บทที่ 4

สรุปผลงานวิจัย

ในบทนี้เป็นรายละเอียดการทดสอบใช้งานซอฟต์แวร์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อหาผลเฉลยของปัญหากำหนดการไม่เชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงเส้นโดยวิธีการใช้ทิศทางที่เป็นไปได้ และเปรียบเทียบผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณของซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นกับผลเฉลยที่ได้จากการใช้โปรแกรม General Algebraic Modeling System (GAMS) ซึ่งเป็นโปรแกรมทางคณิตศาสตร์สำหรับหาผลเฉลยของปัญหาการวิจัยดำเนินงาน พัฒนาขึ้นโดย Anthony Brooke, David Kendrik, Alenxander Meeraus และ Ramesh Raman ในปี ค.ศ. 1998 รูปแบบการใช้งานต้องเขียนภาษาในรูปไวยากรณ์ของ GAMS พร้อมทั้งวิเคราะห์ความแม่นยำและค่าคลาดเคลื่อนในการหาผลเฉลยของซอฟต์แวร์เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรงของปัญหา และแสดงเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้น ในขั้นตอนสุดท้ายจะเป็นการสรุปผลของงานวิจัยนี้ ดังจะกล่าวรายละเอียดต่อไป

4.1 การทดสอบซอฟต์แวร์ที่สร้างและวิเคราะห์ผล

การใช้งานซอฟต์แวร์เพื่อประมวลผลหาผลเฉลยของปัญหากำหนดการไม่เชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงเส้นได้ทดสอบตามตัวอย่างของปัญหาในภาคผนวก ก ซึ่งได้แสดงผลลัพธ์จากการประมวลผลทั้งหมด พร้อมทั้งคำนวณค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ เปอร์เซ็นต์ของความแม่นยำ และเวลาที่ใช้การประมวลผล ซึ่งมีสูตรคำนวณดังนี้

กำหนดให้ $\mathbf{x}^k$ ผลเฉลยที่ได้จากซอฟต์แวร์ที่สร้างประมวลผล

$\mathbf{x}^e$ คือ ผลเฉลยแม่นตรง (exact solution)

ค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ (relative error) $= \dfrac{\left\|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^e\right\|}{\left\|\mathbf{x}^e\right\|} \times 100 \ \%$

เปอร์เซ็นต์ของความแม่นยำ (percent of accuracy) = (100 - relative error) %

เวลาของการหาผลเฉลยวัดจากเวลาที่ใช้การประมวลผลซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นของคอมพิวเตอร์ Celeron ความเร็วของประมวลผล 733 MHz หน่วยความจำ RAM 128 MB มีหน่วยของเวลาเป็นวินาที

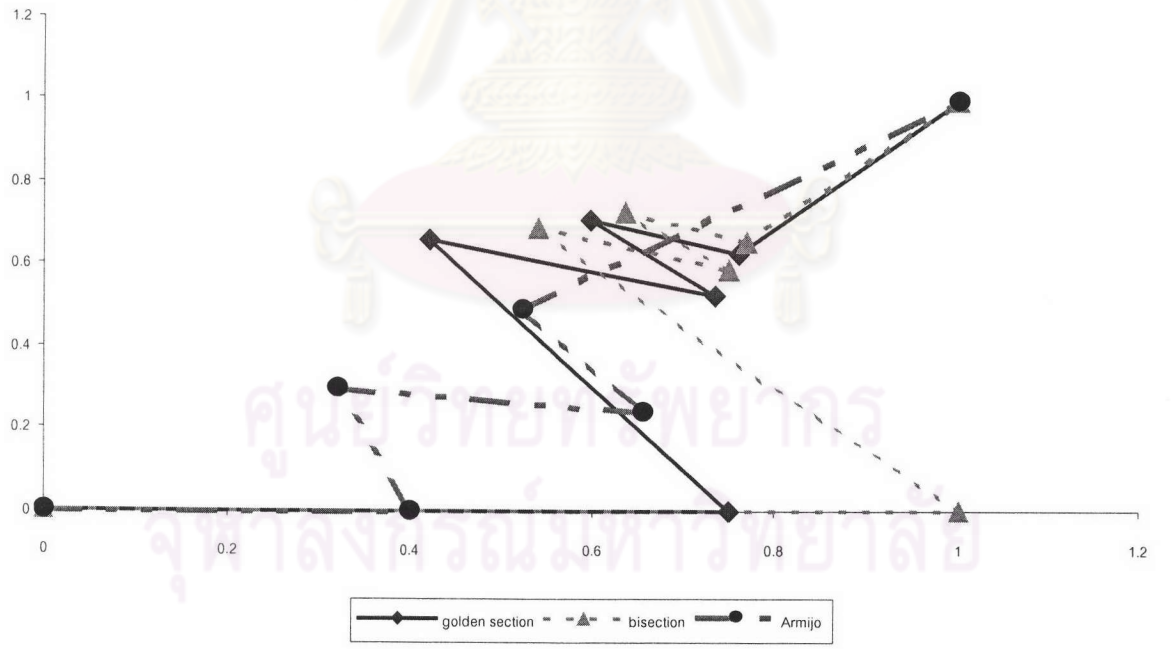
ปัญหา NLP1:

จากการหาผลเฉลยโดยใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นกับ GAMS สามารถเปรียบเทียบแสดงผลการคำนวณได้ดังนี้ เมื่อผลเฉลยแม่นตรง คือ $\mathbf{x}^e = (1.0000,1.0000)$

software		objective value z	optimal solution	accuracy	relative error	time (sec.)
MFD	golden section	7.000	(1.000,1.000)	100%	0%	0.01
	Armijo's rule	7.000	(1.000,1.000)	100%	0%	0.01
	bisection	7.000	(1.000,1.000)	100%	0%	0.01
GAMS		7.000	(1.000,1.000)	100%	0%	0.33

จากตารางข้างต้นจะเห็นได้ว่าซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นสามารถประมวลผลได้ผลเฉลยเป็นผลเฉลยแม่นตรงของปัญหา เปอร์เซ็นต์ของความแม่นยำ 100 % และเวลาที่ใช้ในการประมวลผลน้อยมาก เมื่อพิจารณาผลเฉลยจากการคำนวณโดยใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นเทียบกับผลเฉลยจากที่ใช้ GAMS เป็นผลเฉลยเดียวกัน ค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าเท่ากัน

กราฟแสดงผลการคำนวณปัญหา NLP1



จากกราฟแสดงให้เห็นทิศทางการลู่เข้าหาผลเฉลยโดยวิธีการใช้ทิศทางที่เป็นไปได้ซึ่งเรียกใช้วิธีการค้นตามเส้นโดยวิธี golden section , กฎของ Armijo และวิธี bisection.

ปัญหา NLP2:

จากการหาผลเฉลยโดยใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นกับ GAMS สามารถเปรียบเทียบแสดงผลการคำนวณได้ดังนี้ เมื่อผลเฉลยแม่นตรงคือ $\mathbf{x}^e = \left(\frac{30}{13}, \frac{45}{13}\right) = (2.307692, 3.461538)$

software		objective value z	optimal solution	accuracy	relative error	time (sec.)
MFD	golden	-31.730769	(2.307699,3.461507)	99.999229%	0.000771%	0.02
	Armijo	-31.730769	(2.307654,3.461728)	99.995345%	0.004655%	0.04
	bisection	-31.730769	(2.307699,3.461503)	99.999136%	0.000864%	0.03
GAMS		-31.7308	(2.308,3.462)	99.985945%	0.014055%	0.14

จากตารางข้างต้นจะเห็นได้ว่าซอฟต์แวร์สามารถประมวลผลได้ผลเฉลยที่ใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นตรงของปัญหา ซึ่งมีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยมากหรือมีค่าความแม่นยำ 99.99 % เมื่อพิจารณาผลเฉลยจากคำนวณโดยใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นเทียบกับผลเฉลยจากที่ใช้ GAMS ผลเฉลยที่ได้ต่างกันที่ทศนิยมตำแหน่งที่ 4 ปัดเศษทศนิยมแล้วเป็นผลเฉลยเดียวกัน เวลาที่ใช้ในการประมวลผลน้อยกว่าเวลาที่ GAMS ใช้ประมวลผล แต่ไม่ได้แตกต่างกันมาก

กราฟแสดงผลการคำนวณปัญหา NLP2

จากกราฟแสดงให้เห็นทิศทางการลู่เข้าหาผลเฉลยโดยวิธีการใช้ทิศทางที่เป็นไปได้ซึ่งเรียกใช้วิธีการค้นตามเส้นโดยวิธี golden section , กฎของ Armijo และวิธี bisection.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปัญหา NLP3:

จากการหาผลเฉลยโดยใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นกับ GAMS สามารถเปรียบเทียบแสดงผลการคำนวณได้ดังนี้ ผลเฉลยแม่นตรงคือ $\mathbf{x}^e$ =(1.0000,1.0000,1.0000)

software		objective value z	optimal solution	accuracy	relative error	time (sec.)
MFD	golden	3.000	(0.999891,0.999963,1.000146)	99.989282 %	0.010718 %	0.03
	Armijo	3.000	(0.999922,0.999855,1.000223)	99.983981 %	0.016019 %	0.03
	bisection	3.000	(0.999857,1.000007,1.000136)	99.988609 %	0.011391 %	0.03
GAMS		3.000	(1.000,1.000,1.000)	100 %	0 %	0.13

จากตารางข้างต้นจะเห็นได้ว่าซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นสามารถประมวลผลได้ผลเฉลยที่ใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นตรงและได้ค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์เท่ากับค่าที่ได้จากการคำนวณของ GAMS และเวลาที่ใช้ในการประมวลผลน้อยมาก

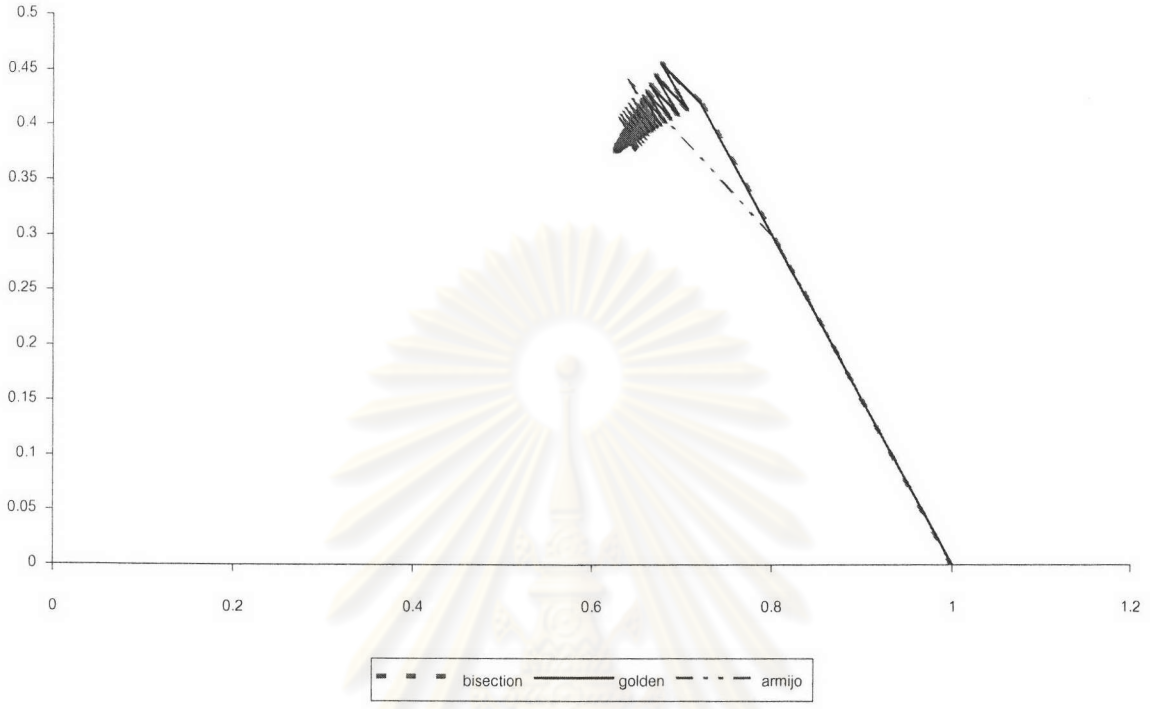
ปัญหา NLP4:

จากการหาผลเฉลยโดยใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นกับ GAMS สามารถเปรียบเทียบแสดงผลการคำนวณได้ดังนี้

software		objective value z	optimal solution	time (sec.)
MFD	golden section	0.438471	(0.625789,0.376154)	0.63
	Armijo's rule	0.439586	(0.626887,0.377284)	0.19
	bisection	0.438452	(0.625768,0.376136)	1.78
GAMS		0.4375	(0.625 , 0.375)	0.14

จากตารางข้างต้นจะเห็นได้ว่าค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ได้จากการใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นประมวลผลมีค่ามากกว่าจากการประมวลผลโดยใช้ GAMS และผลเฉลยเหมาะที่สุดที่ได้แตกต่างกันที่ทศนิยมตำแหน่งที่ 3 ซึ่งเป็นค่าที่ใกล้เคียงกันและเวลาที่ใช้ในการประมวลผลมากกว่าเวลาที่ GAMS ใช้ แต่ไม่แตกต่างกันมากในหน่วยเป็นวินาที ในความเป็นจริงของเวลาแทบจะไม่ชี้ชัดในการแตกต่างกันของเวลา

กราฟแสดงผลการคำนวณปัญหา NLP4



จากกราฟแสดงให้เห็นทิศทางการลู่เข้าหาผลเฉลยโดยวิธีการใช้ทิศทางที่เป็นไปได้ซึ่งเรียกใช้วิธีการค้นตามเส้นโดยวิธี golden section , กฎของ Armijo และ วิธี bisection.

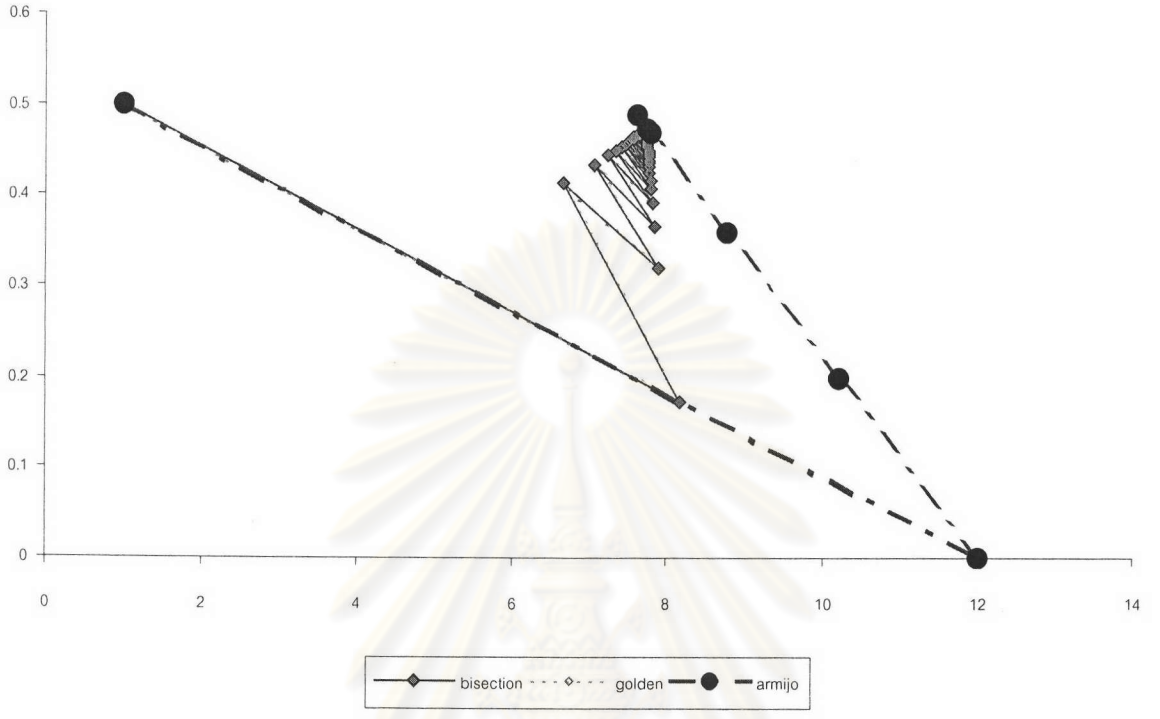
ปัญหา NLP5:

จากการหาผลเฉลยโดยใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นกับ GAMS สามารถเปรียบเทียบแสดงผลการคำนวณได้ดังนี้

Software		objective value z	optimal solution	time (sec.)
MFD	golden section	110.358738	(7.736886,0.473521)	2.72
	Armijo's rule	110.368421	(7.736575,0.473714)	0.03
	bisection	110.358965	(7.736032,0.473619)	9.70
GAMS		110.3684	(7.737 , 0.474)	0.14

จากตารางข้างต้นจะเห็นได้ว่าค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ได้จากการใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นของการเรียกใช้การค้นตามเส้นโดยกฎของ Armijo มีค่าใกล้เคียงกับค่าจากการใช้ GAMS ผลเฉลยเหมาะที่สุดที่ได้แตกต่างกันที่ทศนิยมตำแหน่งที่ 5 ซึ่งเป็นค่าที่ใกล้เคียงกันและเวลาที่ใช้ในการประมวลผลน้อยกว่าเวลาที่ GAMS ใช้ แต่ไม่แตกต่างกันมากในหน่วยเป็นวินาที ในความเป็นจริงของเวลาแทบจะไม่ชี้ชัดในการแตกต่างกันของเวลา

กราฟแสดงผลการคำนวณ ปัญหา NLP5



จากกราฟแสดงให้เห็นทิศทางการลู่เข้าหาผลเฉลยโดยวิธีการใช้ทิศทางที่เป็นไปได้ซึ่งเรียกใช้วิธีการค้นตามเส้นโดยวิธี golden section , กฎของ Armijo และ วิธี bisection.

<u>ปัญหา NLP6</u>:

จากการหาผลเฉลยโดยใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นกับ GAMS สามารถเปรียบเทียบแสดงผลการคำนวณได้ดังนี้

software		objective value z	optimal solution	time (sec.)
MFD	golden section	1.400685	(1.123359,0.650999,1.828612,0.568418)	0.01
	Armijo's rule	1.400685	(1.123137,0.651226,1.828578,0.568480)	0.02
	bisection	1.400685	(1.123367,0.651025,1.828599,0.568411)	0.03
GAMS		1.4007	(1.123,0.651,1.829, 0.568)	0.291

จากตารางข้างต้นจะเห็นได้ว่าค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ได้จากการใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการใช้ GAMS และผลเฉลยที่ได้แตกต่างกันที่ทศนิยมตำแหน่งที่ 4

ปัญหา NLP7:

จากการหาผลเฉลยจำนวนตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปร โดยใช้ซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นกับ GAMS สามารถเปรียบเทียบแสดงผลการคำนวณได้ดังนี้

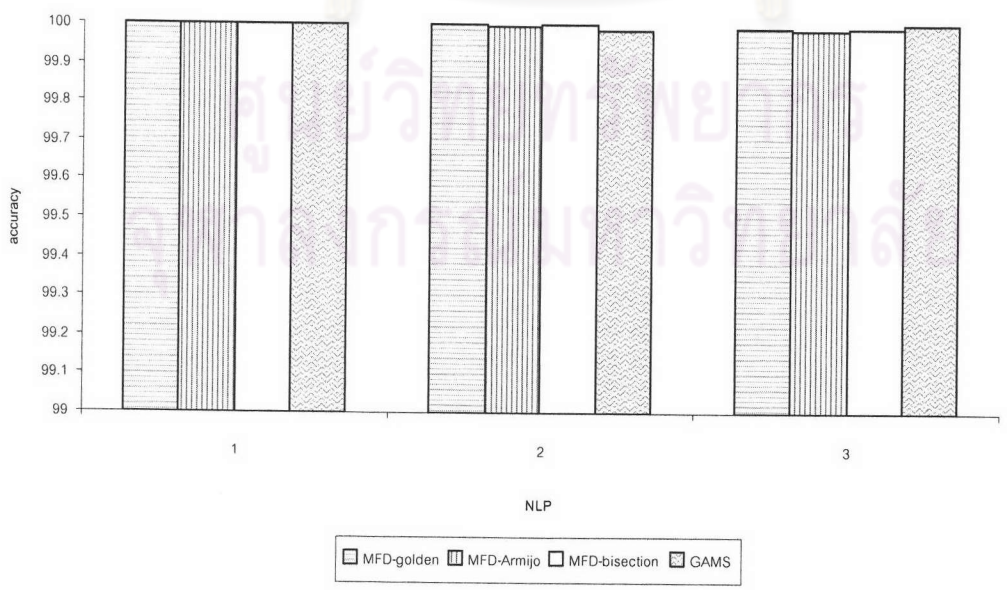
software		objective value z	optimal solution	accuracy	relative error	time (sec.)
MFD	golden section	60.000	(0,0,…,0)	100%	0%	0.02
	Armijo's rule	60.000	(0,0,…,0)	100%	0%	0.01
	bisection	60.000	(0,0,…,0)	100%	0%	0.01
GAMS		60.000	(0,0,…,0)	100%	0%	0.211

จากตารางข้างต้นจะเห็นได้ว่าซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นสามารถประมวลผลได้ผลเฉลยเป็นผลเทียบกับผลเฉลยจากที่ใช้ GAMS เป็นผลเฉลยเดียวกัน ค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าเท่ากัน

4.2 สรุปผล

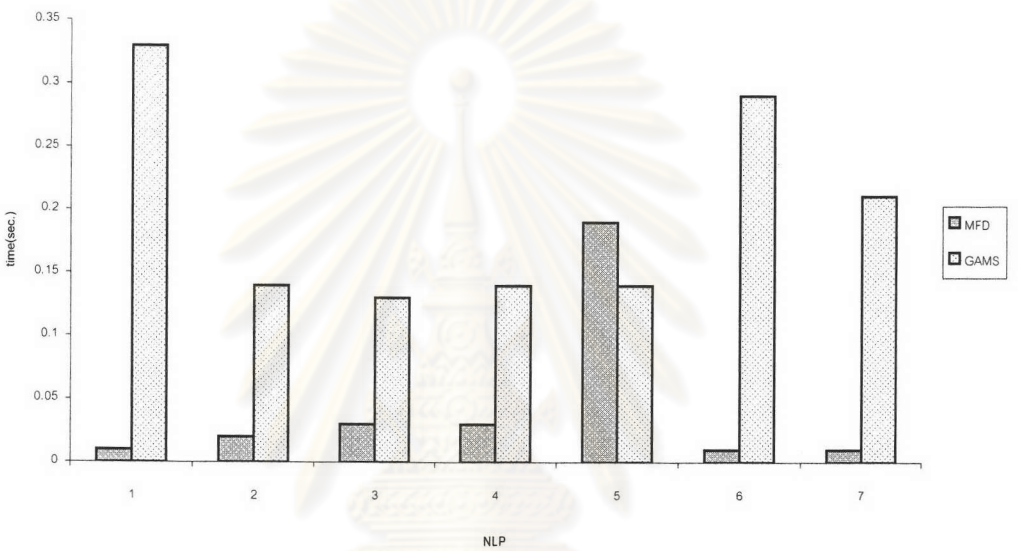
จากการสร้างซอฟต์แวร์เพื่อหาผลเฉลยของปัญหากำหนดการไม่เชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงเส้นโดยวิธีการใช้ทิศทางที่เป็นไปได้ สามารถหาผลเฉลยได้จริงเมื่อเปรียบเทียบการคำนวณหาผลเฉลยโดยใช้โปรแกรม General Algebraic Modeling System (GAMS) ผลเฉลยเหมาะที่สุดที่ได้มีค่าเท่ากันหรือแตกต่างกันที่ทศนิยมตำแหน่งที่ 3 เมื่อเปรียบเทียบผลเฉลยที่ได้จากซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นกับผลเฉลยแม่นตรงของปัญหาสามารถคำนวณค่าเปอร์เซ็นต์ของความแม่นยำ แสดงในรูปของกราฟได้ดังนี้

กราฟแสดงผลการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ของความแม่นยำ



จากกราฟจะเห็นได้ว่าเปอร์เซ็นต์ของความแม่นยำของผลเฉลยที่ได้จากซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นมีค่ามากกว่า หรือ น้อยกว่า หรือ เท่ากับ เปอร์เซ็นต์ของความแม่นยำของผลเฉลยที่ได้จาก GAMS ทั้งนี้เมื่อพิจารณาความแม่นยำมีค่าประมาณ 99.98 % ถึง 100 % แสดงว่าผลเฉลยที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นตรง

กราฟแสดงเวลาของการประมวลผล



จากกราฟจะเห็นได้ว่าเวลาของการประมวลผลซอฟต์แวร์ที่สร้างขึ้นมีค่าน้อยกว่าเวลาการประมวลของ GAMS แต่บางปัญหาเวลาประมวลผลมากกว่า GAMS ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับจำนวนการทำซ้ำของขั้นตอนวิธีหาผลเฉลยของปัญหา เมื่อพิจารณาเวลาประมวลผลมีหน่วยเป็นวินาที ระยะเวลาของการประมวลผลน้อยมากไม่ได้แตกต่างกัน ทำให้ได้ว่า สะดวก รวดเร็ว ต่อการหาผลเฉลยของปัญหากำหนดการไม่เชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงเส้น

ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับงานวิจัยขั้นต่อไป ศึกษาวิธีการหาผลเฉลยกำหนดการไม่เชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขบังคับไม่เชิงเส้นที่ก่อให้เกิดบริเวณที่เป็นไปได้ในลักษณะของเซตนูนโดยวิธีการใช้ทิศทางที่เป็นไปได้ พร้อมทั้งพัฒนาให้ซอฟต์แวร์สามารถหาผลเฉลยของปัญหาได้