

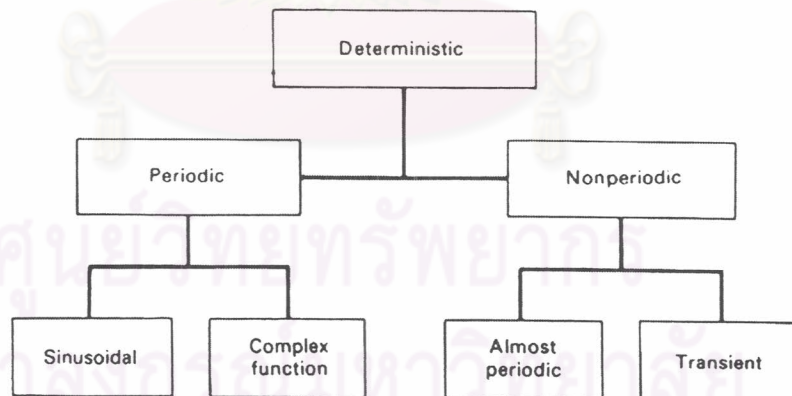
บทที่ 2

ทฤษฎีการจัดการข้อมูลและการวิเคราะห์สัญญาณ

2 - 1 ประเภทของสัญญาณการสั่นสะเทือนโดยทั่วไป

สัญญาณการสั่นสะเทือนโดยพื้นฐานเป็นฟังก์ชันของเวลา สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทหลัก ๆ คือ

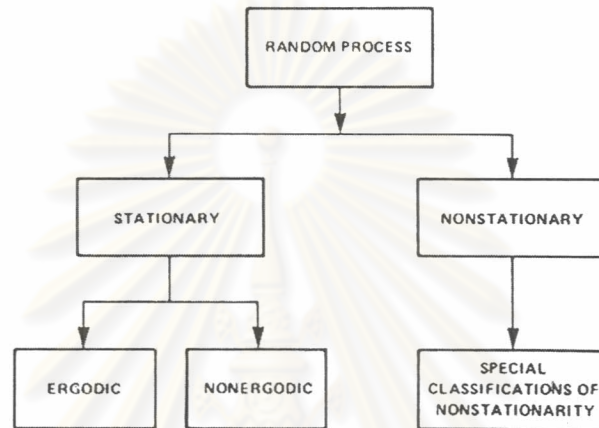
- 1) สัญญาณแบบดีเทอร์มินิสติก (Deterministic Signal) คือ สัญญาณที่สามารถนิยามได้ด้วยฟังก์ชันคณิตศาสตร์ตลอดช่วงของการสั่นสะเทือน ตามแผนภูมิในรูปที่ 2-1 สามารถแยกย่อยได้ดังนี้
 - 1.1) สัญญาณที่มีลักษณะเป็นคาบ (Periodic Signal) ตัวอย่างเช่น สัญญาณคลื่นไซน์ (Sine Wave) และฮาร์มอนิกของคลื่นไซน์ หรือฟังก์ชันเชิงซ้อน เป็นต้น
 - 1.2) สัญญาณที่ไม่มีลักษณะเป็นคาบ (Nonperiodic Signal) ตัวอย่างเช่น สัญญาณชั่วคราว (Transient Signal)



รูปที่ 2-1 แผนภูมิแสดงการแบ่งแยกชนิดของสัญญาณแบบดีเทอร์มินิสติก

- 2) สัญญาณแบบสุ่ม (Random Signal) เป็นสัญญาณที่มีลักษณะไม่แน่นอนไม่สามารถแทนได้ด้วยฟังก์ชันคณิตศาสตร์ ต้องอาศัยการวิเคราะห์ทางสถิติ เช่น ค่าอาร์เอ็มเอส (RMS) ค่าความแปรปรวน เป็นต้น ตามแผนภูมิในรูปที่ 2-2 สามารถแยกย่อยได้ดังนี้

- 2.1) สัญญาณที่คุณสมบัติทางสถิติไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Stationary Signal)
- 2.2) สัญญาณที่คุณสมบัติทางสถิติเปลี่ยนแปลงตามเวลา (Nonstationary Signal)
- สัญญาณแบบสุ่มทุกชนิดในทางปฏิบัติมีลักษณะเช่นนี้ แต่ในด้านวิศวกรรมบางครั้งถือว่าการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติทางสถิติอาจจะช้ามาก ๆ ดังนั้นหลาย ๆ ปรัชญาการณที่ศึกษาสามารถพิจารณาให้เป็นสัญญาณที่คุณสมบัติทางสถิติไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา



รูปที่ 2-2 แผนภูมิแสดงการแบ่งแยกชนิดของสัญญาณแบบสุ่ม

การที่เราต้องจำแนกประเภทของสัญญาณก็เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาในการเลือกวิธีการวิเคราะห์สัญญาณ และกระบวนการจัดการข้อมูล (Data Processing) ที่เหมาะสม สัญญาณการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกลหมุนแม้ว่าจะมีลักษณะเป็นคาบในทางทฤษฎี แต่ในทางปฏิบัติเป็นสัญญาณที่มีลักษณะเป็นคาบและแบบสุ่มร่วมกัน ซึ่งเห็นได้จากการที่เครื่องจักรกลหมุนด้วยความเร็วรอบที่แน่นอน การสั่นสะเทือนมีลักษณะซ้ำเดิมทุก ๆ รอบหมุน แต่ทว่าในแต่ละรอบหมุนระดับการสั่นสะเทือนจะไม่เท่ากัน

2 - 2 การแปลงแบบฟูรีเยร์ (Fourier Transform)

ฟูรีเยร์ได้เสนอว่าสัญญาณบนโดเมนเวลาใด ๆ ที่มีลักษณะเป็นคาบโดยมีคาบเท่ากับ T สามารถเขียนแทนได้ในรูปของอนุกรมของฟังก์ชันโคไซน์และฟังก์ชันไซน์ เรียกอนุกรมนี้ว่า อนุกรมฟูรีเยร์ (Fourier Series) เขียนแทนได้ด้วยสมการดังนี้

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi n t}{T} + b_n \sin \frac{2\pi n t}{T} \right) \quad (2-1)$$

เรียกสัมประสิทธิ์ a_n และ b_n ว่าสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์ (Fourier Coefficients)

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } a_0 &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cdot dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot dt & \text{โดยที่ } \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cdot \sin(n\omega t) \cdot dt \end{aligned} \quad (2-2)$$

เรียกความถี่ ω นี้ว่า ความถี่รากฐาน (Fundamental Frequency) พจน์อื่น ๆ ของฟังก์ชัน $x(t)$ ที่มีความถี่เป็นจำนวนเท่าของความถี่นี้เรียกว่า ฮาร์โมนิก (Harmonic) อันดับที่ n เมื่อนำแอมพลิจูดมาแสดงบนโดเมนความถี่จะได้เส้นตรงในแนวดิ่งที่แต่ละความถี่ของฮาร์โมนิก

การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ฟูรีเยร์โดยเครื่องวิเคราะห์ทำได้ด้วยวิธีการทางตัวเลข โดยการสุ่มตัวอย่างข้อมูลด้วยจำนวนจุดข้อมูล N จุด ในช่วงคาบเวลา T แล้วแทนที่การอินทิเกรตด้วยการรวมข้อมูล และแทน dt ด้วยระยะห่างระหว่างแต่ละจุดข้อมูล $\Delta t = T/N$ ดังนั้นจึงสามารถเขียนสมการ 2-2 ใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N x(t_i) \\ a_n &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N x(t_i) \cdot \cos \frac{2n\pi t_i}{T} \\ b_n &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N x(t_i) \cdot \sin \frac{2n\pi t_i}{T} \end{aligned} \quad (2-3)$$

อนุกรมฟูรีเยร์สามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลได้เนื่องจาก

$$\cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \quad \text{และ} \quad \sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} \quad (2-4)$$

เมื่อนำสมการ 2-4 แทนลงในสมการ 2-1 จะสามารถเขียนฟังก์ชัน $x(t)$ ใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n (e^{jn\omega t} + e^{-jn\omega t}) - jb_n (e^{jn\omega t} - e^{-jn\omega t}) \right] \\
 &= \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[(a_n - jb_n) e^{jn\omega t} + (a_n + jb_n) e^{-jn\omega t} \right]
 \end{aligned} \tag{2-5}$$

ถ้าให้นิยามสัญลักษณ์ใหม่ดังนี้

$$\begin{aligned}
 X_0 &= \frac{a_0}{2}, \quad X_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n), \quad X_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n) \\
 &\text{โดยที่ } n = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{2-6}$$

เมื่อ X_{-n} เป็นคอนจูเกตเชิงซ้อน (Complex Conjugate) ของ X_n สมการ 2-1 สามารถเขียนใหม่ในรูปแบบของอนุกรมฟูริเยร์เชิงซ้อนได้ดังนี้

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \cdot e^{jn\omega t} \tag{2-7}$$

เรียก X_n ว่า สเปกตรัมของฟูริเยร์ (Fourier Spectrum) และสามารถหาค่าได้โดยอาศัยสมการ 2-2 และ 2-6 ดังนี้

$$\begin{aligned}
 X_n &= \frac{1}{2}(a_n - jb_n) = \frac{1}{T} \left[\int_0^T x(t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot dt - j \int_0^T x(t) \cdot \sin(n\omega t) \cdot dt \right] \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot [\cos(n\omega t) - j \sin(n\omega t)] \cdot dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot e^{-jn\omega t} dt \quad n = 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{2-8}$$

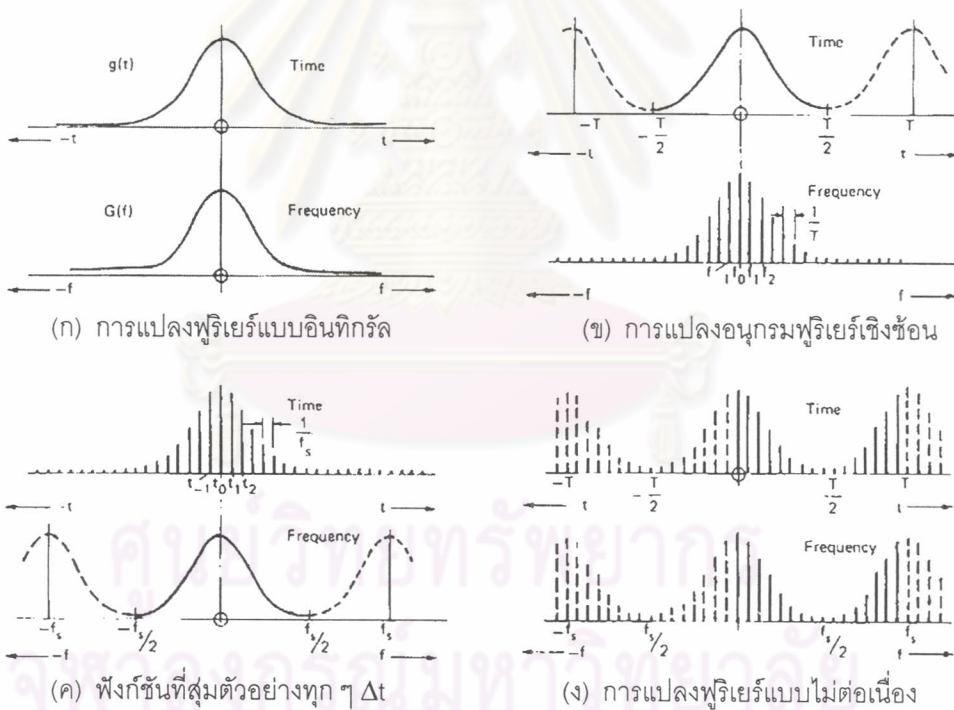
สมการ 2-7 และ 2-8 สามารถนำไปใช้กับสัญญาณแบบคาบได้ แต่ก็ยังสามารถขยายผลการใช้สมการ 2-7 และ 2-8 ไปยังกรณีทั่ว ๆ ไปได้ โดยให้ $T \rightarrow \infty$ ซึ่งจะทำให้ระยะห่าง $1/T$ ระหว่างแต่ละฮาร์มอนิกเข้าใกล้ศูนย์ ดังนั้นจะได้สเปกตรัม X กลายเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่มีความถี่ $f = \omega/2\pi$ ซึ่งจะทำให้สมการ 2-8 และ 2-7 กลายเป็น

$$X^*(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \tag{2-9}$$

$$x^*(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X^*(f) \cdot e^{j2\pi ft} df \tag{2-10}$$

โดยที่ $X^*(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} T \cdot X_n$ และ $x^*(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} x(t)$

เครื่องหมายดอกจันตรีในสมการ 2-9 และ 2-10 สามารถละทิ้งได้ เรียกสมการ 2-9 นี้ว่าการแปลงไปข้างหน้าแบบฟูรีเยร์ (Forward Fourier Transform) ในขณะที่เรียกสมการ 2-10 ว่าการแปลงกลับแบบฟูรีเยร์ (Inverse Fourier Transform) จะเห็นได้ว่าทั้งสองสมการเกือบจะสมมาตรกัน แตกต่างเพียงเครื่องหมายของฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียลเท่านั้น สิ่งที่สำคัญสำหรับความเป็นสมมาตรก็คือ เมื่อแปลงสัญญาณในทิศทางหนึ่งจะถูกแปลงด้วยอีกทิศทางหนึ่งเสมอ การแปลงฟูรีเยร์แบบอินทิกรัล ดังสมการที่ 2-9 และ 2-10 สามารถแสดงได้ด้วยกราฟในรูปที่ 2-3 (ก)



รูปที่ 2-3 การแปลงฟูรีเยร์รูปแบบต่าง ๆ [7]

การแปลงฟูรีเยร์แบบอินทิกรัลจะต้องเก็บสัญญาณในช่วงอนันต์ ซึ่งการใช้ระเบียบวิธีทางตัวเลขไม่มีทางทำได้จึงแทนช่วงระยะเวลาอนันต์ด้วยช่วงเวลา $(-T/2, T/2)$ โดยสมมติให้ฟังก์ชันมีลักษณะซ้ำเดิมในช่วงเวลาที่อยู่นอกช่วงคาบเวลานี้ทั้ง 2 ด้าน สัญญาณบนโดเมนเวลาสามารถแสดงได้ด้วยอนุกรมฟูรีเยร์เชิงซ้อน ดังแสดงในรูปที่ 2-3 (ข) ความถี่รากฐาน f ขึ้นอยู่กับคาบเวลาที่

ใช้เก็บสัญญาณ การแปลงแบบฟูรีเยร์ของฟังก์ชันนี้ทำให้ได้สเปกตรัมแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Frequency Spectrum) ที่มีจำนวนฮาร์มอนิกของความถี่ f ไม่จำกัดจำนวน

สมการที่ 2-9 และ 2-10 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันที่สุ่มตัวอย่างทุก ๆ ช่วงเวลา Δt หรือมีความถี่ในการสุ่มตัวอย่างข้อมูล $f_s = 1/\Delta t$ ได้ดังในสมการที่ 2-11 และ 2-12 กราฟของฟังก์ชันนี้แสดงไว้ในรูปที่ 2-3 (ค)

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t_n) \cdot e^{-j2\pi f t_n} \quad (2-11)$$

$$x(t_n) = \frac{1}{f_s} \int_{-f_s/2}^{f_s/2} X(f) \cdot e^{j2\pi f t_n} df \quad (2-12)$$

เมื่อ $t_n = n \cdot \Delta t$ คือ เวลา ณ การสุ่มตัวอย่างข้อมูลครั้งที่ n

ถ้าในอนุกรมเวลามีการตัดให้เหลือพจน์น้อยลงและทำให้เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง ฟังก์ชันความถี่จะถูกตัดพจน์ให้น้อยลงด้วยเช่นกัน ทำให้ได้ฟังก์ชันการแปลงฟูรีเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Fourier Transform , DFT) ดังสมการต่อไปนี้

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j(2\pi k n / N)} \quad (2-13)$$

$$x_n = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j(2\pi k n / N)} \quad (2-14)$$

ฟังก์ชัน DFT ในสมการที่ 2-13 และ 2-14 สามารถแสดงเป็นกราฟได้ดังในรูปที่ 2-3 (ง) ฟังก์ชัน DFT นี้เหมาะที่จะนำไปใช้กับเครื่องวิเคราะห์สัญญาณแบบดิจิทัล เนื่องจากการหาค่าสเปกตรัมของฟูรีเยร์ X_n ทั้ง N จุดจากตัวอย่างข้อมูลที่สุ่มมาจากสัญญาณบนโดเมนเวลา N จุด จะต้องมีการคูณเชิงซ้อนถึง N^2 ครั้ง จึงมีการเสนอการแปลงฟูรีเยร์แบบเร็ว (Fast Fourier Transform , FFT) ซึ่งจะให้ผลเหมือนกันกับสมการที่ 2-13 แต่จะทำการคูณเชิงซ้อนเพียง $N \cdot \log_2 N$ ครั้ง เช่น กรณีมีจำนวนจุดข้อมูลเวลา $N=1,024$ จุด ถ้าใช้การแปลงแบบ DFT จะต้องทำการคูณเชิงซ้อน 1,048,576 ครั้ง ในขณะที่การแปลงแบบ FFT จะเหลือเพียง 10,240 ครั้ง ซึ่งจะเห็นได้ว่าการแปลงแบบ FFT สามารถทำได้เร็วกว่า DFT มากกว่า 100 เท่าตัว

2 – 3 ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์เวลาและความถี่

การใช้การแปลงแบบ DFT มีความสัมพันธ์ง่าย ๆ ระหว่างพารามิเตอร์บนทั้งสองโดเมนที่จำเป็นต้องพิจารณาเลือกใช้ให้เหมาะสมดังนี้

- 1) ช่วงเวลาที่ใช้ในการเก็บสัญญาณในหนึ่งชุดสัญญาณ

$$T = N \cdot \Delta t \quad (2-15)$$

โดยที่ N คือ ขนาดของการแปลงสัญญาณ หรือ จำนวนจุดข้อมูล

Δt คือ คาบของการสุ่มตัวอย่างข้อมูล

หรือ ความละเอียดของสัญญาณบนโดเมนเวลา

- 2) ความถี่ในการสุ่มตัวอย่างข้อมูล f_s คือ

$$f_s = N \cdot \Delta f \quad (2-16)$$

โดยที่ Δf คือ ระยะห่างระหว่างเส้นสเปกตรัมแต่ละเส้น

หรือ ความละเอียดของโดเมนความถี่

- 3) เมื่อรวมสมการ (2-15) และ (2-16) เข้าด้วยกัน และ $f_s = 1/\Delta t$ จะได้ความสัมพันธ์พื้นฐานดังนี้

$$\Delta f \cdot T = 1 \quad (2-17)$$

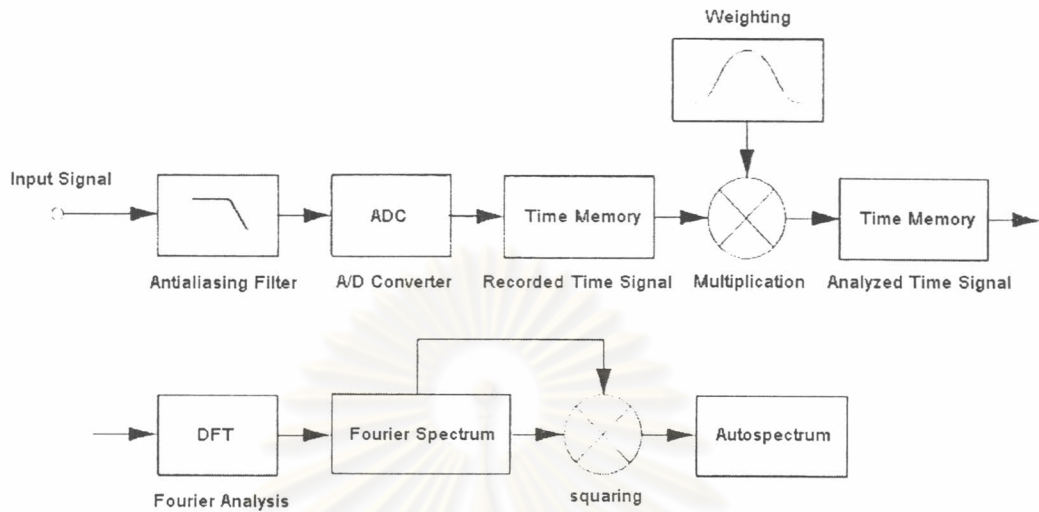
จะเห็นได้ว่าถ้าต้องการความละเอียดของโดเมนความถี่มากขึ้นก็ต้องเก็บสัญญาณนานขึ้น สำหรับช่วงความถี่ใช้งาน f_{span} จะขึ้นอยู่กับความชันของตัวกรองต่อต้านการผันกลับ (Anti-aliasing Filter) ซึ่งเครื่องวิเคราะห์แบบดิจิตอลส่วนใหญ่จะมีอัตราการลดลง 120 dB/Octave จึงพอจะประมาณช่วงความถี่ใช้งานได้ดังนี้

$$f_s = 2.56 \cdot f_{span} \quad (2-18)$$

หรือ
$$N = 2.56 \cdot N_{span} \quad (2-19)$$

โดยที่ N_{span} คือ จำนวนของเส้นสเปกตรัม

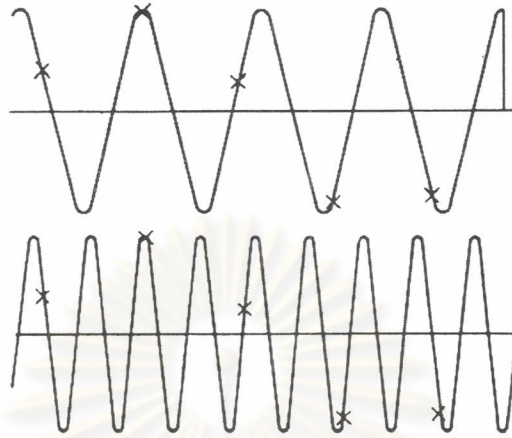
2 - 4 การจัดเก็บข้อมูล (Data Acquisition)



รูปที่ 2-4 แผนผังแสดงขั้นตอนการทำงานของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณแบบ FFT [8]

เครื่องวิเคราะห์สัญญาณแบบ FFT (FFT Analyzer) มีลักษณะการทำงานอย่างคร่าว ๆ ดังแสดงในรูปที่ 2-4 จะเห็นได้ว่าเป็นเครื่องมือที่มีพื้นฐานเหมือนเครื่องคอมพิวเตอร์ สัญญาณแบบแอนะล็อก (Analog) ที่รับมาจากตัวตรวจจู่ชนิดวัดความแรงและเครื่องขยายประจุ จะถูกแปลงให้เป็นสัญญาณแบบดิจิทัล (Digital) ด้วยตัวแปลงสัญญาณจากแอนะล็อกเป็นดิจิทัล (A/D Converter) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการสุ่มตัวอย่างข้อมูล (Sampling) และการหาขนาดของสัญญาณ (Quantification) ความถี่ในการสุ่มตัวอย่างข้อมูล (Sampling Frequency) เปรียบได้กับความเร็วของภาพแต่ละภาพในกล้องถ่ายภาพยนตร์ ถ้าความถี่ในการสุ่มตัวอย่างข้อมูลไม่มากพอ เครื่องวิเคราะห์สัญญาณจะแปลความหมายของข้อมูลผิดพลาด ยกตัวอย่างเช่นในรูปที่ 2-5 เครื่องวิเคราะห์สัญญาณจะมองเห็นว่าข้อมูลจากสัญญาณทั้งสองเหมือนกัน ทั้งที่สัญญาณทั้งสองมีความถี่ต่างกัน ลักษณะเช่นนี้เรียกว่าเกิดการผันกลับ (Aliasing) สามารถแก้ไขได้ด้วยการเพิ่มความถี่ในการสุ่มตัวอย่างข้อมูล และใช้ตัวกรองผ่านความถี่ต่ำ (Low Pass Filter) ที่เรียกว่าตัวกรองต่อต้านการผันกลับ (Anti-aliasing Filter) กรองสัญญาณก่อนที่จะทำการแปลงสัญญาณให้เป็นดิจิทัล เพื่อกรองเอาองค์ประกอบความถี่ที่สูงกว่าความถี่ตัดออก (Cut-off Frequency) ซึ่งถูกตั้งให้มีค่าเท่ากับความถี่สูงสุดที่ต้องการวิเคราะห์ ทิ้งไป โดยปรกติแล้วความถี่ในการสุ่มตัวอย่างข้อมูลจะต้องมากกว่า 2 เท่าขององค์ประกอบความถี่สูงสุดของสัญญาณที่พิจารณา เพื่อให้การสุ่มตัวอย่างข้อมูลมากกว่า 2 ครั้งต่อหนึ่งรอบการสั่น ซึ่งเรียกหลักการนี้ว่า เกณฑ์ของไนควิสต์

(Nyquist Criterion) โดยความถี่ที่เท่ากับครึ่งหนึ่งของความถี่ในการสุ่มตัวอย่างข้อมูลเรียกว่า ความถี่ไนควิสต์ (Nyquist Frequency, f_n)



รูปที่ 2-5 ผลของการสุ่มตัวอย่างข้อมูลที่ผิดพลาด

เนื่องจากตัวกรองสัญญาณมีคุณลักษณะค่อย ๆ ลดลงที่ความถี่เหนือความถี่ตัดออก เช่น 12 dB/Octave ในกรณีเครื่องวิเคราะห์ Brüel & Kjaer รุ่น 2035 จึงมีความเป็นไปได้ที่บางข้อมูล บริเวณความถี่ใกล้ ๆ กับขอบเขตด้านบนของช่วงความถี่ที่ต้องการวิเคราะห์ (Frequency Span) จะถูกปะปนด้วยข้อมูลผกกลับ ดังนั้นเครื่องวิเคราะห์สัญญาณจึงมีความถี่การสุ่มตัวอย่างข้อมูล เป็น 2.56 เท่าของความถี่ตัดออกของตัวกรองต่อต้านการผกกลับ (2.56 เท่าของความถี่สูงสุดที่ ต้องการวิเคราะห์)

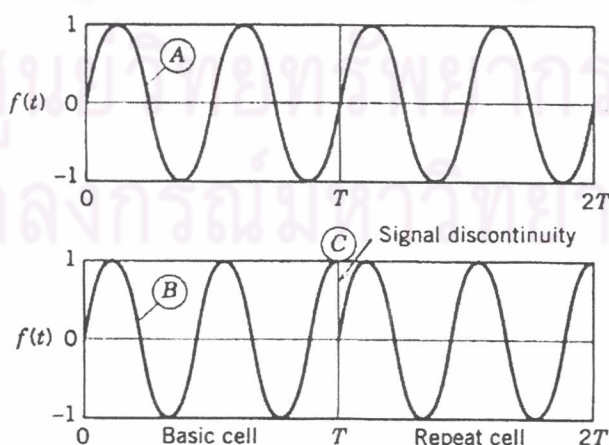
เมื่อทำการสุ่มตัวอย่างข้อมูลแล้ว ข้อมูลที่ได้มาจะถูกแปลงเป็นดิจิตอลโดยอยู่ในรูปแบบ เลขฐานสอง เครื่องวิเคราะห์สัญญาณแบบ FFT ส่วนใหญ่ใช้ตัวแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็น ดิจิตอลแบบ 12 บิต (12 Bit A/D Converter) ทำให้สามารถเก็บข้อมูลที่มีแอมพลิจูดสูงสุดและต่ำ สุดต่างกัน 4095 เท่า หรือมีขอบเขตทางพลศาสตร์ (Dynamic Range) 72 dB จากนั้นข้อมูลจะ ถูกส่งไปเก็บในหน่วยความจำเวลาเพื่อรอการนำไปใช้ต่อไป ถ้าต้องการแสดงสัญญาณบนโดเมน เวลา เครื่องวิเคราะห์จะนำข้อมูลเหล่านี้ออกมาแสดงได้ทันที โดยอาศัยการประมาณภายในช่วง (Interpolation) สำหรับการวิเคราะห์สัญญาณสเปกตรัมหรือสัญญาณบนโดเมนความถี่ ข้อมูล เหล่านี้จะถูกนำไปแปลงแบบ FFT ต่อไป

2 - 5 ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weighting Function)

เครื่องวิเคราะห์สัญญาณแบบ FFT ทำงานด้วยการตั้งสมมติฐานว่า สัญญาณมีลักษณะเป็นคาบ มีคาบรากฐาน (Fundamental Period) เท่ากับ T ตามขนาดช่วงเวลาที่ใช้ในการเก็บสัญญาณ ที่เรียกว่าหน้าต่างเวลา (Time Window) ซึ่งก็หมายความว่าเรากำลังพยายามอธิบายสัญญาณในรูปองค์ประกอบความถี่ของอนุกรมฟูรีเยร์ที่มีความถี่เป็นจำนวนเท่าของความถี่รากฐาน (Fundamental Frequency, f_0)

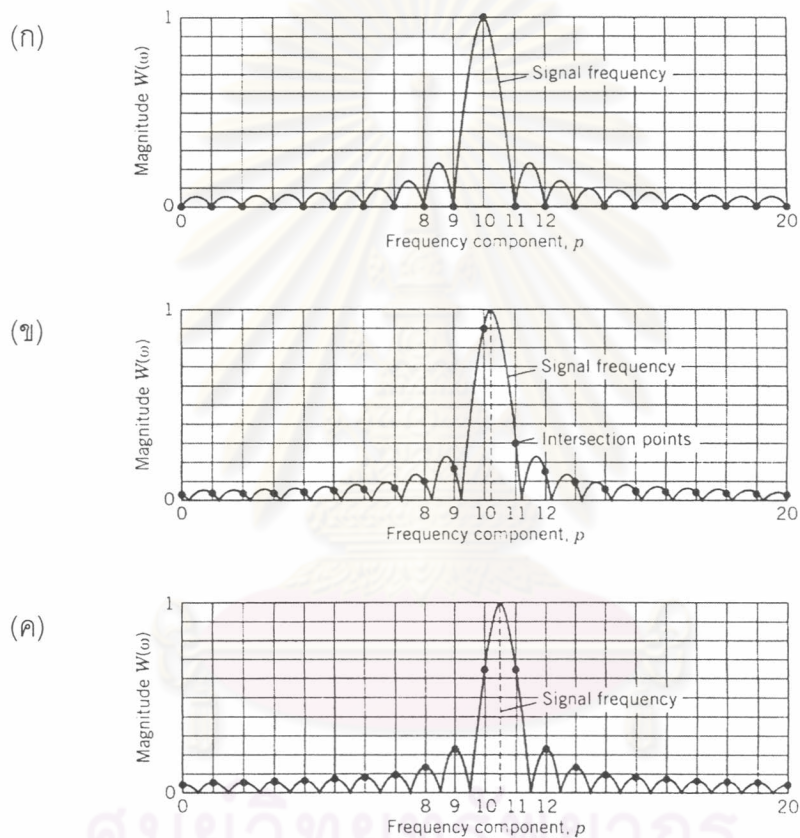
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{N} f_s \quad (2-20)$$

ซึ่งจะทำงานได้ดีถ้าสัญญาณมีองค์ประกอบความถี่สูงกว่า f_0 เป็นจำนวนเท่าที่ลงตัว เนื่องจากสัญญาณในหน้าต่างเวลาเป็นตัวแทนของสัญญาณจริงทั้งหมด เครื่องวิเคราะห์สัญญาณจะสมมติให้สัญญาณจริงที่ทำการวัดมีลักษณะเหมือนกับว่ามีสัญญาณเช่นเดียวกับที่ปรากฏในหน้าต่างเวลามาเรียงต่อกันทั้งในช่วงเวลาก่อนหน้าและภายหลังหน้าต่างเวลา แต่ในความเป็นจริงแล้วสัญญาณมักมีความถี่เป็นจำนวนเท่าของ f_0 ที่ไม่ลงตัว ทำให้หน้าต่างเวลาไม่สามารถบรรจุสัญญาณได้เต็มรอบการสั่นพอดีจึงปรากฏความไม่ต่อเนื่องทั้งขนาดและความชันที่รอยต่อของหน้าต่างเวลา ดังแสดงในรูปที่ 2-6 ถ้าพิจารณาบนโดเมนความถี่ องค์ประกอบความถี่ของสัญญาณจะไม่ตรงกับเส้นสเปกตรัมของเครื่องวิเคราะห์ ทำให้เกิดลักษณะที่เรียกว่า การรั่วเนื่องจากการกรองสัญญาณ (Filter Leakage) คือมียอดสเปกตรัมที่ความถี่อื่นเพิ่มเข้ามาเพื่อเป็นตัวแทนความไม่ต่อเนื่องของสัญญาณที่เกิดขึ้นบริเวณรอยต่อของหน้าต่างเวลา



รูปที่ 2-6 สัญญาณไซน์คลื่น A มีคาบที่สามารถบรรจุลงในหน้าต่างเวลาได้พอดี ในขณะที่ คลื่น B มีความถี่เปลี่ยนไปเล็กน้อย

ปัญหาดังกล่าวแก้ไขได้ด้วยการนำฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weighting Function) คูณกับ สัญญาณบนโดเมนเวลาเวลาที่เก็บไว้ในหน่วยความจำ สำหรับในกรณีที่ไม่มี การคูณด้วย ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก จะมีคุณสมบัติเหมือนกับการถ่วงน้ำหนักด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแบบสี่เหลี่ยม (Rectangular Weighting) ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักมีคุณลักษณะเป็นตัวกรองความถี่แบบดิจิทัล เมื่อนำมาคูณกับสัญญาณบนโดเมนเวลาจะทำให้เกิดการม้วนขด (Convolution) ของสัญญาณ บนโดเมนความถี่ ทำให้จุดกึ่งกลางของตัวกรองความถี่ซ้อนทับกับองค์ประกอบความถี่ของ สัญญาณ เพื่อที่อธิบายถึงการรบกวนเนื่องจากตัวกรองสัญญาณ โปรดพิจารณารูปที่ 2-7



รูปที่ 2-7 จุดศูนย์กลางฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักสี่เหลี่ยมเลื่อนไปตาม องค์ประกอบความถี่ ที่มีค่าเป็นจำนวนเท่าของความถี่พื้นฐาน [9]

ในรูป 2-7 (ก) องค์ประกอบความถี่ของสัญญาณเป็น 10 เท่าของ f_0 จึงปรากฏยอด สัญญาณที่เส้นสเปกตรัมเส้นที่ 10 แอมพลิจูดของสเปกตรัมไม่เปลี่ยนแปลง ในขณะที่รูป 2-7 (ข) องค์ประกอบความถี่ของสัญญาณเป็น 10.25 เท่าของ f_0 ยอดสัญญาณที่เส้นสเปกตรัมเส้น ที่ 10 มีแอมพลิจูดตามขนาดของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ตัดผ่าน ในขณะเดียวกันก็ปรากฏยอด สัญญาณที่เส้นสเปกตรัมเส้นอื่น ๆ เพิ่มขึ้นมา ในรูปที่ 2-7 (ค) เป็นกรณีที่แย่มากที่สุดของการรบกวน

เนื่องจากการกรองสัญญาณ เมื่อองค์ประกอบความถี่ของสัญญาณเป็น 10.5 เท่าของ f_0 ซึ่งจะอยู่ที่กึ่งกลางระหว่างเส้นสเปกตรัม 2 เส้น จึงปรากฏยอดสัญญาณที่เส้นสเปกตรัมที่ 10 และ 11 มีแอมพลิจูดเท่ากัน และแอมพลิจูดมีขนาดลดลงเหลือเพียง 0.637 เมื่อเทียบกับแอมพลิจูดจริงที่มีค่าเท่ากับ 1 ในขณะที่แอมพลิจูดของสเปกตรัมเส้นอื่น ๆ มีขนาดสูงขึ้น จะเห็นได้ว่าการเปลี่ยนแปลงความถี่ของสัญญาณเพียง 5% สามารถทำให้ยอดสัญญาณมีแอมพลิจูดเปลี่ยนไปถึง 46% ดังนั้นในการวิเคราะห์สเปกตรัมจึงต้องพิจารณามากกว่าเพียงแค่การอ่านแอมพลิจูดสูงสุดของสัญญาณ นอกจากนี้แล้ว การเปลี่ยนชนิดฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักก็คือการเปลี่ยนคุณลักษณะการกรองสัญญาณแบบดิจิทัล ทำให้รูปแบบสัญญาณสเปกตรัมเปลี่ยนไปด้วย

เครื่องวิเคราะห์สัญญาณแบบ FFT ส่วนใหญ่จะมีฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักให้เลือกอย่างน้อย 2 ชนิด ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่นิยมใช้เป็นประจำคือ ฟังก์ชันสี่เหลี่ยม ฟังก์ชันแฮนนิ่ง (Hanning Weighting) ฟังก์ชันไกเซอร์-เบสเซล (Kaiser-Bessel Weighting) และฟังก์ชันแฟลต-ทอป (Flat-Top Function) ซึ่งฟังก์ชันเหล่านี้สามารถเขียนในรูปของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักทั่ว ๆ ไปได้ดังนี้

$$w(t) = a_0 - a_1 \cos(\omega_0 t) + a_2 \cos(2\omega_0 t) - a_3 \cos(3\omega_0 t) + a_4 \cos(4\omega_0 t) \quad \text{สำหรับ } 0 < t < T \quad (2-21)$$

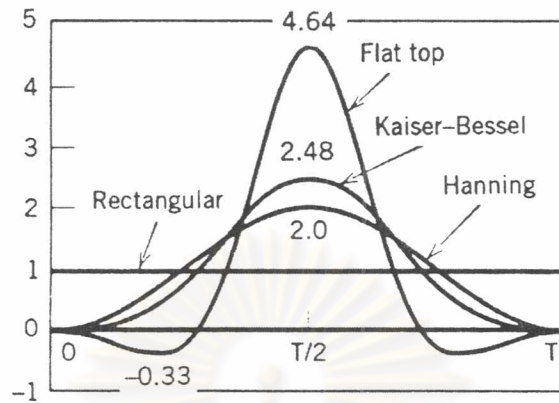
$$w(t) = 0 \quad \text{สำหรับ ช่วงอื่น ๆ}$$

ตารางที่ 2-1 ค่าสัมประสิทธิ์ a_i ของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักชนิดต่าง ๆ

ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก	สัมประสิทธิ์				
	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
สี่เหลี่ยม	1	-	-	-	-
แฮนนิ่ง	1	1	-	-	-
ไกเซอร์-เบสเซล	1	1.298	0.244	0.003	-
แฟลต-ทอป	1	1.933	1.286	0.388	0.032

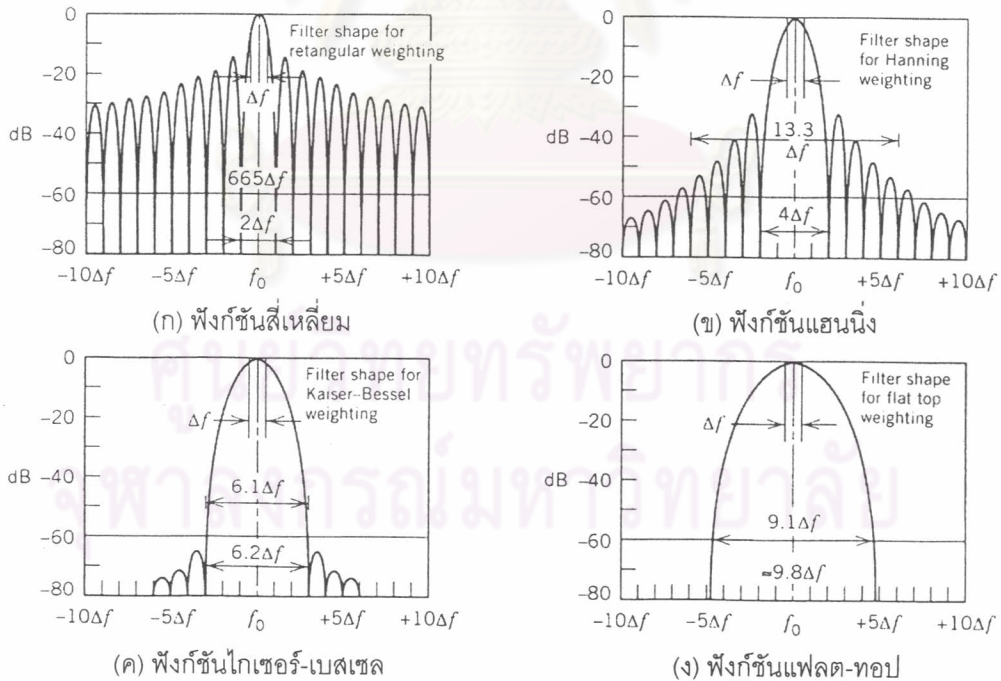
โดยที่ $\omega_0 = 2\pi f_0$ และ f_0 มีค่าเท่ากับระยะห่างระหว่างเส้นสเปกตรัม (Δf) สัมประสิทธิ์ a_i สำหรับฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแต่ละชนิดแสดงไว้ในตารางที่ 2-1 เมื่อนำฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ มาแสดงเป็นกราฟจะได้ลักษณะการถ่วงน้ำหนักดังแสดงในรูปที่ 2-8 จะเห็นได้ว่า การถ่วงน้ำหนักแบบสี่เหลี่ยมให้น้ำหนักเท่ากันตลอดช่วงหน้าต่างเวลา ในขณะที่การถ่วงน้ำหนักชนิดอื่น ๆ เริ่มและจบ

ลงที่ศูนย์เพื่อที่จะลดความไม่ต่อเนื่องของแอมพลิจูดและความชันของสัญญาณที่บริเวณขอบหน้าต่างเวลา ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเหล่านี้จะเน้นความสำคัญที่ส่วนตรงกลางของหน้าต่างเวลาต่างกัน



รูปที่ 2-8 ลักษณะของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักทั้ง 4 ชนิดบนโดเมนเวลา [9]

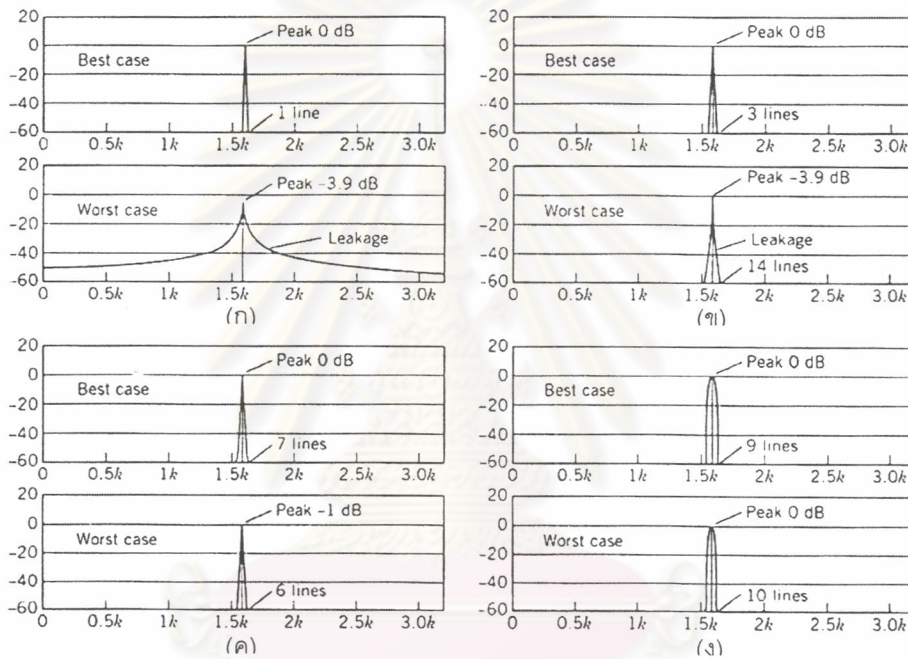
คุณลักษณะความเป็นตัวกรองสัญญาณแบบดิจิทัล ของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักชนิดต่าง ๆ แสดงได้ดังใน รูปที่ 2-9 และตารางที่ 2-2



รูปที่ 2-9 คุณลักษณะความเป็นตัวกรองสัญญาณแบบดิจิทัลของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักชนิดต่าง ๆ [9]

ตารางที่ 2-2 คุณลักษณะการเป็นตัวกรองความถี่แบบดิจิทัลของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักชนิดต่าง ๆ

ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก	Noise Bandwidth	Ripple	60 dB Bandwidth
สี่เหลี่ยม	Δf	3.92 dB	$665 \Delta f$
แฮนนิ่ง	$1.5 \Delta f$	1.42 dB	$13.3 \Delta f$
ไกเซอร์-เบสเซล	$1.8 \Delta f$	1.02 dB	$6.1 \Delta f$
แฟลต-ทอป	$3.77 \Delta f$	0.01 dB	$9.1 \Delta f$



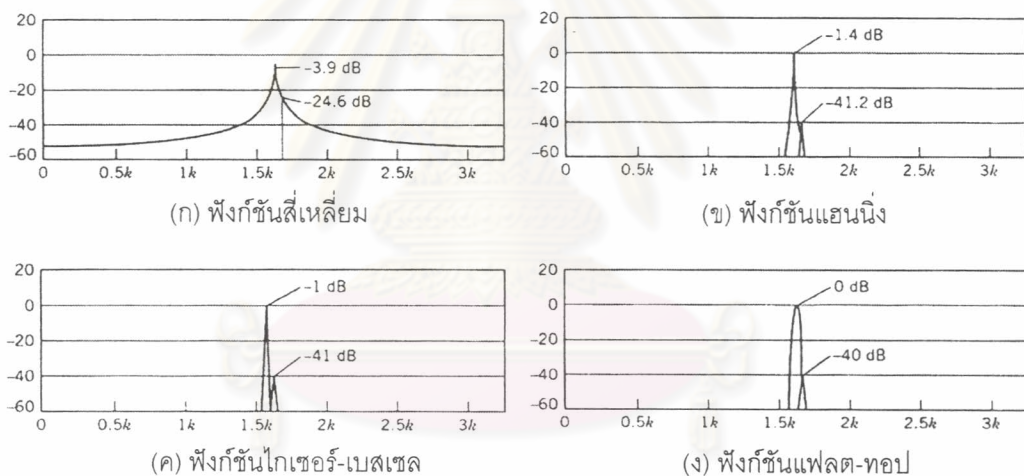
รูปที่ 2-10 การวิเคราะห์สเปกตรัมของสัญญาณคลื่นไซน์ที่ความถี่ 1,600 Hz (Best Case) และ 1,602 Hz (Worst Case) โดยใช้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักดังนี้ [9]

(ก) ฟังก์ชันสี่เหลี่ยม (ข) ฟังก์ชันแฮนนิ่ง (ค) ฟังก์ชันไกเซอร์-เบสเซล (ง) ฟังก์ชันแฟลต-ทอป

จากรูปที่ 2-9 เมื่อลอนศูนย์กลาง (Center Lobe) กว้างขึ้นแอมพลิจูดของลอนด้านข้าง (Side Lobes) จะลดลง จะเห็นได้ว่าการพยายามลดการรั่วอันเนื่องจากการกรองสัญญาณก็คือ การลดแอมพลิจูดของลอนด้านข้างลง แต่ขณะเดียวกันขนาดของลอนกึ่งกลางก็จะกว้างขึ้นด้วย ทำให้ความละเอียดทางความถี่ (Frequency Resolution) ลดลง ขอยกตัวอย่างการเปรียบเทียบ การนำฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแต่ละชนิดไปใช้ในการวิเคราะห์สเปกตรัมของสัญญาณคลื่นไซน์ที่มีความถี่ 1,600 Hz และ 1,602 Hz ด้วยรูปที่ 2-10 เครื่องวิเคราะห์สัญญาณมีจำนวนเส้นสเปกตรัม 800 เส้น เลือกใช้ความถี่สูงสุด 3,200 Hz ดังนั้นเส้นสเปกตรัมแต่ละเส้นจะห่างกัน 4 Hz ซึ่งมีค่า

เท่ากับความถี่ฐานของหน้าต่างเวลา สำหรับคลื่นไซน์ที่มีความถี่ 1,600 Hz ถือได้ว่าเป็นกรณีที่ดีที่สุด (Best Case) ในรูปนี้ เพราะมีความถี่ตรงกับเส้นสเปกตรัมพอดี ในขณะที่คลื่นไซน์ที่มีความถี่ 1,602 Hz ถือได้ว่าเป็นกรณีที่แย่ที่สุด (Worst Case) เพราะความถี่อยู่กึ่งกลางระหว่างเส้นสเปกตรัม 2 เส้น จึงมีการรบกวนเนื่องจากการกรองสัญญาณมากที่สุด

พิจารณาในกรณีที่แย่ที่สุดแอมพลิจูดของยอดสเปกตรัมที่ใช้การถ่วงน้ำหนักแบบสี่เหลี่ยม มีขนาดลดลงมากกว่าในกรณีที่ใช้การถ่วงน้ำหนักแบบแฮนนิ่ง การถ่วงน้ำหนักแบบสี่เหลี่ยมปรากฏการรั่วของสัญญาณตลอดช่วงความถี่ที่พิจารณา ในขณะที่การถ่วงน้ำหนักแบบแฮนนิ่งมีฐานของยอดสเปกตรัมกว้างเท่ากับเส้นสเปกตรัม 14 เส้น ถ้าเป็นการถ่วงน้ำหนักแบบแฟลต-ทอปแอมพลิจูดจะไม่ลดลงสำหรับกรณีที่แย่ที่สุดนี้ แต่เนื่องจากมี Noise Bandwidth กว้างถึง $3.77\Delta f$ ทำให้เส้นสเปกตรัมทั้ง 9 เส้นของยอดสัญญาณปรากฏอยู่ในลอนศูนย์กลางของการกรองแบบดิจิทัล ฟังก์ชันนี้จึงทำให้ความละเอียดทางความถี่ของยอดสเปกตรัมลดลง



รูปที่ 2-11 ความสามารถของฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ ในการแยกแยะยอดสัญญาณที่อยู่ใกล้กัน [9]

ในรูปที่ 2-11 เป็นการเปรียบเทียบความสามารถของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักชนิดต่าง ๆ ในการแยกยอดสเปกตรัม 2 ยอด ที่ยอดหนึ่งมีแอมพลิจูดต่ำกว่าอีกยอดสัญญาณประมาณ 40 dB หรือ 100 เท่า และยอดสเปกตรัมทั้งสองอยู่ชิดกัน สำหรับในกรณีที่มีการรั่วของสัญญาณมากที่สุด การถ่วงน้ำหนักแบบสี่เหลี่ยม ยอดสัญญาณที่มีแอมพลิจูดต่ำจะถูกกลบโดยการรั่วของสัญญาณจากสเปกตรัมที่มีแอมพลิจูดสูง ในขณะที่การถ่วงน้ำหนักแบบแฮนนิ่งสามารถแยกยอดสัญญาณทั้ง 2 ออกจากกันได้ จากรูปจะเห็นว่ายอดสเปกตรัมที่มีแอมพลิจูดต่ำมีแอมพลิจูดลดลงไม่ถึง 1.42 dB เนื่องมาจากมีแอมพลิจูดของสัญญาณที่รั่วจากอีกยอดสเปกตรัมเข้ามาเสริม สำหรับกรณีการถ่วงน้ำหนักแบบไกเซอร์-เบสเซล เป็นฟังก์ชันที่ดีที่สุดในการแยกยอดสเปกตรัมที่

อยู่ใกล้กันออกจากกันได้ และยังมีการรบกวนเนื่องจากการกรองสัญญาณน้อย ทำให้ไม่มีผลต่อแอมพลิจูดของยอดสเปกตรัมที่มีแอมพลิจูดต่ำกว่า สำหรับการถ่วงน้ำหนักแบบแฟลต-ทอป แม้ว่าจะไม่มีความคลาดเคลื่อนของแอมพลิจูดยอดสเปกตรัม แต่ด้วยที่การกรองสัญญาณของฟังก์ชันนี้มีลอนกิ้งกลางที่กว้างมาก ความละเอียดทางความถี่จึงไม่ดีเท่ากับการถ่วงแบบแฮนนิ่งหรือ ไกเซอร์-เบสเซล ทำให้แยกยอดสเปกตรัมทั้ง 2 ยอดออกจากกันได้ยาก

ดังนั้นสำหรับการใช้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแฮนนิ่ง หรือไกเซอร์-เบสเซล แต่ละองค์ประกอบความถี่ควรจะอยู่ห่างกันไม่น้อยกว่า 5 - 6 เส้นสเปกตรัม และอัตราส่วนของแอมพลิจูดยอดสเปกตรัมขององค์ประกอบความถี่ที่ติดกันจะต้องน้อยกว่า 100 เท่า องค์ประกอบความถี่สามารถใกล้กันได้มากที่สุด 4 เส้นสเปกตรัม แต่ถ้าใกล้กันน้อยกว่า 4 เส้น จำเป็นต้องใช้กระบวนการขยายความละเอียดของโดเมนความถี่ (Zoom Processing) เข้ามาช่วยในการวิเคราะห์

คำแนะนำสำหรับการใช้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักมีดังนี้

- **ฟังก์ชันสี่เหลี่ยม** จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าควรหลีกเลี่ยงการเลือกใช้สำหรับการวิเคราะห์สัญญาณที่มีลักษณะต่อเนื่อง ถ้าพิจารณาคุณลักษณะตัวกรองสัญญาณแล้วจะเห็นได้ว่ามีขนาดของ 60dB Bandwidth ที่โตมากเป็นสาเหตุของการรบกวนของสัญญาณและความกระเพื่อม (Ripple) ที่มีค่ามากกว่าฟังก์ชันอื่น ๆ ทำให้ยอดสเปกตรัมมีความคลาดเคลื่อนสูง (Picket Fence Error) ถ้าองค์ประกอบความถี่นั้นไม่ตรงกับเส้นสเปกตรัม ฟังก์ชันชนิดนี้เหมาะสำหรับการวัดสัญญาณประเภทชั่วคราวที่ตัวสัญญาณทั้งหมดสามารถบรรจุอยู่ในหน้าต่างเวลา แต่บางกรณีพิเศษของสัญญาณประเภทชั่วคราวจะใช้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนนเชียล (Exponential Weighting Function) แทน
- **ฟังก์ชันแฮนนิ่ง** เป็นตัวเลือกที่ดีที่สุดถ้าความละเอียดของความถี่มีความสำคัญมากกว่าปัจจัยอื่น เนื่องจาก Noise Bandwidth ของฟังก์ชันแฮนนิ่งมีเพียงแค่ว่า 1.5 เท่าของระยะห่างระหว่างเส้นสเปกตรัมแต่ละเส้น ฟังก์ชันแฮนนิ่งถือว่าเป็นฟังก์ชันสารพัดประโยชน์เหมาะกับการเลือกไปใช้กับทั้งสัญญาณที่มีลักษณะเป็นคาบและแบบสุ่ม จึงเป็นฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสมกับการตรวจวัดเครื่องจักรกลหมุน
- **ฟังก์ชันไกเซอร์-เบสเซล** เนื่องจากมีค่า 60dB Bandwidth น้อยที่สุดฟังก์ชันนี้จึงใช้สำหรับการวิเคราะห์สัญญาณที่มีองค์ประกอบความถี่อยู่ชิดติดกันและมีแอมพลิจูดต่างกันมาก ฟังก์ชันชนิดนี้เหมาะสมกับสัญญาณแบบคาบ แต่ถ้าเป็นสัญญาณแบบสุ่มเครื่องวิเคราะห์จะทำงานได้ช้ากว่าฟังก์ชันแฮนนิ่ง

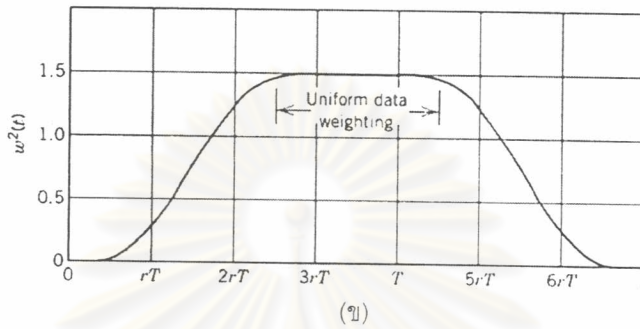
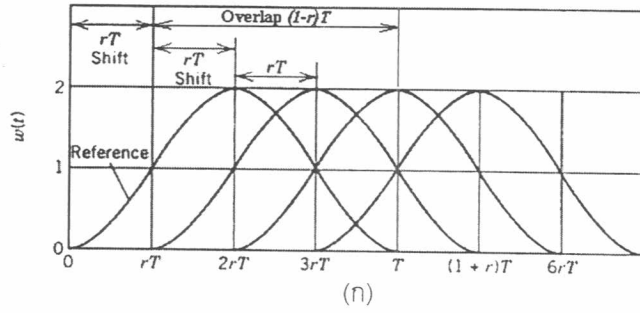
- **ฟังก์ชันแฟลต-ทอป** เลือกใช้เมื่อต้องการความแม่นยำของแอมพลิจูดมาก ๆ เช่น ในกรณีการสอบเทียบสัญญาณ (Calibration) เนื่องจากความกระเพื่อมของฟังก์ชันชนิดนี้น้อยมาก ประมาณ 0.01 dB จึงไม่เกิดปัญหาความคลาดเคลื่อนของยอดสเปกตรัมเมื่อองค์ประกอบความถี่ไม่ตรงกับเส้นสเปกตรัม

2 - 6 การเฉลี่ยและการเหลื่อมกันของหน้าต่างเวลา (Averaging and Overlap)

สัญญาณที่วัดจากเครื่องจักรกลหมุนจะมีลักษณะผสมกันทั้งสัญญาณแบบคาบและแบบสุ่ม จึงจำเป็นต้องทำการวัดสัญญาณสเปกตรัมหลาย ๆ ครั้ง แล้วนำสเปกตรัมที่ได้มาเฉลี่ยกัน เพื่อลดความไม่แน่นอนของสเปกตรัม ประกอบกับการเลือกใช้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักชนิดอื่นนอกเหนือจากฟังก์ชันแบบสี่เหลี่ยมจะทำให้สัญญาณเวลาที่เก็บมาในช่วงต้นและปลายของหน้าต่างเวลาถูก ลดแอมพลิจูดลงเป็นศูนย์ ซึ่งทำให้ได้ข้อมูลที่คลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริง การเก็บสัญญาณเวลาหลาย ๆ สัญญาณโดยที่แต่ละสัญญาณเริ่มทำการเก็บเหลื่อมกันจะช่วยแก้ปัญหานี้ได้ นอกจากนี้การเหลื่อมกันยังช่วยให้ระยะเวลาที่ใช้ในการเฉลี่ยทั้งหมดน้อยลงอีกด้วย

การเก็บสัญญาณโดยทั่วไปจะไม่ใช้ทริกเกอร์ (Trigger) เป็นตัวกำหนดการเริ่มต้นเก็บสัญญาณ ดังนั้นการเริ่มเก็บสัญญาณแต่ละครั้งจึงไม่สัมพันธ์กับคาบการหมุนของเครื่องจักรกล ทำให้มุมเฟสของอนุกรมฟูรีเยร์เชิงซ้อนจากการเก็บสัญญาณแต่ละครั้งเป็นแบบสุ่ม การเฉลี่ยจึงไม่มีความหมายใด ๆ ทางกายภาพโดยตรงเพราะอาจจะส่งผลให้สเปกตรัมที่บางความถี่มีแอมพลิจูดและมุมเฟสเป็นศูนย์ ซึ่งปัญหานี้แก้โดยการทำให้สเปกตรัมอยู่ในรูปของ เพาเวอร์สเปกตรัม (Power Spectrum) หรือเรียกอีกอย่างว่า ออโตสเปกตรัม (Autospectrum) เขียนแทนด้วย G_{xx} มีมุมเฟสเท่ากับศูนย์ ทำได้โดยการนำสเปกตรัมของฟูรีเยร์มายกกำลังแบบเชิงซ้อน นั่นก็คือ สเปกตรัมของฟูรีเยร์คูณด้วยคอนจูเกตเชิงซ้อนของตัวเอง $X^* \cdot X = G_{xx}$ ดังแสดงในรูปที่ 2-4 แล้วจึงนำออโตสเปกตรัมหลาย ๆ สัญญาณมาเฉลี่ยกัน โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะอธิบายหลักการเหลื่อมกันของหน้าต่างเวลาด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแฮนนิ่ง

แนวคิดการเหลื่อมกันของหน้าต่างเวลาแสดงได้ดังในรูปที่ 2-12 (ก) ซึ่งจะเห็นได้ว่าหน้าต่างเวลาถ่วงน้ำหนักแบบแฮนนิ่งที่มีคาบเท่ากับ T จำนวน 4 หน้าต่างซ้อนกัน โดยที่หน้าต่างเวลาบานที่สองเลื่อนไปจากหน้าต่างเวลาบานแรกเท่ากับ rT โดยที่ r คือ ตัวประกอบการเลื่อน (Shift Factor) หน้าต่างเวลาบานถัด ๆ ไปเลื่อนออกไปในระยะที่เท่า ๆ กัน ขนาดการเหลื่อมกันของหน้าต่างเวลา (Window Overlap , OL) มีความสัมพันธ์กับตัวประกอบการเลื่อนดังสมการ 2-22



รูปที่ 2-12 (ก) ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแชนนิ่ง 4 ชุดที่นำมาเฉลี่ยกันโดยมีการเหลื่อมกัน 75%
 (ข) ผลของการเฉลี่ยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแชนนิ่งกำลังสอง

$$OL = 1 - r \tag{2-22}$$

OL แสดงอยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์ จากรูปจะเห็นได้ว่า $r = 1/4$ ดังนั้น $OL = 75\%$

เนื่องจากสัญญาณสเปกตรัมที่พิจารณาอยู่ในรูปของอโตสเปกตรัม ดังนั้นจึงต้องพิจารณาผลของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่มีการเหลื่อมกันในรูปแบบกำลังสอง (Effective Square of Window Function) เขียนแทนด้วย $w_e^2(t)$ ซึ่งหาได้จากสมการต่อไปนี้

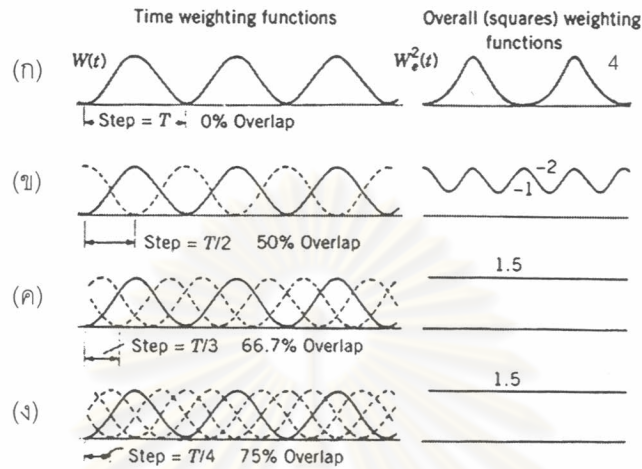
$$w_e^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w^2(t - irT) \tag{2-23}$$

โดยที่ i คือ ลำดับที่ของหน้าต่างเวลาที่นำมาเฉลี่ย

N คือ จำนวนหน้าต่างเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการเฉลี่ย

รูปที่ 2-12 (ข) แสดงให้เห็นถึงผลที่ได้จากการนำสมการ 2-23 มาใช้กับฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแชนนิ่งในรูป 2-12 (ก) ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแชนนิ่งจะมีค่าคงที่เท่ากับ 1.5 ในช่วงเวลาตั้งแต่

ประมาณ $0.7T$ ถึงประมาณ $1.1T$ ในกรณีที่ไม่มีหน้าต่างเวลาเพิ่มเข้ามาอีก ดังนั้นการถ่วงน้ำหนัก จึงให้น้ำหนักกับข้อมูลในช่วงเวลาดังกล่าวเท่า ๆ กัน รูปแบบผลของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่นำมาเฉลี่ยแบบเหลื่อมกันนี้จะเปลี่ยนไปตามเปอร์เซ็นต์การเหลื่อมกันดังแสดงไว้ในรูปที่ 2-13



รูปที่ 2-13 ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแฮนนิ่งและฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแฮนนิ่งกำลังสอง
ที่มีการเหลื่อมกัน 0% , 50% , 66.67% และ 75%

จากรูป 2-13 จะเห็นได้ว่าในกรณีที่ไม่มี การเหลื่อมกันเลย $w_o^2(t)$ มีค่าเปลี่ยนแปลงระหว่าง 0 ถึง 4 บางข้อมูลจึงถูกละทิ้ง ในขณะที่บางข้อมูลถูกขยายขนาดให้มากเกินไป ถ้าเปอร์เซ็นต์การเหลื่อมกันมีค่าตั้งแต่ 66.67% ขึ้นไปจะไม่ปรากฏการกระเพื่อมของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก และยังใช้เวลาในการเฉลี่ยสัญญาณน้อยลงอีกด้วย แต่ถ้าการเหลื่อมกันมีค่ามากเกินไป ชุดข้อมูลที่นำมาเฉลี่ยจะเกือบเป็นชุดเดียวกัน ผลที่ได้แทบไม่แตกต่างจากการที่ไม่ได้ทำการเฉลี่ย ดังนั้นเครื่องวิเคราะห์สัญญาณจึงมีขีดจำกัดเปอร์เซ็นต์สูงสุดของการเหลื่อมกันที่ทำได้ เช่น สำหรับเครื่องวิเคราะห์สัญญาณ Brüel & Kjaer รุ่น 2035 ทำการเฉลี่ยแบบเหลื่อมกันได้มากที่สุด 87.5 %

2 - 7 กระบวนการขยายความละเอียดของโดเมนความถี่ (Zoom Processing)

เนื่องจากระยะห่างระหว่างเส้นสเปกตรัม (Δf) แต่ละเส้นเป็นตัวกำหนดความละเอียดของโดเมนความถี่ ในหัวข้อเรื่องฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักจึงได้เสนอว่า ถ้าแต่ละองค์ประกอบความถี่ของสัญญาณที่ต้องการวิเคราะห์อยู่ห่างกันน้อยกว่า 4 เส้นสเปกตรัมจำเป็นต้องขยายความละเอียดของโดเมนความถี่ ยกตัวอย่างเช่น ในกรณีการวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองมักจำเป็นต้องขยายความละเอียดของโดเมนความถี่ เนื่องจากสัญญาณสเปกตรัมของชุดเฟืองจะปรากฏชุดแถบความถี่ข้าง (Sidebands) รอบ ๆ ความถี่ GMF และ ฮาร์มอนิกของ GMF เกิดขึ้น

จากการมอดูเลต (Modulation) ด้วยสัญญาณที่มีความถี่ต่ำ ซึ่งโดยทั่วไปคือ ความเร็วรอบของเฟืองแต่ละตัว จำเป็นต้องวัดระยะห่างระหว่างยอดสเปกตรัมแต่ละยอดในชุดแถบความถี่ข้างเพื่อหาต้นเหตุของการมอดูเลต การมอดูเลตมักบ่งบอกว่ามีความผิดปกติเกิดขึ้น

ถ้าทำการเพิ่มความละเอียดของโดเมนความถี่ด้วยการลดความถี่ในการสุ่มตัวอย่างข้อมูล (f_s) ลงจะทำให้หน้าตาต่างเวลาที่ใช้ในการเก็บสัญญาณ (T) นานขึ้น จึงจะสามารถทำให้ค่า Δf ลดลงได้ แต่การกระทำเช่นนี้จะทำให้ความถี่สูงสุดที่สามารถทำการวิเคราะห์สัญญาณได้ (Frequency Span) ลดลง จนบางครั้งช่วงความถี่ที่ต้องการวิเคราะห์หรืออยู่เกินค่าความถี่สูงสุดนี้วิธีการเดียวที่จะสามารถเพิ่มความละเอียดของโดเมนความถี่โดยที่สามารถรักษาให้ความถี่สูงสุดนี้คงเดิมคือ การเพิ่มขนาดของหน้าตาต่างเวลาที่ใช้เก็บข้อมูลให้นานขึ้นกว่าเดิมเป็นจำนวนเท่าที่หารลงตัว (N) ในขณะที่ใช้ความถี่สุ่มตัวอย่างข้อมูลเท่าเดิม ดังนั้นจะได้ระยะห่างระหว่างเส้นสเปกตรัมที่ปรับปรุงแล้ว (Δf_n) ดังนี้

$$\Delta f_n = \frac{f_s}{N_r} = \frac{f_s}{NN_0} = \frac{\Delta f}{N} \quad (2-24)$$

โดยที่ N_0 คือ จำนวนจุดข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์สำหรับกรณีปกติ (Base Band Analysis) ซึ่งมักมีจำนวนจุดข้อมูล 1024 หรือ 2048 จุด ขึ้นอยู่กับจำนวนเส้นสเปกตรัมที่เลือกใช้

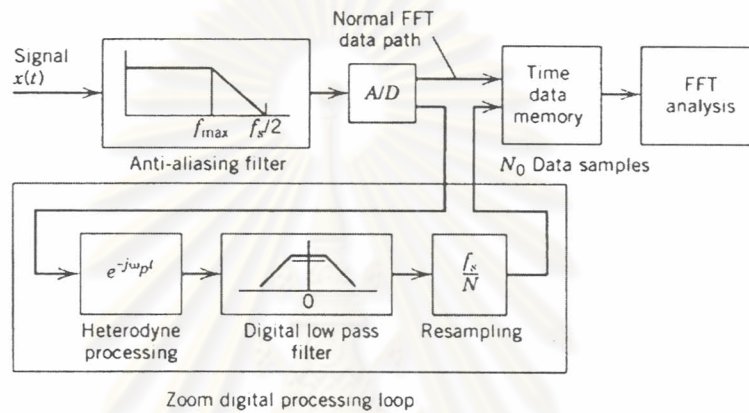
N คือ ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเต็มเพื่อขยายความละเอียด

โดยที่ $N = 2^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

N_r คือ จำนวนจุดข้อมูลทั้งหมดที่ใช้เก็บสัญญาณ

จากสมการ 2-24 จะเห็นได้ว่าความละเอียดของโดเมนความถี่จะเพิ่มขึ้นตามตัวประกอบ N ที่เลือกใช้ ทำให้สามารถขยายความละเอียดในช่วงความถี่ใด ๆ ที่ต้องการได้ แต่เวลาที่ใช้เก็บสัญญาณก็จะนานขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของขนาดหน้าตาต่างเวลาที่ใช้เก็บข้อมูล ในระหว่างเก็บสัญญาณ สัญญาณที่ทำการวัดอาจมีการเปลี่ยนแปลง เช่น ความเร็วรอบหมุนที่ไม่คงที่ ส่งผลให้ยอดสเปกตรัมมีลักษณะฐานกว้างขึ้นและแอมพลิจูดลดลง (Smearred Frequency Spectrum) วิธีการที่ใช้ขยายความละเอียดของโดเมนความถี่มี 2 วิธีพื้นฐาน คือ

- 1) **วิธีการเลื่อนความถี่** (Frequency Shift Method) หรืออาจเรียกว่า Heterodyning Method เป็นวิธีการที่อาศัยหลักการที่ว่า การคูณกันบนโดเมนเวลาทำให้เกิดการม้วนขดบนโดเมนความถี่ เป็นวิธีการที่ใช้กันอยู่ทั่วไป
- 2) **วิธีการเก็บสัญญาณในช่วงเวลานาน** (Long Time Record) ใช้เวลาเก็บสัญญาณนานขึ้นกว่าปกติ N เท่า จึงต้องการหน่วยความจำเวลามากขึ้น N เท่า และต้องใช้เวลาในการแปลงแบบ FFT มากกว่าเดิม $N_p \log(N_p)$

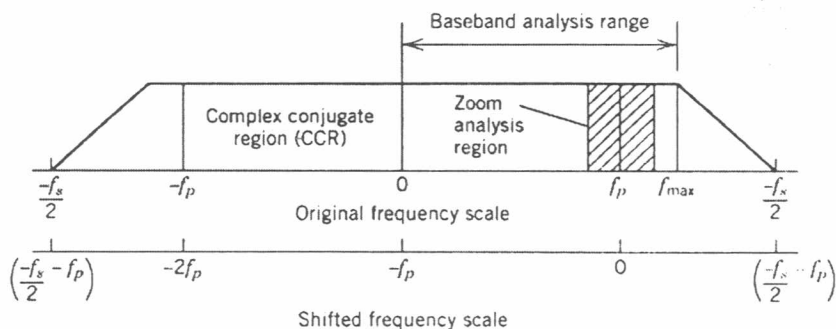


รูปที่ 2-14 ขั้นตอนการทำงานของการขยายความละเอียดโดเมนความถี่ด้วยวิธีเลื่อนความถี่ [9]

กระบวนการขยายความละเอียดของโดเมนความถี่ที่เครื่องวิเคราะห์สัญญาณ Brüel & Kjaer รุ่น 2035 ใช้คือ วิธีการเลื่อนความถี่ ขั้นตอนเก็บสัญญาณเริ่มจากการกรองสัญญาณด้วยตัวกรองป้องกันการผันกลับ แล้วทำการแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัลตามปกติ ดังแสดงในรูปที่ 2-14 ซึ่งความถี่ในการสุ่มตัวอย่างข้อมูลยังคงเป็น f_s ดังเดิม ดังนั้นความถี่สูงสุดที่เคยใช้วิเคราะห์ในกรณีปกติยังคงเดิม และสามารถขยายความละเอียด ณ บริเวณความถี่ใด ๆ ภายในช่วงความถี่สูงสุดนี้ได้ ก่อนที่ข้อมูลเวลาจะถูกนำไปเก็บในหน่วยความจำจะถูกนำเข้าสู่กระบวนการขยายความละเอียดสัญญาณ โดยที่นำข้อมูลมาคูณด้วยด้วยฟังก์ชัน Heterodyning

$$f(t) = e^{-j\omega_p t} \quad (2-25)$$

โดยที่ $\omega_p = 2\pi f_p$, f_p คือ ความถี่ที่อยู่กึ่งกลางช่วงความถี่ที่ต้องการขยายความละเอียด จึงเรียก f_p นี้ว่า ความถี่กึ่งกลาง (Center Frequency)



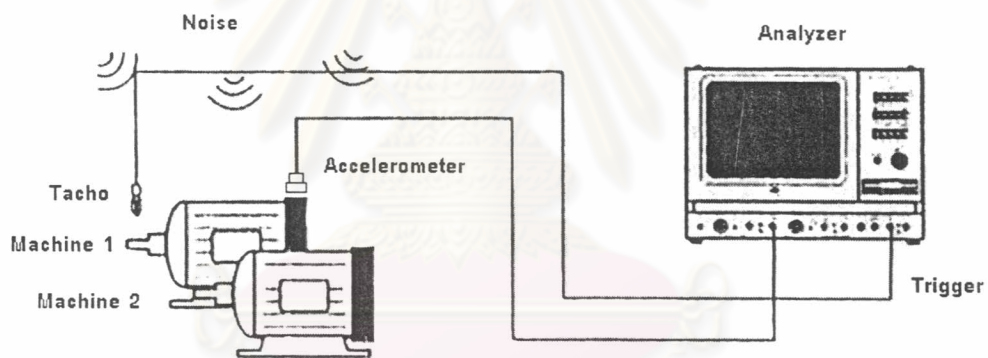
รูปที่ 2-15 โดเมนความถี่ แสดงช่วงความถี่สูงสุดที่ต้องการในการวิเคราะห์แบบปกติ และความถี่ที่ทำการเลื่อนแล้วสำหรับนำไปขยายความละเอียด [9]

การคูณฟังก์ชันบนโดเมนเวลาและการม้วนขดบนโดเมนความถี่ทำให้สเกลความถี่ของสเปกตรัมเลื่อนไปทางซ้าย f_p Hz ดังนั้นความถี่ศูนย์จึงย้ายมาอยู่ที่ f_p ดังแสดงในรูปที่ 2-15 บริเวณที่เรเงาในสัญญาณเดิมคือช่วงความถี่ที่ต้องการขยายความละเอียด ซึ่งทำได้โดยการกรองผ่านความถี่ต่ำแบบดิจิทัลเพื่อให้ได้เฉพาะช่วงความถี่ที่ต้องการขยายความละเอียด แล้วจึงนำสัญญาณมาสุ่มตัวอย่างข้อมูลอีกครั้งด้วยการเอาข้อมูลหนึ่งจุดจากทุก ๆ N จุด (f_s/N) มาเก็บไว้ในหน่วยความจำเวลาเพื่อที่จะนำไปทำการแปลงแบบ FFT ต่อไป ดังนั้นถึงแม้ว่าจะเก็บสัญญาณนานขึ้นเป็น $T_r = NT$ แต่มีข้อมูลเพียง N_0 เท่านั้นที่ถูกนำไปวิเคราะห์ FFT โดยที่จุดข้อมูลทั้ง N_0 จุดนี้จะเป็นตัวแทนส่วนของเวลาที่มอดูมประกอบความถี่อยู่ภายในช่วงความถี่ที่ต้องการขยายความละเอียด การวิเคราะห์ FFT ด้วยข้อมูล N_0 จากทั้งหมด NN_0 ทำให้มีจำนวนเส้นสเปกตรัมเท่าเดิม แต่เส้นสเปกตรัมเหล่านี้อยู่ห่างกัน Δf_n ดังที่ต้องการตามสมการ 2-24

ข้อดีของการขยายความละเอียดของโดเมนความถี่ด้วยวิธีนี้คือ สามารถขยายความละเอียดได้มากโดยที่ยังสามารถทำการวิเคราะห์ในช่วงเวลาจริง (Real Time) ส่วนข้อเสียคือหน่วยความจำเวลาไม่ได้เก็บสัญญาณดั้งเดิมไว้ จึงไม่สามารถนำข้อมูลไปวิเคราะห์หรืออย่างอื่นได้อีก และยังพบว่าความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ ในการแปลงสัญญาณจะสะสมอยู่ที่บริเวณความถี่กึ่งกลาง ซึ่งอาจเป็นต้นเหตุให้เกิดความคลาดเคลื่อนของสัญญาณสเปกตรัม จึงเป็นการดีที่จะตั้งค่าให้ f_p อยู่ห่างออกไปจากบริเวณความถี่ที่ให้ความสนใจเป็นพิเศษ การสูญเสียข้อมูลในระหว่างการขยายความละเอียดสามารถกลายเป็นปัญหาใหญ่ได้เมื่อนำไปใช้กับสัญญาณแบบชั่วคราว หรือสัญญาณที่มีมอดูมประกอบความถี่ต่ำ ที่ต้องใช้เวลาในการสุ่มตัวอย่างยาวนาน

2 - 8 การเฉลี่ยบนโดเมนเวลาเข้าจังหวะ (Synchronous Time Averaging)

การเฉลี่ยบนโดเมนเวลาเข้าจังหวะเป็นการเก็บสัญญาณที่ช่วยให้สามารถดึงเอาสัญญาณรบกวนออกจากสัญญาณแบบคาบที่ต้องการวิเคราะห์ สัญญาณรบกวนอาจมีลักษณะเป็นคาบหรือแบบสุ่มก็ได้ทำให้อัตราส่วนระหว่างสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal-to-Noise Ratio) มีค่าเพิ่มขึ้น ในรูปที่ 2-16 เป็นการวัดสัญญาณการสั่นสะเทือนจากเครื่องจักร Machine 1 ในขณะที่มีเครื่องจักรกล Machine 2 ติดตั้งอยู่ใกล้เคียง สัญญาณการสั่นสะเทือนของ Machine 2 ที่ส่งผ่านฐานที่รองรับเครื่องจักรทั้งสองจะปะปนเข้ามาพร้อมกับสัญญาณรบกวนจากแหล่งที่มาอื่น ๆ การเก็บสัญญาณด้วยวิธีการเฉลี่ยบนโดเมนเวลาเข้าจังหวะสามารถกำจัดสัญญาณรบกวนเหล่านี้รวมทั้งสัญญาณจากเครื่องจักร Machine 2 ออกไปได้ ถึงแม้ว่าอาจจะไม่สามารถกำจัดได้หมด แต่อย่างน้อยก็สามารถลดขนาดของสัญญาณรบกวนลงได้ประมาณ 20-40 dB ขึ้นอยู่กับจำนวนการเฉลี่ยที่เลือกใช้



รูปที่ 2-16 การวัดสัญญาณการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกลด้วยวิธีการเฉลี่ยบนโดเมนเวลาเข้าจังหวะ [8]

การเก็บสัญญาณด้วยวิธีนี้ หน้าต่างเวลาจะเริ่มเก็บข้อมูลเมื่อได้รับสัญญาณพัลส์ซึ่งเป็นตัวทริกเกอร์ (Trigger) จากภายนอก เมื่อเก็บสัญญาณครบทุกจุดข้อมูลแล้วเครื่องวิเคราะห์จะหยุดรอสัญญาณพัลส์ครั้งต่อไปเพื่อเริ่มเก็บสัญญาณอีกครั้ง สัญญาณพัลส์นี้สามารถสร้างขึ้นได้จากแทกโคมิเตอร์ (Tachometer) แบบคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือแสงอินฟราเรด ซึ่งจะสร้างพัลส์เมื่อการสะท้อนกลับของคลื่นเปลี่ยนแปลงไป ณ บริเวณร่องลิ่มหรือแผ่นสะท้อนแสงที่อยู่บนเพลลาของเครื่องจักรที่ต้องการวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน การเริ่มเก็บสัญญาณแต่ละครั้งจึงสามารถเกิดขึ้นที่ตำแหน่งการหมุนเดียวกันได้

เมื่อเก็บสัญญาณชุดแรกมาแล้วข้อมูลจะถูกเก็บไว้ในหน่วยความจำ จากนั้นเครื่องวิเคราะห์จะรอสัญญาณทริกเกอร์ครั้งต่อไปเพื่อเริ่มเก็บสัญญาณครั้งที่สอง แล้วนำข้อมูลสัญญาณบนโดเมนเวลาที่ได้มาเฉลี่ยกับข้อมูลชุดแรกแล้วเก็บบันทึกไว้ จากนั้นนำไปแปลงแบบ FFT ต่อไป ทำซ้ำเช่นนี้กับทุก ๆ ข้อมูลสัญญาณบนโดเมนเวลาที่เก็บเพิ่มเข้ามา จำนวนชุดสัญญาณที่นำมาเฉลี่ยกันมีผลต่อความสามารถในการกำจัดสัญญาณรบกวน ถ้าสมมติให้มีจำนวนชุดสัญญาณทั้งหมด N_A ชุดจะทำให้สัญญาณรบกวนบนโดเมนเวลามีขนาดลดลง $\frac{1}{\sqrt{N_A}}$ เท่า เมื่อเทียบกับสัญญาณบนโดเมนเวลาเพียงชุดเดียว ในขณะที่สัญญาณสเปกตรัมซึ่งเป็นแบบอโตสเปกตรัมสัญญาณรบกวนจะมีขนาดลดลง $\frac{1}{N_A}$ เท่า และมีอัตราส่วนระหว่างสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนดังแสดงในตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนของการเฉลี่ยบนโดเมนเวลาเข้าจังหวะ

N_A	$10\log_{10}(N_A)$
10	10 dB
100	20 dB
1,000	30 dB
10,000	40 dB
32,767	45 dB

การเฉลี่ยบนโดเมนเวลาเข้าจังหวะมีคุณลักษณะความเป็นตัวกรองความถี่ตรงกับการกรองแบบหวี (Comb Filtering) ที่มีความถี่ศูนย์กลางซ้อนทับกันกับทุก ๆ เส้นสเปกตรัม จำนวนของการเฉลี่ย N_A ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้มีจำนวนลอนด้านข้างเพิ่มขึ้นตาม และทำให้ลอนกึ่งกลางมีลักษณะแหลมมากขึ้น การเฉลี่ยบนโดเมนเวลาเข้าจังหวะจึงไม่ต้องใช้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักคูณกับข้อมูลสัญญาณบนโดเมนเวลาก่อนนำมาแปลงแบบ FFT

2 - 9 การวิเคราะห์สัญญาณบนโดเมนเวลา

สัญญาณการสั่นสะเทือนบนโดเมนเวลา คือ สัญญาณที่แสดงการกระจัด ความเร็ว หรือ ความเร่ง ณ เวลาต่าง ๆ ในช่วงเวลาที่ทำการเก็บสัญญาณ ในการเก็บสัญญาณการสั่นสะเทือน จำเป็นต้องเลือกชนิดของสัญญาณให้สอดคล้องกับช่วงความถี่ที่ต้องการวิเคราะห์ การกระจัดเหมาะสมกับการวิเคราะห์ในช่วงความถี่ต่ำกว่า 10 Hz ความเร็วเหมาะสมกับการวิเคราะห์ในช่วง

10-1,000 Hz และเป็นชนิดสัญญาณที่ใช้ในการตรวจสอบภาพเครื่องจักรกลทั่วไป ความถี่เหมาะสมกับการวิเคราะห์ในช่วงความถี่สูงกว่า 1,000 Hz และมีความสัมพันธ์โดยตรงกับแรง การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของชุดเพื่องนียมเก็บสัญญาณความถี่ เนื่องจากความถี่ที่มีความสำคัญในการวิเคราะห์ คือ ความถี่ GMF และฮาร์มอนิก ซึ่งปรากฏในช่วงความถี่สูง และความบกพร่องของฟันเพื่อทำให้การส่งผ่านแรงคลาดเคลื่อน ขนาดของการสั่นสะเทือนที่สูงขึ้นเมื่อเทียบกับขนาดที่สภาวะปรกติบ่งบอกถึงความบกพร่องในการส่งผ่านแรงที่มากขึ้น สัญญาณการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกลหมุนเป็นทั้งชนิดแบบคาบและแบบสุ่ม เพื่อให้สะดวกในการวิเคราะห์แนวโน้มการเปลี่ยนแปลงขนาดของการสั่นสะเทือนจึงนำพารามิเตอร์ต่าง ๆ ต่อไปนี้มาใช้ในการวิเคราะห์

- 1) ค่าแอมพลิจูดสูงสุด (Peak , x_m) เป็นค่าที่มีระดับการสั่นสะเทือนสูงที่สุดในช่วงเวลาที่ทำกรเก็บสัญญาณ โดยอาจเป็นค่าทางบวกหรือลบก็ได้
- 2) ค่าแอมพลิจูดอาร์เอ็มเอส (Root Mean Square , RMS) เป็นพารามิเตอร์พื้นฐานที่เครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ทั่วไปใช้ในการวัดระดับการสั่นสะเทือนโดยรวม เนื่องจาก RMS เป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้วัดพลังงานภายในคลื่น สามารถคำนวณได้จากการนำเอาข้อมูลเวลาแต่ละจุดในหน้าต่างเวลามายกกำลังสอง แล้วทำการเฉลี่ยและถอดรากที่สอง ดังสมการต่อไปนี้

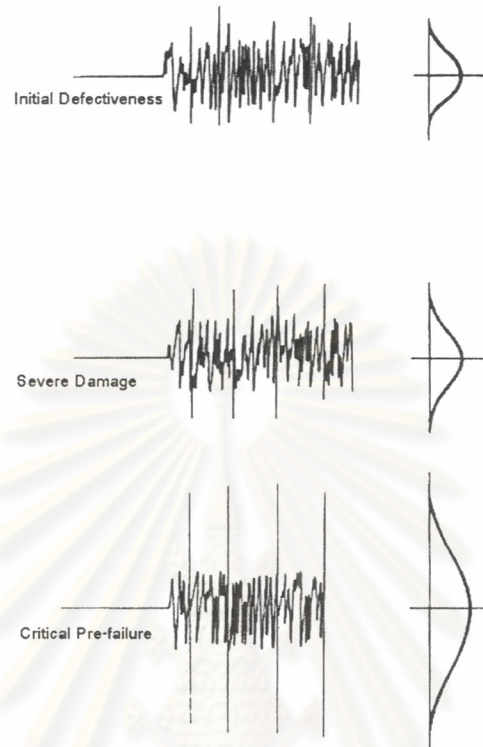
$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i^2}{N}} \quad (2-26)$$

- 3) ค่าแครสต์แฟคเตอร์ (Crest Factor) คือ อัตราส่วนระหว่างค่าแอมพลิจูดสูงสุด และค่าแอมพลิจูดอาร์เอ็มเอส เพื่อให้ได้อยู่ในรูปพารามิเตอร์ที่ไร้หน่วย (Normalized) จึงสามารถนำค่านี้ไปเปรียบเทียบกับสัญญาณชนิดอื่นได้ ถ้าสัญญาณมีค่าแครสต์แฟคเตอร์สูงกว่าสัญญาณในกรณีที่เครื่องจักรมีสภาวะปรกติ แสดงว่าสัญญาณมีพัลส์เกิดขึ้นแบบทันทีทันใด (Shock Pulse) เช่น ความบกพร่องในแบร็ง และชุดเพื่อง

$$Crest Factor = \frac{x_{max}}{RMS} \quad (2-27)$$

- 4) ค่าเคอร์โทซิส (Kurtosis, kurt) เป็นพารามิเตอร์ทางสถิติโมเมนต์อันดับที่ 4 ใช้สำหรับวัดขนาดการแผ่กว้างของฟังก์ชันการกระจายความน่าจะเป็น (Probability Distribution

Function) ฟังก์ชันชนิดนี้จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับลักษณะการกระจายตัวของแอมพลิจูด
สัญญาณ ดังตัวอย่างลักษณะฟังก์ชันการกระจายความน่าจะเป็นในรูปที่ 2-17



รูปที่ 2-17 รูปสัญญาณการสั่นสะเทือนที่มีความเสียหายเกิดขึ้นตั้งแต่เพิ่งเริ่มจนกระทั่งใกล้จะเสียหาย และเส้นโค้งการกระจายความน่าจะเป็นของแอมพลิจูดสัญญาณการสั่นสะเทือน [10]



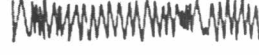

ค่าเคอร์โทซิสหาได้จากสมการ 2-28 [11]

$$\text{kurt} = \frac{m_4}{(\sqrt{m_2})^4} \quad (2-28)$$

โดยที่ โมเมนต์อันดับที่ 2, $m_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - \bar{x})^2$

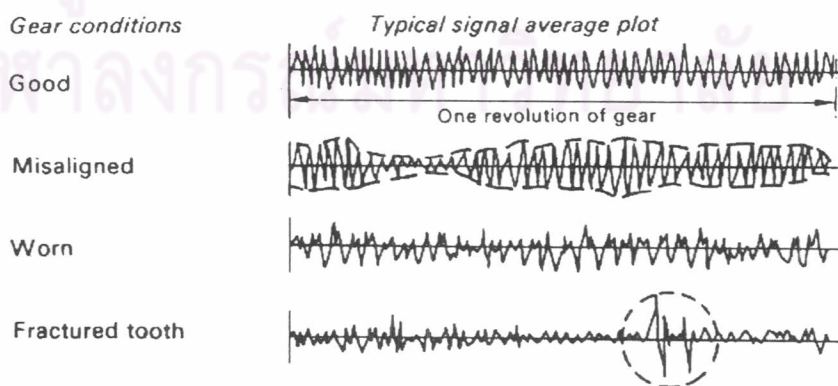
โมเมนต์อันดับที่ 4, $m_4 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - \bar{x})^4$

จากสมการจะเห็นได้ว่า โมเมนต์อันดับที่ 2 ก็คือ ค่าความแปรปรวนของแอมพลิจูดสัญญาณนั่นเอง ในรูปที่ 2-18 คือค่าของเคอร์โทซิสโดยประมาณตามลักษณะของสัญญาณบนโดเมนเวลา

Waveform		Kurtosis coefficient
Square wave		1.0
Sine		1.5
Random		3.0
Random + impulsive		> 3.0

รูปที่ 2-18 ค่าเคอร์โทซิสสำหรับรูปแบบสัญญาณต่าง ๆ [10]

นอกจากการวิเคราะห์สัญญาณบนโดเมนเวลาด้วยพารามิเตอร์ทั้ง 4 ชนิดข้างต้นแล้ว การสังเกตลักษณะความเป็นคาบของพัลส์แบบทันทีทันใดหรือการมอดูเลตด้วยความถี่ต่ำก็สามารถช่วยบอกถึงความผิดปกติที่เกิดขึ้นได้ การสังเกตลักษณะดังกล่าวในสัญญาณบนโดเมนเวลาที่ได้จากการเก็บสัญญาณด้วยวิธีการเฉลี่ยบนโดเมนความถี่ทำได้ยาก เนื่องจากภาพสัญญาณที่แสดงเป็นสัญญาณชุดสุดท้ายเพียงชุดเดียว สัญญาณรบกวนที่ยังไม่ได้ถูกขจัดออกไปจะบดบังลักษณะดังกล่าว ทำให้ว่าจะสามารถตรวจพบพัลส์หรือการมอดูเลตสัญญาณได้ก็ต่อเมื่อความผิดปกติรุนแรงจนถึงขั้นวิกฤตแล้ว ในขณะที่การเฉลี่ยบนโดเมนเวลาเข้าจังหวะช่วยให้การสังเกตสัญญาณบนโดเมนเวลาทำได้ง่ายขึ้น สามารถทำนายลักษณะของความเสียหายได้คร่าว ๆ ดังเช่นในรูปที่ 2-19 และยังสามารถระบุตำแหน่งของความเสียหายได้ในกรณีความบกพร่องเฉพาะที่ เช่น ฟันเฟืองแตกร้าว โดยการหาขนาดของมุมที่นับจากตำแหน่งที่ติดตั้งเซนเซอร์หรือร่องลิมที่สัมพันธ์กับระยะเวลาที่พัลส์แรกเกิดขึ้นนับจากเวลาที่ศูนย์



รูปที่ 2-19 ผลของสภาพเฟืองที่มีต่อสัญญาณการสั่นสะเทือนบนโดเมนเวลา [10]

2 - 10 การวิเคราะห์สัญญาณบนโดเมนความถี่

เมื่อนำสัญญาณการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกลมาวิเคราะห์บนโดเมนความถี่จะพบว่ามีสเปกตรัมที่แต่ละความถี่มีแอมพลิจูดที่แตกต่างกัน โดยปกติแล้วเครื่องวิเคราะห์ FFT จะแสดงค่าแอมพลิจูดของสเปกตรัมด้วยค่ากำลังสองเฉลี่ย (Power) หรือค่าแอมพลิจูดอาร์เอ็มเอส (RMS) เนื่องจากสัญญาณที่ใช้วิเคราะห์อยู่ในรูปแบบออสซิลโลแกรม ความถี่ที่สเปกตรัมมีค่าแอมพลิจูดสูงแสดงว่าสัญญาณการสั่นสะเทือนมีแอมพลิจูดสูงที่ความถี่นี้และมักเป็นตัวบ่งบอกว่าถ้ามีปัญหาเกิดขึ้นจะเกิดกับชิ้นส่วนที่ทำงานเกี่ยวข้องกับความถี่นั้น ๆ สเปกตรัมจึงมีความสามารถในการบ่งบอกถึงสาเหตุการเกิดการสั่นสะเทือนได้ดีกว่าสัญญาณบนโดเมนเวลา สำหรับกรณีสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองและแบร็ริงซึ่งมีค่าแอมพลิจูดต่ำเมื่อเทียบกับต้นเหตุการสั่นสะเทือนที่มีความถี่ต่ำ เช่น การไม่สมดุล การพิจารณาสัญญาณบนโดเมนเวลาเพียงอย่างเดียวจึงเป็นการยากที่จะวิเคราะห์ปัญหาของเฟืองและแบร็ริงในขณะที่มีปัญหาอื่นรวมอยู่ด้วย การวิเคราะห์บนโดเมนความถี่ทำให้สามารถเลือกวิเคราะห์เฉพาะความถี่ที่เกี่ยวข้องกับชิ้นส่วนเครื่องจักรที่สนใจเท่านั้นได้ ยกตัวอย่างเช่นในกรณีปัญหาของชุดเฟืองจะมีความถี่ที่ต้องพิจารณาคือ ความถี่การขบกันของคู่เฟือง (GMF) และฮาร์โมนิก รวมทั้งชุดแถบความถี่ข้างรอบ ๆ ความถี่ GMF โดยการดูแนวโน้มความเปลี่ยนแปลงของค่าแอมพลิจูดสเปกตรัมที่ความถี่เหล่านี้เทียบกับค่าที่วัดในขณะที่ยังมีสภาพดีอยู่ จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าในการวิเคราะห์สัญญาณสเปกตรัมนั้นจำเป็นที่จะต้องหาข้อมูลเกี่ยวกับส่วนประกอบที่มีการเคลื่อนที่ภายในเครื่องจักรที่ต้องการตรวจสอบและศึกษาว่าส่วนประกอบแต่ละชนิดนั้นมีความถี่เฉพาะตัวอย่างไรบ้าง มีความสัมพันธ์กับลักษณะทางกายภาพอย่างไร รวมทั้งต้องรู้ถึงประวัติและสภาวะการทำงานของเครื่องจักร เพื่อนำมาประกอบในการวิเคราะห์หาสาเหตุที่แท้จริง

2 - 11 เซปส์ตรัม (Cepstrum)

เซปส์ตรัมเป็นการวิเคราะห์ความถี่ของสเปกตรัมอีกชั้นหนึ่ง เซปส์ตรัมนิยามได้หลายรูปแบบแต่ละแบบพิจารณาได้คล้ายกันคือ เป็นสเปกตรัมของสเปกตรัมเชิงลอการิทึม (Spectrum of Logarithmic Spectrum) โดยมีเจตนาเพื่อตรวจจับสภาวะเป็นคาบของสเปกตรัม เช่น สภาวะเป็นคาบจากฮาร์โมนิกต่างๆ สภาวะเป็นคาบของชุดแถบความถี่ข้าง (Sidebands) หรือสภาวะเป็นคาบจากผลของเสียงสะท้อน (Echoes) เป็นต้น

เซปส์ตรัมถูกประดิษฐ์ขึ้นครั้งแรกเพื่อหาข้อมูลเกี่ยวกับเสียงสะท้อน และช่วยหาความลึกของไฮโปเซนเตอร์ (Hypocenter) ของเหตุการณ์แผ่นดินไหว ถ้าให้สัญลักษณ์ $F\{.\}$ แทนการแปลงแบบฟูริเยร์ (Forward Fourier Transform) และ $F^{-1}\{.\}$ แทนการแปลงกลับแบบฟูริเยร์ (Inverse Fourier Transform) เซปส์ตรัมรูปแบบแรกถูกนิยามไว้ดังนี้

$$c(\tau) = |F\{\log G_{xx}(f)\}|^2 \quad (2-29)$$

เซปส์ตรัมที่นำมาประยุกต์ใช้กับการเฝ้าตรวจและวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกลคือ เพาเวอร์เซปส์ตรัม (Power Cepstrum) ซึ่งนิยามได้ดังนี้

$$c_p(\tau) = F^{-1}\{\log G_{xx}(f)\} \quad (2-30)$$

โดยที่ $G_{xx}(f)$ คือ ออโตสเปกตรัม

การแปลงกลับแบบฟูริเยร์โดยเครื่องวิเคราะห์แบบ FFT จะทำการแปลงเฉพาะช่วงความถี่ใช้งานจริง คือ ไม่นำช่วงความถี่ที่เป็นลบมาแปลงด้วย ทำให้ได้สัญญาณเซปส์ตรัมอยู่ในรูปแบบเชิงซ้อน การวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนจึงนำเฉพาะขนาดของเพาเวอร์เซปส์ตรัมมาใช้งาน

คำว่า “เซปส์ตรัม” (Cepstrum) มาจากการสลับที่คำว่า สเปกตรัม (Spectrum) ในภาษาอังกฤษ เหตุผลในการใช้ลักษณะการสลับตัวอักษรก็เนื่องจากว่าเซปส์ตรัมเป็นสเปกตรัมของสเปกตรัม คำศัพท์เทคนิคอื่นที่ใช้ในเซปส์ตรัมได้มาจากการสลับคำเช่นกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

- | | |
|-------------------------|--|
| □ เซปส์ตรัม (Cepstrum) | มาจากคำว่า สเปกตรัม (Spectrum) |
| □ คิวเฟรนซี (Quefrensy) | มาจากคำว่า ความถี่ (Frequency) |
| □ ราฮ์มอนิก (Rahmonics) | มาจากคำว่า ฮาร์มอนิก (Harmonic) |
| □ แกมนิจูด (Gamnitude) | มาจากคำว่า แมกนิจูด (Magnitude)
หรือแอมพลิจูด (Amplitude) |

คิวเฟรนซีเป็นหน่วยของเวลา (sec) และในทางทฤษฎีคิวเฟรนซีมีความหมายเช่นเดียวกับช่วงเวลาประวิง (Delay Time, τ) ของออโตคอรรีเลชันฟังก์ชัน ดังนั้นคำว่า “คิวเฟรนซีสูง” (High

Quefreny) หมายถึง มีระยะห่างของความถี่ในสัญญาณสเปกตรัมน้อย (Small Frequency Space) และคำว่า "คิวเฟรนซีต่ำ" หมายถึงมีระยะห่างของความถี่ในสัญญาณสเปกตรัมมาก

เซปส์ตรัมมีประโยชน์อย่างมากในการนำมาวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับชุดเฟือง เนื่องจากสัญญาณการสั่นสะเทือนของชุดเฟืองที่มีปัญหาในการขบกันมักจะปรากฏในรูปของการมอดูเลตสัญญาณ ทำให้ปรากฏชุดแถบความถี่ข้างของสเปกตรัมรอบ ๆ ความถี่ GMF และฮาร์โมนิกชุดแถบความถี่ข้างแต่ละชุดจะมีระยะห่างของแต่ละยอดสเปกตรัมเท่ากับความถี่การหมุนของเฟืองแต่ละตัว แม้ว่าในชุดเฟืองที่ง่ายที่สุดคือมีเฟืองเพียงคู่เดียวก็ยังเป็นการยากในการแยกแยะชุดแถบความถี่ข้างแต่ละชุดออกจากกัน เนื่องจากความละเอียดของโดเมนความถี่ การนำสเปกตรัมมาแปลงเป็นเซปส์ตรัมทำให้เหลือจำนวนยอดสัญญาณที่ต้องวิเคราะห์เท่ากับจำนวนเฟืองเท่านั้น แม้ว่าอาจจะปรากฏฮาร์โมนิกเพิ่มขึ้นมาด้วยแต่ว่ายอดสัญญาณจะยังอยู่ห่างกันทำให้สะดวกต่อการวิเคราะห์



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย