

รายการอ้างอิง

1. Bazaraa, M. S., and others, Linear Programming And Network Flows. New York: John Wiley & Sons, 1990.
2. Bronson, R. Matrix Methods. New York: Academic Press, 1968.
3. Chong, E. K. P., and Stanislaw Z. H. An Introduction To Optimization. New York: John Wiley & Sons, 2001.
4. Gass, S. I. Linear Programming. 5th ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1994.
5. Klee, V., and Minty, G. J. How Good Is The Simplex Algorithms? In Inequalities. O. Shisha ed. pp. 159-175. New York: Academic Press, 1972.
6. Lancaster, P. Theory of Matrices. New York: Academic Press, 1969.
7. Nocedal, J., and Wright, S. J. Numerical Optimization. New York: Springer, 1999.
8. Swanson L. W. Linear Programming. Singapore: McGraw-Hill Book Company, 1987.
9. Wu, N., and Coppins R. Linear Programming. New York: McGraw-Hill BookCompany, 1981.
10. Schneider, H., and Barker, G. P. Matrices And Linear Algebra. New York: Holt Rinehart and Winston, 1968.

ศูนย์วิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

ภาคผนวก ก จะกล่าวถึงปัญหากำหนดการเชิงเส้นในสองมิติที่นำไปทดสอบขั้นตอนวิธีใหม่ซึ่งประกอบไปด้วยปัญหา LP01 LP02 และ LP03 ในแต่ละปัญหาจะมีสมบูติต่างกันดังนี้

- LP01: ปัญหาที่มีผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดเพียงจุดเดียว หรือมากกว่าหนึ่งจุด และมีเงื่อนไขบังคับจำนวนมาก
- LP02: ปัญหาที่มีผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดเพียงจุดเดียว หรือมากกว่าหนึ่งจุด มีจุดสุดขีด (extreme point) จำนวนมาก และมีเงื่อนไขบังคับจำนวนมาก
- LP03: ปัญหาที่มีผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดเพียงจุดเดียว หรือมากกว่าหนึ่งจุด มีจุดสุดขีดจำนวนมาก และมีเงื่อนไขบังคับจำนวนมาก และเงื่อนไขบังคับบางชุดมีเวกเตอร์เกรเดียนต์ซึ่งไปในทิศทางเดียวกัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

LP01: ปัญหาในกลุ่มนี้มี 7 ปัญหาที่นำมาทดสอบซึ่งกันและกันอยู่ในรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\text{การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ } z = x_1 + x_2$$

ภายใต้เงื่อนไข

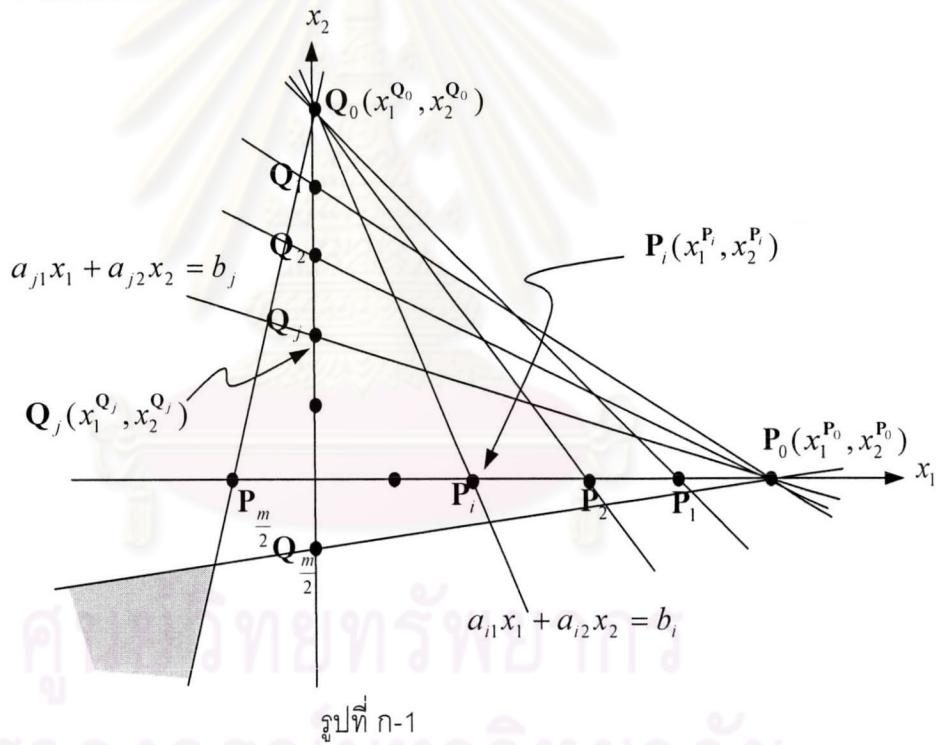
$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 &\leq b_m \end{aligned}$$

เมื่อ $m = 2,000 \quad 4,000 \quad 6,000 \quad 8,000 \quad 10,000 \quad 12,000$ และ $14,000$ คือจำนวนเงื่อนไข

บังคับของปัญหาทั้ง 7 ตามลำดับ

โดยที่ a_{ij}, a_{ij} และ b_i สมพันธ์กับสมการเส้นตรง $a_{ij}x_1 + a_{ij}x_2 = b_i$ ที่สร้างในลักษณะดัง

รูปที่ ก-1 เมื่อ i คือเงื่อนไขบังคับที่ i



กำหนดให้ m เป็นจำนวนเต็มบวกคู่ และ $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{\frac{m}{2}}$ และ $Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_{\frac{m}{2}}$ เป็น

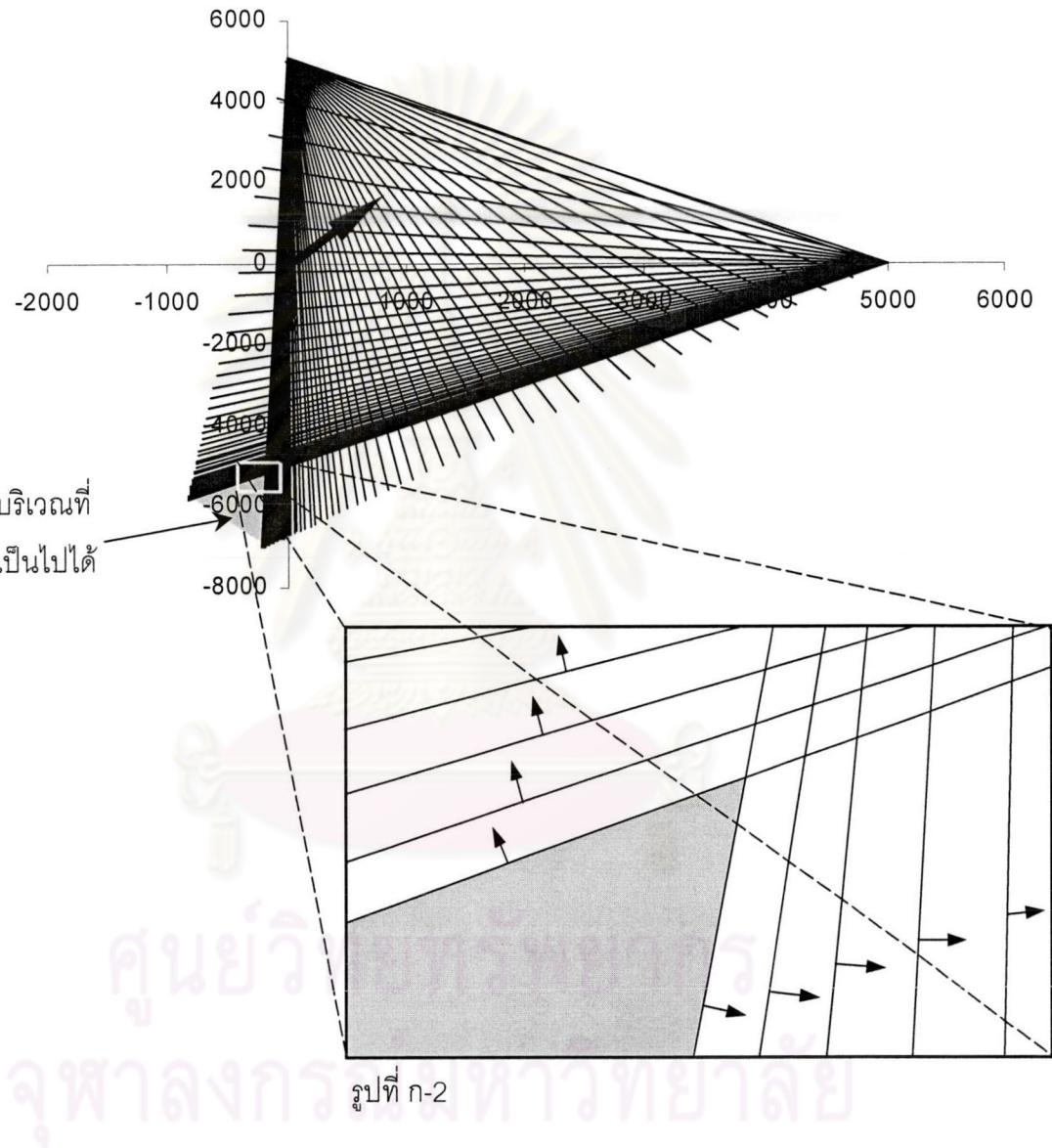
จุดที่กำหนดให้ สำหรับเงื่อนไขบังคับที่ $i = 1, 2, \dots, \frac{m}{2}$ จะได้ว่า

$$b_i = (x_2^{P_i} - x_2^{Q_0})x_1^{P_i} - (x_1^{P_i} - x_1^{Q_0})x_2^{P_i}, \quad a_{i1} = x_2^{P_i} - x_2^{Q_0}, \quad a_{i2} = x_1^{Q_0} - x_1^{P_i}$$

และในทำนองเดียวกันสำหรับเงื่อนไขบังคับที่ $j = 1, 2, \dots, \frac{m}{2}$ จะได้ว่า

$$b_j = (x_2^{Q_j} - x_2^{P_0})x_1^{Q_j} - (x_1^{Q_j} - x_1^{P_0})x_2^{Q_j}, \quad a_{j1} = x_2^{Q_j} - x_2^{P_0}, \quad a_{j2} = x_1^{P_0} - x_1^{Q_j}$$

และบริเวณที่เป็นไปได้ของปัญหาอยู่ในลักษณะดังรูปที่ ก-2 ต่อไปนี้

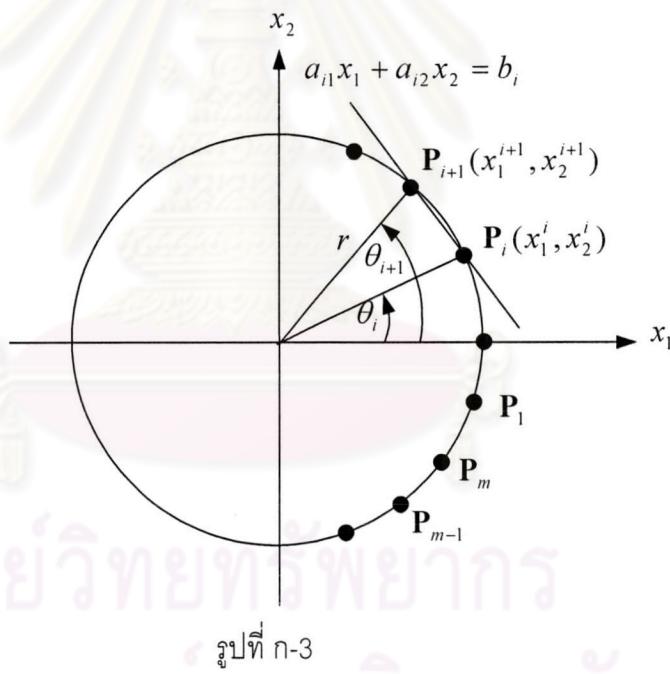


LP02: ปัญหาในกลุ่มนี้มี 7 ปัญหาที่นำมาทดสอบซึ่งในแต่ละปัญหาอยู่ในรูปแบบดังต่อไปนี้

การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสนศ์ $z = x_1 + x_2$
ภายใต้เงื่อนไข

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 &\leq b_m \end{aligned}$$

เมื่อ $m = 2,000 \quad 4,000 \quad 6,000 \quad 8,000 \quad 10,000 \quad 12,000$ และ $14,000$ คือจำนวนเงื่อนไข^{*}
บังคับของปัญหาทั้ง 7 ตามลำดับ โดยที่ a_{ij}, a_{ij} และ b_i คือค่าที่สมพนธ์กับสมการเส้นตรง
 $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 = b_i$ ซึ่งสร้างจากจุด P_i, P_{i+1} ที่อยู่บนวงกลมรัศมี $r = 200$ หน่วยดังรูปที่ก-3



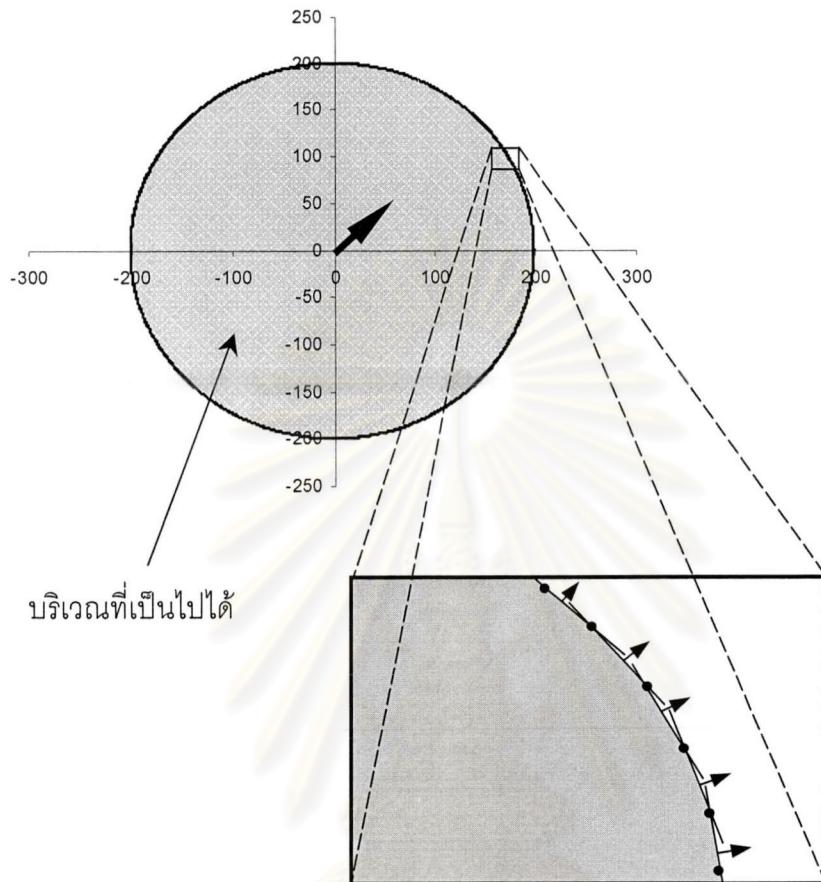
โดยที่ $x_1^i = r \cos(\theta_i)$, $x_2^i = r \sin(\theta_i)$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{กรณี } x_1^i \neq x_1^{i+1} \text{ จะได้ว่า } \quad b_i &= (x_2^{i+1} - x_2^i)x_1^i - (x_1^{i+1} - x_1^i)x_2^i \\ a_{i1} &= x_2^{i+1} - x_2^i \\ a_{i2} &= x_1^i - x_1^{i+1} \end{aligned}$$

$$\text{กรณี } x_1^i = x_1^{i+1} \text{ จะได้ว่า } \quad b_i = x_1^i, \quad a_{i1} = 1, \quad a_{i2} = 0$$

และบริเวณที่เป็นไปได้ของปัณฑาอยู่ในลักษณะดังรูปที่ ก-4



รูปที่ ก-4

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

LP03: ปัญหานอกลุ่มนี้มี 7 ปัญหาที่นำมาทดสอบซึ่งในแต่ละปัญหาก็อยู่ในรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\text{การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ } z = x_1 + x_2$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

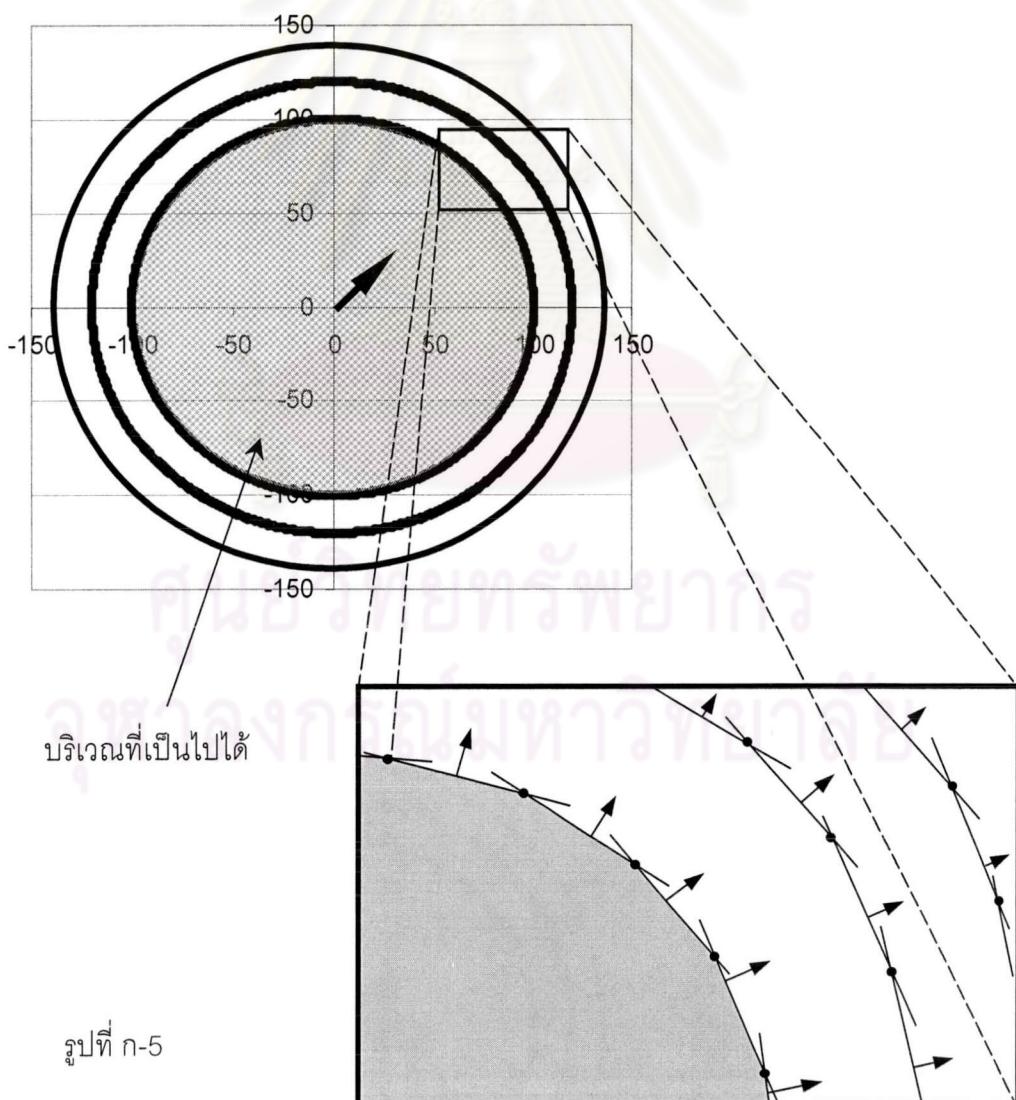
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \leq b_m$$

โดยที่ a_{ij}, a_{ij} และ b_i สร้างในลักษณะเดียวกันกับปัญหา LP02 แต่ว่ากลมที่ช่วยในการสร้างมี
半径 คือ $r_1 = 100$, $r_2 = 130$ และ $r_3 = 150$ ดังรูป

เมื่อ $m = 2,000 \ 3,000 \ 4,000 \ 5,000 \ 6,000 \ 7,000$ และ $8,000$ คือจำนวนเงื่อนไขบังคับ
ของปัญหาทั้ง 7 ตามลำดับ และในแต่ละปัญหามีบริเวณที่เป็นไปได้อยู่ในลักษณะดังรูปที่ ก-5



ภาคผนวก ข

Redundant Constraint

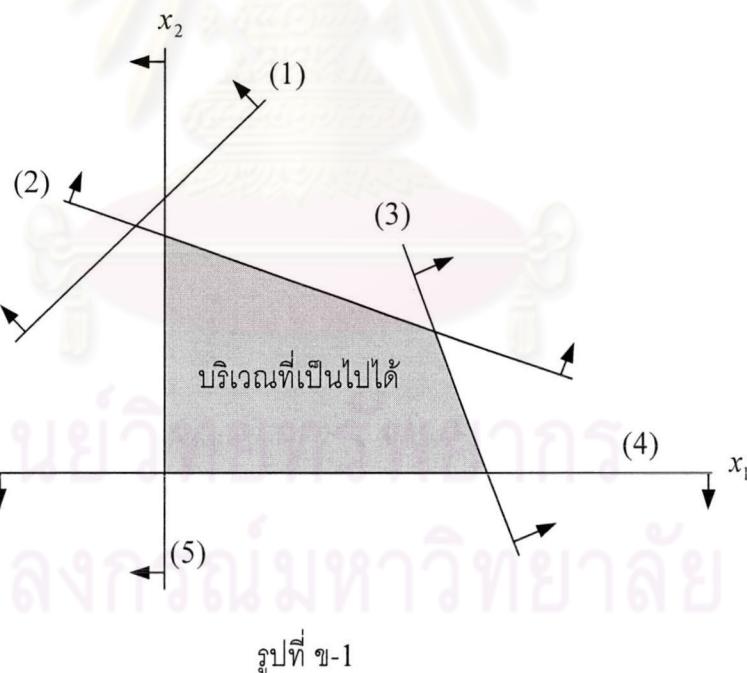
ให้ $X = \{ \mathbf{x} | \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \}$ คือเซตของผลเฉลยที่เป็นไปได้ของปัญหากำหนดการเชิงเส้น หรือเรียกว่าเป็นบริเวณที่เป็นไปได้(feasible region)

กำหนดให้ $\mathbf{A}^* \equiv \mathbf{A}^T \mathbf{A}$ คือเมตริกซ์ที่เกิดจากการตัดเวกเตอร์ $\mathbf{A}_{i,*}$ ของ \mathbf{A} ออก ขณะที่ $\mathbf{b}^* \equiv \mathbf{A}^T \mathbf{b}$ คือเวกเตอร์ที่ตัด b_i ออกจาก \mathbf{b} และ $X^* = \{ \mathbf{x} | \mathbf{A}^* \mathbf{x} \leq \mathbf{b}^* \}$

ถ้า $X = X^*$ แล้วเราจะเรียกเงื่อนไข i ว่าเป็น redundant constraint

กล่าวคือ redundant constraint ของปัญหากำหนดการเชิงเส้น คือเงื่อนไขบังคับที่เมื่อตัดออกแล้วไม่มีผลกระทบต่อบริเวณที่เป็นไปได้ดังเช่นตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง



จากรูปที่ ข-1 จะได้客้าตัดเงื่อนไขบังคับ (1) ออกแล้วจะได้ว่าบริเวณที่เป็นไปได้ยังคงเดิมหมายความว่าเงื่อนไขบังคับ (1) เป็น redundant constraint



การวัดเวลาการประมวลคำสั่งของชีพิชัยด้วยคำสั่งภาษาซี

เวลาที่เครื่องคอมพิวเตอร์ใช้ในการประมวลผลคำสั่งทั้งโปรแกรมเรียกว่าเป็น *processor time* และในการวัดระยะเวลาดังกล่าวจะเรียกใช้ฟังก์ชัน *clock()* ซึ่งอยู่ในฟังก์ชันมาตรฐานที่ชื่อว่า *time.h* และถ้ามีการเรียกใช้ฟังก์ชัน *clock()* แล้วจะให้ค่าข้อมูลกลับคืนมาเป็นข้อมูลตัวเลขชนิด *clock_t* ซึ่งเป็นข้อมูลชนิด *long integer* ซึ่งเราจะประกาศตัวแปร *start* และ *end* เป็นตัวแปรชนิด *clock_t* เพื่อเก็บข้อมูลตัวเลขเริ่มต้น และสุดท้ายของการประมวลคำสั่ง และเราคำนวณ *cpu time* ที่ได้จาก *start* และ *end* ดังนี้

```
elapsed = ((double)(end - start))/ CLOCKS_PER_SEC
เมื่อ elapsed คือตัวแปรชนิด double precision มีหน่วยที่เก็บค่า cpu time และ
CLOCKS_PER_SEC คือจำนวนสัญญาณนาฬิกาต่อหนึ่งวินาทีซึ่งเป็นค่าคงที่
ของกระบวนการวัด cpu time ทั้งหมดที่กล่าวมาสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบคำสั่งภาษาซีได้
ดังนี้
```

```
#include <time.h>
clock_t start, end;
double elapsed;

start = clock(); /* จับเวลาเริ่มต้นของการทำงาน
:           /* คำสั่งในการทำงานที่ต้องการวัดเวลา
end = clock(); /* จับเวลาสุดท้ายของการทำงาน
elapsed = ((double)(end - start))/ CLOCKS_PER_SEC; /* คำนวณ cpu time
```

GLPK(GNU Linear Programming Kit)

GLPK คือกลุ่มของชุดคำสั่งภาษาซีที่บรรจุไว้ในไฟล์คลังโปรแกรม ซึ่งผู้ใช้สามารถเรียกใช้ได้ชุดคำสั่งดังกล่าวสร้างขึ้นมาเพื่อวัตถุประสงค์ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น(LP) ปัญหา mixed integer programming(MIP) และปัญหาอื่นๆที่เกี่ยวกับปัญหากำหนดการเชิงเส้น

สำหรับซอฟต์แวร์ติดตั้ง GLPK ดาวน์โหลดได้จากเว็บไซต์

<http://www.gnu.org/directory/glpk.html>

สำหรับการติดตั้ง ตัวอย่างและคำอธิบายชุดคำสั่ง GLPK สามารถอ่านได้จากคู่มือการติดตั้งชั้งดาวน์โหลดได้จากเว็บไซต์ <http://ftp.gnu.org/gnu/glpk>

พิจารณาปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่อยู่ในรูปแบบดังต่อไปนี้

การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

ภายใต้เงื่อนไข

$$\begin{array}{llllll} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & \leq & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & \leq & b_2 \\ & & & & & & \vdots & & \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & \leq & b_m \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} l_1 & \leq & x_1 & \leq u_1 \\ l_2 & \leq & x_2 & \leq u_2 \\ & & & \vdots \\ l_n & \leq & x_n & \leq u_n \end{array}$$

เมื่อ z คือฟังก์ชันจุดประสงค์

x_j คือตัวแปรอิสระตัวที่ j เมื่อ $1 \leq j \leq n$

c_j คือสัมประสิทธิ์ของ x_j ในฟังก์ชันจุดประสงค์เมื่อ $1 \leq j \leq n$

a_{ij} คือสัมประสิทธิ์ของ x_j ในเงื่อนไขบังคับที่ i เมื่อ $1 \leq i \leq m$ และ $1 \leq j \leq n$

b_i คือค่าคงที่ด้านขวาเมื่อของเงื่อนไขบังคับที่ i เมื่อ $1 \leq i \leq m$

l_j และ u_j คือค่าขอบเขตล่างและขอบเขตบนของ x_j ตามลำดับ เมื่อ $1 \leq j \leq n$

สำหรับตัวแปรอิสระ x_j โดย อาจจะมีค่าขอบเขตล่างและขอบเขตบนเป็นจำนวนจริงทั้งคู่ หรืออย่างใดอย่างหนึ่ง ในกรณีที่ขอบเขตล่างไม่ได้กำหนดหมายความว่าเราสามารถลดค่าของตัวแปร x_j ลงได้อย่างไม่มีขอบเขต ทำนองเดียวกันถ้าขอบเขตบนไม่ได้กำหนดหมายความว่าเรา

สามารถเพิ่มค่าของตัวแปร x_j ขึ้นได้อย่างไม่มีขอบเขต เช่น กัน ดังนั้นตัวแปร x_j อาจจะมีค่าขอบเขตเป็นอย่างใดอย่างหนึ่งดังต่อไปนี้

$$\begin{array}{lclcl} -\infty & < & x_j & < & +\infty \\ l_j & \leq & x_j & < & +\infty \\ -\infty & < & x_j & \leq & u_j \\ l_j & \leq & x_j & \leq & u_j \\ l_j & = & x_j & = & u_j \end{array}$$

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วย GLPK เริ่มต้นด้วยการสร้างชุดคำสั่งภาษาซีชื่อเป็นชุดคำสั่งหลัก โดยที่ในชุดคำสั่งหลักดังกล่าวจะเรียกใช้ชุดคำสั่งของ GLPK หลังจากเขียนชุดคำสั่งถูกต้องแล้ว เราจะสั่งให้ตัวแปลภาษาซี (C compiler) แปลโปรแกรมและเมื่อสั่งให้โปรแกรมประมวลผลชุดคำสั่งดังกล่าวจะได้ผลโดยของปัญหากำหนดการเชิงเส้นดังต่อไปนี้

การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ $z = 10x_1 + 6x_2 + 4x_3$
ภายใต้เงื่อนไข

$$\begin{array}{llllll} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq 100 \\ 10x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & \leq 600 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 6x_3 & \leq 300 \\ x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

จากปัญหาดังกล่าว กำหนดให้

$$\begin{aligned} p &= x_1 + x_2 + x_3 \\ q &= 10x_1 + 4x_2 + 5x_3 \\ r &= 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 \end{aligned}$$

เมื่อ p, q และ r คือตัวแปรที่กำหนดขึ้นมาเพื่อความสะดวกในการอ้างอิง ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{array}{llll} -\infty & < & p & \leq 100 \\ -\infty & < & q & \leq 600 \\ -\infty & < & r & \leq 300 \end{array}$$

และ

$$\begin{aligned}0 &\leq x_1 < +\infty \\0 &\leq x_2 < +\infty \\0 &\leq x_3 < +\infty\end{aligned}$$

จากข้อมูลของปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ได้ เมื่อนำไปสร้างเป็นชุดคำสั่งภาษาซี พร้อมกับ การเรียกใช้ชุดคำสั่งของ GLPK

/ sample.c */*

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include "glpk.h"

int main(void)
{
    LPX *lp;
    int rn[1+9], cn[1+9];
    double a[1+9], Z, x1, x2, x3;

s1: lp = lpx_create_prob();
s2: lpx_set_prob_name(lp, "sample");

s3: lpx_add_rows(lp, 3);

s4: lpx_set_row_name(lp, 1, "p");
s5: lpx_set_row_bnds(lp, 1, LPX_UP, 0.0, 100.0);
s6: lpx_set_row_name(lp, 2, "q");
s7: lpx_set_row_bnds(lp, 2, LPX_UP, 0.0, 600.0);
s8: lpx_set_row_name(lp, 3, "r");
s9: lpx_set_row_bnds(lp, 3, LPX_UP, 0.0, 300.0);

s10: lpx_add_cols(lp, 3);

s11: lpx_set_col_name(lp, 1, "x1");
s12: lpx_set_col_bnds(lp, 1, LPX_LO, 0.0, 0.0);
s13: lpx_set_col_name(lp, 2, "x2");
s14: lpx_set_col_bnds(lp, 2, LPX_LO, 0.0, 0.0);
s15: lpx_set_col_name(lp, 3, "x3");
s16: lpx_set_col_bnds(lp, 3, LPX_LO, 0.0, 0.0);

s17: rn[1] = 1, cn[1] = 1, a[1] = 1.0;
s18: rn[2] = 1, cn[2] = 2, a[2] = 1.0;
s19: rn[3] = 1, cn[3] = 3, a[3] = 1.0;
s20: rn[4] = 2, cn[4] = 1, a[4] = 10.0;
s21: rn[5] = 3, cn[5] = 1, a[5] = 2.0;
s22: rn[6] = 2, cn[6] = 2, a[6] = 4.0;
s23: rn[7] = 3, cn[7] = 2, a[7] = 2.0;
s24: rn[8] = 2, cn[8] = 3, a[8] = 5.0;
s25: rn[9] = 3, cn[9] = 3, a[9] = 6.0;
s26: lpx_load_mat3(lp, 9, rn, cn, a);

s27: lpx_set_obj_dir(lp, LPX_MAX);

s28: lpx_set_col_coef(lp, 1, 10.0);
s29: lpx_set_col_coef(lp, 2, 6.0);
```

```

s30: lpx_set_col_coef(lp, 3, 4.0);

s31: lpx_simplex(lp);

s32: Z = lpx_get_obj_val(lp);
s33: lpx_get_col_info(lp, 1, NULL, &x1, NULL);
s34: lpx_get_col_info(lp, 2, NULL, &x2, NULL);
s35: lpx_get_col_info(lp, 3, NULL, &x3, NULL);

s36: printf("\nZ = %g; x1 = %g; x2 = %g; x3 = %g\n", Z, x1, x2, x3);

s37: lpx_delete_prob(lp);

    return 0;
}

```

/* eof */
 บรรทัด s1 เรียกใช้ชุดคำสั่งของ GLPK คือ lpx_create_prob ซึ่งเป็นคำสั่งในการสร้างโครงสร้างข้อมูลของปัญหากำหนดการเชิงเส้น

บรรทัด s2 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_set_prob_name ซึ่งเป็นคำสั่งในการกำหนดชื่อสัญลักษณ์(symbolic name) ของปัญหากำหนดการเชิงเส้น โดยในตัวอย่างเป็นการกำหนดให้ lp มีชื่อสัญลักษณ์เป็น “sample”

บรรทัด s3 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_add_rows ซึ่งเป็นการเพิ่มจำนวนแถว (row) เข้าไปในตัวโครงสร้างของปัญหา โดยในตัวอย่างเป็นการเพิ่มแถวจำนวน 3 แถวเข้าไปใน lp

บรรทัด s4 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_set_row_name ซึ่งเป็นคำสั่งในการกำหนดชื่อสัญลักษณ์ของแถว โดยในตัวอย่างเป็นการกำหนดให้แถวแรกชื่อ “p”

บรรทัด s5 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_set_row_bnds ซึ่งเป็นคำสั่งที่ใช้ระบุประเภทของขอบเขตของตัวแปรที่สัมพันธ์กับแถวดังกล่าวว่ามีขอบเขตเป็นขอบเขตบนหรือขอบเขตล่าง พร้อมทั้งระบุค่าขอบเขตด้วย ในตัวอย่างมีการกำหนดขอบเขตของแถวแรกเป็นแบบ LPX_UP ซึ่งหมายถึงแถวแรกมีขอบเขตบนและค่าขอบเขตบวก 100.0

บรรทัด s6 และ s7 เป็นการเรียกใช้คำสั่งในทำนองเดียวกันกับบรรทัด s4 และ s5 ตามลำดับ แต่เป็นการกำหนดชื่อสัญลักษณ์ให้กับแถวที่สองโดยให้ชื่อว่า “q” และมีขอบเขตบวกคือ 600.0

บรรทัด s8 และ s9 เป็นการเรียกใช้คำสั่งในทำนองเดียวกันกับบรรทัด s4 และ s5 ตามลำดับ แต่เป็นการกำหนดชื่อสัญลักษณ์ให้กับแถวที่สามโดยให้ชื่อว่า “r” และมีขอบเขตบวกคือ 300.0

บรรทัด s10 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_add_cols ซึ่งเป็นการเพิ่มจำนวนสมมติ (column) เข้าไปในตัวโครงสร้างข้อมูลของปัญหา โดยในตัวอย่างเป็นการเพิ่มสมมติจำนวน 3 สมมติเข้าไปใน lp

บรรทัด s11 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_set_col_name ซึ่งเป็นคำสั่งในการกำหนดชื่อสัญลักษณ์ของสมมติ โดยในตัวอย่างเป็นการกำหนดให้สมมติแรกชื่อ “x1”

บรรทัด s12 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_set_col_bnds ซึ่งเป็นคำสั่งที่ใช้ระบุประเภทของเขตของตัวแปรที่สัมพันธ์กับสตดมภ์ดังกล่าวว่ามีขอบเขตเป็นข้อบเขตบนหรือข้อบเขตล่าง พิริยมทั้งระบุค่าข้อบเขตด้วย ในตัวอย่างมีการกำหนดข้อบเขตของสตดมภ์แรกเป็นแบบ LPX_L0 ซึ่งหมายถึงสตดมภ์แรกมีข้อบเขตล่าง และค่าข้อบเขตล่างคือ 0.0

บรรทัด s13 และ s14 เป็นการเรียกใช้คำสั่งในทำงานเดียวกันกับบรรทัด s11 และ s12 ตามลำดับ แต่เป็นการกำหนดชื่อสัญลักษณ์ให้กับสตดมภ์ที่สองโดยให้ชื่อว่า “x2” และมีข้อบเขตล่างเป็น 0.0

บรรทัด s15 และ s16 เป็นการเรียกใช้คำสั่งในทำงานเดียวกันกับบรรทัด s11 และ s12 ตามลำดับ แต่เป็นการกำหนดชื่อสัญลักษณ์ให้กับสตดมภ์ที่สามโดยให้ชื่อว่า “x3” และมีข้อบเขตล่างเป็น 0.0

บรรทัด s17 ถึง s25 เป็นการกำหนดค่าของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ปรากฏในเงื่อนไขบังคับซึ่งสัมประสิทธิ์ดังกล่าวถูกมองให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ ดังนั้นการกำหนดค่าสัมประสิทธิ์จึงมีการอ้างอิงตำแหน่งของสมาชิกเมทริกซ์ โดยที่แผลลำดับ (array) m จะเก็บตำแหน่งของแถว และแผลลำดับ cn จะเก็บตำแหน่งของสตดมภ์ ในขณะที่แผลลำดับ a จะเก็บค่าสัมประสิทธิ์ ณ ตำแหน่งแผลและสตดมภ์ที่อ้างอิงโดย m และ cn

บรรทัด s26 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_load_mat3 ซึ่งเป็นคำสั่งในการนำค่าจากแผลลำดับ m, cn และ a ไปสู่โครงสร้างข้อมูลของปัญหา

บรรทัด s27 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_set_obj_dir เพื่อที่จะกำหนดว่าปัญหากำหนดการซึ่งเส้นเป็นปัญหาที่ต้องการหาค่ามากที่สุด (maximization) หรือน้อยที่สุด (minimization)

บรรทัด s28 s29 และ s30 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_set_col_coef เพื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระตัวแรก ตัวที่สอง และตัวที่สามตามลำดับ ซึ่งปรากฏในฟังก์ชันจุดประสงค์

ขณะนี้ในโครงสร้างของปัญหานี้ข้อมูลพร้อมที่จะดำเนินการแก้ปัญหากำหนดการซึ่งเส้นแล้ว และในบรรทัด s31 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_simplex ซึ่งเป็นชุดคำสั่งในการแก้ปัญหากำหนดการซึ่งเส้นดังกล่าว ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

บรรทัด s32 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_get_obj_val เพื่อนำค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่เหมาะสมที่สุดที่คำนวณได้จาก s31 ออกมายจากโครงสร้างข้อมูลของปัญหาโดยนำออกมาเก็บค่าไว้ในตัวแปร

z

บรรทัด s33, s34 และ s35 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lpx_get_col_info เพื่อที่จะนำค่าของตัวแปรอิสระตัวแรก ตัวที่สอง และตัวที่สาม ซึ่งเป็นผลเฉลยของปัญหาที่คำนวณได้จาก s31 ออกมายจากโครงสร้างของปัญหาโดยนำออกมาเก็บค่าไว้ในตัวแปร x_1 , x_2 และ x_3 ตามลำดับ

บรรทัด s36 เป็นการนำค่าของผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้นมาแสดง ซึ่งจากตัวอย่างจะเป็นการนำค่าของ z , x_1 , x_2 และ x_3 มาแสดง

บรรทัด s37 เรียกใช้ชุดคำสั่ง lp_solve_prob ในกรอบค่าต่างๆที่กำหนดให้กับโครงสร้างข้อมูลของปัญหา เพื่อให้ระบบพิรุณที่จะทำงานอีกรอบ

หลังจากได้ชุดคำสั่งหลักแล้วขั้นตอนต่อไปคือสั่งให้ตัวเปลี่ยนภาษาซึ่งทำการแปลงชุดคำสั่งด้วยคำสั่งดังต่อไปนี้

```
$gcc -g -O2 -Iinclude sample.c ..//libglpk.a -lm -o sample.out
```

ผลลัพธ์ที่ได้คือไฟล์ sample.out ซึ่งเป็นไฟล์ที่สามารถเรียกใช้งานได้ และคำสั่งต่อไปนี้เป็นคำสั่งในการเรียกใช้งานไฟล์ sample.out

```
./sample.out
```

และจะได้ผลลัพธ์คือผลเฉลยของปัญหากำหนดการเชิงเส้น ซึ่งแสดงดังรูปที่ ๑-๒

```
kridsada@master:~/GLPK4.2/example - Shell - Konsole
Session Edit View Bookmarks Settings Help
[kridsada@master example]$ ./sample.out
*      0:  objval =  0.000000000e+00  infeas =  0.000000000e+00 (0)
*      2:  objval =  7.333333333e+02  infeas =  0.000000000e+00 (0)
OPTIMAL SOLUTION FOUND
Z = 733.333; x1 = 33.3333; x2 = 66.6667; x3 = 0
[kridsada@master example]$
```

รูปที่ ๑-๒

จากรูปที่ ๑-๒ จะได้ว่า ปัญหากำหนดการเชิงเส้นมีผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดคือ $z = 733.333$ ซึ่งเป็นค่าที่ได้จาก $x_1 = 33.3333$, $x_2 = 66.6667$ และ $x_3 = 0$

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

ชื่อ-นามสกุล: นายกฤษดา นารอง

วัน-เดือน-ปีเกิด: 16 มิถุนายน พ.ศ. 2518

ภูมิลำเนา: ต.กู่ทอง อ.เชียงยืน จ.มหาสารคาม

สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต(คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยขอนแก่น ปี 2540

สถานที่ทำงาน: ภาควิชาคณิตศาสตร์ สถาบันและคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

ทุนการศึกษา: ทุนพัฒนาอาชารย์ ปี 2544

**ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**