

บรรณานุกรม



หนังสือ

- Frankfurt, Harry G. Leibniz, A Collection of Critical Essays. New York: Anchor Books, Doubleday & Company, 1972.
- Hilbert, D., and Ackemann, W. Principle of Mathematical Logic. New York: Chelsea Publishing Company, 1950.
- Hospers, John. An Introduction to Philosophical Analysis. 2d ed. U.S.A.: Prentice-Hall, 1967.
- Hughes, G.E., and Cresswell, W.J. An Introduction to Modal Logic. Great Britain : Methuen & Co., 1972.
- Hughes, G.E., and Londey, D.G. The Element of Formal Logic. London : Methuen & Co., 1965.
- Kahane, Howard. Logic and Philosophy, A Modern Introduction. 2d ed. California : Wadsworth Publishing Company, 1978.
- Kneale, William, and Kneale, Martha. The Development of Logic. Great Britain : Oxford University Press, 1971.
- Mates, Benson. Elementary Logic. New York : Oxford University Press, 1965.
- Shoenfield, Joseph R. Mathematical Logic. U.S.A.: Addison-Wesley Publishing Company, 1973.

บทความ

- Blumberge, Albert E., "Logic, Modern". The Encyclopedia of Philosophy. Vol.5(1967): 22-30
- Brody, Boruch A. "Logical Term, Glossary of". The Encyclopedia of Philosophy. Vol.5(1967): 57

- Hamlyn, D.W. "Contingent and Necessary Statements". The Encyclopedia of Philosophy. Vol.2(1967) : 198-204
- Prior, A.N. "Logic,Modal". The Encyclopedia of Philosophy. Vol.5 (1967) : 5-12
- Russel, L.J. "Leibniz, Gottfried Wilhelm". The Encyclopedia of Philosophy. Vol.4(1967) : 426-427



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

ลักษณะทั่วไปของตรรกวิทยาประเภทระบบสัจพจน์ (axiom system)

ระบบสัจพจน์โดยทั่วไป ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วนคือ

1) สัญลักษณ์ (symbol) คือเครื่องหมายต่างๆที่ใช้ในระบบ

2) สูตร (formula) หรือ นิพจน์ คือสัญลักษณ์จำนวนจำกัดที่จัดระเบียบ

ตามวิธีการของระบบ

3) กฎการอนุมาน (rule of inference) คือกฎการหาสูตรใหม่จาก

สูตรที่มีอยู่เดิม

สำหรับในตรรกวิทยา ลักษณะของตรรกวิทยาประเภทระบบสัจพจน์นั้น ก็ ประกอบด้วย 3 ส่วนนี้เหมือนกัน ในแต่ละส่วนก็มีส่วนย่อยลงไปอีกดังนี้

1. สัญลักษณ์ ประกอบด้วย

1.1 สัญลักษณ์พื้นฐาน (primitive symbol) ได้แก่

1) ตัวแปรประพจน์ (propositional variables)

p, q, r, ... อาจใช้ตัวอักษรอย่างอื่นก็ได้ ตัวอักษรเหล่านี้แทน

ประพจน์ (proposition) ใดๆ

2) ตัวเชื่อม (operator) ได้แก่

~ เรียกว่า ตัวเชื่อมปฏิเสธ (negation)

∨ " ตัวเชื่อมให้เลือกร (disjunction)

1.2 สัญลักษณ์นิยาม (defined symbol) ได้แก่ ตัวเชื่อมต่อไปนี้

	นิยามว่า	p . q	แทน $\sim(\sim p \vee \sim q)$
\longrightarrow	"	p \longrightarrow q	" $\sim p \vee q$
\longleftrightarrow	"	p \longleftrightarrow q	" $(p \longrightarrow q) . (q \longrightarrow p)$

หมายเหตุ การใช้เครื่องหมายคว่ำเชื่อมในแต่ละระบบของตรรกวิทยาประเภทนี้ มีไร้แตกต่างกันมาก ในวิทยานิพนธ์นี้ผู้ทำวิทยานิพนธ์เลือกใช้ความใจชอบและสะดวกในการเขียน อีกอย่างหนึ่งการเลือกคว่ำเชื่อมใดเป็นพื้นฐานนั้น แต่ละระบบก็เลือกใช้ต่างกัน

2. สูตร คือสัญลักษณ์จำนวนจำกัดที่วางเรียงกัน เช่น p , $(p \vee q)$, $(p \cdot q)$, $\sim p$, $pq \vee$ สูตรเหล่านี้บางสูตรเรียงกันอย่างไม่เรียบร้อย (ill-formed formula) เช่น $pq \vee$ บางสูตรเรียงตามระเบียบ เรียกว่า สูตรมาตรฐาน (well-formed formula) เช่น $(p \vee q)$, $(\sim q)$ เป็นต้น กฎในการเรียงสัญลักษณ์ทำให้เป็นสูตรมาตรฐานเรียกว่ากฎการสร้างสูตร (formation rule)

กฎการสร้างสูตร มีดังนี้

- 1) ตัวแปรประพจน์แต่ละตัวเป็นสูตรมาตรฐาน
 - 2) ถ้า p เป็นสูตรมาตรฐาน $\sim p$ ก็เป็นสูตรมาตรฐาน
 - 3) ถ้า p และ q เป็นสูตรมาตรฐาน $(p \vee q)$ เป็นสูตรมาตรฐาน
- สูตรที่จะใช้ในระบบต้องเป็นสูตรมาตรฐานเท่านั้น
- สูตรมาตรฐานยังแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ

- (1) สัจพจน์ (axiom) เป็นสูตรมาตรฐานที่ยอมรับว่าจริงสมบูรณ์ในระบบโดยไม่ต้องพิสูจน์ แต่ละระบบอาจยอมรับสัจพจน์ต่างกัน และจำนวนสัจพจน์มากน้อยต่างกัน
- (2) ทฤษฎีบท (theorem) เป็นสูตรมาตรฐานใหม่ที่ได้อมาจากสัจพจน์โดยใช้กฎการอนุมาน

3. กฎการอนุมาน กฎการอนุมานในแต่ละระบบอาจแตกต่างกันได้ ทฤษฎีบทที่ได้จะจริงสมบูรณ์ ก็ต่อเมื่อสัจพจน์ทุกอันจริงสมบูรณ์ และกฎการอนุมานรักษาสภาพของความจริงสมบูรณ์ไว้ (preserve validity) กฎการอนุมานที่ใช้กันมาก (และระบบที่เสนอในวิทยานิพนธ์นี้) มี 2 กฎคือ

1) กฎการแทนที่ (rule of substitution) ซึ่งกล่าวว่าถ้า X เป็นสูตรมาตรฐานที่จริงสมบูรณ์ (เป็นทฤษฎีบท) และ α เป็นสูตรมาตรฐานใน X เมื่อ Y คือผลของการแทนที่ α ด้วย β ใน X Y จะเป็นสูตรมาตรฐานที่จริงสมบูรณ์ (เป็นทฤษฎีบท) ด้วย

2) กฎการยืนยันเงื่อนไข (modus ponens) กล่าวว่า ถ้า X เป็นสูตรมาตรฐานที่จริงสมบูรณ์ และ $X \longrightarrow Y$ เป็นสูตรมาตรฐานที่จริงสมบูรณ์ จะได้ว่า Y เป็นสูตรมาตรฐานที่จริงสมบูรณ์ด้วย

(สำหรับในตรรกวิทยาโมดัลนั้น เพิ่มกฎการอนุมานเข้าไปอีกจำนวนหนึ่ง) จากการใช้กฎการอนุมานเหล่านี้ และสัจพจน์ที่ยอมรับ จะได้ทฤษฎีบท (หรือสูตรมาตรฐานที่จริงสมบูรณ์) หรือสัจประพจน์ (tautology) มาจำนวนหนึ่ง

สำหรับสัจพจน์ในแต่ละระบบนั้นมีหลักการว่าต้องมีสัจพจน์ให้น้อยที่สุดแต่เพียงพอที่จะพิสูจน์สูตรที่จริงสมบูรณ์ได้ทุกสูตร (สามารถพิสูจน์สัจประพจน์ได้หมด) และสัจพจน์ของระบบจะต้องเป็นอิสระ (independent) คือไม่สามารถที่จะดึงมา (derive) จากสัจพจน์อื่นใดในระบบ เมื่อใช้กฎการอนุมานของระบบ ถ้าพบว่าสัจพจน์ใดมีสัจพจน์บางอันไม่เป็นอิสระ สัจพจน์อันนั้นจะถูกคัดออกจากการเป็นสัจพจน์ (แต่ยังเป็นทฤษฎีบทของระบบ) อีกอย่างหนึ่งสัจพจน์ที่ยอมรับเหล่านั้นต้องทดสอบแล้วว่าจริงสมบูรณ์ (ตามวิธีการทดสอบของระบบ)

ตรรกวิทยาประเภทระบบสัจพจน์นี้ แบ่งออกเป็น 2 ภาคคือ (1) ภาคตรรกวิทยาของประพจน์ (propositional calculus) และ (2) ภาคตรรกวิทยาของเพอเดม (predicate calculus) ในแต่ละภาคยังแบ่งออกเป็น 2 ส่วนซึ่งสามารถศึกษาแยกกันได้คือ

1. ไวยากรณ์ภาค (syntax) คือโครงสร้างของระบบ หรือเป็นไวยากรณ์หรือกฎเกณฑ์ของภาษาของระบบ หรืออาจกล่าวได้ว่าคือวิธีการเอาสัญลักษณ์ของระบบมาสัมพันธ์กัน ซึ่งประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้

1) สัจพจน์ คือสูตรมาตรฐานที่จริงสมบูรณ์ ระบบหนึ่งๆ จะเลือกสัจพจน์มาจำนวนหนึ่งมาอย่างน้อยต่างกันในแต่ละระบบ สัจพจน์ประกอบขึ้นด้วยสัญลักษณ์ต่างๆ ของระบบ

2) ข้อพิสูจน์ (proof) คือวิธีการหาสูตรมาตรฐานใหม่ที่จริงสมบูรณ์ จากสูตรมาตรฐานเดิมที่จริงสมบูรณ์ (สัจพจน์) โดยใช้กฎการอนุมาน

3) ทฤษฎีบท (theorem) คือสูตรมาตรฐานสูตรสุดท้ายของข้อพิสูจน์ ทฤษฎีบทก็คือสัจประพจน์นั่นเอง

2. อรรถภาค (semantics) คือส่วนที่บอกความหมายของสิ่งต่างๆ ของระบบซึ่งประกอบด้วย

1) อรรถการ (interpretation) คือการให้ความหมายของสัญลักษณ์ต่างๆ ที่ใช้ในระบบ

2) ความจริง (truth) คือการกำหนดว่า สูตรมาตรฐานสูตรหนึ่งเป็นจริงหรือเท็จในกรณีใด ในตรรกวิทยาคลาสสิกกำหนดโดยใช้ตารางความจริงของแต่ละตัวเชื่อม

3) ความจริงสมบูรณ์ (validity) คือการกำหนดความภายในใจเงื่อนไข เช่นไร ที่สูตรมาตรฐานสูตรหนึ่งจะจริงสมบูรณ์ พร้อมด้วยวิธีการตรวจสอบ

ความสอดคล้องในระบบ (consistency) และ ความสมบูรณ์ (completeness) ของระบบ

1. ความสอดคล้องในระบบ ระบบที่จะยอมรับได้นั้นต้องมีคุณสมบัติที่สำคัญมากที่สุดอย่างหนึ่งคือ ความสอดคล้องในระบบ ระบบตรรกวิทยาประเภทระบบสัจพจน์ใด สอดคล้องในระบบก็ต่อเมื่อ (if and only if) สูตรที่ขัดแย้งกันไม่สามารถพิสูจน์ได้จากสัจพจน์ของระบบโดยใช้กฎการอนุมานของระบบ นั่นคือ ถ้า p เป็นทฤษฎีบทของระบบ แล้ว $\sim p$ จะไม่เป็นทฤษฎีบทของระบบนั้น เพราะถ้าระบบใดมีทั้ง p และ $\sim p$ เป็นทฤษฎีบท จะเป็นระบบที่ขัดแย้งตัวเอง ซึ่งไม่มีค่าอะไร อนึ่งความสอดคล้องในระบบมีหลายความหมาย ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้ความหมายที่กล่าวนี้เท่านั้น

2. ความสมบูรณ์ ระบบตรรกวิทยาที่ถูกต้องเป็นระบบที่สมบูรณ์ ระบบตรรกวิทยาประเภทระบบสัจพจน์ระบบโคสมบูรณ์ก็คือเมื่อ ทุกสูตรที่จริงสมบูรณ์สามารถพิสูจน์ได้ในระบบ ทุกอีกอย่างหนึ่งก็คือ ระบบหนึ่งสมบูรณ์ก็คือเมื่อทุกสูตรที่จริงสมบูรณ์เป็น คุณสมบัติของระบบ (คำว่าสูตร หมายถึงเฉพาะสูตรที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์ของระบบเท่านั้น) ระบบตรรกวิทยาคลาสสิก ระบบหนึ่งสมบูรณ์เมื่อสัจประพจน์ทุกอันสามารถพิสูจน์ได้ในระบบ

สำหรับตรรกวิทยาโมดัล ก็เป็นประเภทระบบสัจพจน์เช่นเดียวกัน แต่ต่างกันที่ตรรกวิทยาโมดัลมีตัวเชื่อมเพิ่มเข้ามาอีก 2 อย่าง ซึ่งทำให้วิธีการกำหนดว่าสูตรหนึ่งจริงหรือเท็จต่างจากในตรรกวิทยาคลาสสิก และเนื่องจากสัญลักษณ์ของตัวเชื่อมมีความหมายทางปรัชญาที่มีข้อยอมรับต่างกัน การยอมรับสัจพจน์จึงต่างกันในแต่ละระบบ นอกจากนี้ในตรรกวิทยาคลาสสิกมีอรรถภาคเดียว จึงไม่มีปัญหายุ่งยาก ในตรรกวิทยาโมดัลมีหลายอรรถภาค จึงนิยามความจริงสมบูรณ์ต่างกันในแต่ละระบบ สำหรับวิธีการตรวจสอบความจริงสมบูรณ์ของสูตรในระบบตรรกวิทยาโมดัลนั้นไม่ได้แสดงไว้ในวิทยานิพนธ์นี้

ศูนย์วิทยพัชกร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียน

นายสวัสดิ์ สุวรรณสังข์ เกิดวันที่ 21 พย. 2487 ณ จังหวัดนครศรีธรรม
 ราช จบปริญญาตรีทางการศึกษา (กศ.บ.) วิชาเอกคณิตศาสตร์ ณ วิทยาลัยวิชาการศึกษา
 ในปี พ.ศ. 2515 ได้เป็นครูทำการสอนมาแล้ว 10 ปี
 ปัจจุบัน เป็นอาจารย์วิทยาลัยครูภูเก็ต



ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย