ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

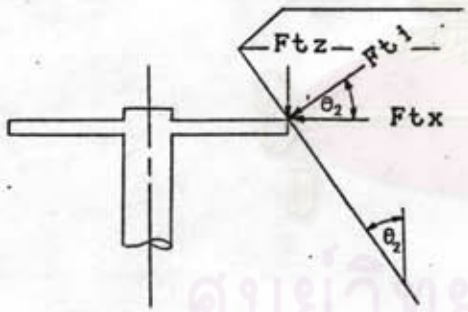
บทที่ 2

การวิเคราะห์ปัญหาที่ใช้ในการออกแบบ

เพื่อให้การออกแบบเครื่องเซาะร่องเม็ดพลอย และการทดลองเซาะร่องเม็ดพลอยมีข้อมูลพื้นฐานในการดำเนินการ จึงได้ทำการวิเคราะห์ปัญหาที่ใช้ในการออกแบบโดยอาศัยขนาดจริงของล้อหินเจียระไนและขนาดโดยประมาณของเม็ดพลอยเป็นหลัก เพื่อคำนวนหาความเร็วป้อนตัด ค่าความเร็วรอบ และกำลังในการเซาะร่อง

2.1 การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์

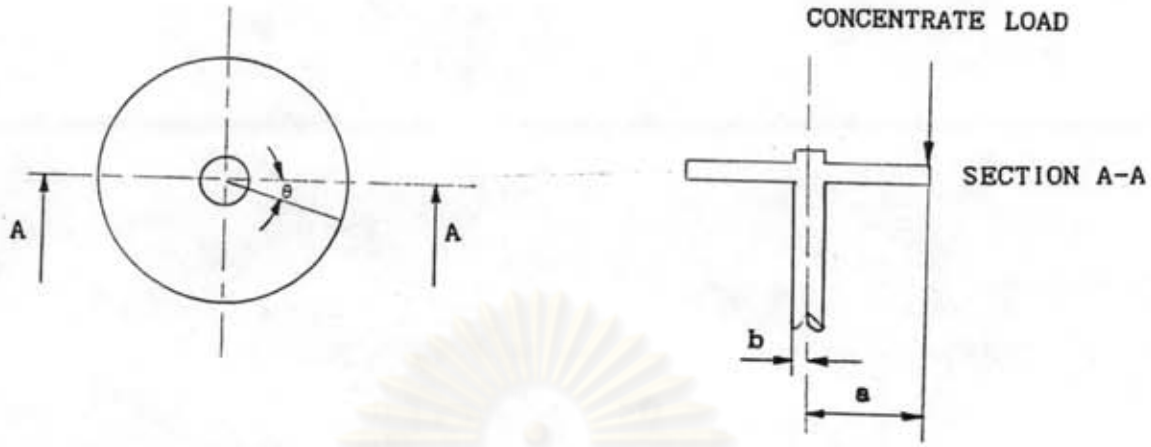
จากรูปที่ 2.1 จะเห็นว่าในการเจียระไนเซาะร่องเม็ดพลอยจะมีแรงที่กระทำกับล้อหินเจียระไนคือ Fti ซึ่งแยกเป็นองค์ประกอบตามแนวดิ่งและแนวระดับคือ Ftz และ Ftx



Fti = แรงที่กระทำกับชิ้นงาน(พลอย)
Ftx = แรงที่กระทำในแนวรัศมีกับล้อหินเจียระไน
Ftz = แรงที่กระทำในแนวดิ่ง

รูปที่ 2.1 ทิศทางของแรงต่างๆที่กระทำกับล้อหินเจียระไน

จากรูปจะเห็นว่าแรง Ftz เป็นแรงที่กระทำให้ล้อหินเจียระไนเกิดการโค้งงอได้และเนื่องจากล้อหินเจียระไนมีขนาดบางมากประมาณ 0.15 มม. และมีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 22 มม.ดังนั้นในการวิเคราะห์ปัญหาค่าความโค้งงอของใบที่เกิดขึ้นจึงสมมติให้ ล้อหินเจียระไน มีลักษณะและคุณสมบัติของเพลท (plate) เนื่องจากเพลทมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 22.4 มม. เข้าตัดเฉือนชิ้นงานซึ่งมีขนาดโดยเฉลี่ยประมาณ 2 - 3 มม. และเพลทเข้าตัดชิ้นงานมีความลึกน้อยมากนั่นเอง ประมาณ 0.2 - 0.3 มม. ดังนั้นแรงที่กระทำจึงประมาณให้อยู่ในรูปของแรงที่กระทำเป็นจุด(concentrate load)กระทำที่ขอบของเพลท



รูปที่ 2.2 เพลทที่ถูกกระทำโดยแรงที่กระทำเป็นจุดกระทำที่ขอบของเพลท

การวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นจะใช้ทฤษฎีของเพลท (Timoshenko and Wainowsky, 1959) สร้างสมการดิฟเฟอร์เรนเชียลขึ้น เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ค่าความโค้งงอที่เกิดขึ้น

2.1.1 สมการการโค้งงอของเพลท(Equation for Deflection of Plate)
สมมติฐานที่ใช้ในทฤษฎีของเพลท

1. ไม่มีการเปลี่ยนรูปของระนาบตรงกลางของเพลทซึ่งระนาบนี้ก็คือ neutral ของเพลทระหว่างที่มีโมเมนต์ดัดมากระทำ

2. ทิศทางของแรงที่กระทำกับเพลทยังคงตั้งฉากกับเพลท หลังจากที่มีแรงมากระทำให้เกิดการบิดงอขึ้นแล้ว

3. ความเค้นในแนวตั้งฉากกับเพลท ในทิศทางตรงกันข้ามกับแรงที่กระทำกับเพลทไม่พิจารณา

4. ค่าความโค้งงอที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับความหนาของเพลท ทำให้ไม่คิดผลของความเครียดที่เกิดขึ้นระหว่างที่มีโมเมนต์ดัดมากระทำ

5. การใช้งานของเพลทอยู่ในช่วง elasticity

จากทฤษฎีของเพลท (Timoshenko and Wainowsky, 1959) ค่าความโค้งงอของเพลทวงกลมที่มีแรงที่กระทำด้านข้างกระทำอยู่หาได้จากสมการ

$$\Delta\Delta W = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)\left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right) = \frac{q}{D} \qquad (2.1.1)$$

เมื่อ W = ค่าความโค้งงอ

q = แรงที่กระจายบนเพลทที่กระทำในทิศทางลง

D = flexual rigidity

$= Eh^3 / 12(1-\nu^2)$

E = โมดูลัสยืดหยุ่น

ν = อัตราส่วนโพซอง

เนื่องจากในกรณี ที่ทำการพิจารณานี้ ไม่มี แรงที่กระจายบนเพลทดังนั้น q=0 สมการเขียนได้ใหม่เป็น

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right)\left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2}\right) = 0 \qquad (2.1.2)$$

โดยที่คำตอบของสมการจะอยู่ในรูปของ อนุกรมฟูเรียร์ ดังนี้

$$W = RO + \sum_{m=1}^{\infty} Rm.\cos(m\theta) \qquad (2.1.3)$$

เมื่อ $$RO = AO + BO.r^2 + CO.\log r + DO.r^2.\log r \qquad (2.1.4)$$

$$R1 = A1.r + B1.r^3 + C1.r^{-1} + D1.r.\log r \qquad (2.1.5)$$

$$Rm = Am.r^m + Bm.r^{-m} + Cm.r^{m+2} + Dm.r^{-m+2} \qquad (2.1.6)$$

โดยมี Boundary Conditions ดังนี้

ที่ inner boundary

$$(W)_{r=b} = 0 \quad , \quad \left(\frac{\partial W}{\partial r}\right)_{r=b} = 0 \qquad (a)$$

และที่ outer boundary จะมีแรงที่กระทำเป็นจุดกระทำอยู่ซึ่งค่าโมเมนต์ดัด

$$(Mr)_{r=a} = 0 \qquad (b)$$

และ แรงเฉือน จะมีค่า

$$(V)_{r=a} = \frac{Ftz.(1}{\pi.a\ 2} + \sum_{m=1}^{\infty} .\cos(m\theta)) \qquad (c)$$

เมื่อ Ftz = แรงที่กระทำเป็นจุดกระทำที่ปลายของเพลท

สมการ a,b,c เป็น boundary conditions ทั้งหมดที่ใช้ในการหาค่าคงที่ของสมการ (2.1.3...2.1.6)

แทนค่า boundary conditions ต่างๆลงในสมการที่ (2.1.3..2.1.6)ทำการแก้สมการดังกล่าว ซึ่งวิธีการแก้สมการแสดงอยู่ในภาคผนวก ก. คำตอบที่ได้เขียนอยู่ในรูปของ Simultaneous Equations ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & b^2 & \log b & b^2\log b \\ 0 & 2b & 1/b & (2b\log b+b) \\ 0 & 2D(1+\nu) & D(\nu-1)/a^2 & D(2\log a+3+(2\log a+1)) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} AO \\ BO \\ CO \\ DO \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{Ftz}{\pi 8D} \end{bmatrix} \qquad (2.1.7)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\cos\theta \begin{bmatrix} b & b^3 & 1/b & b\log b \\ 1 & 3b^2 & -1/b^2 & (\log b+1) \\ 0 & \gamma(\gamma 2a+6a) & 2D(1-\gamma)/a^3 & D(1+\gamma)/a \\ 0 & -D(2\gamma+6) & -(1-\gamma)2D/a^4 & D(3-\gamma)/a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A1 \\ B1 \\ C1 \\ D1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dfrac{Ftz(1+\cos\theta)}{\pi.a\ 2} \end{bmatrix} \qquad (2.1.8)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\cos m\theta(b^{m}Am + b^{-m}Bm + b^{m+2}Cm + b^{-(m-2)}Dm) = 0$$

$$\cos m\theta(mb^{m-1}Am - mb^{-(m+1)}Bm + (m+2)b^{m+1}Cm - (m-2)b^{-(m-1)}Dm) = 0$$

$$\begin{aligned}
&(-D.\cos m\theta).(m(m-1)a^{m-2} + \gamma.m.a^{m-2} - \gamma.m^{2}a^{m-2})Am + \\
&(-D.\cos m\theta).(m(m+1)a^{-(m+2)} - \gamma.m.a^{-(m+2)} - \gamma.m^{2}a^{-(m+2)})Bm + \\
&(-D.\cos m\theta).(\gamma(m+2)a^{m} + (m+2)(m+1)a^{m} - \gamma.m^{2}a^{m})Cm + \\
&(-D.\cos m\theta).((m-2)(m-1)a^{-m} - \gamma(m-2)a^{-m} - \gamma.m^{2}a^{-m})Dm = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\{(1-\gamma)D.m^{2}\cos m\theta[m.a^{m-3} - a^{m-3}] - \\
&D\cos m\theta[m(m-1)(m-2)a^{m-3} + m(m-2)a^{m-3} - m^{2}.(m-2)a^{m-3}]\}Am + \\
&\{(1-\gamma)D.m^{2}\cos m\theta[-m.a^{-(m+3)} - a^{-(m+3)}] - \\
&D\cos m\theta[m(m+2)a^{-(m+3)} + m(m+2)(m+1)a^{-(m+3)} + m^{2}.(m+2)a^{-(m+3)}]\}Bm + \\
&\{(1-\gamma)D.m^{2}\cos m\theta[(m+2).a^{(m-1)} - a^{(m-1)}] - \\
&D\cos m\theta[(m+2)(m+1)ma^{(m-1)} + m(m+2)a^{(m-1)} - m^{3}.a^{(m-1)}]\}Cm + \\
&\{(1-\gamma)D.m^{2}\cos m\theta[-a^{-(m+1)} - (m-2)a^{-(m+1)}] - \\
&D\cos m\theta[-(m-1)(m-2)ma^{-(m+1)} + m(m-2)a^{-(m+1)} - m^{3}.a^{-(m+1)}]\}Dm + \\
&= \frac{Ftz}{\pi.a}\left(\frac{1}{2} + \cos m\theta\right) \qquad (2.1.9)
\end{aligned}$$

จากสมการต่างๆ เหล่านี้จะพบว่าเป็นสมการที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความโค้งงอของเพลทกับแรงที่มากระทำ โดยที่ค่าความโค้งงอนั้นจะได้จากขนาดความกว้างของร่องที่เซาะ ซึ่งก็คือ

ขนาดของร่องที่เซาะ = ความหนาของเพลท + ค่าความโค้งงอของเพลท (2.1.10)

ซึ่งจะสัมพันธ์กับแรงที่กดลงบนแผ่นเพลท

ในสมการต่าง ๆ เหล่านี้มีค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่ต้องกำหนดลงไปในสมการดังต่อไปนี้

016542

ν = อัตราส่วนพัวซอง

E = โมดูลัสยืดหยุ่น [นิวตัน/มม.^{2}]

h = ความหนาของเพลทหรือความหนาของหินเจียระไน [เมตร]

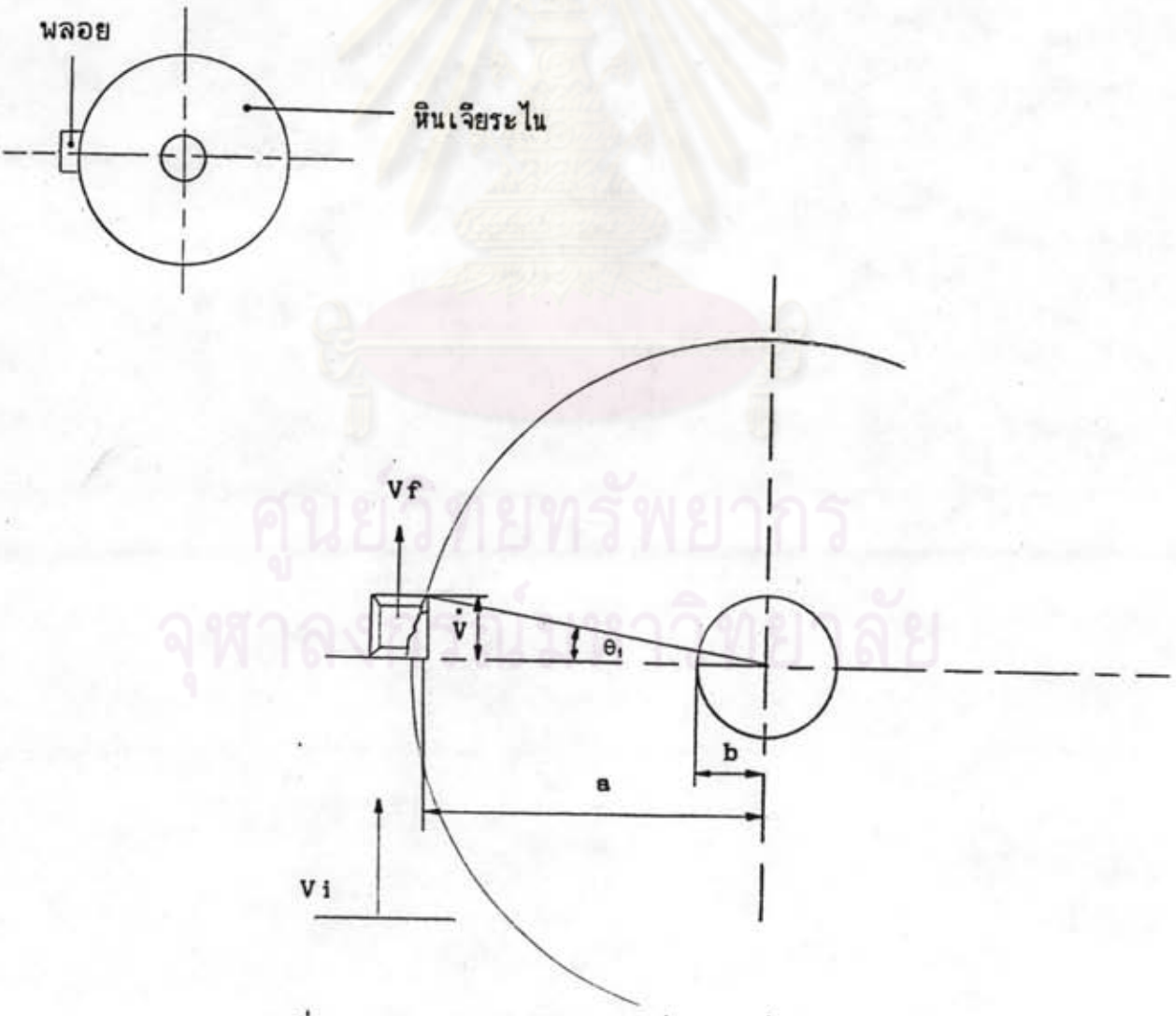
a = รัศมีภายนอก [เมตร]

b = รัศมีภายใน [เมตร]

Ftz = แรงที่กระทำบนแผ่น เพลท [นิวตัน]

2.1.2 การวิเคราะห์กระบวนการในการเจียระไน (Analysis of the Grinding Process)

แรงที่กระทำบนเพลทจะถูกนำมาใช้ในการพิจารณาหาค่าความเร็วตัดที่ใช้ในการป้อนชิ้นงานดังนี้



รูปที่ 2.3 ลักษณะของหินเจียระไนเมื่อเข้าตัดชิ้นงาน

ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในรูปคือ

V_i = ความเร็วป้อนตัดของเครื่องจักร [เมตร/วินาที]

V_f = ความเร็วตัด [เมตร/วินาที]

V = ระยะทางที่สึกหรอของล้อหินเจียระไนในแนวตัดกับชิ้นงาน [เมตร]

$\dot{dt}/2$ = ความเร็วที่รัศมีล้อหินเจียระไนลดขนาดลง [เมตร/วินาที]

dt = เส้นผ่านศูนย์กลางของล้อหินเจียระไน

$\dot{V}$ = ความเร็วที่ล้อหินเจียระไนลดขนาดลงในแนวตัด [เมตร/วินาที]

θ_i = มุมที่ใบมีดกระทำเข้าตัดชิ้นงาน

จากรูปสามารถที่จะเขียนความสัมพันธ์ของสมการได้ดังนี้

$$V_f = V_i - \dot{V} \qquad (2.2.1)$$

แต่เราจะทำการสมมติให้สภาวะการตัดอยู่ในช่วงการตัดเฉือน(Boothroyd, 1977) ซึ่งจะทำให้ได้ค่าอัตราการตัดเนื้อโลหะที่สูง

จากรูป 2.2 จะพบว่า

$$\frac{\dot{dt}}{2}.\sin\theta_i = \dot{V} \qquad (2.2.2)$$

แทนค่าลงในสมการ (2.2.1) จะได้

$$V_f = V_i - \frac{\dot{dt}}{2}.\sin\theta_i \qquad (2.2.3)$$

จากการทดลองของ ฮัน และ ลินเซย (Hahn and Lindsey , quoted in Boothroyd,1977) พบว่าอัตราการตัดเนื้อโลหะของชิ้นงาน (Zw) และ อัตราการหลุดไปของเนื้อหินเจียระไน (Zt) เมื่อเทียบกับแรงที่กระทำตั้งฉากกับหินเจียระไน (Ftx) ภายในช่วงการตัดเฉือน ความสัมพันธ์ของ Zw และ Zt จะอยู่ในรูปของสมการเส้นตรง นั่นคือสามารถจะแสดงได้ในรูปของสมการ

$$Zw = \wedge_w.(Ftx - Ftxo) \qquad (2.2.4.a)$$

$$Zt = \wedge_t.(Ftx - Ftxo) \qquad (2.2.4.b)$$

เมื่อ Ftxo = แรงตัดเบื้องต้นสำหรับเริ่มสภาวะการตัดเฉือน

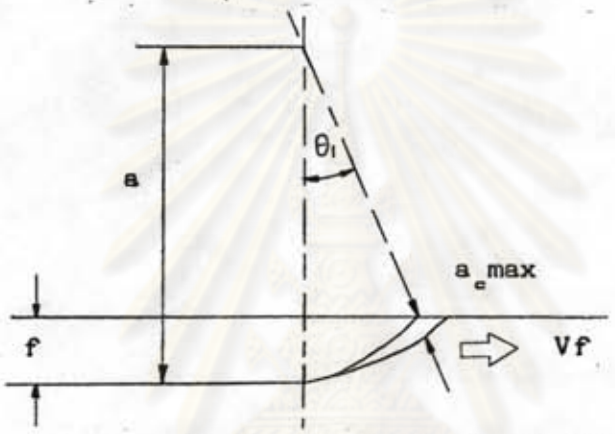
Ftx = แรงที่กระทำในแนวรัศมีกับล้อหินเจียระไน

$\wedge_w$ = อัตราการสึกหรอของชิ้นงาน (metal removal parameter)

$\wedge_t$ = อัตราการสึกหรอของล้อหินเจียระไน (wheel removal parameter)

Zw = อัตราการตัดเนื้อโลหะของชิ้นงาน

Zt = อัตราการหลุดไปของเนื้อล้อหินเจียระไน



รูปที่ 2.4 ลักษณะทางด้านข้างของล้อหินเจียระไนเมื่อเข้าตัดชิ้นงาน

ค่าอัตราการตัดเนื้อโลหะของชิ้นงาน (Zw) ระหว่างการเจียรไนหาได้จาก

$$Zw = f.a_p.Vf \qquad (2.2.5)$$

เมื่อ f = ความลึกของการตัด [เมตร]

a_p = ความกว้างของร่องที่ทำการเจียระไน [เมตร]

$$Zt = \frac{\pi.dt.a_p.dt}{2} \qquad (2.2.6)$$

แทนค่าลงในสมการที่ (2.2.4.a,b) จะได้

$$f.a_p.Vf = \wedge_w.(Ftx - Ftxo) \qquad (2.2.7.a)$$

$$\frac{\pi.dt.a_p.dt}{2} = \wedge_t.(Ftx - Ftxo) \qquad (2.2.7.b)$$

นำสมการทั้ง 2 หารกันจะได้

$$\frac{f.a_p.Vf}{\frac{\pi.dt.a_p.\dot{dt}}{2}} = \frac{\wedge_w}{\wedge_t} \qquad (2.2.7.c)$$

แทนค่าสมการ (2.2.7.c) ลงไปในสมการที่ (2.2.3) จะได้

$$Vf = \frac{Vi}{1 + \frac{f.\wedge_t.\sin\theta_i}{\pi.dt.\wedge_w}} \qquad (2.2.8)$$

จากสมการที่ (2.2.4.a) จะพบว่า

$$Zw = \wedge_w.(Ftx - Ftxo)$$

และจากสมการ (2.2.5)

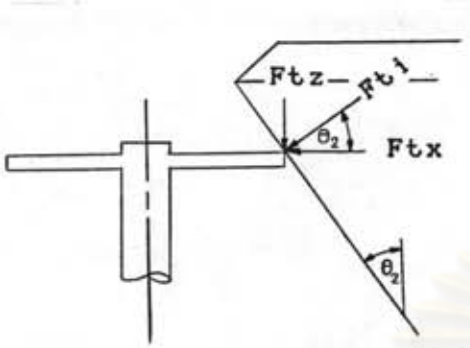
$$Zw = f.a_p.Vf$$

จะได้

$$f.a_p.Vf = \wedge_w.(Ftx - Ftxo) \qquad (2.2.9)$$

เมื่อ Ftx -Ftxo ก็คือ แรงที่กระทำตั้งฉาก ที่กระทำต่อล้อหินเจียระไนนั่นเองซึ่งจะทำการพิจารณาต่อไป

การพิจารณาการตัดในแนวตั้งฉาก



Fti = แรงที่กระทำกับชิ้นงาน(พลอย)

Ftx = แรงที่กระทำในแนวรัศมีกับล้อหินเจียระไน

Ftz = แรงที่กระทำในแนวดิ่ง

θ_2 = มุมเอียงของพลอย

รูปที่ 2.5 ทิศทางของแรงที่กระทำที่หินเจียระไน

จากรูปที่ 2.5 จะเห็นว่าแรง Fti แตกออกได้เป็น 2 ส่วนประกอบด้วยกันคือ

$$Ftz = Fti.\sin\theta_2 \qquad (2.2.10.a)$$

$$Ftx = Fti.\cos\theta_2 \qquad (2.2.10.b)$$

จากทฤษฎีของเพลทกำหนดไว้ว่า ถ้ารู้ค่าแรง Ftz แล้วก็จะหาค่าของค่าความโค้ง-งอของเพลทได้ หรือในทางกลับกัน ถ้ามีค่าความโค้งงอของเพลทตามที่ต้องการ ก็จะหาแรงที่มากระทำต่อเพลท (Ftz)ได้ ค่าความโค้งงอจะพิจารณาได้จาก

ค่าความโค้งงอของเพลท = ขนาดของร่องที่เซาะ - ความหนาของเพลท (2.2.11)

จากสมการที่ (2.2.9) จะได้

$$f.a_p.Vf = \wedge_w.(Ftx - Ftxo)$$

เนื่องจากอัญมณีที่ทำการเซาะร่องมีขนาดเล็กมาก เมื่อเทียบกับล้อหินเจียระไนดังนั้น อาจจะ สมมุติให้ Ftx - Ftxo = Ftx เพราะจะทำให้ได้ค่า Vf สูงขึ้น (f, a_p, $\wedge_w$ คงที่) ทำให้การทำงานอยู่ในช่วงการตัดเฉือนจริง

$$f.a_p.Vf = \wedge_w.Ftx \qquad (2.2.12)$$

ดังนั้นแทนค่าลงในสมการที่ (2.2.8) จะได้

$$Vi = \frac{\wedge_w.Ftx}{a_p.f}\left(1 + \frac{f.\wedge_t.\sin\theta_1}{\pi.dt.\wedge_w}\right) \qquad (2.2.13)$$

โดยที่ค่า Ftx ก็คือ แรงที่กระทำในแนวตั้งฉากกับทิศทางการตัด ซึ่งมีความสัมพันธ์กับค่า Ftz จากสมการที่ (2.2.10.a) และ (2.2.10.b) ดังนี้

$$Ftx = \frac{Ftz.\cos\theta_2}{\sin\theta_2} \qquad (2.2.14)$$

ค่า Ftz ก็คือค่าแรงที่ทำให้เพลทโค้งงอนั่นเอง ซึ่งจะพิจารณาได้จากความกว้างของร่องที่ทำการเจียระไนที่วัดได้ แทนค่าลงในสมการ (2.2.11) ก็จะได้ค่าความโค้งงอของเพลท นั่นเอง หรือถ้ากำหนดค่าความโค้งงอของเพลท ก็จะหาแรง Ftz ที่กระทำต่อเพลทได้ ซึ่งเมื่อแทนค่ากลับลงในสมการที่ (2.2.13) จะหาค่า Vi ที่ใช้ในการเซาะร่องพลอยนั่นเอง

2.1.3 สรุปสมการที่ใช้ในการวิเคราะห์แรงกระทำและความเร็วป้อนตัด

การวิเคราะห์ปัญหากระทำโดยการวัดขนาดของร่องที่เซาะ และความหนาของล้อหินเจียระไน แทนค่าลงในสมการที่ (2.2.11) ดังต่อไปนี้

ค่าความโค้งงอของเพลท = ขนาดของร่องที่เซาะ - ความหนาของเพลท (2.2.11)

เมื่อได้ค่าความโค้งงอ (w) แล้ว จะเห็นได้ว่าค่าความโค้งงอของเพลทสัมพันธ์กับแรงที่กระทำกับเพลท ขณะเข้าตัดเม็ดพลอย โดยมีสมการที่ (2.1.3) ใช้สำหรับหาค่าความโค้งงอของเพลท

$$w = RO + \sum_{m=1}^{\infty} Rm.\cos(m) \qquad (2.1.3)$$

โดยที่คำตอบของสมการที่ (2.1.3) จะอยู่ในรูปของอนุกรมฟูเรียร์

$$RO = AO + BO.r^2 + CO.\log r + DO.r^2.\log r \qquad (2.1.4)$$

$$R1 = A1.r + B1.r^3 + C1r^{-1} + D1.r.\log r \qquad (2.1.5)$$

$$Rm = Am.r^m + Bm.r^{-m} + Cm.r^{m+2} + Dm.r^{-m+2} \qquad (2.1.6)$$

โดยที่ค่าคงที่ AO,BO,CO,DO ของสมการที่ 2.1.4 หาได้จากสมการที่ (2.1.7)
ค่าคงที่ A1,B1,C1,D1 ของสมการที่ 2.1.5 หาได้จากสมการที่ (2.1.8)
ค่าคงที่ Am,Bm,Cm,Dm ของสมการที่ 2.1.6 หาได้จากสมการที่ (2.1.9)

ซึ่งสมการเหล่านี้ สามารถแก้ได้โดยวิธีการทางคณิตศาสตร์ของเกาส์ ซึ่งเมื่อได้ค่าคงที่ต่างๆเหล่านี้ ก็แทนค่าลงในสมการแล้ว ก็จะได้ค่า RO,R1 และ Rm ได้ และแทนค่ากลับลงในสมการที่ (2.1.3) ก็จะได้ค่าความโค้งงอ (w) ตามที่ต้องการ ในการคำนวนจริงจะทำการแทนค่าของ Ftz ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้ค่าความโค้งงอ (w) ใกล้เคียงกับค่าที่ต้องการ ก็จะใช้ค่าของ Ftz ค่านั้น

ส่วนแรงที่กระทำกับเพลท สัมพันธ์กับค่า Vi ของเครื่องจักรตามสมการที่(2.2.13)

$$Vi = \frac{\wedge_w.Ftx}{a_p.f}\left(1 + \frac{f.\wedge_t.\sin\theta_i}{\pi.dt.\wedge_w}\right) \qquad (2.2.13)$$

โดยที่ค่า Ftx ก็คือ แรงที่กระทำในแนวตั้งฉากกับทิศทางการตัด ซึ่งมีความสัมพันธ์กับค่า Ftz จากสมการที่ (2.2.10.a) และ (2.2.10.b) ดังนี้

$$Ftx = \frac{Ftz.\cos\theta_2}{\sin\theta_2} \qquad (2.2.14)$$

ค่าพารามิเตอร์ ต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการ (2.2.13) มีดังนี้

Vi = ความเร็วป้อนตัดของเครื่องจักร [เมตร/วินาที]

θ_1 = มุมที่ใบมีดเข้าตัดชิ้นงาน

dt = เส้นผ่าศูนย์กลางของล้อหินเจียระไน [เมตร]

f = ความลึกในการตัด [เมตร]

a_p = ความกว้างของร่องหินเจียระไน [เมตร]

θ_2 = มุมเอียงของพลอย

จากสมการที่ (2.2.13) ก็จะได้ค่า Vi สำหรับใช้ในการออกแบบเครื่องจักร

2.1.4 การหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการสำหรับการเจียระไนพลอย (metal and wheel removal parameter for grinding ruby and saphire)

สำหรับเหล็กเครื่องมือ เหล็กรอบสูง คาร์ไบด์ หินอัญมณี (gemstone)ถูกกำหนดให้เป็นวัสดุที่ทำการเจียระไนยาก (difficult to grind material) ซึ่งยังไม่สามารถหาสมการ emperical มาใช้แทนค่าได้ แต่จากข้อแนะนำของ ฮัน และ ลินเซย์ ได้แนะนำค่า $\wedge_w$ (metal removal parameter) ต่างๆเหล่านี้ไว้เป็นตารางสำหรับวัสดุที่ทำการเจียระไนยาก ดังต่อไปนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

material	description	metal removal parameter k_w นิ้ว^3/นาทีปอนด์	พิโคเมตร^3/วินาทีนิวตัน
T - 15	High-speed steel, tungsten type	0.00015-0.0015	9-90
M - 2	High-speed steel, molydenum type	0.0004-0.0011	25-70
Inconel X	Nickel alloy	0.0006-0.0025	37-150
M - 4	High-speed steel	0.0002-0.002	12-120
M - 5	High-speed steel	0.0019-0.0045	120-280

ตารางที่ 2.1 ค่าโดยประมาณของ k_w สำหรับวัสดุที่ทำการเจียระไนยาก

ตัวเลขค่าต่ำสำหรับ วัสดุที่ใช้แรงตัด ต่อความกว้างของเศษ F_t/a_p ต่ำ และค่ามากสำหรับวัสดุที่ต้องการ F_t/a_p สูง

สำหรับวัสดุที่จะทำการเซาะร่องนั้นเป็นอัญมณี (gemstone) ซึ่งเป็นพลอยสีน้ำเงินหรือสีแดงซึ่งมีชื่อเรียกว่าไพลินและทับทิมตามลำดับ เป็นหินประเภทคอรันดัม(Arem,1975) ซึ่งเป็นชนิดหนึ่งของหินอัญมณีประเภท precious gemstone ซึ่งประกอบไปด้วย

1. Diamond
2. Beryl
3. Corundum
4. Garnet
5. Quartz Gems
6. Opal
7. Tapaz
8. Jade
9. Tourmaline
10. Feldspars
11. Pearl
12. Organic Gems
13. Spadumene
14. Chrysaberyl
15. Peridot
16. Lapis Lazuli
17. Turquoise
18. Decorative stone
19. Spinel
20. Zircon

ความแข็งนั้นกำหนดโดย โมห์สเกล(Mohr's scale)(Arem,1975) สำหรับสินแร่ต่างๆที่มีในโลกแบ่งออกได้ดังนี้ ค่าตัวเลขบอกถึงความแข็ง หมายเลข 10 คือเพชรซึ่งมีความแข็งมากสุด

1. Talc	6. Orthoclase
2. Gypsum	7. Quartz
3. Calcite	8. Topaz
4. Fluorite	9. Corundum
5. Apatite	10. Diamond

คอรันดัม (corundum)นั้นมีค่าความแข็งตามโมห์สเกลเท่ากับ 9 จึงจะใช้ค่าความแข็งของคอรันดัมนี้เป็นสิ่งสำคัญในการเปรียบเทียบและพิจารณาหาค่า $\wedge_w$ จากตารางของ Engineering Handbook (Mantell,1958) จะพบว่า วัสดุ T-15 (High-speed steel tungsten type) มีคุณสมบัติความแข็ง 67 Rc ซึ่งจากตาราง Approximate hardness relation for steel (Davis,1964) Table 7.7 ความแข็ง 67 Rc จะมีความแข็งตามโมห์สเกล โดยประมาณเท่ากับ 9 เช่นเดียวกับคอรันดัม ดังนั้นจะประมาณให้ใช้ค่าพารามิเตอร์ $\wedge_w$ สำหรับ T-15 แทนของคอรันดัม ทั้งนี้เพื่อเผื่อไว้ในแง่ของความปลอดภัย โดยจะให้ค่า

คอรันดัม ค่า $\wedge_w$ = 9 - 90 พิโคเมตร^3/วินาทีนิวตัน

สำหรับค่า $\wedge_w/\wedge_t$ สำหรับวัสดุที่ทำการเจียระไนยากจะได้

$\wedge_w/\wedge_t$ = 3.0 (Boothroyd,1977)

2.2 <u>ผลการวิเคราะห์ปัญหาด้วยสมการคณิตศาสตร์</u>

ค่าพารามิเตอร์ที่วัดจากล้อหินเจียระไน

h = 0.15 มม.

a = 11.2 มม.

b = 2.5 มม.

dt = 22.4 มม.

ค่าพารามิเตอร์ที่วัดจากเม็ดพลอย โดยเลือกขนาดที่ใช้ในการคำนวนครั้งนี้ จากเม็ดพลอยรูปร่างสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดประมาณ 2 - 3 มม. สูงประมาณ 1.3 มม.ผลปรากฏดังต่อไปนี้

f = 0.2 - 0.3 มม. (ค่า f นี้วัดจากพลอยหลายๆ เม็ดที่ใช้ในการฝังจริงได้และหลายขนาดระหว่าง 2 - 3 มม. ซึ่งเป็นขนาดที่ใช้งานจริง)

θ_2 = 45 (สำหรับรูปที่ไม่เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส มุมจะมากกว่านี้)

a_p = 0.25 - 0.30 มม. (พลอยขนาด 2 - 3 มม.)

ค่าคงที่ต่าง ๆ ที่จะใช้ในสมการมีดังต่อไปนี้

E = $200*10^9$ นิวตัน/เมตร^2 (สำหรับ เหล็ก)

γ = 0.3 "

เนื่องจากขนาดของพลอย มีตั้งแต่ 2 - 3 มม. ทำให้สามารถคำนวนค่า θ_1 , f, θ_2 เป็นช่วง

พลอยขนาด 2 มม.

กำหนดความกว้างของร่องที่ต้องการเซาะ = 0.25 มม.

ค่าความโค้งงอของเพลท = ขนาดของร่องที่เซาะ - ความหนาของเพลท

= 0.25 - 0.15

= 0.1 มม.

จากสมการของเพลท (2.1.3),(2.1.7),(2.1.8) และ (2.1.9) นำค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ แทนค่าลงในสมการ เพื่อที่จะหาค่าความโค้งงอที่เกิดขึ้น ผลการคำนวณที่ได้ปรากฏอยู่ในตารางภาคผนวก ข. โดยใช้เทอมที่เป็นผลรวมตามสมการที่ (2.1.3) 12 เทอม ซึ่งปรากฏว่าเมื่อให้ค่า Ftz = 0.341 นิวตัน จะมีค่าความโค้งงอ = 0.1 มม.ซึ่งเมื่อรวมกับความกว้างของเพลท จะเป็นระยะความกว้างของร่องเท่ากับ 0.25 มม.ที่สามารถใช้งานได้จริง ค่าความโค้งงอที่วัดได้นี้กระทำที่ θ_1 = 0 สำหรับ θ_1 ที่ค่าต่างๆ ของเพลทเมื่อ Ftz = 0.341 นิวตัน ได้แสดงไว้ในกราฟรูปที่ 2.6

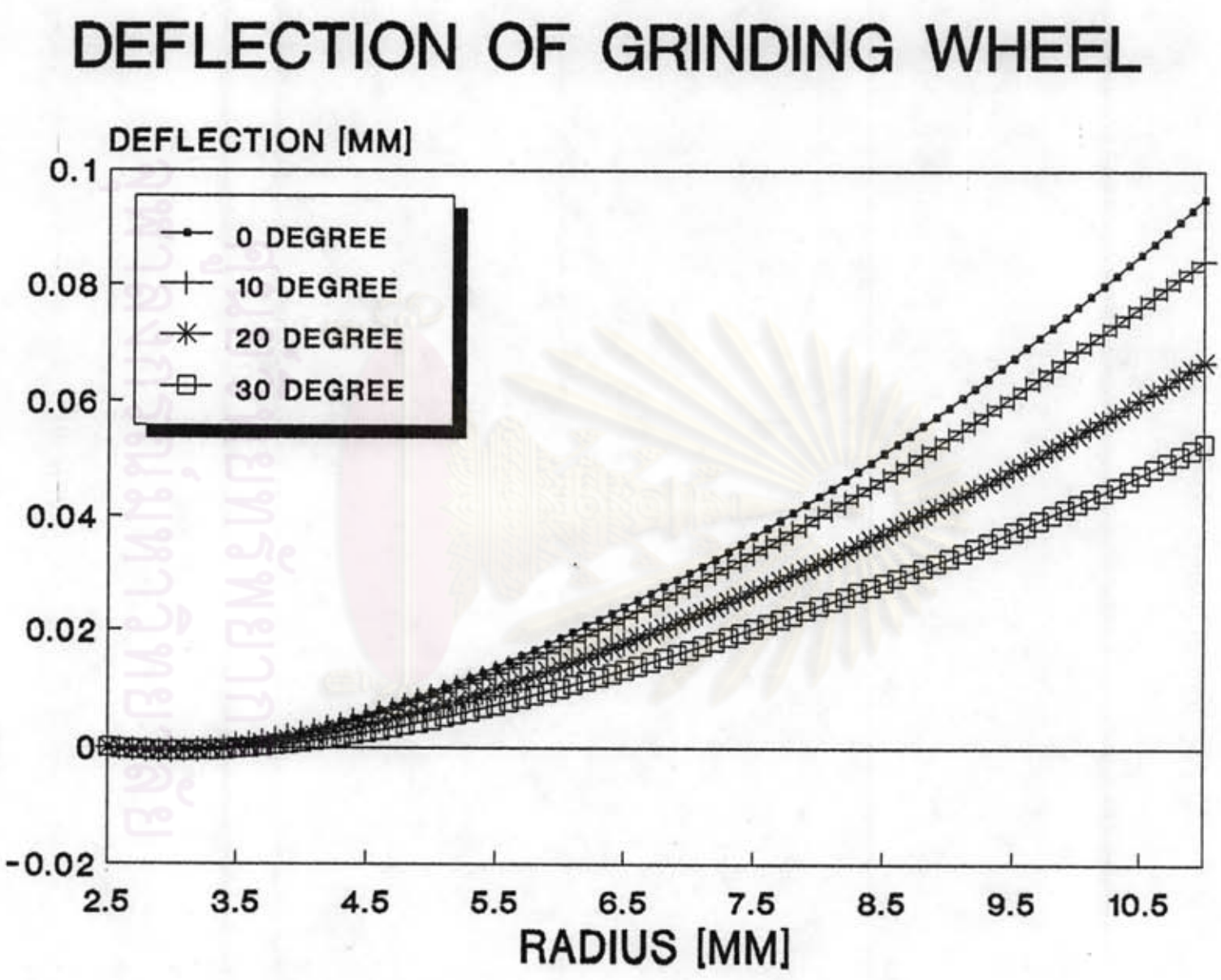
ค่า f = 0.2 มม.

ค่า θ_2 แปรผันจาก 45° - 60° ขึ้นอยู่กับชนิดและรูปร่างของพลอย

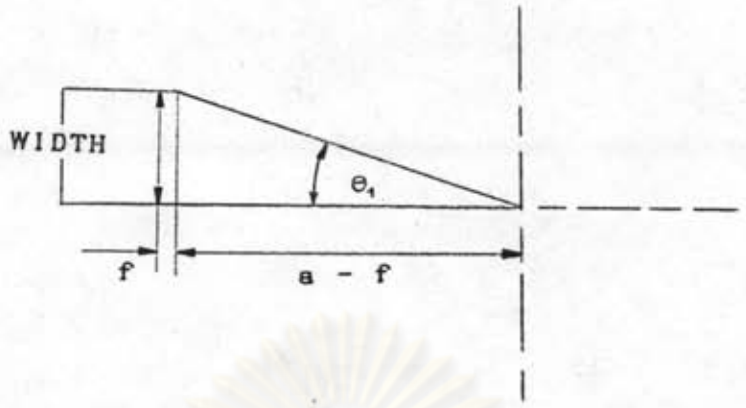
นำค่า พารามิเตอร์ ต่างๆ ที่ได้จากหัวข้อ 2.1.3 ซึ่งได้แก่

คอรันดัม ค่า λ_w = 9 - 90 พิโคเมตร^3/วินาทีนิวตัน

สำหรับค่า λ_w/λ_c สำหรับ วัสดุที่ทำการเจียระไนยาก จะมีค่าเท่ากับ



รูปที่ 2.6 แสดงค่าความโค้งงอของล้อหินเจียระไนที่มุมต่าง ๆ กัน



Λ_w/Λ_t = 3.0

พลอยขนาด 2 มม.

f = 0.2 มม.

ที่ θ_2 = 45° - 60°

θ_1 = $\tan^{-1}$ 2.0/11.2

= 10.26°

θ_2 = 45° ; Ftx = $0.341.\cos 45^\circ/\sin 45^\circ$

= 0.341 นิวตัน

θ_2 = 60° ; Ftx = $0.341.\cos 60^\circ/\sin 60^\circ$

= 0.197 นิวตัน

ที่ θ_2 = 45°

Λ_w = 9 พิโคเมตร^3/วินาทีนิวตัน แทนค่าในสมการที่ (2.2.13)

$$V_1 = \frac{10^6 * 9 * 0.341}{10^{12} * 0.18 * 0.2}\left(1 + \frac{0.2 * \sin 10.26}{\pi * 22.4 * 3}\right)$$

= $0.1023 * 10^{-3}$ เมตร/วินาที

= 0.1023 มม./วินาที

Λ_w = 90 พิโคเมตร^3/วินาทีนิวตัน

V_1 = 1.023 มม./วินาที

ที่ θ_2 = 60°

Λ_w = 9 พิโคเมตร^3/วินาทีนิวตัน แทนค่าในสมการที่ (2.2.13)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$V_1 = \frac{10^6 * 9 * 0.197(\ 1+0.2*\sin 10.26)}{10^{12} * 0.18 * 0.2 \qquad \pi * 22.4 * 3}$$

$$= 0.059 * 10^{-3} \quad \text{เมตร/วินาที}$$

$$= 0.059 \quad \text{มิลลิเมตร/วินาที}$$

$\wedge_w$ = 90 พิโคเมตร^3/วินาทีนิวตัน

V_1 = 0.59 มม./วินาที

ทำการคำนวณแบบเดิม กับพลอยขนาด 3 มม. โดยมีค่าพารามิเตอร์เปลี่ยนไป จะได้ค่าต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

พลอยขนาด 2 มม. θ_2 = 45° ค่า Vi = 0.10 - 1.02 มม./วินาที

θ_2 = 60° ค่า Vi = 0.05 - 0.59 มม./วินาที

พลอยขนาด 3 มม. θ_2 = 45° ค่า Vi = 0.06 - 0.68 มม./วินาที

θ_2 = 60° ค่า Vi = 0.03 - 0.39 มม./วินาที

จะเห็นว่าที่พลอยขนาด 2 มม. ค่า Vi ที่ใช้ร่วมกันได้จะอยู่ที่

Vi = 0.10 - 0.59 มม./วินาที

และที่พลอยขนาด 3 มม. ค่า Vi ที่ใช้ร่วมกันได้จะอยู่ที่

Vi = 0.06 - 0.39 มม./วินาที

ดังนั้นถ้าจะทำการเจียระไนอัญมณีตั้งแต่ขนาด 2 - 3 มม.ที่ θ_2 = 45° - 60° แล้ว ค่า Vi ควรจะอยู่ที่

Vi = 0.10 - 0.39 มม./วินาที

= 0.1 - 0.4 มม./วินาที

2.3 <u>ค่าความเร็วรอบและกำลังที่ใช้ในการตัดด้วยหินเจียระไน</u>

นอกจากค่า Vi แล้ว ในการออกแบบเครื่องเซาะร่องเม็ดพลอยจำเป็นต้องรู้ถึงค่าความเร็วรอบและกำลังที่ใช้ในการขับล้อหินเจียระไนด้วยเพื่อที่จะนำมาประกอบในการออกแบบ สำหรับล้อหินเจียระไนแบบเพชรบริษัท NORTON(Norton product information, 1978))ผู้ผลิตได้กำหนดค่าความเร็วตัดสำหรับ bond ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

resinoid bond , dry grinding 12 - 20 เมตร/วินาที

resinoid bond , wet grinding 20 - 30 เมตร/วินาที

metal bond , wet grinding 15 - 20 เมตร/วินาที

vitrifried bond , wet grinding 25 - 30 เมตร/วินาที

โดยความเร็วรอบที่ใช้ (n) คือ

$$n = \frac{V*1000*60}{\pi.d} \qquad (2.3.1)$$

เมื่อ V = ความเร็วตัด [เมตร/วินาที]

d = เส้นผ่านศูนย์กลางของล้อหินเจียระไน [มม.]

n = ความเร็วรอบ [รอบ/นาที]

จากคู่มือของบริษัท NORTON จะเห็นว่า resinoid bond เหมาะที่ใช้กับ dry และ wet grinding โดยเฉพาะแบบ 1A1(Norton product information, 1978) ซึ่งเป็นแบบที่ใกล้เคียงกับแบบที่ใช้งานตามการสำรวจ มักจะใช้ bondเป็นแบบ resinoid ดังนั้น ถ้าการเจียระไนเป็นแบบ dry grinding ที่มีค่าความเร็วตัดเท่ากับ 12 - 20 เมตร/วินาทีจะได้ค่าความเร็วรอบดังนี้ โดยที่ใช้ล้อหินเจียระไนที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 22.4 มม.

$$n_{12} = \frac{12*1000*60}{\pi.22.4}$$

$$\simeq 10,230 \quad \text{[รอบ/นาที]}$$

$$n_{20} = \frac{20*1000*60}{\pi.22.4}$$

$$\simeq 17000 \quad \text{[รอบ/นาที]}$$

ค่าความเร็วรอบสูงสุดของล้อหินเจียระไน ถูกระบุไว้ว่าไม่ควรเกิน 15,000 รอบ/นาที ดังนั้น ช่วงการใช้งานจะกำหนดให้อยู่ในช่วง

n = 10,000 - 15,000 รอบ/นาที

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กำลังที่ใช้ขับ (Pm) หาได้จาก (Boothroyd,1977)

$$Pm = Ps.Zw \qquad (2.3.2)$$

เมื่อ Ps = พลังงานที่ใช้ในการตัด (Specific cutting energy)

Zw = อัตราการเข้าตัดโลหะ (Metal removal rate)

สำหรับการเจียระไนโดยทั่วไปแล้ว ค่าความกว้างของเศษโดยเฉลี่ยจะมีค่า a_{av} = 0.013 มม.(Boothroyd,1977) ดังนั้นจากความสัมพันธ์ในรูปที่ 2.7 ได้ค่าของ Ps= 20 จิกะจูล/เมตร^3 โดยเลือกเอาค่าของเหล็กอัลลอยซึ่งถือว่ามีความแข็งมากที่สุดในกลุ่มและใกล้เคียงกับคอรันดัมมากที่สุดจากสมการที่ 2.2.12

$$Zw = \wedge_w.Ftx \qquad (2.2.12)$$

แต่ค่า $Ftx = Ftz.\cos\theta_2/\sin\theta_2$

ใช้ค่า $\theta_2 = 45^\circ$ (ใช้ค่ามากที่สุด)

Ftx = 0.341 นิวตัน

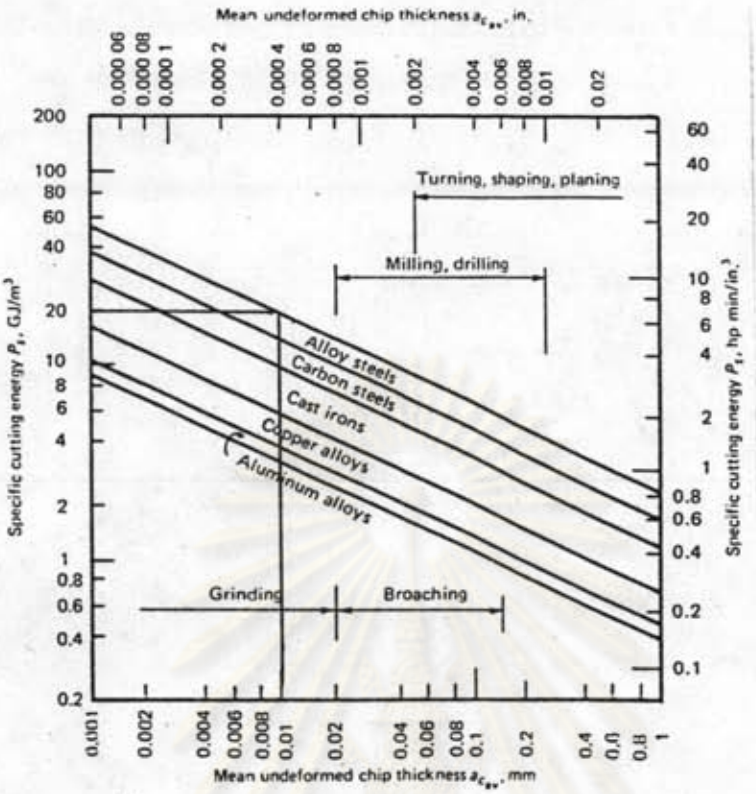
$\wedge_w$ = 9 ถึง 90 พิโคเมตร^3/วินาทีเมตร

Zw = 0.003×10^{-9} ถึง 0.03×10^{-9} เมตร^3/วินาที

Pm = 0.06 ถึง 0.6 วัตต์

ดังนั้นจึงอาจจะประมาณได้ว่า มอเตอร์ที่ใช้ขับอย่างน้อยที่สุดควรจะมีขนาดกำลังที่ใช้ในการตัด = 0.06 - 0.6 วัตต์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.6 พลังงานที่ใช้ในการตัดโลหะ

2.4 <u>สรุปรายละเอียดต่างๆ ที่ใช้ในการออกแบบเครื่องจักร</u>

เครื่องจักรที่จะสร้างขึ้นเพื่อใช้งานได้กับอัญมณีที่มีขนาดตั้งแต่ 2 - 3 มม. จะมีรายละเอียดต่าง ๆ ดังนี้

กำลังที่ต้องการ = 0.06 - 0.6 วัตต์

ความเร็วป้อนตัดของเครื่องจักร = 0.1 - 0.4 มม./วินาที

ความเร็วรอบ (n) = 10,000 - 15,000 รอบ/นาที

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย