บทที่ 2

วรรณคดีที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้แบ่งการเสนอวรรณคดีที่เกี่ยวข้องในการวิจัยออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ลาเท้นเทรคโมเคล ตอนที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

<u>ตอนที่ 1 ลาเท้นเทรคโมเคล</u> (Latent Trait Model)

Lawley ได้พัฒนาลาเท้นเทรคโมเคลขึ้นในปี 1943 จากการใช้ Normal Ogive Model มาใช้แทนข้อทดสอบที่มีจำนวนข้อมากกว่า 2 ข้อ โดยมีหลักการว่า ผลการสอบจากแบบสอบใด ๆ ของผู้สอบนั้น ต้องได้มาจากความสามารถที่แท้จริงของผู้สอบที่ทำแบบสอบนั้น และสามารถเขียนลักษณะของข้อทดสอบแต่ละข้อได้ด้วยฟังก์ชั่นทางคณิตศาสตร์ ต่อมาในปี 1952 Lord ได้พัฒนาขึ้นมาใหม่ และใช้ชื่อว่า ทฤษฎีโค้งลักษณะข้อทดสอบ (Item Characteristic Curve Theory, ICC) ยังคงใช้ Normal Ogive Model แสดงลักษณะของข้อทดสอบแต่ละข้อ เนื่องจากความยุ่งยากในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ Normal Ogive test Model จึงไม่ค่อยมีผู้สนใจมากนัก ต่อมา Birnbaum (1968) ได้พัฒนา Logistic Model ขึ้นมาใช้แทน เนื่องจากมีลักษณะโค้งที่คล้ายกันแต่มีความยุ่งยากน้อยกว่า ประกอบกับได้มีการพัฒนาคอมพิวเตอร์ขึ้นมา จึงทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ง่ายขึ้น จึงทำให้ลาเท้นเทรคโมเคลเป็นที่สนใจ และได้พัฒนามาใช้แก้ปัญหาที่คลาสสิคอลโมเคลยังแก้ปัญหาไม่ได้ในหลาย ๆ ปัญหา

ลาเท้นเทรคโมเคล มีจุดมุ่งหมายที่ต้องการวัดความสามารถที่แท้จริงของผู้สอบ โดยมีสมมุติฐานว่า ผู้สอบทุกคนทำข้อทดสอบแต่ละข้อเต็มความสามารถ ผลการตอบข้อทดสอบแต่ละข้อออกมาในรูปของโอกาสของการตอบถูก โอกาสของการตอบถูกนี้จะแสดงด้วยโค้งลักษณะข้อทดสอบ

ถ้ากำหนดว่า คุณลักษณะ Y_i เป็นตัวกำหนดคะแนนของผู้สอบ ของข้อทดสอบข้อที่ i สำหรับผู้สอบแต่ละคน ถ้า Y_i มีค่ามากกว่า เกณฑ์ γ_i แสดงว่าตอบถูกได้คะแนนเป็น 1 หรือ $U_i = 1$ แต่ถ้า Y_i มีค่าน้อยกว่า γ_i แสดงว่าตอบผิด $U_i = 0$ แต่ไม่มีโอกาสที่ $Y_i = \gamma_i$ (Lord 1980 : 31) เมื่อ Y_i เป็นตัวประกอบร่วมของความสามารถ θ และเป็นตัวประกอบเฉพาะของข้อทดสอบข้อที่ i ผู้สอบทำข้อทดสอบด้วยความสามารถที่แท้จริงจะได้ว่า

1. เส้นถดถอยของ Y_i คือ $\mu_{i/\theta}$ บนเส้น θ เป็นเส้นตรง
2. ความแปรปรวนของ Y_i แต่ละค่าบนเส้นถดถอย $\mu_{i/\theta}$ มีค่าเท่ากัน
3. การกระจายของ Y_i บน θ แต่ละค่าเป็นโค้งปกติ มีมัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ $\mu_{i/\theta}$ และมีความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma^2_{i.\theta}$
4. ความแปรปรวน $\sigma^2_{i.\theta}$ เป็นอิสระจาก θ

ดังนั้นฟังก์ชั่นการตอบสนองของการตอบถูกคือ $P_i(\theta) = \text{Prob}\ (U_i = 1/\theta)$ หรือ $P_i(\theta) = \text{Prob}\ (Y_i > \gamma_{i/\theta})$ มีการแจกปกติมาตรฐาน

ถ้าให้ $-L_i = (\gamma_i - \mu_{i/\theta}) / \sigma_{i.\theta}$

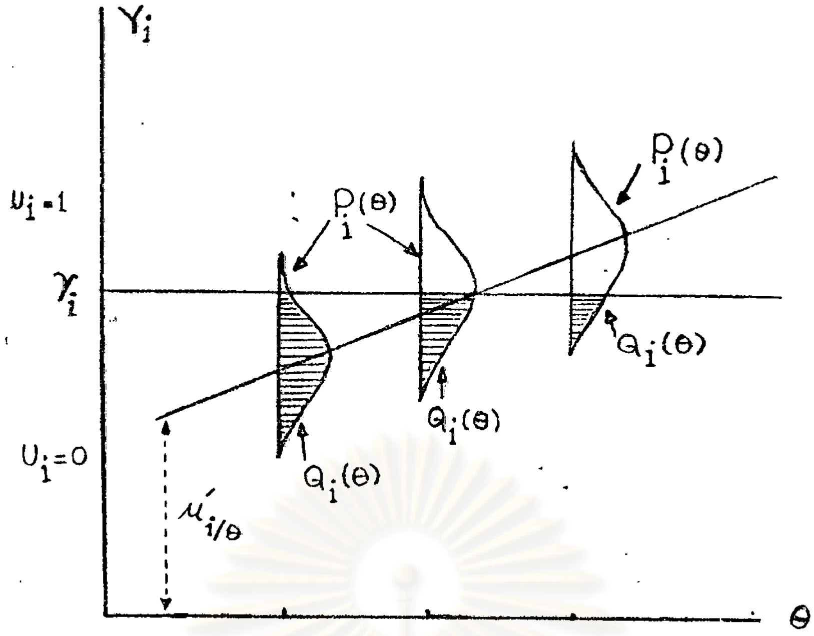
การกระจายของ $-L_i$ มีมัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ θ และความแปรปรวนเท่ากับ 1 ถ้า ρ'_i คือความสัมพันธ์ระหว่าง Y_i กับ θ ดังนั้น $\mu'_{i./\theta}$ ก็คือ $\rho'_{i.\theta}$ และ $\sigma^2_{i.\theta}$ ก็คือ $1-\rho^2_i$ ดังนั้น

$$-L_i = \frac{\gamma_i - \rho_{i.\theta}}{\sqrt{1-\rho_i^2}}$$

เมื่อ $a_i = \dfrac{\rho'_i}{\sqrt{1-\rho_i'^2}}$ และ $b_i = \dfrac{\gamma_i}{\rho_i}$

ดังนั้น $-L_i = a\ (\theta - b_i)$

ถ้ารวมพื้นที่ทั้งหมดของ Y_i บนเส้นถดถอย $\mu'_{i.\theta}$ ทั้งหมดตั้งแต่ $-L$ จนถึง ∞ จะได้ Normal Ogive Function คือ $P_i(\theta) = \int_{-\infty}^{a_i(\theta-b_i)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$

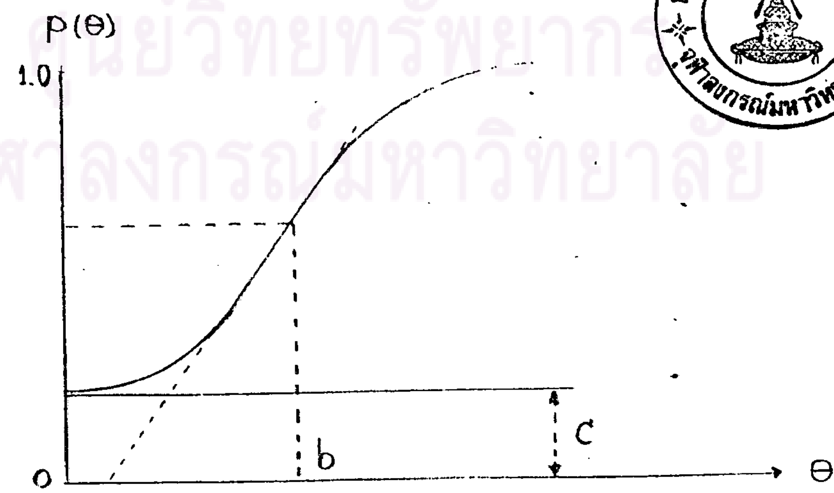


Normal Ogive Test Model มี 3 โมเดล คือ

1. Three Parameter Normal Ogive test Model เป็นโมเดลที่มีพารามิเตอร์ 3 พารามิเตอร์ คือ a, b และ c ที่แสดงลักษณะของข้อทดสอบ เมื่อ θ คือ ความสามารถของผู้ตอบ มีฟังก์ชั่นดังนี้

$$P_i(\theta) = C_i + (1+C_i)\int_{-\infty}^{a_i(\theta-b_i)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt; \text{เมื่อ } i=1,2,3,---,n$$

มี ICC คือ



a คือ ค่าอำนาจจำแนก หรือสัดส่วนของความชัน ณ. จุดเปลี่ยนโค้ง

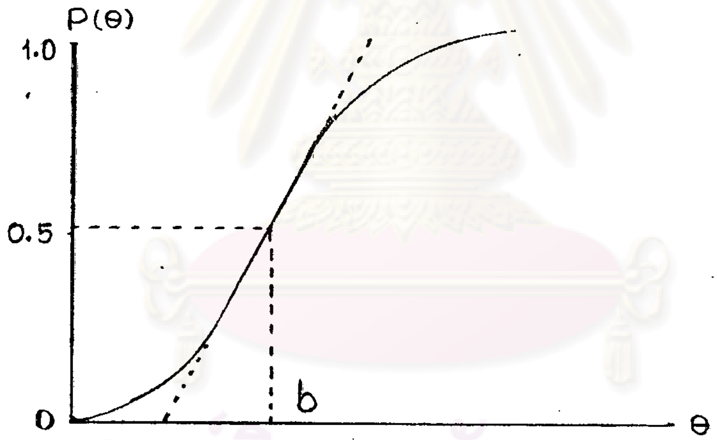
b คือ ค่าความยากของข้อทดสอบ หรือตำแหน่งของข้อทดสอบบนเส้นความสามารถ

c คือ โอกาสของการเดาถูก

2. Two - Parameter Normal Ogive test Model เป็นโมเดลที่ประกอบด้วย 2 พารามิเตอร์ คือ a และ b ที่แสดงลักษณะของข้อทดสอบ เมื่อ θ คือความสามารถของผู้สอบ มีฟังก์ชั่นดังนี้

$$P_i(\theta) = \int_{-\infty}^{a_i(\theta-b_i)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} \, dt \quad \text{เมื่อ } i = 1,2,3,\text{---},n$$

มีโค้ง แสดงลักษณะข้อทดสอบ คือ

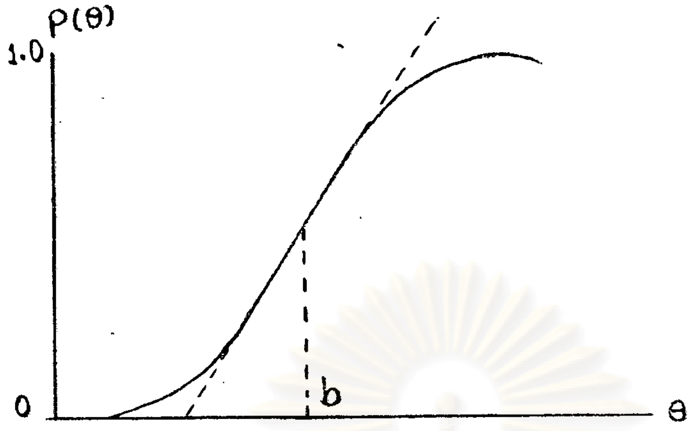


Normal Ogive function ที่มี 2 พารามิเตอร์ มีพารามิเตอร์ที่แสดงลักษณะของข้อทดสอบแต่ละข้อ คือ a และ b

3. One-parameters Normal Ogive test Model มีพารามิเตอร์ที่แสดงลักษณะของข้อทดสอบ คือ พารามิเตอร์ ความยาก b และพารามิเตอร์ที่แสดงคุณลักษณะของผู้สอบคือ θ มีฟังก์ชั่น คือ

$$P_i(\theta) = \int_{-\infty}^{(\theta-b)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} \, dt \quad \text{เมื่อ } i=1,2,3,\text{---},n$$

มีโค้งแสดงลักษณะข้อทดสอบคือ



<u>โลจิสติก โมเดล</u>

โลจิสติก โมเดล เป็นโมเดลที่มีลักษณะใกล้เคียงกับ Normal Ogive Model แต่มีความสะดวกในการประมาณค่า มากกว่า รูปทั่วไปของโลจิสติก ฟังก์ชั่น คือ

$$\psi(x) = e^{x}/(1+e^{x}) \quad \text{เมื่อ} \quad -\infty < x < \infty$$

เมื่อให้ $\Phi(x)$ แทน Normal Cummulative distribution function เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับ Logistic function ได้ดังนี้คือ

$$\Phi(x) - \psi(1.7)x < 0.01$$

แสดงว่ามีการแจกแจงที่ใกล้เคียงกัน (Lord and Novick 1968 : 399) สามารถใช้แทนกันได้

Logistic test Model ถ้าเขียนอยู่ในรูปของ Logistic Cummulative distribution functionได้ดังนี้

$$P_i(\theta) = (DL_i(\theta) = 1+EXP(-DL_i(\theta))-1$$

เมื่อ $-L_i = a_i(\theta - b_i)$ ดังนั้น

$$P_i(\theta) = 1+EXP(Da_i(\theta-b))-1$$

เมื่อเขียนอยู่ในรูปของ Logistic Test Model หรือ ICC คือ

$$P_i\ (\theta) = \frac{EXP\ (Da_i(\theta - b_i))}{1 + EXP\ (Da_i(\theta - b_i))}$$ เมื่อ D มีค่า 1.7

Logistic Test Model ประกอบด้วยโมเดลต่าง ๆ 3 โมเดล เช่นเดียวกับ Normal Ogive Test Model คือ

1. 2 - Parameters Logistic Test Model เป็นโมเดลที่พัฒนาขึ้นโดย Birnbaum ในปี 1968 เพื่อใช้แทน Normal Ogive Test Model มีพารามิเตอร์แสดงลักษณะข้อทดสอบแต่ละข้อ 2 พารามิเตอร์ คือ ค่าอำนาจจำแนกและค่าความยาก b พารามิเตอร์ แสดงลักษณะของผู้สอบคือ พารามิเตอร์ความสามารถ θ มี ICC คือ

$$P_i\ (\theta) = \frac{EXP\ (Da_i(\theta - b_i))}{1 + EXP\ (Da_i(\theta - b_i))}$$ เมื่อ $i = 1,2,3,---,n$ และ D มีค่า 1.7

2. 3 - Parameters Logistic Test Model เป็นโมเดลที่ดัดแปลงมาจาก 2-พารามิเตอร์Logistic Test Model ของ Birnbaum โดยเพิ่ม พารามิเตอร์การเดาC มี ICC คือ

$$P_i\ (\theta) = C_i + (1 + C_i)\ \frac{EXP\ (Da_i\ (\theta - b_i))}{1 + EXP\ (Da_i(\theta - bi))}$$

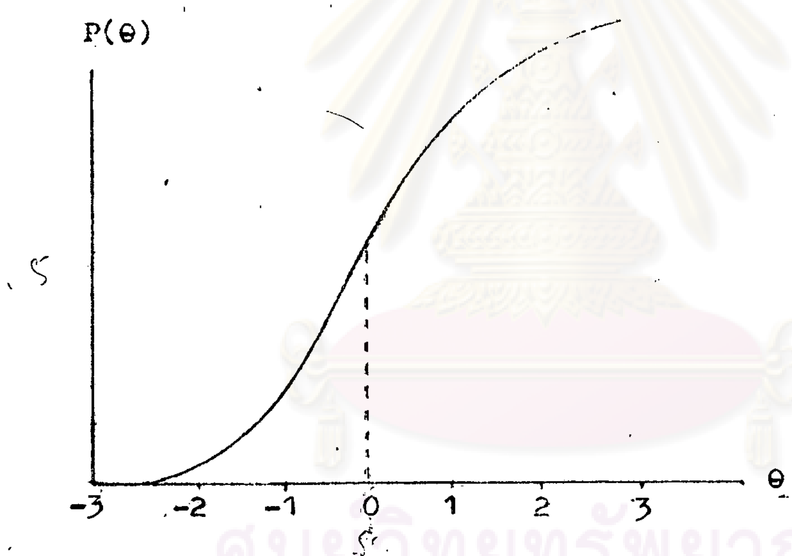
3. 1 - Parameters Logistic Test Model หรือ Rasch Model เป็นโมเดลที่พัฒนาขึ้นโดยชาวเดนมาร์ก ชื่อ George Rasch ในปี 1960 มีพารามิเตอร์ที่แสดงลักษณะของข้อทดสอบเพียงพารามิเตอร์เดียว คือ ค่าความยาก b

$$P_i\ (\theta) = \frac{EXP\ (\theta - b_i)}{1 + EXP\ (\theta - b_i)}$$

ราสช์โมเดล เป็นโมเดลหนึ่งของลาเท้นเทรดโมเดล และเป็นโมเดลที่มีความซับซ้อนน้อยที่สุด มีพารามิเตอร์แสดงลักษณะของข้อทดสอบเพียงพารามิเตอร์เดียว คือ พารามิเตอร์ ความยาก b แสดงคุณลักษณะของผู้สอบด้วยพารามิเตอร์ความสามารถ พารามิเตอร์เหล่านี้จะแสดงตำแหน่งของผู้สอบบนเส้นคุณลักษณะ (Latent Variable) ในด้านใดด้านหนึ่ง

ถ้าข้อทดสอบข้อหนึ่งมีค่าความยาก b ผู้สอบมีความสามารถ θ เมื่อผู้สอบทำข้อทดสอบ เขาจะใช้ความสามารถทั้งหมดเขาทำข้อทดสอบจะเกิดการเปรียบเทียบระหว่างความสามารถของผู้สอบ θ กับค่าความยาก b นั่นก็คือ (θ - b) ถ้าผู้สอบมีความสามารถมากกว่าค่าความยากของข้อทดสอบ โอกาสทำข้อสอบถูกจะมีค่ามากกว่า 0.5 แต่ถ้าความสามารถของผู้สอบมีค่าน้อยกว่า ค่าความยากของข้อทดสอบ โอกาสทำถูกจะมีค่าน้อยกว่า 0.5 ดังนั้นโอกาสของผู้สอบจะมากแค่ไหน จะขึ้นอยู่กับความแตกต่างระหว่างความสามารถของผู้สอบ θ และค่าความยาก b ของข้อสอบ โอกาสของการตอบถูกเขียนในรูปของ ICC คือ

$$P_i(\theta) = \frac{\mathrm{Exp}\,(\theta - b_i)}{1+\mathrm{ExP}\,(\theta - b_i)} \qquad \text{เมื่อ } i = 1,2,3 \ldots\ldots, n$$



ราสช์โมเดล พัฒนาขึ้นโดย George Rasch ชาวเดนมาร์กในปี 1960 ซึ่งกลายเป็นกรณีพิเศษ ของ Logistic Model ของ Birnbaum (1968) ฟังก์ชั่นของราสช์โมเดลที่พัฒนาขึ้นโดย George Rasch คือ

$$P_i(\theta) = \frac{\theta g}{\overset{*}{b}_i + \overset{*}{\theta} g}$$

เมื่อ $\overset{*}{\theta} g = \mathrm{ExP}\,(D\bar{a}\theta g)$ และ $\overset{*}{b}_i = \mathrm{ExP}\,(D\bar{a} b_i)$

ราสช์โมเดล ถือว่าผู้สอบทำข้อทดสอบด้วยความสามารถที่แท้จริงดังนั้นจึงใช้ Test Information function แทนความเที่ยงของแบบทดสอบ Test Information function ได้จากผลรวมของ Item Information function (Lord 1980 : 78) Item Information function คือ

$$I\{\theta,U_i\} = \frac{P_i'^2}{P_i Q_i}$$

เมื่อ P_i คือ $P_i(\theta)$ P_i' คือ derivation ของ $P_i(\theta)$ และ $Q_i = 1-P_i$

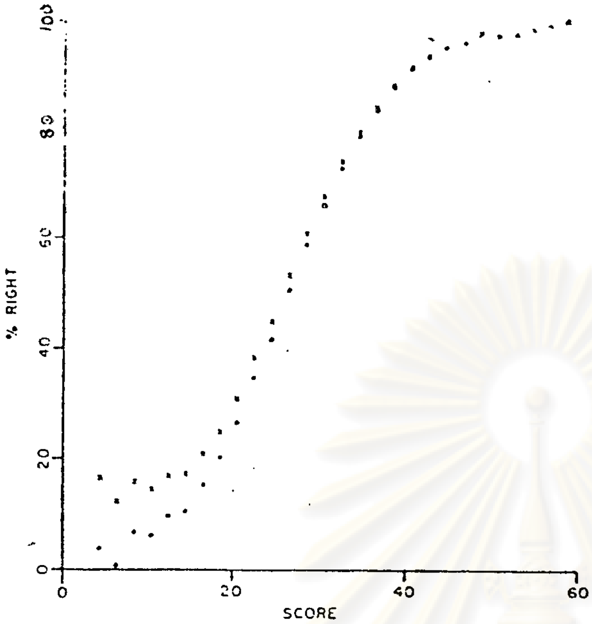
Birnbaum (1968) ได้แสดง Test information function

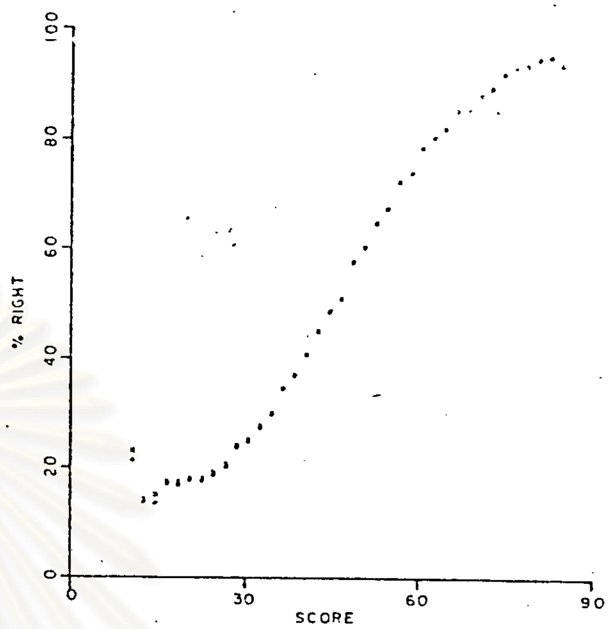
$$I\{\theta\} = \sum_{i=1}^{n} I\{\theta,U_i\} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(P_i')^2}{P_i Q_i}$$

Test information function จะเป็นประโยชน์ในการออกแบบ แบบทดสอบในการนำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ เช่น การคัดเลือก การวัดผลสัมฤทธิ์ จะมีลักษณะของ Test information function ที่แตกต่างกัน

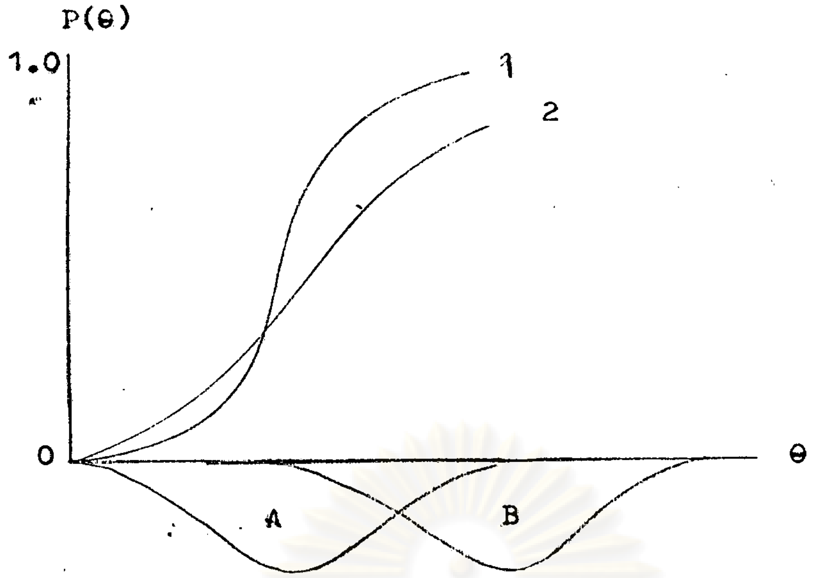
<u>ความคงที่ของค่าพารามิเตอร์</u>

ในคลาสสิคอลโมเดล อัตราส่วนของการตอบถูกของแต่ละข้อของข้อทดสอบแบบถูกได้ 1 และผิดได้ 0 ถ้านำมาเขียนกราฟกับคะแนนรวมจะได้เส้นถดถอยของ U_i บนคะแนน X ซึ่งเรียกว่า Item Observed Score regression, iors ดังรูป





จากรูป แสดงเส้น iors ของแบบสอบ SAT ด้านภาษา และด้านคณิตศาสตร์จากผู้สอบจำนวน 103,275 คน เมื่อแกนตั้งคือ เปอร์เซ็นต์ของการตอบถูกในแต่ละข้อและแกนนอนคือคะแนนรวม จะเห็นว่าเส้น iors จะไม่คงที่และขึ้นอยู่กับค่าของคะแนนรวม X ซึ่งจะไม่คงที่ ในการสอบแต่ละครั้ง แต่ใน IRT สามารถหาเส้นถดถอยของแต่ละข้อได้จากการเขียนกราฟของโอกาสในการทำข้อสอบได้ถูกต้องกับความสามารถของผู้สอบ เส้นกราฟที่ได้ก็คือ Item Response function ในทางสถิติ ฟังก์ชั่นของการถดถอยจะไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าการแจกแจงความถี่ของตัวแปรทำนายเปลี่ยนแปลง (Lord : 1980) ดังนั้นฟังก์ชั่นถดถอยของข้อทดสอบ คือ P (θ) จะไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อ θ มีค่าเปลี่ยนแปลงหรือจำนวนผู้สอบแตกต่างออกไป ค่า Lower asymtote inflexion point และ Slope ของเส้นถดถอยยังมีค่าเหมือนเดิม ดังนั้นค่าพารามิเตอร์ a,b และ c จึงไม่เปลี่ยนแปลง ซึ่งแสดงดังรูป



จากรูปกลุ่มผู้สอบกลุ่ม A และ B มีความสามารถแตกต่างกัน กลุ่ม A มีโอกาสทำข้อทดสอบข้อที่ 2 ได้ถูกต้องมากกว่าข้อที่ 1 แต่กลุ่ม B มีโอกาสทำข้อทดสอบข้อที่ 1 ได้ถูกต้องมากกว่าข้อที่ 2 แต่ ICC ของทั้ง 2 ข้อจะไม่เปลี่ยนแปลง แม้ว่ากลุ่มผู้สอบจะมีความสามารถต่างกันออกไป

<u>ข้อตกลงเบื้องต้นของราสช์โมเดล</u>

1. แบบสอบทั้งฉบับต้องวัดความสามารถด้านเดียวกัน หรือมีมิติเดียว เพราะสามารถนำคะแนนมารวม นำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ การตัดสินว่าแบบทดสอบมีลักษณะดังกล่าวหรือไม่ จะใช้วิธีวิเคราะห์ตัวประกอบ

2. ข้อทดสอบต้องมีอิสระของตำแหน่ง (Local independence) ทั้ง 2 ลักษณะ คือ มีความเป็นอิสระทางสถิติ กล่าวคือ แต่ละข้อจะวัดในความสามารถที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้นโอกาสของการตอบถูกจึงไม่เกี่ยวข้องกัน มีความเป็นอิสระของตำแหน่ง ไม่ว่าข้อทดสอบจะอยู่ส่วนไหนของแบบสอบก็ไม่มีผลต่อการตอบ

3. ความเร็วในการทำข้อทดสอบไม่มีผลต่อโอกาสของการตอบถูก

4. โอกาสของการตอบถูกขึ้นกับความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถของผู้สอบกับความยากของข้อทดสอบเท่านั้น

5. ผู้สอบทำแบบสอบด้วยความสามารถที่แท้จริงไม่มีการเดา

ความได้เปรียบของราสช์โมเดล

ได้มีการศึกษาราสช์โมเดลในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อศึกษาความแกร่ง ปรากฏว่า ราสช์โมเดลมีข้อได้เปรียบกว่าโมเดลอื่น ๆ ดังนี้

1. ถ้าข้อมูลเหมาะสมกับโมเดลอาจใช้กลุ่มตัวอย่างขนาดเพียง 100 คน ก็เพียงพอในการวิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์ (Wright 1977 : 219)

2. การกระจายความสามารถของกลุ่มตัวอย่างไม่จำเป็นต้องเป็นโค้งปกติ และไม่จำเป็นต้องมาจากการสุ่มก็ใช้ได้ (Wright 1979 : 20)

3. ข้อทดสอบ ไม่จำเป็นต้องเป็นแบบถูกได้ 1 และผิดได้ 0 ก็ใช้ได้

4. ข้อทดสอบแต่ละข้อไม่จำเป็นต้องมีค่าอำนาจจำแนกเท่ากันก็ใช้ได้ และไม่ต้องคำนึงถึงเรื่องการเดาก็ได้ (Wright and Panchapakesan 1969 : 25)

5. ราสช์โมเดลมีความซับซ้อนน้อยที่สุด เมื่อเทียบกับโมเดลอื่น ๆ ของ IRT จึงมีผู้นำไปประยุกต์ใช้มากที่สุด

6. สามารถใช้กับการทดสอบทั่ว ๆ ไป การรวมคะแนนก็สามารถรวมได้เลย เพราะการกำหนดน้ำหนักคะแนนไม่ซับซ้อนเหมือนโมเดลอื่น ๆ (Wright 1977 : 102)

ตอนที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Tinsley และ Dawis (1975) ได้ศึกษาถึงความคงที่ของค่าความยากของข้อทดสอบของราสช์โมเดล โดยใช้แบบสอบ 4 ฉบับ คือ Word analogy, Number analogy, Picture analogy และ Symbol analogy มีจำนวนข้อ 66, 60, 50 และ 40 ข้อตามลำดับ นำไปสอบกับผู้สอบดังนี้ คือ College Students ในมหาวิทยาลัยมิเนโซต้า นักเรียน High school, Civil service clerical employees ในมิเนโซต้า และ Clients of the Minesota State Division of Vocational Rehabilitation (DVR) โดยทำการเปรียบเทียบดังตาราง

ครั้งที่	กลุ่ม 1	N	กลุ่ม 2	N	ชนิดของข้อทดสอบ	จำนวนข้อ
1	College	630	High school	319	Word	60
2	College	630	DVR Clients	89		25
3	High school	319	DVR Clients	89		25
4	College	276	Civil Service	269		30
5	College	492	High school	120	Picture	50
6	College	492	Civil Service	269		25
7	High school	120	Civil Service	269		25
8	College	276	Civil Service	269		30
9	College	492	High school	145	Number	60
10	College	630	High school	308	Symbol	40

นำผลการสอบไปวิเคราะห์แบบราสช์โมเดลเพื่อหาค่าความยากทั้งหมด 10 ครั้งของการเปรียบเทียบ แล้วนำค่าความยากของแต่ละครั้งของการเปรียบเทียบมาหาความสัมพันธ์ ผลปรากฏว่า แบบสอบทั้ง 4 ฉบับ ถ้าจำนวนข้อทดสอบมากกว่า 30 ข้อขึ้นไป ค่าความยากจะมีความสัมพันธ์กันสูงมาก และถ้าตัดข้อที่มีโอกาสของการตอบถูกมีค่าต่ำและข้อทดสอบที่ไม่เหมาะสมกับโมเดลออกจะทำให้ค่าความยากมีความสัมพันธ์สูงขึ้นอีก

จากการศึกษาความแกร่งของราสช์โมเดลของ Robert Forsyth, Upathum Saisanjan และ Jerry Gilmer (1981) ได้ใช้แบบสอบ Iowa test of Educational Development ซึ่งมีฉบับย่อย 4 ฉบับคือ

1. Correctness of Expression (E) มีข้อทดสอบ 81 ข้อ

2. Ability to Do Quantitative Thinking (Q) มีข้อทดสอบ 54 ข้อ

3. Ability to Interpret literary Materials (L) มีจำนวน 73 ข้อ

4. Vocabulary (V) มีข้อทดสอบ จำนวน 60 ข้อ

จัดแบบสอบแต่ละฉบับ แบ่งออกเป็น 3 ส่วน โดยส่วนที่ 1 ง่ายกว่าส่วนที่ 2 และส่วนที่ 2 ง่ายกว่าส่วนที่ 3 จากนั้นจัดแบบสอบทั้ง 3 ส่วนเป็น 2 ระดับ คือ ระดับที่หนึ่งรวมส่วนที่ 1 และส่วนที่ 2 นำไปสอบนักเรียนเกรด 9 จำนวน 944 คน เกรด 10 จำนวน 927 คน ระดับสองรวม แบบทดสอบส่วนที่ 2 และ 3 เข้าด้วยกันนำไปสอบนักเรียน เกรด 11 จำนวน 899 คน เกรด 12 จำนวน 650 คน และนักเรียนทุก ๆ คนต้องสอบแบบทดสอบส่วนที่ 2 นำผลการสอบไปวิเคราะห์แบบสอบแบบราสช์-โมเดล หาค่าความยากของแต่ละข้อในแต่ละฉบับ นำค่าความยากของแบบทดสอบจากนักเรียน เกรด 9 ไปหาความสัมพันธ์กับนักเรียนเกรดอื่น ๆ ได้ผลดังตาราง

	แบบทดสอบ			
ความสัมพันธ์ระหว่าง	E	Q	V	L
เกรด 9 และเกรด 10	0.99	0.97	0.97	0.95
เกรด 9 และเกรด 11	0.96	0.96	0.96	0.93
เกรด 9 และเกรด 12	0.97	0.92	0.93	0.90

ซึ่งค่าความยากมีความสัมพันธ์กันสูงมาก แสดงว่ามีการเรียงลำดับความยากของข้อทดสอบในแต่ละฉบับไม่ต่างกัน และค่าความยากของข้อทดสอบมีความคงที่สูงมาก

จากการศึกษาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าความยากของข้อทดสอบของ IRT ทั้ง 3 โมเดล ของ Thissen และ Wainer (1981) พบว่าค่าความคลาด-เคลื่อนมาตรฐานของทั้ง 3 โมเดล มีลักษณะการกระจายที่คล้ายกันมาก คือ มีการกระจายสูงขึ้นในข้อที่ความยากมีค่ามาก ๆ และในข้อที่มีค่าความยากน้อยมาก ๆ แต่ในข้อที่มีความยากปานกลาง การกระจายของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าความยากมีค่าต่ำ ในการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนทั้ง 3 โมเดล ปรากฏว่า ราสช์โมเดลมีการกระจายต่ำสุด รองลงมาก็คือ 2-พารามิเตอร์