บทที่ 4

ผลการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ได้จากการจำลองข้อมูลด้วยโปรแกรม S-PLUS 2000 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแผนแบบการทดลองจัตุรัสละตินที่มีอิทธิพลปัจจัยคงที่ เมื่อทำการเก็บข้อมูลระยะยาว โดยทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ 2 วิธี คือ วิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีการประมาณแบบสองขั้น ทำการศึกษาตามสถานการณ์ต่าง ๆ ดังนี้จำนวนระดับปัจจัยทดลองเป็น 3 4 และ 5 จำนวนระยะเวลาการเก็บซ้ำ 3 4 6 และ 9 ระดับความสัมพันธ์เป็น 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 และทิศทางตรงกันข้ามเป็น –0.1 -0.2 -0.3 -0.4 -0.5 -0.6 -0.7 -0.8 -0.9 กำหนดสัมประสิทธิ์ความผันแปรเป็น 10% 20% และ 30% ทำการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carol Simulation) โดยทำการจำลองซ้ำสถานการณ์ละ 500 รอบ โดยประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแต่ละวิธีนั้นจะพิจารณาจากค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) ซึ่งวิธีใดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่าแสดงว่าวิธีนั้นเหมาะสมกับการประมาณค่าพารามิเตอร์
มากกว่า

การนำเสนอผลของการวิจัยจะอยู่ในรูปตารางและกราฟ ค่าในตารางเป็นค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย แต่ละสถานการณ์ใช้ทศนิยม 5 ตำแหน่ง สำหรับเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ส่วนการนำเสนอด้วยกราฟจะอธิบายปัจจัยที่มีผลต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์และแนวโน้มของการประมาณค่าพารามิเตอร์ ซึ่งสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในผลการวิจัย มีความหมายดังนี้

RMSE หมายถึง ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

ρ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์

σ_ε^2 หมายถึง องค์ประกอบความแปรปรวน

C.V. หมายถึง สัมประสิทธิ์ความผันแปรของข้อมูล

TS. หมายถึง การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบสองขั้น

MLE หมายถึง การประมาณด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยออกเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่4.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ เมื่อสัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน

ส่วนที่4.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ เมื่อสัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้ามกัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.1 ผลการเปรียบเทียบเมื่อสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน

โครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมจะเห็นว่าประกอบด้วยพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ (ρ) มีค่าอยู่ระหว่าง –1 ถึง 1 และองค์ประกอบความแปรปรวน σ^2 มีค่ามากกว่า 0 กรณีค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ทิศทางเดียวกัน ถ้าค่าอัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของข้อมูลมีค่าเพิ่มขึ้น ความแปรปรวนร่วมจะมีค่าเป็นบวกเท่านั้น เช่นเดียวกันกับกรณีที่ σ^2 มีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อทำการเก็บข้อมูลระยะเวลาซ้ำเพิ่มขึ้น ความแปรปรวนของข้อมูลระยะเวลานั้นก็จะเพิ่มขึ้น

จากตาราง4.1.1-4.1.6 และรูปที่ 4.1.1-4.1.12 แสดงการเปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย RMSE ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับแผนการทดลอง 3x3 4x4 และ 5x5 จัตุรัสละติน เมื่อสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน ผลการวิจัยได้ว่า ทุก ๆ สถานการณ์ วิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่า RMSE ต่ำกว่าวิธีการประมาณแบบสองขั้น เพราะว่าวิธีการประมาณแบบสองขั้นทำการประมาณ 2 รอบ โดยขั้นที่สองใช้ตัวประมาณที่ได้จากรอบแรกไปประมาณ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นทั้งจากการประมาณรอบแรกและการประมาณรอบที่สองความคลาดเคลื่อนจึงมีค่ามาก ส่วนการประมาณค่าด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดทำการประมาณเพียงครั้งเดียวความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นก็เลยน้อยกว่า และการประมาณด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดขั้นตอนการประมาณ $\hat{\rho}$ ยังพิจารณาตัวประมาณที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยด้วย โดยเฉลี่ยแล้วค่า RMSE ที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าส่วนเบี่ยงเบนที่ใช้จำลองข้อมูล (σ) เนื่องจาก RMSE เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นและเป็นตัวประมาณของ σ เมื่อสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้นการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีจะแตกต่างกันมากขึ้น เนื่องจากเมื่อค่า ρ เพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนเพิ่มขึ้น การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบสองขั้นไม่ได้พิจารณาความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนแรกทำให้เมื่อข้อมูลมีการกระจายมากความผิดพลาดในการประมาณจึงมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย

เมื่อสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่า RMSE ไม่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นหรือลดลงชัดเจน เนื่องจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 2 วิธี จะมีการแปลงข้อมูลแต่ละระยะเวลาให้ข้อมูลไม่มีความสัมพันธ์กันโดยจะเห็นได้จากโครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม หลังจากการแปลงมีเฉพาะพารามิเตอร์ σ^2 เท่านั้น ความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ ρ และค่า RMSE จึงไม่มีแนวโน้มที่ชัดเจนกรณีสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่ค่า RMSE จะมีแนวโน้มกับ สัมประสิทธิ์ความผันแปร (C.V.) ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำ และขนาดของแผนการทดลอง กล่าวคือ

เมื่อสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มขึ้น ที่ระยะเวลาการเก็บซ้ำ และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์คงที่ การประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 2 วิธี มีแนวโน้มให้ค่าประมาณ RMSE เพิ่มขึ้น

เนื่องจาก โดยปกติแล้วเมื่อความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น ความผิดพลาดในการประมาณค่าจะเพิ่มขึ้นด้วย จะเห็นว่าความคลาดเคลื่อนของข้อมูลในกรณีนี้จะอยู่ในรูปเมทริกซ์ ซึ่งประกอบด้วยพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ ρ และ σ^2 เมื่อค่า σ^2 เพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนของข้อมูลเพิ่มมากขึ้น

เมื่อจำนวนซ้ำในการเก็บข้อมูลเพิ่มขึ้น ที่สัมประสิทธิ์ความผันแปร และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์คงที่ การประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 2 วิธีมีแนวโน้มให้ RMSE ลดลง เพราะว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นความผิดพลาดในการประมาณค่าจะแปรผกผันกับ จำนวนข้อมูลที่ใช้ประมาณ ทำให้เมื่อจำนวนข้อมูลเพิ่มขึ้นการประมาณค่าจะได้ค่าใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์มากขึ้น ซึ่งเมื่อทำการเพิ่มจำนวนระยะเวลาการเก็บซ้ำก็จะได้จำนวนข้อมูลที่ใช้ประมาณค่าเพิ่มขึ้นทำให้การประมาณดีขึ้น แต่เมื่อเพิ่มระยะเวลาการเก็บซ้ำกรณีนี้จะเพิ่มจำนวนพารามิเตอร์ในการประมาณค่าด้วย ในส่วนนี้จะทำให้การประมาณค่ามีความผิดพลาดมากขึ้น

เมื่อเพิ่มขนาดของแผนการทดลอง การประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มให้ค่า RMSE ลดลง เนื่องจากเมื่อเราเพิ่มขนาดของแผนการทดลองก็จะทำให้มีข้อมูลในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากขึ้น สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ดีขึ้น แต่ขนาดแผนการทดลองจะขึ้นอยู่กับระดับปัจจัยที่ใช้ทดลอง และเมื่อทำการเพิ่มขนาดของแผนการทดลองก็จะทำให้พารามิเตอร์ในตัวแบบเพิ่มขึ้น ทำให้เกิดความผิดพลาดในส่วนนี้ขึ้นด้วย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.1.1 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย วิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้น ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 และ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน

C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		3 ระยะเวลา	4 ระยะเวลา	3 ระยะเวลา	4 ระยะเวลา
10%	0.1	5.51290	5.42710	5.50585	5.42628
	0.2	5.48334	5.35935	5.47801	5.35844
	0.3	5.46809	5.36576	5.46118	5.36475
	0.4	5.47951	5.29025	5.47362	5.28762
	0.5	5.46508	5.30510	5.45303	5.30191
	0.6	5.45429	5.33340	5.44024	5.32735
	0.7	5.43465	5.27566	5.42206	5.26472
	0.8	5.52091	5.31979	5.48609	5.29243
	0.9	5.43094	5.40427	5.38397	5.35695
20%	0.1	10.88217	10.75105	10.86706	10.74876
	0.2	11.00367	10.67223	10.99160	10.67031
	0.3	10.80654	10.61425	10.79669	10.61247
	0.4	10.84808	10.61603	10.83457	10.61241
	0.5	10.87822	10.62108	10.85192	10.61265
	0.6	10.89307	10.80052	10.86525	10.78618
	0.7	10.92945	10.47383	10.88888	10.44944
	0.8	10.95347	10.70669	10.88136	10.65808
	0.9	10.92674	10.62506	10.82998	10.55713
30%	0.1	16.79878	16.19347	16.77780	16.19029
	0.2	16.67818	16.06554	16.66425	16.06347
	0.3	16.40826	16.12871	16.39577	16.12530
	0.4	16.55581	16.05245	16.53777	16.04534
	0.5	16.37044	16.06347	16.34060	16.05327
	0.6	16.35550	15.95543	16.32524	15.93654
	0.7	16.01015	15.76537	15.93334	15.72417
	0.8	16.42768	15.97604	16.31365	15.91752
	0.9	16.52541	16.10495	16.37995	15.97411

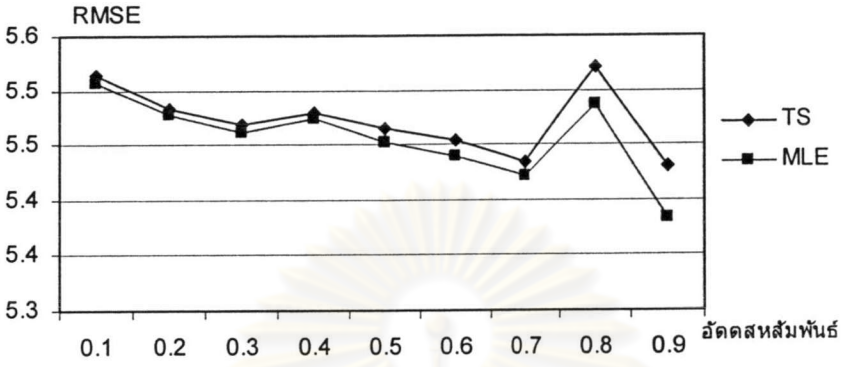
เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย กำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t-test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 4ระยะเวลา

ตารางที่4.1.2 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย **วิธีความควรจะเป็นสูงสุด**และวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 และ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน

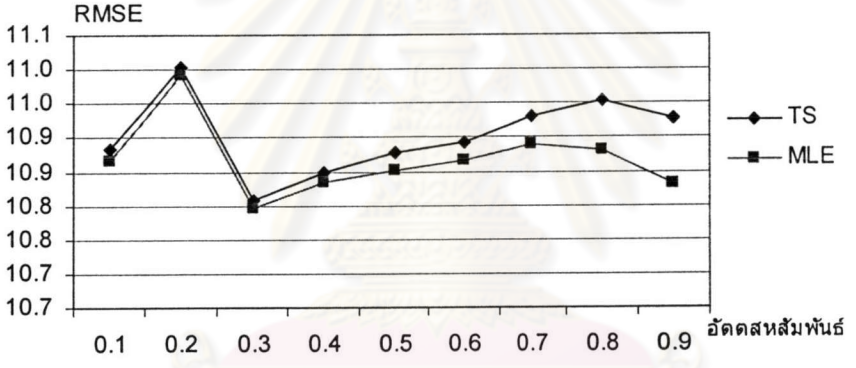
C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา	6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา
10%	0.1	5.24513	5.14218	5.24497	5.14215
	0.2	5.24973	5.11910	5.24955	5.11904
	0.3	5.22814	5.13854	5.22751	5.13837
	0.4	5.21330	5.12399	5.21249	5.12370
	0.5	5.17502	5.14186	5.17355	5.14108
	0.6	5.15733	5.12963	5.15416	5.12756
	0.7	5.18787	5.12690	5.17929	5.12244
	0.8	5.18511	5.08860	5.16971	5.07549
	0.9	5.21742	5.20026	5.17572	5.16806
20%	0.1	10.46238	10.27301	10.46209	10.27293
	0.2	10.51027	10.29163	10.50986	10.29151
	0.3	10.51176	10.26435	10.51101	10.26409
	0.4	10.35140	10.25633	10.34982	10.25553
	0.5	10.41982	10.30380	10.41606	10.30179
	0.6	10.38776	10.22116	10.38056	10.21712
	0.7	10.30339	10.19146	10.29078	10.18234
	0.8	10.32489	10.24630	10.29534	10.22379
	0.9	10.34932	10.24143	10.26989	10.17449
30%	0.1	15.74406	15.41859	15.74362	15.41851
	0.2	15.52443	15.44781	15.52384	15.44766
	0.3	15.63730	15.46371	15.63603	15.46331
	0.4	15.56431	15.34849	15.56168	15.34744
	0.5	15.68930	15.32229	15.68433	15.31956
	0.6	15.58036	15.31917	15.57135	15.31312
	0.7	15.53461	15.38805	15.51169	15.37177
	0.8	15.62011	15.32043	15.56746	15.28810
	0.9	15.70171	15.38679	15.59719	15.29953

เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย กำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t–test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 9 ระยะเวลา

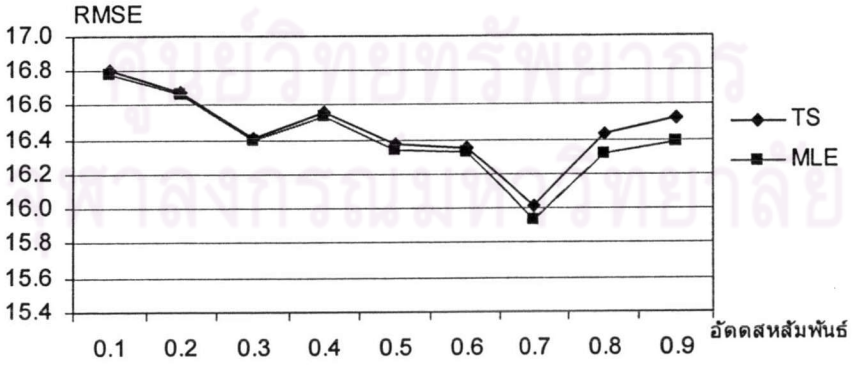
รูปที่4.1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



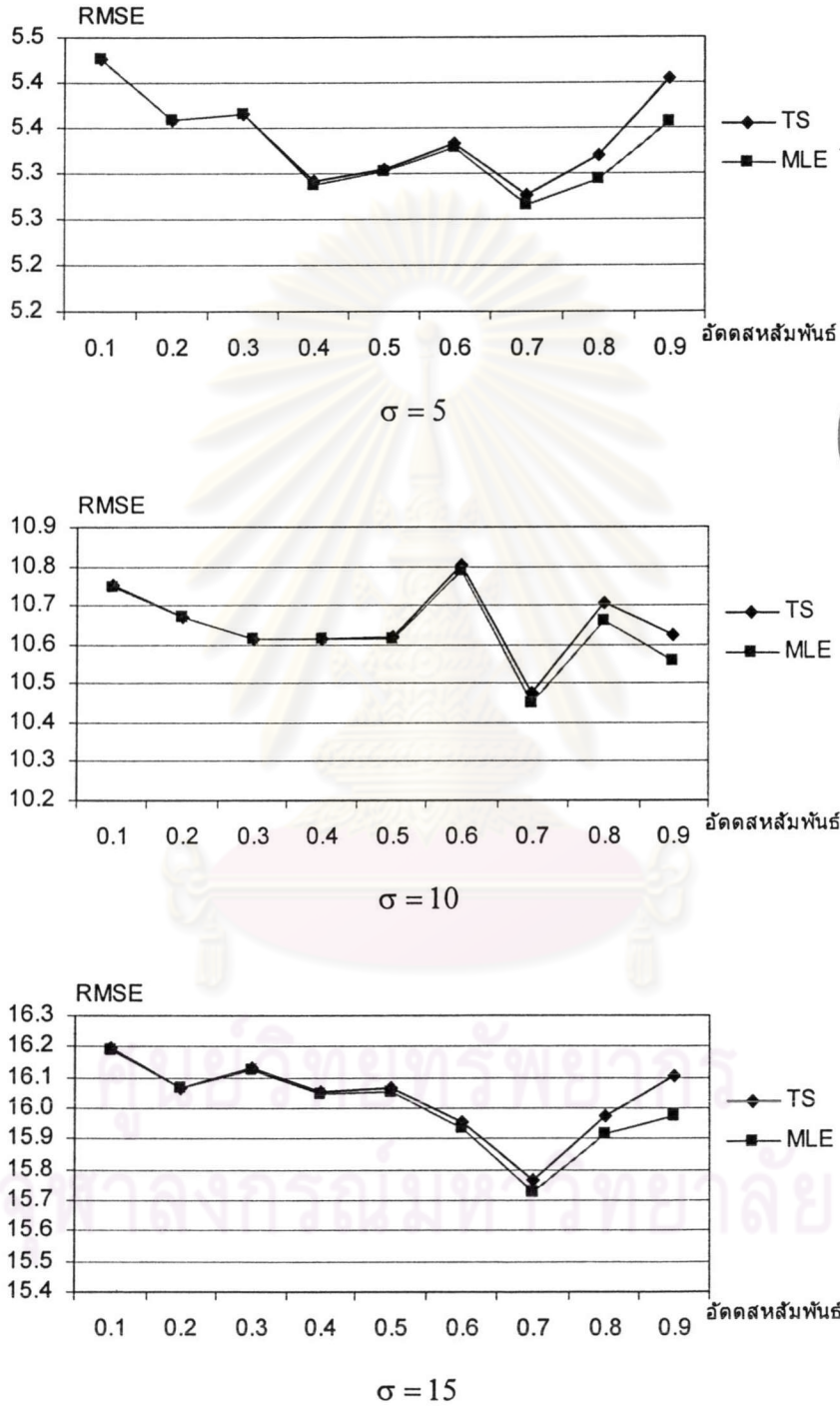
$\sigma = 10$



$\sigma = 15$

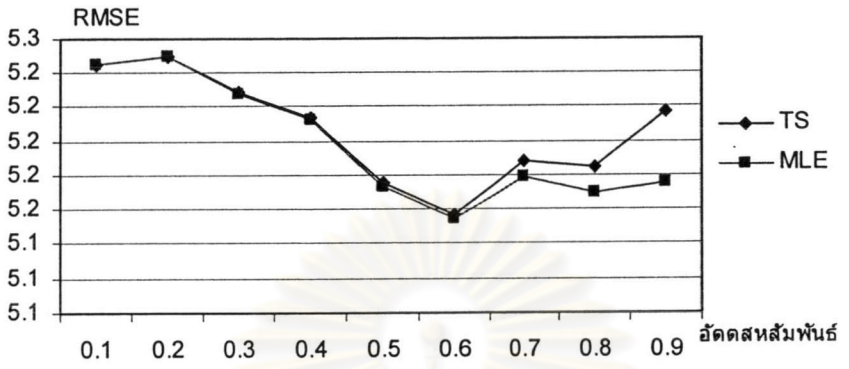
จากรูป 4.1.1 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

รูปที่4.1.2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน

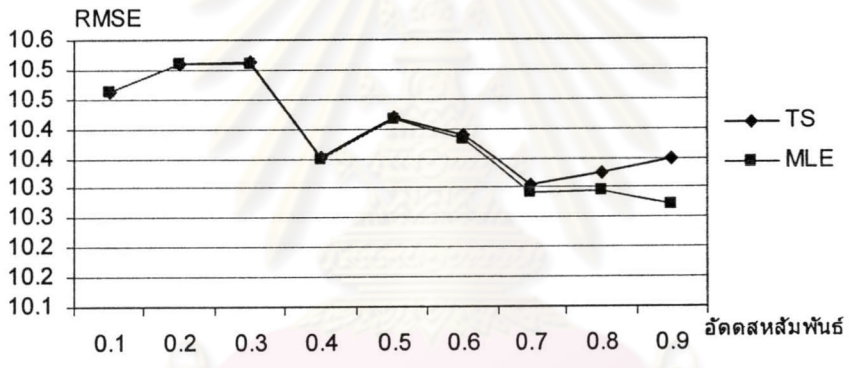


จากรูป 4.1.2 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

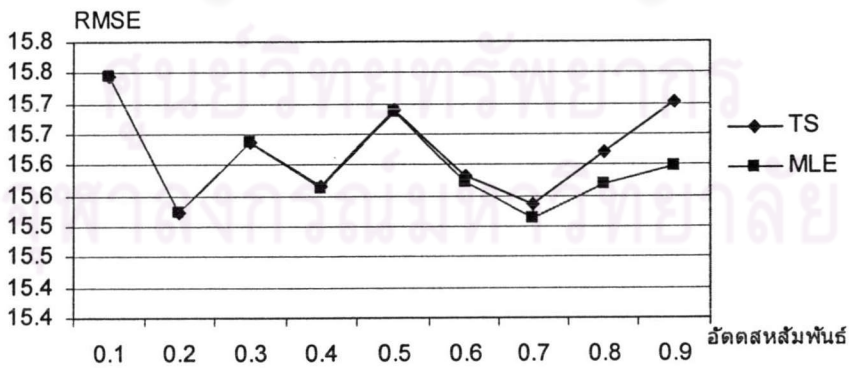
รูปที่4.1.3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



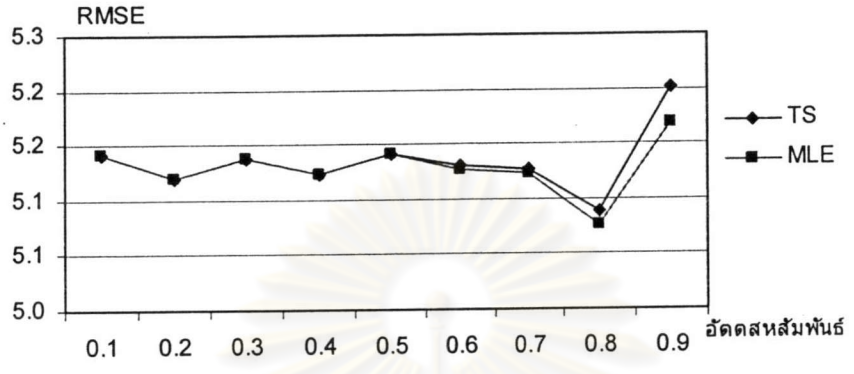
$\sigma = 10$



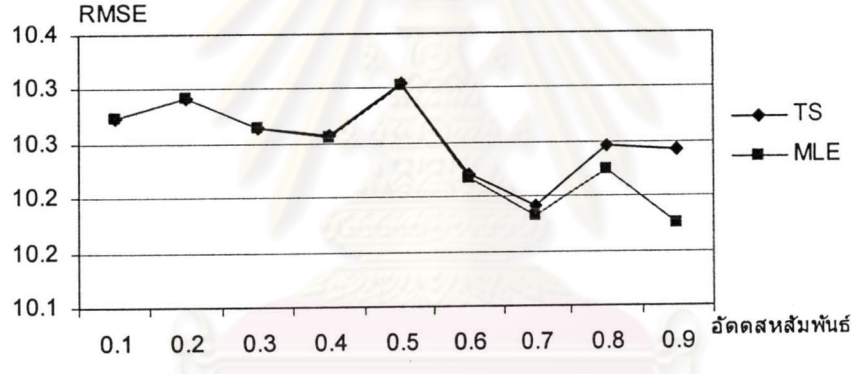
$\sigma = 15$

จากรูป 4.1.3 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

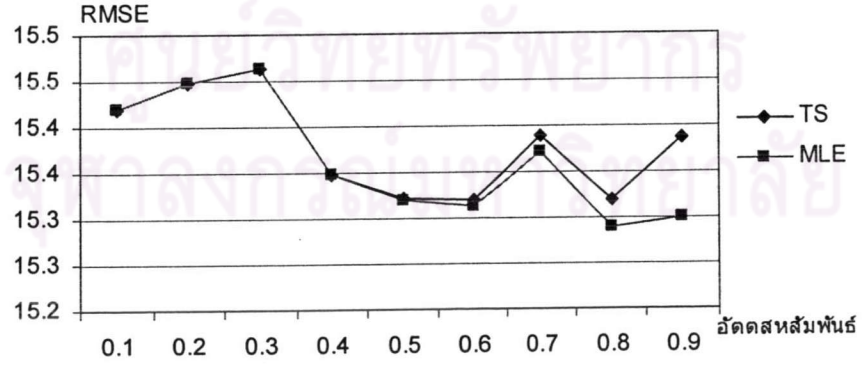
รูปที่4.1.4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



$\sigma = 10$



$\sigma = 15$

จากรูป 4.1.4 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

จากตารางที่ 4.1.1-4.1.2 แสดงการเปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน พบว่า ในทุก ๆ สถานการณ์วิธีความควรจะเป็นสูงสุด ให้ค่าน้อยกว่าวิธีการประมาณแบบสองขั้น เนื่องจากวิธีการประมาณแบบสองขั้นทำการประมาณ 2 รอบ โดยขั้นที่สองใช้ตัวประมาณที่ได้จากรอบแรกไปประมาณ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นทั้งจากการประมาณรอบแรกและการประมาณรอบที่สองความคลาดเคลื่อนจึงมีค่ามาก ส่วนการประมาณค่าด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดทำการประมาณเพียงครั้งเดียวความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นก็เลยน้อยกว่า และการประมาณด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดขั้นตอนการประมาณ $\hat{\rho}$ ยังพิจารณาตัวประมาณที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยด้วย

เมื่อสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มมากขึ้นการประมาณค่าทั้ง 2 วิธีมีแนวโน้มให้ค่า RMSE เพิ่มมากขึ้นเนื่องจาก โครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มทำให้ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมมากขึ้น ข้อมูลจึงมีการกระจายมากขึ้น การประมาณค่าจึงมีความผิดพลาดมากขึ้น

แต่ในทางตรงกันข้ามเมื่อระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำเพิ่มขึ้น ค่า RMSE มีแนวโน้มลดลง เนื่องจากเมื่อเพิ่มระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำทำให้จำนวนข้อมูลมากขึ้นดังนั้นความผิดพลาดในการประมาณค่าลดลง แต่เมื่อเพิ่มจำนวนระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำก็จะทำให้พารามิเตอร์ในตัวแบบเพิ่มขึ้น 2 ส่วน คือ พารามิเตอร์ผลกระทบจากระยะเวลา และพารามิเตอร์อิทธิพลร่วมระหว่างระยะเวลาการเก็บซ้ำและวิธีการทดลอง

นอกจากนี้ค่า RMSE มีค่าใกล้เคียงกับ ส่วนเบี่ยงเบนในการจำลอง เนื่องจากค่า RMSE ที่คำณวนเป็นค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้น และยังใช้เป็นตัวประมาณของส่วนเบี่ยงเบน σ

รูปที่ 4.1.1-4.1.4 แสดงความสัมพันธ์ของค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย RMSE และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน จะเห็นว่า เมื่อค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มมากขึ้น แนวโน้มในการประมาณค่าพารามิเตอร์ทำให้ค่า RMSE แตกต่างกันมากขึ้น เนื่องจากเมื่อค่า ρ เพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนเพิ่มขึ้น การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบสองขั้นไม่ได้พิจารณาความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนแรกทำให้เมื่อข้อมูลมีการกระจายมากความผิดพลาดในการประมาณจึงมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย แต่เมื่อสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ไม่มีแนวโน้มทำให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นหรือลดลงชัดเจน เนื่องจาก การประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีทำการแปลงข้อมูลแต่ละระยะเวลา ให้ข้อมูลไม่มีความสัมพันธ์กัน จะเห็นได้จากโครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ ρ และค่า RMSE ไม่มีแนวโน้มที่ชัดเจน

ตารางที่4.1.3 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย วิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 และ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน

C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		3 ระยะเวลา	4 ระยะเวลา	3 ระยะเวลา	4 ระยะเวลา
10%	0.1	5.20838	5.15940	5.20750	5.15922
	0.2	5.18221	5.17061	5.18159	5.17043
	0.3	5.17739	5.09184	5.17673	5.09155
	0.4	5.17464	5.07999	5.17330	5.07934
	0.5	5.18122	5.11349	5.17825	5.11207
	0.6	5.17260	5.11420	5.16755	5.11103
	0.7	5.19233	5.10165	5.18305	5.09440
	0.8	5.19952	5.13990	5.18419	5.12650
	0.9	5.29258	5.17060	5.25484	5.14476
20%	0.1	10.40252	10.32401	10.40071	10.32365
	0.2	10.44276	10.28232	10.44171	10.28194
	0.3	10.28703	10.27940	10.28496	10.27880
	0.4	10.37525	10.32152	10.37251	10.32028
	0.5	10.34477	10.26154	10.34061	10.25889
	0.6	10.29313	10.22569	10.28055	10.21956
	0.7	10.33762	10.24855	10.31378	10.23659
	0.8	10.41321	10.27334	10.38090	10.24379
	0.9	10.44765	10.35698	10.37724	10.29834
30%	0.1	15.64932	15.41786	15.64682	15.41736
	0.2	15.62022	15.58238	15.61801	15.58188
	0.3	15.44829	15.37846	15.44530	15.37731
	0.4	15.42738	15.36302	15.42401	15.36127
	0.5	15.48261	15.42895	15.47307	15.42458
	0.6	15.57151	15.26167	15.55346	15.25178
	0.7	15.54160	15.32241	15.51363	15.30283
	0.8	15.59384	15.35170	15.54270	15.31178
	0.9	15.59323	15.50614	15.49521	15.41648

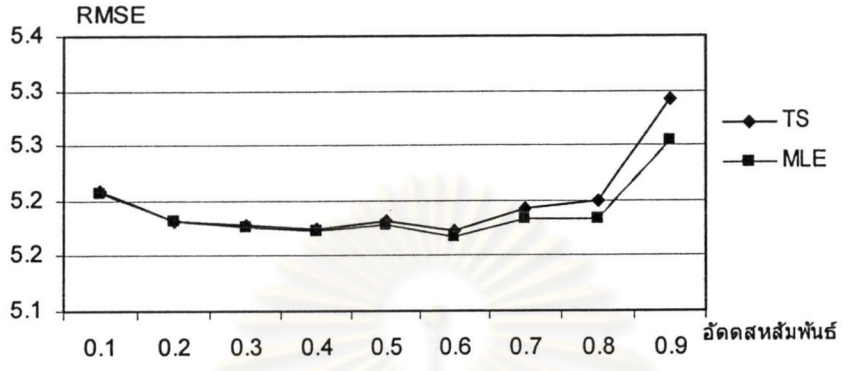
เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย กำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t-test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 4ระยะเวลา

ตารางที่4.1.4 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย วิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 และ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน

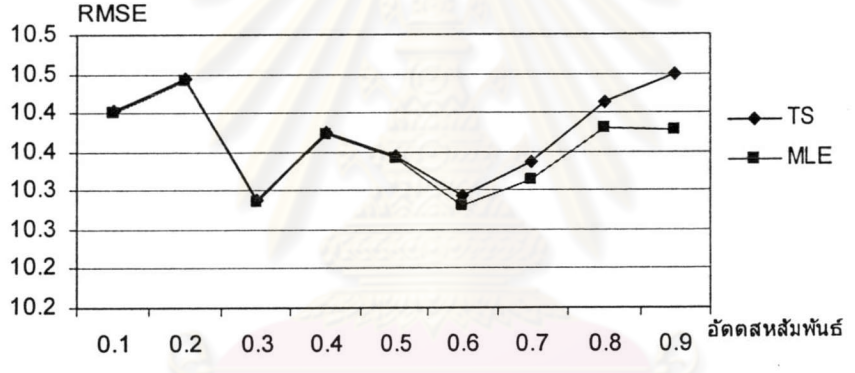
C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา	6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา
10%	0.1	5.12204	5.06226	5.12200	5.06226
	0.2	5.12472	5.06184	5.12465	5.06181
	0.3	5.10260	5.06749	5.10244	5.06743
	0.4	5.08765	5.06767	5.08728	5.06749
	0.5	5.08034	5.04499	5.07952	5.04460
	0.6	5.05838	5.03907	5.05630	5.03807
	0.7	5.09169	5.06744	5.08715	5.06440
	0.8	5.10782	5.05615	5.09791	5.04885
	0.9	5.11367	5.07414	5.08886	5.05319
20%	0.1	10.20660	10.10891	10.20653	10.10889
	0.2	10.16708	10.08482	10.16693	10.08479
	0.3	10.18621	10.10085	10.18588	10.10073
	0.4	10.19165	10.09753	10.19069	10.09719
	0.5	10.14098	10.11268	10.13909	10.11173
	0.6	10.13329	10.12724	10.12927	10.12502
	0.7	10.16433	10.10176	10.15606	10.09652
	0.8	10.16886	10.13440	10.14722	10.11992
	0.9	10.22788	10.16703	10.17346	10.12754
30%	0.1	15.33250	15.14551	15.33237	15.14550
	0.2	15.28056	15.17928	15.28033	15.17920
	0.3	15.21938	15.20727	15.21891	15.20710
	0.4	15.31751	15.22271	15.31624	15.22220
	0.5	15.22084	15.16813	15.21792	15.16689
	0.6	15.27725	15.19120	15.27123	15.18825
	0.7	15.28104	15.16828	15.26576	15.16111
	0.8	15.28907	15.20998	15.25538	15.18761
	0.9	15.40850	15.25325	15.33278	15.19196

เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย กำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t-test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 9ระยะเวลา

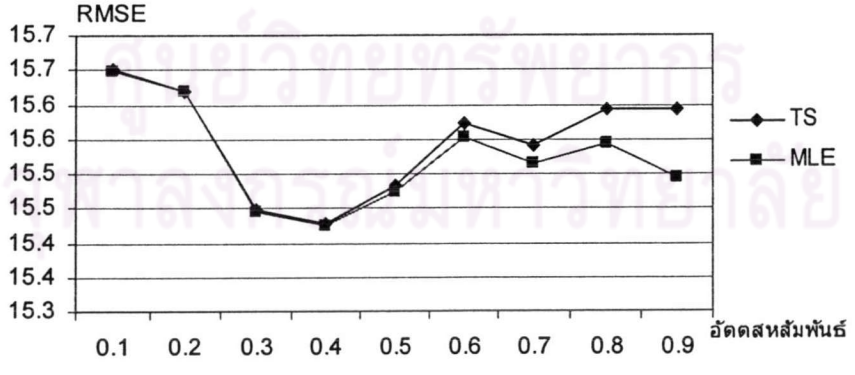
รูปที่4.1.5 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



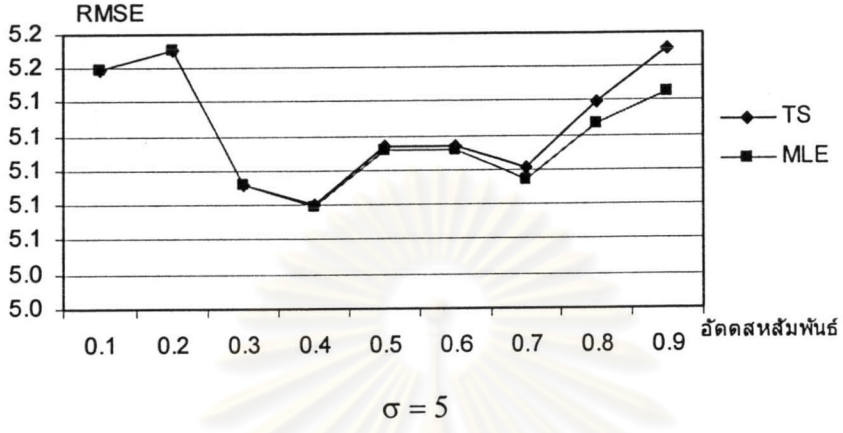
$\sigma = 10$



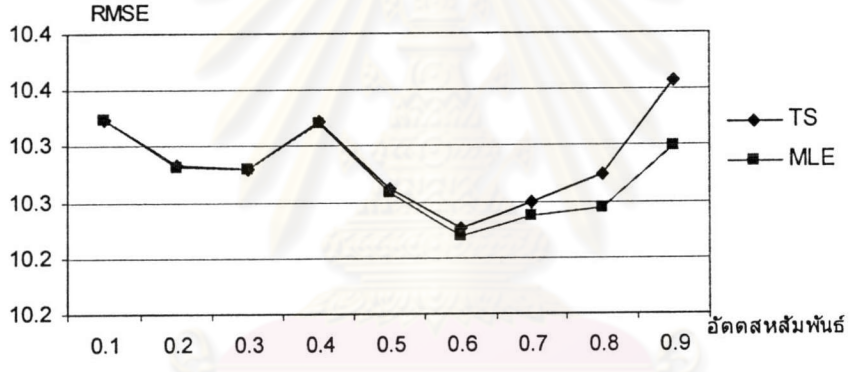
$\sigma = 15$

จากรูป 4.1.5 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

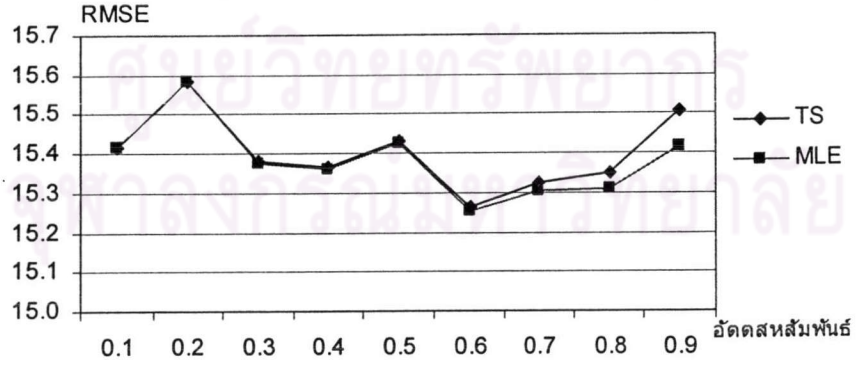
รูปที่4.1.6 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



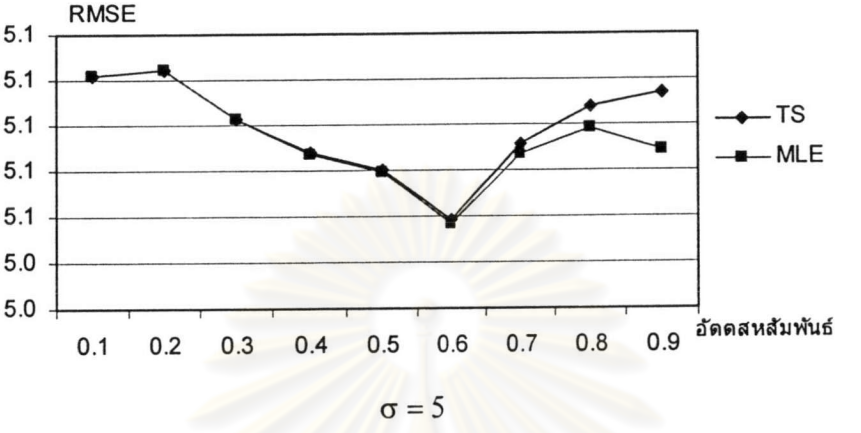
$\sigma = 10$



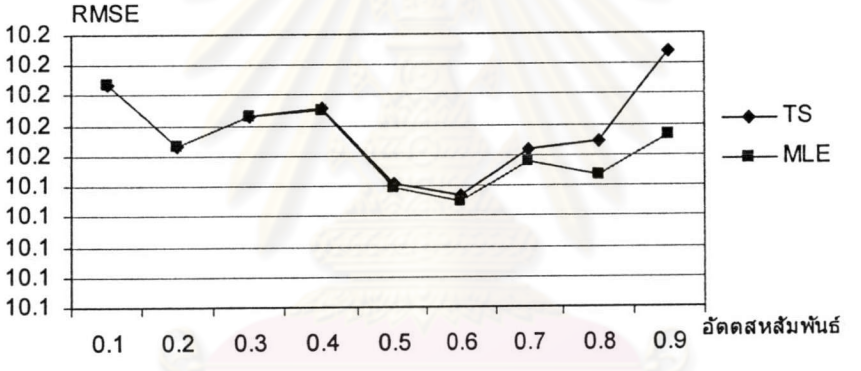
$\sigma = 15$

จากรูป 4.1.6 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

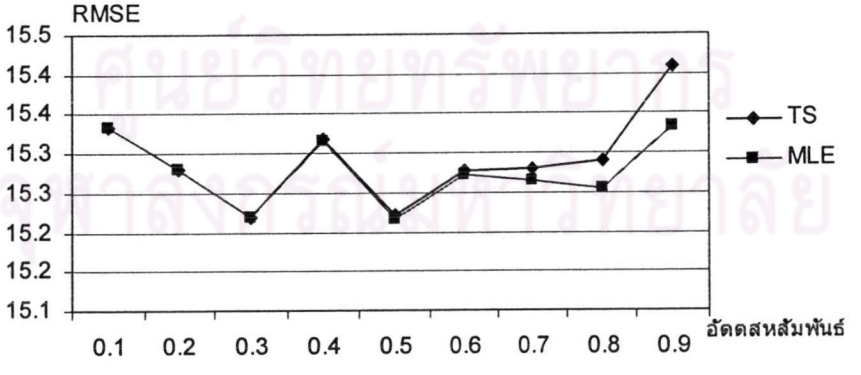
รูปที่4.1.7 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



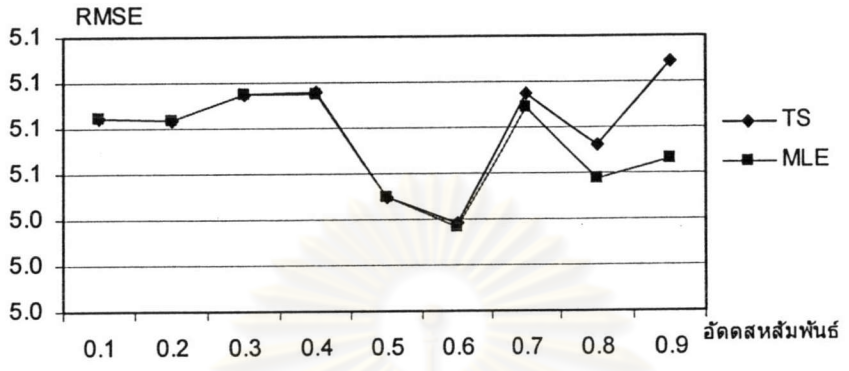
$\sigma = 10$



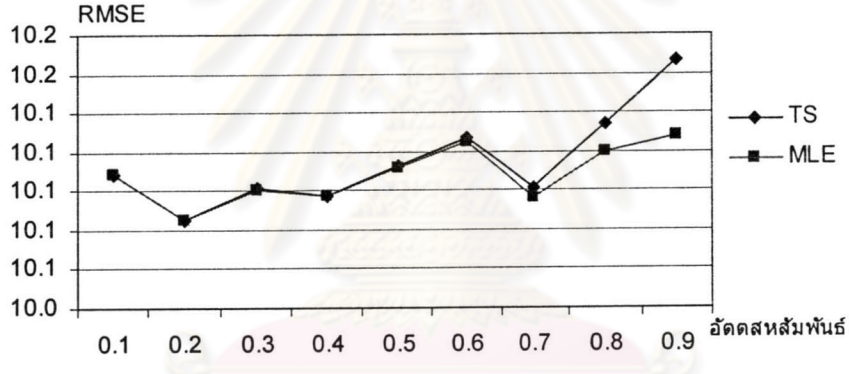
$\sigma = 15$

จากรูป 4.1.7 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

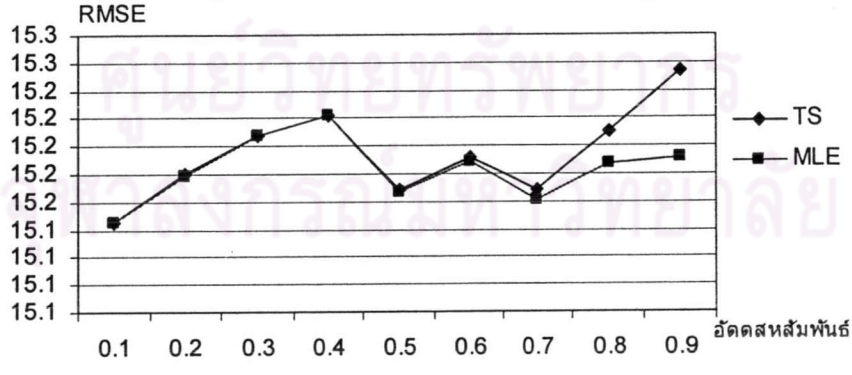
รูปที่4.1.8 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



$\sigma = 10$



$\sigma = 15$

จากรูป 4.1.8 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

จากตารางที่ 4.1.3-4.1.4 แสดงการเปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน พบว่า ในทุก ๆ สถานการณ์วิธีความควรจะเป็นสูงสุด ให้ค่าน้อยกว่าวิธีการประมาณแบบสองขั้น เนื่องจากวิธีการประมาณแบบสองขั้นทำการประมาณ 2 รอบ โดยขั้นที่สองใช้ตัวประมาณที่ได้จากรอบแรกไปประมาณ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นทั้งจากการประมาณรอบแรกและการประมาณรอบที่สองความคลาดเคลื่อนจึงมีค่ามาก ส่วนการประมาณค่าด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดทำการประมาณเพียงครั้งเดียวความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นก็เลยน้อยกว่า และการประมาณด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดขั้นตอนการประมาณ $\hat{\rho}$ ยังพิจารณาตัวประมาณที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยด้วย

เมื่อสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มมากขึ้นการประมาณค่าทั้ง 2 วิธีมีแนวโน้มให้ค่า RMSE เพิ่มมากขึ้นเนื่องจาก โครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มทำให้ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมมากขึ้น ข้อมูลจึงมีการกระจายมากขึ้น การประมาณค่าจึงมีความผิดพลาดมากขึ้น

แต่ในทางตรงกันข้ามเมื่อระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำเพิ่มขึ้น ค่า RMSE มีแนวโน้มลดลง เนื่องจากเมื่อเพิ่มระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำทำให้จำนวนข้อมูลมากขึ้นดังนั้นความผิดพลาดในการประมาณค่าลดลง แต่เมื่อเพิ่มจำนวนระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำก็จะทำให้พารามิเตอร์ในตัวแบบเพิ่มขึ้น 2 ส่วน คือ พารามิเตอร์ผลกระทบจากระยะเวลา และพารามิเตอร์อิทธิพลร่วมระหว่างระยะเวลาการเก็บซ้ำและวิธีการทดลอง

นอกจากนี้ค่า RMSE มีค่าใกล้เคียงกับ ส่วนเบี่ยงเบนในการจำลอง เนื่องจากค่า RMSE ที่คำณวนเป็นค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้น และยังใช้เป็นตัวประมาณของส่วนเบี่ยงเบน σ และเมื่อพิจารณาค่า RMSE เมื่อแผนแบบการทดลองมีขนาดเพิ่มขึ้น ค่า RMSE มีแนวโน้มลดลง

รูปที่ 4.1.5-4.1.8 แสดงความสัมพันธ์ของค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย RMSE และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน จะเห็นว่า เมื่อค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มมากขึ้น แนวโน้มในการประมาณค่าพารามิเตอร์ทำให้ค่า RMSE แตกต่างกันมากขึ้น เนื่องจากเมื่อค่า ρ เพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนเพิ่มขึ้น การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบสองขั้นไม่ได้พิจารณาความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนแรกทำให้เมื่อข้อมูลมีการกระจายมากความผิดพลาดในการประมาณจึงมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย แต่เมื่อสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ไม่มีแนวโน้มทำให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นหรือลดลงชัดเจน เนื่องจาก การประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีทำการแปลงข้อมูลแต่ละระยะเวลา ให้ข้อมูลไม่มีความสัมพันธ์กัน จะเห็นได้จากโครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ ρ และค่า RMSE ไม่มีแนวโน้มที่ชัดเจน

ตารางที่4.1.5 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย วิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 และ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน

C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		3 ระยะเวลา	4 ระยะเวลา	3 ระยะเวลา	4 ระยะเวลา
10%	0.1	5.09889	5.07603	5.09870	5.07598
	0.2	5.11859	5.06077	5.11842	5.06070
	0.3	5.13471	5.06757	5.13448	5.06741
	0.4	5.07863	5.07236	5.07819	5.07199
	0.5	5.08986	5.07035	5.08869	5.06944
	0.6	5.10497	5.04779	5.10261	5.04576
	0.7	5.10627	5.07980	5.10119	5.07557
	0.8	5.14165	5.10063	5.12764	5.09037
	0.9	5.11728	5.10457	5.09422	5.08321
20%	0.1	10.11400	10.17165	10.11360	10.17155
	0.2	10.22816	10.17063	10.22786	10.17048
	0.3	10.27757	10.16374	10.27714	10.16336
	0.4	10.21993	10.08769	10.21907	10.08686
	0.5	10.24371	10.17337	10.24145	10.17160
	0.6	10.28207	10.13368	10.27656	10.12988
	0.7	10.23565	10.11375	10.22484	10.10551
	0.8	10.22565	10.19226	10.19880	10.17412
	0.9	10.30719	10.25858	10.25857	10.21908
30%	0.1	15.34397	15.23786	15.34337	15.23769
	0.2	15.35026	15.27042	15.34987	15.27018
	0.3	15.37299	15.21476	15.37234	15.21427
	0.4	15.33154	15.17742	15.33029	15.17620
	0.5	15.24507	15.18299	15.24165	15.18042
	0.6	15.36618	15.18121	15.35809	15.17543
	0.7	15.41452	15.35953	15.39603	15.34667
	0.8	15.38082	15.25135	15.34730	15.22123
	0.9	15.40372	15.36609	15.32580	15.30122

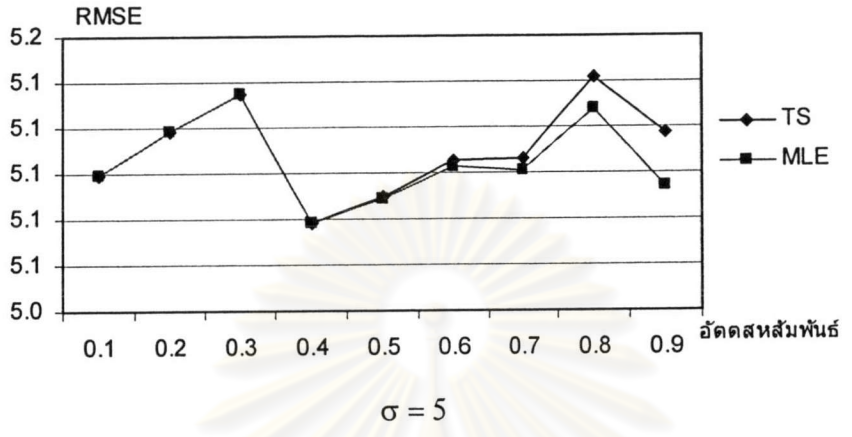
เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย กำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t–test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 4ระยะเวลา

ตารางที่4.1.6 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย วิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 และ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน

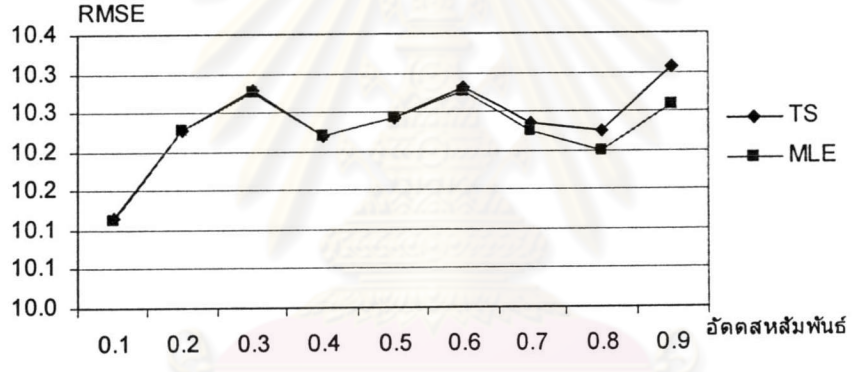
C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา	6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา
10%	0.1	5.05119	5.04173	5.05117	5.04173
	0.2	5.05587	5.02539	5.05584	5.02538
	0.3	5.05299	5.03075	5.05290	5.03071
	0.4	5.04144	5.03576	5.04120	5.03566
	0.5	5.05668	5.06850	5.05612	5.06824
	0.6	5.03632	5.04254	5.03494	5.04188
	0.7	5.02962	5.03899	5.02657	5.03733
	0.8	5.06368	5.04402	5.05645	5.03935
	0.9	5.05767	5.04605	5.03954	5.03177
20%	0.1	10.12555	10.10796	10.12553	10.10796
	0.2	10.08724	10.05702	10.08718	10.05700
	0.3	10.11382	10.07067	10.11362	10.07059
	0.4	10.06808	10.08551	10.06759	10.08529
	0.5	10.11004	10.10947	10.10890	10.10894
	0.6	10.11837	10.06971	10.11578	10.06829
	0.7	10.08773	10.06377	10.08156	10.06045
	0.8	10.07736	10.04580	10.06325	10.03599
	0.9	10.12198	10.11642	10.08425	10.08894
30%	0.1	15.10003	15.14859	15.09999	15.14859
	0.2	15.10029	15.10625	15.10019	15.10622
	0.3	15.16488	15.10518	15.16458	15.10507
	0.4	15.15670	15.12216	15.15606	15.12186
	0.5	15.12846	15.14721	15.12683	15.14643
	0.6	15.19870	15.10416	15.19469	15.10220
	0.7	15.14559	15.03533	15.13652	15.03038
	0.8	15.17416	15.15277	15.15207	15.13877
	0.9	15.22036	15.15685	15.16584	15.11837

เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย กำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t–test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 9 ระยะเวลา

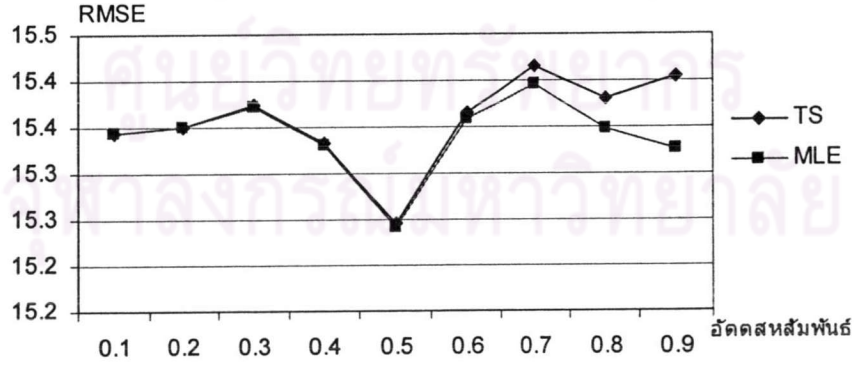
รูปที่4.1.9 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



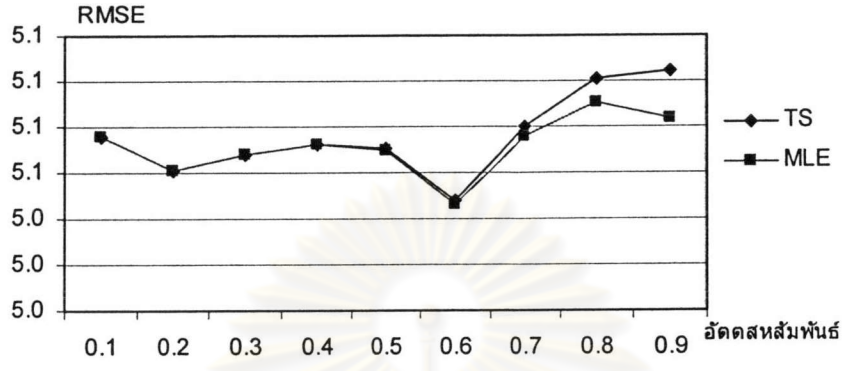
$\sigma = 10$



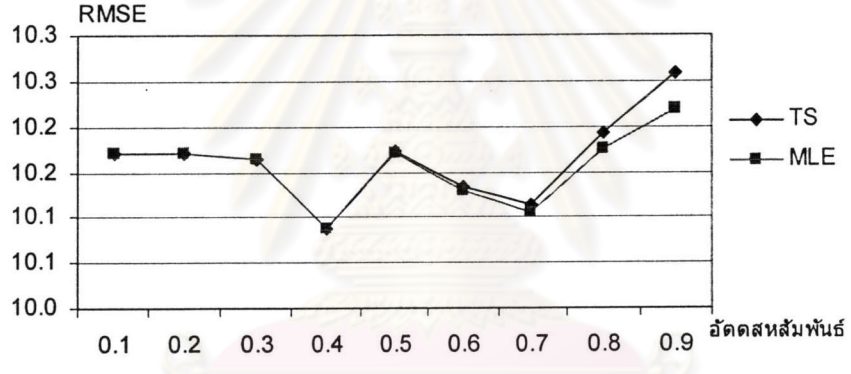
$\sigma = 15$

จากรูป 4.1.9 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

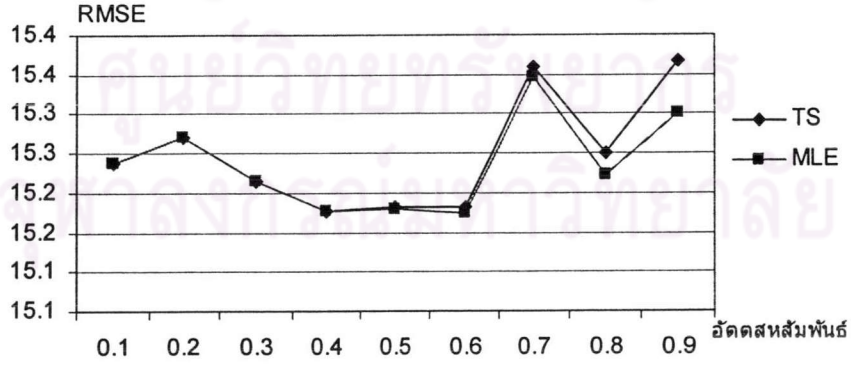
รูปที่4.1.10 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



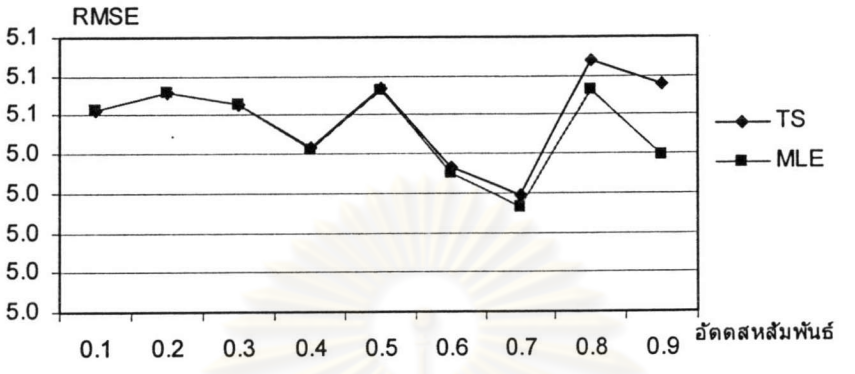
$\sigma = 10$



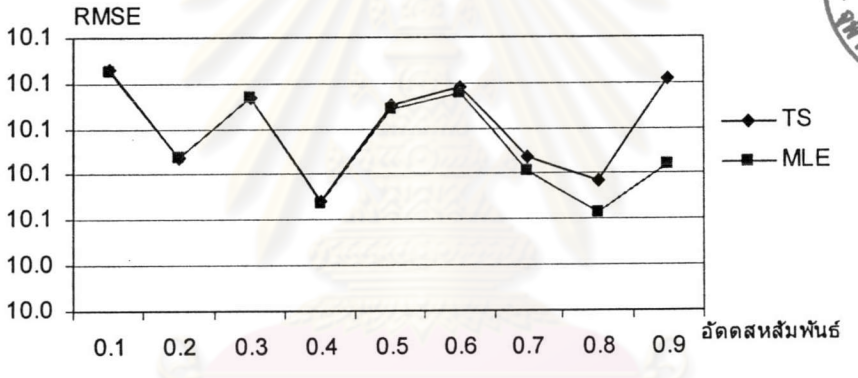
$\sigma = 15$

จากรูป 4.1.10 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

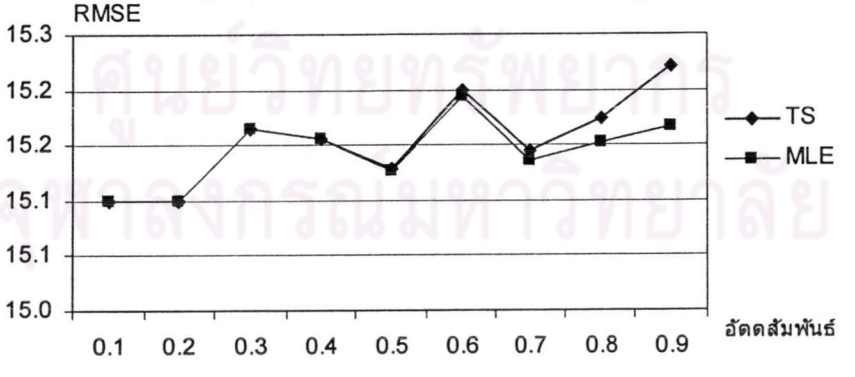
รูปที่4.1.11 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



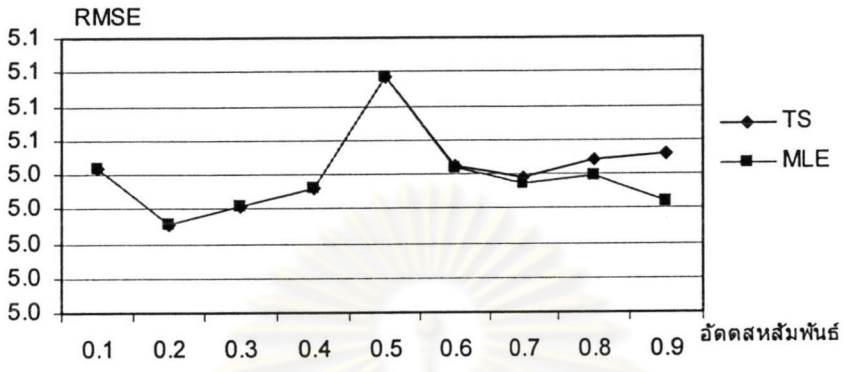
$\sigma = 10$



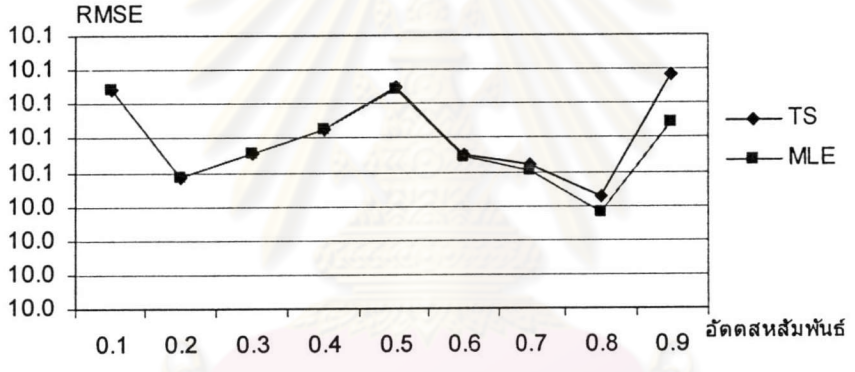
$\sigma = 15$

จากรูป 4.1.11 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

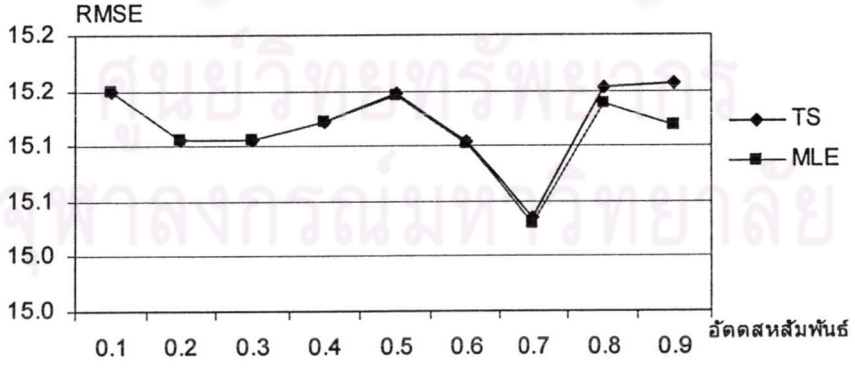
รูปที่4.1.12 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน



$\sigma = 5$



$\sigma = 10$



$\sigma = 15$

จากรูป 4.1.12 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์มากขึ้นค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

จากตารางที่ 4.1.5-4.1.6 แสดงการเปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน พบว่า ในทุก ๆ สถานการณ์วิธีความควรจะเป็นสูงสุด ให้ค่าน้อยกว่าวิธีการประมาณแบบสองขั้น เนื่องจากวิธีการประมาณแบบสองขั้นทำการประมาณ 2 รอบ โดยขั้นที่สองใช้ตัวประมาณที่ได้จากรอบแรกไปประมาณ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นทั้งจากการประมาณรอบแรกและการประมาณรอบที่สองความคลาดเคลื่อนจึงมีค่ามาก ส่วนการประมาณค่าด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดทำการประมาณเพียงครั้งเดียวความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นก็เลยน้อยกว่า และการประมาณด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดขั้นตอนการประมาณ $\hat{\rho}$ ยังพิจารณาตัวประมาณที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยด้วย

เมื่อสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มมากขึ้นการประมาณค่าทั้ง 2 วิธีมีแนวโน้มให้ค่า RMSE เพิ่มมากขึ้นเนื่องจาก โครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มทำให้ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมมากขึ้น ข้อมูลจึงมีการกระจายมากขึ้น การประมาณค่าจึงมีความผิดพลาดมากขึ้น

แต่ในทางตรงกันข้ามเมื่อระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำเพิ่มขึ้น ค่า RMSE มีแนวโน้มลดลง เนื่องจากเมื่อเพิ่มระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำทำให้จำนวนข้อมูลมากขึ้นดังนั้นความผิดพลาดในการประมาณค่าลดลง แต่เมื่อเพิ่มจำนวนระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำก็จะทำให้พารามิเตอร์ในตัวแบบเพิ่มขึ้น 2 ส่วน คือ พารามิเตอร์ผลกระทบจากระยะเวลา และพารามิเตอร์อิทธิพลร่วมระหว่างระยะเวลาการเก็บซ้ำและวิธีการทดลอง

นอกจากนี้ค่า RMSE มีค่าใกล้เคียงกับ ส่วนเบี่ยงเบนในการจำลอง เนื่องจากค่า RMSE ที่คำณวนเป็นค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้น และยังใช้เป็นตัวประมาณของส่วนเบี่ยงเบน σ และเมื่อพิจารณาค่า RMSE เมื่อแผนแบบการทดลองมีขนาดเพิ่มขึ้น ค่า RMSE มีแนวโน้มลดลง

รูปที่ 4.1.9-4.1.12 แสดงความสัมพันธ์ของค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย RMSE และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางเดียวกัน จะเห็นว่า เมื่อค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มมากขึ้น แนวโน้มในการประมาณค่าพารามิเตอร์ทำให้ค่า RMSE แตกต่างกันมากขึ้น เนื่องจากเมื่อค่า ρ เพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนเพิ่มขึ้น การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบสองขั้นไม่ได้พิจารณาความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนแรกทำให้เมื่อข้อมูลมีการกระจายมากความผิดพลาดในการประมาณจึงมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย แต่เมื่อสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ไม่มีแนวโน้มทำให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นหรือลดลงชัดเจน เนื่องจาก การประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีทำการแปลงข้อมูลแต่ละระยะเวลา ให้ข้อมูลไม่มีความสัมพันธ์กัน จะเห็นได้จากโครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ ρ และค่า RMSE ไม่มีแนวโน้มที่ชัดเจน

ตารางที่4.1.7 การทดสอบสมมติฐานปัจจัยที่มีผลต่อค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย กรณีสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ทิศทางเดียวกัน

ปัจจัย	P-Value
สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์	0.409
สัมประสิทธิ์ความผันแปร	0.000**
ขนาดของแผนการทดลอง	0.000**
ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำ	0.000**

หมายเหตุ ** หมายถึง มีความแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

การทดสอบสมมติฐานสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์

H_0 : สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์แต่ละระดับให้ค่า RMSE ไม่แตกต่างกัน

H_1 : สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์แต่ละระดับให้ค่า RMSE แตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่

จากตาราง ผลการทดสอบสมมติฐาน ได้ว่า ที่สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ต่างระดับกันให้ค่า RMSE ไม่แตกต่างกัน P-Value = 0.409

การทดสอบสมมติฐานสัมประสิทธิ์ความผันแปร

H_0 : สัมประสิทธิ์ความผันแปรแต่ละระดับให้ค่า RMSE ไม่แตกต่างกัน

H_1 : สัมประสิทธิ์ความผันแปรแต่ละระดับให้ค่า RMSE แตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่

จากตาราง ผลของการทดสอบสมมติฐาน ได้ว่า ที่สัมประสิทธิ์ความผันแปรต่างระดับกันให้ค่า RMSE แตกต่างกัน P-Value < 0.01

การทดสอบสมมติฐานขนาดของแผนการทดลง

H_0 : ขนาดของแผนการทดลองต่างกันให้ค่า RMSE ไม่แตกต่างกัน

H_1 : ขนาดของแผนการทดลองต่างกันให้ค่า RMSE แตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่

จากตาราง ผลของการทดสอบสมมติฐาน ได้ว่า ที่ขนาดของแผนการทดลองต่างขนาดกันให้ค่า RMSE แตกต่างกัน P-Value < 0.01

การทดสอบสมมติฐานระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำ

H_0 : ที่ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำต่างกันให้ค่า RMSE ไม่แตกต่างกัน

H_1 : ที่ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำต่างกันให้ค่า RMSE แตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตาราง ผลการทดสอบสมมติฐาน ได้ว่า ที่ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำต่างกัน ให้ค่า RMSE แตกต่างกัน P-Value < 0.01

ปัจจัยที่มีผลต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ คือ

- สัมประสิทธิ์ความผันแปร
- ขนาดของแผนการทดลอง
- ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำ

ปัจจัยที่ไม่ส่งผลต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ คือ

- สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2 ผลการเปรียบเทียบเมื่อสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม

โครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมจะเห็นว่าประกอบด้วยพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ (ρ) มีค่าอยู่ระหว่าง –1 ถึง 1 และองค์ประกอบความแปรปรวน σ^2 มีค่ามากกว่า 0 กรณีค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ทิศทางตรงข้าม ความแปรปรวนร่วมระหว่างระยะเวลาบางจุดมีค่าเป็นบวกและบางจุดจะมีค่าเป็นลบได้ ถ้าค่าสัมบูรณ์ของอัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้นความแปรปรวนและค่าสัมบูรณ์ของความแปรปรวนร่วมของข้อมูลจะมีค่าเพิ่มขึ้น เช่นเดียวกันกับกรณีที่ σ^2 มีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อทำการเก็บข้อมูลระยะเวลาซ้ำเพิ่มขึ้นความแปรปรวนของข้อมูลระยะเวลานั้นก็จะเพิ่มขึ้น

จากตาราง4.2.1-4.2.6 และรูปที่ 4.2.1-4.2.12 แสดงการเปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย RMSE ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับแผนการทดลอง 3x3 4x4 และ 5x5 จัตุรัสละติน เมื่อสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม ผลการวิจัยได้ว่าทุก ๆ สถานการณ์ วิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่า RMSE ต่ำกว่าวิธีการประมาณแบบสองขั้น เพราะว่าวิธีการประมาณแบบสองขั้นทำการประมาณ 2 รอบ โดยขั้นที่สองใช้ตัวประมาณที่ได้จากรอบแรกไปประมาณ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นทั้งจากการประมาณรอบแรกและการประมาณรอบที่สองความคลาดเคลื่อนจึงมีค่ามาก ส่วนการประมาณค่าด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดทำการประมาณเพียงครั้งเดียวความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นก็เลยน้อยกว่า และการประมาณด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดขั้นตอนการประมาณ $\hat{\rho}$ ยังพิจารณาตัวประมาณที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยด้วย โดยเฉลี่ยแล้วค่า RMSE ที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าส่วนเบี่ยงเบนที่ใช้จำลองข้อมูล (σ) เนื่องจาก RMSE เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นและเป็นตัวประมาณของ σ เมื่อค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้นการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีจะแตกต่างกันมากขึ้น เนื่องจากเมื่อค่าสัมบูรณ์ของ ρ เพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนเพิ่มขึ้น การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบสองขั้นไม่ได้พิจารณาความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนแรก เมื่อข้อมูลมีการกระจายมากความผิดพลาดในการประมาณจึงมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย

เมื่อค่าสัมบูรณ์สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่า RMSE ไม่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นหรือลดลงชัดเจน เนื่องจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 2 วิธี จะมีการแปลงข้อมูลแต่ละระยะเวลาให้ข้อมูลไม่มีความสัมพันธ์กันโดยจะเห็นได้จากโครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมหลังจากการแปลงมีเฉพาะพารามิเตอร์ σ^2 เท่านั้น ความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ ρ และค่า RMSE จึงไม่มีแนวโน้มที่ชัดเจนกรณีค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น แต่ค่า RMSE จะมีแนวโน้มกับ สัมประสิทธิ์ความผันแปร (C.V.) ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำ และขนาดของแผนการทดลอง กล่าวคือ

เมื่อสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มขึ้น ที่ระยะเวลาการเก็บซ้ำ และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์คงที่ การประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 2 วิธี มีแนวโน้มให้ค่าประมาณ RMSE เพิ่มขึ้น เนื่องจากโดยปกติแล้วเมื่อความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น ความผิดพลาดในการประมาณค่าจะเพิ่มขึ้นด้วย จะเห็นว่าความคลาดเคลื่อนของข้อมูลในกรณีนี้จะอยู่ในรูปเมทริกซ์ ซึ่งประกอบด้วยพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ ρ และ σ^2 เมื่อค่า σ^2 เพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนของข้อมูลเพิ่มมากขึ้น

เมื่อจำนวนซ้ำในการเก็บข้อมูลเพิ่มขึ้น ที่สัมประสิทธิ์ความผันแปร และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์คงที่ การประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 2 วิธีมีแนวโน้มให้ RMSE ลดลง เพราะว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นความผิดพลาดในการประมาณค่าจะแปรผกผันกับ จำนวนข้อมูลที่ใช้ประมาณ ทำให้เมื่อจำนวนข้อมูลเพิ่มขึ้นการประมาณค่าจะได้ค่าใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์มากขึ้น ซึ่งเมื่อทำการเพิ่มจำนวนระยะเวลาการเก็บซ้ำก็จะได้จำนวนข้อมูลที่ใช้ประมาณค่าเพิ่มขึ้นทำให้การประมาณดีขึ้น แต่เมื่อเพิ่มระยะเวลาการเก็บซ้ำกรณีนี้จะเพิ่มจำนวนพารามิเตอร์ในการประมาณค่าด้วย ในส่วนนี้จะทำให้การประมาณค่ามีความผิดพลาดมากขึ้น

เมื่อเพิ่มขนาดของแผนการทดลอง การประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มให้ค่า RMSE ลดลง เนื่องจากเมื่อเราเพิ่มขนาดของแผนการทดลองก็จะทำให้มีข้อมูลในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากขึ้น สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ดีขึ้น แต่ขนาดแผนการทดลองจะขึ้นอยู่กับระดับปัจจัยที่ใช้ทดลอง และเมื่อทำการเพิ่มขนาดของแผนการทดลองก็จะทำให้พารามิเตอร์ในตัวแบบเพิ่มขึ้น ทำให้เกิดความผิดพลาดในส่วนนี้ขึ้นด้วย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่4.2.1 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 และ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม

C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		3 ระยะเวลา	4 ระยะเวลา	3 ระยะเวลา	4 ระยะเวลา
10%	-0.1	5.59721	5.40980	5.58670	5.40821
	-0.2	5.66718	5.39288	5.65215	5.39015
	-0.3	5.63092	5.44223	5.60785	5.43881
	-0.4	5.70143	5.42922	5.67417	5.42454
	-0.5	5.74090	5.46954	5.69953	5.46448
	-0.6	5.67437	5.50153	5.61584	5.49266
	-0.7	5.81821	5.46250	5.73635	5.45067
	-0.8	5.79252	5.47251	5.67473	5.45446
	-0.9	5.81972	5.46608	5.65864	5.43647
20%	-0.1	11.21621	10.81035	11.18901	10.80677
	-0.2	11.20144	10.79271	11.17014	10.78845
	-0.3	11.28781	10.76142	11.24920	10.75608
	-0.4	11.33225	10.91636	11.27438	10.90775
	-0.5	11.28151	10.87716	11.19658	10.86566
	-0.6	11.43878	10.82868	11.32553	10.81264
	-0.7	11.50713	10.93560	11.34787	10.91107
	-0.8	11.44611	10.95301	11.23162	10.91616
	-0.9	11.60163	10.93458	11.27044	10.87397
30%	-0.1	16.86035	16.13910	16.82443	16.13449
	-0.2	17.13676	16.27216	17.09821	16.26493
	-0.3	17.19872	16.32496	17.13445	16.31553
	-0.4	17.20149	16.42035	17.10096	16.40887
	-0.5	17.06170	16.34963	16.94784	16.33244
	-0.6	17.18984	16.46131	17.00128	16.43464
	-0.7	17.23766	16.40973	16.98741	16.37337
	-0.8	17.46001	16.44696	17.11006	16.39078
	-0.9	17.25057	16.41930	16.78532	16.33505

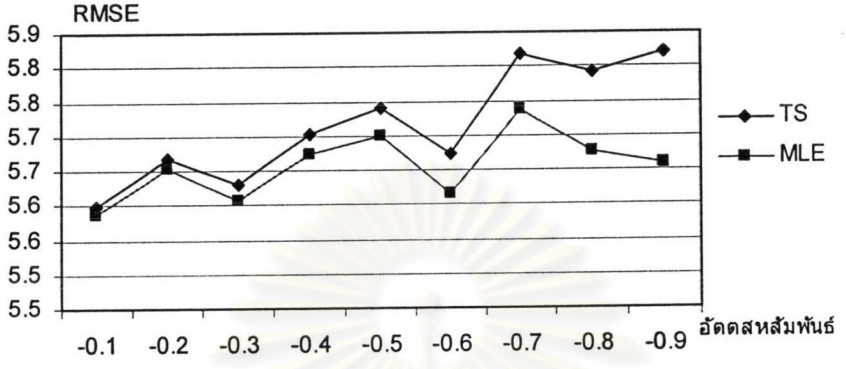
เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยกำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t-test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 4 ระยะเวลา

ตารางที่4.2.2 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 และ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม

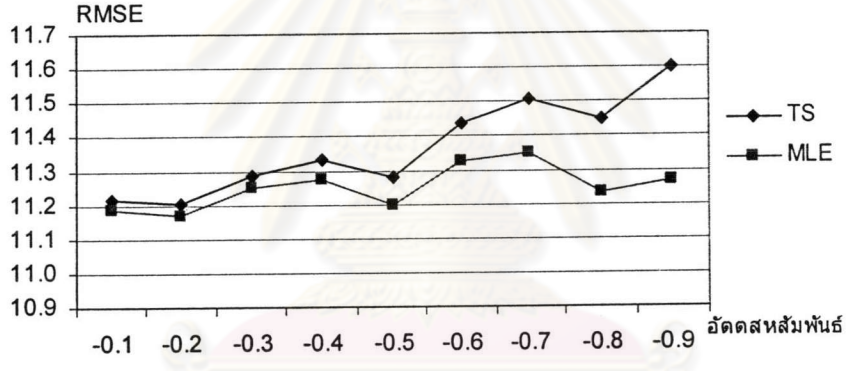
C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา	6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา
10%	-0.1	5.22042	5.15210	5.22024	5.15207
	-0.2	5.28437	5.14757	5.28409	5.14752
	-0.3	5.28170	5.15114	5.28126	5.15107
	-0.4	5.23748	5.17803	5.23685	5.17792
	-0.5	5.22115	5.18182	5.22025	5.18165
	-0.6	5.26536	5.17196	5.26404	5.17170
	-0.7	5.30545	5.14617	5.30335	5.14573
	-0.8	5.29509	5.17911	5.29171	5.17827
	-0.9	5.26588	5.14350	5.25922	5.14182
20%	-0.1	10.53633	10.28609	10.53590	10.28603
	-0.2	10.63067	10.33130	10.63010	10.33121
	-0.3	10.43396	10.30978	10.43319	10.30964
	-0.4	10.54036	10.27643	10.53908	10.27620
	-0.5	10.46637	10.30000	10.46440	10.29967
	-0.6	10.49089	10.33894	10.48820	10.33844
	-0.7	10.54929	10.34347	10.54474	10.34257
	-0.8	10.46151	10.37920	10.45469	10.37742
	-0.9	10.51560	10.36916	10.50319	10.36555
30%	-0.1	15.78781	15.44028	15.78720	15.44021
	-0.2	15.68778	15.48344	15.68666	15.48327
	-0.3	15.71823	15.46621	15.71692	15.46600
	-0.4	15.72809	15.46944	15.72634	15.46912
	-0.5	15.88163	15.56648	15.87903	15.56591
	-0.6	15.85060	15.46867	15.84637	15.46791
	-0.7	15.68454	15.50229	15.67804	15.50100
	-0.8	15.84484	15.43279	15.83415	15.43026
	-0.9	15.93806	15.47546	15.91733	15.47012

เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยกำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t-test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 9 ระยะเวลา

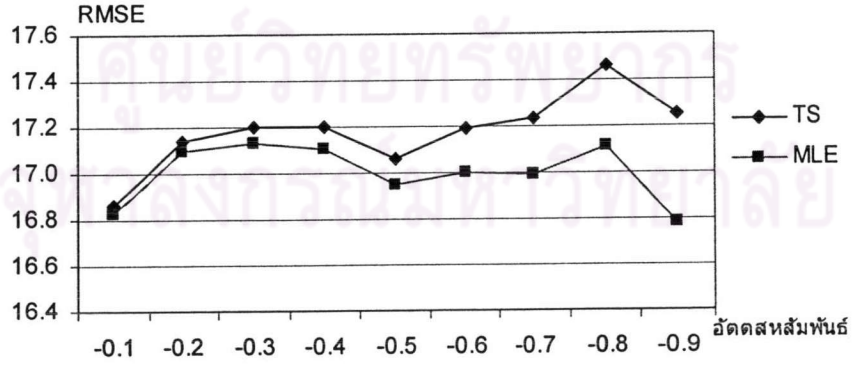
รูปที่4.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



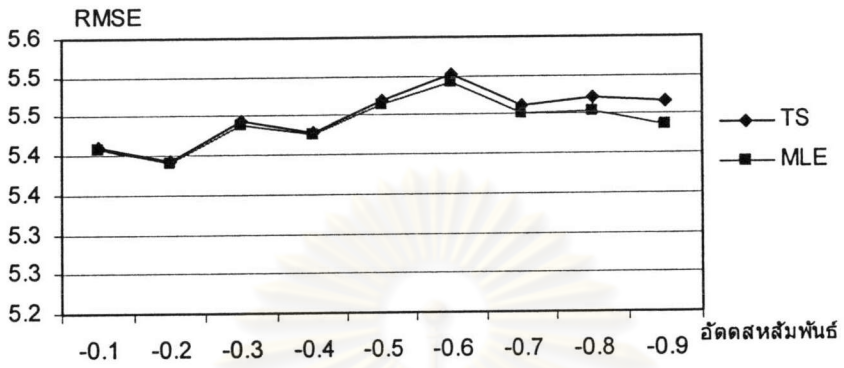
$\sigma = 10$



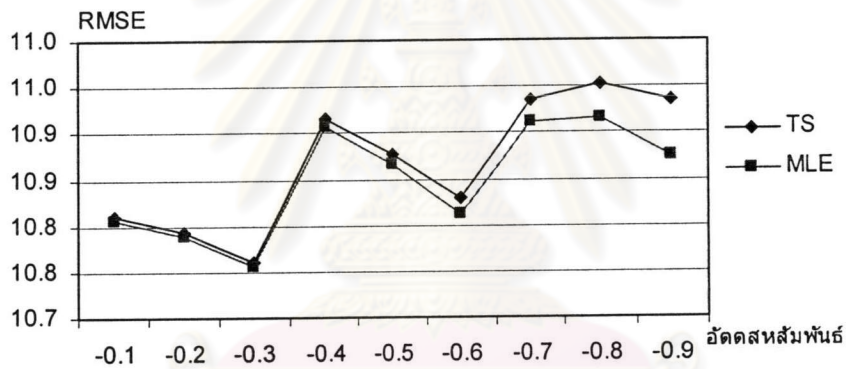
$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.1 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

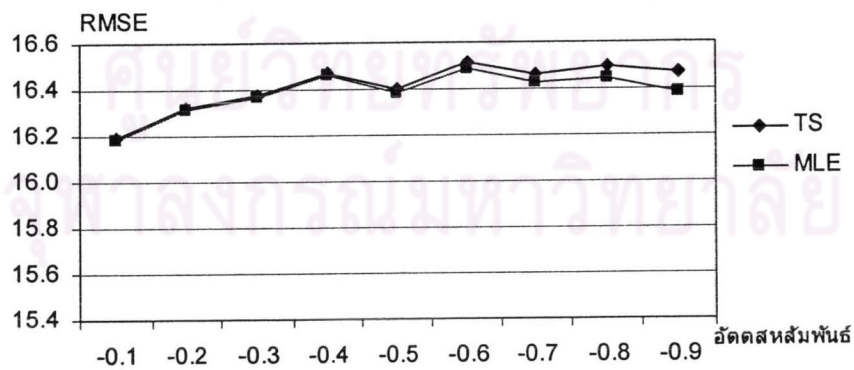
รูปที่4.2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



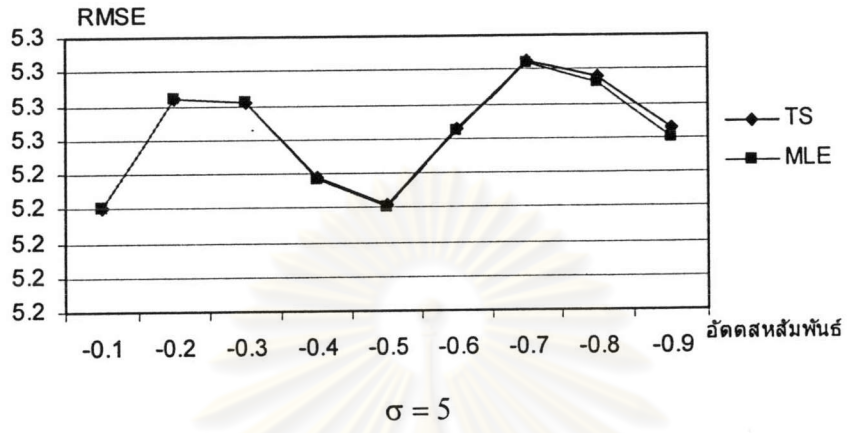
$\sigma = 10$



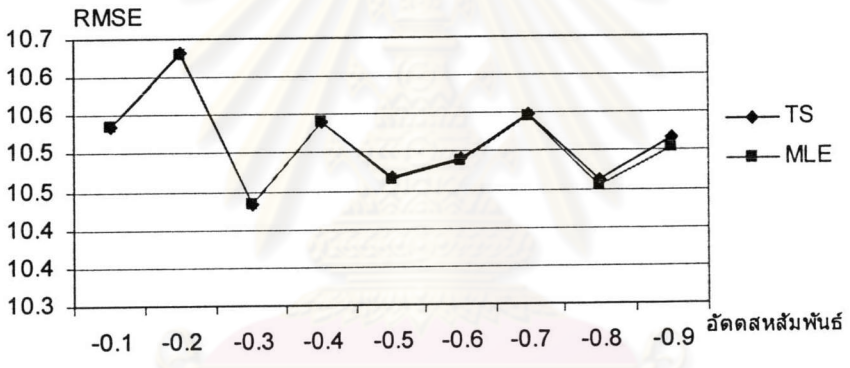
$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.2 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

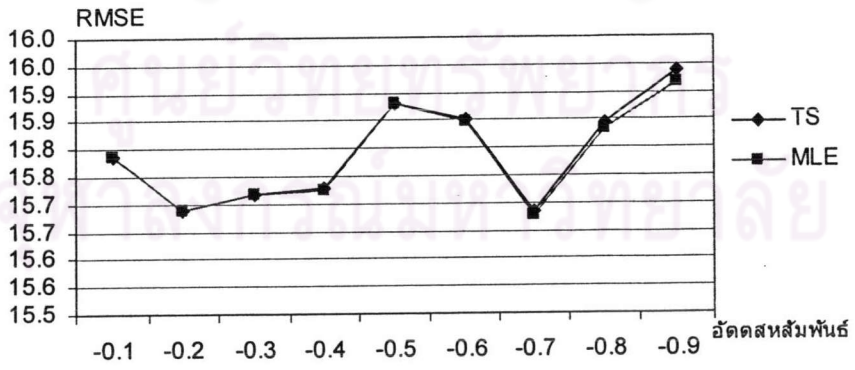
รูปที่4.2.3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



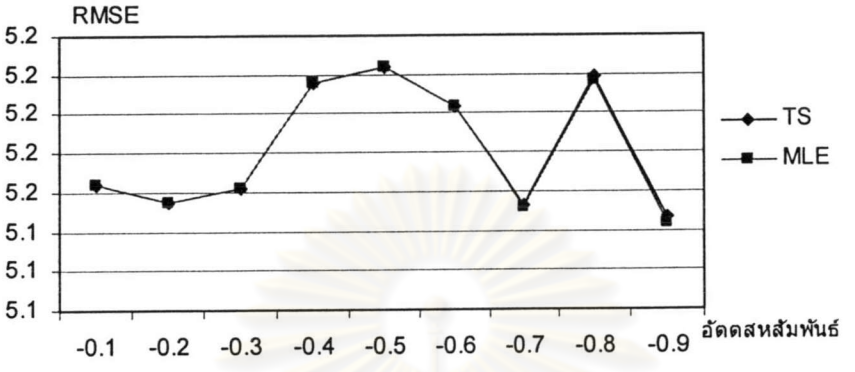
$\sigma = 10$



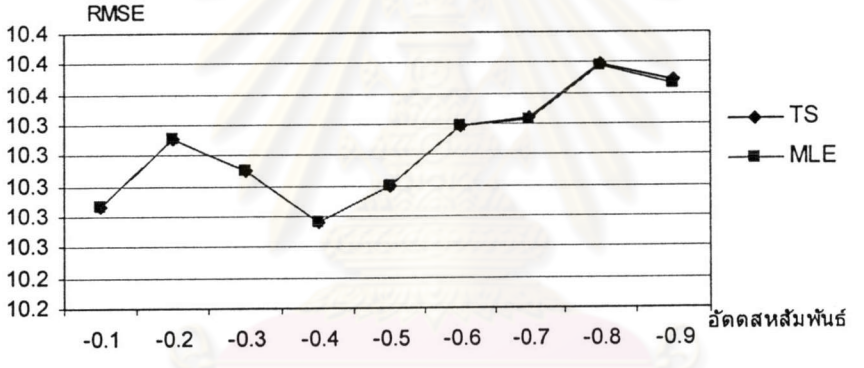
$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.3 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

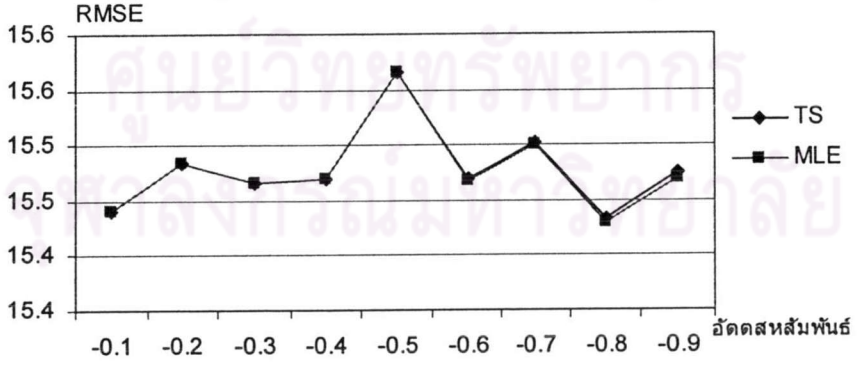
รูปที่4.2.4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



$\sigma = 10$



$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.4 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

จากตารางที่ 4.2.1-4.2.2 แสดงการเปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม พบว่า ในทุก ๆ สถานการณ์วิธีความควรจะเป็นสูงสุด ให้ค่าน้อยกว่าวิธีการประมาณแบบสองขั้น เนื่องจากวิธีการประมาณแบบสองขั้นทำการประมาณ 2 รอบ โดยขั้นที่สองใช้ตัวประมาณที่ได้จากรอบแรกไปประมาณ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นทั้งจากการประมาณรอบแรกและการประมาณรอบที่สองความคลาดเคลื่อนจึงมีค่ามาก ส่วนการประมาณค่าด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดทำการประมาณเพียงครั้งเดียวความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นก็เลยน้อยกว่า และการประมาณด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดขั้นตอนการประมาณ $\hat{\rho}$ ยังพิจารณาตัวประมาณที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยด้วย

เมื่อสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มมากขึ้นการประมาณค่าทั้ง 2 วิธีมีแนวโน้มให้ค่า RMSE เพิ่มมากขึ้นเนื่องจาก โครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มทำให้ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมมากขึ้น ข้อมูลจึงมีการกระจายมากขึ้น การประมาณค่าจึงมีความผิดพลาดมากขึ้น

แต่ในทางตรงกันข้ามเมื่อระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำเพิ่มขึ้น ค่า RMSE มีแนวโน้มลดลง เนื่องจากเมื่อเพิ่มระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำทำให้จำนวนข้อมูลมากขึ้นดังนั้นความผิดพลาดในการประมาณค่าลดลง แต่เมื่อเพิ่มจำนวนระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำก็จะทำให้พารามิเตอร์ในตัวแบบเพิ่มขึ้น 2 ส่วน คือ พารามิเตอร์ผลกระทบจากระยะเวลา และพารามิเตอร์อิทธิพลร่วมระหว่างระยะเวลาการเก็บซ้ำและวิธีการทดลอง

นอกจากนี้ค่า RMSE มีค่าใกล้เคียงกับ ส่วนเบี่ยงเบนในการจำลอง เนื่องจากค่า RMSE ที่คำณวนเป็นค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้น และยังใช้เป็นตัวประมาณของส่วนเบี่ยงเบน σ

รูปที่ 4.2.1-4.2.4 แสดงความสัมพันธ์ของค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย RMSE และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม จะเห็นว่า เมื่อค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มมากขึ้นแนวโน้มในการประมาณค่าพารามิเตอร์ทำให้ค่า RMSE แตกต่างกันมากขึ้น เนื่องจากเมื่อค่าสัมบูรณ์ของ ρ เพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนเพิ่มขึ้น การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบสองขั้นไม่ได้พิจารณาความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนแรกทำให้เมื่อข้อมูลมีการกระจายมากความผิดพลาดในการประมาณจึงมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย แต่เมื่อค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ไม่มีแนวโน้มทำให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นหรือลดลงชัดเจน เนื่องจาก การประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีทำการแปลงข้อมูลแต่ละระยะเวลา ให้ข้อมูลไม่มีความสัมพันธ์กัน จะเห็นได้จากโครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ ρ และค่า RMSE ไม่มีแนวโน้มที่ชัดเจน

ตารางที่4.2.3 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 และ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม

C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		3 ระยะเวลา	4 ระยะเวลา	3 ระยะเวลา	4 ระยะเวลา
10%	-0.1	5.24956	5.16180	5.24738	5.16130
	-0.2	5.21135	5.15799	5.20774	5.15741
	-0.3	5.19537	5.20889	5.18893	5.20796
	-0.4	5.27039	5.20128	5.26085	5.19987
	-0.5	5.32481	5.15536	5.31081	5.15345
	-0.6	5.25485	5.17380	5.23440	5.17075
	-0.7	5.31307	5.15527	5.27965	5.15092
	-0.8	5.31181	5.19213	5.26561	5.18473
	-0.9	5.37306	5.23069	5.30042	5.21864
20%	-0.1	10.51606	10.34750	10.51209	10.34667
	-0.2	10.51824	10.39970	10.51114	10.39838
	-0.3	10.56283	10.44047	10.55175	10.43847
	-0.4	10.41247	10.40747	10.39582	10.40483
	-0.5	10.50230	10.40123	10.47621	10.39702
	-0.6	10.59437	10.41619	10.55368	10.41081
	-0.7	10.52732	10.39569	10.46814	10.38677
	-0.8	10.63992	10.44753	10.54773	10.43182
	-0.9	10.74317	10.38491	10.60092	10.36115
30%	-0.1	15.71713	15.45655	15.71111	15.45527
	-0.2	15.93083	15.45847	15.91863	15.45658
	-0.3	15.77797	15.50251	15.76224	15.49987
	-0.4	15.73213	15.48706	15.70584	15.48283
	-0.5	15.88949	15.53881	15.85061	15.53287
	-0.6	15.95465	15.55204	15.89042	15.54335
	-0.7	15.78170	15.56963	15.68564	15.55582
	-0.8	15.98605	15.59886	15.84962	15.57688
	-0.9	15.85611	15.54870	15.65146	15.51223

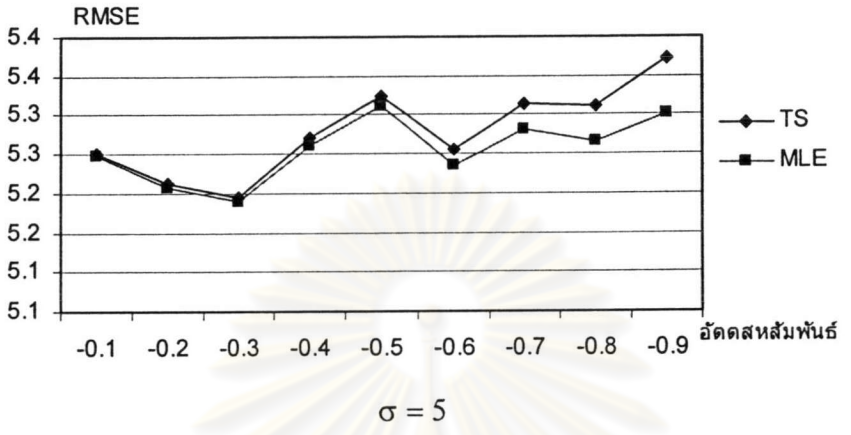
เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยกำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t-test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 4 ระยะเวลา

ตารางที่4.2.4 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 และ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม

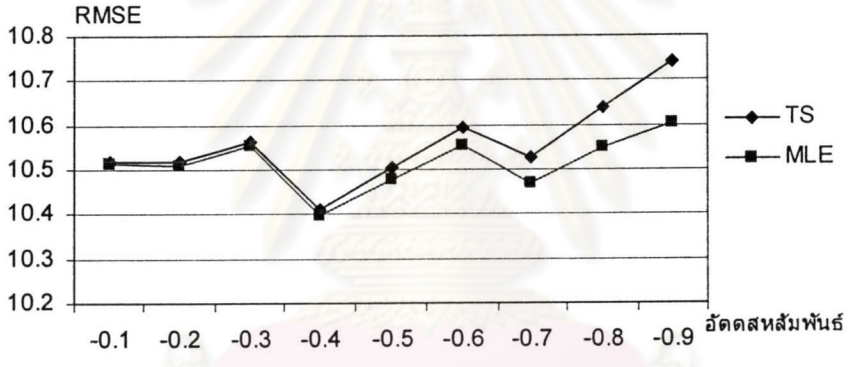
C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา	6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา
10%	-0.1	5.09976	5.07300	5.09969	5.07300
	-0.2	5.12130	5.05976	5.12118	5.05975
	-0.3	5.11727	5.07098	5.11709	5.07095
	-0.4	5.12706	5.09029	5.12680	5.09024
	-0.5	5.11991	5.06289	5.11956	5.06281
	-0.6	5.09779	5.09707	5.09715	5.09695
	-0.7	5.11817	5.07233	5.11726	5.07213
	-0.8	5.12443	5.09107	5.12283	5.09068
	-0.9	5.10742	5.07499	5.10404	5.07412
20%	-0.1	10.19907	10.15397	10.19896	10.15395
	-0.2	10.21273	10.13164	10.21251	10.13160
	-0.3	10.21535	10.14809	10.21503	10.14802
	-0.4	10.19710	10.15699	10.19660	10.15688
	-0.5	10.26696	10.16973	10.26622	10.16958
	-0.6	10.24612	10.14205	10.24493	10.14182
	-0.7	10.15324	10.18442	10.15131	10.18403
	-0.8	10.23105	10.12708	10.22791	10.12634
	-0.9	10.24163	10.13164	10.23560	10.12982
30%	-0.1	15.30912	15.22351	15.30895	15.22348
	-0.2	15.30158	15.22192	15.30130	15.22187
	-0.3	15.30377	15.21930	15.30328	15.21921
	-0.4	15.34145	15.22912	15.34068	15.22897
	-0.5	15.33743	15.23416	15.33629	15.23395
	-0.6	15.37713	15.19684	15.37546	15.19650
	-0.7	15.39773	15.20084	15.39487	15.20024
	-0.8	15.46809	15.24329	15.46341	15.24209
	-0.9	15.26747	15.23934	15.25833	15.23664

เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยกำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t–test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 9 ระยะเวลา

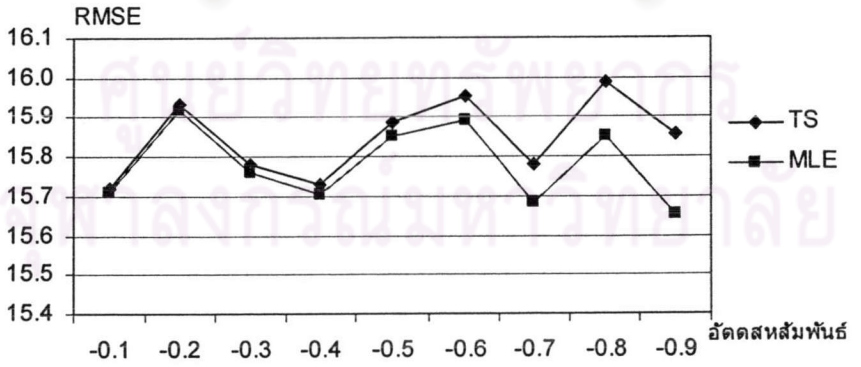
รูปที่4.2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



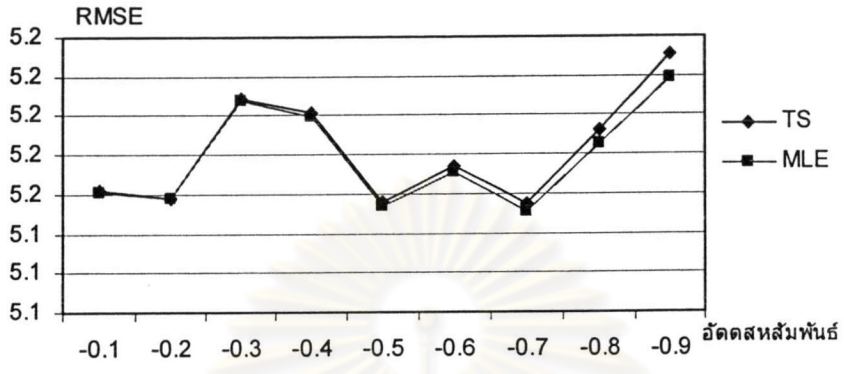
$\sigma = 10$



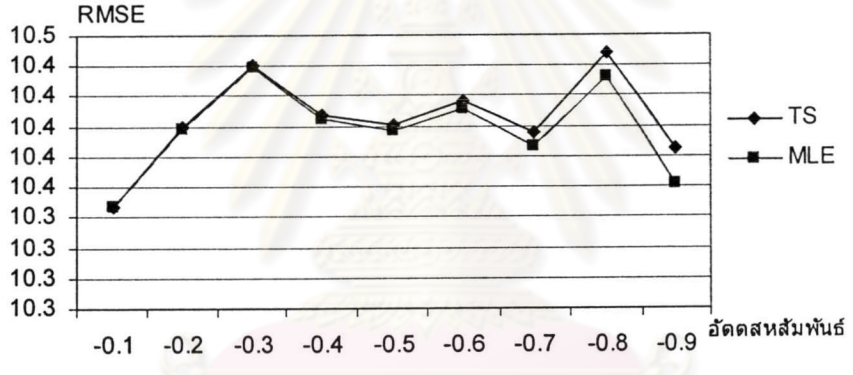
$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.5 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

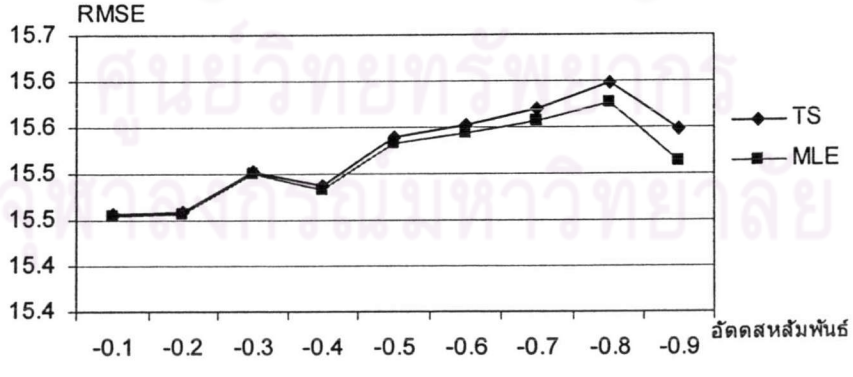
รูปที่4.2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



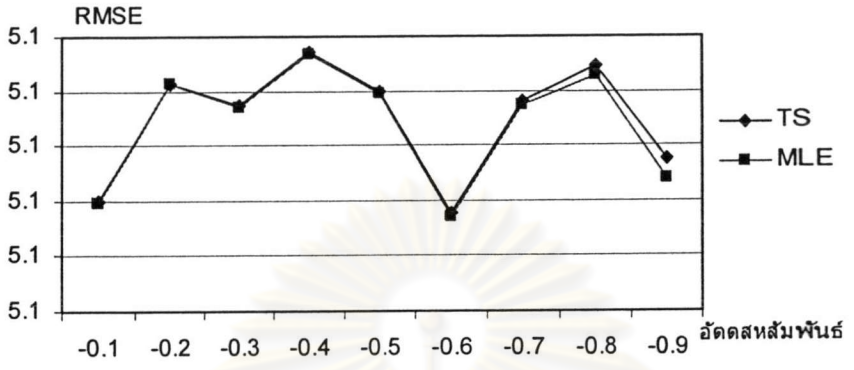
$\sigma = 10$



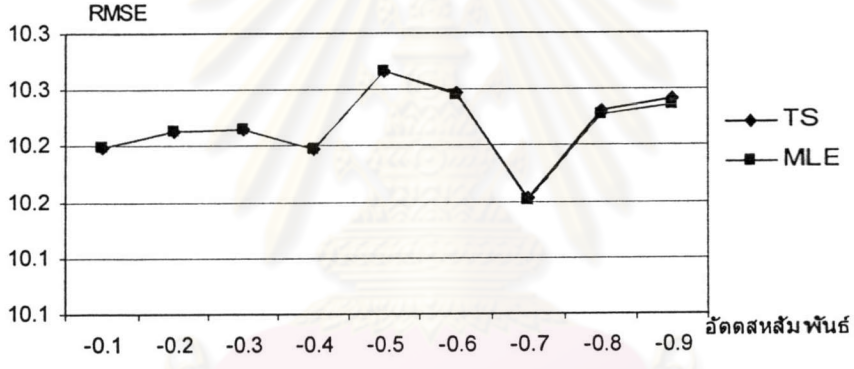
$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.6 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

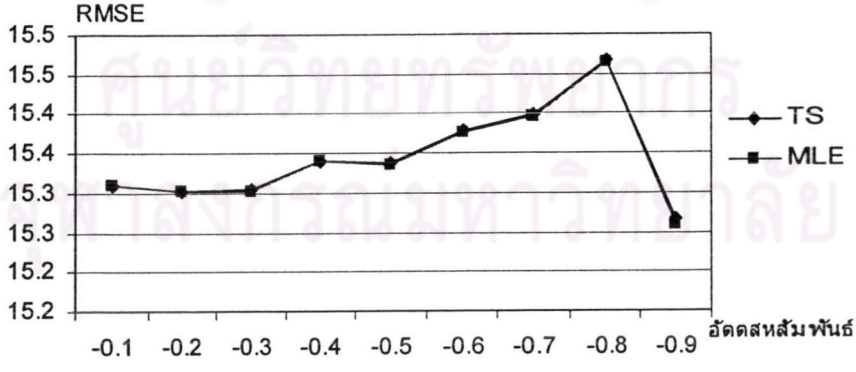
รูปที่4.2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



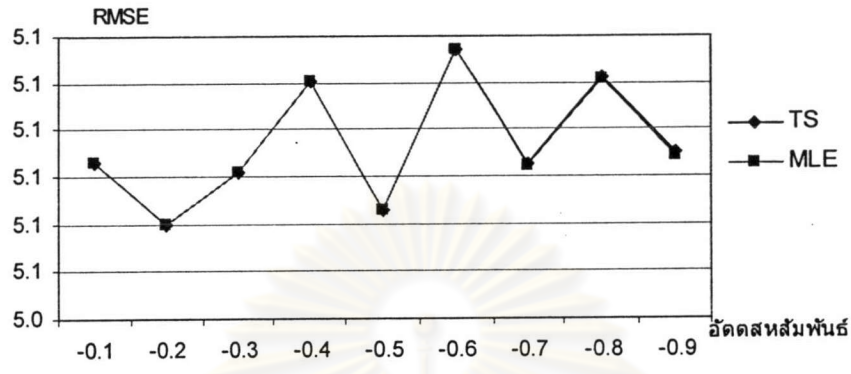
$\sigma = 10$



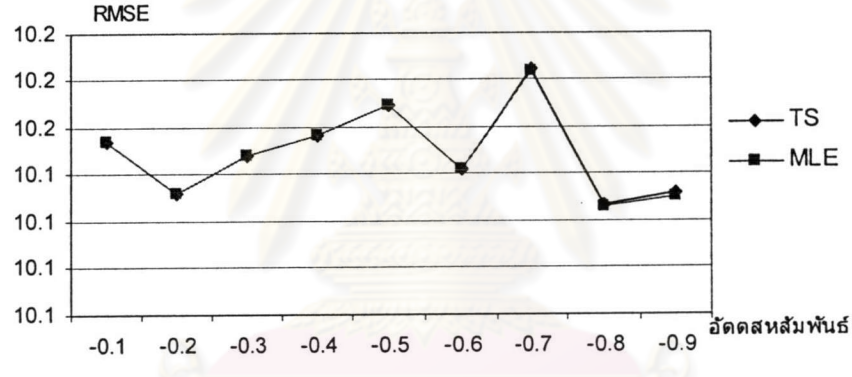
$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.7 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

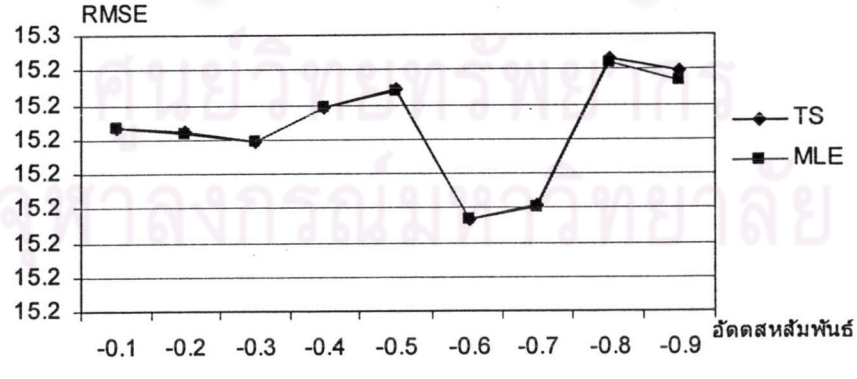
รูปที่4.2.8 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 4x4 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



$\sigma = 10$



$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.8 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

จากตารางที่ 4.2.3-4.2.4 แสดงการเปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม พบว่า ในทุก ๆ สถานการณ์วิธีความควรจะเป็นสูงสุด ให้ค่าน้อยกว่าวิธีการประมาณแบบสองขั้น เนื่องจากวิธีการประมาณแบบสองขั้นทำการประมาณ 2 รอบ โดยขั้นที่สองใช้ตัวประมาณที่ได้จากรอบแรกไปประมาณ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นทั้งจากการประมาณรอบแรกและการประมาณรอบที่สองความคลาดเคลื่อนจึงมีค่ามาก ส่วนการประมาณค่าด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดทำการประมาณเพียงครั้งเดียวความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นก็เลยน้อยกว่า และการประมาณด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดขั้นตอนการประมาณ $\hat{\rho}$ ยังพิจารณาตัวประมาณที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยด้วย

เมื่อสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มมากขึ้นการประมาณค่าทั้ง 2 วิธีมีแนวโน้มให้ค่า RMSE เพิ่มมากขึ้นเนื่องจาก โครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มทำให้ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมมากขึ้น ข้อมูลจึงมีการกระจายมากขึ้น การประมาณค่าจึงมีความผิดพลาดมากขึ้น

แต่ในทางตรงกันข้ามเมื่อระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำเพิ่มขึ้น ค่า RMSE มีแนวโน้มลดลง เนื่องจากเมื่อเพิ่มระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำทำให้จำนวนข้อมูลมากขึ้นดังนั้นความผิดพลาดในการประมาณค่าลดลง แต่เมื่อเพิ่มจำนวนระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำก็จะทำให้พารามิเตอร์ในตัวแบบเพิ่มขึ้น 2 ส่วน คือ พารามิเตอร์ผลกระทบจากระยะเวลา และพารามิเตอร์อิทธิพลร่วมระหว่างระยะเวลาการเก็บซ้ำและวิธีการทดลอง

นอกจากนี้ค่า RMSE มีค่าใกล้เคียงกับ ส่วนเบี่ยงเบนในการจำลอง เนื่องจากค่า RMSE ที่คำณวนเป็นค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้น และยังใช้เป็นตัวประมาณของส่วนเบี่ยงเบน σ

รูปที่ 4.2.5-4.2.8 แสดงความสัมพันธ์ของค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย RMSE และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม จะเห็นว่า เมื่อค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มมากขึ้นแนวโน้มในการประมาณค่าพารามิเตอร์ทำให้ค่า RMSE แตกต่างกันมากขึ้น เนื่องจากเมื่อค่าสัมบูรณ์ของ ρ เพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนเพิ่มขึ้น การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบสองขั้นไม่ได้พิจารณาความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนแรกทำให้เมื่อข้อมูลมีการกระจายมากความผิดพลาดในการประมาณจึงมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย แต่เมื่อค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ไม่มีแนวโน้มทำให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นหรือลดลงชัดเจน เนื่องจาก การประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีทำการแปลงข้อมูลแต่ละระยะเวลา ให้ข้อมูลไม่มีความสัมพันธ์กัน จะเห็นได้จากโครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ ρ และค่า RMSE ไม่มีแนวโน้มที่ชัดเจน

ตารางที่4.2.5 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 และ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม

C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		3ระยะเวลา	4ระยะเวลา	3ระยะเวลา	4ระยะเวลา
10%	-0.1	5.10495	5.09552	5.10421	5.09537
	-0.2	5.11057	5.08760	5.10927	5.08731
	-0.3	5.13220	5.08771	5.12988	5.08726
	-0.4	5.16146	5.09879	5.15756	5.09809
	-0.5	5.16373	5.09656	5.15700	5.09547
	-0.6	5.14237	5.09229	5.13218	5.09068
	-0.7	5.13995	5.11461	5.12427	5.11211
	-0.8	5.16567	5.09145	5.14129	5.08730
	-0.9	5.19011	5.09819	5.15193	5.09176
20%	-0.1	10.19747	10.17903	10.19587	10.17871
	-0.2	10.26160	10.18198	10.25888	10.18143
	-0.3	10.26841	10.20887	10.26399	10.20792
	-0.4	10.22054	10.26394	10.21306	10.26252
	-0.5	10.31914	10.20043	10.30679	10.19844
	-0.6	10.35811	10.11239	10.33684	10.10948
	-0.7	10.26459	10.22439	10.23111	10.21976
	-0.8	10.34581	10.22639	10.29548	10.21892
	-0.9	10.35523	10.20498	10.27134	10.19193
30%	-0.1	15.36582	15.23876	15.36374	15.23829
	-0.2	15.48703	15.27314	15.48310	15.27228
	-0.3	15.37109	15.19448	15.36434	15.19322
	-0.4	15.34613	15.35951	15.33377	15.35751
	-0.5	15.40926	15.34234	15.39036	15.33932
	-0.6	15.51665	15.29142	15.48590	15.28709
	-0.7	15.47371	15.37070	15.42456	15.36391
	-0.8	15.45582	15.32077	15.37761	15.30982
	-0.9	15.59440	15.32036	15.48467	15.30102

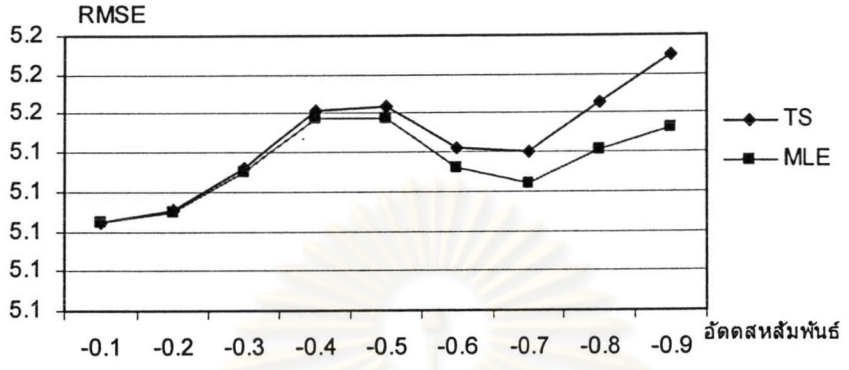
เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยกำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t-test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 4 ระยะเวลา

ตารางที่4.2.6 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบสองขั้นในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 และ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม

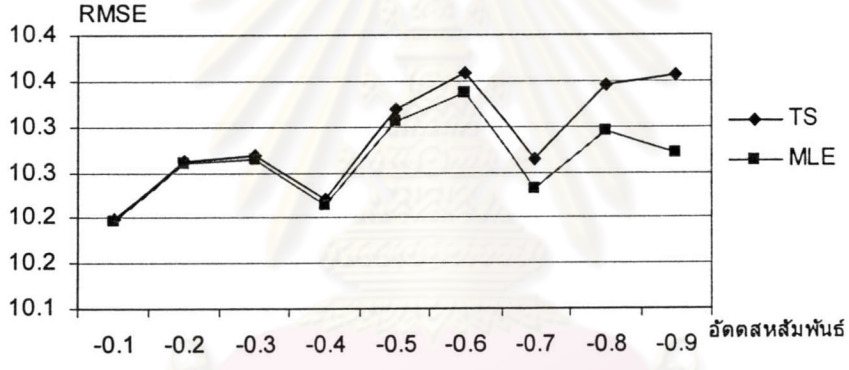
C.V.	ρ	วิธีการประมาณแบบสองขั้น		วิธีความควรจะเป็นสูงสุด	
		6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา	6 ระยะเวลา	9 ระยะเวลา
10%	-0.1	5.06420	5.03114	5.06417	5.03114
	-0.2	5.04771	5.05626	5.04765	5.05625
	-0.3	5.06139	5.04125	5.06130	5.04124
	-0.4	5.07332	5.03768	5.07318	5.03765
	-0.5	5.06087	5.06113	5.06066	5.06108
	-0.6	5.07247	5.04393	5.07213	5.04387
	-0.7	5.10426	5.04886	5.10379	5.04874
	-0.8	5.06709	5.04680	5.06621	5.04659
	-0.9	5.03367	5.03091	5.03199	5.03040
20%	-0.1	10.13948	10.10642	10.13943	10.10641
	-0.2	10.13366	10.08183	10.13357	10.08181
	-0.3	10.08753	10.06498	10.08736	10.06494
	-0.4	10.14012	10.08031	10.13984	10.08026
	-0.5	10.14425	10.10852	10.14381	10.10843
	-0.6	10.10764	10.13526	10.10703	10.13513
	-0.7	10.10268	10.08841	10.10168	10.08818
	-0.8	10.18129	10.05633	10.17960	10.05594
	-0.9	10.12868	10.05999	10.12516	10.05893
30%	-0.1	15.18012	15.11736	15.18004	15.11735
	-0.2	15.23935	15.15435	15.23919	15.15432
	-0.3	15.23062	15.13640	15.23037	15.13635
	-0.4	15.16940	15.08372	15.16892	15.08364
	-0.5	15.11510	15.14672	15.11447	15.14660
	-0.6	15.18859	15.12093	15.18757	15.12072
	-0.7	15.21820	15.06899	15.21678	15.06867
	-0.8	15.26128	15.10015	15.25867	15.09952
	-0.9	15.16522	15.15364	15.15998	15.15213

เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยกำหนดระยะเวลาการเก็บซ้ำคงที่ โดยใช้การทดสอบแบบจับคู่ t-test ได้ว่าวิธีความควรจะเป็นสูงสุดให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ต่ำกว่า วิธีการประมาณค่าแบบสองขั้น P-Value < 0.01 ทั้งกรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา และเก็บซ้ำ 9 ระยะเวลา

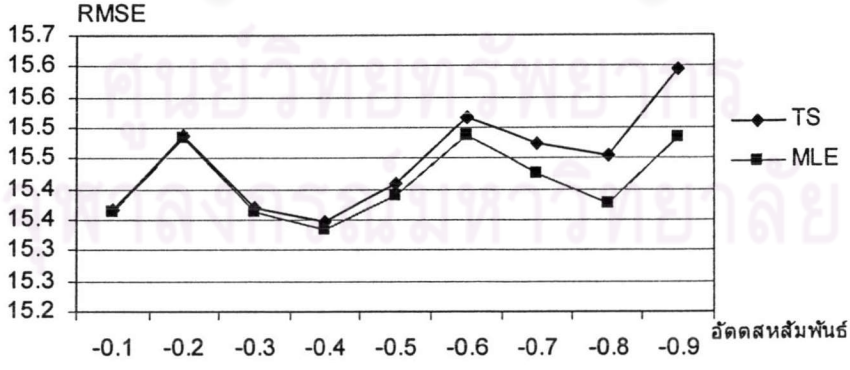
รูปที่4.2.9 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 3 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



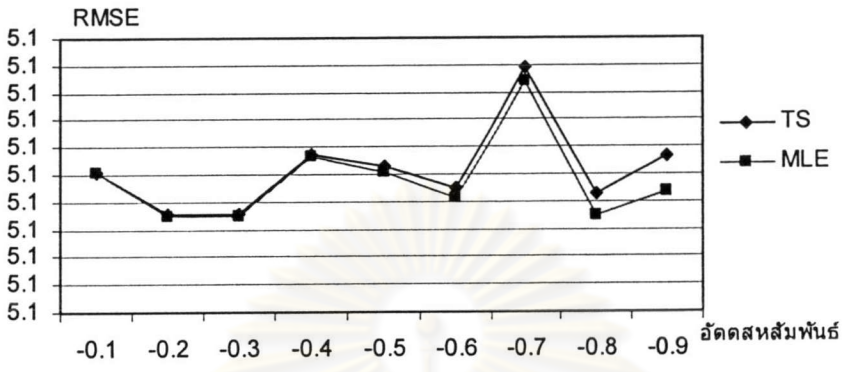
$\sigma = 10$



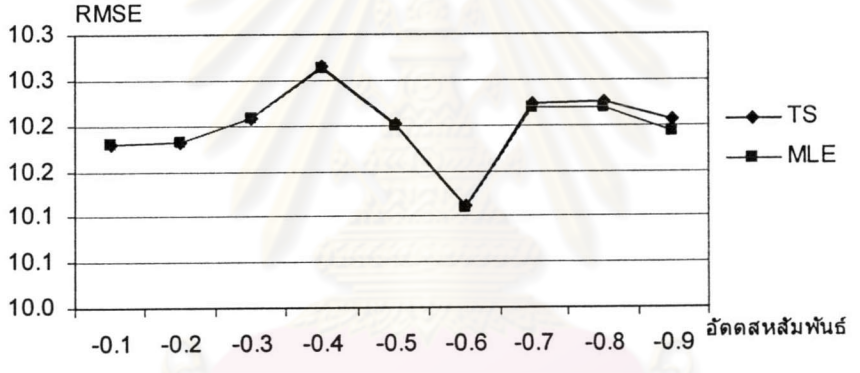
$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.9 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

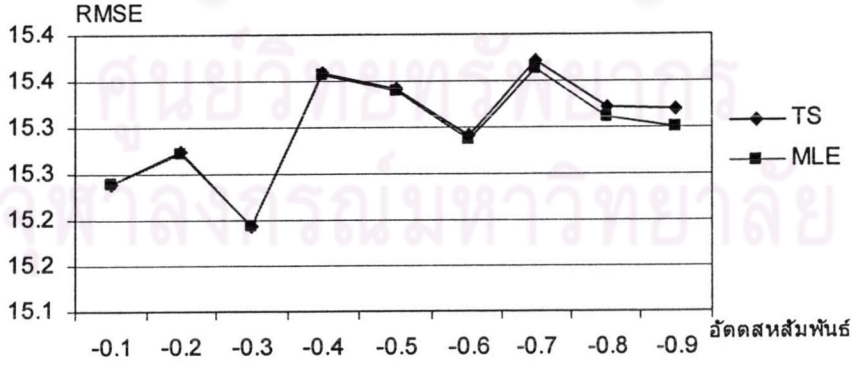
รูปที่4.2.10 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 4 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



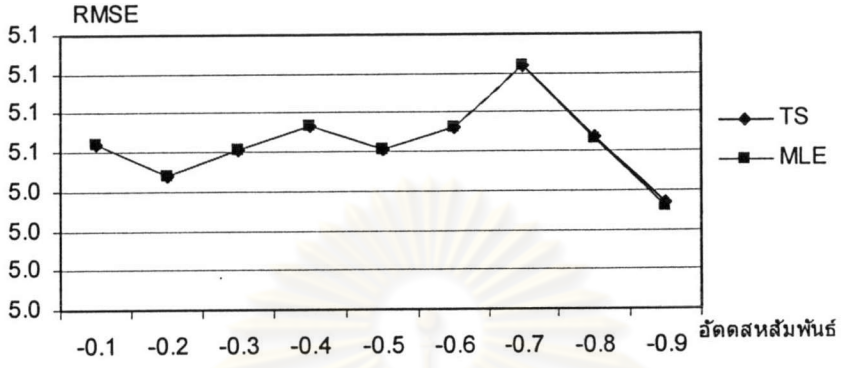
$\sigma = 10$



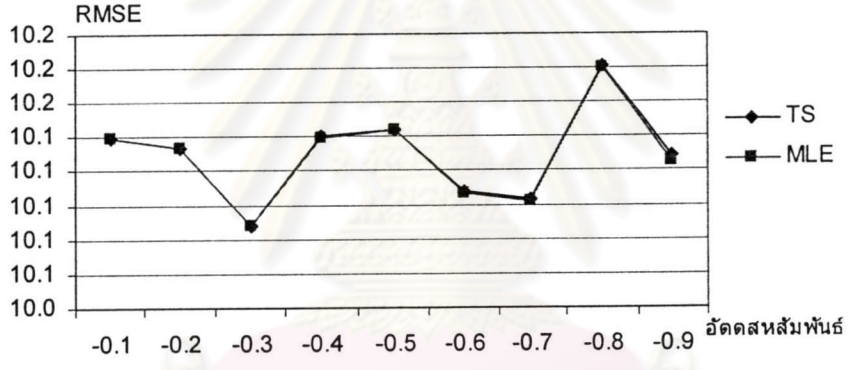
$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.10 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

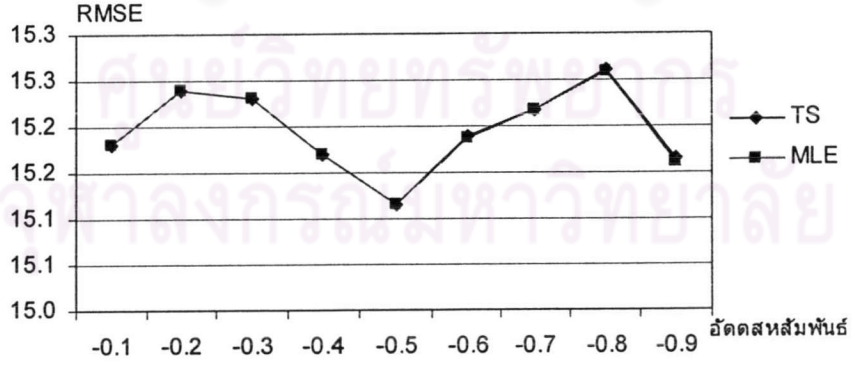
รูปที่4.2.11 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 6 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



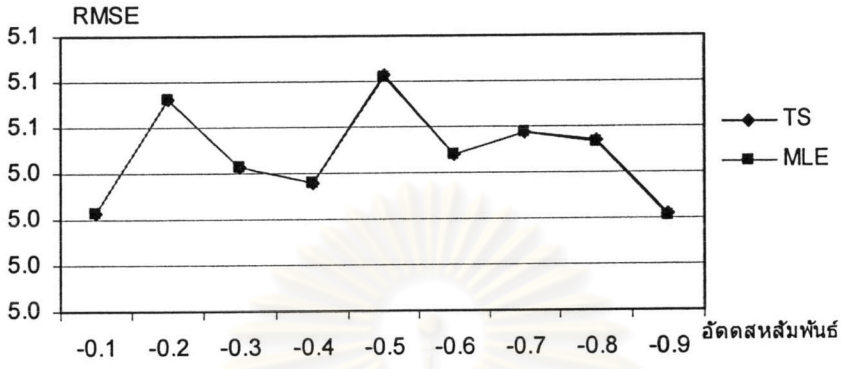
$\sigma = 10$



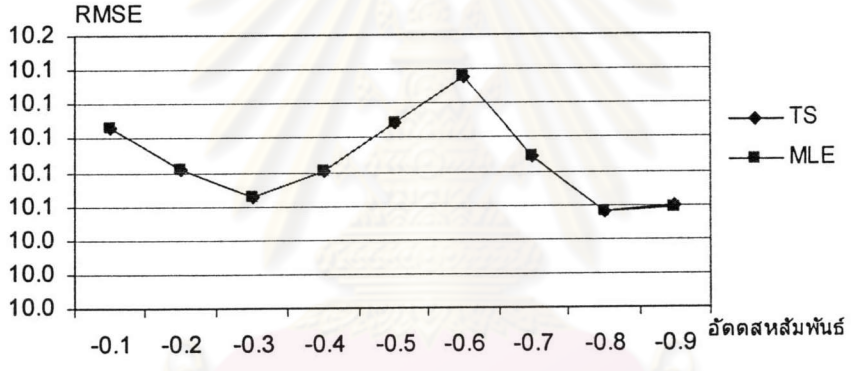
$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.11 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

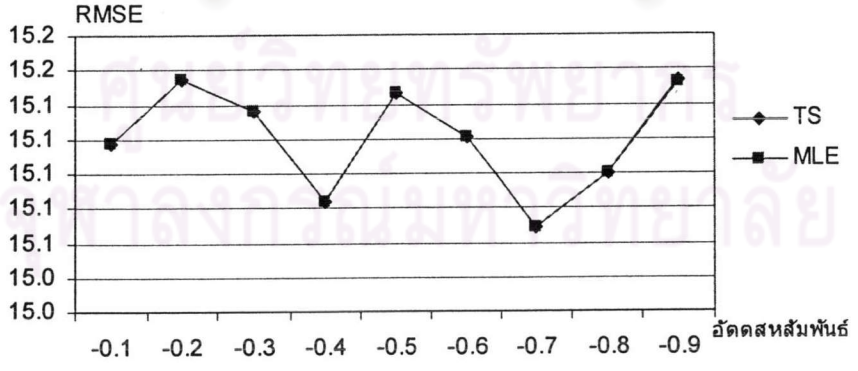
รูปที่4.2.12 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ในตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์ในแผนแบบการทดลองขนาด 5x5 จัตุรัสละติน กรณีเก็บข้อมูลซ้ำ 9 ระยะเวลา เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม



$\sigma = 5$



$\sigma = 10$



$\sigma = 15$

จากรูป 4.2.12 วิธีความควรจะเป็นสูงให้ค่า RMSE ต่ำกว่า วิธีการประมาณแบบสองขั้นในทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์และยิ่งค่าอัตตสหสัมพันธ์ลดลงค่า RMSE ทั้งสองวิธีจะยิ่งมีความแตกต่างกันมากขึ้น

จากตารางที่ 4.2.5-4.2.6 แสดงการเปรียบเทียบค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม พบว่า ในทุก ๆ สถานการณ์วิธีความควรจะเป็นสูงสุด ให้ค่าน้อยกว่าวิธีการประมาณแบบสองขั้น เนื่องจากวิธีการประมาณแบบสองขั้นทำการประมาณ 2 รอบ โดยขั้นที่สองใช้ตัวประมาณที่ได้จากรอบแรกไปประมาณ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นทั้งจากการประมาณรอบแรกและการประมาณรอบที่สองความคลาดเคลื่อนจึงมีค่ามาก ส่วนการประมาณค่าด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดทำการประมาณเพียงครั้งเดียวความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นก็เลยน้อยกว่า และการประมาณด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดขั้นตอนการประมาณ $\hat{\rho}$ ยังพิจารณาตัวประมาณที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยด้วย

เมื่อสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มมากขึ้นการประมาณค่าทั้ง 2 วิธีมีแนวโน้มให้ค่า RMSE เพิ่มมากขึ้นเนื่องจาก โครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมสัมประสิทธิ์ความผันแปรเพิ่มทำให้ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมมากขึ้น ข้อมูลจึงมีการกระจายมากขึ้น การประมาณค่าจึงมีความผิดพลาดมากขึ้น

แต่ในทางตรงกันข้ามเมื่อระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำเพิ่มขึ้น ค่า RMSE มีแนวโน้มลดลง เนื่องจากเมื่อเพิ่มระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำทำให้จำนวนข้อมูลมากขึ้นดังนั้นความผิดพลาดในการประมาณค่าลดลง แต่เมื่อเพิ่มจำนวนระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำก็จะทำให้พารามิเตอร์ในตัวแบบเพิ่มขึ้น 2 ส่วน คือ พารามิเตอร์ผลกระทบจากระยะเวลา และพารามิเตอร์อิทธิพลร่วมระหว่างระยะเวลาการเก็บซ้ำและวิธีการทดลอง

นอกจากนี้ค่า RMSE มีค่าใกล้เคียงกับ ส่วนเบี่ยงเบนในการจำลอง เนื่องจากค่า RMSE ที่คำณวนเป็นค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้น และยังใช้เป็นตัวประมาณของส่วนเบี่ยงเบน σ

รูปที่ 4.2.9-4.2.12 แสดงความสัมพันธ์ของค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย RMSE และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ ในแผนแบบการทดลองขนาด 3x3 เมื่ออัตตสหสัมพันธ์มีทิศทางตรงข้าม จะเห็นว่า เมื่อค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มมากขึ้นแนวโน้มในการประมาณค่าพารามิเตอร์ทำให้ค่า RMSE แตกต่างกันมากขึ้น เนื่องจากเมื่อค่าสัมบูรณ์ของ ρ เพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนเพิ่มขึ้น การประมาณด้วยวิธีการประมาณแบบสองขั้นไม่ได้พิจารณาความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนแรกทำให้เมื่อข้อมูลมีการกระจายมากความผิดพลาดในการประมาณจึงมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย แต่เมื่อค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ไม่มีแนวโน้มทำให้ค่า RMSE เพิ่มขึ้นหรือลดลงชัดเจน เนื่องจาก การประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีทำการแปลงข้อมูลแต่ละระยะเวลา ให้ข้อมูลไม่มีความสัมพันธ์กัน จะเห็นได้จากโครงสร้างของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ ρ และค่า RMSE ไม่มีแนวโน้มที่ชัดเจน

ตารางที่4.2.7 การทดสอบสมมติฐานปัจจัยที่มีผลต่อค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยกำลังสองกรณีสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ทิศทางตรงข้าม

ปัจจัย	P-Value
สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์	0.951
สัมประสิทธิ์ความผันแปร	0.000**
ขนาดของแผนการทดลอง	0.000**
ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำ	0.000**

หมายเหตุ ** หมายถึง มีความแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

การทดสอบสมมติฐานสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์

H_0 : สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์แต่ละระดับให้ค่า RMSE ไม่แตกต่างกัน

H_1 : สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์แต่ละระดับให้ค่า RMSE แตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่

จากตาราง ผลของการทดสอบสมมติฐาน ได้ว่า ที่สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ต่างระดับกันให้ค่า RMSE ไม่แตกต่างกัน P-Value = 0.951

การทดสอบสมมติฐานสัมประสิทธิ์ความผันแปร

H_0 : สัมประสิทธิ์ความผันแปรแต่ละระดับให้ค่า RMSE ไม่แตกต่างกัน

H_1 : สัมประสิทธิ์ความผันแปรแต่ละระดับให้ค่า RMSE แตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่

จากตาราง ผลของการทดสอบสมมติฐาน ได้ว่า ที่สัมประสิทธิ์ความผันแปรต่างระดับกันให้ค่า RMSE แตกต่างกัน P-Value < 0.01

การทดสอบสมมติฐานขนาดของแผนการทดลง

H_0 : ขนาดของแผนการทดลองต่างกันให้ค่า RMSE ไม่แตกต่างกัน

H_1 : ขนาดของแผนการทดลองต่างกันให้ค่า RMSE แตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่

จากตาราง ผลของการทดสอบสมมติฐาน ได้ว่า ที่ขนาดของแผนการทดลองต่างขนาดกันให้ค่า RMSE แตกต่างกัน P-Value < 0.01

การทดสอบสมมติฐานระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำ

H_0 : ที่ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำต่างกันให้ค่า RMSE ไม่แตกต่างกัน

H_1 : ที่ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำต่างกันให้ค่า RMSE แตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตาราง ผลการทดสอบสมมติฐาน ได้ว่า ที่ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำต่างกัน ให้ค่า RMSE แตกต่างกัน P-Value < 0.01

ปัจจัยที่มีผลต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ คือ

- สัมประสิทธิ์ความผันแปร
- ขนาดของแผนการทดลอง
- ระยะเวลาการเก็บข้อมูลซ้ำ

ปัจจัยที่ไม่ส่งผลต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ คือ

- สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย