บทที่ 2

หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ โดยจะกล่าวถึงการวิเคราะห์โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กภายใต้แผ่นดินไหว, หลักการวิเคราะห์โครงสร้างภายใต้แรงผลักด้านข้าง, แบบจำลองที่ใช้ในการวิเคราะห์พฤติกรรมของอาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก และ การวิเคราะห์ความเสียหายและค่าความต้านทานของหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งพิจารณาในรูปความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้ง

2.1 หลักการวิเคราะห์โครงสร้างภายใต้แผ่นดินไหว

2.1.1 สมการการเคลื่อนที่ของโครงสร้างภายใต้แผ่นดินไหว

ในการวิเคราะห์โครงสร้างในเชิงพลศาสตร์ของระบบที่มีระดับขั้นเสรีเดียว ดังแสดงในรูปที่ 2.1 จะประกอบด้วยมวลของโครงสร้าง m, สติฟเนส k, และตัวหน่วงของโครงสร้างซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ของความหน่วงเท่ากับ c แรงภายในของระบบประกอบด้วย แรงเฉื่อย (inertia force, $f_I = m\ddot{u}$) แรงเนื่องจากการเคลื่อนที่ของชิ้นส่วนโครงสร้าง (restoring force, f_s) และแรงหน่วง (damping force, $f_D = c\dot{u}$) จากรูปที่ 2.1 สามารถเขียนสมการสมดุลได้เป็น

$$f_I + f_D + f_S = p(t) \tag{2.1}$$

โดยที่

$p(t)$ เป็นแรงภายนอกที่มีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลา

$\ddot{u}, \dot{u}$ และ u เป็นความเร่ง ความเร็ว และการเปลี่ยนตำแหน่งของโครงสร้างตามลำดับ

สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมในช่วงอิลาสติกเชิงเส้น (linear elastic) ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเนื่องจากสติฟเนสกับการเปลี่ยนตำแหน่งจะเป็นเส้นตรงตามกฎของฮุค (Hook's law) เขียนได้เป็น

$$f_S = ku \tag{2.2}$$

สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมในช่วงอินอิลาสติก ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเนื่องจากสติฟเนสกับการเปลี่ยนตำแหน่งจะไม่เป็นแบบเชิงเส้น แต่จะขึ้นกับค่าการเปลี่ยนตำแหน่งและการ

เปลี่ยนแปลงของการเปลี่ยนตำแหน่งเขียนได้เป็น

$$f_S = f_S(u,\dot{u}) \tag{2.3}$$

สามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ (equation of motion) ได้เป็น

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_S = p(t) \tag{2.4}$$

โดยที่

$f_S = ku$ สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมช่วงอิลาสติกเชิงเส้น

$f_S = f_S(u,\dot{u})$ สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมช่วงอินอิลาสติก

การวิเคราะห์โครงสร้างภายใต้แรงกระทำเนื่องจากแผ่นดินไหว เมื่อเกิดการเคลื่อนที่ที่ฐานของโครงสร้าง ถ้าให้ u^t เป็นการเคลื่อนที่ทั้งหมดของโครงสร้าง u_g เป็นการเคลื่อนที่ของพื้นดิน และ u เป็นการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของโครงสร้างกับพื้นดิน แสดงดังรูปที่ 2.2 สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ได้เป็น

$$u^t(t) = u(t) + u_g(t) \tag{2.5}$$

จากสมการ (2.4) เมื่อแรงภายนอกมีค่าเท่ากับศูนย์ และ $f_I = m\ddot{u}^t$ สามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ (equation of motion) ได้เป็น

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_S = -m\ddot{u}_g(t) \tag{2.6}$$

โดยที่

$f_S = ku$ สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมช่วงอิลาสติกเชิงเส้น

$f_S = f_S(u,\dot{u})$ สำหรับโครงสร้างที่มีพฤติกรรมช่วงอินอิลาสติก

สำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างในเชิงพลศาสตร์ของระบบที่มีระดับขั้นความเสรีหลายขั้น สามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองได้ดังสมการ

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K_t]\{u\} = P(t) \tag{2.7}$$

โดยที่

$[M]$ เป็นเมตริกซ์ของมวล

$[C]$ เป็นเมตริกซ์ของค่าคงตัวการหน่วง

$[K_t]$ เป็นเมตริกซ์สติฟเนสของโครงสร้างที่รวมสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อย โดยในงานวิจัยนี้จะ ได้จากการวิเคราะห์โดยใช้แบบจำลองไฟเบอร์

$P(t)$ เป็นเวคเตอร์ของแรงกระทำภายนอก

$\{u\},\{\dot{u}\},\{\ddot{u}\}$ เป็นเวคเตอร์ของการเคลื่อนที่ ความเร็ว และ ความเร่งสัมพัทธ์

สำหรับเมตริกซ์ของค่าคงตัวการหน่วง $[C]$ ถ้าสมมติให้เมตริกซ์ของค่าคงตัวการหน่วงเป็นสัดส่วนกับเมตริกซ์ของมวลหรือสติฟเนส หรือเป็นสัดส่วนกับผลรวมเชิงเส้นของเมตริกซ์มวลและสติฟเนส จะเรียกเมตริกซ์นี้ว่าเมตริกซ์การหน่วงสัดส่วน (Rayleigh damping matrix) ดังนั้น

$$[C]=\alpha[m]+\beta[k] \tag{2.8}$$

เมื่อ

$$\alpha=\frac{4\pi f_1 f_2(f_1h_2-f_2h_1)}{f_1^2-f_2^2} \tag{2.9}$$

$$\beta=\frac{f_1h_1-f_2h_2}{\pi\left(f_1^2-f_2^2\right)} \tag{2.10}$$

f_1 เป็นความถี่ในโหมดการสั่นที่ 1 สำหรับการสร้างเมตริกซ์การหน่วงสัดส่วน

f_2 เป็นความถี่ในโหมดการสั่นที่ 2 สำหรับการสร้างเมตริกซ์การหน่วงสัดส่วน

h_1 เป็นอัตราส่วนความหน่วง (damping ratio) ในโหมดการสั่นที่ 1

h_2 เป็นอัตราส่วนความหน่วง (damping ratio) ในโหมดการสั่นที่ 2

2.1.2 การหาการตอบสนองของโครงสร้างโดยวิธีอินทิเกรทเชิงตัวเลข

การหาการตอบสนองของโครงสร้างพลศาสตร์ของระบบที่มีลักษณะเชิงเส้นและไม่เชิงเส้นมีด้วยกันหลายวิธี การอินทิเกรทเชิงตัวเลข หรือ การอินทิเกรทโดยตรง (Direct integration) เป็นอีกวีธีหนึ่งที่มีประสิทธิภาพ ให้ความแม่นยำสูง และเป็นวิธีที่นิยมใช้ ในการวิเคราะห์จะมีหลักการที่ใช้ในการวิเคราะห์ที่น่าสนใจอยู่ 2 วิธี

1. วิธีค่าความเร่งแบบผันแปรเชิงเส้น (Linear acceleration method)

สำหรับวิธีการนี้จะกำหนดให้ความเร่งมีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับเวลาใดๆ ในช่วงเวลา Δt โดยกำหนดให้ t_i และ $t_i+\Delta t$ คือเวลาเริ่มต้นและเวลาสุดท้ายในช่วงเวลา Δt จากรูปที่ 2.3 สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ของความเร่งได้ดังนี้

$$\ddot{u}(t)=\ddot{u}_i+\frac{\Delta\ddot{u}_i}{\Delta t}(t-t_i) \tag{2.11}$$

โดยค่า $\Delta\ddot{u}$ หาได้จากสมการ

$$m\Delta\ddot{u}_i+c_i\Delta\dot{u}_i+k_i\Delta u_i=\Delta F_i \tag{2.12}$$

เมื่อทำการอินทิเกรทสมการที่ 2.11 ในช่วง t_i และ t

$$\dot{u}(t)=\dot{u}_i+\ddot{u}_i\left(t-t_i\right)+\frac{1}{2}\frac{\Delta\ddot{u}_i}{\Delta t}\left(t-t_i\right)^2 \qquad (2.13)$$

และ

$$u(t)=u_i+\dot{u}_i\left(t-t_i\right)+\frac{1}{2}\ddot{u}_i\left(t-t_i\right)^2+\frac{1}{6}\frac{\Delta\ddot{u}_i}{\Delta t_{\ i}}\left(t-t_i\right)^3 \qquad (2.14)$$

จากสมการที่ 2.13 และ 2.14 เมื่อแทนเวลา $t=t_i+\Delta t$ จะได้

$$\Delta\dot{u}_i=\ddot{u}_i\Delta t+\frac{1}{2}\Delta\ddot{u}_i\Delta t \qquad (2.15)$$

และ

$$\Delta u_i=\dot{u}_i\Delta t+\frac{1}{2}\ddot{u}_i\Delta t^2+\frac{1}{6}\Delta\ddot{u}_i\Delta t^2 \qquad (2.16)$$

จากสมการที่ 2.16 จะได้

$$\Delta\ddot{u}_i=6\frac{\Delta u_i}{\Delta t^2}-6\frac{\dot{u}_i}{\Delta t}-3\ddot{u}_i \qquad (2.17)$$

เมื่อแทนสมการที่ 2.17 ใน 2.15 จะได้

$$\Delta\dot{u}_i=3\frac{\Delta u_i}{\Delta t}-3\dot{u}_i-\frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_i \qquad (2.18)$$

แทนค่าสมการที่ 2.17 และ 2.18 ในสมการการเคลื่อนที่ และจัดให้อยู่ในเทอม

$$\bar{k}_i\Delta u_i=\Delta\bar{F}_i \qquad (2.19)$$

โดยที่

$$\bar{k}_i=k_i+\frac{6m}{\Delta t^2}+\frac{3c_i}{\Delta t} \qquad (2.20)$$

$$\Delta\bar{F}_i=\Delta F_i+m\left\{\frac{6\dot{u}_t}{\Delta t}+3\ddot{u}_i\right\}+c_i\left\{3u_i+\frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_i\right\} \qquad (2.21)$$

จากสมการที่ 2.19 สามารถหาการกระจัดที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลา Δt ได้ดังนี้

$$\Delta u_i=\frac{\Delta\bar{F}_i}{k_i} \qquad (2.22)$$

และหาการกระจัด, ความเร็ว และความเร่ง ที่ช่วงเวลาถัดไปได้จาก

$$u_{i+1}=u_i+\Delta u_i$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta\dot{u}_i$$
$$\ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + \Delta\ddot{u}_i \tag{2.23}$$

2. วิธีค่าความเร่งคงที่ (Constant acceleration method)

สำหรับวิธีนี้ จะกำหนดให้ความเร่งมีค่าคงที่ตลอดช่วงเวลา Δt ที่เพิ่มขึ้น t_i และ t_i+1 คือเวลาเริ่มต้นและเวลาสุดท้าย ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลาจาก t_i ถึง t_i+1 จากรูปที่ 2.4 สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ของความเร่งได้ดังนี้

$$\ddot{u}(\tau) = \frac{1}{2}\left(\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1}\right) \tag{2.24}$$

โดย τ คือเวลาใดๆในช่วง t_i และ t_i+1

เมื่อทำการอินทิเกรทสมการที่ 2.24 จะได้

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \left(\frac{\Delta t_i}{2}\right)\left(\ddot{x}_i + \ddot{x}_{i+1}\right) \tag{2.25}$$

และ

$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i\left(\Delta t_i\right) + \left(\frac{\Delta t_i^2}{4}\right)\left(\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1}\right) \tag{2.26}$$

ถ้าให้ส่วนที่เพิ่มขึ้นคือ Δ ดังนั้น

$$\Delta\ddot{u}_i = \ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i,\ \ \Delta u_i = u_{i+1} - u_i,\ \ \Delta\dot{u}_i = \dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i$$

ดังนั้นสมการที่ 2.25 และ 2.26 เขียนในเทอม $\Delta\ddot{u}_i$ ได้ดังนี้

$$\Delta\ddot{u}_i = \left(\frac{4}{\Delta t_i^2}\right)\left(\Delta u_i - \dot{u}_i\Delta t_i\right) - 2\ddot{u}_i \tag{2.27}$$

และ

$$\Delta\dot{u}_i = \left(2/\Delta t_i\right)\Delta u_i - 2\dot{u}_i \tag{2.28}$$

แทนค่าสมการที่ 2.27 และ 2.28 ในสมการการเคลื่อนที่ และจัดให้อยู่ในเทอม

$$\overline{k}_i \Delta u_i = \Delta\overline{F}_i \tag{2.29}$$

โดยที่

$$\overline{k}_i = k_i + \frac{2c}{\Delta t_i} + \frac{4m}{\Delta t_i^2} \tag{2.30}$$

และ

$$\Delta\bar{F}_i = \Delta F_i + \left\{\frac{4m}{\Delta t_i} + 2c\right\}\dot{u}_i + 2m\ddot{u}_i \tag{2.31}$$

และหาการกระจัด, ความเร็ว และความเร่ง ที่ช่วงเวลาถัดไปได้จาก

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_i$$
$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta\dot{u}_i$$
$$\ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + \Delta\ddot{u}_i \tag{2.32}$$

ในการแก้ปัญหาของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยการอินทิเกรทเชิงตัวเลข หรือการอินทิเกรทโดยตรงจะนิยมใช้วิธีการของนิวมาร์คแบบเบตา (Newmark-beta) ซึ่งพัฒนาโดย Newmark (1959) ถ้ากำหนดให้ความเร่งและความเร็วที่เวลา $t+\Delta t$ เท่ากับ

$$\Delta\dot{u}_i = \left[1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right]\ddot{u}_i\Delta t - \frac{\gamma}{\beta}\dot{u}_i + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\Delta u_i \tag{2.33ก}$$

$$\Delta\ddot{u}_i = \frac{1}{\gamma\Delta t}\Delta\dot{u}_i - \frac{1}{\gamma}\ddot{u}_i \tag{2.33ข}$$

ถ้าเลือก γ =1/2 และ β =1/6 สมการที่ 2.33ก และ 2.33ข จะลดรูปเป็นการอินทิเกรทเชิงตัวเลขด้วยวิธีความเร่งแปรผันแบบเชิงเส้น (linear acceleration method) และถ้าเลือก γ =1/2 และ β =1/4 การอินทิเกรทเชิงตัวเลขจะเป็นวิธีความเร่งคงที่ (constant acceleration method) ตามที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 2.1.2

สำหรับการแก้ปัญหาสมการสมดุลแบบไม่เชิงเส้นจะใช้วิธีการวนซ้ำแบบนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson iteration) ในวิธีการนี้การเคลื่อนที่ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขสมดุล ณ เวลา $t+\Delta t$ สามารถหาได้จากสมการที่ใช้ประมาณค่าดังนี้

$$\left[\bar{k}_i\right]_{t+\Delta t}^{i-1}\left\{\Delta u_i\right\}^i = \left\{R_i\right\}_{t+\Delta t} - \left\{R_i'\right\}_{t+\Delta t}^{i-1} \tag{2.34}$$

โดยที่

$\left[\bar{k}_i\right]_{t+\Delta t}^{i-1}$ เป็นเมตริกซ์สติฟเนสสัมผัสที่รอบของการแทนค่าวนซ้ำที่ $i-1$

$\left\{\Delta u_i\right\}^i$ เป็นเวกเตอร์ของการเคลื่อนที่ที่เพิ่มขึ้นที่รอบของการแทนค่าวนซ้ำที่ i

$\left\{R_i\right\}_{t+\Delta t}$ เป็นเวกเตอร์ของแรงกระทำภายนอก

$\left\{R_i'\right\}_{t+\Delta t}^{i-1}$ เป็นเวกเตอร์ของแรงกระทำที่สอดคล้องกับหน่วยแรงของชิ้นส่วนที่รอบของการแทนค่าวนซ้ำที่ $i-1$

ในวิธีการของการวนซ้ำแบบนิวตัน-ราฟสันสติฟเนสเมตริกซ์ของแบบจำลองจะถูกปรับค่าทุกๆรอบของการแทนค่าวนซ้ำ ดังสมการที่ 2.34 ซึ่งทำให้ใช้เวลาในการคำนวณมากและไม่เหมาะสำหรับปัญหาบางอย่าง ดังนั้นจึงมีการพัฒนาเป็นแบบการวนซ้ำแบบนิวตัน – ราฟสันที่ได้ปรับปรุง (modified Newton-Raphson iteration) ขึ้น โดยสติฟเนสเมตริกซ์จะถูกปรับค่าทุกๆรอบของการแทนค่าวนซ้ำที่แน่นอน ซึ่งจะทำให้ได้ผลเฉลยที่ลู่เข้าและใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่า วิธีการคำนวณทั้งสองวิธีสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.5 แต่สำหรับงานวิจัยนี้เนื่องจากในการวิเคราะห์ได้ใช้แบบจำลองไฟเบอร์ในการจำลองพฤติกรรมไม่เชิงเส้นขององค์อาคาร ซึ่งเมื่อเกิดความไม่เชิงเส้นในชิ้นส่วนย่อยจำนวนมากจะทำให้คำตอบที่ได้ไม่ลู่เข้า ดังนั้นในการแก้ปัญหาสมการสมดุลแบบไม่เชิงเส้นจะไม่ใช้การแทนค่าวนซ้ำ (no iteration) แต่จะทำการแบ่งช่วงเวลา (time interval) ที่ใช้ในการอินทิเกรทให้ถี่ขึ้น โดยเลือกช่วงเวลาที่มีค่ามากและได้คำตอบที่มีค่าลู่เข้าเหมือนกับช่วงเวลาที่มีค่าน้อย และทำการปรับค่าสติฟเนสเมตริกซ์ขึ้นใหม่ทุกๆรอบของการอินทิเกรท โดยจะนำแรงที่ไม่สมดุล (unbalanced force) ยกไปไว้ในเวลาขั้นถัดไป

2.2 หลักการวิเคราะห์โครงสร้างภายใต้แรงผลักด้านข้าง

2.2.1 การสร้างรูปเมตริกซ์สติฟเนสของโครงสร้าง

สำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างภายใต้แรงผลักด้านข้างของงานวิจัยนี้ จะใช้โปรแกรม TDAP version3 ในการวิเคราะห์ โดยจะใช้การวิเคราะห์ด้วยวิธีสติฟเนส (Stiffness method) ซึ่งกำหนดให้การเปลี่ยนตำแหน่งเป็นตัวไม่รู้ค่า และจะต้องคำนวณหามาก่อนแล้วจึงใช้ความสัมพันธ์ระหว่างเมตริกซ์สติฟเนสกับการเปลี่ยนตำแหน่งคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงสร้างต่อไป สำหรับสมการพื้นฐานที่ใช้ในการคำนวณคือ

$$\left[K_t\right]\left\{\Delta u\right\} = \left\{\Delta F\right\} \tag{2.35}$$

เมื่อ

$\left[K_t\right]$ เป็นเมตริกซ์สติฟเนสที่แต่ละขณะของระบบโครงสร้างรวม

$\left\{\Delta u\right\}$ เป็นเวกเตอร์ของการเปลี่ยนตำแหน่งภายนอกที่แต่ละขณะ

$\left\{\Delta F\right\}$ เป็นเวกเตอร์ของแรงกระทำภายนอกที่แต่ละขณะ

ซึ่ง $[K_t]$ คือผลรวมของเมตริกซ์สติฟเนสของชิ้นส่วนย่อยหาได้จากแบบจำลองไฟเบอร์ในระบบพิกัดรวม ซึ่งแปลงมาจากระบบพิกัดเฉพาะโดยใช้เมตริกซ์แปลงพิกัด (coordinate transformation matrix)

ดังนั้นเมื่อแรงในระบบพิกัดเฉพาะสามารถแปลงเป็นระบบพิกัดรวมได้ดังสมการ

$$\{\Delta\bar{F}\} = [L]\{\Delta F\} \tag{2.36}$$

$$\{\Delta F\} = [L]^{-1}\{\Delta\bar{F}\} \tag{2.37}$$

ในทำนองเดียวกันการเปลี่ยนตำแหน่ง ก็สามารถแปลงจากระบบพิกัดรวมมาเป็นระบบพิกัดเฉพาะได้เหมือนกับแรง

$$\{\Delta\bar{u}\} = [L]\{\Delta u\} \tag{2.38}$$

เมื่อ

$[L]$ คือ เมตริกซ์แปลงพิกัด

แต่
$$\{\Delta\bar{F}\} = [\bar{K}_t]\{\Delta\bar{u}\} \tag{2.39}$$

ดังนั้น
$$\{\Delta F\} = [L]^T[\bar{K}_t]\{\Delta\bar{u}\} \tag{2.40}$$

$$\{\Delta F\} = [L]^T[\bar{K}_t][L]\{\Delta u\} \tag{2.41}$$

หรือ
$$\{\Delta F\} = [K_t]\{\Delta u\} \tag{2.42}$$

เมื่อ
$$[K_t] = [L]^T[\bar{K}_t][L] \tag{2.43}$$

หลังจากที่ได้ค่าเมตริกซ์สติฟเนสของโครงสร้างแล้วก็นำไปวิเคราะห์หาการเคลื่อนที่หรือการเปลี่ยนตำแหน่ง แรงปฏิกิริยา และแรงภายในโครงสร้างเช่น

การเปลี่ยนตำแหน่ง
$$\{\Delta u\} = [K_t]^{-1}\{\Delta F\} \tag{2.44}$$

2.2.2 การหาการตอบสนองของโครงสร้างโดยวิธีอินทิเกรทเชิงตัวเลข

สำหรับการแก้ปัญหาของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยการอินทิเกรทเชิงตัวเลข จะใช้วิธีการของนิวมาร์คแบบเบตาดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 2.1.2 แต่สำหรับในการวิเคราะห์ผลักด้านข้างซึ่งเป็นการวิเคราะห์แบบสถิต จะไม่พิจารณาผลของความเร็ว, แรงเฉื่อย (inertia force)

และแรงหน่วง (damping force) ของโครงสร้าง ดังนั้นจึงทำให้สมการที่ใช้ในการคำนวณคือ สมการที่ 2.35 ซึ่งในการแก้ปัญหาสมการสมดุลแบบไม่เชิงเส้นจะมีลักษณะเช่นเดียวกับการวิเคราะห์เชิงพลศาสตร์คือ จะไม่ใช้การแทนค่าวนซ้ำแต่จะทำการแบ่งช่วงเวลาที่ใช้ในการอินทิเกรทให้ถี่ขึ้น โดยเลือกช่วงเวลาที่มีค่ามากและได้คำตอบที่มีค่าลู่เข้าเหมือนกับช่วงเวลาที่มีค่าน้อย และทำการปรับค่าสติฟเนสเมตริกซ์ขึ้นใหม่ทุกๆรอบของการอินทิเกรท โดยจะนำแรงที่ไม่สมดุลยกไปไว้ในเวลาขั้นถัดไป

2.3 แบบจำลองที่ใช้ในการจำลองพฤติกรรมไม่เชิงเส้นของชิ้นส่วนอาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก

การวิเคราะห์โครงสร้างที่มีพฤติกรรมแบบไม่เชิงเส้น มีความยุ่งยากและซับซ้อนมากกว่ากรณีโครงสร้างที่มีพฤติกรรมแบบเชิงเส้น เนื่องจากการลดลงของสติฟเนสและกำลังต้านทานหน้าตัดที่มีผลมาจากแรงกระทำที่มีลักษณะกลับไปกลับมา ดังนั้นในการศึกษาเชิงตัวเลขจึงจำเป็นจะต้องมีการจำลองลักษณะต่างๆของชิ้นส่วนอาคาร และสามารถอธิบายพฤติกรรมของชิ้นส่วนอาคารเมื่อมีพฤติกรรมแบบไม่ยืดหยุ่นได้ สำหรับงานวิจัยนี้ใช้คอมพิวเตอร์โปรแกรม TDAP version 3 ในการวิเคราะห์โครงสร้างซึ่งเป็นโปรแกรมที่สามารถอธิบายพฤติกรรมของโครงสร้างในช่วงยืดหยุ่นทั้งการวิเคราะห์เชิงพลศาสตร์และการวิเคราะห์ผลักด้านข้างได้ดี และใช้แบบจำลองไฟเบอร์ในการจำลองพฤติกรรมไม่เชิงเส้นขององค์อาคาร ดังนั้นจึงจำเป็นจะต้องศึกษาหลักการและวิธีการวิเคราะห์โดยใช้แบบจำลองไฟเบอร์ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ TDAP version 3

สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์กำหนดให้พื้นของอาคารมีลักษณะแข็งแกร่ง ในการวิเคราะห์โครงสร้างจะถูกจำลองเป็นโครงข้อแข็ง 2 มิติ ที่ไม่คิดผลการบิดของโครงสร้าง และไม่คิดว่ามีการวิบัติเนื่องจากแรงเฉือนเกิดขึ้นในอาคาร และสำหรับสมมติฐานในการวิเคราะห์โดยใช้แบบจำลองไฟเบอร์มีดังนี้

1. ระนาบหน้าตัดขององค์อาคารภายหลังการรับแรงดัดยังคงเป็นเส้นตรง (Plane sections remain plain after bending)

2. การเปลี่ยนรูปของชิ้นส่วนอาคารถือว่ามีค่าน้อย สำหรับวัสดุชนิดเดียวกัน และมีคุณสมบัติเหมือนกันตลอดความยาวชิ้นส่วน

3. การเปลี่ยนรูปเนื่องจากแรงเฉือนมีค่าน้อยมากไม่นำมาพิจารณา

4. ไม่คิดกำลังรับแรงดึงของคอนกรีต ภายหลังเกิดการแตกร้าว

2.3.1 การจำลองเสา ,คาน และการสร้างสมการรูปเมตริกซ์สติฟเนสโดยใช้แบบจำลองไฟเบอร์

ชิ้นส่วนองค์อาคารที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้แก่ เสา และคาน โดยจะแบ่งการจำลองชิ้นส่วนองค์อาคารออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนแรกถูกจำลองเป็นชิ้นส่วนย่อย (element) ที่มีพฤติกรรมในช่วงอิลาสติกเชิงเส้นที่ยังไม่เกิดความเสียหาย และส่วนที่สองถูกจำลองเป็นชิ้นส่วนย่อยที่มีพฤติกรรมในช่วงอินอิลาสติกที่จุดหมุนพลาสติก (plastic hinge) หรือบริเวณที่โครงสร้างเกิดความเสียหายซึ่งมักจะเกิดขึ้นที่ส่วนบนและส่วนล่างของชิ้นส่วนองค์อาคาร ดังแสดงในรูปที่ 2.6 เป็นตัวอย่างความเสียหายที่เกิดขึ้นที่ส่วนบนของเสาคอนกรีตเสริมเหล็ก ที่เกิดการวิบัติเนื่องจากแรงดัด ซึ่งในการจำลองพฤติกรรมไม่เชิงเส้นจะใช้แบบจำลองไฟเบอร์ โดยวิธีแบ่งหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กออกเป็นไฟเบอร์ย่อย และใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของคอนกรีตที่ไม่มีการโอบรัด (unconfined concrete) คอนกรีตที่มีการโอบรัด (confined concrete) และเหล็กเสริม (reinforcement) ในการคำนวณ

สำหรับชิ้นส่วนย่อยที่ใช้ในการคำนวณซึ่งได้แก่ เสา และคาน จะมีดีกรีความอิสระต่อด้านเท่ากับ 3 ได้แก่ การเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตั้งฉากกับแกนของชิ้นส่วนหรือการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากการเฉือน, การเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทางตามแนวแกนของชิ้นส่วนหรือการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากแรงตามแนวแกน และการหมุนของชิ้นส่วนหรือการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากการดัด ดังแสดงในรูปที่ 2.7 การวิเคราะห์สามารถทำได้โดยการแบ่งหน้าตัดขององค์อาคารออกเป็นไฟเบอร์ย่อยๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.8 จากนั้นกำหนดแกนสะเทินแล้วคำนวณหาค่าความโค้ง (curvature) และความเครียดที่เปลี่ยนไปจากขั้นก่อนหน้านี้ที่จุดกึ่งกลางของหน้าตัดดังสมการ

$$\Delta\varepsilon_c = \frac{\Delta u_j - \Delta u_i}{L} \tag{2.45}$$

$$\Delta\phi = \frac{\Delta\theta_j - \Delta\theta_i}{L} \tag{2.46}$$

โดยที่

$\Delta u_i, \Delta u_j$ เป็นการเปลี่ยนตำแหน่งที่เพิ่มขึ้นที่ปลาย i และ j ตามลำดับ

$\Delta\theta_i, \Delta\theta_j$ เป็นมุมหมุนที่เพิ่มขึ้นที่ปลาย i และ j ตามลำดับ

L เป็นความยาวของชิ้นส่วนย่อย

จากสมมติฐานที่ว่า ระนาบหน้าตัดขององค์อาคารยังคงเป็นเส้นตรงภายหลังเกิดการเปลี่ยนรูปและตั้งฉากกับแกนตามยาว (longitudinal axis) ขององค์อาคาร ทำให้สามารถหาความเครียดของไฟเบอร์ (fiber strain) ที่เปลี่ยนไปจากขั้นก่อนหน้านี้ที่ตำแหน่งใดๆได้ดังสมการ (รูปที่ 2.9)

$$\Delta\varepsilon_k = \Delta\varepsilon_c - y_k \cdot \Delta\phi \tag{2.47}$$

เมื่อได้ความเครียดที่เปลี่ยนไปจากขั้นก่อนหน้านี้ในแต่ละไฟเบอร์ย่อย ก็คำนวณหาความเค้นของไฟเบอร์ (fiber stress) ที่เปลี่ยนไปจากขั้นก่อนหน้านี้ จากความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของคอนกรีตและเหล็กเสริม จากนั้นแรงตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดที่เปลี่ยนไปจากขั้นก่อนหน้านี้ของหน้าตัดสามารถหาได้จากการอินทิเกรตความเค้นที่เปลี่ยนไปจากขั้นก่อนหน้านี้ของไฟเบอร์ย่อยทุกๆไฟเบอร์บนหน้าตัดดังสมการ

$$\Delta N = \int_A \Delta\sigma dA = \sum_{n=1}^{k} (\Delta\varepsilon_k E_{kt} A_k) = EA_t^* \Delta\varepsilon_c - EG_t^* \Delta\phi \tag{2.48}$$

$$\Delta M = -\int_A \Delta\sigma y dA = -\sum_{n=1}^{k} (\Delta\varepsilon_k E_{kt} A_k y_k) = -EG_t^* \Delta\varepsilon_c + EI_t^* \Delta\phi \tag{2.49}$$

โดยที่

$$EA_t^* = EA_{ct}^* + EA_{st}^* = \sum_{k=1}^{NFC} (E_{kct} A_{kc}) + \sum_{k=1}^{NFS} (E_{kst} A_{ks}) \tag{2.50}$$

$$EG_t^* = EG_{ct}^* + EG_{st}^* = \sum_{k=1}^{NFC} (E_{kct} A_{kc} y_{kc}) + \sum_{k=1}^{NFS} (E_{kst} A_{ks} y_{ks}) \tag{2.51}$$

$$EI_t^* = EI_{ct}^* + EI_{st}^* = \sum_{k=1}^{NFC} (E_{kct} A_{kc} y_{kc}^2) + \sum_{k=1}^{NFS} (E_{kst} A_{ks} y_{ks}^2) \tag{2.52}$$

k เป็นจำนวนไฟเบอร์ทั้งหมดของหน้าตัด

NFC เป็นจำนวนไฟเบอร์ทั้งหมดของคอนกรีต

NFS เป็นจำนวนไฟเบอร์ทั้งหมดของเหล็กเสริม

A_{kc} เป็นพื้นที่หน้าตัดของไฟเบอร์คอนกรีต

A_{ks} เป็นพื้นที่หน้าตัดของไฟเบอร์เหล็กเสริม

E_{kct} เป็นค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต

E_{kst} เป็นค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม

y_{kc} เป็นระยะห่างของไฟเบอร์คอนกรีตที่วัดจากแนวแกนสะเทิน

y_{ks} เป็นระยะห่างของไฟเบอร์เหล็กเสริมที่วัดจากแนวแกนสะเทิน

แรงเฉือนที่เปลี่ยนไปจากขั้นก่อนหน้านี้หาได้จากสมการ

$$\Delta Q = -\frac{d\Delta M}{dx} \tag{2.53}$$

กำหนดให้

$\Delta N_i = -\Delta N$ เป็นแรงตามแนวแกนที่เพิ่มขึ้นที่ปลาย i

$\Delta N_j = \Delta N$ เป็นแรงตามแนวแกนที่เพิ่มขึ้นที่ปลาย j

$\Delta Q_i = -\Delta Q$ เป็นแรงเฉือนที่เพิ่มขึ้นที่ปลาย i

$\Delta Q_j = \Delta Q$ เป็นแรงเฉือนที่เพิ่มขึ้นที่ปลาย j

$\Delta M_i = -\Delta Q \cdot \frac{L}{2} - \Delta M$ เป็นโมเมนต์ดัดที่เพิ่มขึ้นที่ปลาย i

$\Delta M_j = -\Delta Q \cdot \frac{L}{2} + \Delta M$ เป็นโมเมนต์ดัดที่เพิ่มขึ้นที่ปลาย j

เมื่อรวมสมการทั้งหมดที่กล่าวมาแล้วให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเปลี่ยนตำแหน่งที่เปลี่ยนไปจากขั้นก่อนหน้านี้ของชิ้นส่วนย่อย ทำให้สามารถหาสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยได้ดังนี้

$$\{\Delta f\} = \left[k_t\right]\{\Delta u\} \tag{2.54}$$

โดยที่

$$\{\Delta u\} = \left\{\Delta u_i \quad \Delta v_i \quad \Delta\theta_i \quad \Delta u_j \quad \Delta v_j \quad \Delta\theta_j\right\}^T \tag{2.55}$$

$$\{\Delta f\} = \left\{\Delta N_i \quad \Delta Q_i \quad \Delta M_i \quad \Delta N_j \quad \Delta Q_j \quad \Delta M_j\right\}^T \tag{2.56}$$

และ

$$\left[k_t\right] = \begin{bmatrix} \frac{EA_t^*}{L} & 0 & -\frac{EG_t^*}{L} & -\frac{EA_t^*}{L} & 0 & \frac{EG_t^*}{L} \\ 0 & \frac{12EI_t^*}{L^3} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_t^*}{L^3} & \frac{6EI_t^*}{L^2} \\ -\frac{EG_t^*}{L} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{4EI_t^*}{L} & \frac{EG_t^*}{L} & -\frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{2EI_t^*}{L} \\ -\frac{EA_t^*}{L} & 0 & \frac{EG_t^*}{L} & \frac{EA_t^*}{L} & 0 & -\frac{EG_t^*}{L} \\ 0 & -\frac{12EI_t^*}{L^3} & -\frac{6EI_t^*}{L^2} & 0 & \frac{12EI_t^*}{L^3} & -\frac{6EI_t^*}{L^2} \\ \frac{EG_t^*}{L} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{2EI_t^*}{L} & -\frac{EG_t^*}{L} & -\frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{4EI_t^*}{L} \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

ค่าของเมตริกซ์ของสติฟเนส $\left[k_t\right]$ มีค่าไม่คงที่ เนื่องจากเป็นการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้น โดยค่าของสติฟเนสจะแปรเปลี่ยนตามแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของคอนกรีตและเหล็กเสริมของชิ้นส่วนองค์อาคาร

2.3.2 แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของคอนกรีตและเหล็กเสริม

ในการจำลองพฤติกรรมไม่เชิงเส้นขององค์อาคาร โดยการแบ่งหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กออกเป็นส่วนย่อยซึ่งประกอบด้วย ส่วนของคอนกรีตที่อยู่ภายนอกเหล็กปลอกที่ไม่ได้รับการโอบรัด (unconfined concrete) ส่วนของคอนกรีตที่อยู่ภายในเหล็กปลอกที่ได้รับการโอบรัด (confined concrete) และเหล็กเสริม (reinforcement) และใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในการคำนวณ ซึ่งในงานวิจัยนี้จะใช้แบบจำลองคอนกรีตที่ไม่มีการโอบรัดของ Kent และ Park (1971) แบบจำลองคอนกรีตที่มีการโอบรัดของ Hoshikuma และคณะ (2001) และแบบจำลองเหล็กเสริมของ Menegotto และ Pinto (1973) ซึ่งสามารถแสดงสมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดได้ดังนี้

1. คอนกรีตที่อยู่ภายนอกเหล็กปลอก ใช้แบบจำลองของ Kent และ Park (1971) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 2.10

สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดสามารถแบ่งได้เป็น 2 ช่วงดังนี้

1. ช่วง AB $(\varepsilon_c \leq \varepsilon_o)$

$$f_c = f_c^{'}\left[\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_o} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o}\right)^2\right] \tag{2.58}$$

2. ช่วง BC $(\varepsilon_c > \varepsilon_o)$

$$f_c = f_c^{'} - Z_l\left(\varepsilon_c - \varepsilon_o\right) \qquad \text{เมื่อ} \quad \varepsilon_c < 0.004 \tag{2.59}$$

$$f_c = 0 \qquad \text{เมื่อ} \quad \varepsilon_c \geq 0.004 \tag{2.60}$$

โดยที่

$$Z_l = \frac{f_c^{'} - 0.5 f_c^{'}}{\varepsilon_{50u} - 0.002} \tag{2.61}$$

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + 0.002 f_c^{'}}{f_c^{'} - 1000} \tag{2.62}$$

ε_o เป็นความเครียดของคอนกรีตที่กำลังสูงสุดมีค่าเท่ากับ 0.002

2. คอนกรีตที่อยู่ภายในเหล็กปลอก ใช้แบบจำลองของ Hoshikuma และ คณะ (2001) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 2.11

สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดแบ่งเป็น 2 ช่วงดังนี้

1. ช่วงAB: $\varepsilon_c \le \varepsilon_{cc}$

$$f_c = E_c\varepsilon_c\left[1-\frac{1}{n}\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}}\right)^{n-1}\right] \tag{2.63}$$

2. ช่วงBC: $\varepsilon_{cc} < \varepsilon_c \le \varepsilon_{cu}$

$$f_c = f_{cc} + E_{des}\left(\varepsilon_c - \varepsilon_{cc}\right) \tag{2.64}$$

โดยที่

$$n = \frac{E_c\varepsilon_{cc}}{E_c\varepsilon_{cc} - f_{cc}} \tag{2.65}$$

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{cc} + \frac{f_{cc}}{2E_{des}} \tag{2.66}$$

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 1 + 3.8\alpha\frac{\rho_s f_{yh}}{f_{co}} \tag{2.67}$$

$$\varepsilon_{cc} = 0.002 + 0.033\beta\frac{\rho_s f_{yh}}{f_{co}} \tag{2.68}$$

$$E_{des} = 11.2\frac{f_{co}^2}{\rho_s f_{yh}} \tag{2.69}$$

f_c เป็นกำลังรับแรงอัดของคอนกรีต (MPa)

ε_{cc} เป็นความเครียดที่กำลังรับแรงอัดสูงสุด

f_{cc} เป็นกำลังรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต (MPa)

f_{co} เป็นกำลังของคอนกรีตที่ไม่มีการโอบรัด (MPa)

E_c เป็นค่าโมดูลัสยืดหยุ่น (MPa)

E_{des} เป็นอัตราการลดลงของกราฟในช่วง $\varepsilon_{cc} < \varepsilon_c \le \varepsilon_{cu}$

ρ_s เป็นอัตราส่วนระหว่างปริมาตรของเหล็กเสริมต่อปริมาตรของคอนกรีตที่ได้รับการโอบรัดโดยคิดจากเส้นรอบนอกของเหล็กเสริมทางขวาง

f_{yh} เป็นกำลังที่จุดครากของเหล็กเสริมทางขวาง

α, β เป็นพารามิเตอร์ที่ขึ้นอยู่กับลักษณะของหน้าตัดโดย หน้าตัดรูปวงกลมจะมี ค่า $\alpha = 1$ และ $\beta = 1$ หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจะมีค่า $\alpha = 0.2$ และ $\beta = 0.4$

3. เหล็กเสริมตามยาว ใช้แบบจำลองของ Menegotto และ Pinto (1973) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 2.12

สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดแสดงได้ดังสมการ

$$\sigma_s^* = b\varepsilon_s^* + \frac{(1-b)\varepsilon_s^*}{\left(1+\left(\varepsilon_s^*\right)^R\right)^{\frac{1}{R}}} \tag{2.70}$$

โดยที่

$$\varepsilon_s^* = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sa}}{\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{sa}} \quad , \quad \sigma_s^* = \frac{\sigma_s - \sigma_{sa}}{\sigma_{s1} - \sigma_{sa}} \tag{2.71}$$

$\sigma_{s1}, \varepsilon_{s1}$ เป็นความเค้นและความเครียดที่จุดตัดของเส้นกรอบ (envelope line) ในช่วงอิลาสติก

$\sigma_{sa}, \varepsilon_{sa}$ เป็นความเค้นและความเครียดที่ตำแหน่งเมื่อให้แรงกระทำกลับข้าง

$b = \dfrac{E_{s1}}{E_s}$ เป็นอัตราส่วนระหว่างค่าสติฟเนสในช่วงของการแข็งตัวเพิ่มขึ้นต่อค่าโมดูลัสยืดหยุ่นสัมผัสในช่วงอิลาสติก

R เป็นค่าพารามิเตอร์ที่มีผลต่อส่วนโค้งของเส้นกราฟ (Bauschinger effect) มีค่าเท่ากับ $R_0 - \dfrac{a_1\xi}{a_2 + \xi}$

ξ เป็นค่าความเครียดที่จุดพลาสติก (plastic strain)

R_0, a_1, a_2 เป็นค่าคงที่ของวัสดุ

2.4 การวิเคราะห์โมเมนต์ดัดและความโค้งของหน้าตัดชิ้นส่วนอาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก

ในการวิเคราะห์หากำลังต้านทานโมเมนต์ดัดและความเสียหายของชิ้นส่วนอาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเปลี่ยนรูปร่างของชิ้นส่วนอาคารมีความจำเป็น เนื่องจากจะทำให้สามารถวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้าง โดยเฉพาะพฤติกรรมในช่วงไม่ยืดหยุ่นที่ค่าสติฟเนสมีการเปลี่ยนแปลงไปเมื่อชิ้นส่วนอาคารเกิดความเสียหาย สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเปลี่ยนตำแหน่งจะพิจารณาในรูปความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้งของหน้าตัด (Moment-curvature relationship) การวิเคราะห์สามารถทำได้โดยการแบ่งหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กออกเป็นส่วนย่อยๆ จากนั้นจะเพิ่มค่าความโค้งให้กับหน้าตัดแล้วพิจารณาความสอดคล้องของความเครียด (strain compatibility) โดยสมมติให้การกระจายความเครียดบนหน้าตัดเป็นเส้นตรง เมื่อทราบความเครียดก็สามารถหาความเค้นที่เกิดขึ้นได้จากความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของคอนกรีตและเหล็กเสริม จากนั้นพิจารณาสมดุลของหน้าตัดแล้วคำนวณหาค่าโมเมนต์ดัด สำหรับงานวิจัยนี้จะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

XTRACT (XTRACT 2002) ในการวิเคราะห์ โดยใช้แบบจำลองคอนกรีตที่ไม่มีการโอบรัดของ Kent และ Park (1971) แบบจำลองคอนกรีตที่มีการโอบรัดของ Hoshikuma และคณะ (2001) และแบบจำลองเหล็กเสริมที่ความสัมพันธ์เป็นแบบเส้นตรงสองเส้น (bilinear)

สำหรับการวิเคราะห์ความเสียหายของชิ้นส่วนอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กในงานวิจัยนี้ จะพิจารณาจากความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้งของหน้าตัด ดังแสดงได้ในรูปที่ 2.13 โดยการเปรียบเทียบโมเมนต์ดัดและความโค้งของชิ้นส่วนอาคารที่ได้จากการวิเคราะห์โครงสร้างกับ กำลังต้านทานโมเมนต์ดัดและความโค้งที่ได้จากการวิเคราะห์หน้าตัดดังที่ได้กล่าวไปแล้ว โดยใช้โปรแกรม XTRACT ที่สภาวะต่างๆกันคือ

1. ในสภาวะที่เหล็กเสริมด้านรับแรงดึงมีค่าความเค้นถึงจุดคราก หรือเมื่อ ณ จุดที่ผิวนอกสุดของคอนกรีตด้านรับแรงอัด มีค่าความเครียดเท่ากับ 0.002 ซึ่งแทนด้วยค่าโมเมนต์ดัดที่จุดคราก M_y (yielding moment) และความโค้งที่จุดคราก c_y (yielding curvature)

2. ในสภาวะที่คอนกรีตที่ผิวริมนอกสุดด้านรับแรงอัดมีค่าความเค้นเท่ากับ 20% ของกำลังรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต ซึ่งแทนด้วยค่าโมเมนต์ดัดที่จุดประลัย M_u (ultimate moment) และความโค้งที่จุดประลัย c_u (ultimate curvature)

2.5 การวิเคราะห์หากำลังต้านทานแรงเฉือนของหน้าตัดคานและเสา

1. สำหรับเสาได้ใช้การวิเคราะห์กำลังต้านทานแรงเฉือนตาม ATC-40 (1996) ดังนี้

$$V_c = 0.29\lambda\left(k + \frac{N}{14Ag}\right)\sqrt{f_c^{'}}bd \tag{2.72}$$

โดยที่

V_c เป็นแรงเฉือนของคอนกรีต (MN)

$f_c^{'}$ เป็นกำลังรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต (MPa)

λ = 0.75 สำหรับ lightweight aggregate concrete

= 1 สำหรับ normal-weight aggregate concrete

k = 1 สำหรับพื้นที่ที่มีความเหนียวต่ำ

= 0 สำหรับพื้นที่ที่มีความเหนียวปานกลางและสูง

N เป็นแรงตามแนวแกนในเสา (MN)

b เป็นความกว้างของหน้าตัดเสา (m)

d เป็นความลึกประสิทธิผลของหน้าตัดเสา (m)

และ

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{0.6s} \tag{2.73}$$

โดยที่

V_s เป็นแรงเฉือนของเหล็กเสริมทางขวาง (MN)

f_y เป็นกำลังรับแรงดึงที่จุดครากของเหล็กเสริม (MPa)

A_v เป็นพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมทางขวาง (m^2)

s เป็นระยะห่างของเหล็กเสริมทางขวาง (m)

d เป็นความลึกประสิทธิผลของหน้าตัดเสา (m)

2. สำหรับคานได้ใช้การวิเคราะห์กำลังต้านทานแรงเฉือนตามของ Paulay และ Priestley (1992) ดังนี้

$$V_c = (0.07 + 10\rho)\sqrt{f_c^{'}}bd \le 0.2\sqrt{f_c^{'}}bd \tag{2.74}$$

โดยที่

V_c เป็นแรงเฉือนของคอนกรีต (MN)

$f_c^{'}$ เป็นกำลังรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต (MPa)

ρ เป็นอัตราส่วนของปริมาตรเหล็กปลอกต่อปริมาตรคอนกรีต

b เป็นความกว้างของหน้าตัดคาน (m)

d เป็นความลึกประสิทธิผลของหน้าตัดคาน (m)

และ

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \tag{2.75}$$

โดยที่

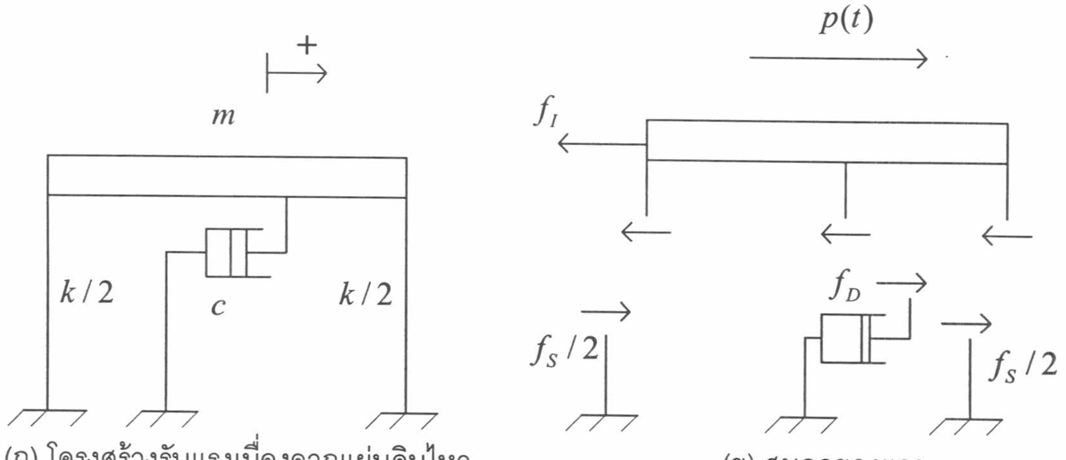
V_s เป็นแรงเฉือนของเหล็กเสริมทางขวาง (MN)

f_y เป็นกำลังรับแรงดึงที่จุดครากของเหล็กเสริม (MPa)

A_v เป็นพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมทางขวาง (m^2)

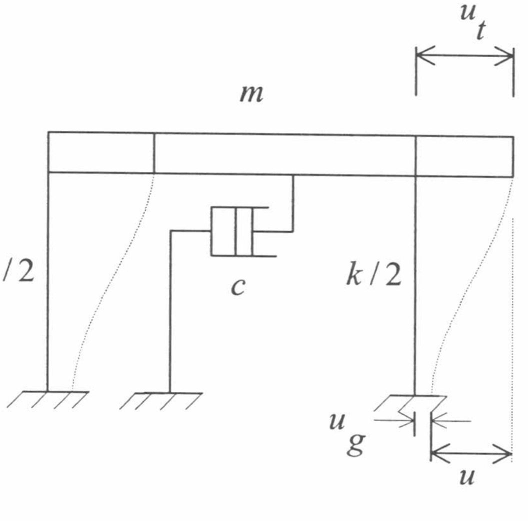
s เป็นระยะห่างของเหล็กเสริมทางขวาง (m)

d เป็นความลึกประสิทธิผลของหน้าตัดคาน (m)

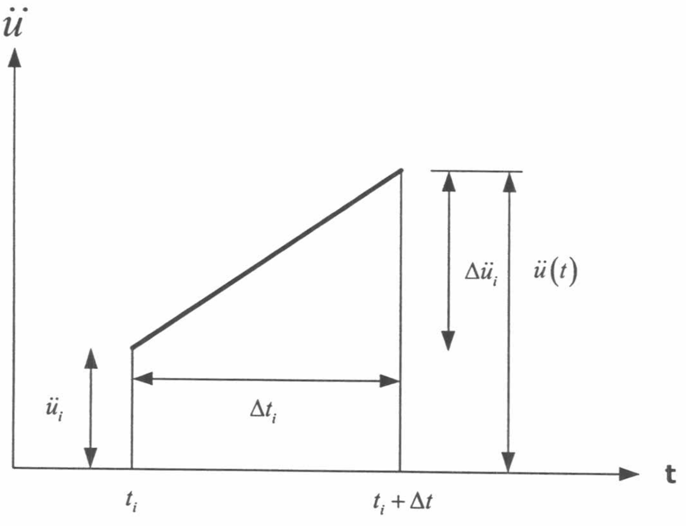


(ก) โครงสร้างรับแรงเนื่องจากแผ่นดินไหว (ข) สมดุลของแรง

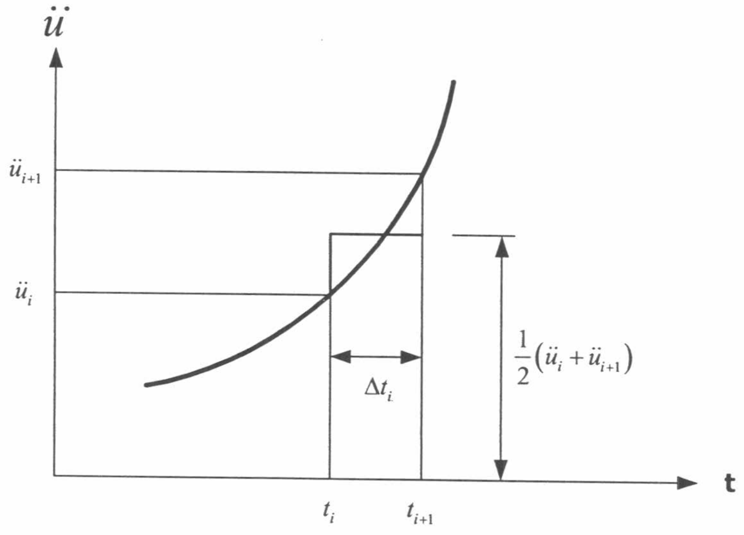
รูปที่ 2.1 แบบจำลองโครงสร้างที่มีระดับขั้นความเสรีเดียว



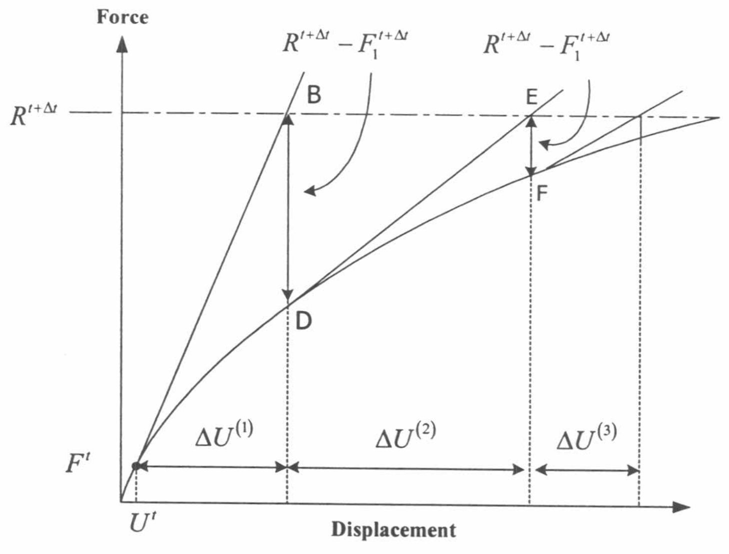
รูปที่ 2.2 ความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ทั้งหมดกับการเคลื่อนที่ของพื้นดินและการเคลื่อนที่สัมพัทธ์



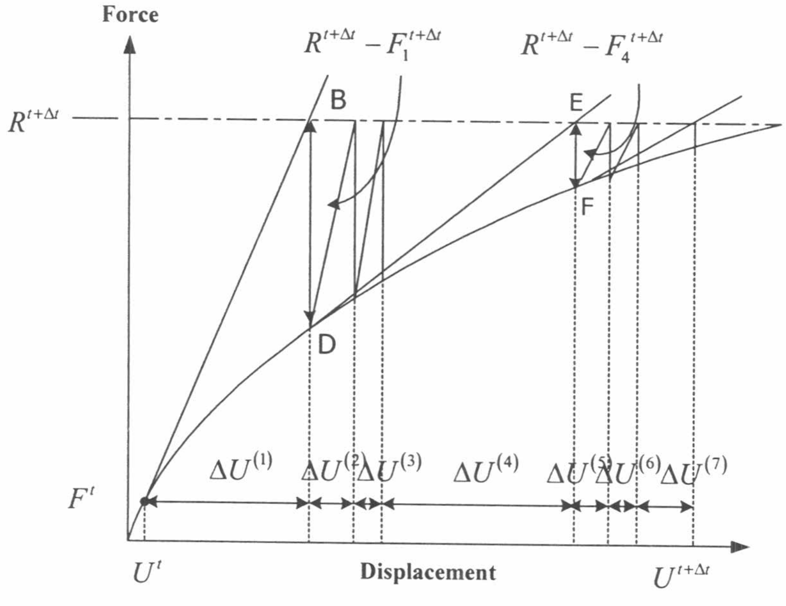
รูปที่ 2.3 ความสัมพันธ์ระหว่างความเร่งของการเคลื่อนที่ในช่วงเวลา Δt ใดๆ โดยสมมติให้แปรผันเป็นเส้นตรง (Linear acceleration method)



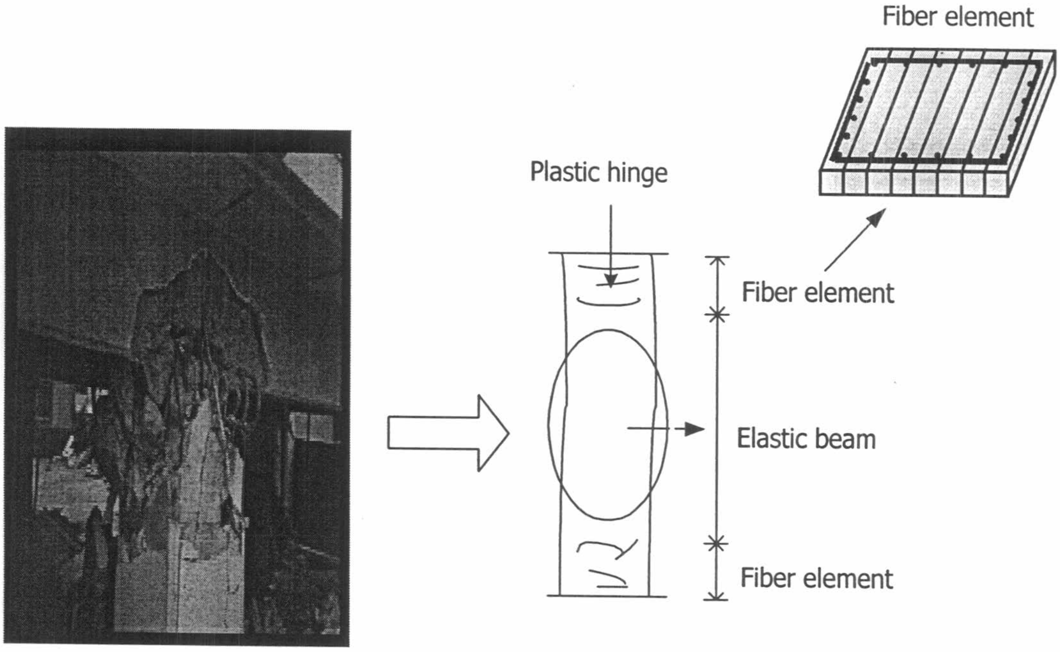
รูปที่ 2.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความเร่งของการเคลื่อนที่ในช่วงเวลา Δt ใดๆ โดยสมมติให้ความเร่งมีค่าคงที่ (Constant acceleration method)



รูปที่ 2.5(ก) วิธี Full Newton-Raphson iteration

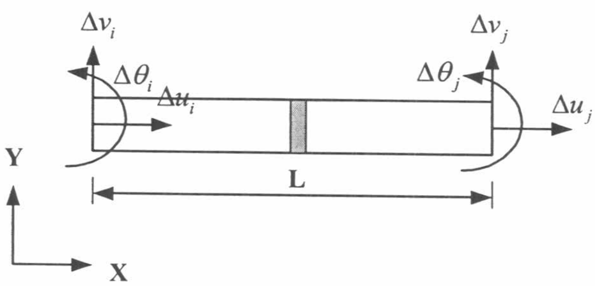


รูปที่ 2.5(ข) วิธี Modified Newton-Raphson iteration

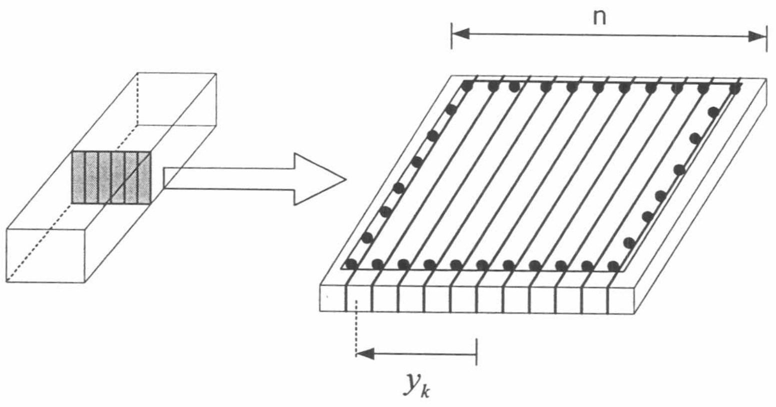


(มาจาก Easy Earthquake Engineering Shade Information System)

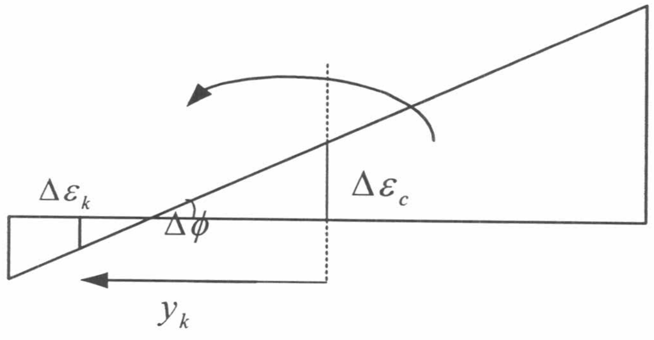
รูปที่ 2.6 การจำลองชิ้นส่วนองค์อาคาร



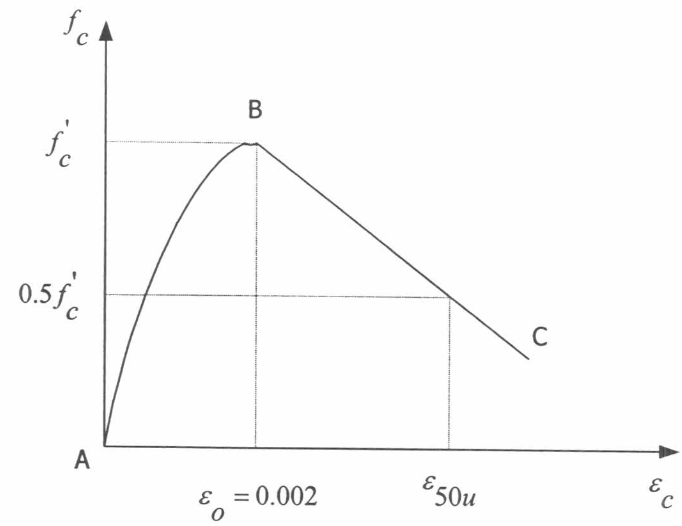
รูปที่ 2.7 ดีกรีของความอิสระสำหรับชิ้นส่วนย่อยของคานหรือเสา



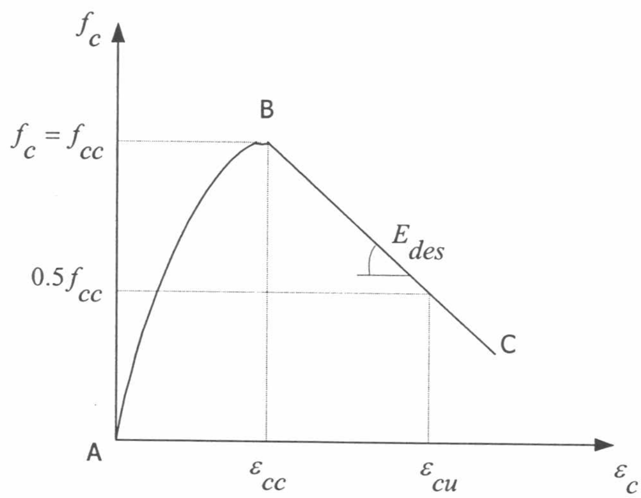
รูปที่ 2.8 แบบจำลองไฟเบอร์



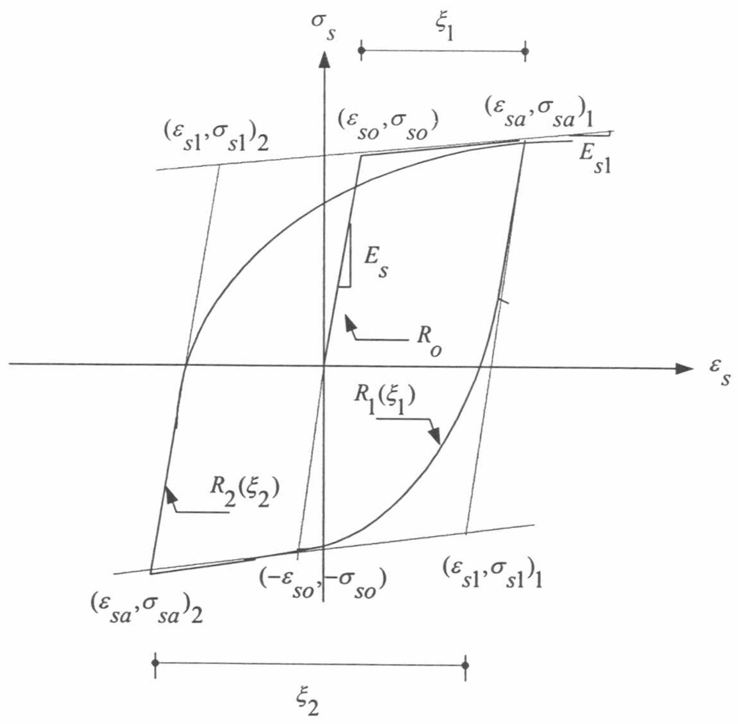
รูปที่ 2.9 รายละเอียดของหน้าตัดที่ใช้วิเคราะห์ด้วยแบบจำลองไฟเบอร์



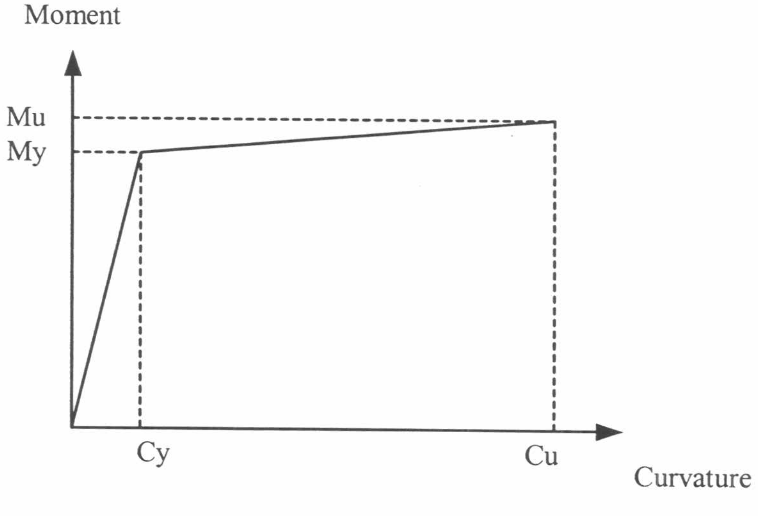
รูปที่ 2.10 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของคอนกรีตที่ไม่มีการโอบรัด



รูปที่ 2.11 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของคอนกรีตที่มีการโอบรัด



รูปที่ 2.12 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของเหล็กเสริมภายใต้แรงกระทำแบบเป็นวัฏจักร



รูปที่ 2.13 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้ง