

บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 นิวตรอน (neutron) (1)

นิวตรอนเป็นอนุภาคหนักที่ไม่มีประจุ มีมวล 1.008665 u (หน่วยอะตอม) มากกว่ามวลอะตอมของไฮโดรเจนซึ่งหนัก 1.007825 u มีความสามารถในการทะลุทะลวงสูงกว่ารังสีแกมมา (gamma rays) เชื่อกันว่านิวตรอนอิสระจะสลายตัวไปเป็นโปรตอนและอิเล็กตรอน แล้วปลดปล่อยพลังงานออกมาประมาณ 0.78 MeV (ล้านอิเล็กตรอนโวลต์ หรือ megaelectron volt) และอาจเป็นรากฐานของการส่งอนุภาคเบตาจากนิวเคลียสของนิวไคลด์กัมมันตรังสี

2.2 ต้นกำเนิดนิวตรอน (neutron source)

นิวตรอนเกิดได้จากปฏิกิริยานิวเคลียร์หลายปฏิกิริยาจากต้นกำเนิดหลายแบบ ต้นกำเนิดนิวตรอนแต่ละแบบจะมีความแตกต่างกันในด้านของ ส่วนประกอบ ขนาด ราคา นิวตรอนฟลักซ์ และนิวตรอนสเปกตรัม ซึ่งสามารถจำแนกได้ดังนี้

2.2.1 ต้นกำเนิดแบบสารรังสี (isotopic source) (2)

เป็นต้นกำเนิดนิวตรอนอย่างง่ายที่สุด หลักการของต้นกำเนิดแบบนี้คือการใช้ไอโซโทปรังสีที่สลายตัวให้อนุภาคแอลฟา เช่น ^{226}Ra , ^{239}Pu และ ^{241}Am ผสมกับธาตุซึ่งมีพลังงานยึดเหนี่ยวนิวตรอนต่ำ เช่น ลิเทียม (lithium) เบอริลเลียม (beryllium) โบรอน (boron) ทั้งนี้ ไอโซโทปที่สามารถให้จำนวนนิวตรอนเมื่อเกิดปฏิกิริยาได้มากที่สุดได้แก่เบอริลเลียม นิวตรอนที่เกิดโดยวิธีนี้จะมีหลายพลังงาน (non-monoenergetic neutron)

นอกจากการใช้ธาตุแอลฟาแล้วยังสามารถใช้รังสีแกมมาในการผลิตนิวตรอนได้อีกด้วย โดยรังสีแกมมาจะต้องมีพลังงานเท่ากับหรือสูงกว่าค่าพลังงานยึดเหนี่ยวของนิวตรอนในนิวเคลียส ต้นกำเนิดแบบนี้มีชื่อเรียกว่า "ต้นกำเนิดแบบโฟโตนิวตรอน (photoneutron source)" และนิวตรอนที่เกิดด้วยวิธีนี้จะมีพลังงานเดียว (monoenergetic neutron)

ไอโซโทปของบางธาตุในกลุ่มทรานซยูเรเนียม (transuranium) ที่มีเลขอะตอมระหว่าง 90 ถึง 107 เช่น ^{240}Pu , ^{242}Pu , ^{244}Cm , ^{246}Cm , ^{248}Cm , ^{252}Cf และ ^{254}Cf มีความสามารถในการเกิดฟิชชันด้วยตัวเอง (spontaneous fission) จึงสามารถนำมาใช้เป็นต้นกำเนิดนิวตรอนได้ ในบรรดาไอโซโทปเหล่านี้ ^{252}Cf เป็นไอโซโทปที่นิยมใช้มากที่สุด แต่ในขณะที่เกิดฟิชชันนั้นจะมีผลผลิตจากฟิชชัน (fission product) รังสีแกมมาเฉียบพลัน (prompt gamma rays) อนุภาคเบตาและรังสีแกมมาจากผลผลิตฟิชชันจะถูกปลดปล่อยออกมาด้วย ในการนำไอโซโทปดังกล่าวมาใช้งานจะต้องบรรจุอยู่ในภาชนะที่

ผิวกาสนิทและหาพอกที่จะยอมให้เพียงนิวตรอนและรังสีแกมมาผ่านออกมาได้เท่านั้น ถึงแม้ว่าในการเกิดฟิชชันด้วยตัวเองแต่ละครั้งจะให้พลังงานออกมากถึง 200 MeV ก็ตาม แต่ก็ไม่สามารถนำมาใช้ผลิตพลังงานอย่างอื่นได้เนื่องจากอัตราการเกิดฟิชชันด้วยตัวเองนั้นค่อนข้างต่ำ

ข้อดีของต้นกำเนิดแบบสารรังสีนี้มีอยู่หลายประการคือ มีขนาดเล็กกระทัดรัดสามารถเคลื่อนย้ายได้ง่าย ไม่ต้องอาศัยวงจรสร้างแรงดันไฟสูง ให้ปริมาณนิวตรอนคงที่และสามารถคำนวณอัตราการปลดปล่อยนิวตรอนได้อย่างแม่นยำ ส่วนข้อเสียคือ ให้นิวตรอนฟลักซ์ต่ำ ไม่สามารถหยุดการเกิดปฏิกิริยาได้ และเมื่อไม่ต้องการใช้งานต้องเก็บไว้ในภาชนะบรรจุหรือกั้นด้วยวัสดุกำบังรังสี

2.2.2 เครื่องเร่งอนุภาค (accelerator)

อนุภาคแอลฟา ดิวเทอรอน หรือโปรตอนที่มีพลังงานพอเหมาะซึ่งได้จากการเร่งด้วยเครื่องเร่งอนุภาคชนิดแวนเดอกราฟ (Van de graaff) หรือไซโคลตรอน (cyclotron) เมื่อยิงเข้าไปในเป้าที่เหมาะสม เช่น เบอริลเลียม ลิเทียม ดิวเทอเรียม (deuterium) ทริเทอเรียม (tritium) จะทำให้เกิดนิวตรอนพลังงานเดี่ยวที่มีพลังงานต่าง ๆ กัน

2.2.3 เครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู

เครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูจัดได้ว่าเป็นต้นกำเนิดนิวตรอนที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด กระบวนการฟิชชันในเครื่องปฏิกรณ์เกิดจากปฏิกิริยาระหว่างนิวตรอนกับไอโซโทปบางชนิดเช่น ^{235}U , ^{238}U และ ^{232}Th ซึ่งเป็นไอโซโทปที่เกิดในธรรมชาติ หรือ ^{239}Pu และ ^{233}U ซึ่งมนุษย์เป็นผู้สร้างขึ้นโดยอาศัยเครื่องปฏิกรณ์ ในกระบวนการฟิชชันนิวเคลียสของวัสดุเหล่านี้จะจับนิวตรอนที่มีพลังงานพอเหมาะแล้วเกิดเป็นนิวเคลียสประกอบ (compound nucleus) ซึ่งภายหลังจะแตกตัวออกเป็นสองส่วนพร้อมกับปลดปล่อยพลังงานและนิวตรอนออกมาภายในเวลา 10^{-14} วินาที ด้วยอัตราประมาณ 2.5 อนุภาคต่อฟิชชัน โดยนิวตรอนจะมีพลังงานเฉลี่ย 2 MeV และจะทำให้เกิดการฟิชชันต่อเนื่องเป็นปฏิกิริยาลูกโซ่ นอกจากนี้แล้ว fission fragment ยังสามารถสลายตัวให้นิวตรอนในอัตราประมาณร้อยละ 1 ถึง 2 ของฟิชชัน และมีพลังงานเฉลี่ยประมาณ 0.5 MeV

2.3 นิวตรอนฟลักซ์ (3)

การคำนวณที่เกี่ยวข้องกับการเกิดอันตรกิริยาระหว่างนิวตรอนกับอะตอมของวัสดุต่างๆ จะต้องคำนึงถึงปริมาณนิวตรอนอิสระที่อยู่บริเวณใกล้เคียงกับอะตอม ในกรณีนี้ความหนาแน่นของนิวตรอน (neutron density) จะไม่เพียงพอต่อการคำนวณ เนื่องจากไม่สามารถแสดงถึงความเคลื่อนไหวของนิวตรอนที่จะเข้าทำปฏิกิริยาได้ ปริมาณที่จะสามารถอธิบายได้อย่างสมบูรณ์ต้องประกอบไปด้วยทั้งความหนาแน่นและความเร็วของนิวตรอน ปริมาณที่กล่าวถึงนี้มีชื่อเรียกว่า "นิวตรอนฟลักซ์" ซึ่งสามารถแสดงได้ด้วยสมการดังนี้

$$\Phi = nv \quad (2.1)$$

n คือ ความหนาแน่นของนิวตรอน (หน่วยนิวตรอนต่อลูกบาศก์เซนติเมตร)

v คือ ความเร็วของนิวตรอน (หน่วยเซนติเมตรต่อวินาที)

นิวตรอนฟลักซ์จะแสดงถึงระยะการเดินทางรวมของนิวตรอนทุกอนุภาคภายในปริมาตร 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อเวลา 1 วินาที หรืออาจพิจารณาได้เป็นปริมาณนิวตรอนที่ไหลผ่านระนาบซึ่งมีพื้นที่ 1 ตารางเซนติเมตรต่อเวลา 1 วินาที

โดยทั่วไปจะมีการแบ่งนิวตรอนออกเป็น 3 กลุ่ม โดยอาศัยพลังงานของนิวตรอนและความสามารถในการเกิดอันตรกิริยากับไอโซโทปต่างๆเป็นเกณฑ์ คือ

1. เทอร์มาลนิวตรอน (thermal neutron) คือ นิวตรอนกลุ่มที่มีพลังงานต่ำกว่า 0.1 eV

2. เอพิเทอร์มาลนิวตรอน (epithermal neutron) นิวตรอนกลุ่มนี้มีพลังงานอยู่ในช่วงระหว่าง 0.1 eV ถึง 0.1 MeV และยังมีชื่อเรียกนอกจากนี้คือ "อินเตอร์มีเดียทหรือเรโซแนนซ์นิวตรอน"

3. ฟาสต์นิวตรอน (fast neutron) คือนิวตรอนกลุ่มที่มีพลังงานสูงกว่า 0.1 MeV

ทั้งนี้ต้องทำความเข้าใจด้วยการกระจายพลังงานของนิวตรอนมีลักษณะเป็นฟังก์ชัน (function) ต่อเนื่อง ไม่สามารถแบ่งขอบเขตที่แน่นอนได้ การแบ่งนิวตรอนเป็น 3 กลุ่ม ดังกล่าวเพียงเพื่อความสะดวกในการศึกษาเท่านั้น

2.4 การกระจายพลังงานของนิวตรอน (neutron energy distribution) (3)

2.4.1 ฟิชชันนิวตรอนสเปกตรัม (fission neutron spectrum)

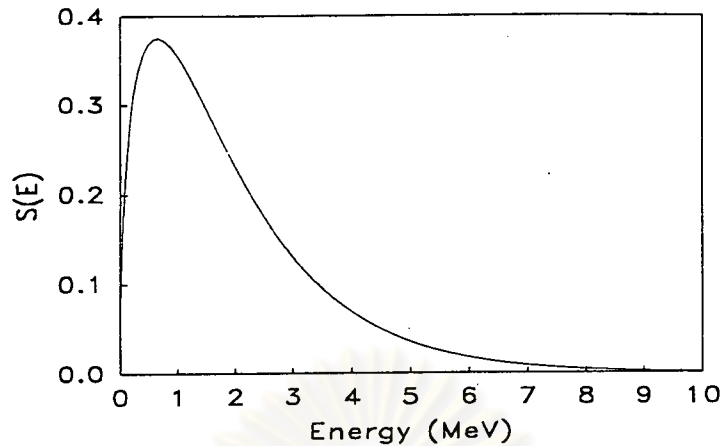
นิวตรอนซึ่งเกิดจากกระบวนการฟิชชันจะเป็นฟาสต์นิวตรอน การกระจายพลังงานของนิวตรอนเหล่านี้มีชื่อเรียกว่า "ฟิชชันสเปกตรัม" และมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 2.1 และ 2.2 ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยสมการของวัตต์ (WATT)

$$S(E) = Ae^{-E \sinh(2E)} \quad (2.2)$$

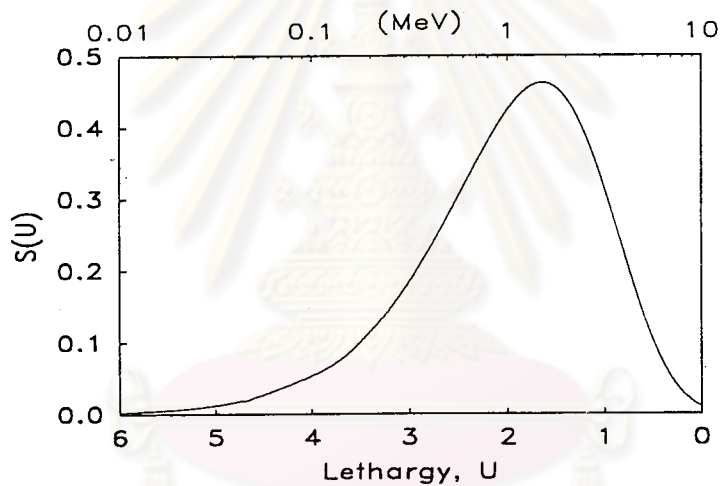
E คือ พลังงานของนิวตรอนซึ่งมีหน่วยเป็น MeV

$S(E)$ คือ จำนวนนิวตรอนต่อช่วงพลังงาน

A คือ ตัวคงที่สำหรับปรับค่า (normalizing constant) = .0484



รูปที่ 2.1 ฟิชชันนิวตรอนสเปกตรัมในรูปฟังก์ชันของพลังงาน



รูปที่ 2.2 ฟิชชันนิวตรอนสเปกตรัมในรูปฟังก์ชันของเลทาร์จี

ฟิชชันนิวตรอนจะมีพลังงานเฉลี่ยประมาณ 2 MeV และมีความหนาแน่นมากที่สุดอยู่ที่พลังงาน 3.75 MeV โดยทั่วไปแล้วนิวตรอนสเปกตรัมของเครื่องปฏิกรณ์จะไม่ได้อยู่ในรูปฟิชชันสเปกตรัม อันเป็นผลเนื่องมาจากสารถ่วงความเร็วและการรั่วไหลของนิวตรอน อย่างไรก็ตามหากจะศึกษาเกี่ยวกับสเปกตรัมของนิวตรอนที่มีพลังงานมากกว่า 1.5 MeV แล้ว ฟิชชันสเปกตรัมมักจะถูกนำมาใช้สำหรับประมาณค่าเป็นอันดับแรกอยู่เสมอ

2.4.2 อินเตอร์มีเดียทสเปกตรัม (intermediate spectrum)

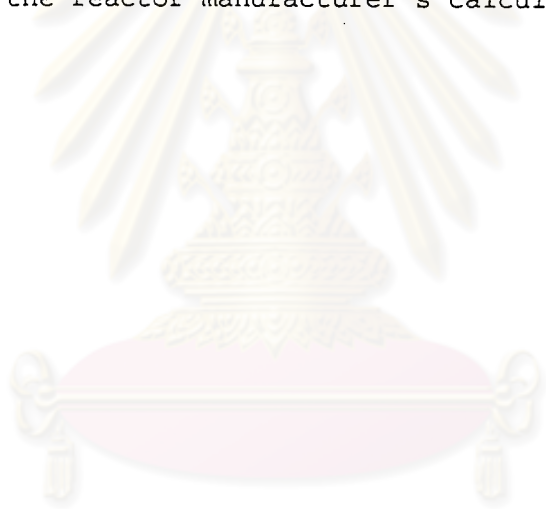
การลดพลังงานของฟาสต์นิวตรอนในตัวกลางซึ่งเป็นสารถ่วงความเร็วเป็นกระบวนการที่ค่อนข้างซับซ้อน แต่ถ้าหากไม่คำนึงถึงการดูดกลืนนิวตรอน จำนวนครั้งของการชนของนิวตรอนต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยพื้นที่ ($D(E)$) จะสามารถเขียนได้ในรูป

C216962 : MAJOR NUCLEAR TECHNOLOGY

KEY WORD: NEUTRON SPECTRUM / FOILS ACTIVATION / THAI RESEARCH REACTOR
VARAVUTH KAJORNRITH : NEUTRON SPECTRUM MEASUREMENTS IN THE THAI
RESEARCH REACTOR-1/MODIFICATION 1 CORE. THESIS ADVISOR :
ASSO. PROF. THATCHAI SUMITRA, Ph.D., THESIS CO-ADVISOR :
SUNANTA PATRASHAKORN. 64 PP. ISBN 974-584-444-6

Three measurements of neutron spectrum of the THAI RESEARCH REACTOR-1/MODIFICATION 1 were investigated at the central thimble irradiation facility by using multiple foils activation technique. The saturated activity per target nuclide with 15 reactions from 9 activated foils were used as input data for the activity comparison. The iterative method was chosen for evaluating neutron spectrum using a computer program SAND II. The standard deviation of saturated activities of measurement to computer calculation were in the range of 4.51-4.81%.

The average integral neutron flux were in the range of 5.697×10^{13} - 6.621×10^{13} n/cm².sec. Because of the limitation of the experiment due to changing core configuration, the average integral neutron flux were found to be different. However, the obtained neutron spectrum agrees very well with the reactor manufacturer's calculated spectrum.



ศูนย์วิทยพัทยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....นิวเคลียร์เทคโนโลยี.....

ลายมือชื่อนิสิต.....

ภาควิชา.....นิวเคลียร์เทคโนโลยี.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

การศึกษา.....2536.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

$$D(E) = \varphi(E) N \sigma_s \quad (2.3)$$

N คือ ความหนาแน่นของอะตอม

$\varphi(E)$ คือ นิวตรอนฟลักซ์

σ_s คือ ค่าภาคตัดขวางจุลภาคของการกระเจิง

$D(E)$ คือ จำนวนครั้งของการชนของนิวตรอนต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยพื้นที่

ถ้า ΔE คือพลังงานสูญเสียเฉลี่ยต่อการชน ดังนั้นจำนวนนิวตรอนที่ลดพลังงานผ่านพลังงาน E ต่อวินาทีต่อตารางเซนติเมตร คือ

$$q(E) = D(E) \Delta(E) \quad (2.4)$$

$$= \varphi(E) N \sigma_s \Delta(E) \quad (2.5)$$

การเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพลังงานในรูปลอกการิทึมจะ, ค่าคงที่ตลอดย่านเทอร์มาล

$$\xi = \Delta \ln E \quad (2.6)$$

$$\xi = \frac{\Delta E}{E} \quad (2.7)$$

$$q(E) = \varphi(E) N \sigma_s E \xi \quad (2.8)$$

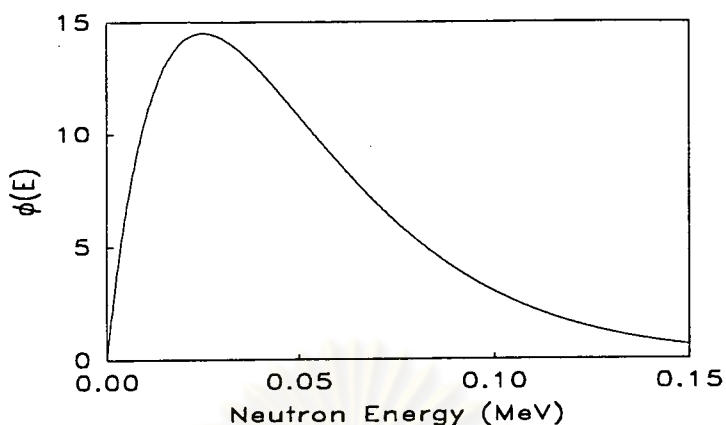
แต่ถ้าหากไม่มีการดูดกลืน $q(E)$ จะต้องเท่ากับความหนาแน่นรวมของต้นกำเนิด q_0

$$\varphi(E) = \frac{q_0}{\xi N \sigma_s E} \quad (2.9)$$

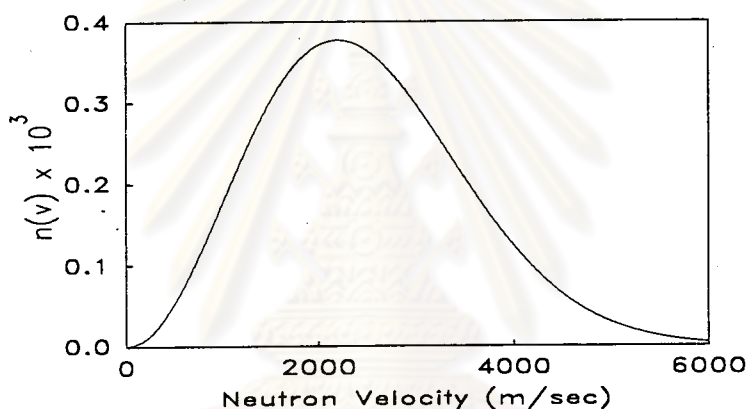
เนื่องจากระยะทางที่นิวตรอนใช้ในกระบวนการลดพลังงาน มีความยาวมากกว่าระยะระหว่างแท่งเชื้อเพลิงในเครื่องปฏิกรณ์ฯ จึงเป็นผลให้อินเตอร์มีเดียทฟลักซ์ในเครื่องปฏิกรณ์ฯ มีค่าค่อนข้างคงที่ แตกต่างจากเทอร์มาลฟลักซ์และฟาสต์ฟลักซ์ ซึ่งจะมีความเปลี่ยนแปลงที่สามารถสังเกตเห็นได้อย่างชัดเจนโดยเฉพาะในบริเวณใกล้แท่งเชื้อเพลิง

2.4.3 แมกซ์เวลเลียน สเปกตรัม (maxwellian spectrum)

เมื่อนิวตรอนถึงจุดสมดุลย์ทางความร้อนกับสารหน่วงความเร็ว พลังงานของนิวตรอน จะมีการกระจายแบบแมกซ์เวล เช่นเดียวกับการกระจายพลังงานความร้อนของอะตอมสารหน่วงความเร็ว ซึ่งสามารถอธิบายได้ทั้งในรูปฟังก์ชันของพลังงานและฟังก์ชันของความเร็ว และมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 2.3 และ 2.4



รูปที่ 2.3 แมกซ์เวลเลียนสเปกตรัมในรูปฟังก์ชันของพลังงาน



รูปที่ 2.4 แมกซ์เวลเลียนสเปกตรัมในรูปฟังก์ชันของความเร็ว

ความหนาแน่นของนิวตรอนในรูปฟังก์ชันของความเร็ว และนิวตรอนฟลักซ์ในรูปฟังก์ชันของพลังงานแสดงในสมการ (2.10) และ (2.11) ตามลำดับ

$$n(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) \quad (2.10)$$

$$\phi(E) = \frac{E}{kT^2} \exp\left(\frac{-E}{kT} \right) \quad (2.11)$$

จากสมการ (2.10) ค่าความเร็ว ที่มีความเป็นไปได้มากที่สุด (most probable velocity) คือ

$$v_0 = \left(\frac{2kT}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

ด้วยเหตุผลหลายประการได้มีการกำหนดให้ conventional flux มีค่าเท่ากับ

$$\varphi = nv_0 \quad (2.13)$$

n คือ ความหนาแน่นของนิวตรอน

v_0 คือ ความเร็วของนิวตรอน

v_0 มีค่าเท่ากับ 2200 m/sec (เมตรต่อวินาที) ซึ่งเป็นค่าความเร็วที่มีความเป็นไปได้มากที่สุดของการกระจายแบบแมกซ์เวลล์ที่อุณหภูมิ 20.44 องศาเซลเซียส เทียบเท่ากับพลังงาน 0.025 eV ค่าภาคตัดขวางที่ใช้กับ conventional flux จะต้องเป็นค่าภาคตัดขวางที่ความเร็ว 2200 m/sec เช่นกัน ซึ่งสามารถพบได้จากตารางโดยทั่วไป สำหรับสมการที่ขึ้นกับระยะและเวลา (space and time) ค่าของนิวตรอนฟลักซ์ที่ใช้เป็นค่าฟลักซ์ที่แท้จริง (true flux) ค่าภาคตัดขวางที่ใช้ต้องเฉลี่ยอย่างเหมาะสมตลอดทั้งสเปกตรัม ความเร็วเฉลี่ยของนิวตรอนที่มีการกระจายแบบแมกซ์เวลล์ มีค่าดังสมการ

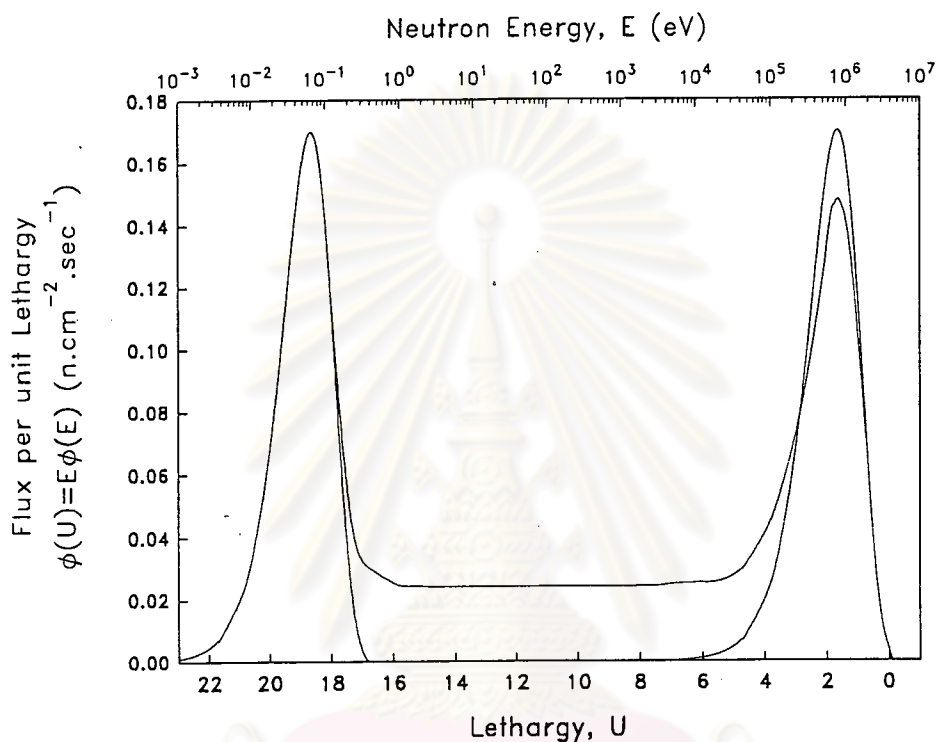
$$\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.14)$$

ความเร็วเฉลี่ยจะมีค่ามากกว่าความเร็วที่เป็นไปได้มากที่สุดด้วยอัตรา $2/\sqrt{\pi}$ หรือ 1.128 และเป็นผลให้ค่าภาคตัดขวางเฉลี่ยในแมกซ์เวลล์สเปกตรัมสำหรับไอโซโทปที่มีค่าภาคตัดขวางแบบ $1/v$ มีค่าน้อยกว่าค่าภาคตัดขวางขณะที่นิวตรอนมีความเร็ว 2200 m/sec ด้วยอัตรา 1.128 เช่นกัน แม้ว่าแมกซ์เวลล์สเปกตรัมจะใช้ประมาณค่าได้ดีกับหลายตำแหน่งในเครื่องปฏิกรณ์แบบเทอร์มอล แต่นิวตรอนจะเข้าสู่สมดุลย์ทางความร้อนได้เพียงในบริเวณที่มีการดูดกลืนต่ำเช่น บริเวณเทอร์มอลคอลัมน์ (thermal column) เท่านั้น และเนื่องจากบริเวณที่ค่าการดูดกลืนนิวตรอนมีค่าสูงซึ่งมีอยู่ทั่วไปในเครื่องปฏิกรณ์ฯ รวมทั้งที่เทอร์มอลนิวตรอนกำเนิดมาจากการลดพลังงานลงของอินเทอร์มีเดียท นิวตรอน จึงส่งผลให้พลังงานเฉลี่ยของนิวตรอนมีค่าสูงกว่าในกรณีอยู่ในภาวะสมดุลย์ทางความร้อน และทำให้สเปกตรัมเลื่อนไปทางด้านพลังงานสูงแต่ยังคงรูปร่างเดิมอยู่

2.4.4 สเปกตรัมของเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู (reactor spectrum)

นิวตรอนสเปกตรัมของเครื่องปฏิกรณ์ฯที่สมบูรณ์จะประกอบไปด้วยสเปกตรัมที่กล่าวมาแล้วทั้งสามแบบ ฟาสต์นิวตรอนจากกระบวนการฟิชชันจะลดพลังงานลงโดยการชนแบบยืดหยุ่นกับวัสดุต่างๆที่เป็นส่วนประกอบของเครื่องปฏิกรณ์ฯ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นอะตอมของวัสดุหน่วงความเร็ว จนกระทั่งอยู่ในสภาวะสมดุลย์ทางความร้อน ในที่สุดสเปกตรัมของนิวตรอนจะมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 2.5 ซึ่งมีชื่อเรียกว่า "สเปกตรัมของเครื่องปฏิกรณ์แบบเทอร์มอล (thermal reactor spectrum)" และส่วนต่างๆ ของสเปกตรัมสามารถอธิบายได้ดังนี้

ในบริเวณย่านที่พลังงานสูงประมาณ 0.1 MeV ขึ้นไป ลักษณะของสเปกตรัมจะใกล้เคียงหรือคล้ายคลึงกับพีชชันสเปกตรัม ในช่วงกลางของสเปกตรัมซึ่งเป็นบริเวณที่พลังงานของนิวตรอนกำลังลดลง ในทางทฤษฎีแล้วพฤติกรรมการกระจายของนิวตรอนกลุ่มนี้จะแปรผันเป็นส่วนกลับกับพลังงาน ส่วนในช่วงเทอร์มาลลักษณะของสเปกตรัมจะมีการกระจายแบบแมกซ์เวล



รูปที่ 2.5 นิวตรอนสเปกตรัมของเครื่องปฏิกรณ์แบบเทอร์มาล

การศึกษานิวตรอนสเปกตรัมของเครื่องปฏิกรณ์ฯ หากต้องการพิจารณาตลอดทั้งสเปกตรัมโดยใช้พลังงานเป็นตัวแปร อาจก่อให้เกิดความไม่สะดวก เนื่องจากการที่มีพิสัยของพลังงานกว้างครอบคลุมตั้งแต่ระดับ eV จนกระทั่งถึงระดับ MeV จึงได้มีการกำหนดตัวแปรซึ่งไม่มีมิติ (dimension) ที่เรียกว่า "เลทาร์จี (lethargy)" ขึ้นมาใช้แทนพลังงาน โดยเลทาร์จีสามารถอธิบายได้ด้วยสมการ

$$du = -d(\ln E) \quad (2.16)$$

$$= \frac{dE}{E} \quad (2.17)$$

$$\text{(i.e. } u = \frac{\ln E_0}{E} \text{)}$$

E_0 เป็นค่าคงที่ของการอินทิเกรต (integration)

โดยทั่วไปแล้วจะใช้ค่า E_0 เท่ากับ 10^7 eV ทั้งนี้เนื่องจากจะมีนิวตรอนซึ่งเกิดจากกระบวนการฟิชชันจำนวนไม่มากนักที่มีพลังงานมากกว่าค่านี้ ขณะที่พลังงานของนิวตรอนลดลงเลทาร์จีจะมีค่าเพิ่มขึ้น เลทาร์จีของนิวตรอนพลังงาน 0.025 eV มีค่าเท่ากับ 19.8

หาก $\varphi(u)$ คือนิวตรอนฟลักซ์ต่อช่วงเลทาร์จี ดังนั้นฟลักซ์ภายในช่วง du จะเท่ากับ $\varphi(u)du$ และจะมีค่าเท่ากับฟลักซ์ซึ่งเขียนอยู่ในรูปฟังก์ชันของพลังงาน $\varphi(E)dE$

$$\varphi(u)du = -\varphi(E)dE \quad (2.18)$$

การใส่เครื่องหมายลบเพื่อให้ถูกต้องตามความเป็นจริงที่เลทาร์จีจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อนิวตรอนมีพลังงานลดลง จาก 2 สมการข้างต้นจะได้ความสัมพันธ์

$$\varphi(u) = E \varphi(E) \quad (2.19)$$

เมื่อแทนค่าลงในสมการ (2.9) จะได้ความสัมพันธ์

$$\varphi(u) = \frac{q_0}{\xi N \sigma_s} \quad (2.20)$$

จากสมการนี้จะเห็นว่าขณะที่พลังงานของนิวตรอนลดลง นิวตรอนฟลักซ์ในรูปฟังก์ชันของเลทาร์จีจะมีค่าคงที่ สำหรับรูปแบบที่แน่นอนของสเปกตรัมนั้นจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งและชนิดของเครื่องปฏิกรณ์ฯ อย่างไรก็ตามเราสามารถเขียนสมการนิวตรอนสเปกตรัมของเครื่องปฏิกรณ์ฯที่มีไฮโดรเจนเป็นสารหน่วงความเร็วขนาดอนันต์เพื่อใช้สำหรับกรณีศึกษาได้ สำหรับรูปแบบของฟาสต์และอินเตอร์มีเดียสสเปกตรัมสามารถเขียนได้ในรูป

$$\Sigma_s(u) \varphi(u) = S(u) + \int_0^u S(u') du' \quad (2.21)$$

Σ_s คือ ค่าภาคตัดขวางมหภาคของการกระเจิง

สมการนี้สามารถใช้ได้กับสเปกตรัมจนกระทั่งถึงย่านเทอร์มาล ในช่วงเทอร์มาลนั้นนิวตรอนสเปกตรัมสามารถประมาณได้ด้วยแมกซ์เวลเลียนสเปกตรัม รูปร่างที่แน่นอนขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของสารหน่วงความเร็วและค่าภาคตัดขวางของการดูดกลืนของตัวกลาง

2.5 อันตรกิริยาของนิวตรอนกับสสาร (1)

ดังได้กล่าวมาแล้วว่านิวตรอนเป็นอนุภาคไม่มีประจุ จึงสามารถที่จะผ่านชั้นของอิเล็กตรอนเข้าไปถึงนิวเคลียสได้ อันตรกิริยาระหว่างนิวตรอนกับนิวเคลียสขึ้นอยู่กับพลังงานของนิวตรอนและความ

สามารถในการเกิดอันตรกิริยาของนิวเคลียสของแต่ละไอโซโทป สำหรับอันตรกิริยาที่เกิดขึ้นสามารถจำแนกได้ดังนี้

2.5.1 การชนแบบยืดหยุ่น (elastic collision)

นิวตรอนจะชนกับนิวเคลียสซึ่งมีพลังงานอยู่ที่ระดับกราวด์ (ground state) แล้วสะท้อนกลับออกมา โดยที่ระดับพลังงานของนิวเคลียสมิได้เปลี่ยนแปลง

2.5.2 การชนแบบไม่ยืดหยุ่น (inelastic collision)

นิวตรอนที่มีพลังงานสูงประมาณ 1 MeV เมื่อชนกับนิวเคลียสหนัก นิวตรอนจะสูญเสียพลังงานให้กับนิวเคลียสดังกล่าว และจะทำให้นิวเคลียสถูกกระตุ้นให้มีพลังงานอยู่ในระดับตื่นตัว (excited state)

2.5.3 การจับนิวตรอนแล้วส่งรังสีแกมมา (radiative capture)

นิวตรอนจะถูกดูดกลืนเข้าไปในนิวเคลียส และเกิดเป็นนิวเคลียสของไอโซโทปใหม่แล้วส่งรังสีแกมมาออกมา โดยทั่วไปแล้วนิวตรอนที่จะเกิดอันตรกิริยาแบบนี้ได้จะมีพลังงานอยู่ในช่วงของเทอร์มาลและเอพิเทอร์มาล

2.5.4 การจับนิวตรอนแล้วส่งอนุภาคมีประจุ (capture with charged particle emission)

นิวตรอนที่มีพลังงานสูงเมื่อถูกดูดกลืนเข้าไปในนิวเคลียสจะทำให้นิวเคลียสเกิดการเปลี่ยนรูป (transmutation) และมีการส่งอนุภาคมีประจุออกมา

2.5.5 อันตรกิริยาให้นิวตรอน

อันตรกิริยานี้เกิดจากนิวตรอนพลังงานสูงมักพบในเครื่องปฏิกรณ์ที่มีน้ำมวลหนัก (D_2O) หรือเบอรริลเลียม เป็นส่วนประกอบ เนื่องจาก 2D และ 9Be มีนิวตรอนเกาะอยู่อย่างหลวมๆ ทำให้นิวตรอนถูกดึงออกมาจากนิวเคลียส เช่น ปฏิกิริยา $(n,2n)$, $(n,3n)$

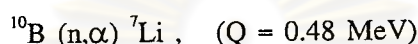
2.5.6 ฟิชชัน (fission)

เมื่อนิวตรอนชนกับอะตอมของไอโซโทปบางชนิดเช่น ^{235}U และ ^{239}Pu จะทำให้นิวเคลียสแตกตัว พร้อมกับการปลดปล่อยนิวตรอนและพลังงานออกมา หากอยู่ในสภาพที่เหมาะสม นิวตรอนที่เกิดขึ้นจะสามารถทำให้อะตอมอื่นๆเกิดการแตกตัวได้อีก เป็นกระบวนการแบบลูกโซ่

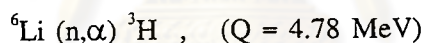
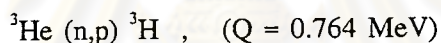
2.6 การตรวจวัดนิวตรอน (4)

เนื่องจากการที่นิวตรอนไม่ทำให้เกิดการแตกตัวโดยตรงเช่นรังสีชนิดอื่นๆ แต่ก่อให้เกิดปฏิกิริยาทางนิวเคลียร์ ดังนั้นการตรวจวัดนิวตรอนจึงต้องอาศัยการตรวจวัดปฏิกิริยาหรือสิ่งที่เกิดขึ้นจากปฏิกิริยานั้นๆ โดยวิธีตรวจวัดนิวตรอนสามารถจำแนกได้ดังนี้

2.6.1 ตรวจวัดอนุภาคมีประจุที่เกิดจากปฏิกิริยาของนิวตรอนกับธาตุเบา เช่น ปฏิกิริยาของโบรอน-10 (Boron-10)



ปฏิกิริยานี้ถูกนำไปประยุกต์ใช้กับหัววัดโบรอนไตรฟลูออไรด์ซึ่งเป็นหัววัดแบบบรรจุก๊าซ และเนื่องจากการที่โบรอนมีค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาในลักษณะที่เป็นสัดส่วนกลับกับความเร็ว ($1/V$) ทำให้ปฏิกิริยานี้เหมาะกับการตรวจวัดเทอร์มาลนิวตรอน ส่วนการวัดฟาสต์นิวตรอนจะใช้ปฏิกิริยาของฮีเลียมและลิเทียมดังนี้



2.6.2 ตรวจวัดผลผลิตจากปฏิกิริยาจับกุ่มนิวตรอนหรือจากปฏิกิริยาฟิชชันของ ^{233}U , ^{235}U และ ^{239}Pu โดยอาศัยหัววัดแบบก๊าซ โซลิดสเตทแทรกดีเทกเตอร์ (solid state track detector) และเทอร์โมลูมิเนสเซนส์ดีเทกเตอร์ (thermoluminescent detector)

2.6.3 ตรวจวัดโปรตอนสะท้อนกลับ (recoil proton) จากกระบวนการชนแบบยืดหยุ่นของฟาสต์นิวตรอนกับวัสดุที่มีธาตุไฮโดรเจนเป็นส่วนประกอบ อันตรกิริยานี้ถูกนำมาใช้กับหัววัดไอออไนเซชัน (ionization chamber) และ nuclear emulsion

2.6.4 การตรวจวัดด้วยวิธีฟอยล์แอกติเวชัน (foils activation) (5)

วิธีการนี้มีพื้นฐานอยู่บนหลักการของนิวตรอนแอกติเวชัน กล่าวคือเมื่อนำตัวอย่างไปอบนิวตรอนในบริเวณที่ต้องการศึกษา ตัวอย่างดังกล่าวจะกลายเป็นสารกัมมันตรังสี โดยมีความแรงรังสีเป็นสัดส่วนโดยตรงกับนิวตรอนฟลักซ์ หากทราบค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาจะทำให้สามารถคำนวณนิวตรอนฟลักซ์ได้

ในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ซึ่งมีข้อจำกัดต่อการวัดอยู่หลายประการ ฟอยล์แอกติเวชันเป็นวิธีที่นิยมใช้มากที่สุดเนื่องจากคุณสมบัติที่เหนือกว่าวิธีอื่นดังนี้คือ

1. แผ่นตรวจวัดที่ใช้มีขนาดเล็ก สะดวกในการนำไปใช้ในทุกจุดที่ต้องการวัดและไม่รบกวนต่อสเปกตรัมของนิวตรอน
2. แผ่นตรวจวัดมีความทนทานต่อรังสี สามารถใช้วัดได้แม้กระทั่งในบริเวณที่มีนิวตรอนฟลักซ์ในระดับ 10^{10} ถึง 10^{14} n/cm².sec
3. แผ่นตรวจวัดไม่ตอบสนองต่อการรบกวนจากรังสีแกมมา
4. สามารถทำการวัดรังสีของแผ่นตรวจวัดในบริเวณที่ห่างออกไป จึงปราศจากการรบกวนของรังสีแกมมาจากเครื่องปฏิกรณ์ฯ

ปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่ใช้สำหรับตรวจวัดนิวตรอนด้วยวิธีฟอยล์แอคติเวชันสามารถจำแนกได้ 3 ประเภท คือ

1. ปฏิกิริยาดูดกลืน (absorption reaction) การดูดกลืนเทอร์มาล (thermal absorption) และการดูดกลืนเรโซแนนซ์ (resonance absorption) ก่อให้เกิดปฏิกิริยา (n,γ) จึงเป็นปฏิกิริยาสำคัญในการตรวจวัดเทอร์มาลนิวตรอนและเอพิเทอร์มาลนิวตรอน

2. ปฏิกิริยาแบบเทรชโฮล (threshold reaction) เช่น ปฏิกิริยา (n,p), (n,a), (n,2n), (n,n') จะเกิดได้ก็ต่อเมื่อนิวตรอนมีพลังงานสูงกว่าค่าพลังงานเฉพาะที่เรียกว่า "พลังงานเทรชโฮล (threshold energy)" ซึ่งปกติจะมีค่าอยู่ในระดับ keV หรือ MeV

3. ปฏิกิริยาฟิชชัน (fission reaction) เป็นปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นเฉพาะกับบางไอโซโทปที่มีความสามารถในการฟิชชันเท่านั้น

หากกำหนดให้ m คือจำนวนอะตอมของไอโซโทปของแผ่นตรวจวัดในปฏิกิริยาที่สนใจ n คือ จำนวนผลผลิตของปฏิกิริยาของนิวตรอนกับแผ่นตรวจวัดหรือความแรงรังสี เมื่อเวลา t ใด อัตราการเกิดปฏิกิริยาสามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\frac{dn}{dt} = m \bar{\sigma}_{mn}(t) \phi(t) - n \bar{\sigma}_n(t) \phi(t) - n \lambda_n \quad (2.22)$$

λ_n คือ ค่าคงที่ของการสลายตัวของผลผลิตจากปฏิกิริยาของนิวตรอน

$\bar{\sigma}_{mn}(t)$ คือ ค่าภาคตัดขวางเฉลี่ยของการเกิดปฏิกิริยาที่สนใจ

$\bar{\sigma}_n(t)$ คือ ค่าภาคตัดขวางเฉลี่ยของทุกปฏิกิริยาของอะตอม n

$\phi(t)$ คือ อินทีกรัลฟลักซ์ ซึ่งมีค่าดังสมการ

$$\phi(t) = \int_0^\infty \varphi(E,t) dE \quad (2.23)$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนอะตอม m (burn-up)

$$\frac{dm}{dt} = -m \bar{\sigma}_m(t) \phi(t) \quad (2.24)$$

$\bar{\sigma}_m$ คือ ค่าภาคตัดขวางเฉลี่ยของทุกปฏิกิริยาของอะตอม m

คำตอบของสมการ (2.24) คือ

$$m = m_0 e^{-\int_0^\infty \bar{\sigma}_m(t') \phi(t') dt'} \quad (2.25)$$

ค่าคงที่ของการอินทิเกรต m_0 เป็นจำนวนอะตอม m ที่เวลาเริ่มต้นของการอาบรังสี
ค่าเฉลี่ยของค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาในสมการ (2.22), (2.24) และ
(2.25) คำนวณจากความสัมพันธ์ดังนี้

$$\bar{\sigma}_x(t) = \frac{\int_0^\infty \sigma_x(E) \phi(E,t) dE}{\phi(t)} \quad (2.26)$$

$\sigma_x(E)$ คือ ค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาซึ่งขึ้นกับพลังงานจากผลรวมของ
สมการ (2.22) และ (2.25) จะได้

$$\frac{dn}{dt} = m_0 \bar{\sigma}_{mn}(t) \phi(t) e^{-\int_0^\infty \bar{\sigma}_m(t') \phi(t') dt'} - n \left(\lambda_n + \bar{\sigma}_n(t) \phi(t) \right) \quad (2.27)$$

คำตอบของสมการ (2.27) ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ คือ

$$n = m_0 e^{\left[-\lambda_n t - \int_0^\infty \bar{\sigma}_n \phi(t') dt' \right]} \int_0^t \bar{\sigma}_{mn}(t') \phi(t') e^{\left\{ \lambda_n t' + \int_0^{t'} [\bar{\sigma}_n(t'') - \bar{\sigma}_m(t'')] dt'' \right\}} dt \quad (2.28)$$

หากการสูญเสียของอะตอมตั้งต้นและอะตอมผลผลิต มีค่าน้อยมากจนไม่มีนัยสำคัญ
สมการจะอยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นดังนี้

$$n = m_0 e^{-\lambda_n t} \int_0^t \bar{\sigma}_{mn}(t') \phi(t') e^{\lambda_n t'} dt' \quad (2.29)$$

ในกรณีของเครื่องปฏิกรณ์ซึ่งเดินเครื่องแบบกำลังคงที่

$$\phi(t) = \phi \quad (2.30)$$

$$\bar{\sigma}_{mn}(t) = \bar{\sigma}_{mn} \quad (2.31)$$

สมการ (2.29) จะอยู่ในรูป

$$n = m_0 \bar{\sigma}_{mn} \phi e^{-\lambda_n t} \int_0^t e^{\lambda_n t'} dt' \quad (2.32)$$

และเมื่ออินทิเกรต สมการ (2.32) จะได้

$$n = \frac{m_0 \bar{\sigma}_{mn} \phi (1 - e^{-\lambda_n t})}{\lambda_n} \quad (2.33)$$

อัตราการสลายตัว หรือความแรงรังสี เมื่อเวลา t มีค่าดังสมการ

$$a(t) = \lambda_n n = m_0 \bar{\sigma}_{mn} \phi (1 - e^{-\lambda_n t}) \quad (2.34)$$

ความแรงรังสีอิ่มตัว A เมื่อเวลาการอาบรังสีมีค่าเข้าสู่ระยะอนันต์มีค่าดังนี้

$$A = \frac{a(t)}{(1 - e^{-\lambda_n t})} = m_0 \bar{\sigma}_{mn} \phi \quad (2.35)$$

เมื่อรวมสมการ (2.26), (2.30), (2.31) และ (2.35) หากนิวตรอนฟลักซ์มีค่าคงที่เมื่อเทียบกับเวลา ความแรงรังสีอิ่มตัว A จะสามารถเขียนได้ในรูป

$$A = m_0 \int_0^\infty \sigma_{mn}(E) \phi(E) dE \quad (2.36)$$

$$\text{เมื่อ } \phi(E) = \phi(E, t) \quad (2.37)$$

การตรวจวัดเทอร์มาลนิวตรอนและเอพิเทอร์มาลนิวตรอน (4) หากให้ V แทนความเร็วของเทอร์มาลนิวตรอน เทอร์มาลนิวตรอนฟลักซ์สามารถแสดงได้ด้วยความสัมพันธ์ดังนี้

$$\Phi_{th}[\bar{r}] = V n_{th}[\bar{r}] \quad (2.38)$$

n_{th} คือ ความหนาแน่นของเทอร์มาลนิวตรอนรอบๆจุดของโลโก้ของเวกเตอร์ \bar{r}

อัตราการเกิดปฏิกิริยาต่อนิวเคลียส จากเทอร์มาลนิวตรอนจะมีค่าดังนี้

$$R = \int_0^\infty n(v) v \sigma_a(v) dv \quad (2.39)$$

$$R = \int_0^\infty \Phi(v) \sigma_a(v) dv \quad (2.40)$$

โดยทั่วไปแล้วเอพิเทอร์มัลนิวตรอนมักจะสามารทำให้เกิดปฏิกิริยาได้เช่นเดียวกับเทอร์มัลนิวตรอน หากต้องการวัดเฉพาะนิวตรอนชนิดใดชนิดหนึ่ง ต้องแยกนิวตรอนเหล่านี้ออกจากกัน ธาตุบางชนิดที่มีค่าภาคตัดขวางของการดูดกลืนเทอร์มัลนิวตรอนสูงเช่น แคดเมียม หากนำมาใช้เป็นตัวกรองนิวตรอนที่จะเข้าทำปฏิกิริยากับแผ่นตรวจวัด แล้วเปรียบเทียบกับความแตกต่างกับการอาบนิวตรอนในกรณีที่ไม่ใช้ตัวกรอง จะสามารถคำนวณหาปริมาณนิวตรอนฟลักซ์แต่ละชนิดได้ วิธีการเช่นนี้มีชื่อเรียกว่า "cadmium difference method"

ฟาสต์นิวตรอนสามารถตรวจวัดได้ด้วยปฏิกิริยาแบบเทอร์ชโฮล เนื่องจากนิวตรอนที่จะทำให้เกิดปฏิกิริยาแบบนี้ได้ต้องมีพลังงานอยู่ในระดับ keV หรือ MeV การศึกษาปฏิกิริยาแบบเทอร์ชโฮล มักจะประสบปัญหาความยุ่งยากเกี่ยวกับค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาและรูปร่างของนิวตรอนสเปกตรัมซึ่งเป็นฟังก์ชันของพลังงาน เพื่อเป็นการแก้ปัญหาดังกล่าววิธีการบางอย่างได้ถูกนำมาใช้ โดยการกำหนดให้ค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาเป็นค่าแบบขั้นในอุดมคติ กล่าวคือมีค่าเป็นศูนย์ที่พลังงานต่ำกว่าค่าเทอร์ชโฮล และมีค่าคงที่เท่ากับ σ_0 ที่พลังงานสูงกว่าค่าเทอร์ชโฮล เมื่อกำหนดเช่นนี้แล้ว อัตราการเกิดปฏิกิริยาจะสามารถเขียนได้ในรูป

$$R = \sigma_0 \int_{E_1}^{E_2} \Phi(E) dE \quad (2.41)$$

อย่างไรก็ตามการประมาณค่าเช่นนี้เป็นการประมาณค่าแบบหยาบๆเท่านั้นในทางปฏิบัติแล้วจะอาศัยการประมาณแบบอื่นคือ

1. ใช้ค่าเฉลี่ยของค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยา ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\langle \sigma \rangle = \frac{\int \sigma(E) \Phi(E) dE}{\int \Phi(E) dE} \quad (2.42)$$

$$= \frac{R}{\int \Phi(E) dE} \quad (2.43)$$

ดังนั้นปริมาณฟาสต์นิวตรอนฟลักซ์จะสามารถคำนวณได้จาก

$$\int_0^\infty \Phi(E) dE = \frac{R}{\langle \sigma \rangle} \quad (2.44)$$

2. ใช้ค่างผลของค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยา (effective cross-section)

$$\int_0^\infty \Phi(E) \sigma(E) dE = \sigma_{\text{eff}} \int_{E_{\text{eff}}}^\infty \Phi(E) dE \quad (2.45)$$

จากสมการ (2.45) จะเห็นได้ว่า σ_{eff} และ E_{eff} เป็นค่าที่แปรผันตามนิวตรอนสเปกตรัม ในกรณีของฟาสต์นิวตรอนฟลักซ์และมีพลังงานสูงกว่าค่าเทรชโฮล ค่ายังผลของนิวตรอนฟลักซ์จะมีดังนี้

$$\Phi_{\text{eff}}(E_{\text{eff}}, \infty) = \frac{\int_0^{\infty} \Phi(E)\sigma(E)dE}{\sigma_{\text{eff}}} \quad (2.46)$$

ในกรณีที่ไมทราบถึงรูปร่างของนิวตรอนสเปกตรัมซึ่งจะทำให้ไม่สามารถใช้สมการข้างต้นในการคำนวณได้ จะต้องประมาณให้นิวตรอนสเปกตรัมมีการกระจายแบบพีชชั้นสเปกตรัมโดยอาศัยความจริงที่ว่าสำหรับนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ที่มีพลังงานสูงกว่า 1.5 MeV จะมีการกระจายของพลังงานในลักษณะเดียวกันหรือใกล้เคียงกับพีชชั้นสเปกตรัมของ ยูเรเนียม-235 และจะใช้ค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาเฉลี่ยภายใต้พีชชั้นสเปกตรัม ดังนั้นฟาสต์นิวตรอนฟลักซ์จะสามารถคำนวณได้จาก

$$\Phi_f = \frac{\int_0^{\infty} \Phi(E)\sigma(E)dE}{\langle \sigma \rangle} \quad (2.47)$$

$$= \frac{R}{\sigma^f} \quad (2.48)$$

นิวตรอนฟลักซ์ที่ได้จากการคำนวณเป็นค่าซึ่งจะสามารถเหนี่ยวนำให้มีอัตราการเกิดปฏิกิริยาได้ เทียบเท่านิวตรอนฟลักซ์ของพีชชั้นสเปกตรัม หากทำการวัดนิวตรอนฟลักซ์ด้วยแผ่นตรวจวัดที่มีค่าเทรชโฮลต่างกัน และคำนวณด้วยวิธีนี้แล้วพบว่าค่าที่คำนวณจากแผ่นตรวจวัดต่างชนิด มีค่าไม่เท่ากัน แสดงว่านิวตรอนสเปกตรัมจริงนั้นมีความแตกต่างจากพีชชั้นสเปกตรัมค่อนข้างมาก

ปัญหาอีกประการหนึ่งของการศึกษาปฏิกิริยาประเภทเทรชโฮลคือ มักจะถูกรบกวนโดยปฏิกิริยาประเภท (n, γ) ซึ่งเกิดจากเทอร์มาลนิวตรอน เมื่อพิจารณาค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาประเภท (n, γ) จะพบว่ามีความสูงกว่าค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาประเภทเทรชโฮล ทั้งนี้เนื่องจากค่าภาคตัดขวางในการเกิดปฏิกิริยาของไอโซโทปโดยทั่วไปมีลักษณะเป็นสัดส่วนกลับกับพลังงานของนิวตรอน การรบกวนมีอยู่ด้วยกัน 2 ลักษณะคือ

1. รบกวนโดยสร้างความสูญเสียต่อปริมาณอะตอมของแผ่นตรวจวัด และปริมาณอะตอมของผลผลิตจากปฏิกิริยา
2. ผลผลิตของปฏิกิริยา (n, γ) จะแผ่รังสีที่มีพลังงานใกล้เคียงหรือเท่ากันรบกวนขณะนับวัดรังสี

การรบกวนทั้ง 2 แบบข้างต้นจะก่อให้เกิดความผิดพลาดในการคำนวณ เพื่อหลีกเลี่ยงความผิดพลาดจะต้องลดหรือกำจัดการรบกวนดังกล่าว โดยใช้แคดเมียมเป็นตัวกรองไม่ให้เทอร์มาลนิวตรอนเข้าไปทำปฏิกิริยากับแผ่นตรวจวัด ความสามารถในการตัดเทอร์มาลนิวตรอนขึ้นอยู่กับรูปร่างและความหนาของแคดเมียม

2.7 การวัดนิวตรอนสเปกตรัมด้วยแผ่นตรวจวัดหลายชนิด

เนื่องจากไม่มีวัสดุใดที่จะมีคุณสมบัติในการเกิดอันตรกิริยากับนิวตรอนได้ทุกพลังงาน แผ่นตรวจวัดชนิดหนึ่งๆจะมีความสามารถตรวจวัดนิวตรอนได้ในช่วงพลังงานเฉพาะเท่านั้น ดังนั้นในการตรวจวัดนิวตรอนฟลักซ์สเปกตรัมจึงจำเป็นต้องอาศัยแผ่นตรวจวัดหลายชนิด เพื่อให้สามารถตรวจวัดนิวตรอนได้ตลอดย่านที่ต้องการศึกษา อย่างไรก็ตามเนื่องจากความไม่แน่นอนของข้อมูลทางนิวเคลียร์ เช่น ค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยา แบบแผนการสลายตัว ค่าครึ่งชีวิต ฯลฯ ทำให้วัสดุที่จะนำมาใช้เป็นแผ่นตรวจวัดรังสีมีจำนวนจำกัด

2.7.1 การเลือกใช้ปฏิกิริยาและแผ่นตรวจวัด

วัสดุที่จะนำมาใช้ทำแผ่นตรวจวัดจะต้องเป็นสารที่มีความบริสุทธิ์สูงเพื่อหลีกเลี่ยงการรบกวนจากปฏิกิริยาของสารเจือปน มีความคงตัวทั้งทางกายภาพและทางเคมี ควรอยู่ในรูปโลหะเพื่อง่ายต่อการตัดให้มีรูปร่างตามขนาดที่ต้องการ และต้องมีความบางหรือถูกทำให้เจือจางลงด้วยการทำเป็นอัลลอยด์ เพื่อป้องกันการกำบังตัวเอง (self shielding) ทั้งนี้ระดับความบางหรือการเจือจางต้องคำนึงถึงความแรงรังสีที่จะเกิดขึ้นประกอบด้วย พลังงานเทอร์โวลและพิสัยในการตอบสนองต่อนิวตรอนเป็นคุณสมบัติสำคัญอีกข้อหนึ่งในการเลือกใช้ปฏิกิริยาและแผ่นตรวจวัด พิสัยการตอบสนองต่อนิวตรอนของแผ่นตรวจวัดหลายๆชนิดที่เลือกใช้สามารถทับซ้อนกันได้ แต่โดยรวมแล้วควรครอบคลุมพลังงานตลอดย่านที่ต้องการศึกษาโดยไม่มีช่วงว่างหรือมีน้อยที่สุด นอกจากนี้สิ่งที่ต้องพิจารณาร่วมคือ ปฏิกิริยาที่ใช้ต้องมีค่าภาคตัดขวางที่มีความเชื่อถือได้ ตลอดจนผลผลิตที่ได้จากปฏิกิริยาต้องเป็นรังสีที่วัดได้ง่าย มีครึ่งชีวิตที่เหมาะสม และมีแบบแผนของการสลายตัวที่ไม่ยุ่งยาก

2.7.2 เวลาของการอาบรังสี

เนื่องจากแผ่นตรวจวัดที่นำมาใช้แต่ละชนิดมีคุณสมบัติที่แตกต่างกัน จึงไม่สามารถกำหนดเวลาของการอาบรังสีให้เท่ากันสำหรับแผ่นตรวจวัดทุกชนิดได้ เวลาในการอาบรังสีจะต้องพิจารณาจากหลายองค์ประกอบร่วมกัน ซึ่งองค์ประกอบเหล่านั้นได้แก่ ค่าครึ่งชีวิตของสารรังสี ค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยา น้ำหนักของแผ่นตรวจวัด เวลาที่จะสามารถนำแผ่นตรวจวัดกลับมาใช้ได้ใหม่ ช่วงเวลาที่จะวัดรังสีจากแผ่นตรวจวัดได้อย่างสะดวก เหมาะสมและปลอดภัย เวลาของการอาบรังสีคำนวณได้โดยการประยุกต์ใช้สมการของการอาบรังสีและประสิทธิภาพของหัววัดรังสี

$$\epsilon = \frac{\text{cps}}{\text{dps} \times f} \quad (2.49)$$

cps คือ อัตราการนับรังสีพลังงานที่สนใจ

dps คือ อัตราการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี

f คือ สัดส่วนการสลายตัวของรังสีพลังงานที่สนใจ

ϵ คือ ประสิทธิภาพของหัววัดรังสี

จากสมการ (2.34) และสมการ (2.49) จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\text{cps} = m_0 \bar{\sigma}_{\text{mn}} \phi f \varepsilon \left(1 - \exp(-\lambda t)\right) \quad (2.50)$$

ในกรณีที่วัดรังสีภายหลังจากการอาบรังสีเป็นเวลา t_d

$$\text{cps} = m_0 \bar{\sigma}_{\text{mn}} \phi f \varepsilon \left(1 - \exp(-\lambda t)\right) \left(\exp(-\lambda t_d)\right) \quad (2.51)$$

สิ่งที่ต้องกำหนดขึ้นก่อนเป็นอันดับแรกคือความแรงรังสีที่จะทำให้ได้จำนวนนับในระดับ 10^4 ในเวลาที่ไม่นานจนเกินไป เพื่อให้ค่าความไม่แน่นอนของการวัดแต่ละครั้งอยู่ที่ระดับร้อยละ 1 จากนั้นจึงแทนค่าข้อมูลอื่นลงในสมการ ในการคำนวณครั้งแรกจะใช้ค่านิวตรอนฟลักซ์โดยประมาณขณะเครื่องปฏิกรณ์ทำงานอยู่ที่กำลังปกติ แล้วจึงแก้สมการหาค่าเวลาของการอาบรังสี หากเวลาของการอาบรังสีที่คำนวณได้มีค่าน้อย ซึ่งจะทำให้ความผิดพลาดของเวลาในการอาบรังสีมีค่าสูง จะแก้ไขโดยการลดกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ลง เพื่อลดปริมาณนิวตรอนฟลักซ์ แล้วคำนวณใหม่เพื่อให้เวลาของการอาบรังสีที่นานขึ้น ทั้งนี้กำลังของเครื่องปฏิกรณ์ที่เลือกใช้จะต้องไม่ก่อให้เกิดความยุ่งยากในการเดินเครื่องแก่ผู้ควบคุมเครื่องปฏิกรณ์ด้วย ในกรณีเช่นนี้เมื่อนำแผ่นตรวจวัดไปวัดรังสีแล้วจะต้องมีการแก้ค่านับวัดเพื่อให้เป็นค่าความแรงรังสีเมื่อทำการอาบรังสีที่กำลังปกติด้วยเสมอ กรณีของไอโซโทปที่มีค่าครึ่งชีวิตยาว จะไม่กำหนดให้มีความแรงรังสีมากนักเนื่องจากต้องพิจารณาถึงเวลาที่จะสามารถนำแผ่นตรวจวัดกลับมาใช้อีก แม้ว่าความแรงรังสีของแผ่นตรวจวัดจะไม่มาก แต่จะใช้วิธีเพิ่มเวลาของการวัดรังสีเพื่อให้ได้จำนวนนับและความไม่แน่นอนของจำนวนนับเทียบเท่าแผ่นตรวจวัดชนิดอื่น ๆ

2.7.3 การนับวัดรังสี

หลังจากการอาบรังสีนิวตรอน แผ่นตรวจวัดจะถูกนำมาวัดรังสีภายในเวลาอันเหมาะสมที่จะสามารถวัดรังสีได้อย่างถูกต้องและปลอดภัย การเลือกใช้ระบบวัดรังสีขึ้นกับชนิดของรังสีและความซับซ้อนของสเปกตรัม โดยทั่วไปสารกัมมันตรังสีจะสลายตัวให้ทั้งอนุภาคเบตาและรังสีแกมมา แต่อนุภาคเบตาจะถูกดูดกลืนได้ง่ายซึ่งสร้างความยุ่งยากในการวัดและการคำนวณแก้ จึงนิยมที่จะวัดรังสีแกมมา และเนื่องจากไอโซโทปรังสีหลายชนิดมีสเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ค่อนข้างซับซ้อน หัววัดที่ใช้จึงควรต้องมีความสามารถในการแยกพลังงาน (resolution) ที่ดี ซึ่งได้แก่หัววัดรังสีประเภทสารกึ่งตัวนำ (semiconductor detector)

2.7.4 ข้อควรระวังในการวัดรังสีจากแผ่นตรวจวัดบางชนิด

1. เหล็ก (iron) ^{54}Mn และ ^{56}Mn ที่เกิดจากปฏิกิริยา (n,p) ของ ^{54}Fe และ ^{56}Fe มีค่าครึ่งชีวิต 312.5 วัน และ 2.58 ชั่วโมง พลังงานรังสีแกมมาจาก ^{54}Mn และ ^{56}Mn มีค่าใกล้เคียงกันคือ 834.8 keV และ 846.8 keV ตามลำดับ หากต้องการวัด ^{54}Mn ควรให้ ^{56}Mn สลายตัวจนมีความแรงรังสีน้อยลงโดยการทิ้งไว้หลังการอบรังสีประมาณ 48 ชั่วโมง สำหรับ ^{56}Mn นั้นจะไม่สามารถหลีกเลี่ยงการรบกวนจาก ^{54}Mn ได้เนื่องจากมีค่าครึ่งชีวิตที่สั้นกว่าและต้องวัดให้เร็วที่สุดภายหลังจากการอบรังสี

2. นิกเกิล (nickel) การศึกษาปฏิกิริยา $^{58}\text{Ni}(n,p)^{58}\text{Co}$ จะมี $^{58\text{m}}\text{Co}$ ซึ่งจะสลายตัวไปเป็น ^{58}Co เกิดร่วมด้วยเสมอ การวัดรังสีควรรอประมาณ 1 ถึง 2 วัน และควรระวังปริมาณการสูญเสียอะตอมของ ^{58}Co หากได้รับฟลูเอนส์ (fluence) ถึงระดับ $3 \times 10^{12} \text{ n/cm}^2 \cdot \text{sec}$

3. ไททาเนียม (titanium) ไอโซโทป ^{46}Sc , ^{47}Sc และ ^{48}Sc เกิดจากปฏิกิริยา (n,p) ของ ^{46}Ti , ^{47}Ti และ ^{48}Ti ตามลำดับ ^{46}Ti และ ^{46}Sc มีค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยา (n,p) 0.6 และ 0.8 บาร์น ซึ่งเป็นค่าที่ค่อนข้างสูง หากอบรังสีเป็นเวลานานๆ จนกระทั่งได้รับฟลูเอนส์ถึงระดับ $2 \times 10^{21} \text{ n/cm}^2 \cdot \text{sec}$ ปริมาณการสูญเสียอะตอมของ ^{46}Ti และ ^{46}Sc เนื่องจากปฏิกิริยาดังกล่าวจะมีค่ามากและจะต้องมีการคำนวณแก้

2.8 การคำนวณนิวตรอนสเปกตรัม

ในการใช้แผ่นตรวจวัดหลายชนิดปัญหาที่เกิดขึ้นกับผู้ที่ทำการศึกษาคือการแก้สมการซึ่งมีลักษณะดังนี้

$$R_i = \int_0^\infty \sigma_i(E) \Phi(E) dE \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.52)$$

R คือ ความแรงรังสีต่อตัวต่อนิวเคลอิด

σ_i คือ ภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาซึ่งเป็นฟังก์ชันของพลังงาน

n คือ จำนวนแผ่นตรวจวัดที่ใช้ในการทดลอง

ในทางปฏิบัติแล้วเพื่อความสะดวกในการคำนวณจะมีการแบ่งนิวตรอนออกเป็นกลุ่มตามช่วงพลังงานแทนการใช้ในลักษณะฟังก์ชันต่อเนื่อง สมการที่ใช้ในการคำนวณจะอยู่ในรูป

$$R_i = \sum_j \sigma_{i,j} \Phi_j \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (2.53)$$

$\sigma_{i,j}$ คือ ค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยา ที่ i ในกลุ่มพลังงาน j

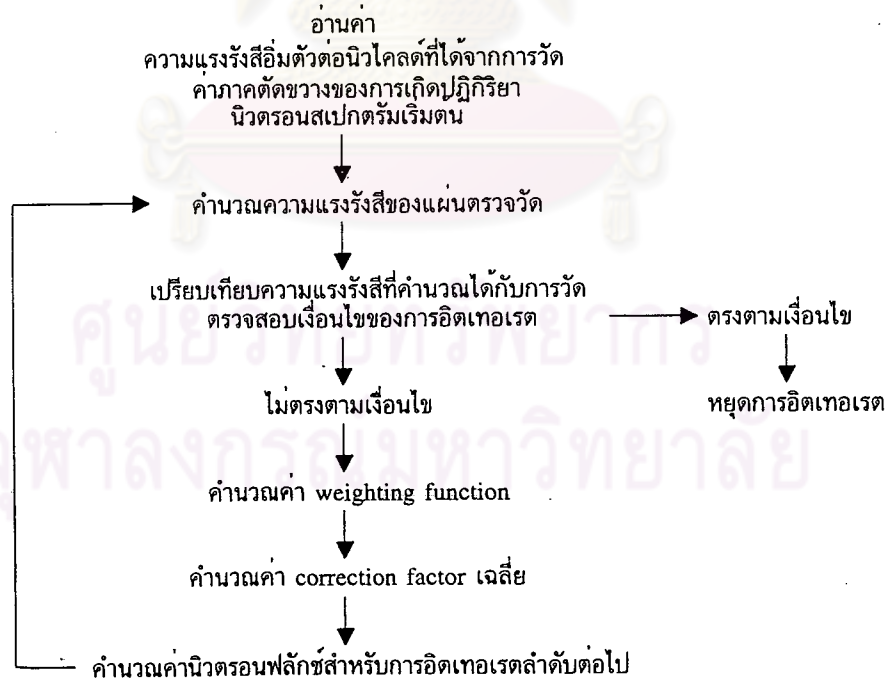
Φ_j คือ นิวตรอนฟลักซ์กลุ่มที่ j

m คือ จำนวนกลุ่มของพลังงาน

การวัดสเปกตรัมด้วยวิธีนี้มักจะใช้กลุ่มพลังงานมากกว่า 50 กลุ่มและใช้จำนวนปฏิกิริยาระหว่าง 10 - 20 ปฏิกิริยา จะเห็นได้ว่าจำนวนสมการที่ใช้มีน้อยกว่าตัวที่ไม่ทราบค่ามาก ทำให้ระบบมีความเป็นอิสระสูงมาก คำตอบของสมการเหล่านี้จะไม่มีเพียงคำตอบเดียว การคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบของระบบสมการข้างต้นต้องอาศัยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (least square) กับค่า covariance ของทุกข้อมูล ในกรณีที่ไม่มีข้อมูล covariance วิธีอิตเตอเรท (iterate) จะถูกนำมาใช้

2.8.1 SAND II (Spectrum Analysis By Neutron Detector II) (5)

SAND II เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับคำนวณหานิวตรอนสเปกตรัมจากข้อมูลความแรงรังสีอิมิตัวต่อนิวไคลด์ของแผ่นตรวจวัดหลายชนิดที่ได้รับการอาบนิวตรอนในบริเวณที่ต้องการศึกษา ในการคำนวณของโปรแกรมจะใช้การกระจายพลังงานของนิวตรอนในลักษณะเป็นขั้นแทนแบบฟังก์ชันต่อเนื่อง โดยพลังงานตั้งแต่ 10^{-10} ถึง 18 MeV จะถูกแบ่งออกเป็น 620 ช่วง ดังนั้นคือ นิวตรอนที่มีพลังงานต่ำกว่า 1 MeV ทุกระดับสียกกำลังจะถูกแบ่งเป็น 45 ช่วง และระหว่างพลังงาน 1 ถึง 8 MeV จะถูกแบ่งเป็น 170 ช่วง การคำนวณจะเริ่มจากการเลือกสเปกตรัมเริ่มต้น (initial spectrum) แล้วจึงอิตเตอเรทจนกระทั่งอยู่ในรูปที่เหมาะสมและสามารถยอมรับได้ตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ ผลการคำนวณที่ดีนั้นขึ้นอยู่กับทางเลือกสเปกตรัมเริ่มต้นที่เหมาะสม โดยอาศัยข้อมูลทางกายภาพของปัญหาในแต่ละกรณี ขั้นตอนของกระบวนการอิตเตอเรทโดยสังเขปประกอบด้วย



รูปที่ 2.6 แผนผังขั้นตอนของกระบวนการอิตเตอเรทโดยสังเขป

1. คำนวณความแรงรังสีของแผ่นตรวจวัดแต่ละชนิด จากข้อมูลค่าภาคตัดขวางและนิวตรอนสเปกตรัมในแต่ละชั้นของการอิตเทอเรต
2. เปรียบเทียบความแรงรังสีที่คำนวณได้กับความแรงรังสีจากการวัด เพื่อเตรียมคำนวณค่าแก้ให้กับแต่ละแผ่นตรวจวัด
3. คำนวณค่า weighting function
4. ค่า weighting function จะถูกนำไปคำนวณหา correction factor เฉลี่ย
5. ค่า correction factor เฉลี่ย จะถูกนำไปคูณกับค่านิวตรอนฟลักซ์แต่ละพลังงาน เพื่อเป็นค่านิวตรอนฟลักซ์ในการอิตเทอเรต ลำดับต่อไป

ความหมายของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (mathematical representation)

- A_i คือ ความแรงรังสีอิมิตต่อนิวเคล็ดจากการวัดปฏิกิริยาลำดับที่ i
- $A_i^{[k]}$ คือ ความแรงรังสีอิมิตต่อนิวเคล็ดจากการคำนวณปฏิกิริยาลำดับที่ i ในชั้นอิตเทอเรตลำดับที่ k
- $\phi^{[k]}(E)$ คือ ดิฟเฟอเรนเชียลฟลักซ์ในชั้นอิตเทอเรต ลำดับที่ k
- E_j คือ พลังงานที่จุดลำดับที่ j
- $\phi^{[k]}(E)$ คือ อินทิกรัลฟลักซ์ในช่วงพลังงานลำดับที่ j ระหว่างพลังงาน E_j และ E_{j+1}
- $\sigma_i(E)$ คือ ค่าภาคตัดขวางของการเกิดปฏิกิริยาลำดับที่ i
- $A_{ij}^{[k]}$ คือ ความแรงรังสีอิมิตต่อนิวเคล็ดจากการคำนวณ ในช่วงพลังงานลำดับที่ j ระหว่างพลังงาน E_j และ E_{j+1} ของปฏิกิริยาลำดับที่ i ในชั้นอิตเทอเรตลำดับที่ k
- $\sigma_r(E)$ คือ removal cross-section ของวัสดุหุ้มแผ่นตรวจวัดลำดับที่ r
- N_r คือ ความหนาแน่นอะตอมของวัสดุหุ้มแผ่นตรวจวัด ลำดับที่ r
- X_r คือ ความหนาของวัสดุหุ้มแผ่นตรวจวัด ลำดับที่ r
- j คือ ดรรชนีของช่วงพลังงาน (1,2,.....m)
- i คือ ดรรชนีของแผ่นตรวจวัด (1,2,.....m)
- r คือ ดรรชนีของวัสดุหุ้มแผ่นตรวจวัด (1,2,3)
- k คือ ดรรชนีของลำดับชั้นการอิตเทอเรต (1,2,.....m)

ความแรงรังสีจากแผ่นตรวจวัดลำดับที่ i ช่วงพลังงานลำดับที่ j ชั้นของการอิตเทอเรตลำดับที่ k สามารถแสดงได้ด้วยสมการ

$$A_{i,j}^{[k]} = \int_{E-j}^{E-j+1} \sigma_i(E) \phi^{[k]}(E) \prod_{r=1}^3 e^{-N_r X_r \bar{\sigma}_{r,j}} dE \quad (2.54)$$

$\bar{\sigma}_{r,j}$ คือ ค่าภาคตัดขวางเฉลี่ยของวัสดุรอนนิวตรอน ในช่วงพลังงานลำดับที่ j และคำนวณจากความสัมพันธ์

$$\bar{\sigma}_{r,j} = \frac{\int_{E_j}^{E_{j+1}} \sigma_r(E) dE}{\int_{E_j}^{E_{j+1}} dE} \quad (2.55)$$

ทั้งนี้โดยสมมติว่าค่าภาคตัดขวางเฉลี่ยนี้ไม่ขึ้นกับลำดับชั้นของการอิตเทอเรตและค่านิวตรอนฟลักซ์ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการสมมุติเช่นนี้มีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้เมื่อเปรียบเทียบกับความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่พิจารณาถึงการกระเจิงของนิวตรอน

ค่าภาคตัดขวางเฉลี่ยของแผ่นตรวจวัดลำดับที่ i ช่วงพลังงานลำดับที่ j ในชั้นของการอิตเทอเรตลำดับที่ k สามารถแสดงได้ด้วยสมการ

$$\bar{\sigma}_{ij}^{[k]} = \frac{\int_{E_j}^{E_{j+1}} \sigma_i(E) \varphi^{[k]}(E) dE}{\int_{E_j}^{E_{j+1}} \varphi^{[k]}(E) dE} \quad (2.56)$$

เมื่อรวมสมการ (2.54) และ (2.55) จะได้

$$A_{ij}^{[k]} = \bar{\sigma}_{ij}^{[k]} \int_{E_j}^{E_{j+1}} \varphi^{[k]}(E) \prod_{r=1}^3 e^{-N_r X_r \bar{\sigma}_{r,j}} dE \quad (2.57)$$

โดยการประมาณให้

$$\varphi^{[k]}(E) = \varphi_j^{[k]} \quad (2.58)$$

ดังนั้น จากสมการ (2.56) $\bar{\sigma}_{ij}^{[k]}$ อาจเขียนได้ในรูป

$$\bar{\sigma}_{ij}^{[k]} = \frac{\int_{E_j}^{E_{j+1}} \sigma_i(E) dE}{\int_{E_j}^{E_{j+1}} dE} \quad (2.59)$$

การคำนวณค่า $\bar{\sigma}_{ij}^{[k]}$ นี้ไม่ขึ้นกับลำดับชั้นของการอิตเทอเรต และไม่ต้องคำนวณซ้ำหากกำหนดให้อินทีกรัลฟลักซ์ ในช่วงพลังงานลำดับที่ j มีค่าดังนี้

$$\phi_j^{[k]} = \int_{E_j}^{E_{j+1}} \varphi^{[k]}(E) dE \quad (2.60)$$

ผลรวมของสมการ (2.52), (2.54) และ (2.55) คือ

$$A_{ij}^{[k]} = \bar{\sigma}_{ij} \phi_j^{[k]} \prod_{r=1}^3 e^{-N_r X_r \bar{\sigma}_{r,j}} \quad (2.61)$$

และ $A_i^{[k]}$ จะมีค่าดังนี้

$$A_i^{[k]} = \sum_{j=1}^m A_{ij}^{[k]} \quad (2.62)$$

ค่า Activity weighting function ซึ่งใช้ในกระบวนการอิตเทอเรตของโปรแกรม สามารถแสดงได้ด้วยการใช้สมการ (2.56) และ (2.57)

$$W_{ij}^{[k]} = \frac{1}{2} \frac{(A_{ij}^{[k]} + A_{i,j-1}^{[k]})}{A_i^{[k]}} \quad j = 2, 3, \dots, m \quad (2.63)$$

$$W_{i,1}^{[k]} = \frac{A_{i,1}^{[k]}}{A_i^{[k]}} \quad (2.64)$$

$$W_{i,m+1}^{[k]} = \frac{A_{i,m}^{[k]}}{A_i^{[k]}} \quad (2.65)$$

กำหนดให้ $R_i^{[k]}$ คือ อัตราส่วนของความแรงรังสีจากการวัดต่อการคำนวณ

$$R_i^{[k]} = \frac{A_i}{A_i^{[k]}} \quad (2.66)$$

จากสมการ (2.58) และสมการ (2.59) weighting correction term กำหนดได้ดังนี้

$$C_j^{[k]} = \frac{\sum_{i=1}^n W_{ij}^{[k]} \ln R_i^{[k]}}{\sum_{i=1}^n W_{ij}^{[k]}} \quad (2.67)$$

ในกรณีที่ผลรวมของ weighting function มีค่าไม่เท่ากับ 0 นิวตรอนฟลักซ์สำหรับการอิตเทอเรตในลำดับขั้นต่อไปคำนวณจาก

$$\phi_j^{[k+1]} = \phi_j^{[k]} \exp\{C_j^{[k]}\} \quad (2.68)$$

ในช่วงพลังงานที่ผลรวมของ weighting function มีค่าเท่ากับ 0 ซึ่งจะทำให้ไม่สามารถหาค่า weighting correction term ได้ วิธี log-log interpolation ระหว่างช่วงพลังงาน j ที่ใกล้ที่สุดทางด้านพลังงานต่ำ และช่วงพลังงาน j ที่ใกล้ที่สุดทางด้านพลังงานสูงจะถูกนำมาใช้ เพื่อให้ได้ค่าผลรวมที่ไม่เท่ากับ 0 แต่ถ้าไม่สามารถหาช่วงพลังงาน j ดังกล่าวได้ จะอาศัยการเอกซ์ตราโพล (extrapolate) ด้วยรูปแบบต่อไปนี้

- low energy end :
1. $1/E$
 2. fission (\sqrt{E}) form
 3. Godiva (E) form

- high energy end :
1. fission (Maxwellian form)
 2. fusion (14 MeV peak of arbitrary magnitude)

กระบวนการอิตเทอเรตจะดำเนินไปจนกระทั่งบรรลุตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้อย่างใดอย่างหนึ่งใน 3 ประการคือ ประการแรก ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแรงรังสีจากการวัดต่อการคำนวณมีค่าน้อยกว่าค่าที่กำหนดไว้ ประการที่สอง จำนวนครั้งของการอิตเทอเรตครบตามที่กำหนดไว้ หรือประการที่สาม ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแรงรังสีจากการวัดต่อการคำนวณมีความแตกต่างจากการอิตเทอเรตลำดับก่อนน้อยกว่าค่าที่กำหนดไว้ โดยทั่วไปแล้วการวิเคราะห์โดยวิธีนี้จะกำหนดค่าความแตกต่างของความแรงรังสีไว้ประมาณร้อยละ 5 ถึง 10 และกำหนดจำนวนครั้งของการอิตเทอเรตไว้ประมาณ 5 ถึง 30 ครั้ง หากได้คำตอบของสมการในลำดับขั้นที่ 1 ของการอิตเทอเรต คำตอบจะสามารถเขียนได้ในรูป

$$\phi_j^{[1]} = \phi_j^{[0]} \exp\left\{\sum_{p=0}^{l-1} C_j^{[p]}\right\} \quad (2.69)$$

เมื่อ $\phi^{[0]}$ คือดิฟเฟอเรนเชียลฟลักซ์ของสเปกตรัมเริ่มต้น และอินทิกรัลฟลักซ์ สามารถคำนวณได้จาก

$$\phi^{[1]}(E_j, E_{m+1}) = \int_{E_m}^{E_{m+1}} \phi^{[1]}(E) d \quad (2.70)$$

คำตอบสัมบูรณ์ได้จากการ renormalize ค่า $\varphi^{[1]}(E)$

$$\varphi_{(E_1, E_{m+1})}^{[1]} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{A_i}{A_i^{[1]}} \right] \quad (2.71)$$

และค่าความแรงรังสีอิมพัลส์สามารถคำนวณได้จาก

$$A_i^{[1]} = \sum_{j=1}^m A_{ij}^{[1]} = \int_{E_1}^{E_{m+1}} \sigma_i(E) \varphi^{[1]}(E) \prod_{r=1}^3 e^{-N_r X_r \bar{\sigma}_{rj}} dE \quad (2.72)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย