หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและการสำรวจงานวิจัย

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

การบริหารจัดการด้านคุณภาพในงานอุตสาหกรรมมีเทคนิกมากมายหลายอย่างที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้ เพื่อควบคุมคุณภาพของผลิตภัณฑ์ให้มีคุณภาพที่มีความสม่ำเสมอมั่นคงไม่ว่าผลิตภัณฑ์เหล่านั้น จะถูกผลิตขึ้น ณ เวลาใดๆ ก็ตาม ดังนั้นโรงงานต่างๆ จึงมองหาเทคนิคการควบคุมคุณภาพที่มีประสิทธิภาพ อย่างแท้จริงเพื่อนำเทคนิคนั้นมาประยุกต์ใช้ในโรงงาน

ฉะนั้นงานวิจัยนี้ก็มุ่งเน้นที่จะนำเทคนิคทางสถิติมาเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์และควบคุมกระบวนการผลิต เพื่อทำให้ผลิตภัณฑ์ที่ผลิตจากกระบวนการผลิตเดียวกัน ณ ช่วงเวลาใดๆ มีคุณภาพที่สม่ำเสมอตลอดเวลา ดังนั้นทฤษฎีที่นำมาประยุกต์ใช้กับงานวิจัยนี้ประกอบด้วย

1. สถิติสำหรับงานวิศวกรรม (Engineering Statistics)
2. การวิเคราะห์ระบบการวัด (Measurement System Analysis)
3. การควบคุมกระบวนการโดยวิธีการทางสถิติ (Statistical Process Control)

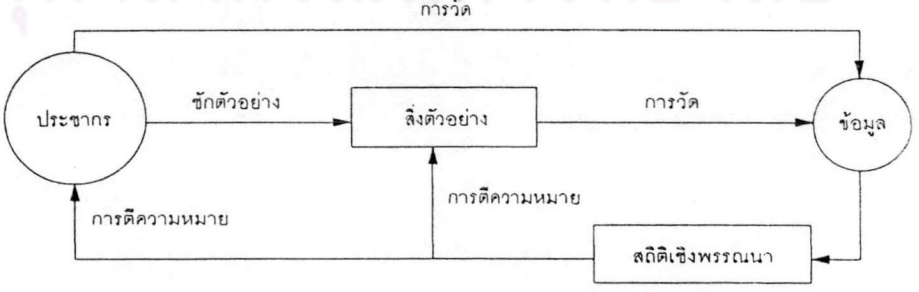
2.2 สถิติสำหรับงานวิศวกรรม

(กิตติศักดิ์ พลอยพานิชเจริญ, 2539)

ขั้นตอนของวิธีการทางสถิตินี้อาจจะมีความแตกต่างออกไปบ้าง ตามจุดประสงค์ของการตัดสินใจ และหากจะจำแนกประเภทของวิธีการทางสถิติ ตามจุดประสงค์แล้วจะสามารถจำแนกสถิติออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ คือ สถิติเชิงพรรณนา และ สถิติเชิงอนุมาน

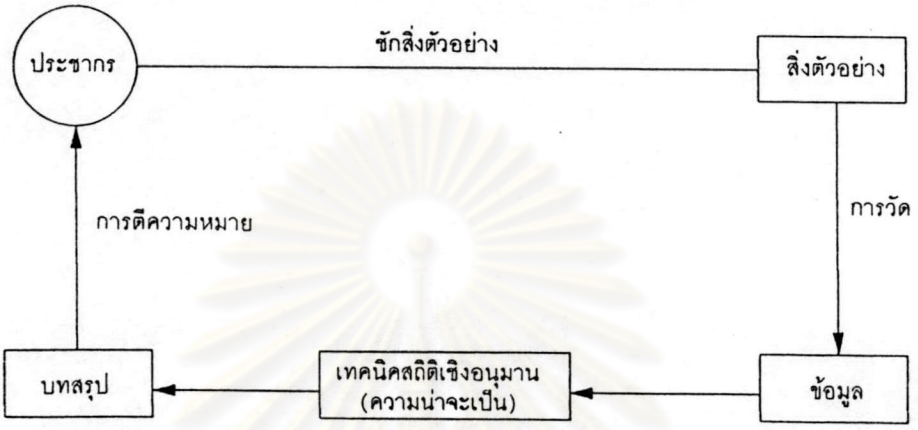
2.2.1 สถิติเชิงพรรณนาและสถิติเชิงอนุมาน (Descriptive & Inferential Statistics)

ก) สถิติเชิงพรรณนา หมายถึงสถิติที่มีจุดประสงค์เพื่อการจัดระเบียบการสรุป ตลอดจนการนำเสนอข้อมูลโดยเทคนิคของสถิติเชิงพรรณนานี้สามารถประยุกต์ใช้ได้ ทั้งประชากร (Population) และสิ่งตัวอย่าง (Samples) ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงวิธีการสำหรับสถิติเชิงพรรณนา

ข) สถิติเชิงอนุมาน หมายถึง สถิติที่จุดประสงค์เพื่อการวินิจฉัยสิ่งตัวอย่างด้วยเหตุผล เพื่อค้นหาข้อสรุปเกี่ยวกับประชากร โดยการวินิจฉัยดังกล่าวจะคำนึงถึง โอกาสในการได้มาซึ่งตัวอย่างตามทฤษฎีความน่าจะเป็น รูปที่ 2.2 แสดงวิธีการสำหรับสถิติเชิงอนุมาน

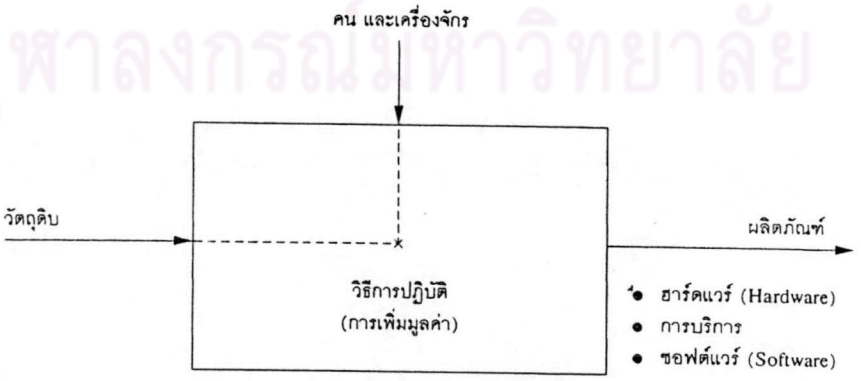


รูปที่ 2.2 แสดงวิธีการสำหรับสถิติเชิงอนุมาน

2.2.2 การนิยามประชากร

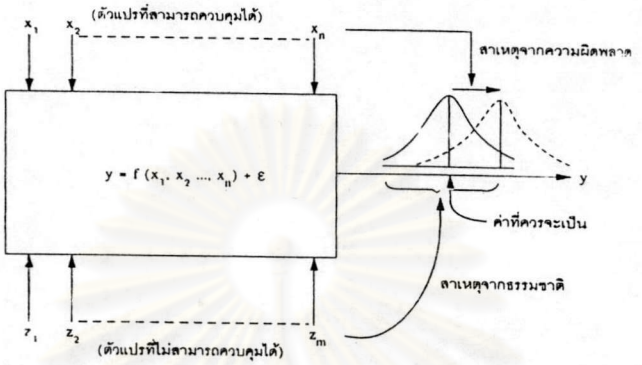
ในการตัดสินใจทางสถิติจะเรียกสิ่งที่ต้องการจะตัดสินใจนั้นว่า "ประชากร (Population)" และจะเรียกลักษณะสมบัติเชิงตัวเลข (Numerical Characteristic) ของประชากรนั้นว่า "พารามิเตอร์ (Parameter)" "ประชากร" เป็นการรวบรวมที่สนใจไว้โดยอาจหมายถึง กระบวนการผลิตเครื่องจักร ลอต (Lot) หรือ กระบวนการออกแบบ เป็นต้น

ตัวแบบของประชากรในงานทางวิศวกรรมควรจะมีการกำหนดเป็นกล่องดำ (Black Box) ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ซึ่งเป็นการมองในเชิงบริหาร โดยจะพบว่าผลิตภัณฑ์ที่กล่าวถึงอาจจะมีความหมายเป็นไปได้ทั้งฮาร์ดแวร์ การบริการ และซอฟต์แวร์



รูปที่ 2.3 แสดงประชากรในเชิงบริหาร

เนื่องจากสถิติเป็นศาสตร์ที่ใช้ตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน ดังนั้นตัวแบบของประชากรในทางสถิติจึงมีความจำเป็นต้องมีการนิยามใหม่ ในรูปพารามิเตอร์ที่สามารถระบุได้ ดังแสดงในรูปที่ 2.3

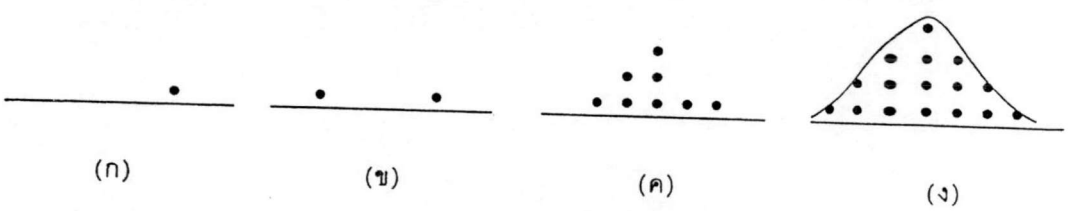


รูปที่ 2.4 แสดงประชากรในเชิงสถิติ

จากรูปที่ 2.4 จะพบว่าลักษณะของประชากรจะอธิบายได้ด้วยข้อมูล (y) ซึ่งมีค่าแต่ละค่าแปรเปลี่ยนไปโดยค่าแต่ละค่าจะเป็นอิสระต่อกัน ไม่สามารถเดาได้ (Independence) ทั้งนี้สืบเนื่องมาจากอิทธิพลของตัวแปรที่ไม่สามารถควบคุมได้ โดยในทางวิศวกรรมจะอธิบายได้ถึง "ความสามารถ (Capability)" อันเนื่องมาจากการออกแบบ และจะเรียกลักษณะการแปรเปลี่ยนที่เป็นอิสระนี้ว่า "ความเบี่ยงเบน (Variability)"

Dr. Walter A.Shewhart (1931) เรียกสาเหตุของความเบี่ยงเบนอันเนื่องจากสาเหตุที่ไม่สามารถควบคุมได้นี้ว่า "สาเหตุจากธรรมชาติ (Chance Cause)" และ Dr.Edwards Deming (1982) เรียกสาเหตุของความเบี่ยงเบนประเภทนี้ (ซึ่งเกิดมาจากระบบอันเนื่องมาจากการออกแบบ) ว่า "สาเหตุธรรมดา (Common Cause)

ค่าของข้อมูลภายใต้สาเหตุความเบี่ยงเบนจากธรรมชาตินี้จะมีฟอร์มรูปขึ้นมาเสมอเป็นตัวแบบที่คงที่ โดยมีแนวโน้มลู่เข้าหาค่าค่าหนึ่งซึ่งเป็นค่าที่ควรจะเป็นอันเนื่องมาจากตัวแปรที่สามารถควบคุมได้ของประชากรดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.5 แสดงลักษณะความเบี่ยงเบนจากสาเหตุธรรมชาติของประชากร

ผลทำให้ได้ข้อมูลที่เกิดจากภาวะที่มิได้ควบคุมตัวแปรที่สามารถควบคุมได้ อันจะมีผลทำให้ตัวแบบของความเบี่ยงเบนเลื่อนไปเป็นตัวแบบตามเส้นปะ (ดังรูปที่ 2.4) ซึ่งเทคนิคทางสถิติไม่สามารถทำการวิเคราะห์ได้โดย Dr.Walter A.Shewhart (1931) เรียกสาเหตุของความเบี่ยงเบนอันเนื่องจากมิได้ควบคุมสิ่งที่สามารถควบคุมได้ว่า "สาเหตุจากความผิดพลาด (Assignable Cause)" และ Dr.Edwards Deming (1982) เรียกสาเหตุของความเบี่ยงเบนประเภทนี้ว่า "สาเหตุไม่ธรรมดา (Special Cause)"

2.2.3 รวมข้อมูล

ข้อมูล (Data) ถือเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากในวิธีการทางสถิติ ซึ่งในสถิติเชิงพรรณนานั้นข้อมูลอาจจะได้มาจากประชากรโดยตรง หรือได้มาจากสิ่งตัวอย่าง (Sample) ซึ่งได้มาจากการชักสิ่งตัวอย่าง (Sampling) จากประชากรก็ได้ แต่สำหรับในสถิติเชิงอนุมานแล้วข้อมูลจะต้องได้มาจากสิ่งตัวอย่างเท่านั้น อาจจำแนกออกได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ คือ

ก) ข้อมูลจากการแจงนับซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้มาจากการนับสมาชิกประชากร หรือสิ่งตัวอย่างโดยปกติแล้วจะมีลักษณะแบบช่วง (Discrete Data)

ข) ข้อมูลจากการวัดซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้จากการวัดสมาชิกแต่ละตัวของประชากรหรือสิ่งตัวอย่างโดยปกติแล้วจะมีลักษณะแบบต่อเนื่อง (Continuous Date)

2.2.4 ค่าพารามิเตอร์และค่าสถิติ

ค่าพารามิเตอร์ (Parameter) หมายถึงค่าที่แท้จริงซึ่งใช้บรรยาลักษณะของจำนวนประชากรคำนวณได้จากข้อมูลทั้งหมดของประชากร

ค่าสถิติ (Statistic) หมายถึงค่าที่ใช้บรรยาลักษณะของกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นค่าที่คำนณได้จากข้อมูลสิ่งตัวอย่าง โดยทั่วไปจะนำค่าสถิติไปประมาณค่าพารามิเตอร์

ความหมาย	สัญลักษณ์	
	ค่าสถิติ	ค่าพารามิเตอร์
ค่าเฉลี่ย	$\bar{x}$	μ
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	S	σ
ความแปรปรวน	S^2	σ^2

ตารางที่ที่ 2.1 สัญลักษณ์ค่าสถิติและพารามิเตอร์

2.2.5 การวิเคราะห์ค่าการกระจายของข้อมูล

ตัวสถิติสำหรับวัดค่าการกระจายของข้อมูลมีอยู่หลายตัวด้วยกัน แต่สำหรับในที่นี้จะขอกล่าวถึงเฉพาะตัวสถิติที่มีการใช้ค่อนข้างมากในทางวิศวกรรมเท่านั้น ได้แก่ พิสัย ความเบี่ยงเบนสัมบูรณ์โดยเฉลี่ย ค่ารากที่สองของกำลังสองโดยเฉลี่ย และ ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวนสัมประสิทธิ์ แห่งความผันแปร

ก) พิสัย (Range) เป็นตัวสถิติที่ใช้คำนวณการกระจายของข้อมูลได้ง่ายที่สุด

$R = X_{max} - X_{min}$

เมื่อ R = ค่าพิสัย

X_{max} , X_{min} = ค่าที่สูงที่สุด และค่าที่ต่ำที่สุดของข้อมูล โดยลำดับ

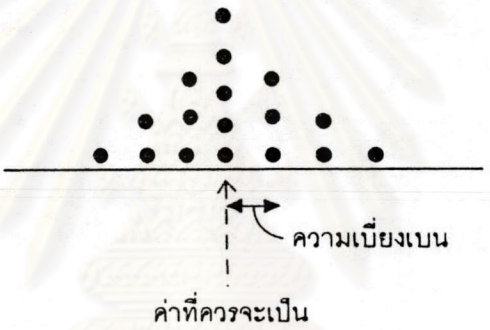
ตัวอย่างที่ ให้หาพิสัยของข้อมูลต่อไปนี้

10 12 9 8 10 7 13 10 8 11

ดังนั้น $R = 13 - 7$

$= 5$

ข) ความเบี่ยงเบนสัมบูรณ์โดยเฉลี่ย (Mean Absolute Deviation) คือการวัดค่าความเบี่ยงเบน (Deviation) ของข้อมูลแต่ละตัวจากค่าที่ควรจะเป็น ดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 แสดงแนวความคิดของการคิดค่าเบี่ยงเบน

ดังนั้น ความเบี่ยงเบน = $\sum_{i=1}^{n}$ (y_i - ค่าที่ควรจะเป็น)

\

"ค่าที่ควรจะเป็น" (ค่าเฉลี่ย) = $(\bar{y})$

ดังนั้น ความเบี่ยงเบน = $\sum^{n} (y_i - \bar{y})$

$$= \sum_{i=1}^{n} (y_i - \sum_{i=1}^{n} (\bar{y})$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \overline{y_i} - n\bar{y}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i - n\left|\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}\right|$$

$$= 0$$

ดังนั้น ความเบี่ยงเบนสัมบูรณ์ $= \sum_{i=1}^{n} \left| y_i - \bar{y} \right|$

ดังนั้น ความเบี่ยงเบนสัมบูรณ์โดยเฉลี่ย (MAD) $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \left| y_i - \bar{y} \right|}{n}$

ค) รากที่สองของมัชฌิมกำลังสอง (Root Mean Square; RMS)

จากสมการMADจะหาค่าความเบี่ยงเบนกำลังสอง ที่เรียกว่า"ผลรวมกำลังสอง (Sum of Square; SS)

ได้โดย

ผลรวมกำลังสอง $= \sum_{i=1}^{n} (y_i$ - ค่าที่ควรจะเป็น$)^2$

$= \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \bar{y} \right)^2$

ค่ามัชฌิมกำลังสอง $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \bar{y} \right)^2}{n}$

ดังนั้น RMS $= \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \bar{y} \right)^2}{n}}$

ง) ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation; S) หากจะมีการนำสิ่งตัวอย่างไปอนุมานประชากรแล้ว ค่าที่ควรจะเป็นก็จะหมายถึงค่าที่ควรจะเป็นของประชากร ( ) ดังนั้น

SS $= \sum_{i=1}^{n} (y_i - \mu)^2$

$\hat{\mu} = \bar{Y}$

$= \dfrac{y_1 + y_2 + y_3 \ldots\ldots y_{10}}{10}$

เครื่อง "^" อ่านว่า แฮท) ที่ใช้กำกับค่าพารามิเตอร์จะแสดงให้ทราบว่าค่าที่ได้เป็นเพียงค่าประมาณ (Estimated Valus) เท่านั้น

ดังนั้น จึงอาจนิยามตัวสถิติสำหรับวัดค่าการกระจายได้ใหม่ คือ

$$\text{ความแปรปรวน (Variance)} = \frac{\text{ผลรวมกำลังสอง (SS)}}{\text{องศาแห่งความอิสระ (df)}}$$

$$\text{ความแปรปรวน } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - Y)^2}{n-1}$$

$$\text{ดังนั้น } S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - y)^2}{n-1}}$$

โดยค่า RMS และ S นี้ จะมีความหมายคล้ายๆ กัน คือ เป็นสถิติที่อธิบายถึงการกระจายของคลื่นรบกวนรอบค่าสัญญาณของประชากร จะต่างกันเพียงแต่ว่า RMS คือตัวที่อธิบายเฉพาะสิ่งตัวอย่างเท่านั้น แต่ว่า S จะเป็นตัวที่ใช้สารสนเทศจากสิ่งตัวอย่างในการอนุมานประชากร

2.2.6 การวิเคราะห์ค่าแนวโน้มสู่ศูนย์กลางของข้อมูล

ค่าแนวโน้มสู่ศูนย์กลางของข้อมูล หมายถึง ค่าที่ควรจะเป็นของข้อมูลซึ่งจะสะท้อนทราบถึง ผลจากปัจจัยที่ได้รับการควบคุมในขณะเก็บข้อมูล ตัวสถิติที่ใช้ประมาณแนวโน้มสู่ศูนย์กลางของข้อมูลมี 3 ตัวดังนี้

ก) ค่ามัชฌิม (Mean) หรือ (Average) "ค่าเฉลี่ย" หมายถึง ค่าที่ได้จากการกำจัดทิ้ง (Average Out) ผลของตัวแปรที่ไม่สามารถควบคุมได้ที่อยู่ในข้อมูล โดยผลดังกล่าวจะเป็นผลที่มิได้รับการควบคุม (Uncontrolled Effect)

จากที่ได้กล่าวมาแล้วว่าในข้อมูลที่มีคุณภาพนั้นจะมีความเบี่ยงเบน ซึ่งเกิดจากผลของตัวแปรที่ไม่สามารถควบคุมได้เสมอ ดังสมการที่ (2.4) โดยความเบี่ยงเบนดังกล่าวจะมีลักษณะสมมาตรรอบค่าที่ควรจะตัวอย่าง ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 5ตัวจากประชากรชุดหนึ่งจะได้ข้อมูล คือ

$$\mu + \in_2 \quad \mu - \in_1 \quad \mu \quad \mu - \in_1 \quad \text{และ} \quad \mu + \in_2$$

ดังนั้น จะสามารถหาค่าที่ควรจะเป็นได้จาก

$$(\mu + \in_2) + (\mu - \in_1) + \mu + (\mu - \in_1) + \mu + \in_2$$

โดยค่าที่ได้นี้ จะเรียกว่าค่าเฉลี่ย ซึ่งโดยปกติมักแทนด้วย y ดังนั้นรูปแบบทั่วไปของ y คือ

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

ตัวอย่าง ให้หาค่าเฉลี่ยของข้อมูลต่อไปนี้

10, 12, 9, 8, 10, 7, 13, 10, 8, 11

$$y = \frac{10+ 12+ 9+ 8+ 10+ 7+ 13+ 10+ 8+ 11}{10}$$

$$= 9.8$$

ค่าดังกล่าวมีความหมายว่าเมื่อมีการกำจัดทิ้งความเบี่ยงเบน ที่มีผลมาจากปัจจัยที่ไม่สามารถควบคุมได้แล้ว ผลจากปัจจัยที่สามารถควบคุมได้ ควรจะมีค่าอยู่ที่ 9.8

ข) ค่ามัธยฐาน (Medium) เป็นตัวสถิติสำหรับวัดค่าแนวโน้มสู่ศูนย์กลางโดยการพิจารณาจากค่าควอไตล์ที่ 2 ซึ่งแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน

$$\bar{y} = y_{([n+1] \ /2)}$$ เมื่อ n เป็นเลขคี่

$$= \frac{y_{(n/2)} + y_{(n/2+1)}}{2}$$ เมื่อ n เป็นเลขคู่

ตัวอย่าง

ลำดับที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ข้อมูล	7	8	8	9	10	10	10	11	12	13

ในกรณีนี้จำนวนข้อมูลเป็นคู่

ดังนั้น $Y = Y_{(5)} + Y_{(6)}$

$= (10 + 10) / 2 = 10$

ค) ค่าฐานนิยม (Mode) เป็นตัวสถิติสำหรับวัดค่าแนวโน้มสู่ศูนย์กลางโดยการพิจารณาจากค่าที่มีความถี่มากที่สุด เช่น จากข้อมูลตามตัวอย่างในข้อ ข) จะมีค่าฐานนิยม " y_{mo} " เท่ากับ 10 เนื่องจากมีความถี่มากที่สุด

	สัญลักษณ์	นิยาม	คำอธิบายเสริม
1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	$\bar{x}$	ค่าเฉลี่ยของข้อมูลทั้งหมด	• คำนวณจากข้อมูลทุกตัว • ใช้เป็นตัวกำหนดแนวโน้มสู่ศูนย์กลางในกรณีการกระจายสมมาตร • ไม่เหมาะสมกับข้อมูลที่มีการกระจายผิดปกติ เช่น มีค่าสูงมาก, ต่ำมาก • มีความคลาดเคลื่อนในการชักตัวอย่างต่ำ
2. ค่ามัธยฐาน	Me	ค่ากลางของข้อมูลทั้งหมด	• แบ่งข้อมูลออก 2 ส่วนที่มีความถี่เท่ากัน • เหมาะสมกับข้อมูลที่มีการกระจายปกติ • มีความคลาดเคลื่อนในการชักตัวอย่างสูงเมื่อเทียบกับ X
3. ค่าฐานนิยม	Mo	ค่าที่มีความถี่สูงสุด	• เป็นตัวกำหนดค่าแนวโน้มสู่ศูนย์กลาง • ไม่ค่อยนิยมใช้ โดยเฉพาะข้อมูลต่อเนื่อง

ตารางที่ 2.2 เปรียบเทียบตัววัดแนวโน้มเข้าสู่ศูนย์กลาง

2.2.7 **ตัวแปรสุ่ม** (Random Variable)

ตัวแปรสุ่ม (X) จะหมายถึงฟังก์ชันของเลขจำนวนจริง ซึ่งกำหนดเป็น $X(\omega) = X$ สำหรับทุกจุดของจุดตัวอย่างในแซมเปิล-สเปซของการทดลอง ดังอธิบายให้ง่ายๆ ด้วยรูปที่ 2.7 ข้างล่าง ซึ่งหมายถึงการแปลงแซมเปิลสเปซ Ω ให้อยู่ในรูปของเส้นตรง (หรือส่วนหนึ่งของเส้นตรง) ที่มีความหมายเป็นตัวแปรสุ่ม X อาจจำแนกออกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

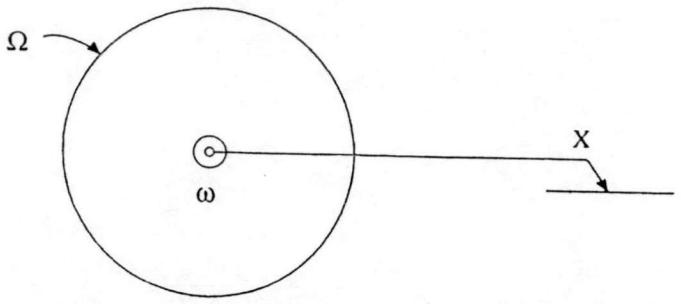
ก) ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable) หมายถึง ตัวแปรสุ่มที่มีค่าต่อเนื่องอันเนื่องจากการทดลองที่มีจำนวนจุดตัวอย่างแบบนับไม่ถ้วน (Infinite Sample Point)

<u>ตัวอย่าง</u> ตัวแปรสุ่มใดๆ ที่สร้างจากการทดลองอายุการใช้งานขอบหลอดไฟฟ้า

ข) ตัวแปรสุ่มแบบช่วง (Discrete Random Variable) หมายถึง ตัวแปรสุ่มที่มีค่าเป็นช่วง อันเนื่องมาจากการทดลองที่มีจำนวนจุดตัวอย่างที่จำกัด (Finite sample Point) หรือจำนวนไม่จำกัดแต่นับได้ (Countable Infinite Sample Point)

<u>ตัวอย่าง</u> ผลการทดลองลูกเต๋า เช่นตัวแปรสุ่มที่หมายถึงผลรวมของแต้มที่ปรากฏเมื่อทำการทอดเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน ถ้า ω = (3, 4) จะได้ตัวแปรสุ่ม (X) มีค่า 3 + 4 = 7 เป็นต้น ดังนั้นทุกๆ ค่าของ ω ใน Ω ของการทดลองนี้จะมีค่าตัวแปรสุ่ม X เพียง 11 ค่า

$$X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$



รูปที่ 2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มกับแซมเปิลสเปซ

2.2.8 ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function)

ตัวแปรสุ่มจะเป็นตัวแปรที่มีค่าหลายค่าโดยขึ้นอยู่กับโอกาสในการเกิดจุดตัวอย่างในแซมเปิลสเปซ การอธิบายตัวแปรสุ่มนั้นมีความจำเป็นจะต้องอธิบายถึงค่าของตัวแปรสุ่ม และโอกาสหรือความน่าจะเป็นในการเป็นค่านั้นๆ"ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function)" หรืออาจเรียกสั้นๆ ว่า pdfบางครั้งเรียกฟังก์ชัน pdf นี้ว่า "การกระจายของความน่าจะเป็น (Probability Distribution)" จำแนกออกได้เป็น 2 ประเภทดังนี้

ก) ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบช่วง (Discrete Probability Density Function)

<u>ตัวอย่าง</u> การทดลองด้วยการทอดลูกเต๋าถ้าให้ตัวแปรสุ่ม X หมายถึง หน้าของลูกเต๋าที่ทดลองได้ X = {1, 2, 3, 4, 5, 6} โดยที่แต่ละค่าจะมีความน่าจะเป็นเท่ากับ 1/6 ดังนั้นอาจจะอธิบายตัวแปรสุ่ม X ได้ด้วยฟังก์ชันดังนี้

$$P(X) = \begin{cases} 1/6 ; X = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ 0 \quad ; X = \text{ค่าอื่นๆ} \end{cases}$$

ข) ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่อง (Continuous Probability Density Function)

โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณี pdf ของตัวแปรสุ่มต่อเนื่องแล้วจะยิ่งมีประโยชน์อย่างมากต่อการอธิบายตัวแปรสุ่ม เนื่องจากตัวแปรสุ่มมีค่าค่อนข้างมากจนไม่อาจอธิบายคำพูดได้ เช่น ตัวอย่างการทดลองอายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้า ถ้าให้ X คือตัวแปรสุ่มที่หมายถึง ค่าเฉลี่ยของอายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้า 2 หลอดที่สุ่มมาได้ จะอธิบายตัวแปรสุ่ม X ให้คือ

$$f(\bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)} \quad e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{x} - 600}{100 / \sqrt{2}}\right)^2} \quad ; \bar{x} \geq 0$$

2.2.9 **คุณสมบัติฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น** (Probability Density Function)

ก) ตัวแปรสุ่มแบบช่วง

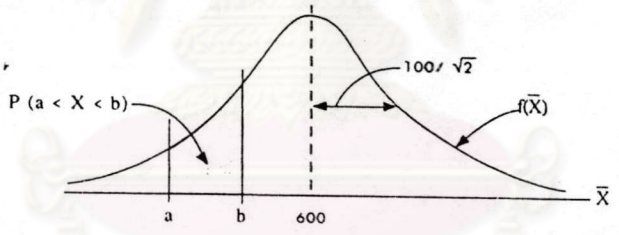
1) P $x_i \geq 0$ ทุกๆ ค่าของ i

2) $\sum_{i=1}^{n} P(x_i)$ = 1

ข) ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องตัวแปรสุ่มแบบมีค่าจำนวนมากสามารถแสดงได้ด้วยกราฟดังแสดงในรูปที่2.8 โดยกราฟดังกล่าวจะมีลักษณะเป็นเส้นกราฟต่อเนื่อง และค่าความน่าจะเป็นจะนิยามได้จาก

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx \qquad (2.23)$$

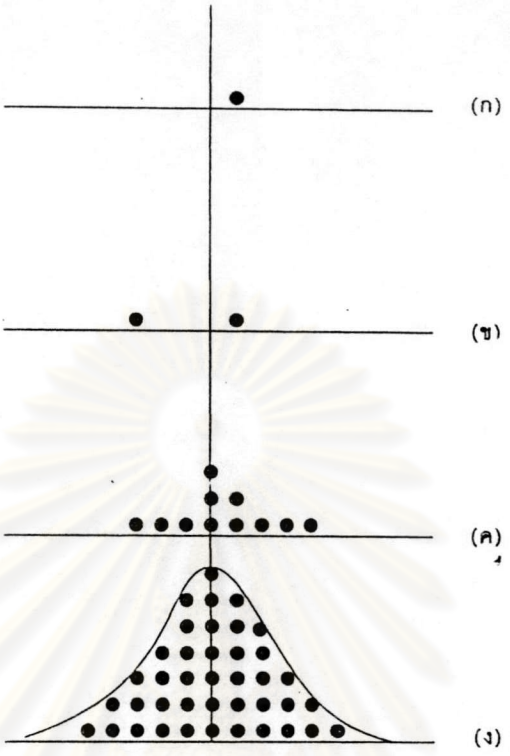
ซึ่งหมายความว่าความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่มจะมีค่าอยู่ระหว่าง a และ b จะนิยามได้จากพื้นที่ใต้เส้นโค้งระหว่าง a และ b



รูปที่ 2.8 กราฟแสดงการกระจายความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง

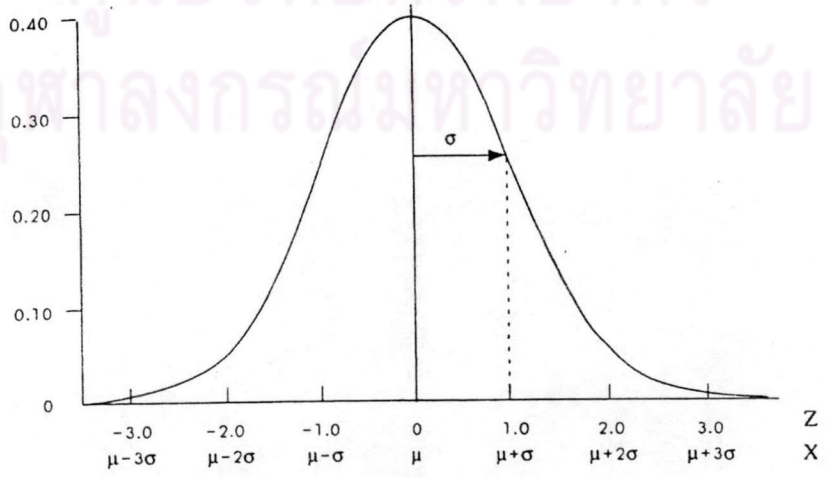
2.2.10 **เส้นโค้งแบบปกติ** (Normal Curve)

เส้นโค้งแสดงการกระจายตัวของสิ่งตัวอย่างหรือข้อมูลดังกล่าว จะมีลักษณะสมมาตรเป็นรูปทรงระฆังคว่ำ (Bell Shape) รอบค่าของผลจากสิ่งที่ได้รับการควบคุม กล่าวคือมีค่าความเบ้ = 0 และมีค่าความโด่งเท่ากับ 3โดยมีการกระจายรอบค่ากลางค่าหนึ่งอันเป็นผลจากสิ่งที่ได้รับการควบคุม (Controlled Effect) และการกระจายดังกล่าวจะอยู่ภายใต้สิ่งที่มิได้รับการควบคุม (Uncontrolled Effect) ดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 การฟอร์มรูปเส้นโค้งแบบปกติ

รูปที่ 2.10แสดงกราฟเส้นโค้งปกติเพื่อแสดงถึงคุณสมบัติของเส้นโค้งปกติโดยรูปดังกล่าวได้แสดงค่าทั้งสเกลออร์ดิเนต (Ordinate) และสเกลแอบซิสซ่า (Abcissa) ซึ่งเป็นทั้งสเกลของข้อมูลที่พิจารณา (X) และสเกลที่กำหนดในรูปตัวแปรมาตรฐาน (Standard Variable) หรือ Z ซึ่งเส้นกราฟดังกล่าวจะมีคุณสมบัติต่างๆ ที่น่าสนใจดังนี้



รูปที่ 2.10 กราฟแสดงเส้นโค้งแบบปกติทั้งแกน X และ Z

1. ค่าของสเกลออร์ดิเนต จะมีค่าสูงสุดเท่ากับ 0.04 หรือ 1/ 2 ที่ค่า Z = 0 หรือ X = ซึ่ง
2. เส้นโค้งจะมีความสมมาตรรอบค่า Z = 0 หรือ X = μ
3. เมื่อ X มีค่าห่างจาก μ (หรือ Z มีค่าห่างจาก 0) ทั้งสองทิศทางแล้วเส้นโค้งจะมีค่าเข้าใกล้แนวนอนอย่างรวดเร็ว
4. เส้นโค้งจะมีจุดเปลี่ยนโค้ง (Inflection Point) อยู่ 2 จุด ซึ่งจะเป็นจุด ที่เส้นโค้งมีการเปลี่ยนจากโค้งคว่ำ (Concave Downward) เป็นโค้งหงาย (Concave Upward) โดยจุดเปลี่ยนโค้งดังกล่าวจะอยู่ที่ระยะห่างเท่ากับความเบี่ยงเบนมาตราฐาน (σ) จากค่าμ นั่นคือ จุดเปลี่ยนโค้งจะอยู่ตำแหน่ง X เท่ากับ +
5. พื้นที่ใต้เส้นโค้งทั้งหมดจะมีค่าเท่ากับ 1.00 เสมอ
6. โอกาสที่ค่าของตัวแปรสุ่ม X จะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ

2.2.11 **การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ (Normal Curve)**

X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการกระจายตัวเป็นเส้นโค้งแบบโค้งปกติแล้วจะเรียก X ว่าตัวแปรสุ่มแบบปกติที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติโดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ ($-\infty < \mu < -\infty$) และความแปรปรวนเป็น σ^2 ($\sigma^2 > 0$) ซึ่งมีฟังก์ชัน pdf ว่า

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

โดยสามารถเขียนได้สั้นๆ ด้วยสัญลักษณ์ $X \sim N(\mu,\sigma)^2$

การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติจะมีคุณสมบัติที่สำคัญหลายประการคือ

1. f(X) dx = 0
2. f(X) > 0 สำหรับทุกค่าของ x
3. lim f(X) = 0 และ lim f(X) = 0
4. f [(X + μ] = f [(-X-μ)] คือฟังก์ชัน pdf สมมาตรรอบค่า μ
5. ค่าสูงสุดของ f(X) จะปรากฏเมื่อ X = μ
6. จุดเปลี่ยนโค้งของ F(X) อยู่ที่จุด X = $\mu \pm \sigma$

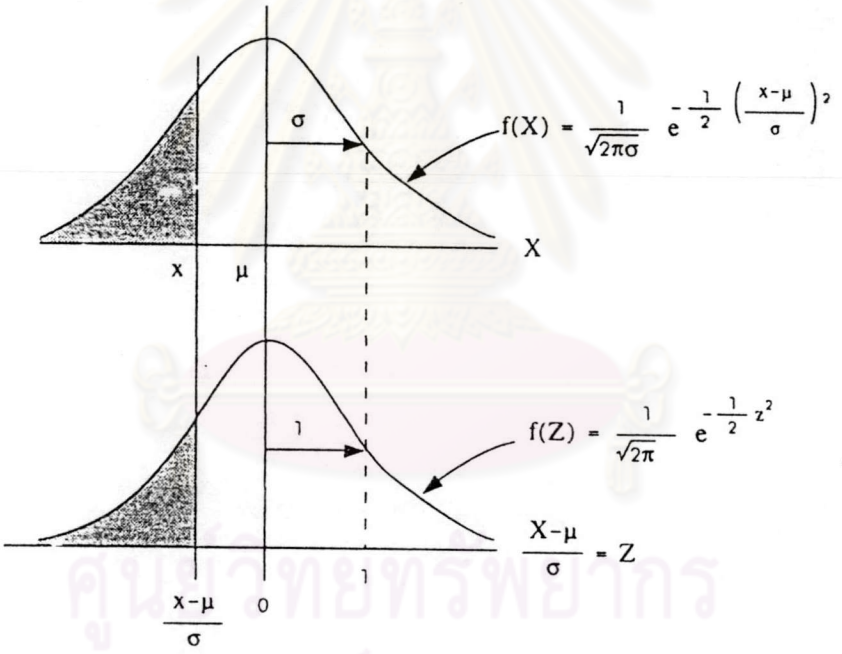
2.2.12 **ตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน**

การพิจารณาความน่าจะเป็นสะสม (CDF) ของตัวแปรสุ่มปกติสามารถคำนวณได้โดยการอินทิเกรตในฟังก์ชันตามสมการต่อไปนี้ ในทางปฏิบัติทำได้ค่อนข้างมาก

$$F(X) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

เพื่อง่ายต่อการคำนวณต้องแปลงค่าเฉลี่ยให้เป็น 0 และความแปรปรวนให้มีค่าเท่ากับ 1 และจะเรียกตัวแปรสุ่มดังกล่าวว่า "ตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน (Standard Normal Random Variable)" แทนสัญลักษณ์ด้วย $Z \sim N(0, 1)$ โดยที่

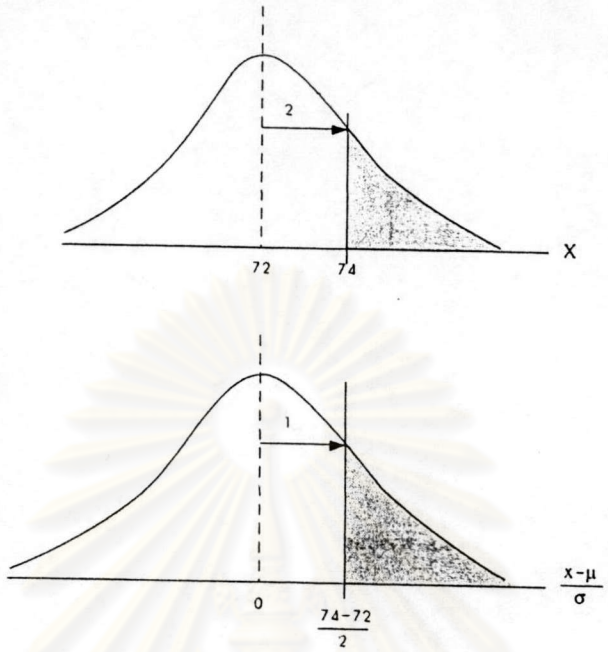
$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$



รูปที่ 2.11(ก) การแปลงตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>ตัวอย่าง</u> ถ้า $X \sim N(72,4)$ ให้หาความน่าจะเป็นที่ X มีค่ามากกว่าเท่ากับ 72



ดังนั้น $P(X \geq 74) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{74-72}{2}\right)$

$= P(Z \geq 1.00)$

$= 0.1587$

จากสมการข้างต้น เมื่ออินทิเกรตในรูป pdf ของตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน จะได้ผลว่า

$$F(x) = P(X \leq x) = P\left(Z \leq \frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

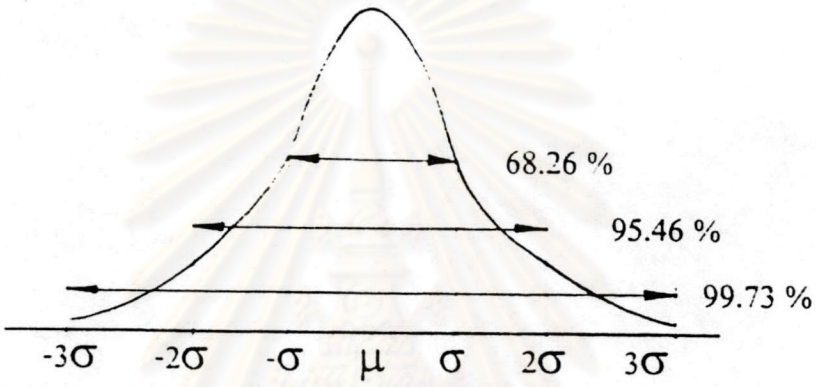
$$= \int_{-\infty}^{\frac{x-\mu}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

เมื่อผลการอินทิเกรดของสมการที่ (2.30) นี้แสดงไว้ในตารางที่ 1 ของภาคผนวก ซึ่งแสดงในรูปของ 1-F(X) ตั้งแต่ z มีค่า 0.00 ถึง 10.09 ทั้งนี้วิธีการอ่านให้ค่า z ที่ละเอียดถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 1 ในสดมภ์ที่ 1 และดูทศนิยมตำแหน่งที่ 2 ของ z ในแถวที่ 1 และในกรณีที่ต้องอ่านค่า F(X) เมื่อ z มีค่าต่ำกว่า 0 จะต้องอาศัยการอ่านด้วยหลักการของสมมาตร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขอบเขต	พื้นที่ภายใต้เส้นโค้ง
$\mu \pm 0.6745\sigma$	50.00 %
$\mu \pm \sigma$	68.28 %
$\mu \pm 2\sigma$	95.46 %
$\mu \pm 3\sigma$	99.73 %

ตารางที่ 2.3 แสดงขอบเขตของพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งปกติ



รูปที่ 2.12 เปอร์เซ็นต์พื้นที่ใต้โค้ง

จากตารางที่ 2.3 และรูปที่ 2.12จะพบว่าการแจกแจงแบบปกติจะมีร้อยละ 68.26 ของข้อมูลตกอยู่ในช่วง $\mu \pm \sigma$ และมีร้อยละ 95.46 ที่ข้อมูลตกอยู่ในช่วง $\mu \pm 2\sigma$ และมีร้อยละ 99.73 ที่ข้อมูลตกอยู่ในช่วง $\mu \pm 3\sigma$

<u>ตัวอย่างเช่น</u> อายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้าจากโรงงานผลิตหลอดไฟฟ้าแห่งหนึ่ง มีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 800ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงมาตรฐานเท่ากับ 40ชั่วโมง ถ้ากำหนดพิกัดของอายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้าอยู่ระหว่าง 778ชั่วโมง ถึง 83ชั่วโมง จงหาโอกาสที่อายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้าที่ผลิตมาได้ไม่ได้พิกัดตามที่กำหนด

<u>วิธีทำ</u> ให้ X แทนอายุการใช้งานหลอดๆ ไฟฟ้า

ถ้ากำหนดพิกัดของอายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้าอยู่ระหว่าง 778 ชั่วโมง ถึง 834 ชั่วโมง ดังนั้นโอกาสที่อายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้าที่ได้พิกัดคือ

$$P(778 < X < 834) = P\left(\frac{778-800}{40} < \frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{834-800}{40}\right)$$

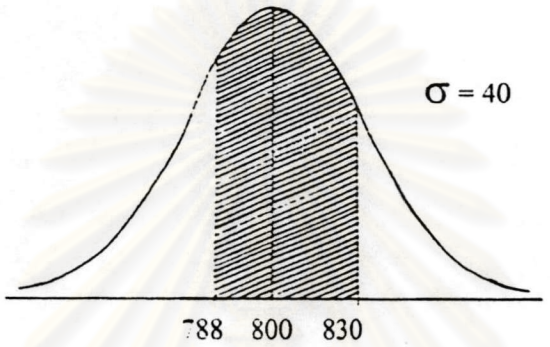
$$= P(-055 < Z < 0.85)$$

= P (Z < 0.85) – P(Z < -0.55)

= 0.8023-0.2912 (จากตาราง 1 ในภาคผนวก ก)

= 0.511

นั่นคือ โอกาสที่อายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้าที่ผลิตมาได้ไม่ได้พิกัดตามที่กำหนด จะเท่ากับ 1 - 0.511 = หรือร้อยละ 48.89 ที่มีอายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้าไม่ได้พิกัดตามที่กำหนด (พื้นที่ในส่วนที่ไม่แรเงา)



รูปที่ 2.13 สัดส่วนความน่าจะเป็นใต้เส้นโค้งความน่าจะเป็น

2.3 ความผันแปรในระบบการวัด

(กิติศักดิ์ พลอยพานิชเจริญ, 2542)

2.3.1 การวัด (Measurement)

หมายถึงการกำหนดค่าตัวเลขให้แก่วัตถุเพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ที่เป็นจริงของวัตถุดังกล่าวด้วยคุณสมบัติเฉพาะที่กำหนดโดยคุณสมบัติเฉพาะที่กล่าวถึงนี้อาจจะเป็นลักษณสมบัติ ทางกายภาพ ทางเคมี ฯลฯ อาทิ ความยาว ความแข็ง ความหนาแน่น ฯลฯ มาตรฐาน ISO 10012-1 ได้นิยามความหมายของการวัดว่าหมายถึงชุดของการปฏิบัติการ ที่มีจุดประสงค์เพื่อพิจารณาค่าของปริมาณอันหนึ่ง และจะเรียกปริมาณใดๆ ที่ได้รับการนำมาวัดนี้ว่า "สิ่งที่ได้รับการวัด (Measured)

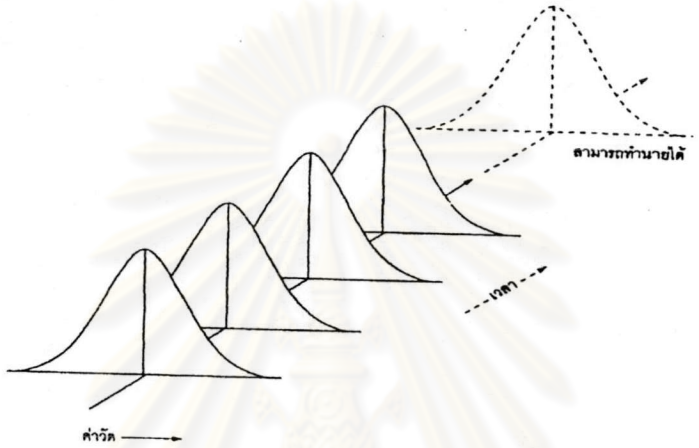
2.3.2 ค่าจริง (True value)

คือค่าที่ได้จากการวัดซึ่งถือเป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่าและมีจุดประสงค์ที่กำหนดค่าให้

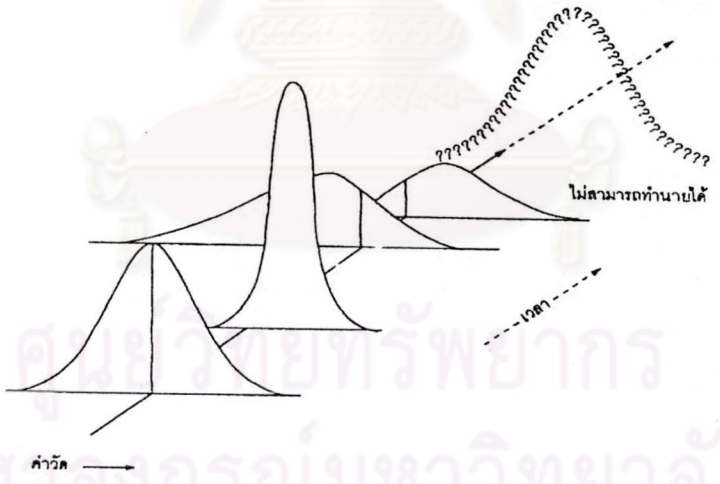
2.3.3 ระบบการวัด (Measurement system)

ซึ่งหมายถึงกระบวนการวัดหรือระบบการวัดโดยมีองค์ประกอบหลักๆ คือ เครื่องมือวัด พนักงานวัดวิธีการวัดสิ่งที่ได้รับการวัดและสิ่งแวดล้อมในการวัด และเนื่องจากองค์ประกอบเหล่านี้จะมีความไม่เท่ากันจึงส่งผลให้เกิดความผันแปรในระบบการวัดเสมอ ดังรูปที่ 2.14 ความผัน

แปรในระบบการวัดที่กล่าวถึงนี้ถ้าหาเป็น ไปด้วยสาเหตุธรรมชาติ (Chance cause or common cause of variation) แล้วค่าความผันแปรจะอยู่ในลักษณะเสถียรภาพที่สามารถทำนายได้ดังรูปที่ 2.14(ก) แต่ถ้าหากความผันแปรเกิดจากสาเหตุความผิดพลาดอันเนื่องมาจากปัจจัยภายนอก (Assignable cause or special cause of variation) โดยค่าความผันแปรนี้จะไม่เสถียรและไม่สามารถทำนายได้ดังรูปที่ 2.14 (ข)



รูปที่ 2.14 (ก) สาเหตุธรรมชาติ



รูปที่ 2.14 (ข) สาเหตุความผิดพลาดอันเนื่องมาจากปัจจัยภายนอก

2.3.4 ความคลาดเคลื่อนของค่าวัด

จากสาเหตุด้านความผันแปรของระบบการวัดมีผลทำให้ค่าวัดที่ได้เบี่ยงเบนไปจากค่าจริงของสิ่งที่ได้รับการวัดเสมอ กล่าวคือ ถ้าให้ X หมายถึงค่าวัดที่ได้ และ μ หมายถึงค่าจริงของสิ่งที่ได้รับการวัดแล้วจะได้ว่า

$$X_i = \mu + \varepsilon_i$$

โดยทั่วไปแล้ว อาจจำแนกประเภทของความคลาดเคลื่อนของค่าวัดออกได้ 3ประเภท คือ

1. **ความคลาดเคลื่อนจากความผิดพลาด** (Gross error) คือ ความคลาดเคลื่อนจากความผิดพลาดเป็นความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความผิดพลาด (Special causes) ของกระบวนการวัด ส่วนมากเกิดจากการขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเครื่องมือวัดและวิธีวัดของพนักงานที่ทำหน้าที่วัดโดยลักษณะความคลาดเคลื่อนอาจจะมาจากการเลือกใช้เครื่องมือวัดที่ผิดพลาด หรือมาจากการอ่านค่าที่ผิดพลาดโดยความคลาดเคลื่อนในลักษณะเช่นนี้ไม่สามารถคาดการณ์ได้แต่สามารถกำจัดได้
2. **ความคลาดเคลื่อนเชิงระบบ** (Systematic error) คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงระบบหมายถึงความคลาดเคลื่อนที่ค่าที่ควรจะเป็น (Expected value) จากค่าวัด ซึ่งได้มาจากการเฉลี่ยออกความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม ซึ่งเบี่ยงเบนไปจากค่าจริงของสิ่งที่ได้รับการวัด กล่าวคือ

   ความคลาดเคลื่อนเชิงระบบ = x_i - ค่าจริง

   ตำราบางเล่มอาจจะเรียกค่าดังกล่าวนี้ว่า "ความเบี่ยงเบนจากค่าจริง (หรือออฟเซต (Offset) หรือ ค่าความเอนเอียง (Bias) ซึ่งสาเหตุของความคลาเคลื่อนเชิงระบบนี้มักจะมาจากโครงสร้างของเครื่องมือวัดเป็นสำคัญ ความคลาดเคลื่อนเชิงระบบนี้สามารถได้รับการกำหนดค่าด้วยผู้ผลิต หรือห้องปฏิบัติการสอบเทียบและสามารถกำจัดได้ด้วยการสอบเทียบ (Calibration)
3. **ความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม** (Random error) คือ ความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม ซึ่งหมายถึงความเบี่ยงเบนของค่าวัดจากค่าที่ควรจะเป็นของค่าวัด ซึ่งจะมีลักษณะเป็นตัวแปรสุ่ม (คือค่าที่จะเกิดขึ้นตามโอกาสโดยธรรมชาติ) โดยสาเหตุความคลาดเคลื่อนแบบสุ่มนี้จะมาจากสาเหตุโดยธรรมชาติ (Common causes) ของระบบการวัดและไม่สามารถกำจัดทิ้งได้ แต่สามารถปรับค่าให้ลดลงได้ด้วยการดำเนินการแก้ไขระบบการวัด อาทิ ปรับวิธีการวัดใหม่ ใช้อุปกรณ์พวกจิ๊กและฟิกซ์เจอร์ในการจับงานที่จะวัด

2.3.5 การประมาณค่าความผันแปรจากค่าวัด

ตัวประเมินค่าที่มีความสำคัญมากในการวิเคราะห์ระบบการวัด คือค่าความผันแปรของค่าวัดจากระบบ

การวัด ซึ่งในทางสถิติมีตัวประเมินค่าหลายตัวด้วยกันแต่ที่ได้รับความนิยมกันมากจะเป็นตัววัดที่อยู่บนแนวความคิด 2ประการ คือแนวความคิดด้านความแตกต่างมากที่สุดของค่าวัดหรือพิสัย และแนวความคิดของความเบี่ยงเบนรอบค่าจริงของสิ่งที่ได้รับการวัด

1. **ค่าพิสัย** (Range) ในการประเมินค่าความผันแปรจากค่าวัดด้วยแนวความคิดด้านความแตกต่างมากที่สุดของค่าวัดนี้จะนิยามในรูปของพิสัย โดยที่

$$R\ (\text{พิสัย}) = \text{ค่าวัดที่มีค่ามากที่สุด} - \text{ค่าวัดที่มีค่าน้อยที่สุด}$$

ตัวอย่าง ในการวัดซ้ำสิ่งที่ได้รับการวัด 1 ชิ้นจำนวน 5 ครั้งภายใต้สภาวะควบคุมได้ผลว่า

9.6 10.5 10.1 10.2 9.8

ข้อมูลที่มีค่ามากที่สุด = 10.5

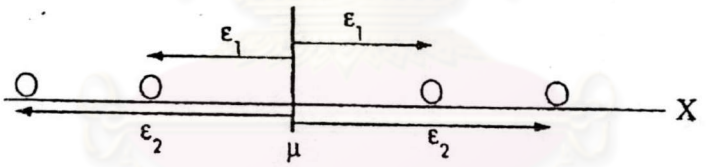
ข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุด = 9.6 โดยลำดับ ซึ่งอาจอธิบายได้ว่า

10.5 = ค่าจริง + สาเหตุความผันแปรที่มากที่สุด

9.6 = ค่าจริง + สาเหตุความผันแปรที่น้อยที่สุด

10.5-9.6 = 0.9 เท่ากับความผันแปรจากสาเหตุโดยธรรมชาติของค่าวัด

2. **ค่าความเบี่ยงเบน** (Deviation) เนื่องจากความผันแปรของค่าวัดในระบบการวัด จะเป็นความผันแปรรอบค่าจริง (ดังรูปที่ 2.15) ดังนั้น



รูปที่ 2.15 ความผันแปรรอบค่าจริง

ค่าความผันแปรของค่าวัดอาจจะได้รับการประเมินผ่านความแตกต่างของค่าวัด จากค่าประมาณของค่าจริง ซึ่งเรียกว่า ค่าความเบี่ยงเบน กล่าวคือ

$$\text{ความเบี่ยงเบน} = \text{ค่าวัด}\left(x_i\right) - \text{ค่าประมาณค่าจริง}\left(\bar{x}\right)$$

ตัวอย่าง ค่าวัด 5 ค่าข้างต้นสามารถประมาณค่าจริงของสิ่งที่ได้รับการวัดว่า

$$\left(\bar{x}\right) = \frac{9.6 + 10.5 + 10.1 + 10.2 + 9.8}{5}$$

$$= 10.04$$

ข้อมูลตัวที่ i	ข้อมูล (x_i)	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	9.6	9.6-10.04 = -0.44	0.1936
2	10.5	10.5-10.04 = 0.46	0.2116
3	10.1	10.1-10.04 = 0.06	0.0036
4	10.2	10.2-10.04 = 0.16	0.0256
5	9.8	9.8-10.04 = -0.24	0.0576
ผลรวม		0	**0.4920**

ตารางที่ 2.4 ตัวอย่างการคำนวณผลรวมกำลังสองของความเบี่ยงเบน

ค่าผลรวมกำลังสองของความเบี่ยงเบนตามที่คำนวณได้นั้น จะมีค่าขึ้นกับจำนวนข้อมูลที่หมายถึงจำนวนครั้งในการวัด จึงมีความจำเป็นต้องเทียบต่อหน่วยของข้อมูล และจะเรียกค่าดังกล่าวว่า กรณฑ์ที่สองของมัชฌิมกำลังสองของความเบี่ยงเบน (Root Mean Square Deviation; S_n) ดังนั้น

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

จากค่าวัดตามตัวอย่างข้างบน จะประเมินค่าความเบี่ยงเบน S_n ได้ว่า

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{5}(0.4920)}$$

$$= 0.313688$$

ซึ่งมีความหมายว่าถ้าในการวัดสิ่งที่ได้รับการวัด 1 ชิ้น จำนวน 5ครั้งภายในสภาวะควบคุมจะมีสาเหตุความผันแปรโดยธรรมชาติต่อหน่วยข้อมูลที่ประเมินจากความผันแปรรอบค่าจริง เท่ากับ 0.313688

2.3.6 วิธีการประเมินค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของระบบการวัด

การอนุมานค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของระบบการวัด กรณีที่มีข้อมูล n ตัวในกลุ่มย่อยเพียงกลุ่มเดียวซึ่งพบว่าถ้าหากมีการเก็บข้อมูลจำนวน k กลุ่มย่อย ขนาดกลุ่มย่อยละ n ตัว จะทำให้มีวิธีการประมาณค่าความเบี่ยงมาตรฐานของระบบการวัดแตกต่างกันออกไปถึง 3 วิธีคือ

1. วิธีประเมินความผันแปรโดยรวม (Total Variation) ในการประเมินค่าความผันแปรจากสาเหตุโดยธรรมชาติของระบบการวัดนี้ จะถือว่าข้อมูลทั้งหมดไม่มีความแตก

ต่างกันหรือแตกต่างกันจากสาเหตุโดยธรรมชาติของระบบการวัดเท่านั้น จึงทำการพิจารณาภายใต้ข้อมูลทั้งสิ้น 1 กลุ่ม

ตัวอย่าง ในการวัดงาน 3ชิ้น ชิ้นละ 8ครั้ง ได้ผลดังนี้

ชิ้นงานที่	ค่าวัด							
1	4	5	5	4	8	4	8	5
2	4	5	3	5	8	4	5	7
3	6	4	8	4	7	5	4	6

ตารางที่ 2.5 ตัวอย่างการประเมินความผันแปรโดยรวม

ขนาดกลุ่มตัวอย่าง = 8 x 3 คือ 24

ค่าพิสัย = 8 – 3 คือ 5

k = 1

n = 24

จากตารางที่ 2 ในภาคผนวก จะได้แฟกเตอร์ d_2 * = 3.959

ดังนั้น จะประมาณค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของระบบการวัดเท่ากับ 5 / 3.959 = 1.262945 และด้วยความเชื่อมั่น 99% จะอนุมานได้ว่าค่าวัดในระบบการวัดนี้จะกระจายอยู่ภายใต้ค่า $\pm 5.75\sigma$ หรือ ± 3.25 รอบค่าจริงของสิ่งที่ได้รับการวัด

2. วิธีประเมินความผันแปรระหว่างกลุ่มย่อย (Between Subgroup Variation) เป็นการประมาณค่าจริงของชิ้นงานทั้งสามชิ้นด้วยค่า $\bar{x}$ และคำนวณค่าพิสัยซึ่งแสดงถึงความผันแปรระหว่างกลุ่มย่อย

ตัวอย่าง ในการวัดงาน 3ชิ้น ชิ้นละ 8ครั้ง ตามผลดังตารางในข้อที่ 2.7.3.1 จะประมาณค่าจริงของงานแต่ละชิ้นได้ด้วยค่า $\bar{x}$ ดังนี้

ชิ้นงานที่	ค่าวัด								$\bar{x}$
1	4	5	5	4	8	4	8	5	5.375
2	4	5	3	5	8	4	5	7	5.125
3	6	4	8	4	7	5	4	6	5.500
							$R(\bar{x})$		0.375

ตารางที่ 2.6 ตัวอย่างการประเมินความผันแปรระหว่างกลุ่มย่อย

ค่าพิสัย = 0.375

k = 1

n = 3

จากตารางที่ 2 ในภาคผนวก จะได้แฟกเตอร์ $d_2^* = 1.906$

ดังนั้นจะประมาณค่าความแปรปรวนของระบบการวัดได้เท่ากับ $(0.375/1.906)^2 = 0.038709$ แต่ค่าที่คำนวณได้เป็นผลจากการวัดเพียงครั้งเดียว ในกรณีที่มีการวัด 8 ซ้ำจะได้ผลดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ชิ้นงานที่	ค่า $\bar{x}$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	5.375	5.375	5.375	5.375	5.375	5.375	5.375	5.375
2	5.125	5.125	5.125	5.125	5.125	5.125	5.125	5.125
3	5.500	5.500	5.500	5.500	5.500	5.500	5.500	5.500
$R(\bar{x})$	03.75	03.75	03.75	03.75	03.75	03.75	03.75	03.75

ดังนั้นในสิ่งตัวอย่างที่มีการวัดซ้ำ 8 ครั้ง จะสามารถประมาณค่าความแปรปรวนของระบบการวัดได้คือ

σ^2 = 0.038 709 + 0.38 709 +.... + 0.038 709

= 8 x 0.038 709

= 0.309 675

σ = 0.556485

3. วิธีที่ประเมินความผันแปรภายในกลุ่มย่อย (Within Subgroup Variation) ในการประมาณค่าด้วยวิธีนี้ จะคำนวณค่าพิสัยจากข้อมูล (X_i) ในแต่ละกลุ่มย่อย k 3

<u>ตัวอย่าง</u> ในการวัดงาน 3 ชิ้น ชิ้นละ 8 ครั้ง ตามผลดังตารางที่ในข้อที่ 2.7.3.1 จะประมาณค่าความผันแปรภายในกลุ่มย่อยด้วยค่า R(X) ดังนี้

ชิ้นงานที่	ค่าวัด								R (X)
1	4	5	5	4	8	4	8	5	4
2	4	5	3	5	8	4	5	7	5
3	6	4	8	4	7	5	4	6	4
							$R(\bar{x})$		4.333

ตารางที่ 2.7 ตัวอย่างการประเมินความผันแปรภายในกลุ่มย่อย

ขนาดกลุ่มตัวอย่าง = 8

ค่าพิสัย = 8 – 3 คือ 5

k = 3

n = 8

จากตารางที่ 2 ในภาคผนวก ได้แฟกเตอร์ d_2^* เท่ากับ 2.886

ดังนั้นจะประมาณค่าความเบี่ยงมาตรฐานของระบบการวัดเท่ากับ 4.33 / 2.886 = 1.501 502 และด้วยความเชื่อมั่น 99% จะอนุมานได้ว่าค่าวัดในระบบการวัดนี้จะมีความผันแปรอยู่ภายในค่า $\pm 2.575\sigma$ หรือ $\pm$ 3.87 รอบค่าจริงของสิ่งที่ได้รับการวัด

จากวิธีการที่ได้กล่าวมาทั้งสามวิธีจะพบว่าในการประมาณค่าความผันแปร จากสาเหตุโดยธรรมชาติของระบบการวัดจะต้องประเมินผ่านวิธีความผันแปรภายในกลุ่มย่อยเท่านั้น เนื่องจากค่าที่ได้จะไม่มีผลกระทบมาจากความแตกต่างของค่าแท้จริงของสิ่งที่ได้รับการวัดสุ่มตัวอย่างมา ดังนั้นในการประมาณค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของระบบการวัดที่มีการเก็บข้อมูลเป็นกลุ่มย่อยแล้วๆจะต้องมีการตประมาณค่าด้วยวิธีการแบบความผันแปรภายในกลุ่มย่อยเสมอ ดังสรุปตามตารางที่ 2.7

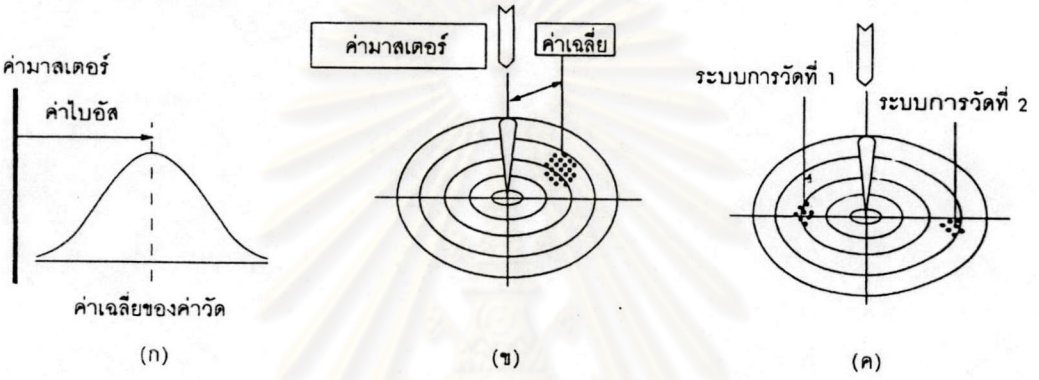
ตัวสถิติ	ตัวประมาณค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน	
	ไม่เอนเอียง	เอนเอียง
R (ค่าพิสัยโดยเฉลี่ย	$\frac{\overline{R}}{d_2}$	$\frac{\overline{R}}{d^*_2}$
S (ความเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยเฉลี่ย)	$\frac{\overline{S}}{C_4}$	$\overline{S}$
S2 (ความแปรปรวนร่วม	$\frac{\sqrt{S^2}}{C_4}$	$\sqrt{S^2}$
Sn (กรณฑ์ที่สองของมัชฌิมกำลังสองของความเบี่ยงเบนโดยเฉลี่ย)	$\frac{\overline{S_n}}{C_2}$	$\overline{S_n}$

ตารางที่ 2.8 ตัวประมาณค่าสำหรับความเบี่ยงเบนมาตรฐานของระบบการวัด

2.3.7 **ค่าไบอัส** (Bias) (MSA 3rd edition: AIAG)

หมายความถึงความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของค่าที่ได้จากการวัด ค่าอ้างอิงหรือค่ามาสเตอร์ โดยที่**ค่ามาสเตอร์** จะหมายถึงค่าเฉลี่ยที่ได้มาจากการวัดซ้ำด้วยเครื่องมือวัดที่มีความแม่นยำสูงกว่าภายใต้สภาวะควบคุมหรือห้องปฏิบัติการสอบเทียบและต้องสามารถสอบกลับได้

ค่าไบอัสนี้จะเป็นค่าประเมินคุณสมบัติด้านความเที่ยงตรง (Accuracy) ของระบบการวัด ดังแสดงในรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.16 ความหมายของคุณสมบัติด้านไบอัสของระบบการวัด

ตัวสถิติที่ใช้ในการประเมินค่าไบอัสของระบบการวัดมีดังนี้

ก. ค่าเฉลี่ยของผลการวัด n

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

ข. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความสามารถในการวัดซ้ำ

$$\sigma_r = \frac{\max(x_i) - \min(x_i)}{n}$$

โดยที่ค่า d^*_2 หาได้จากตารางที่ 2 ในภาคผนวก เมื่อ g = 1 และ m = n

ค. ค่าตัวสถิติ "t"

$$\sigma_b = \sigma_r / n$$

ค่าไบอัส = ค่าเฉลี่ยของค่าวัด $(\bar{x})$ - ค่าอ้างอิง

$$t = \frac{Bias}{\sigma_b}$$

ง. ค่าสอบค่าความเชื่อมั่นของค่าไบอัสโดย "การ แจกแจงตัวอย่างสุ่ม "T"

$$Bias - \left[\frac{d_2\sigma_b}{d_2^*}\left(t_{\nu,1-\alpha/2}\right)\right] \le zero \le Bias - \left[\frac{d_2\sigma_b}{d_2^*}\left(t_{\nu,1-\alpha/2}\right)\right]$$

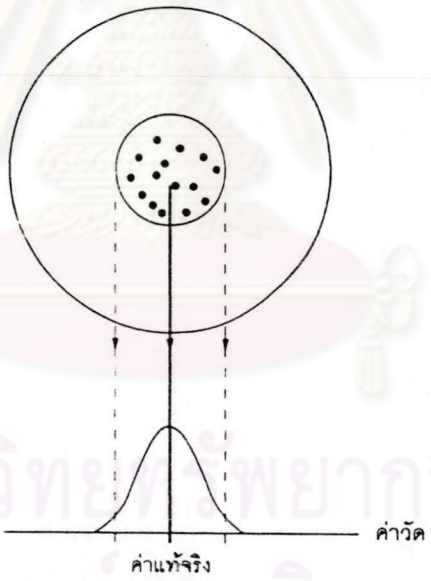
จ. ประเมินอัตราส่วนค่าไบอัส

$$\%\text{ไบอัสของความคลาดเคลื่อนอนุโลม} = \frac{Bias}{USL - LSL} \times 100\%$$

$$\%\text{ไบอัสความคลาดของกระบวนการ} = \frac{Bias}{\sigma} \times 100\%$$

2.3.8 <u>ความแม่นยำ (Precision)</u> (MSA 3rd edition: AIAG)

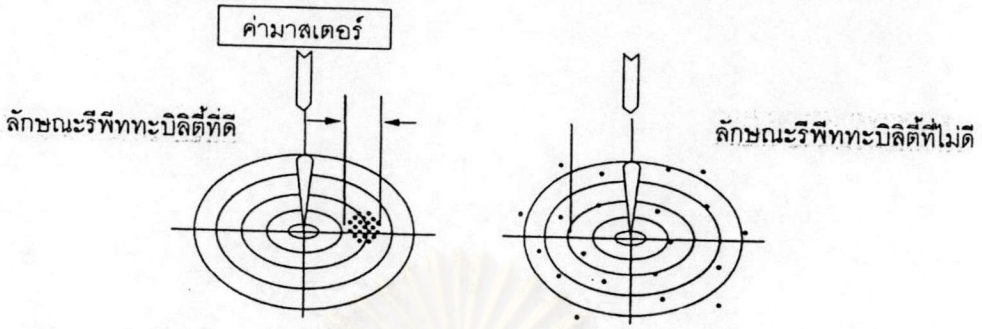
หมายถึงความคลาดเคลื่อนที่ข้อมูลเนื่องจาก"ความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม"รอบค่าแท้จริงค่าหนึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 2.17โดยคลาดเคลื่อนนี้จะมีลักษณะตัวแบบของการพบว่าความคลาดเคลื่อนนี้มีสาเหตุมาจาก 4แหล่งด้วยกันคือ สาเหตุจากชิ้นงาน, สาเหตุจากพนักงาน, สาเหตุร่วมของชิ้นงานและพนักงาน และสาเหตุแบบสุ่ม



รูปที่ 2.17 แสดงลักษณะความผันแปรจากคุณสมบัติความแม่นยำ

2.3.9 ความสามารถในการทำซ้ำ (Repeatability)

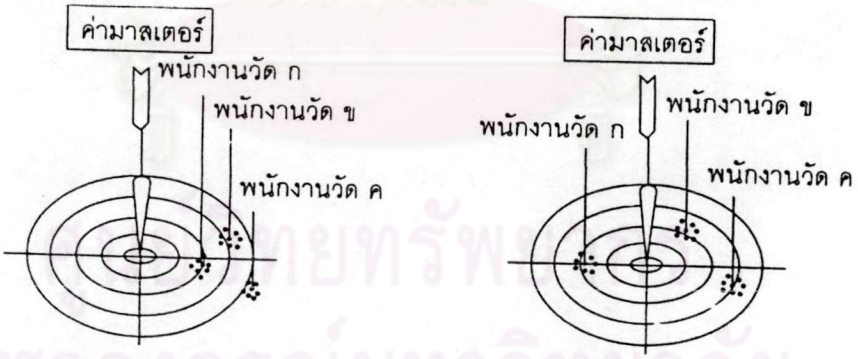
หมายถึง ความผันแปรของค่าวัดที่ได้จากการวัดโดยอุปกรณ์วัดหนึ่งอย่าง และวัดค่าคุณลักษณะเดิมของวัตถุชิ้นเดียวหลายๆ ค่า ซึ่งหมายถึงความสามารถของอุปกรณ์วัดนั้นเอง หรืออาจเรียกอีกอย่างหนึ่งได้ว่า "ความผันแปรของอุปกรณ์วัด" (EV: Equipment Variation) รูปที่ 2.18 แสดงลักษณะความผันแปรที่เกิดขึ้นจากอุปกรณ์การวัด



รูปที่ 2.18 แสดงลักษณะความผันแปรแบบรีพีททะบิลิตี้

2.3.10 **ความสามารถในการทำเหมือน** (Reproducibility)

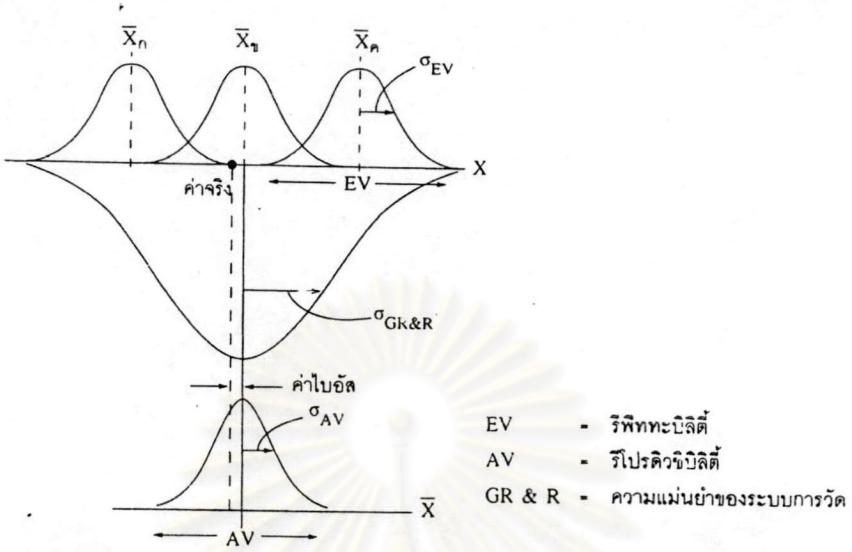
หมายถึงความผันแปรของค่าเฉลี่ย (X) ค่าวัดที่ได้จากผู้วัดหลายคน โดยใช้อุปกรณ์วัดเดียวกัน และวัดค่าคุณลักษณะเดิมของวัตถุชิ้นเดียวกัน นิยามนี้จะเป็นจริงกับอุปกรณ์วัดแบบธรรมดาที่อาศัยทักษะการวัดของผู้วัดเป็นหลัก ความผันแปรนี้อาจเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า "ความผันแปรระหว่างระบบหรือความผันแปรระหว่างสภาวะ" รูปที่ 2.19 แสดงลักษณะความผันแปรที่เกิดขึ้นจากผู้วัดค่า



รูปที่ 2.19 แสดงลักษณะความผันแปรแบบรีโปรดิวซิบิลิตี้

2.3.11 **ความสามารถในการทำซ้ำและทำเหมือนของอุปกรณ์วัด** (Gage R&R ; GR&R)

หมายถึงการประมาณผลรวมของความผันแปรเนื่องจากความสามารถทำซ้ำและทำเหมือน หรืออีกนัยหนึ่ง คือความผันแปรที่เท่ากับผลรวมของความผันแปรภายในระบบการวัด (Within - System) และระหว่างระบบการวัด (Between – System) ดังแสดงในรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.20 แสดงความผันแปรจากรีพีททะบิลิตี้ และรีโปรดิวซิบิลิตี้

2.3.12 การประมาณค่า GR&R โดยวิธี $\bar{x} - R$

เหมาะกับการทดลองซ้ำ ในแต่ละสิ่งตัวอย่างของพนักงานวัดแต่ละคน ซึ่งวิธีการนี้ทำให้สามารถแยกความสามารถทำซ้ำ (Repeatability) และความสามารถทำเหมือน (Reproducibility) ออกจากกันได้ ตัวสถิติที่ใช้ในการประเมินค่า GR&R มีดังนี้

ก. $\bar{\bar{R}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\overline{R_i}}{n}$

ข. $\overline{x}_{DIFF} = Max\ x_i - Min\ x_i$

ค. EV = $\bar{\bar{R}} + K_i$

ง. AV = $\sqrt{\left(\overline{x}_{DIFF} \times K_2\right)^2 + \left(EV^2/nr\right)}$

จ. GRR = $\sqrt{EV^2 + AV^2}$

ฉ. PV = $Rp \times K_3$

ช. TV = $\sqrt{GRR^2 + PV^2}$

ซ. %EV = 100 [EV / TV]

ฌ. %AV = 100 [AV / TV]

ญ. %GRR = 100 [GRR / TV]

ฎ.การคำนวณเส้นควบคุมของแผนภูมิ มีความควบคุม $\bar{x} - R$ ดังแสดงในตารางที่ 2.9

I20697843

	แผนภูมิควบคุม X	สัญลักษณ์	แผนภูมิควบคุม R	สัญลักษณ์
เส้นควบคุมบน	$\bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$	$UCL_{\bar{x}}$	$D_4 \times \bar{R}$	$UCL_{\bar{R}}$
เส้นกึ่งกลาง	$\bar{\bar{x}}$	$CL_{\bar{x}}$	$\bar{R}$	$CL_{\bar{R}}$
เส้นควบคุมล่าง	$\bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$	$LCL_{\bar{x}}$	$D_3 \times \bar{R}$	$LCL_{\bar{R}}$

ตารางที่ 2.9 สูตรคำนวณเส้นควบคุมแผนภูมิ $\bar{x} - R$

2.3.13 การประเมินผลอัตราส่วน GR&R

การประเมินค่าความผันแปรของความสามารถทำซ้ำ และทำเหมือนมีสองวิธีขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ในการวิเคราะห์ดังนี้

ก. ประเมินค่าอัตราส่วน GR&R เทียบกับค่าคลาดเคลื่อนอนุโลม (Precision – to – Telerance Ratio : P/T) ใช้วิเคราะห์ระบบการวัดที่ใช้แยกแยะงานดีหรือเสีย

$$P/T = \frac{GR\&R}{USL - LSL} \times 100\%$$

ข. ประเมินค่าอัตราส่วน GR&R เทียบกับความผันแปรจากกระบวนการ (Precision – to – Total Variation : P/TV) ใช้วิเคราะห์ระบบการวัดที่ใช้ตรวจจับความผันแปรในกระบวนการ

$$P/TV = \frac{GR\&R}{TV} \times 100\%$$

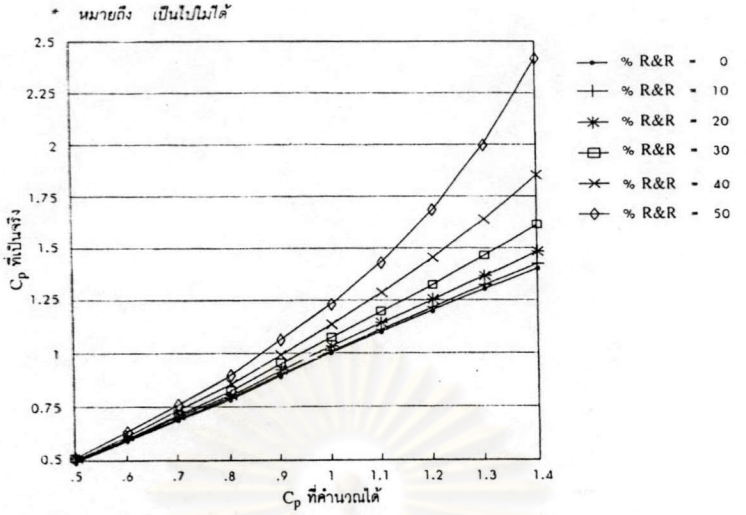
2.3.14 เกณฑ์ในการยอมรับอัตราส่วน GR&R

โดยทั่วไปแล้วเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินว่าอัตราส่วน GR&R เหมาะสมหรือไม่ มีดังนี้

P/T หรือ P/TV < 10%	สามารถยอมรับความสามารถระบบการวัดได้
10% < P/T หรือ P/TV < 30%	อาจจะยอมรับได้ขึ้นอยู่กับความสำคัญในสิ่งที่ประยุกต์ใช้ค่าใช้จ่ายในการวัดตลอดจนปัจจัยอื่นๆ
PT หรือ P/TV > 30%	ไม่สามารถยอมรับความสามารถของระบบการวัดได้มีความจำเป็นต้องระบุถึงสาเหตุความผันแปรแล้วทำการลดหรือกำจัดทิ้ง

2.3.15 ผลกระทบของอัตราส่วน GR&R (P/T) ต่อดัชนี C_p

ในการตัดสินใจเกี่ยวกับดัชนี C_p พบว่าความผันแปรที่ทำให้ค่า C_p มีค่าต่ำกว่าเกณฑ์กำหนดนั้น นอกเหนือจากสาเหตุความผันแปรในกระบวนการแล้ว อีกปัจจัยที่มีผล คือความผันแปรของระบบการวัด สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของ C_{PA} (ดัชนีความสามารถกระบวนการจริง) และอัตราส่วน GR&R ได้ดังตารางที่ 7ภาคผนวก (ก) และรูปที่ 2.21



รูปที่ 2.21 แสดงความสัมพันธ์ของ Cp ที่เป็นจริงกับ Cp ที่คำนวณได้ภายใต้ค่า P/T

2.4 การควบคุมกระบวนการโดยวิธีการทางสถิติ (Statistic Process Control)

(SPC = Statistic Process Control, AIAG Mar. 1995) การควบคุมกระบวนการโดยวิธีทางสถิติเป็นระบบป้อนข้อมูลย้อนกลับ (Feedback System) วิธีหนึ่ง การควบคุมกระบวนการโดยวิธีการสถิติ แบ่งออกเป็น 2 วิธีการหลักขึ้นอยู่กับข้อมูลที่จะควบคุมได้แก่

1. แผนภูมิควบคุมกระบวนการสำหรับข้อมูลที่ได้จากการวัด (Variable Date) เช่น X-R Chart หรือ X-S Chart
2. แผนภูมิควบคุมกระบวนการสำหรับข้อมูลที่ได้จากการตรวจนับ (Attribute Date) เช่น n chart, p chart หรือ np chart

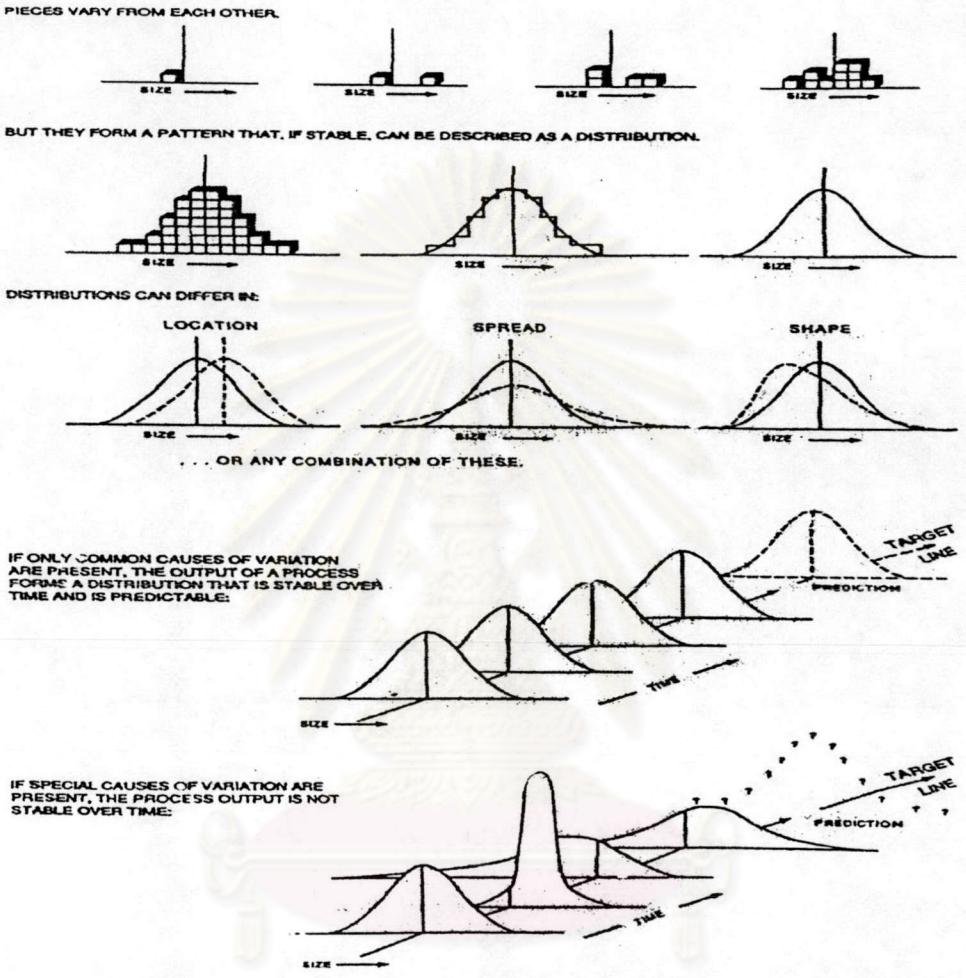
โดยธรรมชาติของข้อมูลที่ได้จากกระบวนการย่อมมีความแตกต่างกันออกเป็นรูปแบบเฉพาะ ซึ่งรูปแบบเฉพาะนี้จะประกอบไปด้วย

1. ตำแหน่ง (Location)
2. การกระจายของรูปแบบเฉพาะนั้น
3. รูปร่างของ Pattern นั้นๆ

ในข้อมูลที่รวมตัวเป็นรูปแบบเฉพาะนี้สามารถแยกแยะแหล่งที่มาของเหล่านั้นเป็นกลุ่มดังนี้

1. ข้อมูลที่มาจากสาเหตุธรรมชาติ (Common Cause) เป็นข้อมูลที่ประกอบด้วยความผันแปร (Variation) ที่เกิดขึ้นจากกระบวนการที่อยู่ในสภาวะคงที่ความผันแปรโดยธรรมชาตินี้จะเกิดขึ้นตลอดเวลาที่กระบวนการนั้นๆ ยังทำงานอยู่
2. ข้อมูลที่มาจากสาเหตุพิเศษ (Special Cause) เป็นข้อมูลที่ประกอบด้วยความผันแปรที่เกิดจากสาเหตุที่ไม่เกิดขึ้นอยู่เป็นประจำ

โดยบ่กติแล้วปัญหาความผันแปรที่เกิดขึ้นในกระบวนการ 85% จะมีสาเหตุจาก Common Cause และที่เหลือ 15% เป็นความผันแปรที่มาจากสาเหตุพิเศษ (Special Cause) ดังแสดงในรูปที่ 2.22



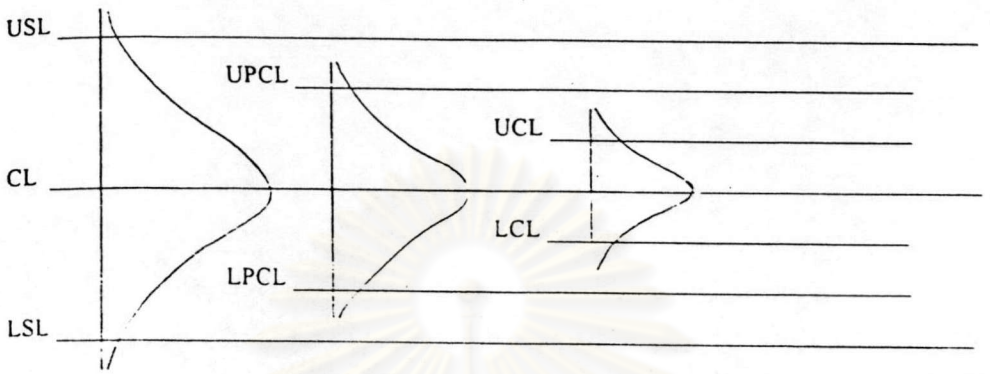
รูปที่ 2.22 ความแปรปรวนจากสาเหตุธรรมชาติและสาเหตุพิเศษ

2.4.1 แผนภูมิควบคุม

(SPC = Statistic Process Control, AIAG Mar. 1995) ได้อธิบายว่าแผนภูมิควบคุมเป็นคิวซีเทคนิคอีกชนิดหนึ่งที่ใช้ควบคุมการผลิตในระหว่างการผลิต เพื่อตรวจสอบว่ากระบวนการผลิตมีจุดใดเปลี่ยนแปลงหรือไม่ หรือการเปลี่ยนแปลงนั้นๆ ยังอยู่ในพิกัดควบคุมหรือไม่ ปกติจะใช้แผนภูมิควบคุมกับระบบการผลิตสภาพปกติ หรือมีการผลิตสม่ำเสมอ จะไม่ใช้กับการผลิตแบบเลวๆ หรือผิดปกติโดยเด็ดขาด จุดมุ่งหมายที่ใช้เทคนิคของแผนภูมิควบคุม มีดังนี้

1. เพื่อหาเป้าหมาย หรือมาตรฐานของการผลิต
2. เพื่อใช้เป็นเครื่องมือตรวจสอบว่า การผลิตอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานหรือไม่
3. เพื่อใช้เป็นเครื่องมือเพื่อให้ได้เป้าหมายที่วางแผนล่วงหน้าไว้แล้ว

การนำแผนภูมิควบคุมมาใช้งาน ก่อนอื่นจำเป็นต้องเข้าใจลักษณะของเส้นควบคุมทั้ง 3 ประเภท เสียก่อน คือเส้นควบคุมข้อกำหนด (Specification Limit), เส้นควบคุมขีดความสามารถ (Process Capability Limit) และเส้นขอบเขตควบคุม (Control Limit) ดังแสดงในรูปที่ 2.23



รูปที่ 2.23 แสดงลักษณะเส้นควบคุม 3 ประเภท

สัญลักษณ์ที่ใช้สำหรับเส้นควบคุม 3ประเภท ดังต่อไปนี้

USL แทน เส้นควบคุมข้อกำหนดบน (Upper Specification Limit)

USL แทน เส้นควบคุมกำหนดล่าง (Lower Specification Limit)

UPCL แทน เส้นควบคุมขีดความสามารถบน (Upper Process Capability Limit)

LPCL แทน เส้นควบคุมขีดความสามารถล่าง (Lower Process Capability Limit)

UCL แทน เส้นขอบเขตควบคุมบน (Upper Control Limit)

CL แทน เส้นของเขตกลาง (Control Limit)

LCL แทน เส้นขอบเขตควบคุมล่าง (Lower Control Limit)

เส้นควบคุมข้อกำหนด (Specification) หมายถึง ค่าขอบเขตข้อกำหนดของสินค้าหรือชิ้นงานที่โรงงานหรือรัฐบาลเป็นผู้กำหนดขึ้น ทั้งนี้เส้นควบคุมข้อกำหนดขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของผู้ออกแบบว่าต้องการความเสี่ยงหรือความปลอดภัย (Safety Factor) ไว้ที่ระดับเท่าใด

เส้นควบคุมขีดความสามารถ (Process Capability Limit) หมายถึง ค่าขอบเขตความสามารถจริงของกระบวนการ โดยทั่วไปคำนวณจากค่าพารามิเตอร์ของประชากรหรือคำนวณจากกลุ่มตัวอย่างที่จำนวนมาก เส้นควบคุมขีดความสามารถมีขนาดความกว้างเท่ากับ ค่าห่างจากค่าเฉลี่ยของประชากร $\pm 3\sigma$ และกำหนดเส้นขอบเขตควบคุมสำหรับเป็นสัญญานเตือนว่าการผลิตเริ่มออกจากการควบคุมหรือยัง กำหนดในช่วงค่าเฉลี่ย $\pm 2\sigma$

2.4.2 **การใช้งานแผนภูมิควบคุม**

การใช้แผนภูมิควบคุมในกระบวนการผลิต ควรมีเทคนิคต่อไปนี้

1. เลือกบริเวณที่จะควบคุมก่อนอื่นก็คือปัญหาอะไรที่จะต้องทำและเรามีจุดมุ่งหมายอะไรจการตัดสินใจในปัญหานี้ทำให้ทราบทันทีอย่างชัดเจนว่าต้องการข้อมูลอะไร
2. พิจารณาใช้แผนภูมิควบคุมแบบไหน อาจจะเป็นแผนภูมิแบบ X – R, x, p, pn, u หรือ c Chart ก็ได้ขึ้นอยู่กับโรงงานและผลิตภัณฑ์แต่ละแห่ง
3. ทำแผนภูมิควบคุมสำหรับการวิเคราะห์เก็บข้อมูล ในช่วงเวลาที่เหมาะสมแล้วใช้ข้อมูลที่ผ่านมาทำแผนภูมิ ถ้ามีจุดใดๆ ผิดปกติต้องทำการค้นหาสาเหตุที่ทำให้คุณภาพเปลี่ยนไปทันที แล้วทำการแก้ไข
4. สร้างแผนภูมิสำหรับการควบคุมโรงงาน หากว่าต้นเหตุที่ทำให้คุณภาพเปลี่ยนได้ขจัดหมดสิ้นแล้วจากในข้อ 3และกระบวนการผลิตก็คงที่ ให้พิจารณาดูอีกครั้งว่าผลิตภัณฑ์ได้มาตรฐานตามที่กำหนดไว้หรือไม่ หลังจากนั้นถ้าทุกอย่างเรียบร้อยก็ให้สรุปผลทั้งหมดเพื่อทำมาตราฐานวิธีทำงาน (Standardize Working Procedure) หรืออาจจะมีการปรับปรุงให้ดีขึ้นถ้าจำเป็นต่อเส้นควบคุมของแผนภูมิออกไป จากนั้นพลอตข้อมูลที่เก็บได้ในแต่ละวันต่อไป
5. ควบคุมกระบวนการผลิต ถ้าการทำงานของคนงาน และวิธีการผลิตเป็นแบบมาตรฐานแล้วแผนภูมิควบคุมจะชี้แสดงออกให้เห็นว่าสภาวะที่โรงานอยู่ภายใต้การควบคุมที่ดีหรือไม่ แต่ถ้าปรากฏว่ามีสิ่งผิดปกติเกิดขึ้น ต้องทำการค้นหาสาเหตุทันที แล้วแก้ไขให้ถูกต้องเสีย
6. คำนวณเส้นควบคุมใหม่ ถ้าเครื่องจักร หรือมาตรฐานการทำงานเปลี่ยนแปลงเส้นควบคุมต้องนำมาคำนวณใหม่ ถ้าการควบคุมของกระบวนการผลิตในโรงงานยังดีตลอด ระดับคุณภาพที่แสดงบนแผนภูมิจะปรับดีเพิ่มด้วย ในกรณีเช่นนี้ให้สังเกตแผนภูมิควบคุมเป็นระยะ (Periodic) ในการคำนวณเส้นควบคุมให้สังเกตกฎต่อไปนี้

   6.1 ข้อมูลที่จุดผิดปกติซึ่งค้นพบสาเหตุที่ผิดปกติและทำการแก้ไขแล้วไม่ควรรวมไปคำนวณใหม่

   6.2 ข้อมูลที่จุดผิดปกติแต่ไม่พบสาเหตุหรือไม่มีการแก้ไขควรจะรวมเข้าไปในการคำนวณใหม่

แผนภูมิควบคุมสร้างได้ง่ายมากทำให้มีการใช้แพร่หลายแต่แผนภูมิที่ให้ประโยชน์จริงๆ ถ้าพิจารณาดูให้ดีจะพบน้อยมาก

2.4.3 การสร้างและวิธีการอ่านแผนภูมิควบคุมเฉลี่ยและพิสัย $\bar{\bar{X}} - R$

2.4.3.1 การสร้างแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย (Control Chart for Mean)

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย (X) เป็นแผนภูมิควบคุมที่ใช้สำหรับควบคุมคุณภาพโดยเฉลี่ยในกระบวนการผลิตหนึ่ง ภายใต้ขอบเขตคุณภาพผลิตภัณฑ์หรือชิ้นงานที่กำหนดไว้ด้วย $\bar{X}$ ของประชากร X และความแปรปรวน σ_x (ในกรณีถ้าประชากรไม่มีการแจกแจงแบบปกติถ้าการแจกแจงของประชากรสมมาตร มีฐานนิยมเดียวและเป็นการแจกแจงของมูลที่วัดด้วยตัวแปรเชิงสุ่มต่อเนื่องแล้ว การใช้ขนาดตัวอย่าง 4 หรือ 5 ตัวอย่างก็เพียงพอสำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยด้วยการแจกแจงแบบปกติ)

ถ้า n แทนจำนวนตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย X แทนค่าเฉลี่ยของตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย S แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย และ R แทนพิสัยของข้อมูลตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย X แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลในทุกกลุ่มย่อย และ m แทนจำนวนกลุ่มย่อย จะได้แผนภูมิควบคุมคุณภาพเฉลี่ย คือ

ขอบเขตควบคุมบน (Upper Control Limit) คือ $X \pm 3\sigma_x$ เขียนแทนด้วย $UCL_{\bar{x}}$

ขอบเขตกลาง (Central Limit) คือ X เขียนแทนด้วย $CL_{\bar{x}}$

ขอบเขตควบคุมล่าง (Lower Control Limit) คือ $X \pm 3\sigma_x$ เขียนแทนด้วย $LCL_{\bar{x}}$

$UCL_{\bar{x}}$	$\bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}}$
$CL_{\bar{x}}$	$\bar{\bar{x}}$
$LCL_{\bar{x}}$	$\bar{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}}$

รูปที่ 2. 24 แผนภูมิควบคุมคุณภาพเฉลี่ย $(\bar{x})$

เนื่องจากผลิตภัณฑ์ที่นำมาตรวจสอบ ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างเพียงบางส่วนจากกระบวนการผลิต ดังนั้นค่าต่างๆ ที่นำมาสร้างแผนภูมิควบคุมคุณภาพ $(\bar{x})$ ก็จะต้องมาจากตัวอย่างที่เก็บรวบรวมขึ้น แต่ $\sigma_{\bar{x}}$ เป็นค่าจากประชากรที่เราไม่ทราบค่า ดังนั้นค่า $\sigma_{\bar{x}}$ ที่ใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุมคุณภาพ $(\bar{x})$ นั้น จึงเป็นเพียงค่าประมาณจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง (S) หรือพิสัยของตัวอย่าง (R) ดังนี้คือ

$$\sigma_{\bar{x}} = S/\sqrt{n}$$

แต่ σ ประมาณได้จาก $\bar{S}$ และ R ดังนั้นจะได้

$$\sigma_{\bar{x}} = \bar{S}/C_2 * \sqrt{n} \qquad \text{(ถ้าประมาณ } \sigma \text{ จาก } \bar{S}\text{)}$$

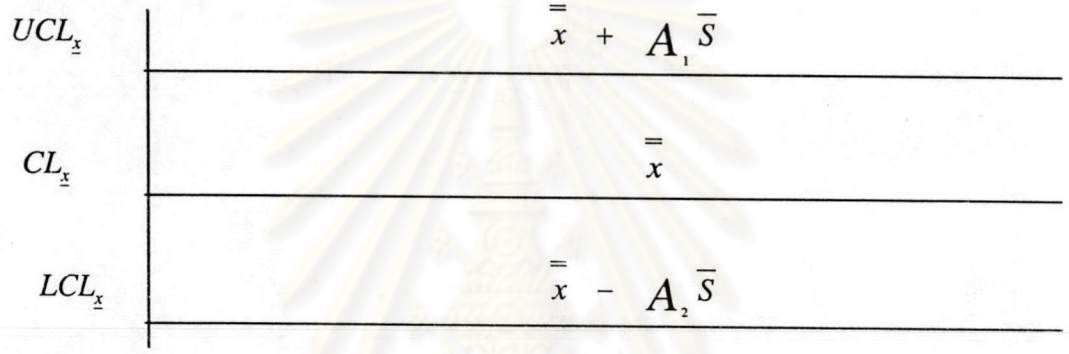
หรือ $\sigma_{\bar{x}} = R/d_2 * \sqrt{n}$ (ถ้าประมาณ σ จาก $\bar{R}$)

ถ้าให้ A = $3/C_2 * \sqrt{n}$ และ $A_2 = 3/d_2 * \sqrt{n}$ จะได้ขอบเขตการยอมรับผลิตภัณฑ์ของแผนภูมิควบคุมคุณภาพเฉลี่ย (X) คือ

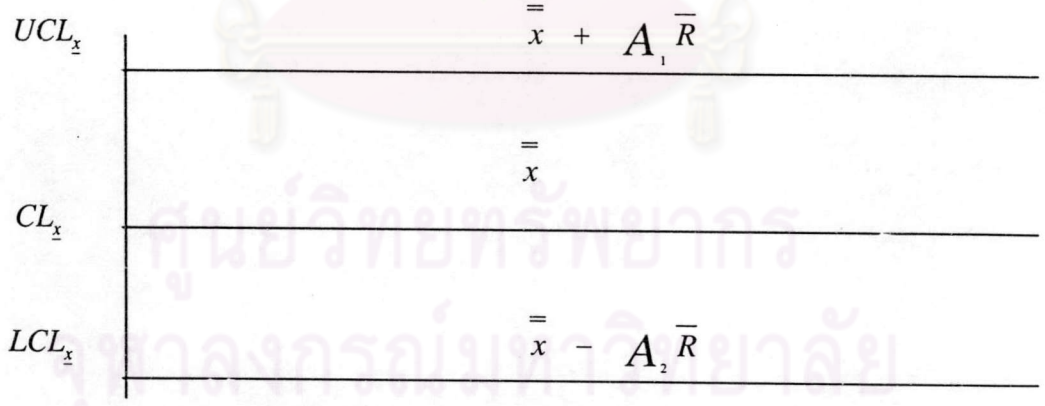
$\bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_1\bar{S}$ (ถ้าประมาณ σ จาก $\bar{S}$)

$\bar{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{S}$ (ถ้าประมาณ σ จาก $\bar{R}$)

เมื่อกำหนดขนาดของกลุ่มย่อยแตกต่างกัน และค่า A_1 และ A_2 จะแสดงในตารางที่ 5 ในภาคผนวก ก สำหรับแผนภูมิเฉลี่ยการประมาณ σ ด้วย S และ R จะแสดงดังรูปที่ 2.25 และ 2.26

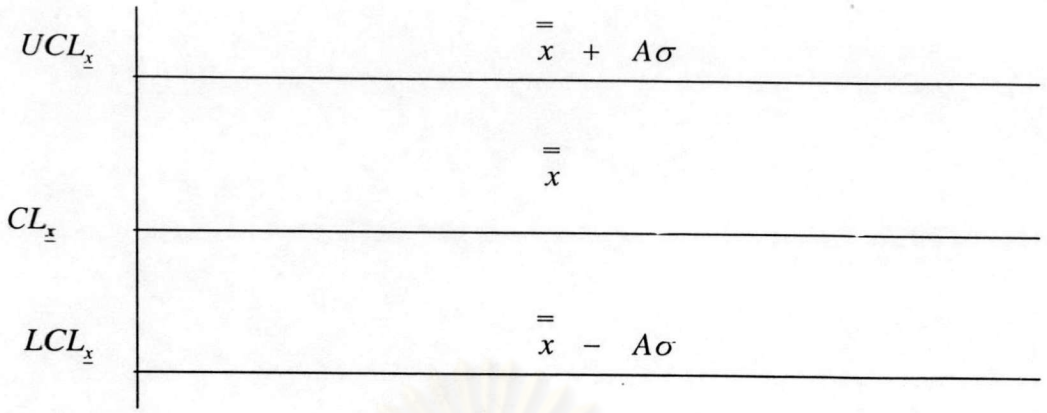


รูปที่ 2.25 แผนภูมิควบคุมคุณภาพเฉลี่ย $(\bar{x})$เมื่อประมาณ $\sigma_{\bar{x}}$ จาก $\bar{S}$



รูปที่ 2.26 แผนภูมิควบคุมคุณภาพเฉลี่ย $(\bar{x})$เมื่อประมาณ $\sigma_{\bar{x}}$ จาก $\bar{R}$

จากที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการสร้างแผนภูมิควบคุมคุณภาพเฉลี่ย $(\bar{x})$ ซึ่งไม่ทราบค่า σ แต่กรณีที่ทราบค่า σ ของประชากร เราจะสร้างขอบเขตควบคุมคุณภาพด้วย $\bar{\bar{x}} \pm 3\sigma\sqrt{n}$ ซึ่งถ้าให้ $A = 3/\sqrt{n}$ และ A เป็นค่าที่คำนวณไว้ในตารางที่ 5ในภาคผนวก ก. ของขนาดกลุ่มย่อยที่แตกต่างกัน ดังนั้นขอบเขตควบคุมคุณภาพของแผนภูมิควบคุมคุณภาพ คือ $X \pm A\sigma$ จะได้แผนภูมิควบคุมคุณภาพเฉลี่ย $(\bar{x})$ดังรูป 2.27



รูปที่ 2.27 แผนภูมิควบคุมคุณภาพเฉลี่ย $(\bar{x})$เมื่อทราบค่า σ

สรุปขอบเขตควบคุมคุณภาพของแผนภูมิควบคุมคุณภาพ $(\bar{x})$ จะแสดงในตารางที่ 2.9

ขอบเขต	เมื่อทราบค่า σ	ไม่ทราบค่า σ และประมาณค่าด้วย S	ไม่ทราบค่า σ และประมาณค่าด้วย R
ควบคุมบน $UCL_{\bar{x}}$	$\bar{\bar{x}} + A\sigma$	$\bar{\bar{x}} + A_1\sigma$	$\bar{\bar{x}} + A_2\sigma$
ควบคุมกลาง $CL_{\bar{x}}$	$\bar{\bar{x}}$	$\bar{\bar{x}}$	$\bar{\bar{x}}$
ควบคุมล่าง $LCL_{\bar{x}}$	$\bar{\bar{x}} - A\sigma$	$\bar{\bar{x}} - A_1\sigma$	$\bar{\bar{x}} - A_2\sigma$

ตารางที่ 2.10 แสดงของบเขตเพื่อการยอมรับของแผนภูมิควบคุมคุณภาพเฉลี่ย $(\bar{x})$

หมายเหตุ : ค่า A, A_1, A_2 แสดงในตาราง ที่ 5 จากภาคผนวก ก

2.4.3.2 แผนภูมิควบคุมคุณภาพเพื่อควบคุมการกระจาย (Control Chart for Measures of Dispersion)

แผนภูมิควบคุมคุณภาพ R เป็นแผนภูมิควบคุมคุณภาพ เพื่อควบคุมการกระจายผลิตภัณฑ์ของแต่ละกลุ่มย่อยจากการวัดการกระจายด้วยพิสัย (R) ซึ่งมีขอบเขตควบคุมการกระจายคุณภาพใต้ขอบเขต 3σ ของคุณภาพที่จะยอมรับได้ คือ $\bar{R} + 3\sigma_R$

ในการคำนวณขอบเขตควบคุมล่างและขอบเขตควบคุมบนของแผนภูมิควบคุมการกระจายจะคำนวณด้วย

$$\bar{R} \pm 3\sigma_R = \bar{R}\left(1 \pm 3\sigma_R/\bar{R}\right)$$

ถ้าให้ $D_3 = 1 - 3\sigma_r/\bar{r}$

และ $D_4 = 1 + 3\sigma_r/\bar{r}$

และจาก Hayes and Romig (1982) การกระจายของพิสัย

$$\sigma_R = d_3 \sigma$$

และจาก $\sigma = \bar{R}/d_2$

จะได้ $\sigma_R = d_3 \sigma$

ดังนั้น $D_3 = 1 - 3d_3/d_2$

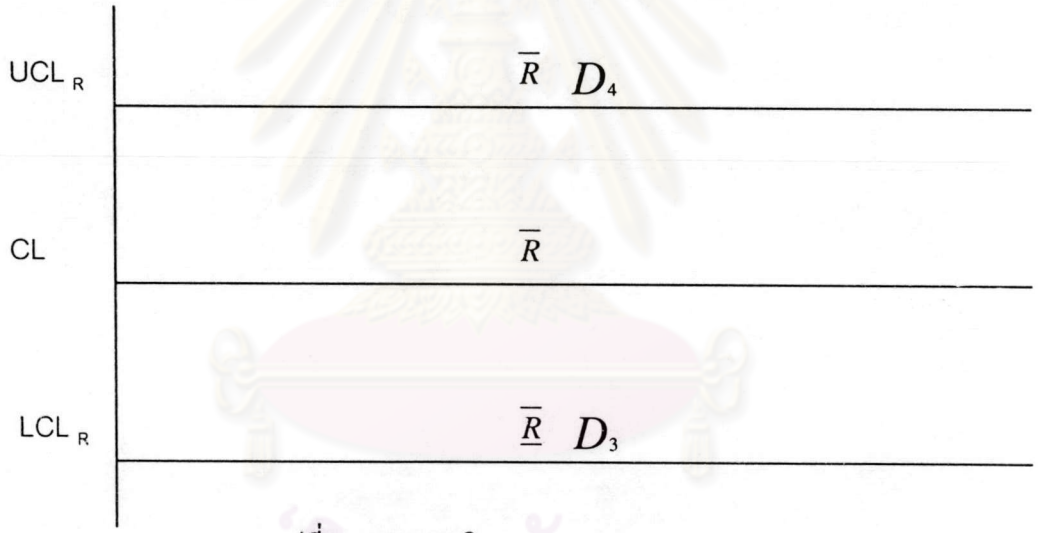
และ $D_4 = 1 + 3d_3/d_2$

เมื่อกำหนดขนาดของกลุ่มย่อยแตกต่างกัน และค่า D_3 และ D_4 จะแสดงในตารางที่ 5 ในภาคผนวก ก และขอบเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุมการกระจาย R คือ

$$UCL_R = \bar{R} D_4$$

$$LCL_R = \bar{R} D_3$$

แผนภูมิควบคุมการกระจาย R จะแสดงดังรูปที่ 2.28

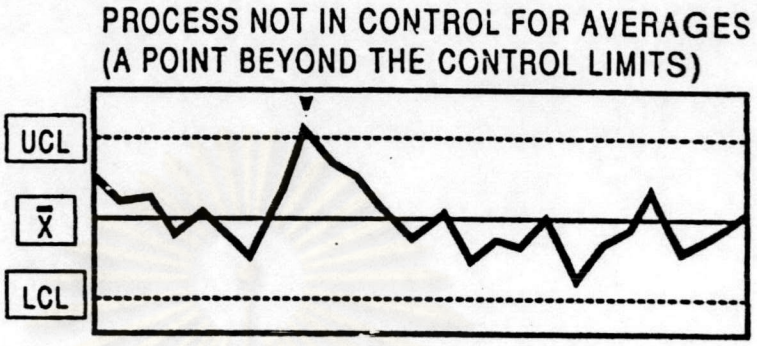


รูปที่ 2.28 แผนภูมิควบคุมการกระจาย R

2.4.4 วิธีอ่านแผนภูมิควบคุม (How to Read Control Charts)

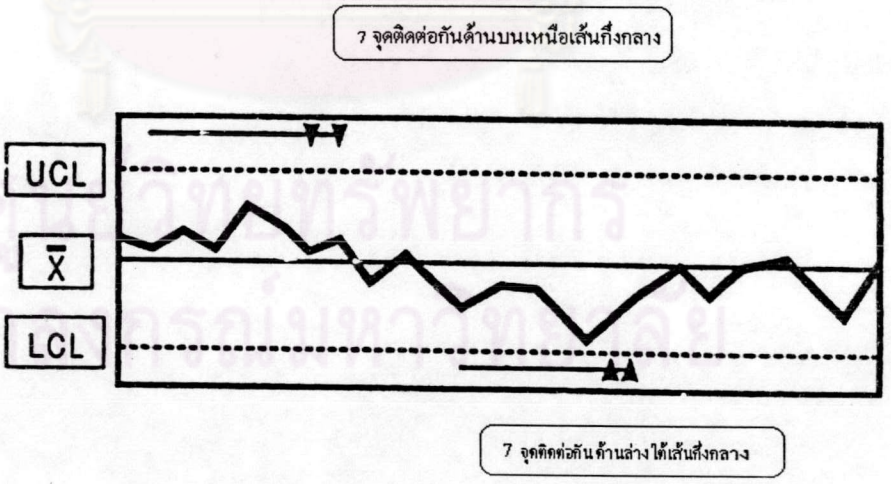
สิ่งสำคัญที่สุดของการควบคุมคุณภาพโดยใช้แผนภูมิ คือ การอ่านหรือตีความหมายจากภาพที่ปรากฏบนแผนภูมิ เพื่อโยงเหตุผลไปที่สภาวะของกระบวนการการผลิตซึ่งได้ผลิตข้อมูลที่เราได้นำมาเขียนเป็นแผนภูมิควบคุมเพราะอาการผิดปกติต่างๆ ในกระบวนการผลิตที่จะมีผลต่อคุณภาพของผลิตภัณฑ์ จะแสดงออกให้เห็นเป็นรูปธรรมที่แผนภูมิควบคุมนี้เอง และเมื่อเราตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการผลิตโดยอ่านจากแผนภูมิควบคุมนี้แล้ว เราจะได้ไปทำการแก้ไขที่สาเหตุของความผันแปรใดๆ ในกระบวนการผลิตนั้นเพื่อปรับสภาวะการผลิตให้กลับสู่สภาวะที่อยู่ในควบคุม (In – Controlled) ได้ต่อไป ต่อไปนี้คือข้อแนะนำเกี่ยวกับ 6 ลักษณะอาการสำคัญ เพื่อการอ่านแผนภูมิควบคุม

1. จุดอยู่นอกควบคุมพบได้ชัดเจน คือมีจุดในแผนภูมิปรากฏอยู่นอกเส้นขอบเขตควบคุม เรียกว่าจุดอยู่นอกควบคุม (Out of Control) (อาจอยู่นอกที่ค่าสูงหรือนอกที่ค่าต่ำก็ได้)



รูปที่ 2.29 แผนภูมิควบคุมแสดงจุดอยู่นอกควบคุม

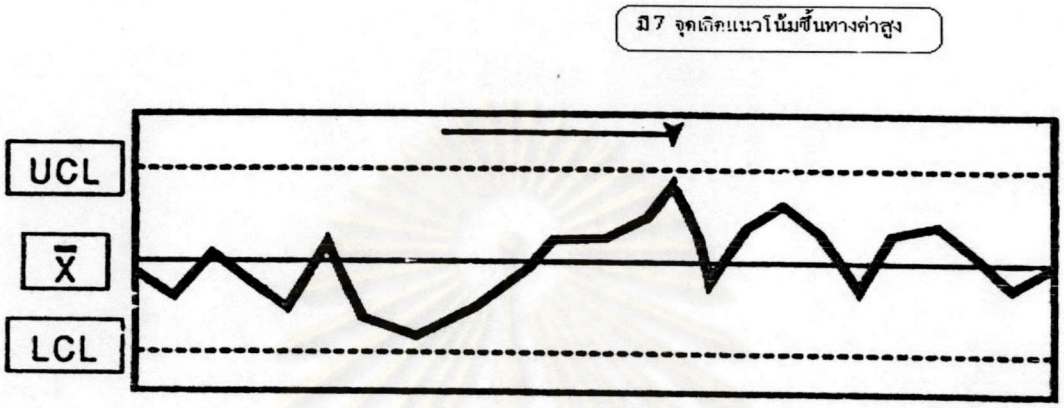
2. การเกิดรัน (Run) เมื่อมีจุดปรากฏติดต่อกันบนซีกในซีกหนึ่งของเส้นค่ากลาง เราเรียกว่า เกิดรัน (Run) ความยาวของรันแต่ละชุดนับจากจำนวนจุดในชุดนั้น และรันที่มีความยามตั้งแต่ 7 จุดขึ้นไปเราตีความได้ว่า ได้เกิดความผิดปกติขึ้นแล้วในการผลิตช่วงที่เกิดรันนั้น (ดูรูปที่ 2.30 ประกอบ)



รูปที่ 2.30 แผนภูมิควบคุมแสดงการเกิดรัน

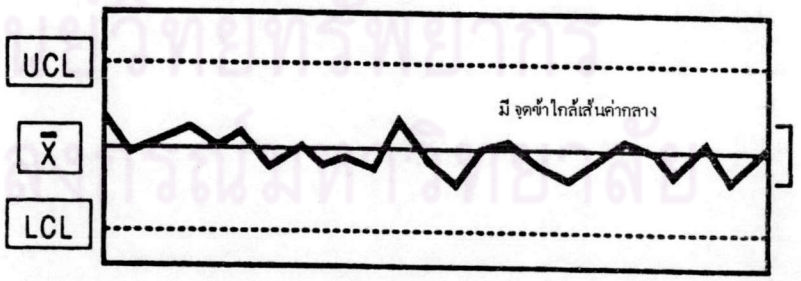
3. การเกิดแนวโน้มการมีจุดต่อเนื่องกันไปในทิศทางเดียวกันอย่างต่อเนื่อง โดยไม่มีการสลับฟันปลาเลย มีผลทำให้เส้นต่อจุดเหล่านั้นคล้ายๆ เส้นตรงพาดขึ้นหรือพาดลง เช่นนี้เราเรียกว่ามีการเกิดแนวโน้ม (Trend) ขึ้นในแผนภูมิควบ

คุม แนวโน้มที่ว่านี้คือแนวโน้มที่กำลังบอกเราว่า ค่าเฉลี่ยของขนาดควบคุมที่ผลิตได้จากกระบวการผลิตนั้นกำลังมีปัญหาหรือมีแนวโน้มจะเคลื่อนไปจากขนาดกำหนดที่ได้ตั้งเอาไว้แต่แรก (ดูรูปที่ 2.31 ประกอบ)



รูปที่ 2.31แผนภูมิควบคุมแสดงการเกิดแนวโน้ม

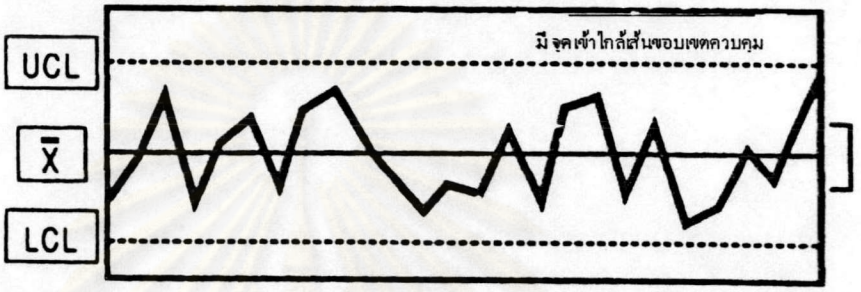
4. การเกิดการเข้าใกล้เส้นขอบเขตควบคุม หากเราแบ่งระยะ 3 ซิกม่า (3σ) จากเส้นค่ากลางออกเป็นเส้น 2σ แล้วพบว่ามีจุด 2 ใน 3 จุดที่อยู่ต่อเนื่องกันในแต่ละช่วงได้ตกไปอยู่ในพื้นที่ระหว่างเส้น 2σ กับเส้นขอบเขตควบคุม (3σ) ถือว่าได้เกิดการเข้าใกล้เส้นขอบเขตควบคุม (Approach to The Control Limits) แล้ว และเป็นการบอกว่ามีความผิดปกติขึ้นในกระบวนการผลิตแล้ว



รูปที่ 2.32แผนภูมิควบคุมแสดงการเกิดการเข้าใกล้เส้นขอบเขตควบคุม

5. การเกิดการเข้าใกล้เส้นค่ากลาง หากพบว่าเส้นกราฟทั้งหมดตกอยู่ในระหว่างเส้น 1.5 σ นับจากเส้นค่ากลางขึ้นไปและลงมาแล้ว ไม่ได้หมายความว่ากระบวนการผลิตนั้นอยู่ในควบคุม แต่กลับแสดงว่าคงจะมีความผิดพลาด

เกิดขึ้นในการกำหนดขนาดของกรุ๊ปย่อยข้อมูลอาจมีการปะปนกันของข้อมูลที่นำมาจากต่างประชากรกัน และเกิดปะปนกันในกรุ๊ปย่อยก็ได้ จึงทำให้เส้น 3σ ที่ใช้กว้างเกินไปกว่าลักษณะข้อมูลปะปนกันนั้น จะต้องตรวจสอบทบทวนวิธีการเก็บข้อมูลใหม่ ซึ่งเราเรียกลักษณะอาการนี้ว่า เกิดการเข้าใกล้เส้นค่ากลาง (Approach to The Control Line)



รูปที่ 2.33 แผนภูมิควบคุมแสดงการการเกิดการเข้าใกล้เส้นค่ากลาง

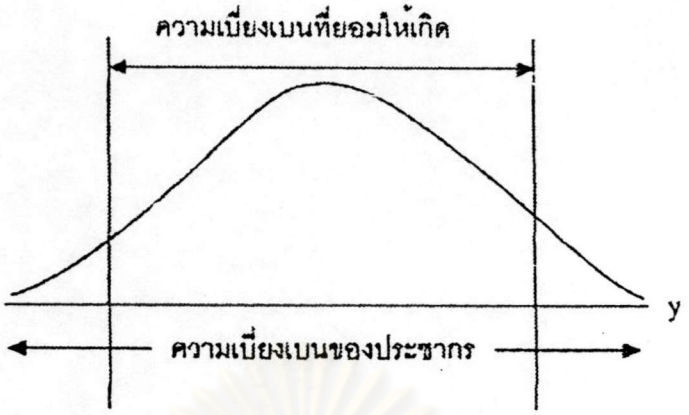
6. การเกิดวัฏจักรมีลักษณะคือ ค่าในเส้นกราฟจะเปลี่ยนแปลงขึ้นๆ ลง ๆ มีลักษณะเป็นวงจรรอบ หรือวัฏจักรที่เกือบจะทำนายลักษณะเส้นกราฟในช่วงต่อๆ ไปได้ ลักษณะเช่นนี้เรียกว่า เกิดวัฏจักร (Periodicity) ซึ่งถือว่าเกิดความผิดปกติเช่นกัน

2.4.5 ดัชนีแสดงความสามารถ (Capability Index)

ในงานวิศวกรรมนั้นการตัดสินใจเกี่ยวกับประชากรนั้น มักจะคำนึงถึงค่าความเบี่ยงเบนของประชากร
อยู่ในช่วงที่ยอมให้เกิดหรือไม่ เพราะถ้าหากขนาดของความเบี่ยงเบนไม่ว่าจะมากหรือน้อยเพียงไรก็ตาม หากว่าอยู่นอกขอบเขตให้เกิดแล้ว ก็จำเป็นต้องมีการปฏิบัติการแก้ไขทันที

ตัวสถิติที่ใช้เป็นตัววัดความเบี่ยงเบนของข้อมูลจากประชากรเมื่อเทียบกับขนาดของความเบี่ยงที่ยอมให้เกิดแล้ว เรียกว่า "ดัชนีแสดงความสามารถของกระบวนการ (Process Capability Index) หรือ C_p โดยนิยามได้ว่า

$$C_p = \frac{\text{ความเบี่ยงเบนที่ยอมให้เกิด}}{\text{ความเบี่ยงเบนของประชากร}}$$



รูปที่ 2.34 แสดงแนวความคิดของการวัดการกระจายด้วยดัชนี C_p

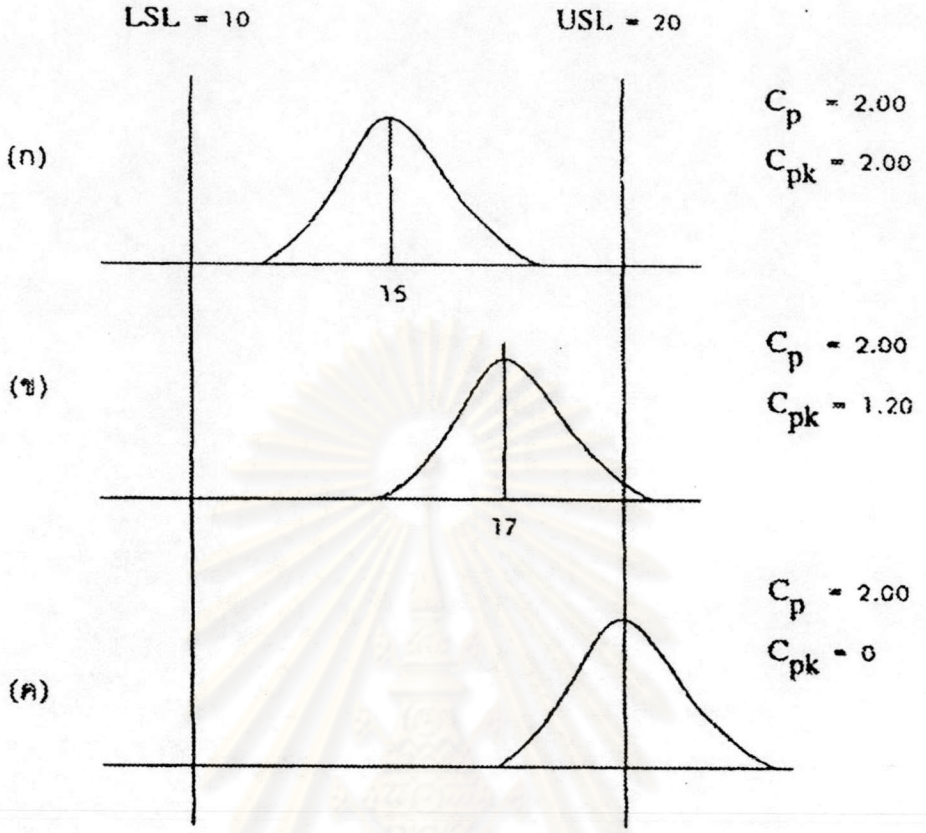
ในวิศวกรรมการผลิตมักจะนิยามความเบี่ยงเบนที่ยอมให้เกิดในรูปของขนาดความคลาดเคลื่อนอนุโลม (Tolerance) ของข้อกำหนดเฉพาะ (Specification) และมักจะนิยามความเบี่ยงเบนของประชากรในรูป 6เท่าของขนาดความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนั้นจึงอาจจะนิยามสมการได้ใหม่ว่า

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6S}$$

แต่อย่างไรก็ตามการวัดการกระจายด้วยค่า C_p นั้น เป็นการวัดค่าการกระจายโดยมิได้คำนึงถึงค่าที่ควรจะเป็นของประชากร ดังนั้นหากค่าที่ควรจะเป็นมิได้อยู่ที่ค่ากึ่งกลางของข้อกำหนดเฉพาะแล้วจะมีผลทำให้ตีความหมายผิดพลาดได้ ดังแสดงตัวอย่างในรูปที่ 2.34

ในกรณีนี้ จำเป็นต้องพิจารณาขนาดของความเบี่ยงเบนด้วยการคำนึงถึง ค่าที่ควรจะเป็นของประชา-กรและเรียกตัวสถิติในกรณีนี้ว่า "ดัชนี C_{pk}" (ตัวย่อ k ในดัชนีมาจากคำว่า "Kurtosis" ในที่นี้มีความหมายว่ากระบวนการ "เลื่อนไป"

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.35 แสดงเปรียบเทียบ C_p และ C_{pk}

การวัดดัชนีแสดงความสามารถของกระบวนการ เมื่อคำนึงถึงค่าที่ควรจะเป็นของประชากร (μ) ซึ่งอนุมานได้ด้วย Y จะพิจารณาได้ดังนี้

เมื่อคำนึงถึงพิกัดข้อกำหนดเฉพาะด้านบน ; C_{pu} = $\frac{USL - X}{3S}$

เมื่อคำนึงถึงพิกัดข้อกำหนดเฉพาะด้านบน ; C_{pl} = $\frac{X - LSL}{3S}$

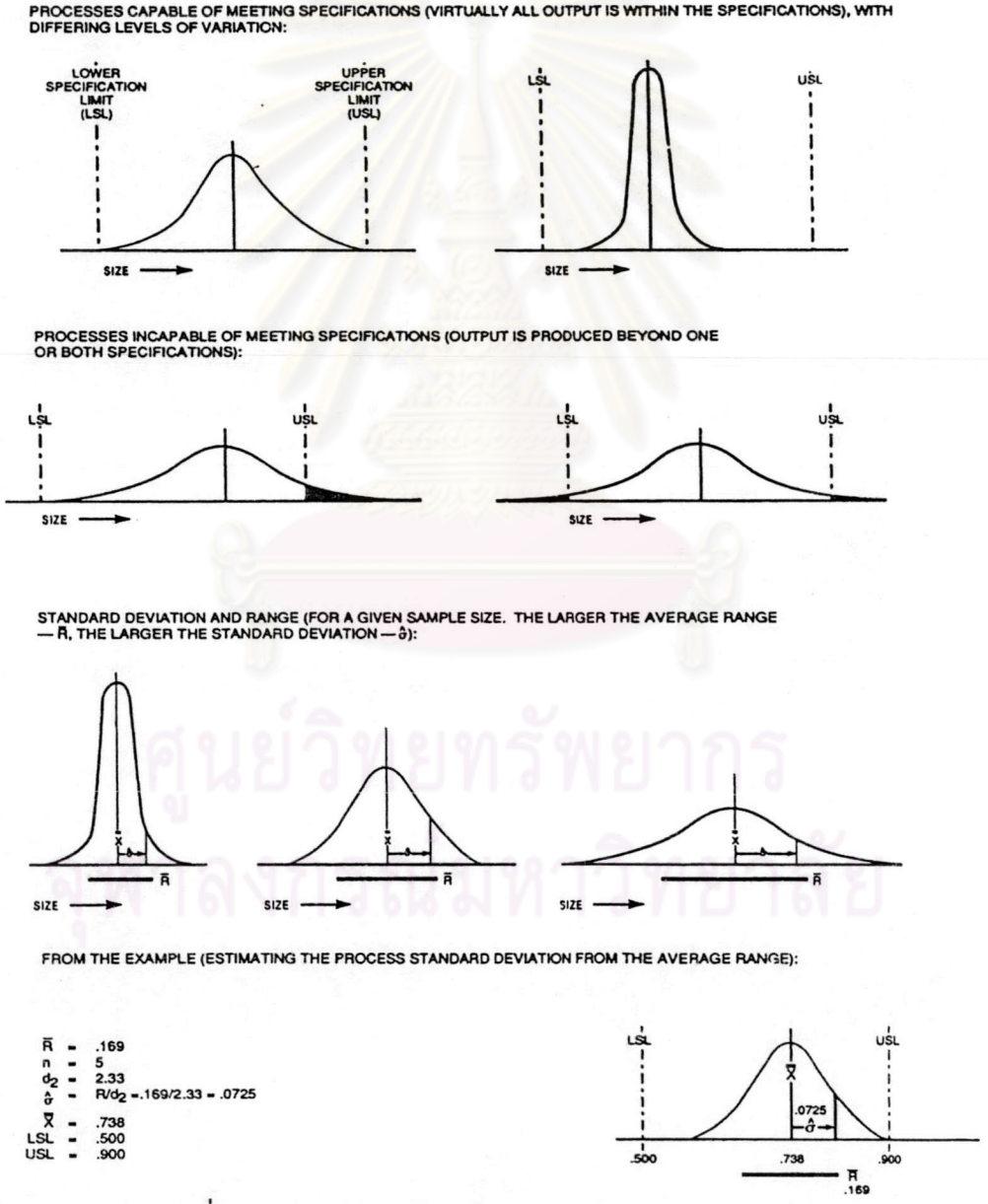
โดยตัวย่อ "u" และ "l" ในดัชนี C_{pu} และ C_{pl} หมายถึงพิกัดด้านบน (Upper Limit) และพิกัดด้านล่าง (Lower Limit) โดยลำดับ และดัชนี C_p เป็นดัชนีที่ใช้ประเมินว่าการกระจายของประชากรออกนอกช่วงที่ยอมให้เกิดหรือไม่ ซึ่งจะพบว่าหากค่า C_p ของพิกัดใดมีค่าต่ำกว่าแล้วก็จะหมายถึงการที่ค่าที่ควรจะเป็นของประชากรนั้น อยู่ใกล้กับพิกัดด้านนั้นของกำหนดเฉพาะมากกว่า อันเป็นการสื่อความหมายให้ทราบว่าการกระจายของประชากรจะเกิดช่วงที่ยอมให้เกิดในพิกัดด้านนั้น ดังนั้นจึงนิยามดัชนี C_{pk} ได้ว่า

$$C_{pk} = Min(C_{pu}, C_{pl})$$

การวิเคราะห์การกระจายของข้อมูลด้วยค่า C_p และ C_{pk} นี้ นอกจากจะทำให้ผู้วิเคราะห์ได้รับถึงสารสนเทศเกี่ยวกับการกระจายของข้อมูลในเชิงเปรียบเทียบกับข้อกำหนดเฉพาะแล้ว ยังสามารถรับทราบถึงตำแหน่งของค่าที่ควรจะเป็นของประชากร เมื่อเทียบกับค่ากลางของข้อกำหนดเฉพาะด้วยกล่าวคือ

1. ถ้า $C_p = C_{pk}$ ค่าที่ควรจะเป็นของประชากรอยู่ตรงค่ากลางของข้อกำหนดเฉพาะ

2. ถ้า $C_p > C_{pk}$ ค่าที่ควรจะเป็นเยื้อง (Offset) ไปจากค่ากลางของข้อกำหนดเฉพาะ



รูปที่ 2.36 แสดงความผันแปรของกระบวนการกับค่าอนุโลม

2.4.6 **การคำนวณความสามารถของกระบวนการ** (Calculation the Process Capability)

ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Z) = $\frac{USL-\bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}_{\bar{R}}/d_2}$ or $\frac{\bar{\bar{x}}-LSL}{\hat{\sigma}_{\bar{R}}/d_2}$

เมื่อ SL = ค่าอนุโลม (Specification limit)

$\bar{\bar{x}}$ = ค่าเฉลี่ยของค่าวัดจากกระบวนการ

$\hat{\sigma}_{\bar{R}}/d_2$ = ค่าประมาณความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

สำหรับค่าอนุโลมแบบสองด้าน

Z_{USL} = $\frac{USL-\bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}_{\bar{R}}/d_2}$

Z_{LSL} = $\frac{\bar{\bar{x}}-LSL}{\hat{\sigma}_{\bar{R}}/d_2}$

$Z_{\min}$ = $Min\ \ of\ \ Z_{USL}\ or Z_{LSL}$

<u>ตัวอย่าง</u>

$\bar{\bar{x}}$ = 0.738

$\hat{\sigma}$ = 0.725

USL = 0.900

LSL = 0.500

Z_{USL} = $\frac{0.900-0.738}{0.725}$ = 2.32

Z_{LSL} = $\frac{0.738-0.500}{0.725}$ = 3.28

สัดส่วนที่ออกนอกค่าอนุโลม:

$P_{Z_{USL}}$ = 0.129 (จากตารางที่ 1 ภาคผนวก ก)

$P_{Z_{LSL}}$ = 0.0005 (จากตารางที่ 1 ภาคผนวก ก)

$P_{Z_{Total}}$ = 0.0134 (ประมาณ 1.3%)

$C_p = \frac{USL-LSL}{\hat{\sigma}_{\bar{R}}/d_2}$ = $\frac{0.9-0.5}{6(0.725)}$ = 0.92

C_{PU} = $\frac{USL-\bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}_{\bar{R}}/d_2}$ = $\frac{0.9-0.738}{6(0.725)}$ = 0.74

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$C_{PL} = \frac{\bar{\bar{x}} - LSL}{\hat{\sigma}_{\bar{R}}/d_2} = \frac{0.738 - 0.500}{6(0.725)} = 1.09$$

$$CR = 1/C_p = \frac{6\hat{\sigma}_{\bar{R}/d_2}}{USL - LSL} = \frac{6(0.725)}{0.9 - 0.5}$$

$$= 1.09$$

ถ้ากระบวนการนี้สามารถปรับค่าเฉลี่ยกระบวนการไปที่กึ่งกลางของค่าอนุโลมแล้วจะสามารถสัดส่วนของผลิตภัณฑ์ที่อยู่นอกค่าอนุโลมได้โดยที่ยังไม่ต้องปรับค่า $\hat{\sigma}$ แต่อย่างใด และค่าเฉลี่ยใหม่ของกระบวนการ $\bar{\bar{x}}$ คือ 0.700

$$Z_{USL} = \frac{USL - \bar{\bar{x}}_{new}}{\hat{\sigma}} = \frac{0.900 - 0.700}{0.725} =$$

2.32

$$Z_{LSL} = \frac{\bar{\bar{x}}_{new} - LSL}{\hat{\sigma}} = \frac{0.700 - 0.500}{0.725} =$$

3.28

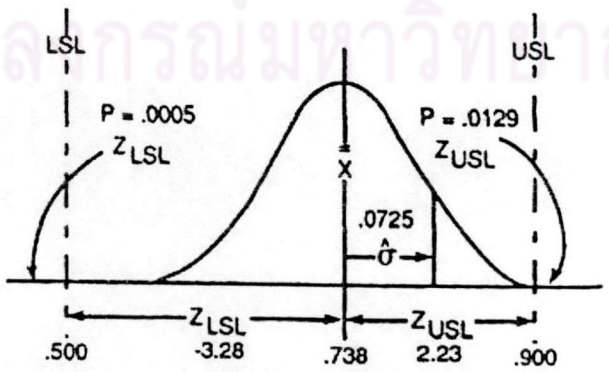
สัดส่วนที่ออกนอกค่าอนุโลม:

$$P_{Z_{USL}} + P_{Z_{LSL}} = 0.0029 + 0.0029$$ (จากตารางที่ 1 ภาคผนวก ก)

$$= 0.0058$$ (ประมาณ 0.6%)

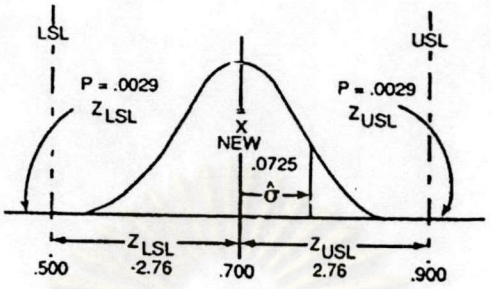
$$C_{PK} = \frac{Z_{MIN}}{3} = \frac{2.76}{3}$$

$$= 0.92$$



ก่อนปรับค่าเฉลี่ยกระบวนการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



หลังปรับค่าเฉลี่ยกระบวนการ

รูปที่ 2.37 แสดงการคำนวณความสามารถและการปรับค่าเฉลี่ยของกระบวน

2.5 การสำรวจงานวิจัย

2.5.1 การพัฒนาการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติในอุตสาหกรรมชิ้นส่วนยานยนต์: กรณีศึกษาโรงงานแหนบรถยนต์ (DEVELOPMENT OF STATISTICAL PROCESS CONTROL FOR THE AUTOMTIVE PARTS INDUSTRY: A CASE STUDY FOR THE LEAF SPRING INDUSTRY)

Author: นายวรพจน์ รัตนแสงสกุลไทย

Advisor: รองศาสตราจารย์ ดำรง ทวีแสงสกุลไทย

ISBN: 974-639-859-8

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อทำการพัฒนาการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ ในที่เหมาะสมในอุตสาหกรรมชิ้นส่วนยานยนต์ของกระบวนการผลิตชิ้นส่วนยานยนต์ที่เป็นแหนบรถยนต์ เพื่อเป็นแนวทางในการวัดประสิทธิผลของการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติสำหรับโรงงานตัวอย่าง จากกาสำรวจและศึกษาพบว่า โรงงานตัวอย่างยังไม่มีการประยุกต์ใช้การควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ ในการควบคุมและเฝ้าติดตามกระบวนการจึงได้มีการศึกษาวิจัยวัดความสามารถของเครื่องจักร (Machine Capability) โดยวัดค่า C_p และวัดค่าความสามารถของกระบวนการ (Process Capability) โดยวัดค่า C_{pk} เพื่อเลือกการควบคุมและเฝ้าติดตามกระบวนการเชิงสถิติที่เหมาะสม

ผลการวิจัยมีการใช้ควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ 2 ประเภทได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและพิสัย ($\overline{X} - R$) จำนวน 10 จุดควบคุม และใช้แผนการสุ่มตัวอย่างแบบต่อเนื่อง (CSP) จำนวน 5 จุดควบคุมและได้ทดลองปรับปรุงวิธีควบคุมกระบวนการ 3 กระบวนการได้แก่ กระบวน

การเจาะรูสะดือ กระบวนการม้วนหู และกระบวนการพ่นสีรองพื้น โดยใช้ค่า C_p และ C_{pk} และเปอร์เซ็นต์เสียที่เกิดขึ้นในกระบวนการเป็นตัวประเมินผล

จากการทดลองปรับปรุงวิธีการควบคุมกระบวนการพบว่า ค่าความสามารถเครื่องจักร (C_p) และค่าความสามารถของกระบวนการ (C_{pk}) มีค่าเพิ่มขึ้น รวมทั้งเปอร์เซ็นต์ของเสียที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตมีค่าลดลง

2.5.2 การกำหนดวิธีการควบคุมการแปรผันของระบบการวัดด้วยเทคนิค GRR: โรงงานผลิตอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ DETERMINATION OF VARIATION CONTROLLING METHOD OF MEASUREMENT SYSTEM BY GRR TECHNIQUES: ELECTRONIC PRODCUTS PLANT

Author: นายสมภพ ตลับแก้ว

Advisor: รศ.จันทนา จันทโร

ISBN: 974-635-527-9

การศึกษาการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาถึงปัจจัยหลักที่ก่อให้เกิดการแปรผัน ในระบบการวัดโดยใช้เทคนิคที่เรียกว่า Gage Repeatability and Reproducibility (GRR) เป็นเทคนิคในการวิเคราะห์จากการศึกษาการแปรผันของระบบการวัดจะพบว่าการแปรผันของระบบการวัดจะประกอบด้วยการแปรผันเนื่องจากกระบวนการผลิตจริงรวมกับการแปรผันเนื่องจากการวัด ดังแสดงแทนได้ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์และการแปรผันอันเนื่องจากการวัดจะประกอบด้วยการแปรผันอันเนื่องจากเครื่องมือวัดและพนักงานวัดดังแสดงแทนได้ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ โดยในการวิจัยครั้งนี้ได้วิจัยเครื่องมือวัด 5 ประเภทได้แก่ กล้องไมโครสโคป เครื่องวัดความหนา เครื่องเอ็กซเรย์ เวอร์เนียรคาลิปเปอร์และไมโครมิเตอร์ โดยมีหลักเกณฑ์การทดลองดังนี้

1. พนักงานวัดจำนวน 3 คนต่อเครื่องมือวัด 1 เครื่อง
2. ชิ้นงานที่จะนำมาวัดมีจำนวน 8-10 ชิ้นต่อเครื่องมือวัด 1 เครื่อง
3. พนักงานวัด 1 คน ทำการวัดซ้ำ 2 ครั้ง

จากการวิจัยพบว่าเครื่องมือวัดประเภทที่แสดงผลแบบตัวเลข การแปรผันส่วนใหญ่จะเกิดขึ้นเนื่องจากเครื่องมือวัด จึงได้ทำการปรับปรุง การสอบเทียบเครื่องมือวัด, วิธีการวัดอย่างถูกต้องและการใช้งาน ส่วนเครื่องมือวัดประเภทเชิงกล การแปรผันส่วนใหญ่จะขึ้นอยู่กับพนักงานวัด จึงได้ทำการปรับปรุง วิธีการทำงาน, วิธีการวัดอย่างถูกวิธี จากการปรับปรุงด้วยหลักการดังกล่าวทำให้เปอร์เซ็นต์การแปรผันของระบบการวัดในแต่ละเครื่องมือวัดมีค่าลดลงอย่างต่อเนื่อง และอยู่ในเกณฑ์การยอมรับของทฤษฎี R&R

2.5.3 **การปรับปรุงการควบคุมการเชิงสถิติในโรงงานผลิตคอมเพรสเซอร์ตู้เย็น** IMPROVEMENT OF STATISTICAL PROCESS CONTROL IN THE REFRIGERATOR COMPRESSOR FACTORY

Author: นายบุญสม ประเสริฐอัครกุล

Advisor: รศ.ดำรง ทวีแสงสกุลไทย

ISBN: 974-634-877-9

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อหาวิธีการที่เหมาะสมในการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติของสายการผลิตบางส่วนในโรงงานตัวอย่าง และเพื่อเป็นแนวทางในการวัดประสิทธิผลเกี่ยวกับการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติสำหรับโรงงานตัวอย่าง จากการสำรวจและศึกษาพบว่าโรงงานตัวอย่างในส่วนงานผลิตชิ้นส่วน เสื้อสูบ (Cylinder), ลูกสูบ (Piston-Scotch) และแกนเลื่อนลูกสูบ (Slider) บางจุดงานมีการใช้การควบคุมกระบวนการเชิงสถิติอย่างไม่ถูกต้องและไม่เหมาะสม ได้ศึกษาวิจัยโดยวัดความสามารถของเครื่องจักร (Machine Capacity) โดยค่าวัด C_p และวัดความสามารถของกระบวนการ (Process Capability) โดยวัดค่า C_{pk} เพื่อออกแบบวิธีการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติที่เหมาะสม ผลการวิจัยได้ปรับปรุงวิธีการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ 2 ลักษณะคือ การใช้แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและพิสัย ($\overline{X} - R$ Chart) 2 จุดงานและการใช้ใบตรวจสอบโดยอาศัยแผนการสุ่มตัวอย่างแบบต่อเนื่อง (Continuous Sampling Plan) หรือ CSP) 11 จุดงาน จากการวิจัยได้ประเมินผลแบ่งออกเป็น 4 อย่างคือ

1. ค่า C_p หรือ C_{pk} ที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิต
2. ค่าความเที่ยงตรง (Accuracy) ในการตรวจสอบของจุดตรวจสอบ
3. เปอร์เซ็นต์ของเสียของชิ้นงานที่เกิดขึ้น
4. จำนวนปริมาณการผลิตที่เกิดขึ้น

จากการปรับปรุงวิธีการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ ดังกล่าวสรุปผลได้ดังนี้

1. การใช้แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและพิสัย ($\overline{X} - R$ Chart) เปอร์เซ็นต์ของเสียของชิ้นงานที่เกิดขึ้นไม่แตกต่างจากก่อนการปรับปรุงเท่าใดนัก แต่ปริมาณการผลิตลดลงจากก่อนการปรับปรุงมาก
2. การใช้ใบตรวจสอบโดยอาศัยแผนการสุ่มตัวอย่างแบบต่อเนื่อง CSP ค่าความเที่ยงตรงในการตรวจสอบของจุดตรวจสอบเพิ่มขึ้นจากก่อนการปรับปรุง

2.5.4 การพัฒนาระบบการประกันคุณภาพการผลิต สำหรับกระบวนการผสมยางในอุตสาหกรรมผลิตยางรถ PROCESS QUALITY ASSURANCE DEVELOPMENT FOR COMPOUND MIXING IN THE TYRE MANUFACTURING INDUSTRY

Author: นายสาโรช บัวบูชา

Advisor: รองศาสตราจารย์ ดำรง ทวีแสงสกุลไทย

ISBN: 974-639-860-1

การวิจัยครั้งนี้จุดประสงค์เพื่อศึกษาวิเคราะห์หาตัวแปรต่างๆ ที่มีผลกระทบกับคุณภาพยางผสมและพัฒนาระบบการประกันคุณภาพที่เหมาะสม สำหรับกระบวนการผลิตยางผสมในอุตสาหกรรมผลิตยางรถ เพื่อให้กระบวนการมียางเสียลดลง จากการศึกษาพบว่าโรงงานตัวอย่างมีเปอร์เซ็นต์ยางผสมเสียอยู่ในเกณฑ์ค่อนข้างสูง ทั้งนี้เนื่องจาก

1. ยังไม่มีการจัดตั้งระบบการประกันคุณภาพ
2. ขาดการประยุกต์ใช้เครื่องมือและเทคนิคทางวิศวกรรมคุณภาพ
3. ขาดระบบการควบคุมคุณภาพในกระบวนการผลิตที่ดี
4. ยังไม่มีกิจกรรมการประกันคุณภาพของกระบวนการผลิตที่มีประสิทธิภาพ
5. เกิดปัญหาคุณภาพในกระบวนการผสมยางที่ไม่อยู่ภายใต้การควบคุม

การวิจัยในครั้งนี้ได้นำเสนอระบบการประกันคุณภาพในกระบวนการผสมยาง ดังนี้คือ

1. การวิเคราะห์หาข้อบกพร่องและปัจจัยที่ก่อให้เกิดปัญหาคุณภาพ
2. การวิเคราะห์ข้อบกพร่องที่มีโอกาสจะเกิดจากการประยุกต์ใช้เทคนิคทางวิศวกรรม คุณภาพที่เรียกว่า การวิเคราะห์ข้อบกพร่องและผลกระทบในกระบวนการ
3. การวิเคราะห์และเสนอการประยุกต์ใช้หลักสถิติในการควบคุมคุณภาพ
4. การเริ่มจัดตั้งระบบการวัดและสอบเทียบ
5. การจัดตั้งโปรแกรมการตรวจติดตาม
6. การสำรวจคุณภาพของกระบวนการผสมยาง

หลังจากนำระบบการประกันคุณภาพในกระบวนการผสมยาง และเทคนิคที่เสนอไปประยุกต์ใช้ในกระบวนการผลิตพบว่ามียางเสียคุณภาพต่ำใช้งานไม่ได้ลดลง 28.9เปอร์เซ็นต์ยางเสียที่นำกลับมาใช้ใหม่ลดลง 8.4 เปอร์เซ็นต์ และยางเสียส่งคืนจากกระบวนการถัดไปลดลง 17.2 เปอร์เซ็นต์