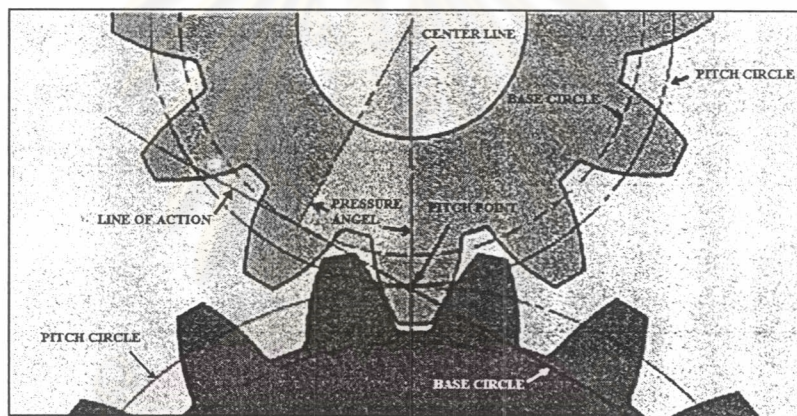


บทที่ 3

การสันสะเทือนของชุดเฟือง

เฟืองเป็นส่วนประกอบพื้นฐานในเกือบจะทุกเครื่องจักรกลหมุนเพื่อส่งผ่านการเคลื่อนที่แบบหมุนจากเพลานึงไปยังอีกเพลานึงอย่างราบเรียบโดยการขบกันของฟันเฟือง เนื่องจากเฟืองที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้เป็นเฟืองตรง จึงขอกล่าวถึงเฉพาะเฟืองชนิดนี้ แต่อย่างไรก็ตาม การสันสะเทือนที่เกิดขึ้นกับเฟืองชนิดอื่นก็สามารถประยุกต์จากทฤษฎีของเฟืองตรงได้

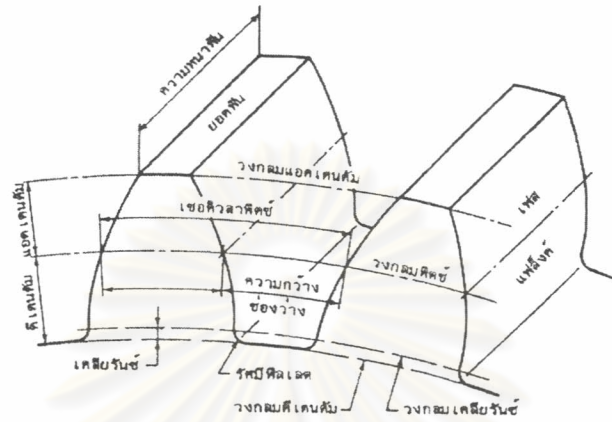
3 – 1 เฟืองตรง (Spur Gear)



รูปที่ 3-1 ฟันเฟืองขบกัน แนวของการกระทำ และ จุดพิตช์

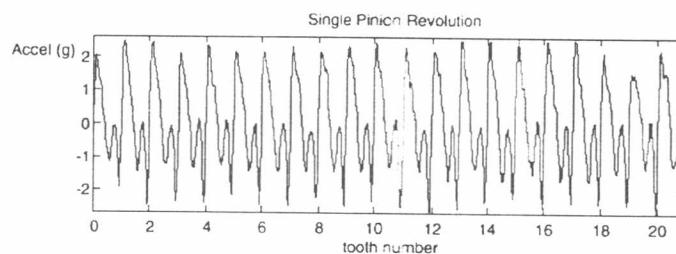
เฟืองตรงเป็นเฟืองที่มีฟันเฟืองวางตัวขนานกับแกนของการหมุนจึงใช้สำหรับส่งผ่านการเคลื่อนที่แบบหมุนที่มีทิศทางที่ตรงข้ามกันระหว่างเพลานาน 2 อันที่ขนานกัน โปรไฟล์แบบอินโวลูท (Involute) ของฟันเฟืองถูกออกแบบเพื่อให้การเคลื่อนที่ของทั้ง 2 เฟืองมีอัตราส่วนความเร็วเชิงมุมที่คงที่ มิฉะนั้นเฟืองตามจะหมุนเร็วขึ้นและหมุนช้าลงในแต่ละครั้งที่ฟันขบกับเฟืองซึ่งแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากความเร่งนี้จะป็นสัดส่วนกับความเฉื่อยคูณความถี่ของการหมุนยกกำลังสอง ส่งผลให้เกิดการสันสะเทือนที่รุนแรงและเฟืองจะเสียหายก่อนกำหนด ในการส่งผ่านการเคลื่อนที่ให้สม่ำเสมอจำเป็นต้องให้แนวของการกระทำ (Line of Action) สำหรับทุกๆจุดที่ฟันเฟืองสัมผัสกันลากผ่านจุดจุดเดียว ซึ่งเรียกว่าจุดพิตช์ (Pitch Point) ดังแสดงในรูปที่ 3-1 จุดพิตช์นี้เป็นจุดบนวงกลมพิตช์ (Pitch Circle) ที่ตัดกับแนวที่ลากเชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางของเฟืองทั้ง 2 ตัว แนวของการกระทำเปรียบเหมือนเส้นสัมผัสที่เชื่อมวงกลมฐาน (Base Circle) ของเฟือง 2 ตัวเข้า

ด้วยกัน เมื่อฟันเฟืองคู่หนึ่งที่ยังมีสภาพดีอยู่ขบกัน ฟันซี่หนึ่งจะกลิ้งไปบนฟันอีกซี่หนึ่งโดยไม่มี การไถลสัมผัสกันที่ตำแหน่งวงกลมพิตซ์ การเรียกส่วนประกอบต่างๆของฟันเฟืองแสดงไว้ในรูป ที่ 3-2 ส่วนมากแล้วเฟืองขับ (Driving Gear) จะมีขนาดเล็กกว่าเฟืองตาม (Driven Gear) และมีชื่อเรียกพิเศษว่า (Pinion)

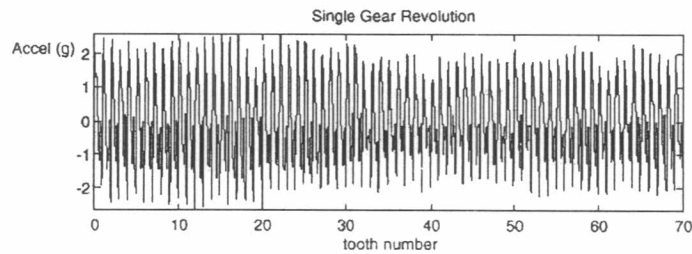


รูปที่ 3-2 การให้ชื่อส่วนต่างๆของฟันเฟือง

การเริ่มต้นสัมผัสกันของเฟืองตรงคู่หนึ่งเกิดขึ้นเมื่อโคนของฟันในเฟืองขับสัมผัสกับปลาย ฟันในเฟืองตาม ซึ่งเกิดขึ้นบริเวณจุดที่ซึ่งวงกลมแอดเดนดัม (Addendum Circle) ของเฟืองตาม ตัดกับแนวของการกระทำ จากนั้นเมื่อเฟืองคู่นี้ขบกันต่อไปแนวของการสัมผัส (Line of Contact) จะเลื่อนขึ้นไปตามผิวด้านข้างของฟันในเฟืองขับ จนกระทั่งปลายฟันของเฟืองขับสัมผัสกับโคน ของฟันในเฟืองตาม ก่อนที่การสัมผัสกันจะสิ้นสุดลง ช่วงเวลานับตั้งแต่การสัมผัสกันเริ่มต้นขึ้น จนกระทั่งการสัมผัสกันสิ้นสุดลงเรียกว่า คาบการขบของฟันเฟือง (Tooth Meshing Period) ในการออกแบบเฟืองจริง ๆ สถานการณ์จะซับซ้อนกว่านี้มากเนื่องจากมีฟันเฟืองขบกันอยู่พร้อม ๆ กันมากกว่า 1 คู่ อัตราส่วนการขบ (Contact Ratio) จะบอกถึงจำนวนคู่ฟันเฟืองที่กำลังขบกันอยู่ ถ้าอัตราส่วนการขบมีค่ามากจะทำให้การวินิจฉัยปัญหาของฟันซี่หนึ่ง ๆ ทำได้ยาก เพราะไม่สามารถรู้ได้แน่ชัดว่าฟันซี่ไหนที่มีปัญหา

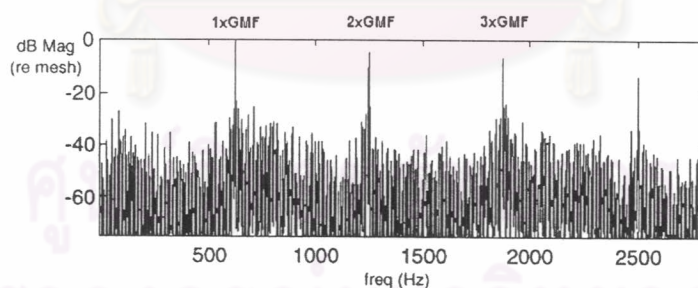


รูปที่ 3-3 สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่ยังมีสภาพดี (หนึ่งรอบหมุนของเฟืองขับ) [12]



รูปที่ 3-4 สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่ยังมีสภาพดี (หนึ่งรอบหมุนของเฟืองตาม) [12]

คาบการขบกันของเฟืองเป็นส่วนที่สำคัญในการทำความเข้าใจกลไกการสั่นสะเทือนของเฟือง ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเฟืองขับมีฟัน 21 ซี่ก็จะปรากฏ 21 คาบการขบกันของฟันเฟืองต่อหนึ่งรอบหมุนของเฟืองขับ ดังในรูปที่ 3-3 ในขณะที่ ถ้าเฟืองตามมีฟัน 70 ซี่ ก็จะปรากฏ 70 คาบการขบกันของฟันเฟืองต่อหนึ่งรอบหมุนของเฟืองตาม ดังในรูปที่ 3-4 เฟืองขับและเฟืองตามต่างก็มีความเร็วรอบหมุนที่ต่างกันตามอัตราทดที่ออกแบบไว้ เฟืองทั้ง 2 ตัวจึงมีคาบการขบของฟันเฟืองที่เท่ากัน ในตัวอย่างนี้คาบการขบกันของฟันเฟืองเท่ากับ 1.6 มิลลิวินาที ความถี่ของสัญญาณที่มีลักษณะเป็นคาบสามารถแยกออกมาได้เป็น ความถี่การขบกันของฟันเฟือง (Gear Meshing Frequency , GMF) และฮาร์มอนิก ดังแสดงในรูปที่ 3-5 ความถี่ GMF สามารถคำนวณได้จากจำนวนฟันเฟืองคูณด้วยความเร็วในการหมุนของเฟืองตัวนั้น ชุดเฟืองที่ยังมีสภาพดีจะปรากฏความถี่เหล่านี้เป็นส่วนสำคัญและสัญญาณบนโดเมนเวลามีลักษณะที่สม่ำเสมอ ดังเช่นที่ยกตัวอย่างในรูปที่ 3-3 และ 3-4



รูปที่ 3-5 สัญญาณสเปกตรัมของชุดเฟืองที่ยังมีสภาพดี [12]

3 – 2 ความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิต (Static Transmission Error)

ภายใต้สภาวะอุดมคติจะสมมติว่า เฟืองทั้งคู่มีช่องว่างระหว่างฟันที่สม่ำเสมอ ผลิตออกมาได้อย่างสมบูรณ์แบบและมีลักษณะแข็งเกร็ง (Rigid) ในทางปฏิบัติชุดเฟืองมีโปรไฟล์ของฟันเฟืองที่ต่างไปจากเส้นโค้งอินโวลูทเล็กน้อยและเมื่อมีภาระมากจะทำให้เกิดการเสียรูป

(Deformation) แบบยืดหยุ่น (Elastic) การเบี่ยงเบนของพื้นผิวไปจากโค้งอินโวลูทเหล่านี้ส่งผลให้เกิดแรงไม่คงที่ (Unsteady Force) ขึ้น แรงไม่คงที่นี้จะส่งผ่านจากเฟืองไปยังเพลลา ชุดเบรจิ่ง และเคสซิงของชุดเฟือง ก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนที่ไม่อาจหลีกเลี่ยงได้

ความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตเป็นคำที่ใช้อธิบายผลที่ประกอบกันขึ้นจากความเบี่ยงเบนไปจากโค้งอินโวลูทสมบูรณชนิดต่าง ๆ ของฟันเฟือง ส่งผลให้แรงที่ส่งผ่านไม่คงที่เป็นที่ยอมรับกันว่าความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตเป็นแหล่งที่มาหลักของการสั่นสะเทือนในชุดเฟือง ในทางคณิตศาสตร์ฟังก์ชันของแรงที่ไม่คงที่อันเนื่องมาจากเฟืองขับสามารถอธิบายได้ด้วย อนุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อน (Complex Fourier Series) ที่มีความถี่รากฐานเท่ากับความเร็วในการหมุนของเฟืองขับ เขียนแทนด้วย f_p [13]

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot e^{jn(2\pi f_p)t} \quad (3-1)$$

โดยที่ $s(t)$ คือ ความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิต

c_n คือ แอมพลิจูดของความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตฮาร์มอนิกที่ n

การแปลงแบบฟูริเยร์ของอนุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อนจะได้เส้นสเปกตรัมที่ความถี่การหมุนของเฟืองขับและฮาร์มอนิก ดังนี้

$$S(f) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot \delta(f - nf_p) \quad (3-2)$$

สมการคณิตศาสตร์สำหรับการสั่นสะเทือนโดยรวมของทั้งเฟืองขับและเฟืองตามสามารถหาได้จากการรวมอนุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อนอนันต์ของเฟืองทั้งสองตัวเข้าด้วยกัน ดังนั้น ถ้าเฟืองขับมีฟัน N ซี่ และเฟืองตามมีฟัน M ซี่ จะสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot e^{jn(2\pi f_p)t} + \sum_{m=0}^{\infty} c_m \cdot e^{jm(2\pi f_p)(\frac{N}{M})t} \quad (3-3)$$

ในสมการ 3-3 นี้ f_p คือ ความถี่ในการหมุนของเฟืองขับ และ $(N/M)f_p$ คือความถี่ในการหมุนของเฟืองตาม เมื่อทำการแปลงแบบฟูริเยร์จะได้สเปกตรัมของทั้งสองเฟืองดังนี้

$$S(f) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot \delta(f - nf_p) + \sum_{m=0}^{\infty} c_m \cdot \delta(f - mf_p \left(\frac{N}{M}\right)) \quad (3-4)$$

จากสมการจะเห็นได้ว่าจะมีบางความถี่ที่ทั้ง 2 พจน์ใช้ร่วมกัน ในพจน์ที่สอง ถ้า m เป็นค่าใดๆที่หาร M ได้ลงตัว สเปกตรัมจะปรากฏที่ความถี่เดียวกันกับพจน์แรก ดังนั้นสมการ 3-4 สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$S(f) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \cdot \delta(f - iNf_p) + \sum_{n=0, n \neq iN}^{\infty} c_n \cdot \delta(f - nf_p) + \sum_{m=0, m \neq iM}^{\infty} c_m \cdot \delta(f - mf_p \left(\frac{N}{M}\right)) \quad (3-5)$$

ถ้าแปลงกลับไปเป็นโดเมนเวลาจะได้สมการดังต่อไปนี้

$$s(t) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \cdot e^{j(2\pi i(Nf_p)t)} + \sum_{n=0, n \neq iN}^{\infty} c_n \cdot e^{j(2\pi nf_p t + \alpha_n)} + \sum_{m=0, m \neq iM}^{\infty} c_m \cdot e^{j(2\pi mf_p \left(\frac{N}{M}\right)t + \beta_m)} \quad (3-6)$$

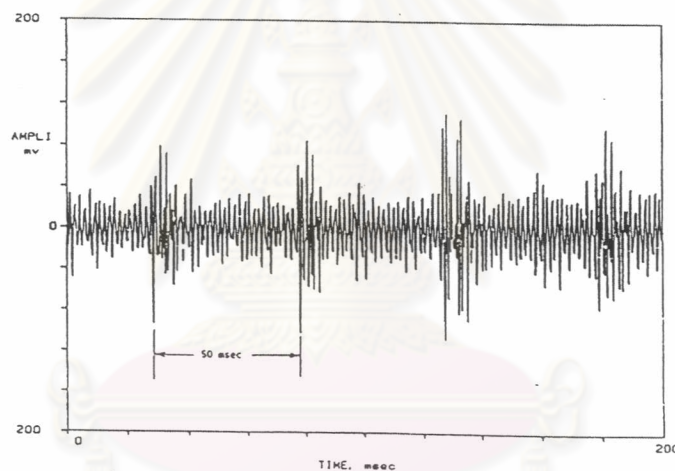
โดยที่ α_m และ β_m คือ มุมเฟสของทั้ง 2 พจน์

พจน์แรกของสมการ 3-6 จะประกอบด้วยการสั่นสะเทือนจากทั้งเฟืองขับและเฟืองตาม ความถี่รากฐานของพจน์แรกนี้ (Nf_p) คือความถี่ GMF ซึ่งจะเห็นได้ว่าการสั่นสะเทือน ณ ความถี่ GMF และฮาร์มอนิก มีที่มาจากทั้งของเฟืองขับและเฟืองตามเรียกพจน์แรกนี้ว่า สัญญาณความคลาดเคลื่อนแบบฮาร์มอนิก (Harmonic Error Signal) สำหรับพจน์ที่ 2 และ 3 ซึ่งเกิดจากการสั่นสะเทือนของเฟืองขับหรือเฟืองตามเพียงอย่างเดียวอย่างใดอย่างหนึ่งเรียกว่า สัญญาณความคลาดเคลื่อนส่วนที่เหลือ (Residual Error Signal) เนื่องจากเฟืองขับและเฟืองตาม ตามลำดับ ดังนั้นสัญญาณบนโดเมนความถี่จึงน่าที่จะสามารถแยกแยะการสั่นสะเทือนที่เกิดจากเฟืองแต่ละตัวได้

Mark [13] ได้เสนอไว้ว่า ความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตส่วนที่เกิดขึ้น ณ ความถี่ที่เป็นฮาร์มอนิกของ GMF มีสาเหตุมาจากการเสียรูปแบบอิลาสติกของฟันเฟือง (Elastic Tooth Deformation) และความเบี่ยงเบนของผิวฟันเฟืองที่ต่างไปจากโค้งอินโวลูทสมบูรณ์

ความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตส่วนอื่น ๆ ที่เกิดขึ้น ณ ฮาร์มอนิกของความถี่ การหมุนของเฟืองขับและเฟืองตาม มีสาเหตุมาจากการเบี่ยงเบนของผิวฟันเฟืองแบบพลศาสตร์ (Dynamic) ดังนั้นการวินิจฉัยเฟืองจึงใช้องค์ประกอบที่เป็นพลศาสตร์ของความคลาดเคลื่อน การส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตเป็นเครื่องมือวัดทางกายภาพสำหรับการเบี่ยงเบนของพื้นผิวฟันเฟือง ชนิดต่าง ๆ ยกตัวอย่างเช่น ฟันเฟืองที่สึกหรอ มีฟันที่หายไป หรือฟันแตกร้าว

กรณีฟันเฟืองแตกร้าว หรือมีฟันที่หักหายไป เป็นลักษณะของความบกพร่องเฉพาะที่ (Local Defect) เมื่อฟันซี่นี้ทำการขบกันในแต่ละรอบหมุน ความสามารถในการส่งผ่านแรงที่ ลดลงทำให้เกิดพัลส์ สามารถสังเกตเห็นได้จากสัญญาณบนโดเมนเวลาดังเช่นในรูปที่ 3-6 พัลส์ ที่เกิดขึ้นอาจจะจะเป็นพัลส์ที่ไม่กระตุ้นความถี่ธรรมชาติ (Empty Pulse) หรือพัลส์ที่กระตุ้นความถี่ ธรรมชาติที่ความถี่หนึ่งหรือหลายความถี่ก็ได้ [14]



รูปที่ 3-6 รูปแบบสัญญาณบนโดเมนเวลาของเฟืองที่มีฟันแตกร้าว 1 ซี่
(ความเร็วรอบ 1200 rpm , ฟัน 30 ซี่)

3 - 3 ความคลาดเคลื่อนในการเคลื่อนที่ของเฟือง (Gear Motion Error)

Wang และ McFadden [15] ได้อธิบายความคลาดเคลื่อนในการเคลื่อนที่ของเฟืองว่าเป็นส่วนจริง (Real Part) ของความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตสามารถเขียนแทนได้ด้วยอนุกรมโคซายน์อันดับที่มีความถี่รากฐาน f_0 ใช้ในการวินิจฉัยปัญหาที่เกิดกับชุดเฟือง ในขณะที่ความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตใช้ในการทำนายปริมาณของการสั่นสะเทือนที่เกิดจากคู่เฟืองที่ขบกัน ทั้งนี้ความคลาดเคลื่อนในการเคลื่อนที่ของเฟืองและความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิตเป็นข้อมูลชุดเดียวกัน ความคลาดเคลื่อนในการเคลื่อนที่ของเฟือง

จึงสามารถจำแนกองค์ประกอบได้เป็น 3 ส่วนเช่นเดียวกับความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิต ดังต่อไปนี้

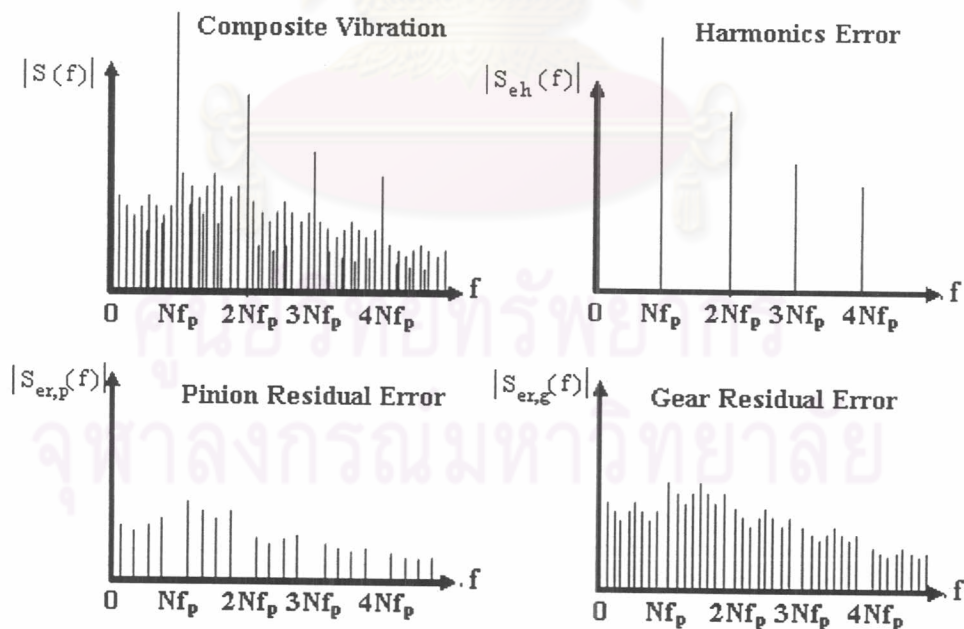
$$s(t) = s_{eh}(t) + s_{er,p}(t) + s_{er,g}(t) \quad (3-7)$$

โดยที่ $s_{eh}(t)$ คือ ความคลาดเคลื่อนแบบฮาร์มอนิก

$s_{er,p}(t)$ คือ ความคลาดเคลื่อนส่วนที่เหลือ เนื่องจากเฟืองขับ

$s_{er,g}(t)$ คือ ความคลาดเคลื่อนส่วนที่เหลือ เนื่องจากเฟืองตาม

สมการ 3-7 นี้สามารถแสดงในรูปของสเปกตรัมได้ดังในรูปที่ 3-7 จะเห็นได้ว่าความละเอียดของสเปกตรัมมีความสำคัญต่อการแยกยอดสเปกตรัมที่เกิดจากเฟืองขับและเฟืองตามออกจากกัน ยิ่งถ้าชุดเฟืองประกอบด้วยเฟืองหลาย ๆ คู่ด้วยแล้ว ยิ่งเป็นการยากมากขึ้นในการแยกยอดสเปกตรัมที่เกิดจากเฟืองแต่ละตัวออกจากกัน เพราะยอดสเปกตรัมจะยิ่งอยู่ใกล้ชิดกันเข้าไปอีก และมีโอกาสที่สเปกตรัมเนื่องจากเฟืองตัวอื่นๆ จะรั่วเข้ามาในยอดสเปกตรัมของเฟืองอีกตัวหนึ่งได้



รูปที่ 3-7 สัญญาณสเปกตรัม แสดงองค์ประกอบของความคลาดเคลื่อนการเคลื่อนที่ของเฟืองทั้ง 3 ชนิด [12]

3 – 4 การมอดูเลตทางแอมพลิจูดและความถี่ (Amplitude And Phase Modulation)

แบบจำลองที่นิยมใช้สำหรับแสดงให้เห็นว่าความบกพร่องต่าง ๆ สามารถเปลี่ยนแปลงสัญญาณการสั่นสะเทือนได้อย่างไรก็คือพิจารณาให้ความบกพร่องเหล่านี้เป็นแหล่งที่มาของการมอดูเลตสัญญาณ สมการ 3-8 ใช้อธิบายการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองอันเนื่องมาจากความคลาดเคลื่อนในการเคลื่อนที่ของเฟืองที่มีระยะพิตซ์เท่ากันทุกฟัน มีความคลาดเคลื่อนของโปรไฟล์เบี่ยงเบนไปจากโค้งอินโวลูทเท่ากันทุกฟัน หมุนด้วยความเร็วรอบคงที่และรับภาระคงที่มีความถี่ GMF (Tf_p) เป็นความถี่รากฐาน [1]

$$x(t) = \sum_{m=0}^M X_m \cdot \cos(2\pi m T f_p t + \phi_m) \quad (3-8)$$

โดยที่ X_m คือ แอมพลิจูดของการสั่นสะเทือนที่ฮาร์โมนิกที่ m
 T คือ จำนวนฟันของเฟือง
 f_p คือ ความถี่ของเฟือง
 ϕ_m คือ มุมเฟสฮาร์โมนิกที่ m
 M คือ จำนวนฮาร์โมนิกที่พิจารณาของสัญญาณการสั่นสะเทือน

เมื่อสมมติให้ฟันเฟืองเกิดความบกพร่องขึ้น เช่น ฟันของเฟืองขับมีการแตกร้าวเนื่องจากความล้า ซึ่งมีผลต่อความแข็งแรงของฟันชิ้นนั้น ทำให้การสั่นสะเทือนของเฟืองเปลี่ยนแปลงไปเมื่อฟันชิ้นนี้ขบกับฟันของเฟืองตามเกิดการมอดูเลตทางแอมพลิจูดและความถี่ ซึ่งสามารถแสดงได้ด้วยสมการ 3-9

$$y(t) = \sum_{m=0}^M X_m (1 + a_m(t)) \cdot \cos(2\pi m T f_p t + \phi_m + b_m(t)) \quad (3-9)$$

โดยที่

$$a_m(t) = \sum_{n=0}^N A_{mn} \cdot \cos(2\pi n f_p t + \alpha_{mn}) \quad (3-10)$$

$$b_m(t) = \sum_{n=0}^N B_{mn} \cdot \cos(2\pi n f_p t + \beta_{mn}) \quad (3-11)$$

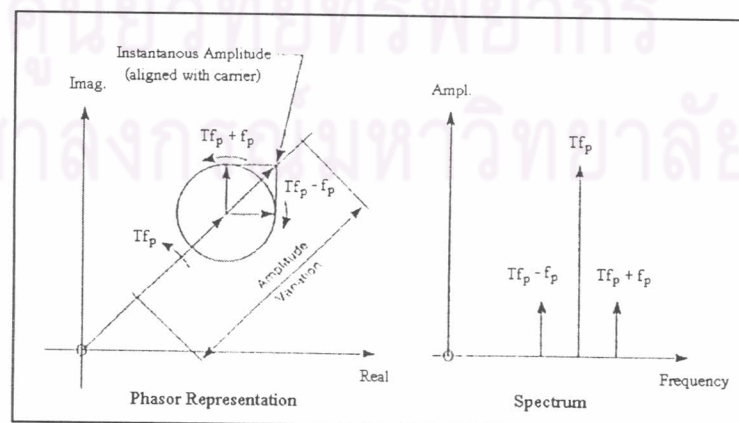
สมการ 3-10 และ 3-11 คือฟังก์ชันมอดูเลตทางแอมพลิจูดและความถี่ ที่มีความถี่รากฐานเท่ากับ f_p มีขนาดของการมอดูเลต A_{mn} และ B_{mn} ตามลำดับ N คือ จำนวนฮาร์โมนิกที่พิจารณาของ ฟังก์ชันมอดูเลตทางแอมพลิจูด และฟังก์ชันมอดูเลตทางความถี่

เนื่องจากสาเหตุการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองมาจากความคลาดเคลื่อนการส่งผ่านการเคลื่อนที่สถิติ ซึ่งเขียนแทนด้วยอนุกรมฟูรีเยร์เชิงซ้อน ดังในสมการ 3-1 ฟังก์ชันมอดูเลตทางแอมพลิจูดในสมการ 3-10 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลเชิงซ้อน (Complex Exponential Function) โดยการอาศัยสมการของออยเลอร์ (Euler Equation) ได้ดังนี้ [9]

$$a_m(t) = \sum_{n=0}^N \left[\left(\frac{A_{mn}}{2} e^{j\alpha_{mn}} \right) \cdot e^{j(2\pi n f_p)t} + \left(\frac{A_{mn}}{2} e^{-j\alpha_{mn}} \right) \cdot e^{-j(2\pi n f_p)t} \right] \quad (3-12)$$

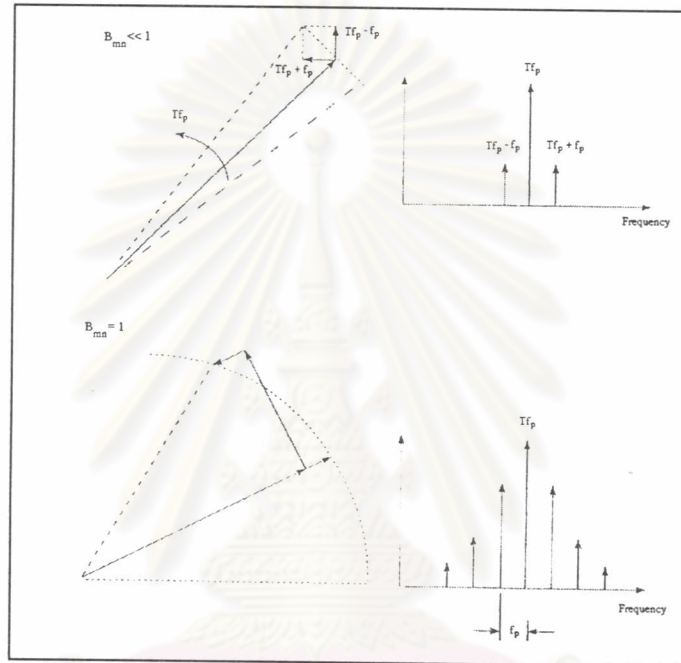
$$a_m(t) = \sum_{n=0}^N \left[X \cdot e^{j(2\pi n f_p)t} + X^* \cdot e^{-j(2\pi n f_p)t} \right] \quad (3-13)$$

เมื่อพิจารณาสมการ 3-13 คู่กับสมการ 3-9 สามารถแสดงด้วยเฟสเซอร์ (Phasor) ได้ดังในรูปที่ 3-8 ในรูปนี้แสดงตัวอย่างเฉพาะกรณีการมอดูเลตด้วยฟังก์ชันโคไซน์เพียงฟังก์ชันเดียว จะเห็นได้ว่าการมอดูเลตทางแอมพลิจูดสามารถแสดงได้ด้วยเฟสเซอร์ 2 อันที่หมุนในทิศทางตรงข้ามกันรอบเฟสเซอร์ของคลื่นพาหะ ซึ่งในกรณีนี้คือ $x(t)$ ด้วยความถี่ f_p และ $-f_p$ สัมพันธ์กับความถี่ f_p ของ $x(t)$ เมื่อพิจารณาบนโดเมนความถี่จึงปรากฏเป็นชุดแถบความถี่ข้าง (Sidebands) รอบความถี่ GMF มีแอมพลิจูดเท่ากับ X และ X^* ถ้าขนาดของการมอดูเลตทางแอมพลิจูดเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้แอมพลิจูดของชุดแถบความถี่ข้างสูงขึ้นด้วย



รูปที่ 3-8 เฟสเซอร์ที่แสดงถึงการมอดูเลตทางแอมพลิจูด และสัญญาณสเปกตรัมแสดงให้เห็นลักษณะของชุดแถบความถี่ข้าง [8]

การมอดูเลตทางความถี่จะปรากฏชุดแถบความถี่ข้างในลักษณะเช่นเดียวกับการมอดูเลตทางแอมพลิจูด แต่ถึงแม้ว่าจะมีฟังก์ชันมอดูเลตทางความถี่เพียงฟังก์ชันเดียว ก็จะมีปรากฏชุดแถบความถี่ข้างมากกว่า 1 คู่ นอกเสียจากว่าขนาดของการมอดูเลต (B_{mn}) มีค่าน้อยกว่า 1 มาก ๆ ชุดแถบความถี่ข้างจึงจะปรากฏเพียงคู่เดียว ดังแสดงในรูปที่ 3-9 ดังนั้นถ้าขนาดของการมอดูเลตทางความถี่เพิ่มขึ้นนอกจากจะทำให้ชุดแถบความถี่ข้างมีแอมพลิจูดสูงขึ้นแล้ว ยังส่งผลให้จำนวนของแถบความถี่ข้างเพิ่มขึ้นด้วย



รูปที่ 3-9 เฟสเซอร์ที่แสดงถึงการมอดูเลตทางความถี่ และ สัญญาณสเปกตรัมแสดงให้เห็นลักษณะของแถบความถี่ข้าง [8]

จากรูปที่ 3-8 จะเห็นได้ว่าผลรวมของเฟสเซอร์การมอดูเลตทางแอมพลิจูดไม่ทำให้มุมเฟสของคลื่นพาหะเปลี่ยนไป ในขณะที่ผลรวมของเฟสเซอร์กรณีการมอดูเลตทางความถี่ในรูปที่ 3-9 ทำให้มุมเฟสของคลื่นพาหะเปลี่ยนไปตามขนาดของการมอดูเลตทางความถี่ ซึ่งขนาดของการมอดูเลตทางความถี่ก็มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับความถี่ของคลื่นพาหะที่พิจารณา เนื่องจากขนาดของการมอดูเลตทางความถี่ถูกนิยามให้สัมพันธ์กับความถี่คลื่นพาหะ ชุดแถบความถี่ข้างที่เกิดจากการมอดูเลตเพียงชนิดเดียวจะมีลักษณะสมมาตรรอบความถี่คลื่นพาหะ แต่ถ้าเกิดจากการมอดูเลตทั้ง 2 ชนิด ชุดแถบความถี่ข้างจะไม่สมมาตรกันไม่ว่าจะเป็นแถบความถี่ข้างอันดับที่เท่าไรก็ตาม ซึ่งในทางปฏิบัติเรามักพบสัญญาณที่ถูกมอดูเลตทั้งทางแอมพลิจูดและความถี่

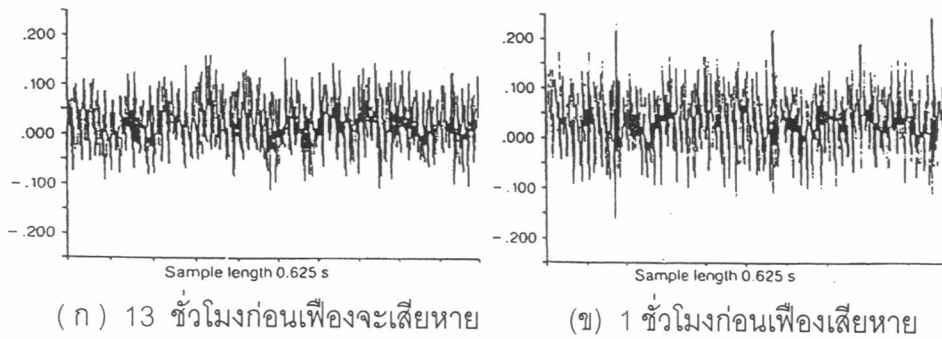
3-5 การแตกร้าวของพื้นเฟืองและสัญญาณการสันสะเทือน

ความเสียหายที่มักเกิดขึ้นกับชุดเฟืองที่รับภาระมากเกินไปเกินกำหนด คือ ความเสียหายเนื่อง จากความล้าของพื้นเฟือง เป็นผลมาจากความเค้นดัดที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ กัน (Repeated Bending Stress) มีขนาดมากกว่าค่าขีดจำกัดความทนทาน (Endurance Limit) ของวัสดุที่ใช้ผลิตเฟืองตัว นั้น ความเสียหายเนื่องจากความล้าจะเกิดขึ้นเมื่อผ่านการทำงานแล้วหลาย ๆ รอบ (Cycles) ซึ่งอาจเป็นเพราะเฟืองได้รับการออกแบบมาไม่เหมาะสมกับสภาวะการทำงาน การติดตั้งที่เอียง แนวนแกน (Misalignment) การรับภาระที่มากเกินไป หรือเกิดข้อบกพร่องบนผิวพื้นเฟืองที่ทำให้ ความเค้นบริเวณนั้นสูงกว่าปรกติ เช่น รอยบาก (Notch) รอยแตกร้าวจะเริ่มเกิดขึ้นบนผิวพื้น เฟืองด้านที่รับแรง โดยปรกติแล้วจะปรากฏบริเวณฟิลเลต (Fillet) ตรงตำแหน่งขอบด้านข้าง หลังจากนั้นจึงขยายตัวลึกเข้าไปผ่านฐานของฟัน ดังแสดงในรูปที่ 3-10 จนในที่สุดฟันชิ้นนั้นได้หักลง



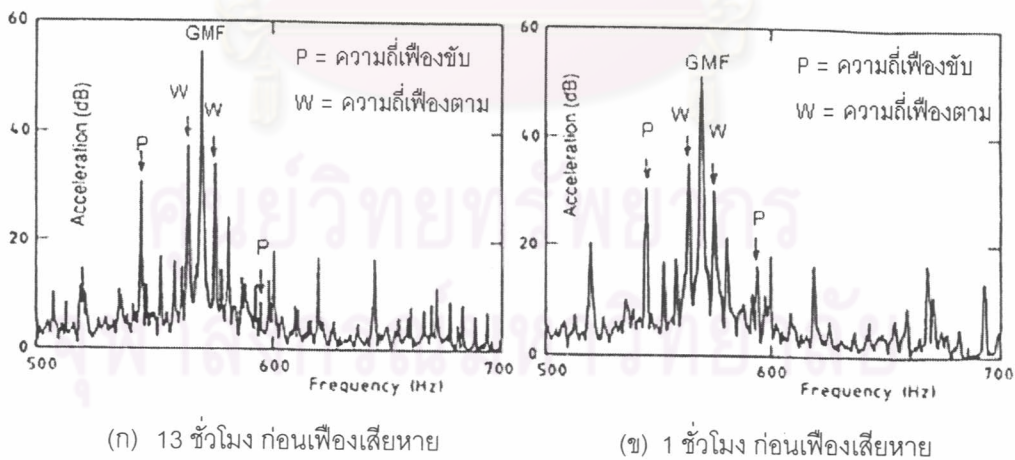
รูปที่ 3-10 รอยแตกร้าวยบริเวณฐานฟัน เกิดขึ้นเนื่องจากความล้า [16]

สัญญาณสันสะเทือนบนโดเมนเวลาของชุดเฟืองที่มีฟันแตกร้าวจะปรากฏพัลส์ขึ้นเมื่อฟัน ซี่ที่แตกร้าวยับกับเฟืองอีกตัว ในกรณีที่มีฟันแตกร้าวจับเพียงซี่เดียว พัลส์แต่ละลูกจะห่างกันเท่ากับ คาบของการหมุนของเฟืองตัวที่เกิดรอยแตกร้าวจับขึ้น ดังเช่นตัวอย่างในรูปที่ 3-6 แต่กว่าที่จะ สามารถสังเกตเห็นพัลส์ที่มีลักษณะเป็นคาบนี้ได้อาจจะใกล้ถึงเวลาที่เฟืองเสียหายแล้วก็ได้ ดัง เช่นในรูปที่ 3-11 สามารถสังเกตเห็นพัลส์ที่เกิดจากการแตกร้าวจับของพื้นเฟืองจับบริเวณโคนฟัน 3 ซี่ ได้ชัดเจนก่อนเฟืองเสียหายเพียง 1 ชั่วโมงเท่านั้น [4]



รูปที่ 3-11 สัญญาณการสั่นสะเทือนบนโดเมนเวลาของชุดเฟืองที่เฟืองขับมีฟันแตกร้าว

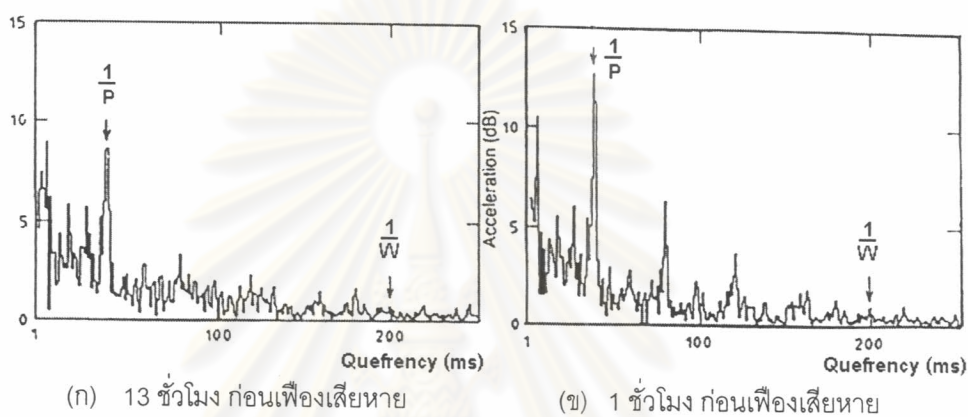
การวิเคราะห์สัญญาณสเปกตรัมของเฟือง ความถี่ที่สำคัญคือความถี่ GMF และฮาร์มอนิก รวมทั้งชุดแถบความถี่ข้างอื่นเนื่องมาจากการมอดูเลตทางแอมพลิจูดและความถี่ การเพิ่มขึ้นทั้งแอมพลิจูดและจำนวนของแถบความถี่ข้างอาจจะแสดงถึงความผิดปกติ ระยะห่างของแต่ละยอดแถบความถี่ข้างที่ห่างจากยอด GMF แสดงให้รู้ว่าเฟืองที่ผิดปกติคือตัวใด แต่สัญญาณสเปกตรัมมักจะไม่สามารถตรวจพบรอยแตกร้าวได้ตั้งแต่ในระยะเริ่มต้น ดังในรูปที่ 3-12 บางสัญญาณสเปกตรัมก็ยากที่จะวิเคราะห์ชุดแถบความถี่ข้างเนื่องจากชุดแถบความถี่ข้างของเฟืองแต่ละตัวอยู่ชิดกันมากเมื่อเทียบกับความละเอียดของสเปกตรัม จึงนำการวิเคราะห์ด้วยเซปส์ตรัมมาพิจารณาร่วมกัน



รูปที่ 3-12 สัญญาณสเปกตรัมของชุดเฟืองที่เฟืองขับมีฟันแตกร้าว [4]

การวิเคราะห์บนโดเมนคิวเฟรนซีของชุดเฟือง หรือการวิเคราะห์เซปส์ตรัม คือการวิเคราะห์ความถี่ของยอดสัญญาณสเปกตรัม โดยจะได้สภาวะเป็นคาบของยอดสัญญาณสเปกตรัมอื่น

ได้แก่ กลุ่มของฮาร์มอนิก และชุดแถบความถี่ข้างที่ห่างเท่าๆกัน การสังเกตชุดแถบความถี่ข้างในรูปของเซปส์ตรัมทำได้ง่ายกว่าสเปกตรัมเนื่องจากสามารถลดพารามิเตอร์ที่ต้องพิจารณาเหลือเพียง 2 ตัว คือ แกมมาจุดที่ควิเฟรนซี $1/P$ ของเฟืองขับ และ $1/W$ ของเฟืองตาม ทำให้สามารถรู้ว่เฟืองตัวใดในชุดเฟืองเสียหายได้สะดวกกว่าการวิเคราะห์ชุดแถบความถี่ข้างในสัญญาณสเปกตรัมโดยตรง และยังสามารถเห็นความเปลี่ยนแปลงของสัญญาณได้ชัดเจนกว่าดังตัวอย่างในรูปที่ 3-13 สัญญาณเซปส์ตรัมจึงเหมาะที่จะนำมาใช้วิเคราะห์ปัญหาของชุดเฟือง



รูปที่ 3-13 สัญญาณเซปส์ตรัมของชุดเฟืองที่เฟืองขับมีฟันแตกร้าว [4]

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย