligned} \quad (3.16)$$

ในที่นี้ err_j และ Err_k เป็นความผิดพลาดจากการประมาณสัญญาณแทรกสอดของผู้ใช้คนที่ j และเป็นความผิดพลาดรวมของการประมาณสัญญาณแทรกสอดที่รบกวนผู้ใช้คนที่ k ตามลำดับ

จากผลที่ได้ในสมการที่ (3.16) สามารถแสดงพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับได้ดังนี้

$$y_k^2 = (b_k A_k)^2 + (\text{Err}_k)^2 + n_k^2 + 2b_k A_k \text{Err}_k + 2\text{Err}_k n_k + 2b_k A_k n_k \quad (3.17)$$

ซึ่งเมื่อหาค่าเฉลี่ยของสมการที่ (3.17) จะได้ว่า

$$E\{y_k^2\} = E\{(b_k A_k)^2\} + E\{(\text{Err}_k)^2\} + E\{n_k^2\} + 2A_k E\{b_k \text{Err}_k\} + 2E\{\text{Err}_k n_k\} + 2A_k E\{b_k n_k\} \quad (3.18)$$

ถ้าตัวแปรสุ่ม (Random variable) 2 ตัว f และ g เป็นอิสระต่อกันเชิงสถิติ (Statistical Independence) แล้ว จะได้ว่า $E\{f \cdot g\} = E\{f\} \cdot E\{g\}$ [20] และเนื่องจาก b_k , Err_k และ n_k ต่างก็เป็นอิสระต่อกัน ดังนั้น

$$E\{y_k^2\} = E\{(b_k A_k)^2\} + E\{(\text{Err}_k)^2\} + E\{n_k^2\} + 2A_k E\{b_k\} E\{\text{Err}_k\} + 2E\{\text{Err}_k\} E\{n_k\} + 2A_k E\{b_k\} E\{n_k\} \quad (3.18)$$

เนื่องจาก

$$(ก1) \quad E\{C\} = C \text{ เมื่อ } C \text{ เป็นค่าคงที่ [20]}$$

$$(ก2) \quad E\{b_k\} = E\{n_k\} = 0$$

$$(ก3) \quad E\{n_k^2\} = \sigma^2 \text{ ดังนั้น}$$

$$E\{y_k^2\} = A_k^2 + \underbrace{E\{(\text{Err}_k)^2\}}_{\text{MSE}} + \sigma^2 \quad (3.19)$$

จากสมการที่ (3.19) พบว่าค่าเฉลี่ยของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับจะมีความสัมพันธ์อยู่กับค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสอง (Mean Square Error, MSE) ซึ่งในที่นี้คือพจน์ $E\{(\text{Err}_k)^2\}$ ดังนั้นการลดค่าเฉลี่ยของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับจึงเสมือนกับเป็นการลดค่า MSE ของการประมาณนั่นเอง

3.2.2 เครื่องรับแบบ VOA_BA_PIC

จากนิยามของความแปรปรวนตามสมการที่ (3.3) สามารถแสดงค่าความแปรปรวนของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับได้ดังนี้

$$\text{Var}\{y_k^2\} = E\{(y_k^2)^2\} - [E\{y_k^2\}]^2 \quad (3.20)$$

จากสมการที่ (3.16) สามารถแสดงค่ากำลังของพลังงานที่ออกจากเครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC ได้ดังสมการที่ (3.21)

$$\begin{aligned}
 (y_k^2)^2 &= (b_k A_k)^4 + \text{Err}_k^4 + n_k^4 + 4(b_k A_k \text{Err}_k)^2 + 4(\text{Err}_k n_k)^2 + 4(b_k A_k n_k)^2 + \\
 & 2(b_k A_k \text{Err}_k)^2 + 2(b_k A_k n_k)^2 + 4(b_k A_k)^3 \text{Err}_k + 4(b_k A_k)^2 \text{Err}_k n_k + \\
 & 4(b_k A_k)^3 n_k + 2(\text{Err}_k n_k)^2 + 4b_k A_k \text{Err}_k^3 + 4\text{Err}_k^3 n_k + 4\text{Err}_k^2 b_k A_k n_k + \\
 & 4b_k A_k \text{Err}_k n_k^2 + 4\text{Err}_k n_k^3 + 4b_k A_k n_k^3 + \\
 & 8b_k A_k n_k \text{Err}_k^2 + 8(b_k A_k)^2 \text{Err}_k n_k + \\
 & 8\text{Err}_k b_k A_k n_k^2
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

จากสมการที่ (3.16) สามารถแสดง Err_k ให้อยู่ในรูปผลรวมของความผิดพลาดในการประมาณสัญญาณแทรกสอดของผู้ใช้แต่ละคนได้ดังสมการที่ (3.22)

$$\begin{aligned}
 \text{Err}_k &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \text{err}_j \\
 &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \left(b_j A_j \rho_{jk} - w_{jk} \hat{b}_j \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

โดยสมมติให้บิตข้อมูลที่ได้จากเครื่องรับแบบดิคคอร์เรเลเตอร์ และเครื่องรับแบบ ADC ถูกต้อง และจากเงื่อนไข (ก2) สามารถหาค่าเฉลี่ยของสมการที่ (3.22) ได้ดังสมการที่ (3.23)

$$\begin{aligned}
 E\{\text{Err}_k\} &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K E\{\text{err}_j\} \\
 &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \left(E\left\{ b_j A_j \rho_{jk} - w_{jk} \hat{b}_j \right\} \right) \\
 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

เนื่องจาก 1) n_k^2 เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไค-สแควร์ (Chi-Square Distribution) โดยมีความแปรปรวน $E\{n_k^2\} = 2\sigma^4$ [20] 2) ความเป็นอิสระต่อกันของ b_k , Err_k และ n_k 3) เงื่อนไข (ก1)-(ก3) และ 4) สมการที่ (3.23) ค่าเฉลี่ยของกำลังสองของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC จะมีค่าดังสมการที่ (3.24)

$$\begin{aligned}
 E\{y_k^2\} &= A_k^4 + E\{Err_k^4\} + 2(\sigma^2)^2 + 4A_k^2E\{Err_k^2\} + 4\sigma^2E\{Err_k^2\} + 4A_k^2\sigma^2 + \\
 &\quad 2A_k^2E\{Err_k^2\} + 2A_k^2\sigma^2 + 0 + 0 + \\
 &\quad 0 + 2\sigma^2E\{Err_k^2\} + 0 + 0 + 0 + \\
 &\quad 0 + 0 + 0 + \\
 &\quad 0 + 0 + \\
 &\quad 0 \\
 &= A_k^4 + E\{Err_k^4\} + 2(\sigma^2)^2 + 6A_k^2E\{Err_k^2\} + 6\sigma^2E\{Err_k^2\} + 6A_k^2\sigma^2
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

เมื่อยกกำลังสองค่าเฉลี่ยของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับตามสมการที่ (3.19) จะได้

$$\begin{aligned}
 [E\{y_k^2\}]^2 &= A_k^4 + (E\{Err_k^2\})^2 + (\sigma^2)^2 + 2A_k^2E\{Err_k^2\} + 2\sigma^2E\{Err_k^2\} \\
 &\quad + 2A_k^2\sigma^2
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

เมื่อแทนสมการที่ (3.24) และสมการที่ (3.25) ลงในสมการที่ (3.20) จะสามารถหาความแปรปรวนของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC ได้ดังสมการที่ (3.26)

$$\begin{aligned}
 \text{Var}\{y_k^2\} &= [A_k^4 + E\{Err_k^4\} + 2(\sigma^2)^2 + 6A_k^2E\{Err_k^2\} + 6\sigma^2E\{Err_k^2\} + 6A_k^2\sigma^2] - \\
 &\quad [A_k^4 + (E\{Err_k^2\})^2 + (\sigma^2)^2 + 2A_k^2E\{Err_k^2\} + 2A_k^2\sigma^2 + 2\sigma^2E\{Err_k^2\}] \\
 &= E\{Err_k^4\} - (E\{Err_k^2\})^2 + 4A_k^2E\{Err_k^2\} + 4\sigma^2E\{Err_k^2\} + 4A_k^2\sigma^2 + \sigma^4
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

จากนิยามของความแปรปรวนตามสมการที่ (3.3) สามารถจัดรูปสมการที่ (3.26) ได้ใหม่ ดังนี้

$$\text{Var}\{y_k^2\} = \text{Var}\{Err_k^2\} + 4(A_k^2 + \sigma^2)E\{Err_k^2\} + 4A_k^2\sigma^2 + \sigma^4 \tag{3.27}$$

จากสมการที่ (3.27) คาดว่าการลดความแปรปรวนของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC จะให้ผลออกมาใน 3 ลักษณะคือ

- 1) เนื่องจากพจน์ $E\{\text{Err}_k^2\}$ ซึ่งเหมือนกับสมการที่ (3.19) จะเป็นการลดค่า MSE ของการประมาณสัญญาณแทรกสอด
- 2) เนื่องจากพจน์ $\text{Var}\{\text{Err}_k^2\}$ จะทำให้ค่ากำลังสองของความผิดพลาดจากการประมาณ (Square Error, SE) ในสถานะชั่วคราว (Transient State) ไม่กระจายไปจากค่า MSE ในขณะนั้นมาก ซึ่งจะทำให้อัตราการรู้เข้าของเครื่องรับสูงขึ้น และ
- 3) การที่ความแปรปรวนของค่า SE ลดลงก็น่าจะทำให้ค่า MSE ในสถานะชั่วคราวรู้เข้าสู่ค่า MSE ในสถานะอยู่ตัว (Steady State) ที่ต่ำกว่าค่า MSE ในสถานะอยู่ตัวที่ได้จากการประมาณสัญญาณแทรกสอดโดยการลดพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับ

3.3 ความซับซ้อนของเครื่องรับ

กำหนดให้ความซับซ้อนของเครื่องรับ (Complexity of Detectors) ในที่นี้หมายถึงจำนวนการบวก, ลบ, คูณ และหาร ต่อการเตรียมสัญญาณก่อนที่จะเข้าสู่อุปกรณ์ตัดสินใจ (Decision Device) เพื่อตัดสินใจข้อมูล 1 บิต โดยความซับซ้อนดังกล่าวมีหน่วยเป็น ฟลอปต่อบิต (Flop/Bit) [21]

3.3.1 ช่องสัญญาณเชิงโคโรนัส

3.3.1.1 เครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์

จากสมการที่ (2.3) พบว่าในการตีเทกต์สัญญาณของผู้ใช้คนที่ k จะต้องคูณสัญญาณที่รับได้ด้วยรหัสแม่ของผู้ใช้คนที่ k ซึ่งเมื่อมองในรูปของเวกเตอร์พบว่า จะต้องหาอินเนอร์โปรดักต์ (Inner Product) ระหว่างเวกเตอร์ของสัญญาณที่รับได้และเวกเตอร์ของรหัสแม่ โดยเวกเตอร์ทั้ง 2 ตัวมีขนาดเท่ากับ P_G (อัตราขยายการประมาณผล) ซึ่งต้องทำการคูณและบวกเท่ากับ P_G และ $P_G - 1$ ครั้งตามลำดับ ดังนั้นความซับซ้อนของเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ต่อบิตข้อมูล 1 บิต ($C_{\text{syn}}^{\text{MF}}$) เท่ากับ

$$C_{\text{syn}}^{\text{MF}} = \frac{1}{K} [K(2P_G - 1)] \quad (3.28)$$

3.3.1.2 เครื่องรับแบบดีคอดรีเลเตอร์

จากรูปที่ 2.4 ซึ่งแสดงโครงสร้างของเครื่องรับแบบดีคอดรีเลเตอร์พบว่า ความซับซ้อนของเครื่องรับแบบดีคอดรีเลเตอร์ต่อบิตข้อมูล 1 บิต ($C_{\text{syn}}^{\text{DC}}$) เกิดจาก

- 1) ความซับซ้อนในการคำนวณสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ ($C_{\text{syn}}^{\text{MF}}$),
- 2) ความซับซ้อนเนื่องจากการสร้างและการหาอินเวอร์สของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม ($C_{\text{syn}}^{\text{R}\&\text{R}^{-1}}$) และ
- 3) ความซับซ้อนเนื่องจากการคูณอินเวอร์สของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้ามด้วยเวกเตอร์ของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ ($C_{\text{syn}}^{\text{dc}}$) ดังในสมการที่ (2.17)

จาก [10] พบว่า

$$C_{\text{syn}}^{\text{R}\&\text{R}^{-1}} = \underbrace{2K(K-1)P_G}_{C_{\text{syn}}^{\text{R}}} + \underbrace{\frac{2}{3}K^3}_{C_{\text{syn}}^{\text{R}^{-1}}} \quad (3.29)$$

โดยพจน์แรกเป็นความซับซ้อนเนื่องจากการสร้างเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม และพจน์หลังเป็นความซับซ้อนของการหาอินเวอร์สของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม

เนื่องจากการคูณเมตริกซ์ขนาด $K \times K$ ด้วยเวกเตอร์ สามารถพิจารณาเหมือนกับเป็นการหาอินเนอร์โปรดักต์ระหว่างเวกเตอร์ขนาด K จำนวน K ชุดได้ ดังนั้น

$$C_{\text{syn}}^{\text{dc}} = K(2K-1) \quad (3.30)$$

จากสมการที่ (3.28) ถึง สมการที่ (3.30) สามารถแสดงความซับซ้อนของเครื่องรับแบบดีคอดรีเลเตอร์ต่อบิตข้อมูล 1 บิตได้ดังสมการที่ (3.31)

$$C_{\text{syn}}^{\text{DC}} = \frac{1}{K} \left[K(2P_G - 1) + 2K(K-1)P_G + \frac{2}{3}K^3 + K(2K-1) \right] \quad (3.31)$$

3.3.1.3 เครื่องรับแบบ ADC

การคำนวณความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ ADC จะคล้ายคลึงกับวิธีการหาความซับซ้อนของเครื่องรับแบบดีคอดรีเลเตอร์ แต่จะต่างกันตรงส่วนที่เป็นความซับซ้อนของการหาอินเวอร์สของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม โดยจากสมการที่ (2.23) พบว่าในการประมาณอินเวอร์สของเมตริกซ์

สหสัมพันธ์ข้ามจะใช้เพียงการบวกกัน $K(K-1)$ ครั้งเท่านั้น ดังนั้นความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ ADC ต่อบิตข้อมูล 1 บิตสามารถแสดงได้ดังนี้

$$C_{\text{syn}}^{\text{ADC}} = \frac{1}{K} [K(2P_G - 1) + 2K(K-1)P_G + K(K-1) + K(2K-1)] \quad (3.32)$$

3.3.1.4 เครื่องรับแบบ MOE_BA_PIC

จากโครงสร้างของเครื่องรับแบบ MOE-BA-PIC ดังแสดงในรูปที่ 2.6 พบว่าความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ MOE-BA-PIC ประกอบด้วย

- 1) ความซับซ้อนเนื่องจากเครื่องรับแบบ MS ซึ่งในกรณีของเครื่องรับแบบ MOE_DC_BA_PIC และ MOE_ADC_BA_PIC ก็คือเครื่องรับแบบดีคอดรีเลเตอร์ และเครื่องรับแบบ ADC ตามลำดับ
- 2) ความซับซ้อนเนื่องจากการขจัดสัญญาณแทรกสอด ($C_{\text{syn}}^{\text{IC}}$) และ
- 3) ความซับซ้อนเนื่องจากการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวขจัดแบบบอดต่อการวนซ้ำ (Iteration) 1 รอบ ($C_{\text{syn}}^{\text{MOE}}$)

จากสมการที่ (2.30) พบว่าในการขจัดสัญญาณแทรกสอดออกจากสัญญาณของผู้ใช้คนที่ k จะต้องทำการคูณและการบวกเท่ากัน (เท่ากับ $K-1$ ครั้ง) ดังนั้น

$$C_{\text{syn}}^{\text{IC}} = K(K-1 + K-1) = 2K(K-1) \quad (3.33)$$

ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวขจัดแบบบอดตามสมการที่ (2.33) และสมการที่ (2.34) พบว่าจะต้องทำการคูณเท่ากับ $5(K-1)$ ครั้ง และทำการบวกเท่ากับ $(W_d-1)(K-1) + 3K-4$ ครั้ง ดังนั้น

$$\begin{aligned} C_{\text{syn}}^{\text{MOE}} &= K[5(K-1) + (W_d-1)(K-1) + 3K-4] \\ &= K[(W_d+4)(K-1) + 3K-4] \end{aligned} \quad (3.34)$$

จากสมการที่ (3.31) ถึงสมการที่ (3.34) สามารถแสดงความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ MOE_DC_BA_PIC และแบบ MOE_ADC_BA_PIC ต่อบิตข้อมูล 1 บิต ต่อการวนซ้ำ 1 รอบ ได้ดังสมการที่ (3.35) และสมการที่ (3.36) ตามลำดับ

$$C_{\text{syn}}^{\text{MOE_DC_BA_PIC}} = C_{\text{syn}}^{\text{DC}} + \frac{1}{K} [2K(K-1) + K[(W_d + 4)(K-1) + 3K - 4]] \quad (3.35)$$

$$C_{\text{syn}}^{\text{MOE_ADC_BA_PIC}} = C_{\text{syn}}^{\text{ADC}} + \frac{1}{K} [2K(K-1) + K[(W_d + 4)(K-1) + 3K - 4]] \quad (3.36)$$

3.3.1.5 เครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC

การคำนวณความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC จะคล้ายคลึงกับการคำนวณความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ MOE_BA_PIC แต่จะต่างกันตรงที่ความซับซ้อนของการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวขจัดแบบบอด ซึ่งในกรณีของเครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC จะคำนวณความซับซ้อนของการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวขจัดแบบบอดต่อการวนซ้ำ 1 รอบ ได้ดังสมการที่ (3.37)

$$\begin{aligned} C_{\text{syn}}^{\text{VOE}} &= K[3(2K-1) + (W_d - 1)(2K-1) + 2K - 2] \\ &= K[(W_d + 2)(2K-1) + 2K - 2] \end{aligned} \quad (3.37)$$

เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 3.3.1.4 จากสมการที่ (3.31), (3.32), (3.33) และสมการที่ (3.37) ความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ VOE_DC_BA_PIC และเครื่องรับแบบ VOE_ADC_BA_PIC ต่อ บิตข้อมูล 1 บิต ต่อการวนซ้ำ 1 รอบ สามารถแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$C_{\text{syn}}^{\text{VOE_DC_BA_PIC}} = C_{\text{syn}}^{\text{DC}} + \frac{1}{K} [2K(K-1) + K[(W_d + 2)(2K-1) + 2K - 2]] \quad (3.38)$$

$$C_{\text{syn}}^{\text{VOE_ADC_BA_PIC}} = C_{\text{syn}}^{\text{ADC}} + \frac{1}{K} [2K(K-1) + K[(W_d + 2)(2K-1) + 2K - 2]] \quad (3.39)$$

3.3.2 ช่องสัญญาณอะซิงโครนัส

3.3.2.1 เครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์

เนื่องจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้แต่ละคนจะถูกซิงโครไนซ์ให้เข้ากับเวลา ประวิงของผู้ใช้คนนั้นๆ และการดีเทกต์บิตข้อมูลด้วยเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้แต่ละคน ไม่เกี่ยวข้องกัน ดังนั้นความซับซ้อนของเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ในช่องสัญญาณ อะซิงโครนัสจะเท่ากับในกรณีช่องสัญญาณซิงโครนัสต่อบิตข้อมูล 1 บิต ดังแสดงในสมการที่ (3.40)

$$C_{\text{asyn}}^{\text{MF}} = \frac{1}{K} [K(2P_G - 1)] \quad (3.40)$$

3.3.2.2 เครื่องรับแบบดีคอรรีเลเตอร์

เนื่องจากในการดีเทกต์บิตข้อมูลด้วยเครื่องรับแบบดีคอรรีเลเตอร์ในกรณีช่องสัญญาณอะซิงโครนัสจะพิจารณาบิตข้อมูลของผู้ใช้คนละ N บิต ดังนั้น ความซับซ้อนเนื่องจากการดีเทกต์บิตข้อมูลคนละ N บิตด้วยเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์จะเท่ากับ

$$C_{\text{asyn}}^{\text{MF}} (N \text{ bits}) = K \left(\frac{N+1}{2} \right) (2P_G - 1) \quad (3.41)$$

จากสมการที่ (2.20) พบว่าการคำนวณอินเวอร์สบางส่วนจะประกอบด้วยการหาอินเวอร์สของเมตริกซ์ขนาด $K \times K$ 2 ครั้ง, การคูณเมตริกซ์ด้วยเมตริกซ์และจำนวนจริง โดยสามารถคำนวณความซับซ้อนในส่วนนี้ได้เท่ากับ

$$\begin{aligned} C_{\text{asyn}}^{R_p \& R_p^{-1}} &= 2(2K(K-1)P_G) + 2 \left(\frac{2}{3} K^3 \right) + 4K^3 + 4(K^3 - K^2) + 2K^2 + \\ &\quad 2K^3 + K + 2K^3 - 2K^2 \\ &= \frac{40}{3} K^3 + 4(P_G - 1)K^2 + (1 - 4P_G)K \end{aligned} \quad (3.42)$$

ในขั้นตอนสุดท้ายพบว่าความซับซ้อนเนื่องจากการคูณอินเวอร์สบางส่วนของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้ามด้วยเวกเตอร์ของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์จำนวน NK บิต ($C_{\text{asyn}}^{\text{dc}}$) เท่ากับ

$$C_{\text{asyn}}^{\text{dc}} = K(2NK - 1) \quad (3.43)$$

จากสมการที่ (3.41) ถึงสมการที่ (3.43) ความซับซ้อนของเครื่องรับแบบดีคอรรีเลเตอร์ในช่องสัญญาณอะซิงโครนัสต่อบิตข้อมูล 1 บิต สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.44)

$$C_{\text{asyn}}^{\text{DC}} = \left(\frac{N+1}{2} \right) (2P_G - 1) + \frac{1}{K} \left[\begin{array}{l} \frac{40}{3} K^3 + 4(P_G - 1)K^2 + (1 - 4P_G)K \\ + K(2NK - 1) \end{array} \right] \quad (3.44)$$

3.3.2.3 เครื่องรับแบบ ADC

เช่นเดียวกันกับกรณีของสัญญาณเชิงโคโรนัส ความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ ดีคอรรีเลเตอร์และเครื่องรับแบบ ADC จะต่างกันตรงส่วนที่เป็นการคำนวณอินเวอร์สของเมตริกซ์ โดยความซับซ้อนของส่วนดังกล่าวของเครื่องรับแบบ ADC แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} C_{\text{asyn}}^{R_p \& R^{-1}} &= 2(2K(K-1)P_G) + 2(K(K-1)) + 4K^3 + 4(K^3 - K^2) + \\ &\quad 2K^2 + 2K^3 + K + 2K^3 - 2K^2 \\ &= 12K^3 + (4P_G - 2)K^2 - (4P_G + 1)K \end{aligned} \quad (3.45)$$

ดังนั้นความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ ADC ต่อบิตข้อมูล 1 บิต จะเท่ากับ

$$C_{\text{asyn}}^{\text{ADC}} = \left(\frac{N+1}{2} \right) (2P_G - 1) + \frac{1}{K} \left[12K^3 + (4P_G - 2)K^2 - (4P_G + 1)K + \right] \quad (3.46)$$

3.3.2.4 เครื่องรับแบบ MOE_BA_PIC

การคำนวณความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ MOE_BA_PIC ในช่องสัญญาณอะซิงโครนัส จะคล้ายกับในกรณีของช่องสัญญาณเชิงโคโรนัส แต่จากหัวข้อที่ 2.5.2 พบว่าส่วนของการขจัดสัญญาณแทรกสอดและการปรับสัมประสิทธิ์ของตัวขจัดแบบบอด จำนวนของสัญญาณแทรกสอดที่ต้องประมาณจะเปลี่ยนจาก $K-1$ เป็น $2K-2$ เนื่องจากในกรณีช่องสัญญาณอะซิงโครนัสผู้ใช้อื่นๆ 1 คนจะมีบิตข้อมูลที่สร้างสัญญาณแทรกสอดต่อผู้ใช้งานที่พิจารณาอยู่ 2 บิต ดังที่ได้กล่าวถึงแล้วในหัวข้อที่ 2.1 ดังนั้นจะสามารถคำนวณความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ MOE_BA_PIC ได้โดยการเปลี่ยนจำนวนผู้ใช้ในส่วนของการขจัดสัญญาณแทรกสอดและการปรับสัมประสิทธิ์ของตัวขจัดแบบบอดจากเดิม K เป็น $2K-1$ ซึ่งจะได้ความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ MOE_DC_BA_PIC และแบบ MOE_ADC_BA_PIC ต่อบิตข้อมูล 1 บิต ต่อการวนซ้ำ 1 รอบ ดังสมการต่อไปนี้

$$C_{\text{asyn}}^{\text{MOE_DC_BA_PIC}} = C_{\text{asyn}}^{\text{DC}} + \frac{1}{K} \left[4K(K-1) + K \left[\frac{5(2K-2) + 2(W_d - 1)(K-1)}{6K-7} \right] \right] \quad (3.47)$$

$$C_{\text{asyn}}^{\text{MOE_ADC_BA_PIC}} = C_{\text{asyn}}^{\text{ADC}} + \frac{1}{K} \left[4K(K-1) + K \left[\frac{5(2K-2) + 2(W_d - 1)(K-1)}{6K-7} \right] \right] \quad (3.48)$$

3.3.2.5 เครื่องรับแบบ VOE_BA_PIC

ด้วยวิธีการเดียวกันกับการคำนวณความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ MOE_BA_PIC ในหัวข้อที่ 3.3.2.4 จะสามารถคำนวณความซับซ้อนของเครื่องรับแบบ VOE_DC_BA_PIC และเครื่องรับแบบ VOE_ADC_BA_PIC ในช่องสัญญาณอะซิงโครนัสต่อบิตข้อมูล 1 บิต ต่อการวนซ้ำ 1 รอบ ได้ดังสมการที่ (3.49) และสมการที่ (3.50) ตามลำดับดังนี้

$$C_{\text{asyn}}^{\text{VOE_DC_BA_PIC}} = C_{\text{asyn}}^{\text{DC}} + \frac{1}{K} \left[4K(K-1) + K \left[\frac{12K-9 + (W_d-1)(4K-3)}{4K-4} \right] \right] \quad (3.49)$$

$$C_{\text{asyn}}^{\text{VOE_ADC_BA_PIC}} = C_{\text{asyn}}^{\text{ADC}} + \frac{1}{K} \left[4K(K-1) + K \left[\frac{12K-9 + (W_d-1)(4K-3)}{4K-4} \right] \right] \quad (3.50)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย