บทที่ 4

ภาครับ

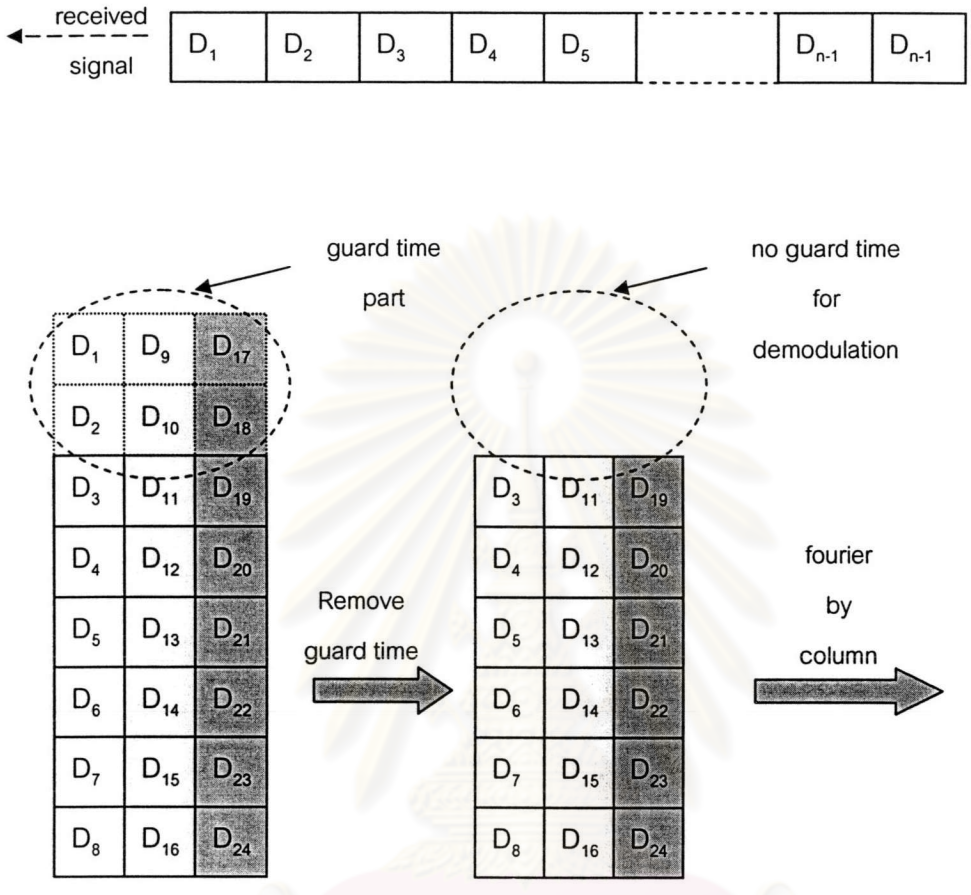
4.1 บทนำ

สัญญาณในระบบ OFDM จะมีขนาดของคาบสัญลักษณ์กว้างขึ้นเท่ากับจำนวนเท่าของจำนวนคลื่นพาห์ย่อยที่ใช้ในระบบ คาบของสัญลักษณ์ที่กว้างขึ้นนี้จะทำให้สัญญาณนั้นทนต่อการรบกวนแบบ ISI ได้ดี สิ่งนี้ทำให้ดูเหมือนว่าคงจะดีถ้าจะใช้คลื่นพาห์จำนวนหลาย ๆ ชุด เพื่อทำให้คาบสัญลักษณ์มีค่ากว้างที่สุด แต่ในความเป็นจริงไม่สามารถทำเช่นนั้นได้เนื่องจากแบนด์วิดท์หรือค่าผกผันของคาบของสัญลักษณ์เป็นข้อจำกัดในการขยายขนาดของคาบสัญลักษณ์ โดยในขณะทำการเพิ่มจำนวนคลื่นพาห์ย่อยที่ใช้นั้น จะต้องมีการรักษาแบนด์วิดท์ของสัญญาณให้มีค่ามากกว่าดอปเปลอร์ชิฟต์สูงสุดที่เกิดขึ้นมาก ๆ $\left(f_{d\max}T << 1\right)$ ถ้าไม่เช่นนั้นแล้วผลของการแผ่ดอปเปลอร์ที่เกิดขึ้นจะทำให้ความถี่คลื่นพาห์ย่อยของสัญญาณเกิดการผิดเพี้ยน และส่งผลให้คุณสมบัติการตั้งฉากกันของคลื่นพาห์ย่อยแต่ละชุดของระบบ OFDM สูญเสียไป ถึงแม้ว่าคุณสมบัติการตั้งฉากนี้จะทำให้ระบบ OFDM ทนต่อการรบกวนแบบ ISI ได้ดี แต่ก็เป็นเพียงการจัดการกับผลรบกวนที่เกิดจากคลื่นพาห์ย่อยต่างความถี่กันเท่านั้น ระบบยังคงไม่สามารถจัดการกับการประวิงไปของสัญญาณในคลื่นพาห์ย่อยที่กำลังพิจารณาได้เอง ดังนั้นที่ภาครับจึงต้องมีวิธีการบางอย่างเพื่อลดผลกระทบจากการประวิงไปของสัญญาณ ซึ่งในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึงการใช้กระบวนการหักล้างและอีควอไลเซอร์ในการจัดการปัญหาดังกล่าว

4.2 การดีมอดูเลตสัญญาณที่ภาครับ

สัญญาณที่ภาครับนั้นเป็นผลรวมของสัญญาณบนคลื่นพาห์ย่อยที่ค่าความถี่ต่าง ๆ กันดังในสมการที่ 4.1

$$\sum_{i=-\frac{Ns}{2}}^{\frac{Ns}{2}-1} d_{i+N_s/2T} \exp(j2\pi \frac{i}{T}(t-ts)) \qquad , ts \le t \le t_s + T \tag{4.1}$$



รูปที่ 4.1 การจัดเฟรมของสัญญาณที่ภาครับซึ่งมี 2 คลื่นพาห์ย่อย และมีเวลาคุม 2 บิต

4.4 สัญลักษณ์นำ (pilot symbol) กับการประมาณค่าเฟดดิง

ขณะที่สัญญาณเดินทางผ่านช่องสัญญาณที่มีเฟดดิงนั้น สัญญาณเมื่อไปถึงปลายทางที่ภาครับก็จะมีความผิดเพี้ยนเกิดขึ้น ซึ่งความผิดเพี้ยนไปของสัญญาณอาจจะส่งผลให้การตัดสินค่าบิตที่ภาครับมีความผิดพลาดได้ ดังนั้นเพื่อที่จะลดทอนผลกระทบจากเฟดดิงในช่องสัญญาณ ภาคส่งจะมีการส่งสัญลักษณ์นำไปพร้อมกับบิตข้อมูลทั่วไป สัญลักษณ์นำที่ใช้นี้จะเป็นบิตข้อมูลรูปแบบหนึ่งซึ่งทั้งทางภาคส่งและภาครับจะทราบก่อนอยู่แล้วว่ามีค่าเช่นไร และอยู่ที่ตำแหน่งใดบ้างในเฟรมหรือชุดสัญญาณหนึ่ง ๆ (สำหรับรายละเอียดในการหาค่าเฟดดิงของช่องสัญญาณโดยใช้สัญลักษณ์นำจะ

วิธีการดีมอดูเลตสัญญาณที่ภาครับนั้น สามารถทำโดยการนำเอาสัญญาณที่มีความถี่ตรงกับความถี่คลื่นพาห์ของสัญญาณที่ชุดนั้นไปมอดูเลตกับสัญญาณที่รับได้ ซึ่งหลังจากการมอดูเลตจะได้ค่าบิตข้อมูลที่ส่งมากับคลื่นพาห์ชุดนั้นดังตัวอย่างในสมการที่ 4.2

$$\begin{aligned}
&\int_{t_s}^{t_s+T} \exp(-j2\pi\frac{j}{T}(t-t_s)) \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2T} \exp(j2\pi\frac{i}{T}(t-t_s))dt \\
&= \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2T} \int_{t_s}^{t_s+T} \exp(j2\pi\frac{i-j}{T}(t-t_s))dt \\
&= d_{j+N_s/2T}
\end{aligned} \tag{4.2}$$

สมการที่ 4.2 เป็นตัวอย่างการดีมอดูเลตสัญญาณรับ เพื่อหาบิตข้อมูลที่อยู่ในคลื่นพาห์ย่อยชุดที่ j ซึ่งจากสมการจะเห็นว่า สัญญาณที่นำมามอดูเลตกับสัญญาณที่รับได้นั้นมีความถี่ตรงกับความถี่ของคลื่นพาห์ย่อยในชุดที่ j ซึ่งเมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากการมอดูเลตจะพบว่าพจน์ $(i-j)/T$ ทำให้ผลการอินทิเกรตมีค่าก็ต่อเมื่อ $i=j$ และสุดท้ายจึงได้ $d_{j+N_s/2T}$ ซึ่งเป็นบิตข้อมูลที่ส่งมากับคลื่นพาห์ย่อยที่ j

4.3 การจัดเฟรมสัญญาณที่ภาครับ

ในงานวิจัยนี้ใช้การแปลงฟูริเยร์แบบผกผันในการสร้างสัญญาณ OFDM ขึ้นมาหลังจากนั้นจึงแปลงให้อยู่ในรูปอนุกรม สัญญาณดังกล่าวจะถูกส่งผ่านแบบจำลองของช่องสัญญาณรูปแบบต่าง ๆ ไปยังภาครับ ดังนั้นบิตข้อมูลที่ภาครับซึ่งอยู่ในรูปสัญญาณอนุกรมจึงต้องมีการนำมาจัดเรียงใหม่ให้ตรงตามรูปแบบของเฟรมที่ได้กำหนดไว้ ขนาดของเฟรมนี้จะขึ้นกับจำนวนคลื่นพาห์ย่อยที่ใช้และจำนวนสัญลักษณ์ที่มีใน 1 เฟรม หลังจากนั้นบิตข้อมูลส่วนที่เป็นเวลาคุมจะถูกตัดทิ้งไป และบิตข้อมูลส่วนที่เหลือก็จะถูกนำไปผ่านกระบวนการแปลงฟูริเยร์ เพื่อคืนสัญญาณกลับมาในโดเมนความถี่ ขั้นตอนที่กล่าวมาทั้งหมดนี้เป็นดังในรูปที่ 4.1

กล่าวถึงในภายหลัง) ค่าเฟดดิงที่ได้จากการประมาณที่ภาครับจะนำไปใช้เพื่อแก้ไขสัญญาณที่ผิดเพี้ยนไปกลับมาเป็นดังเดิม อย่างไรก็ตามโดยทั่วไปหากสัญญาณที่รับได้นั้นไม่ได้เกิดพหุวิถีขึ้น การนำค่าเฟดดิงซึ่งประมาณได้ไปปรับคูณโดยตรงที่ตัวสัญญาณเลยนั้น ก็คงเพียงพอสำหรับการแก้ไขความผิดเพี้ยนที่เกิดขึ้น หากแต่ถ้ามีผลของพหุวิถีเข้าไปเกี่ยวข้องด้วยซึ่งจะทำให้สัญญาณที่ได้รับประกอบไปด้วยสัญญาณที่มีเวลาประวิงไปต่าง ๆ กันนั้น จึงต้องมีวิธีการบางอย่างเพิ่มเติมเพื่อจัดการกับปัญหาในลักษณะนี้ โดยในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึงกระบวนการหักล้าง และการทำอีควอไลเซชันโดยจะกล่าวถึงรายละเอียดในหัวข้อถัดไป

4.5 กระบวนการหักล้าง

ถ้าที่ภาครับเกิดผลของพหุวิถีขึ้น สัญญาณที่ได้รับจะเป็นผลรวมของสัญญาณจากหลายวิถีที่เกิดการประวิงไปในเวลาต่าง ๆ กัน การทำกระบวนการหักล้างเป็นวิธีการหนึ่งซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อที่จะกำจัดสัญญาณที่เกิดการทับซ้อนกัน โดยมีหลักการทำงานคือคงสัญญาณซึ่งมีขนาดมากกว่าไว้และหักล้างสัญญาณที่มีขนาดน้อยกว่าซึ่งมาทับซ้อนกันออกไป อย่างไรก็ตามกระบวนการหักล้างที่จะกล่าวต่อไปนี้ยังใช้ได้กับสัญญาณที่เกิดพหุวิถีแค่ 2 เส้นทางเท่านั้น

ที่ภาครับจะทำกระบวนการหักล้างก่อนที่สัญญาณจะผ่านการแปลงฟูริเยร์ สัญญาณที่รับได้ซึ่งประกอบด้วยสัญญาณจาก 2 เส้นทางซึ่งมีการแจกแจงแบบเรย์ลีและเป็นอิสระต่อกัน และในการประมาณค่าเฟดดิงของช่องสัญญาณนั้นจะพิจารณาที่ระดับเฟรม โดยการกำหนดให้ค่าเฉลี่ยเฟดดิงจากสัญลักษณ์ทุก ๆ ตัวใน 1 เฟรมเป็นตัวแทนของค่าเฟดดิงของทุกสัญลักษณ์ในเฟรมนั้นดังสมการที่ 4.3 การที่ใช้ค่าเฉลี่ยในระดับเฟรมแทนค่าเฟดดิงที่ประมาณได้จากสัญลักษณ์แต่ละตัว ก็เพื่อที่จะกระจายความผิดพลาดอันเกิดจากการประมาณค่าช่องสัญญาณ ไม่ให้ตกอยู่กับสัญลักษณ์ใดสัญลักษณ์หนึ่ง

$$H(\xi) = \frac{1}{X}\sum_{L=i}^{X} H(\xi, L) \qquad (4.3)$$

โดยที่ $H(\xi, L)$ แทนค่าเฟดดิงของสัญลักษณ์ที่ L ที่เวลาประวิง ξ

X แทนจำนวนสัญลักษณ์ใน 1 เฟรม

เฟดดิงเชิงแอมพลิจูดโดยประมาณของช่องสัญญาณทั้ง 2 ในแต่ละเฟรมจะมีลักษณะดังในรูปที่ 4.2

โดยที่แกนนอนแทนจุดเวลาที่สัญญาณประวิงไป ส่วนแกนตั้งแทนเฟดดิงเชิงขนาดของแต่สัญญาณแต่ละเส้นทาง

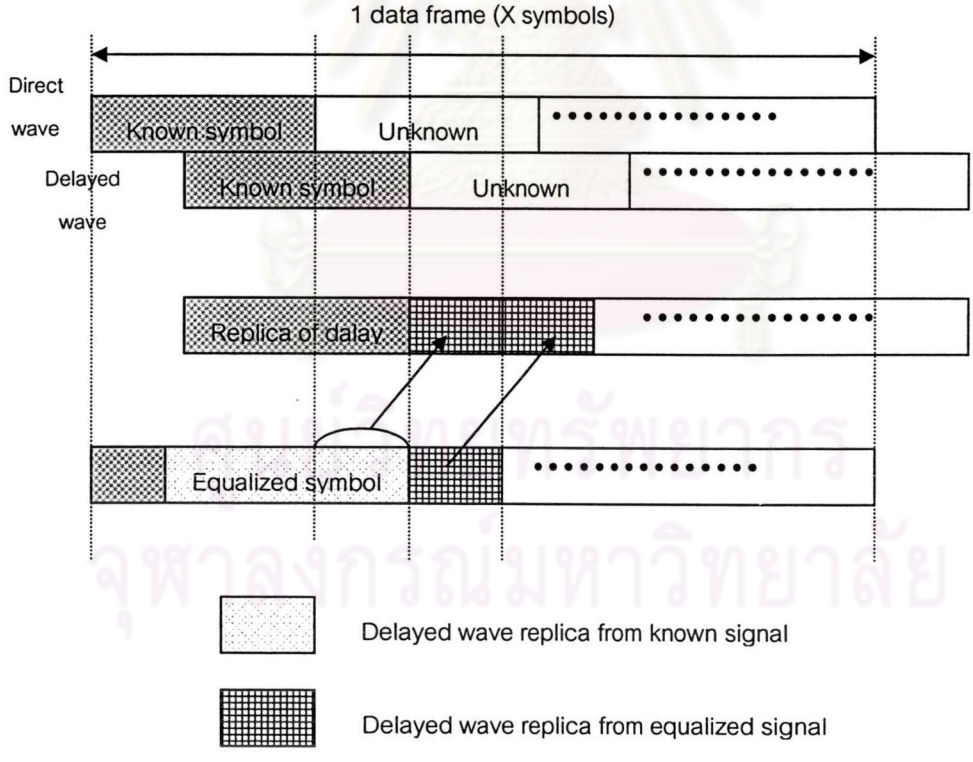
รูปที่ 4.2 เฟดดิงของสัญญาณทั้ง 2 เส้นทางโดย
(ก) เฟดดิงของเส้นทางแรกมากกว่า (ข) เฟดดิงของเส้นทางรองมากกว่า

จากรูป 4.2 (ก) เส้นทางหลักจะมีขนาดเฟดดิงมากกว่าเส้นทางรอง ในขณะที่รูป 4.2 (ข) เส้นทางรองจะมีขนาดเฟดดิงมากว่าเส้นทางหลัก รูปของเฟดดิงเชิงแอมพลิจูดที่ได้นี้จะถูกนำไปใช้ในกระบวนการหักล้าง โดยจะมีการจำลองลักษณะของสัญญาณที่โดนผลกระทบจากเฟดดิงที่ประมาณได้ สำหรับในงานวิจัยนี้สัญญาณหลักจะหมายถึงสัญญาณวิถีที่มาถึงภาครับก่อน ส่วนสัญญาณประวิงหมายถึงสัญญาณที่มาถึงภาครับทีหลัง ในการจำลองนี้จะมีการจำลองทั้งสัญญาณหลักและสัญญาณที่ประวิงไปในแต่ละเฟรม โดยมีสมมุติฐานที่ว่าสัญญาณในแต่ละเฟรมไม่มีความเกี่ยวข้องใด ๆ ต่อกัน สำหรับในเฟรมหนึ่ง ๆ แล้วสัญญาณซึ่งได้รับอัตราขยายจากเฟดดิงน้อยกว่าจะถูกจำลองขึ้นและเมื่อนำไปหักลบออกจากสัญญาณที่รับได้ก็จะเหลือเป็นส่วนของสัญญาณอีกชุดหนึ่ง ขั้นตอนการทำงานนี้เป็นดังในรูปที่ 4.3

ในรูปที่ 4.3 สัญญาณที่รับได้จะประกอบไปด้วยส่วนที่เป็นสัญญาณหลักและสัญญาณที่ประวิงไป เนื่องจากภาครับสามารถประมาณค่าเฟดดิงที่เกิดขึ้นในแต่ละสัญญาณ และยังสามารถประมาณค่าเวลาประวิงที่เกิดขึ้นได้อีกด้วย และถ้ากำหนดให้มีสัญลักษณ์ที่รู้ค่า (known symbol) ในแต่ละเฟรมแล้วจะทำให้ภาครับสามารถสามารถจำลองสัญลักษณ์ชุดแรกในเฟรมนั้นในเส้นทางประวิงได้ และเมื่อนำไปลบออกจากสัญญาณรวม ก็จะได้ส่วนของสัญญาณหลักออกมา และบางส่วนของสัญญาณหลักที่หาได้นี้จะถูกนำไปใช้ในการจำลองสัญลักษณ์ในเส้นทางประวิงอีก กระบวนการ

หักล้างจะทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนครบทุกบิตในเฟรม สุดท้ายจะได้สัญญาณที่ไม่มีผลของเส้นทางที่ประวิง

อย่างไรก็ตามหากเฟดดิงของสัญญาณที่ประวิงมีขนาดมากกว่าสัญญาณหลัก กระบวนการดังกล่าวข้างต้นจะเป็นการพยายามกำจัดผลจากสัญญาณหลักแทน ซึ่งยังคงมีหลักการเดียวกับวิธีข้างต้น เพียงแต่เป็นการทำจากข้างหลังไปข้างหน้า สำหรับสัญลักษณ์ที่รู้ค่าซึ่งจะต้องใช้เป็นตัวตั้งต้นในการทำการหักล้างนั้น ในกรณีนี้จะได้จากสัญลักษณ์ที่รู้ค่าในเฟรมถัดไป แต่เนื่องจากในงานวิจัยนี้กำหนดให้แต่ละเฟรมไม่มีความเกี่ยวข้องกัน ดังนั้นจึงสามารถปรับปรุงวิธีการหักล้างได้เล็กน้อย โดยในงานวิจัยนี้จะไม่ใช้สัญลักษณ์ที่รู้ค่าเป็นตัวตั้งต้นกระบวนการ หากแต่จะใช้ส่วนของสัญญาณที่ไม่โดนผลกระทบของสัญญาณจากอีกเส้นทางหนึ่งเป็นตัวตั้งต้นแทน การกำหนดเช่นนี้จะยังคงให้ผลเหมือนกับกรณีที่ใช้สัญลักษณ์ที่รู้ค่าเนื่องจากได้มีการกำหนดไว้ตอนต้นแล้วว่า แต่ละเฟรมของสัญญาณจะไม่ส่งผลกระทบใด ๆ ต่อกัน ดังนั้นสัญญาณช่วงต้นหรือช่วงปลายก่อนที่จะโดนผลของเวลาประวิงจึงเปรียบเสมือนเป็นสัญญาณที่รู้ค่านั่นเอง



รูปที่ 4.3 หลักการทำงานของกระบวนการหักล้าง

4.6 อีควอไลเซชัน (Equalization)

ในการส่งผ่านสัญญาณโดยทั่วไปนั้นจะมีการรบกวนแบบหนึ่งคือ ISI ซึ่งเกิดจากการที่สัญญาณเดินแบบพหุวิถี (multipath) การรบกวนแบบนี้จะทำให้สัญญาณที่ภาครับมีความผิดเพี้ยนไป ส่งผลให้การตัดสินค่าบิตผิดพลาด การทำอีควอไลเซชันที่ภาครับเป็นวิธีการหนึ่งในการจัดการกับการรบกวนเช่นนี้ ในการทำอีควอไลเซชันนั้นตัวอีควอไลเซอร์ (Equalizer) จะพยายามแก้ไขสัญญาณที่ผิดเพี้ยนไปจากผลของ ISI เพื่อแก้ไขสัญญาณให้กลับถูกต้องดังเดิม และเนื่องจากคุณลักษณะของช่องสัญญาณมีการแปรเปลี่ยนอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นอีควอไลเซอร์จึงต้องมีการปรับพารามิเตอร์ต่าง ๆ ให้เหมาะสมกับสภาพของช่องสัญญาณในขณะเวลานั้น ๆ ตามไปด้วย

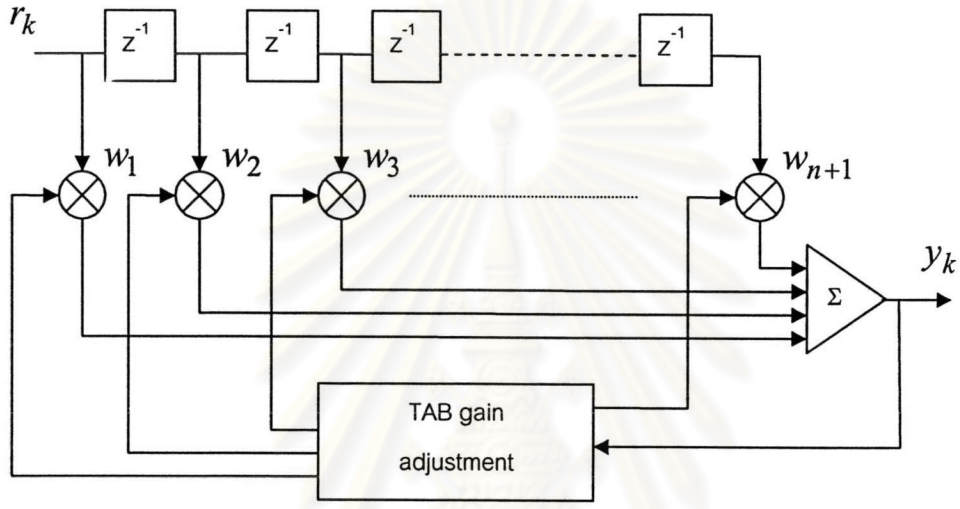
หลักการทำงานโดยทั่วไปของอีควอไลเซอร์นั้นจะแบ่งการส่งสัญญาณเป็น 2 ส่วน โดยในส่วนแรกจะเป็นการส่งชุดบิตข้อมูลที่เรียกว่า ชุดลำดับการฝึก (training sequence) ไปให้ภาครับซึ่งบิตข้อมูลชุดนี้ภาครับจะทราบอยู่ก่อนแล้วว่าเป็นอะไร เมื่อภาครับได้รับบิตชุดลำดับการฝึกนี้ก็จะทำการประมวลผลและปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ภายในอีควอไลเซอร์ให้เหมาะกับสภาพของช่องสัญญาณในขณะนั้น ๆ อีกส่วนที่เหลือจะเป็นการส่งบิตข้อมูลข่าวสารของผู้ใช้จากภาคส่งไปยังภาครับ โดยในส่วนข้อมูลนี้อีควอไลเซอร์ก็จะทำการแก้ไขปรับปรุงสัญญาณที่รับได้ โดยใช้พารามิเตอร์ที่ได้คำนวณไว้จากส่วนแรก พารามิเตอร์นี้จะถูกใช้อยู่ระยะหนึ่งจนเมื่อคุณลักษณะของช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงไป ด้านส่งก็จำเป็นที่จะต้องส่งชุดลำดับการฝึกมายังภาครับเพื่อให้คำนวณค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ อีกครั้ง ทั้งนี้เพื่อให้การแก้ไขสัญญาณที่รับได้มีความถูกต้องมากที่สุด อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้จะใช้สัญลักษณ์นำแทนชุดลำดับการฝึก

4.7 โครงสร้างพื้นฐานของอีควอไลเซอร์

อีควอไลเซอร์ประกอบไปด้วยตัวหน่วงเวลาจำนวน N ชุด ตัวคูณสัญญาณจำนวน $N+1$ ชุดและวงจรรวมสัญญาณอีก 1 ตัว ดังในรูปที่ 4.4 ตัวแปร r_k จะแทนสัญญาณขาเข้าของตัวอีควอไลเซอร์ โดยค่า r_k แทนบิตข้อมูลจากด้านส่งที่โดนผลการรบกวนต่าง ๆ ของช่องสัญญาณมาแล้ว ดังนั้นตัวแปร r_k จึงเป็นกระบวนการสุ่ม (random process) ส่วนตัวคูณสัญญาณในอีควอไลเซอร์นั้นจะมีน้ำหนักการคูณเป็น w โดยค่านี้จะสามารถปรับเปลี่ยนไปตามสภาพช่องสัญญาณ

4.8 อีควอไลเซอร์แบบ Zero-Forcing

ถ้าให้สัญลักษณ์ข้อมูล (data symbol) ด้านส่งมีค่าเป็น $S_1, S_2, S_3, ..., S_m$ และลักษณะของช่องสัญญาณ (Channel Chracteristic) แทนด้วยเมตริกซ์ $[h_1, h_2, h_3, ..., h_n]$ โดยที่ h แต่ละตัวมีการแจกแจงแบบเรย์ลี ดังนั้นบิตสัญลักษณ์ที่รับได้จะเป็นดังสมการที่ 4.4



รูปที่ 4.4 โครงสร้างของอีควอไลเซอร์

$$
\begin{aligned}
r_1 &= h_1 S_1 \\
r_2 &= h_1 S_2 + h_2 S_1 \\
r_3 &= h_1 S_3 + h_2 S_2 + h_3 S_1 \\
&... \\
r_n &= h_1 S_n + h_2 S_{n-1} + h_3 S_{n-2} + ... + h_n S_1
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

ที่ด้านรับอีควอไลเซอร์ซึ่งมีลักษณะดังรูปที่ 4.4 ที่มีตัวปรับน้ำหนักทั้งสิ้น k ตัว โดยแต่ละตัวมีค่าน้ำหนักเป็น w_k เมื่อให้สัญญาณที่รับได้ผ่านวงจรอีควอไลเซอร์จะได้สัญญาณดังสมการที่ 4.5

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$
\begin{aligned}
y_1 &= w_1 r_1 \\
y_2 &= w_1 r_2 + w_2 r_1 \\
y_3 &= w_1 r_3 + w_2 r_2 + w_3 r_1 \\
&\ldots \\
y_n &= w_1 r_k + w_2 r_{k-1} + w_3 r_{k-2} + \ldots + w_k r_1
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

นำสมการที่ 4.4 แทนค่าลงในสมการที่ 4.5 จะได้

$$
\begin{aligned}
y_1 &= w_1 h_1 S_1 \\
y_2 &= w_1 (h_1 S_2 + h_2 S_1) + w_2 h_1 S_1 \\
y_3 &= w_1 (h_1 S_3 + h_2 S_2 + h_3 S_1) + h_2 (h_1 S_2 + h_2 S_1) + w_3 h_1 S_1 \\
&\ldots \\
y_n &= w_1 (h_1 S_k + h_2 S_{k-1} + h_3 S_{k-2} + \ldots + h_k S_1) \\
&\quad + w_2 (h_1 S_{k-1} + h_2 S_{k-2} + h_3 S_{k-3} + \ldots + h_{k-1} S_1) \\
&\quad + w_3 (h_1 S_{k-2} + h_2 S_{k-3} + h_3 S_{k-4} + \ldots + h_{k-2} S_1) + \ldots + w_k h_1 S_1
\end{aligned}
\tag{4.6}
$$

จัดรูปสมการที่ 4.6 ให้อยู่ในรูป $y = f(S)$ ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$
\begin{aligned}
y_1 &= (w_1 h_1) S_1 \\
y_2 &= (w_1 h_2 + w_2 h_1) S_1 + (w_1 h_1) S_2 \\
y_3 &= (w_1 h_3 + w_2 h_2 + w_3 h_1) S_1 + (w_1 h_2 + w_2 h_2) S_2 + (w_1 h_1) S_3 \\
&\ldots \\
y_k &= (w_1 h_k + w_2 h_{k-1} + w_3 h_{k-2} + \ldots) S_1 \\
&\quad + (w_1 h_{k-1} + w_2 h_{k-2} + w_3 h_{k-3} + \ldots) S_2 \\
&\quad + (w_1 h_{k-2} + w_2 h_{k-3} + w_3 h_{k-4} + \ldots) S_3 + \ldots + (w_1 h_1) S_k
\end{aligned}
\tag{4.7}
$$

และจากค่า y_k ในสมการที่ 4.7 ให้ q_n เป็นสัมประสิทธิ์ของ S_n จะสามารถจัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$
y_k = q_k S_k + q_{k-1} S_{k-1} + q_{k-2} S_{k-2} + \ldots + q_1 S_1 \tag{4.8}
$$

I21565041

ค่า q ในสมการที่ 4.8 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังสมการที่ 4.9 และจากสมการที่ 4.8 จะเห็นว่าถ้าเรากำหนดให้สัมประสิทธิ์ q ตัวหนึ่งให้มีค่าเป็น 1 โดยให้ตัวอื่นเป็น 0 จะทำให้ $y_k = S_k$ และจากสมการเมตริกซ์ที่ 4.9 เมื่อเรากำหนดค่า q และทราบลักษณะของช่องสัญญาณ h ก็จะทำให้เราสามารถแก้สมการหาค่า w ที่เหมาะสมในการถ่วงน้ำหนักได้

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ . \\ . \\ . \\ q_{n+k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & . & . & 0 \\ h_2 & h_1 & 0 & . & . & 0 \\ . & h_2 & h_1 & . & . & 0 \\ . & . & h_2 & . & . & . \\ h_n & . & . & . & . & . \\ 0 & h_n & . & . & . & h_1 \\ 0 & 0 & h_n & . & . & h_2 \\ . & 0 & 0 & . & . & . \\ . & . & 0. & . & . & . \\ 0 & . & . & . & . & h_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ w_k \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

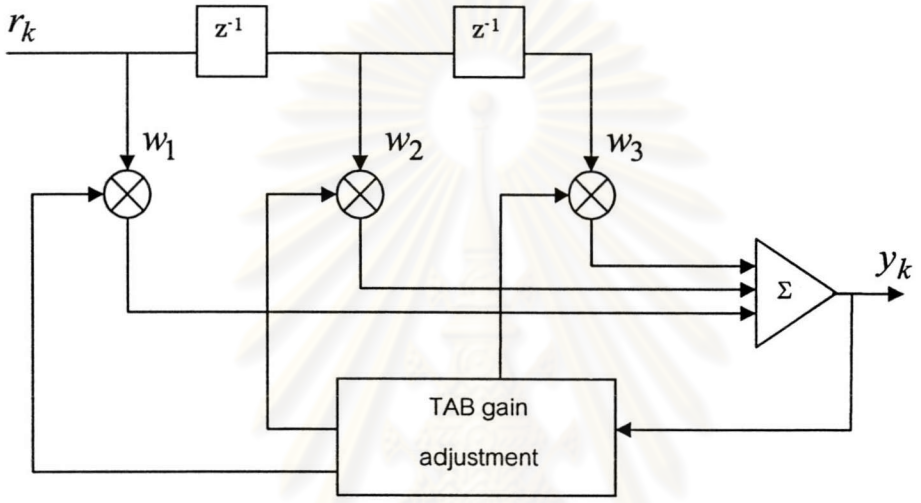
ตัวอย่างสมมติว่ามีอีควอไลเซอร์ซึ่งมีค่าถ่วงน้ำหนัก 3 ตัวคือ $[w_1, w_2, w_3]$ โดยมีลักษณะดังรูปที่ 2 ข้อมูลที่ส่งมี 4 ค่าคือ $[S_1\ S_2\ S_3\ S_4]$ และช่องสัญญาณมีการรบกวนแบบ 2 วิถี $[h_1, h_2]$ จากข้อกำหนดที่ให้ทำให้ได้สัญญาณที่ด้านรับเป็น

$$\begin{aligned} r_1 &= h_1 S_1 \\ r_2 &= h_1 S_2 + h_2 S_1 \\ r_3 &= h_1 S_3 + h_2 S_2 \\ r_4 &= h_1 S_4 + h_2 S_3 \end{aligned} \tag{4.10}$$

หลังจากนำสัญญาณที่รับได้ไปผ่านอีควอไลเซอร์ดังรูปที่ 4.5 จะได้สัญญาณดังสมการที่ 4.11

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$
\begin{aligned}
y_1 &= w_1 r_1 \\
y_2 &= w_1 r_2 + w_2 r_1 \\
y_3 &= w_1 r_3 + w_2 r_2 + w_3 r_1 \\
y_4 &= w_1 r_4 + w_2 r_3 + w_3 r_2
\end{aligned}
\tag{4.11}
$$



รูปที่ 4.5 โครงสร้างของอีควอไลเซอร์ซึ่งมี 2 แท็ป

แทนค่าสมการที่ 4.10 ลงในค่า y_4 ของสมการที่ 4.11 และจัดรูปจะได้

$$y_4 = (w_3 h_2) S_1 + (w_3 h_1 + w_2 h_2) S_2 + (w_2 h_1 + w_1 h_2) S_3 + (w_1 h_1) S_4 \tag{4.12}$$

และกำหนดให้

$$
\begin{aligned}
q_1 &= w_3 h_2 \\
q_2 &= w_3 h_1 + w_2 h_2 \\
q_3 &= w_2 h_1 + w_1 h_2 \\
q_4 &= w_1 h_1
\end{aligned}
\tag{4.13}
$$

จากสมการที่ 4.13 เขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} q_4 \\ q_3 \\ q_2 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 \\ h_2 & h_1 & 0 \\ 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & h_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \qquad (4.14)$$

และเมื่อกำหนดให้

$$\begin{bmatrix} q_4 \\ q_3 \\ q_2 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ถ้าทราบลักษณะของช่องสัญญาณ $[h_1, h_2]$ จะทำให้สมการเมตริกซ์ที่ 4.14 สามารถหาค่า w ได้ดังในสมการที่ 4.15

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 \\ h_2 & h_1 & 0 \\ 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & h_2 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (4.15)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย