



### บทที่ 3

## การนิยามทางทฤษฎี

การไหลของน้ำฝนในลอนหรือร่องของแผ่นโลหะลูกฟูกมุงหลังคาจะเป็นลักษณะการไหลในทางน้ำเปิดที่มีอัตราการไหลเพิ่มตลอดแนวการไหล การไหลในลักษณะเช่นเดียวกันนี้ได้แก่การไหลในทางระบายน้ำล้นด้านข้างของเขื่อน ทางน้ำที่มีบริเวณราบน้ำซึมได้ รางระบายน้ำฝนจากหลังคา การไหลประเภทนี้จัดอยู่ในประเภทการไหลแบบคงตัวไม่สม่ำเสมอ (Steady nonuniform flow) ถ้าปริมาณการไหลเข้าสู่สม่ำเสมอ การอนุบาลสมการของการไหลประเภทนี้ใช้หลักของทฤษฎีอนุรักษมวลและโมเมนตัม (Conservation of mass and momentum) สำหรับตัวทางน้ำหรือลอนหลังคาที่มีลักษณะเป็นทางน้ำเปิดที่มีหน้าตัดเท่ากันตลอด สมการการไหลที่อนุบาลได้นี้จะเรียกว่าสมการควบคุม (Controlling equation)

### 3.1 การอนุบาลสมการการไหลแบบอัตราการไหลเพิ่มตามระยะทาง

(Derivation of spatially varied flow equation with increasing discharge)

การอนุบาลสมการควบคุมของการไหลที่อัตราการไหลเปลี่ยนไป (Spatially varied discharge) สำหรับทิศทางหนึ่งมิติจะใช้สมมติฐานดังต่อไปนี้

1. การไหลพิจารณาให้เป็นไปในทิศทางเดียวเท่านั้น (Unidirectional)
2. การไหลไม่ขึ้นกับเวลา (Steady flow)
3. การกระจายความดันตลอดห่าง (Domain) แปรผันโดยตรงกับความลึก
4. ผลของแรงตึงผิว (Surface tension) มีค่าน้อยและไม่มีผลต่อการพิจารณาแรงที่กระทำต่อปริมาตรควบคุม
5. ทางน้ำตรงตลอดและมีความลาดเอียงของท้องร่องน้อย นั่นคือ  $\sin\theta = S_0$
6. ของไหลเป็นแบบไม่ยุบตัวตามความดันและมีเนื้อกลมกลืนกัน
7. ตัวประกอบปรับแก้ค่าโมเมนตัม (Momentum correction factor) มีค่าเท่ากับ 1
8. ทิศทางการไหลตั้งฉากกับท้องร่อง
9. การสูญเสียแรงเสียดทานเนื่องจากการไหลประเภทนี้ สมมติให้ใช้สมการต้านทานสำหรับการไหลสม่ำเสมอได้ (Uniform flow resistant equation) เช่น สูตรของ Manning หรือ Chezy
10. การไหลเข้าด้านข้างไม่ก่อให้เกิดโมเมนตัมในทิศทางการไหลและไม่มีผลของฟองอากาศที่เข้าผสมในระหว่างการไหลเข้าด้านข้างต่อสมการโมเมนตัม

เมื่ออนุสมการควบคุมโดยใช้หลักของการอนุรักษ์มวลประกอบกับหลักการอนุรักษ์โมเมนตัมแล้ว หลักการอนุรักษ์มวลจะให้สมการความต่อเนื่อง ส่วนหลักการอนุรักษ์โมเมนตัมจะให้สมการโมเมนตัม

### 3.1.1 สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation)

การกำหนดสมการความต่อเนื่องพิจารณาได้จากปริมาตรควบคุมที่เป็นชิ้นส่วนมีความยาว  $dx$  ในทางน้ำดังรูปที่ 3.1(ก) สมการความต่อเนื่องในรูปแบบง่าย ๆ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$I - O = ds/dt \quad \dots\dots(3.1)$$

โดยที่  $I$  คือ ปริมาณการไหลเข้าสู่ปริมาตรควบคุมของมวลน้ำ (Mass Inflow)

$O$  คือ ปริมาณการไหลออกจากปริมาตรควบคุมของมวลน้ำ (Mass Outflow)

$ds/dt$  คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลภายในปริมาตรควบคุม

สำหรับการไหลไม่คงตัวและความหนาแน่นภายในปริมาตรควบคุมเปลี่ยนแปลง (Variable density flow) การไหลเข้าในปริมาตรควบคุม จะประกอบด้วย การไหลเข้าที่ด้านต้นน้ำ (Upstream end),  $Q$  และการไหลเพิ่มเข้ามาเนื่องจากน้ำฝนที่เปรียบเสมือนการไหลเข้าด้านข้าง (Lateral Inflow),  $q$  ที่เข้าไปในปริมาตรควบคุมในรูปของการไหลกระจายไปตามด้านข้างของทางน้ำ โดยมีหน่วยเป็นอัตราการไหลต่อหน่วยความยาว ซึ่งปริมาณการไหลด้านข้างจะเท่ากับ  $qdx$  ดังนั้นการไหลเข้าของมวลรวมสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

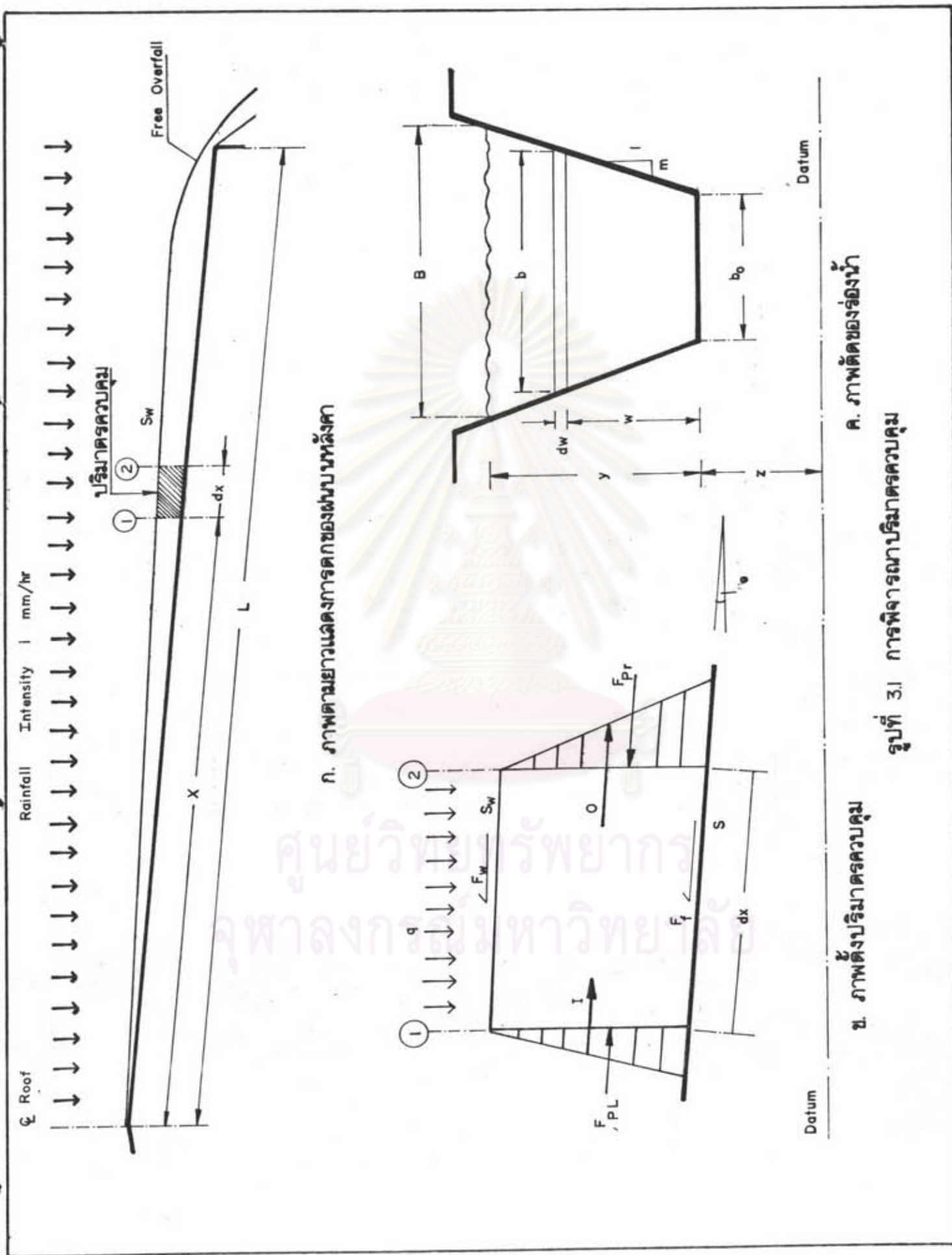
$$I = \rho(Q + qdx) \quad \dots\dots(3.2)$$

และอัตราการไหลออกจากปริมาตรควบคุมสามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

$$O = \rho(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx) \quad \dots\dots(3.3)$$

โดยที่  $\partial Q/\partial x$  คืออัตราการเปลี่ยนการไหลในรางน้ำกับระยะทางเมื่อปริมาตรของชิ้นส่วนรางน้ำหรือปริมาตรควบคุมคือ  $A dx$  โดยที่  $A$  คือ พื้นที่หน้าตัดเฉลี่ย ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลภายในปริมาตรควบคุม สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

$$ds/dt = \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} dx \quad \dots\dots(3.4)$$



ก. ภาพตามยาวแสดงการตกของฝนบนหลังคา

ค. ภาพตัดของร่องน้ำ

รูปที่ 3.1 การพิจารณาปริมาณการควบคุมน้ำ

ข. ภาพตั้งปริมาณการควบคุมน้ำ

Datum

Datum

Datum

Datum

แทนค่าสมการที่ (3.2), (3.3) และ (3.4) ลงในสมการที่ (3.1) จะได้

$$\rho(Q + qdx) - \rho(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx) = \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} dx$$

หรือ 
$$\rho Q + \rho q dx - \rho Q - \rho \frac{\partial Q}{\partial x} dx = A dx \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial A dx}{\partial t}$$

จัดพจน์ใหม่จะได้ 
$$A dx \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial A dx}{\partial t} - \rho q dx + \rho \frac{\partial Q}{\partial x} dx = 0 \quad \dots\dots\dots(3.5)$$

เอา  $\rho dx$  หารตลอด และพิจารณาในแง่ของความหนาแน่นคงที่นั่นคือ  $\partial \rho / \partial t = 0$  สมการจะเหลือ

$$\frac{\partial A}{\partial t} - q + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

สมการนี้สามารถนำไปใช้กับหน้าตัดของทางน้ำหนึ่ง ๆ ทั้งในกรณีหน้าตัดเท่ากันและไม่เท่ากันตลอดความยาว สำหรับทางน้ำที่ทำการศึกษาเป็นแผ่นเหล็กลอนมีหน้าตัดคงที่ตลอดและมีการไหลเข้าทางด้านข้างในรูปของฝนตกอย่างเดียวเท่านั้น สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation) ที่ (3.6) สำหรับปริมาตรควบคุม จะเหลือ

$$\frac{dQ}{dx} = q \quad \dots\dots\dots(3.7)$$

โดยที่  $Q$  คือ อัตราการไหลในรางน้ำ

$q$  คือ อัตราการไหลเพิ่มเข้าด้านข้างต่อความยาว  $= i A_c$

เมื่อ  $i$  คือ ความเข้มของฝน (Rainfall intensity)

$A_c$  คือ พื้นที่รับน้ำฝนต่อหน่วยความยาว  $= W_c \times$  ความยาวลอน 1 ซม.

$W_c$  คือ ความกว้างต่อลอนของแผ่นหลังคา

พจน์  $\frac{dQ}{dx}$  ทางด้านซ้ายของสมการที่ (3.7) สามารถแทนได้ด้วย  $V \frac{dA}{dx} + A \frac{dV}{dx}$

ดังนั้นสมการที่ (3.7) จะเป็น

$$V \frac{dA}{dx} + A \frac{dV}{dx} = q \quad \dots\dots\dots(3.8)$$

โดยที่  $A$  คือ พื้นที่หน้าตัดการไหล (Cross section flow area)

$V$  คือ ความเร็วเฉลี่ยของการไหลในทิศทางตามยาว

### 3.1.2 สมการโมเมนตัม (Momentum Equation)

กฎข้อที่ 2 ของนิวตัน ระบุไว้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงตามเวลาของโมเมนตัม (Momentum flux) มีค่าเท่ากับผลรวมของแรงสุทธิที่กระทำในทิศทางที่กำหนดไว้อันหนึ่งนั้นคือ

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d(mV)}{dt} = \Sigma F$$

ในกรณีของโมเมนตัมในปริมาตรควบคุมสมการคือ  $M_2 - M_1 + M_s = \Sigma F$  .....(3.9)

โดยที่  $M_1$  คือ โมเมนตัมที่ไหลเข้าปริมาตรควบคุมผ่านผิวของปริมาตร

$M_2$  คือ โมเมนตัมที่ไหลออกจากปริมาตรควบคุมผ่านผิวของปริมาตร

$M_s$  คือ การสะสมโมเมนตัม (Momentum storage)

ในการวิเคราะห์ครั้งนี้ โมเมนตัมทั้งสามในสมการที่ (3.9) หามาได้ดังนี้

#### โมเมนตัมไหลเข้าสู่สุทธิ

อัตราการไหลของมวลเข้าปริมาตรควบคุมคือ  $\rho(Q + qdx)$  ซึ่งรวมพจน์ของการไหลเข้ามาของกระแสและไหลเข้าทางด้านข้าง ค่าโมเมนตัมไหลเข้าสามารถคำนวณได้จากการคูณอัตราการไหลเข้าของมวลด้วยความเร็วของแต่ละตัวและสัมประสิทธิ์ปรับแก้  $\beta$  ดังนี้

$$M_1 = \rho(\beta VQ + \beta v_x qdx) \quad \dots\dots\dots(3.10)$$

ที่ซึ่ง  $\rho\beta VQ$  คือ โมเมนตัมที่ไหลเข้าไปทางด้านหน้า

$\rho\beta v_x qdx$  คือโมเมนตัมที่ไหลเข้าเนื่องจากไหลเข้าด้านข้าง (Lateral inflow) ซึ่งมีความเร็ว  $v_x$  ในทิศทาง  $x$  พจน์  $\beta$  คือสัมประสิทธิ์ปรับแก้โมเมนตัม ค่าสัมประสิทธิ์นี้รวบรวมผลการกระจายความเร็วที่ไม่สม่ำเสมอที่หน้าตัดของรางน้ำ ในการคำนวณโมเมนตัม ค่าของ  $\beta$  หาได้โดย

$$\beta = \frac{\int v^2 dA}{V^2 A} \quad \dots\dots\dots(3.11)$$

ที่ซึ่ง  $v$  คือความเร็วตลอดชิ้นส่วนเล็ก ๆ ของพื้นที่  $dA$  ในพื้นที่หน้าตัดรางน้ำ ค่าของ  $\beta$  มีค่าอยู่ระหว่าง 1.01 ของทางน้ำตรงเท่ากันตลอด ถึง 1.33 สำหรับลำน้ำธรรมชาติ

โมเมนต์ไหลออกจากปริมาตรควบคุม

โมเมนต์ไหลออกจากปริมาตรควบคุมสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$M_2 = \rho [\beta VQ + \frac{\partial(\beta VQ)}{\partial x}] dx \quad \dots\dots\dots(3.12)$$

ผลรวมของ  $M_1$  และ  $M_2$  จะเป็นการไหลออกสุทธิของโมเมนต์ข้ามพื้นผิวควบคุม (Control surface)

การสะสมโมเมนต์ (Momentum storage)

อัตราการเปลี่ยนโมเมนต์กับเวลาที่สะสมในปริมาตรควบคุม หาได้โดยใช้ความจริงที่ว่า ปริมาตรของทางน้ำแต่ละชิ้น คือ  $A dx$  ดังนั้นโมเมนต์ของมัน คือ  $\rho A dx V$  หรือ  $\rho Q dx$  และจะได้อสมการการสะสมโมเมนต์ คือ

$$M_s = \frac{\partial Q dx}{\partial t} \quad \dots\dots\dots(3.13)$$

แทนค่าสมการที่ (3.10), (3.12), และ (3.13) ลงในสมการที่ (3.9) จะได้

$$\rho [\beta VQ + \frac{\partial(\beta VQ)}{\partial x}] dx - \rho (\beta VQ + \beta v_x q dx) + \frac{\partial Q dx}{\partial t} = \Sigma F$$

จัดพจน์เสียใหม่จะได้

$$\rho \beta VQ + \frac{\partial(\beta VQ)}{\partial x} dx - \rho \beta VQ - \rho \beta v_x q dx + \frac{\partial Q dx}{\partial t} = \Sigma F$$

หรือ

$$-\rho [\beta v_x q - \frac{\partial(\beta VQ)}{\partial x}] dx + \frac{\partial Q dx}{\partial t} = \Sigma F \quad \dots\dots\dots(3.14)$$

สำหรับพจน์  $\Sigma F$  ทางด้านซ้ายมือของสมการที่ (3.14) ประกอบด้วยแรงต่าง ๆ ทั้งหมด 5 แรงที่กระทำต่อปริมาตรควบคุม คือ

$$\Sigma F = F_p + F_f + F_e + F_w + F_b \quad \dots\dots\dots(3.15)$$

โดยที่

$F_p$  คือ แรงโน้มถ่วงไปตามทางน้ำ เนื่องจากน้ำหนักของน้ำในปริมาตรควบคุม

$F_f$  คือ แรงเสียดทานไปตามท้องรางน้ำและด้านข้างของปริมาตรควบคุม

$F_e$  คือ แรงที่เกิดจากการขยายหรือการหดที่เกิดจากการเปลี่ยนหน้าตัดทางน้ำ โดยจับพจน์  
 $F_w$  คือ แรงเฉือนเนื่องจากลมบนผิวน้ำ  
 $F_f$  คือ แรงเนื่องจากความดันที่ไม่สมดุลย์กัน

แรงทั้ง 5 แรงสามารถคำนวณได้ดังนี้

**แรงโน้มถ่วง,  $F_g$**

ปริมาตรของไหลในปริมาตรควบคุม  $V = A dx$   
 น้ำหนักของไหลในปริมาตรควบคุมเท่ากับ  $\rho V = \rho g A dx$   
 สำหรับลำน้ำที่มีความลาดตามทางลำน้ำน้อย ๆ  $S_o = \sin \theta$   
 แรงโน้มถ่วงในทิศทางการไหล  $F_g = \rho g A dx \sin \theta = \rho g A S_o dx \dots\dots(3.16)$   
 ที่ซึ่งความลาดของท้องราง  $S_o = -\partial Z / \partial x$

**แรงเสียดทาน,  $F_f$**

แรงเสียดทานต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นโดยหน่วยแรงเฉือน (Shear stress) ตามท้องและ  
 ด้านข้างของปริมาตรควบคุม คือ

ที่ซึ่ง  
 ดังนั้น  
 หรือ

$$F_f = -\tau_o P dx$$

$$\tau_o = f R S_f = \rho g (A/P) S_f$$

$$F_f = -\rho g (A/P) S_f \cdot P dx$$

$$F_f = -\rho g A S_f dx \dots\dots(3.17)$$

โดยที่ความลาดเอียงเสียดทาน  $S_f$  จะหาได้จากสมการความต้านทาน เช่น สมการ  
 ของแมนนิง (Manning's equation)

**การหด/การขยายหน้าตัด,  $F_e$**

การหดหรือการขยายทันทีของทางน้ำเป็นเหตุให้เกิดการสูญเสียพลังงานตลอดจนการหมุน  
 ววน (Eddy Motion) การสูญเสียเช่นนี้คล้ายคลึงกับการสูญเสียย่อย ๆ (Minor losses)  
 ในระบบโครงข่ายท่อ ขนาดของการสูญเสียนี้สัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลงหัวกำลังความเร็ว  
 (Velocity head) ตลอดความยาวของทางน้ำที่ทำให้เกิดการสูญเสีย แรงหน่วงนี้ก่อให้เกิดการ  
 สูญเสียววน (Eddy loss) สามารถคำนวณได้โดย

$$F_e = -\rho g A S_e dx \dots\dots(3.18)$$

ที่ซึ่ง  $S_e$  คือ ความลาดเอียงการสูญเสียแบบวากวน (Eddy loss slope)

$$S_e = \frac{K_e}{2g} \frac{\partial(Q/A)^2}{\partial x}$$

และ  $K_e$  เป็นสัมประสิทธิ์ของการหดหรือการขยายไม่มีหน่วย (+ สำหรับหด, - สำหรับขยาย)

แรงเฉือนลม (Wind Shear),  $F_w$

แรงเฉือนจากลมเกิดขึ้นจากแรงเสียดทานของลมกระทำต่อผิวอิสระของน้ำในรูปสมการ

$$F_w = \tau_w B dx$$

ที่ซึ่ง  $\tau_w$  คือ หน่วยแรงเฉือนจากลม ความเค้นเฉือนของอาณาบริเวณบนของไหล อาจเขียนในรูป

$$\tau_w = \frac{-\rho C_f |V_r| V_r}{2} \dots\dots\dots(3.19)$$

โดยที่  $V_r$  คือความเร็วของของไหลสัมผัสกับอาณาบริเวณ (Boundary) สัญลักษณ์  $V_r$  ใช้เพื่อว่า  $\tau_w$  จะกระทำตรงข้ามกับทิศทางของ  $V_r$  และ  $C_f$  คือ สัมประสิทธิ์ของหน่วยแรงเฉือนความเร็วเฉลี่ยของน้ำเท่ากับ  $Q/A$  ลบความเร็วลมเท่ากับ  $V_w$  ในทิศทางข้าม  $w$  กับความเร็วของน้ำ ดังนั้นความเร็วของน้ำสัมผัสกับอากาศ คือ

$$V_r = \frac{Q}{A} - V_w \cos w$$

ดังนั้น ค่าแรงเฉือนลมจะเป็น

$$\begin{aligned} F_w &= \frac{-\rho C_f |V_r| V_r B dx}{2} \\ &= -W_f B p dx \dots\dots\dots(3.20) \end{aligned}$$

ที่ซึ่งตัวประกอบแรงเฉือนลม (Wind shear factor)  $W_f = C_f |V_r| V_r / 2$

โดยที่สมการข้างบน จะมีทิศทางของแรงลมตรงกันข้ามกับทิศทางการไหลของน้ำ

ความดัน (Pressure)

จากรูปที่ 3.1 (ข) แรงจากความดันที่ไม่สมดุลย์กัน คือแรงลัพธ์ของแรงกด



(Hydrostatic force) ทางด้านซ้ายของปริมาตรควบคุม,  $F_{ps}$  แรงกดทางด้านขวาของปริมาตรควบคุม,  $F_{pr}$  และความดันที่กระทำทางด้านข้างของปริมาตรควบคุม,  $F_{pb}$

$$F_p = F_{ps} - F_{pr} + F_{pb} \quad \dots\dots(3.21)$$

ดังแสดงในรูปที่ 3.1 (ข) ชิ้นส่วนของการไหลที่ความหนา  $dw$  และที่ระยะ  $w$  จากท้องรางน้ำที่จมอยู่ภายใต้ความลึก  $y-w$  โดยที่ความดันจากการกดของน้ำต่อชิ้นส่วน คือ  $\rho g(y-w)$  และมีค่าเป็นแรงเท่ากับ  $\rho g(y-w)bdw$  โดยที่  $b$  คือ ความกว้างของชิ้นส่วนทางขวางของทางน้ำ ดังนั้นแรงกดของน้ำทั้งหมดบนด้านซ้ายของปริมาตรควบคุมมีค่า คือ

$$F_{ps} = \int_0^y \rho g(y-w)bdw \quad \dots\dots(3.22)$$

แรงกดของน้ำที่กระทำปลายขวาของปริมาตรควบคุมมีค่า คือ

$$F_{pr} = (F_{ps} + \frac{\partial F_{ps}}{\partial x} dx) \quad \dots\dots(3.23)$$

โดยที่  $\frac{\partial F_{ps}}{\partial x}$  คำนวณได้จากการอนุพันธ์อินทิกรัล โดยกฎของ Leibnitz ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{ps}}{\partial x} &= \int_0^y \rho g \frac{\partial y}{\partial x} bdw + \int_0^y \rho g(y-w) \frac{\partial b}{\partial x} dw \\ &= \rho g A \frac{\partial y}{\partial x} + \int_0^y \rho g(y-w) \frac{\partial b}{\partial x} dw \quad \dots\dots(3.24) \end{aligned}$$

เพราะว่า  $A = \int b dw$  แรงที่กระทำต่อผนังด้านข้างของรางน้ำเกี่ยวข้องกับอัตราการเปลี่ยนแปลงความกว้างของทางน้ำ,  $\frac{\partial b}{\partial x}$  ตลอดความยาวชิ้นส่วน  $dw$  ดังนั้น

$$F_{pb} = \int_0^y [\rho g(y-w) \frac{\partial b}{\partial x} dw] dx \quad \dots\dots(3.25)$$

แทนค่าสมการที่ (3.23) ลงในสมการที่ (3.21) จะได้ค่า

$$\begin{aligned} F_p &= F_{ps} - (F_{ps} + \frac{\partial F_{ps}}{\partial x} dx) + F_{pb} \\ &= -\frac{\partial F_{ps}}{\partial x} dx + F_{pb} \quad \dots\dots(3.26) \end{aligned}$$

แทนค่าสมการที่ (3.24) และ (3.25) ลงในสมการที่ (3.26) และจัดพจน์ใหม่

$$\begin{aligned}
 F_x &= -[\rho g A \frac{\partial y}{\partial x} + \int \rho g (y-w) \frac{\partial b}{\partial x} dw] dx + [\int \rho g (y-w) \frac{\partial b}{\partial x} dw] dx \\
 &= -\rho g A \frac{\partial y}{\partial x} dx - \int \rho g (y-w) \frac{\partial b}{\partial x} dw dx + \int \rho g (y-w) \frac{\partial b}{\partial x} dw dx \\
 &= -\rho g A \frac{\partial y}{\partial x} dx \dots\dots\dots(3.27)
 \end{aligned}$$

ดังนั้นผลรวมของแรงทั้ง 5 จากสมการที่ (3.15) หลังจากแทนค่าสมการที่ (3.16), (3.17), (3.18), (3.20) และ (3.27) ดังนี้

$$\Sigma F = \rho g A S_o dx - \rho g A S_f dx - \rho g A S_e dx - W_f B \rho dx - \rho g A \frac{\partial y}{\partial x} dx$$

หลังจากแทนค่าพจน์ของแรงต่าง ๆ ลงในสมการที่ (3.15) แล้วนำไปแทนค่าลงในสมการโมเมนตัมที่ (3.14) ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \rho g A S_o dx - \rho g A S_f dx - \rho g A S_e dx - W_f B dx - \rho g A \frac{\partial y}{\partial x} dx &= -\rho [ \beta V_x q - \frac{\partial (\beta V Q)}{\partial x} ] dx \\
 &\quad + \rho \frac{\partial Q}{\partial t} dx \dots\dots\dots(3.28)
 \end{aligned}$$

เอา  $\rho dx$  หารตลอด แทนค่า  $Q$  ด้วย  $AV$  และจัดเทอมใหม่ จะให้รูปอนุรักษ์ของสมการโมเมนตัมคือ

$$\begin{aligned}
 g A S_o - g A S_f - g A S_e - W_f B - g A \frac{\partial y}{\partial x} &= -[\beta q V_x - \frac{\partial (\beta V^2 A)}{\partial x}] + \frac{\partial Q}{\partial t} \\
 g A (S_o - S_f - S_e - \frac{\partial y}{\partial x}) - W_f B &= -\beta q V_x + \frac{\partial (\beta V^2 A)}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} \\
 \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial (\beta V^2 A)}{\partial x} + g A (\frac{\partial y}{\partial x} - S_o + S_f + S_e) - \beta q V_x + W_f B &= 0 \dots\dots\dots(3.29)
 \end{aligned}$$

สมการความต่อเนื่องที่ (3.6) และสมการโมเมนตัมที่ (3.29) เป็นสมการชี้การไหลใน 1 มิติของการไหลไม่คงตัวในทางน้ำเปิด สำหรับการวิเคราะห์ครั้งนี้ศึกษาเฉพาะในกรณีฝนที่ตกสม่ำเสมอ (Uniform rainfall) ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไปชั่วขณะหนึ่งจนอัตราฝนตกลงมาเท่ากับปริมาณไหลออกก็จะเกิดภาวะคงตัว (Steady state) ซึ่งเป็นสมมติฐานในการทดลองครั้งนี้ ดังนั้นพจน์  $\partial Q / \partial t$  ในสมการที่ (3.29) จะตัดทิ้งไป ส่วนตัวแปรที่เหลือก็จะแปรผันตามระยะทาง  $x$  อย่างเดียว สมการอนุพันธ์เชิงส่วนที่ (3.29) ก็จะกลายเป็นสมการอนุพันธ์ธรรมดา ดังนี้

$$\frac{\beta d(V^2 A)}{dx} + gA \left( \frac{dy}{dx} - S_o + S_f + S_e \right) - \beta q V_x + W_f B = 0$$

$$\beta \left( A \cdot 2V \frac{dV}{dx} + V^2 \frac{dA}{dx} \right) + gA \left( \frac{dy}{dx} - S_o + S_f + S_e \right) - \beta q V_x + W_f B = 0$$

$$\beta \left( A \cdot 2V \frac{dV}{dx} + 2V^2 \frac{dA}{dx} - V^2 \frac{dA}{dx} \right) + gA \left( \frac{dy}{dx} - S_o + S_f + S_e \right) - \beta q V_x + W_f B = 0$$

$$\beta \left[ 2V \left( A \cdot \frac{dV}{dx} + V \frac{dA}{dx} \right) - V^2 \frac{dA}{dx} \right] + gA \left( \frac{dy}{dx} - S_o + S_f + S_e \right) - \beta q V_x + W_f B = 0$$

นำผลจากสมการที่ (3.8) มาแทนค่าจะได้

$$\beta \left[ 2Vq - V^2 \frac{dA}{dx} \right] + gA \left( \frac{dy}{dx} - S_o + S_f + S_e \right) - \beta q V_x + W_f B = 0$$

เนื่องจาก  $\frac{dA}{dx} = \frac{dA \cdot dy}{dx \cdot dx} = \frac{B dy}{dx}$  สมการจะเป็น

$$\beta \left[ 2Vq - V^2 \left( \frac{B dy}{dx} \right) \right] + gA \left( \frac{dy}{dx} - S_o + S_f + S_e \right) - \beta q V_x + W_f B = 0$$

หรือ 
$$\beta \left[ 2Vq - V^2 \left( \frac{B dy}{dx} \right) \right] + gA \left( \frac{dy}{dx} - S_o + S_f + S_e \right) = \beta q V_x - W_f B$$

เอา  $gA$  ทหารตลอดจะได้

$$\frac{\beta 2Vq}{gA} - \frac{\beta V^2}{gA} \left( \frac{B dy}{dx} \right) + \frac{dy}{dx} - (S_o - S_f - S_e) = \frac{1}{gA} (\beta q V_x - W_f B)$$

จัดพจน์ใหม่เพื่อจะหาความลาดเอียงของผิวน้ำ (Slope of water surface profile),  $dy/dx$

$$\frac{dy}{dx} \left( 1 - \frac{\beta V^2 B}{gA} \right) = S_o - S_f - S_e + \frac{1}{gA} (\beta q V_x - W_f B) - \frac{\beta 2Vq}{gA}$$

แก้สมการหาพจน์  $dy/dx$  จะได้

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - S_e + \frac{1}{gA} (\beta q V_x - W_f B) - \frac{\beta 2Vq}{gA}}{1 - \beta V^2 B}$$

และ  $A/B = D$  ในที่สุดจะได้

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - S_e + \frac{1}{gA} (\beta q V_x - W_f B) - \frac{\beta 2Vq}{gA}}{1 - \frac{\beta V^2}{gD}} \quad \dots\dots\dots(3.30)$$

เนื่องจากในการศึกษาครั้งนี้ อุปกรณ์การทดลองยังไม่มีขีดความสามารถที่จะนำผลที่เกิดจากลมเข้ามาพิจารณาได้จึงต้องตัดพจน์  $W_f B$  ทิ้งไป และทางน้ำที่ศึกษาไม่มีการขยายหรือหดหน้าตัดจึงตัดพจน์  $S_e$  ทิ้งไป เช่นเดียวกัน นอกจากนี้  $V_x$  ยังมีค่าน้อยมาก เนื่องจากกระทำการทดลอง เฉพาะฝนในแนวตั้งเท่านั้น ดังนั้นสมการที่ (3.30) จะเหลือ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{2\beta qV}{gA}}{1 - \frac{\beta V^2}{gD}} \quad \dots\dots\dots(3.31)$$

และในการวิเคราะห์จะให้ค่า  $\beta = 1$  เนื่องจากการไหลในร่องน้ำเป็นพื้นที่แคบ ๆ ไม่สามารถที่จะวัดการกระจายของความเร็วดังนั้นสมการที่ (3.31) จะเหลือเพียง

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{2qV}{gA}}{1 - V^2} \quad \dots\dots\dots(3.32)$$

สมการที่ (3.32) เป็นสมการสำหรับการไหลในทางน้ำเปิดที่มีการไหลด้านข้างเพิ่มเข้ามา นักวิจัยหลายคน (Henderson 1966, Chow 1969, Yen & Wenzel 1970) ได้อนุมานสมการที่ (3.32)

การแก้สมการที่ (3.32) ทำได้ด้วยเทคนิคทางตัวเลข (Numerical method) หลายวิธีด้วยกัน อย่างไรก็ตามก็คล้ายกับในกรณีของการคำนวณระดับน้ำตามความยาวของการไหลแปรผันที่ละน้อย (Regular gradually varied flow) ปกติ ขบวนการแก้ปัญหาต้องเริ่มที่หน้าตัดบังคับ (Control section) นั่นคือจะต้องตรวจสอบว่ามีการไหลวิกฤตเกิดขึ้นหรือเปล่า Henderson (1966) ได้กำหนดว่าการไหลวิกฤตจะเกิดขึ้นเมื่อส่วนบนของสมการที่ (3.32) เป็นศูนย์ นั่นคือ  $dy/dx = 0$  ดังนั้น

$$S_o - S_f - \frac{2qV}{gA} = 0$$

$$\text{หรือ} \quad S_o - S_f - \frac{2Q}{gA} \frac{dQ}{dx} = 0 \quad \dots\dots\dots(3.33)$$

ในกรณีที่อัตราการไหลเข้าร่องน้ำตลอดแนวการไหลคงที่ ดังนั้น

อัตราส่วน  $dQ/dx = Q/x = q$  .....(3.34)

เมื่อ  $x$  คือ ระยะทางตามยาวจากจุดเริ่มต้นของทางน้ำ

สูตรที่ได้มาข้างต้นสมมุติว่าการไหลที่จุดเริ่มต้นเป็นศูนย์ ส่วนความชันแรงเสียดทาน (Friction slope) สามารถประมาณได้จากสมการของ Manning หรือ Chezy ดังนี้

สูตร Manning  $S_f = \frac{V^2 n^2}{R^{4/3}}$  .....(3.35)

สูตร Chezy  $S_f = \frac{Q^2 P}{C^2 A^3}$  .....(3.36)

ในกรณีของทางน้ำเปิดที่คำนวณ  $S_f$  โดยใช้สูตรของ Chezy แทนค่าสมการที่ (3.34) และ (3.36) ลงในสมการที่ (3.33) จะได้

$$S_o = \frac{Q^2 P}{C^2 A^3} + \frac{2Q^2}{C^2 B}$$

หรือ  $S_o = \frac{F^2 (\frac{gP}{C^2 B} + \frac{2A}{Bx})}{C^2 B}$  .....(3.37)

เมื่อ  $F = V / (\frac{gD}{3})^{0.5}$

โดยที่  $B$  คือ ความกว้างด้านบนของทางน้ำ

ในกรณีของ  $dy/dx = 0$  จะเทียบเท่ากับ  $F^2 = \frac{Q^2 B}{gA^3} = 1$

นั่นคือ  $A = Q^2 B^{1/3}$

แต่  $Q = q \cdot x$  ดังนั้น  $A = \frac{(q \cdot x)^2 B^{1/3}}{g} = \frac{q^2 \cdot x^2 B^{1/3}}{g}$

แทนค่า  $A$  ในสมการที่ (3.37) และ  $F = 1$  จะได้

$$S_o = \frac{gP}{C^2 B} + \frac{2}{Bx} \frac{q^2 \cdot x^2 B^{1/3}}{g}$$

หรือ  $\frac{8 q^2 \cdot x^2 B}{B^3 x^3 g} = S_o - \frac{gP}{C^2 B}$

นั่นคือ  $x = \frac{8 q^2 \cdot 1}{g B^2 S_o - \frac{gP}{C^2 B}}$  .....(3.38)

สมการที่ (3.38) จะใช้คำนวณตำแหน่งของหน้าตัดการไหลวิกฤต (Critical flow section) ถ้าอาจจะมีการเกิดขึ้น แต่ถ้า  $x$  ที่คำนวณได้เลยความยาวของทางน้ำ แสดงว่าหน้าตัดการไหลวิกฤตไม่เกิดขึ้น แต่ถ้ามีหน้าตัดการไหลวิกฤตเกิดขึ้น และห่างไปจากหน้าตัดนี้จะมีการบังคับท้ายน้ำ (Downstream control) อาจจะเป็นไปได้ที่หน้าตัดวิกฤตจะจม ถ้าความลึกท้ายน้ำเพียงพอ

3.2 การคำนวณระดับน้ำตามยาว (Calculation of water surface profile)

การคำนวณระดับผิวน้ำของการไหลเต็มตามระยะทาง สามารถทำได้ด้วยวิธีลองผิดลองถูกได้หลายวิธี แต่เทคนิคการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด คือ วิธีอินทิเกรตเชิงตัวเลข (Numerical integration) ประกอบกับวิธีทดสอบค่า สำหรับวิธีการเช่นนี้ ใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตันดังนี้

$$\frac{r[Q\Delta V + (V + \Delta V)\Delta Q]}{g} = -rA\Delta y + rS_o A\Delta x - rS_f A\Delta x \quad \dots\dots\dots(3.39)$$

โดยที่ A คือ พื้นที่การไหลเฉลี่ยระหว่างหน้าตัด 1 และ 2 ซึ่งห่างกัน  $\Delta x$

$$= \frac{Q_1 + Q_2}{V_1 + V_2} \quad (V = Q/A \text{ หรือ } A = Q/V)$$

และ  $Q_1, Q_2$  เป็นอัตราการไหลที่ตำแหน่ง 1 และ 2 ตามลำดับ

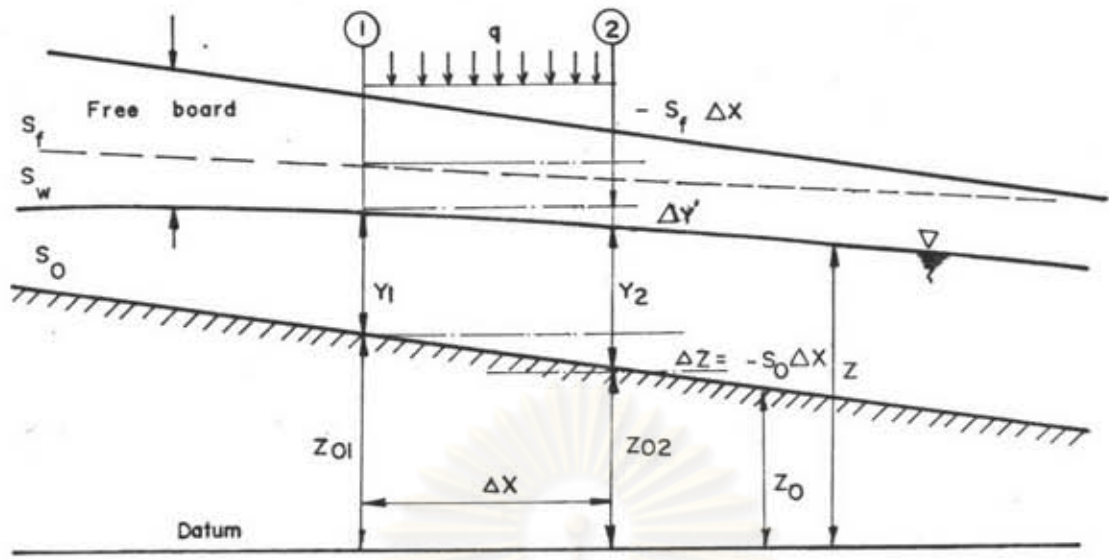
$V_1, V_2$  เป็นความเร็วการไหลเฉลี่ยที่ตำแหน่งเหล่านี้ตามลำดับ

ถ้าให้  $Q = Q_1, V = V_1$  และ  $V_2 = V + \Delta V$  แทนค่าความสัมพันธ์ข้างต้นในสมการโมเมนตัมข้างต้น จะได้

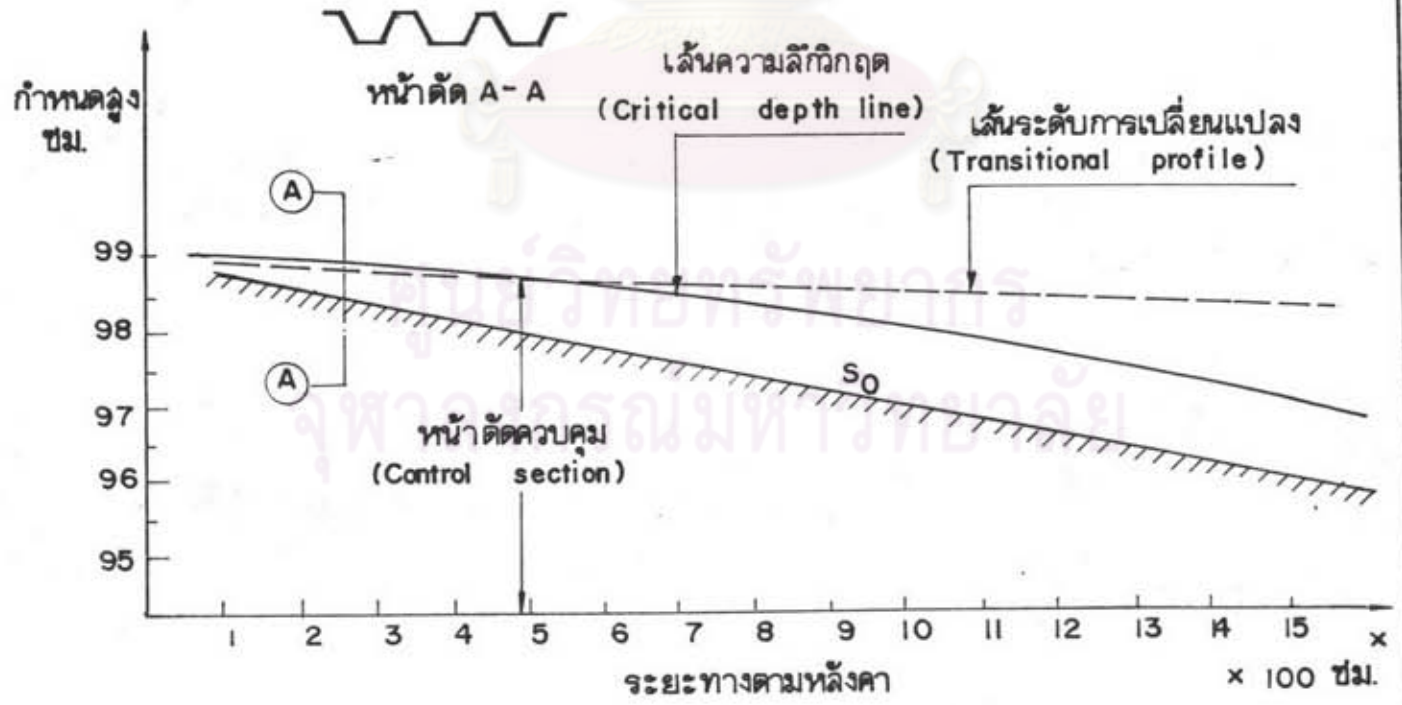
$$\begin{aligned} 1[Q_1 \Delta V + V_2 \Delta Q] &= -\left[\frac{Q_1 + Q_2}{V_1 + V_2}\right] \Delta y + S_o \left[\frac{Q_1 + Q_2}{V_1 + V_2}\right] \Delta x - S_f \left[\frac{Q_1 + Q_2}{V_1 + V_2}\right] \Delta x \\ \frac{(Q_1 + Q_2) \Delta y}{V_1 + V_2} &= S_o \left[\frac{Q_1 + Q_2}{V_1 + V_2}\right] \Delta x - S_f \left[\frac{Q_1 + Q_2}{V_1 + V_2}\right] \Delta x - \frac{1}{g} (Q_1 \Delta V + V_2 \Delta Q) \\ &= \left[\frac{Q_1 + Q_2}{V_1 + V_2}\right] (S_o \Delta x - S_f \Delta x) - \frac{1}{g} Q_1 (\Delta V + V_2 \Delta Q) \end{aligned}$$

$$\Delta y = -\frac{(V_1 + V_2) Q_1 (\Delta V + V_2 \Delta Q)}{g(Q_1 + Q_2)} + S_o \Delta x - S_f \Delta x \quad \dots\dots\dots(3.40)$$

จากรูปที่ 3.2 การลดลงของระดับผิวน้ำระหว่างตำแหน่ง 1 และ 2 หาได้โดย



รูปที่ 3.2 ระดับความยาวของการไหลเพิ่มตามระยะทางในรางที่หน้าตัดเท่ากันตลอด  
(General flow profile with prismatic channel)



รูปที่ 3.3 การหาตำแหน่งหน้าตัดควบคุมโดยวิธีระดับเปลี่ยนแปลง  
(Determination of control section through transitional profile)

$$\Delta y' = -\Delta y + S_o \Delta x$$

หรือ  $\Delta y' = -(\Delta y - S_o \Delta x)$  .....(3.41)

แทนค่าสมการที่ (3.40) ลงในสมการที่ (3.41) จะได้

$$\Delta y' = \frac{Q_1(V_1+V_2)}{g(Q_1+Q_2)} (\Delta V + V_2 \Delta Q) + S_f \Delta x$$
 .....(3.42)

สมการที่ (3.42) จะใช้คำนวณระดับน้ำ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของการไหลแปรผันตามความยาวทางน้ำ สำหรับในกรณีของการไหลเพิ่มเข้ามา

ขั้นตอนการคำนวณระดับน้ำตามยาวสำหรับการไหลที่มีอัตราการไหลเพิ่มเข้ามาตามระยะทางการไหล (Spatially varied flow) ด้วยวิธีทดสอบค่าที่ละขั้น (Trial and error step method) ด้วยความสัมพันธ์ที่ได้มานี้ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนคือ การหาตำแหน่งของหน้าตัดที่เกิดการไหลวิกฤตและการคำนวณระดับน้ำ

### 3.2.1 การหาตำแหน่งของหน้าตัดที่เกิดการไหลวิกฤต

เริ่มต้นด้วยการเลือกอัตราการไหลเข้าด้านข้าง (Lateral inflow rate) จากตารางที่ 3.1 แล้วทำตารางการคำนวณ โดยแต่ละช่องมีรายละเอียดดังนี้

- ช่อง (1) ระยะทางตามแนวยาวที่สมมติขึ้น หรือ ตำแหน่งที่สมมติ  
 " (2) อัตราการไหลที่ตำแหน่งสมมติขึ้นจากปริมาณการไหลเข้าด้านข้างตลอดระยะทาง

$$Q = q \cdot x$$

- " (3) ค่าแนวค่าแฟคเตอร์  $Q \cdot m^{3/2}$   
 $g^{1/2} b^{2.5}$

- " (4) นำค่าแฟคเตอร์ในช่อง (3) ไปเปิดค่า  $m y_o$  จากตารางในภาคผนวก ข

- " (5) หาความลึกวิกฤต (Critical depth) ของการไหลที่ตรงกับระยะทางที่สมมติขึ้น

$$y_c = \text{ค่าในช่อง (4)} \times b_o / m$$

- " (6) พื้นที่หน้าตัดของการไหล

$$A = (b_o + m y) y$$

- " (7) เส้นรอบรูปเปียก (Wetted perimeter)

$$P = b_o + 2y(1+m^2)^{0.5}$$

- " (8) ความกว้างด้านบน (Top width), B

$$B = b_o + 2m y$$

- " (9) รัศมีชลศาสตร์ (Hydraulic radius), R



$$R = A/P$$

" (10) สัมประสิทธิ์ความต้านทานเคซี (Chezy resistant coefficient)

$$C = 1.49R^{1/6}/n \text{ หน่วย F.P.S.}$$

$$= R^{1/6}/n \quad \text{" M.K.S.}$$

$$= 4.64 R^{1/6}/n = R^{1/6}/(0.216n) \text{ หน่วย C.G.S.}$$

" (11) ระยะทางถึงหน้าตัดวิกฤต ที่คำนวณโดยสมการที่ (3.38)

$$x = \frac{8 q^2}{g B^2 \left[ S_0 - \frac{gp}{C^2 B} \right]^3}$$

ตารางที่ 3.1 อัตราการไหลเข้าด้านข้าง (Lateral inflows)

ความเข้มฝน (Rainfall Intensity) มม/ชม.	ความเข้มฝน (Rainfall Intensity) ชม/นาที	อัตราการไหลเข้าด้านข้าง ลบ.ชม./วท/ชม.		อัตราการไหลออก ลบ.ชม./วท.	
		W600	W750	W600	W750
300	0.50	0.17	0.21	272	336
400	0.66	0.22	0.28	352	448
500	0.83	0.28	0.35	448	560
600	1.00	0.33	0.42	528	672

หมายเหตุ

1. W600 มีความกว้างต่อหนึ่งลอน = 20 ชม.
2. W750 " " " = 25 ชม.

การคำนวณจะต้องสมมติค่า  $x$  ในช่องที่ 1 ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะตรงกับค่า  $x$  ที่คำนวณได้ในช่อง(11) ก็จะได้ค่า  $x$  ซึ่งบ่งตำแหน่งที่เกิดการไหลวิกฤต ตัวอย่างการคำนวณตำแหน่งหน้าตัดวิกฤตของหลังคาทั้งสองชนิดได้แสดงไว้ในตารางที่ 3.2 สำหรับมุมความลาดเอียง 1 องศาและความเข้มฝน 400 มม/ชม เนื่องด้วยวิธีนี้เป็นวิธีทดสอบค่าและยังมีความยุ่งยากในการหาความลึกวิกฤต การคำนวณตำแหน่งหน้าตัดที่เหลือนจึงใช้วิธีของ Smith (1967) ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดในหัวข้อ 3.3

### ตารางที่ 3.2 การคำนวณตำแหน่งหน้าตัดวิกฤตของการไหลของน้ำฝนบนหลังคา

#### ก. หลังคาชนิด W600

Location of the critical flow section

Roof type : W600

Side slope = 0.74:1

Rainfall intensity = 400 มม./hr.

Lateral inflow = 0.22  $\text{cm}^3/\text{s}/\text{cm}$ .

Bed slope = 1 deg.

Manning Roughness  $n = 0.10 \text{ s}/\text{m}^{.33}$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Trial x	$Q$	$Q \cdot m^{1.5}$	$\frac{m}{y_c}$	$Y_c$	A	P	T	R	C	X
cm.	$\text{cm}^3/\text{s}$	$g^{1.5} b^{2.5}$	bo	cm.	sq.cm.	cm.	cm.	cm.	$\text{cm}^{1.5}/\text{s}$	cm.
100.0	22.000	0.019511	0.0708	0.335	1.255	4.333	3.996	0.290	377	24.492
75.0	16.500	0.014633	0.0588	0.278	1.031	4.192	3.912	0.246	367	28.219
50.0	11.000	0.009755	0.0448	0.212	0.775	4.027	3.814	0.192	353	35.251
48.0	10.560	0.009365	0.0438	0.207	0.757	4.015	3.807	0.188	351	35.946
46.0	10.120	0.008975	0.0428	0.202	0.739	4.004	3.800	0.185	350	36.679
44.0	9.680	0.008585	0.0409	0.193	0.705	3.981	3.786	0.177	348	38.186
43.0	9.460	0.008390	0.0407	0.193	0.701	3.979	3.785	0.176	347	38.355
42.0	9.240	0.008195	0.0399	0.189	0.687	3.970	3.779	0.173	346	39.048
40.1	8.822	0.007824	0.0388	0.184	0.667	3.957	3.772	0.169	345	40.056

#### ข. หลังคาชนิด W750

Location of the critical flow section

Roof type : W750

Side slope = 1:1

Rainfall intensity = 400 มม./hr.

Lateral inflow = 0.28  $\text{cm}^3/\text{s}/\text{cm}$ .

Bed slope = .017455 (1 deg.)

Manning coefficient = 0.012  $\text{s}/\text{m}^{.33}$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Trial x	$Q$	$Q \cdot m^{1.5}$	$\frac{m}{y_c}$	$Y_c$	A	P	T	R	C	X
cm.	$\text{cm}^3/\text{s}$	$g^{1.5} b^{2.5}$	bo	cm.	sq.cm.	cm.	cm.	cm.	$\text{cm}^{1.5}/\text{s}$	cm.
100.0	28.000	0.001219	0.01180	0.165	2.340	14.467	14.330	0.162	285	20.416
80.0	22.400	0.000975	0.00980	0.137	1.940	14.388	14.274	0.135	277	32.202
70.0	19.600	0.000853	0.00895	0.125	1.770	14.354	14.251	0.123	273	41.857
65.0	18.200	0.000792	0.00850	0.119	1.680	14.337	14.238	0.117	270	49.306
62.0	17.360	0.000756	0.00825	0.116	1.630	14.327	14.231	0.114	269	54.510
60.0	16.800	0.000731	0.00810	0.113	1.600	14.321	14.227	0.112	268	58.106
59.8	16.744	0.000729	0.00810	0.113	1.600	14.321	14.227	0.112	268	58.106
59.6	16.688	0.000727	0.00805	0.113	1.591	14.319	14.225	0.111	268	59.396
59.5	16.660	0.000725	0.00805	0.113	1.591	14.319	14.225	0.111	268	59.396

### 3.2.2 การคำนวณระดับน้ำ

เมื่อทราบตำแหน่งหน้าตัดวิกฤต (Control section) จากวิธีการในหัวข้อ 3.2.1 แล้วก็ดำเนินการคำนวณระดับผิวน้ำ (Surface profile) โดยเริ่มต้นคำนวณที่หน้าตัดนี้ สำหรับทั้งสองทิศทาง คือด้านเหนือน้ำ (Upstream section) และด้านท้ายน้ำ (Downstream section) โดยใช้สมการที่ (3.42)

$$\Delta y' = \frac{Q_1(V_1 + V_2)(\Delta V + V_2 \Delta Q) + S_f \Delta x}{g(Q_1 + Q_2)}$$

การคำนวณระดับน้ำตามยาวดังกล่าวได้จัดไว้ในตารางที่ 3.3 โดยที่ค่าในช่องต่าง ๆ หามาได้ดังนี้

ช่อง (1) ระยะตามยาวระหว่างจุดที่ทำการคำนวณและจุดเริ่มต้นของทางน้ำ

" (2) ระยะระหว่างจุดที่ทำการคำนวณที่อยู่ติดกัน

" (3) ค่าระดับของท้องรางน้ำ ซึ่งคำนวณได้คือ

$$EL_2 = EL_1 - S_0 \Delta x$$

$S_0$  คือ ความลาดเอียงตามแนวยาว

$EL_1$  คือ ระดับที่ทราบค่า

$EL_2$  คือ ระดับที่ตำแหน่งใด ๆ ที่ต้องการทราบ

$x$  คือ ระยะระหว่างตำแหน่ง 1 และ 2 จากช่อง (2)

" (4) ค่าความลึกของน้ำที่ทำการสมมติขึ้นที่ตำแหน่งใด ๆ ต้องสมมติไปเรื่อยจนกว่าค่าในช่อง (6) และ (19) จะใกล้เคียงกัน

" (5) ค่าระดับของผิวน้ำได้จากนำค่าในช่อง (3) รวมกับ ช่อง (4)

" (6) การเปลี่ยนแปลงของระดับผิวน้ำระหว่างจุดที่ทำการคำนวณ 2 จุดติดกัน

$$\Delta y' = -\Delta y + S_0 \Delta x$$

$\Delta y'$  คือ การเปลี่ยนแปลงระดับผิวน้ำที่ต้องการทราบ

$\Delta y$  คือ ค่าความต่างระดับในช่อง (4) =  $y_2 - y_1$

" (7) พื้นที่การไหลที่เกิดจากความลึกการไหลที่สมมติขึ้น

$$A = (b_0 + my)y$$

" (8) อัตราการไหล (Discharge) ที่หน้าตัดใด ๆ ที่เกิดจากการไหลเข้าด้านข้าง

$$Q = q \cdot x$$

" (9) ความเร็วเฉลี่ย (Average velocity),  $V$

$$V = Q/A = \text{ช่อง (8)} / \text{ช่อง (7)}$$

- " (10) ผลรวมของอัตราการไหล ณ จุดสังเกตที่อยู่ติดกัน , Q

$$Q = Q_1 + Q_2$$

- " (11) ผลรวมของความเร็วเฉลี่ย =  $V_1 + V_2$

- " (12) ผลแตกต่างอัตราการไหลระหว่างจุดสังเกต 2 จุดติดกัน =  $Q_2 - Q_1$

- " (13) การเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย (Change in average velocity) =  $V_2 - V_1$

- " (14) ระยะลดลงของผิวน้ำเนื่องจากการสูญเสียจากการกระแทก (Momentum)

$$\Delta y_m = \frac{Q_1 (V_1 + V_2) (\Delta V + V_2 \Delta Q)}{g(Q_1 + Q_2)}$$

- " (15) เส้นรอบรูปเปียก

$$p = b_0 + 2y(1 + m^2)^{0.5}$$

- " (16) รัศมีชลศาสตร์ (Hydraulic radius) ที่เกิดจากการสมมติการไหล

$$R = A/P$$

- " (17) การสูญเสียหัวกำลังเนื่องจากแรงเสียดทาน

$$h_f = S_f \cdot \Delta x = \left[ \frac{nQ}{AR^{2/3}} \right]^2 \cdot \Delta x$$

- " (18) ระยะที่ลดลงของผิวน้ำระหว่างจุดที่อยู่ติดกัน = ช่อง (14) + ช่อง (17)

รายละเอียดในการคำนวณดังปรากฏในตารางที่ 3.3

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### ตารางที่ 3.3 การคำนวณความลึกการไหลในลอนหลังคาโลหะลูกฟูก

#### ก.หลังคาชนิด W600

Calculation of surface profile of spatial varied flow

Roof type : W600

Side slope = 0.74:1

Rain intensity : 400 mm/hr.

Lateral inflow = .22 cm<sup>3</sup>/s./cm.

Bed slope = 0.017455 (1.0 deg.)

Manning coefficient = .010 s./m<sup>1.4865</sup>

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)
x	Dif.x	Z <sub>0</sub>	y	Z	Dif.y'	A	Q	V	Q1+Q2	V1+V2	Dif.Q	Dif.V	Dif.Y <sub>m</sub>	p	R	hf	Dif.y
cm.	cm.	cm.	cm.	cm.	cm.	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup> /s	cm/s	cm <sup>3</sup> /s	cm./s	cm <sup>3</sup> /s	cm/s	cm.	cm.	cm.	cm.	cm.
40.1		99.000	0.184	99.18		0.67	8.8	13.2									
50	9.9	98.827	0.205	99.03	0.15	0.75	11.0	14.7	19.8	27.88	2.18	1.508	0.07	4.01	0.19	0.09	0.16
100	50.0	97.954	0.315	98.27	0.76	1.18	22.0	18.7	33.0	33.40	11.00	4.015	0.30	4.28	0.27	0.46	0.76
200	100.0	96.209	0.460	96.67	1.60	1.77	44.0	24.9	66.0	43.62	22.00	6.198	0.55	4.64	0.38	1.05	1.60
300	100.0	94.463	0.573	95.04	1.63	2.25	66.0	29.4	110.0	54.26	22.00	4.447	0.47	4.93	0.46	1.14	1.62
400	100.0	92.718	0.670	93.39	1.65	2.68	88.0	32.9	154.0	62.22	22.00	3.517	0.43	5.17	0.52	1.21	1.64
600	200.0	89.227	0.850	90.08	3.31	3.51	132.0	37.6	143.0	52.30	44.00	4.740	0.85	5.61	0.63	2.47	3.32
800	200.0	85.736	0.987	86.72	3.35	4.18	176.0	42.2	308.0	79.76	44.00	4.541	0.70	5.96	0.70	2.66	3.36
1000	200.0	82.245	1.116	83.36	3.36	4.83	220.0	45.6	396.0	87.72	44.00	3.419	0.62	6.28	0.77	2.75	3.37
1200	200.0	78.754	1.237	79.99	3.37	5.46	264.0	48.3	484.0	93.91	44.00	2.765	0.56	6.58	0.83	2.79	3.36
1400	200.0	75.263	1.348	76.61	3.38	6.06	308.0	50.8	572.0	99.14	44.00	2.467	0.53	6.85	0.88	2.84	3.37
1600	200.0	71.772	1.450	73.22	3.39	6.63	352.0	53.1	660.0	103.89	44.00	2.282	0.50	7.11	0.93	2.88	3.39

#### ข.หลังคาชนิด W750

Calculation of surface profile of spatial varied flow

Roof type : W750

Side slope = 1:1

Rain Intensity : 400 mm/hr.

Lateral inflow = 0.28 cm<sup>3</sup>/s./cm.

Bed slope = 0.017455 (1.0 deg.)

Manning coefficient = .012 s./m<sup>1.4865</sup>

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)
x	Dif.x	Z <sub>0</sub>	y	Z	Dif.y'	A	Q	V	Q1+Q2	V1+V2	Dif.Q	Dif.V	Dif.Y <sub>m</sub>	p	R	hf	Dif.y
cm.	cm.	cm.	cm.	cm.	cm.	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup> /s	cm/s	cm <sup>3</sup> /s	cm./s	cm <sup>3</sup> /s	cm/s	cm.	cm.	cm.	cm.	cm.
59.4		99.000	0.113	99.11		1.59	16.6	10.4									
75	15.6	98.728	0.130	98.86	0.26	1.84	21.0	11.4	37.6	21.86	4.37	1.003	0.04	14.4	0.13	0.21	0.26
100	25.0	98.291	0.152	98.44	0.41	2.15	28.0	13.0	49.0	24.45	7.00	1.584	0.06	14.4	0.15	0.36	0.42
150	50.0	97.419	0.195	97.61	0.83	2.77	42.0	15.2	70.0	28.19	14.00	2.157	0.11	14.6	0.19	0.71	0.82
200	50.0	96.546	0.231	96.78	0.84	3.29	56.0	17.0	98.0	32.21	14.00	1.862	0.11	14.7	0.22	0.72	0.82
300	100.0	94.800	0.293	95.09	1.68	4.19	84.0	20.1	140.0	37.09	28.00	3.023	0.20	14.8	0.28	1.46	1.66
400	100.0	93.055	0.345	93.40	1.69	4.95	112.0	22.6	196.0	42.69	28.00	2.573	0.19	15.0	0.33	1.51	1.70
600	200.0	89.564	0.438	90.00	3.40	6.32	168.0	26.6	280.0	49.20	56.00	3.935	0.35	15.2	0.41	3.07	3.41
800	200.0	86.073	0.519	86.59	3.41	7.54	224.0	29.7	392.0	56.29	56.00	3.160	0.32	15.5	0.49	3.10	3.42
1000	200.0	82.582	0.592	83.17	3.42	8.64	280.0	32.4	504.0	62.14	56.00	2.687	0.30	15.7	0.55	3.13	3.43
1200	200.0	79.091	0.660	79.75	3.42	9.68	336.0	34.7	616.0	67.14	56.00	2.313	0.29	15.9	0.61	3.13	3.42
1400	200.0	75.600	0.723	76.32	3.43	10.64	392.0	36.8	728.0	71.55	56.00	2.099	0.28	16.0	0.66	3.15	3.43
1600	200.0	72.109	0.782	72.89	3.43	11.56	448.0	38.8	840.0	75.58	56.00	1.930	0.27	16.2	0.71	3.17	3.44

หรือ 
$$dy/dx = \frac{S_o (1 - (Q/Q_n)^2 (1 + 2\beta K^2 q / gA^2 Q))}{1 - (Q/Q_c)^2}$$

และถ้าให้ 
$$Q_{n1} = \frac{Q_n}{\sqrt{1 + 2\beta K^2 q / gA^2 Q}}$$
 คือ อัตราการไหลปกติที่ได้รับการปรับ

สมการที่ (3.44) ก็จะเหลือ

$$dy/dx = \frac{S_o (1 - (Q/Q_{n1})^2)}{1 - (Q/Q_c)^2} \dots\dots\dots(3.45)$$

สมการที่ (3.45) จะคล้ายกับการไหลปกติที่ไม่มีอัตราการไหลเพิ่มเข้ามาและตำแหน่งของระดับเปลี่ยนแปลง (Transitional profile) ที่ระยะ  $x$  อาจหาได้โดยเงื่อนไข  $Q_{n1} = Q_c$  จุดตัดกันของระดับเปลี่ยนแปลงกับเส้นความลึกวิกฤตจะสอดคล้องกับเงื่อนไข  $Q = Q_{n1} = Q_c$  และจะให้ตำแหน่งของจุดบังคับ (Control point) นั่นคือหน้าตัดที่ซึ่งการไหลแท้จริงไหลผ่านความลึกวิกฤต ที่ความลึกเปลี่ยนแปลง (Transitional depth)  $Q_{n1} = Q_c$  นั่นคือ

$$\frac{Q_n}{\sqrt{1 + \frac{2\beta K^2 q}{gA^2 Q}}} = \frac{gA^3}{\sqrt{\beta B}}$$

หรือ 
$$\frac{2\beta K^2 q}{gA^2 Q} = \frac{\beta Q^2 B}{A^3 g} - 1 \dots\dots\dots(3.46)$$

โดยการแทนที่  $Q_n = K S_o$  แล้วปรับให้ง่ายลงจะได้

$$q/Q = \frac{1}{2} \left( \frac{S_o B}{A} - \frac{gA^2}{\beta K^2} \right) \dots\dots\dots(3.47)$$

ซึ่งเป็นสมการของระดับเปลี่ยนแปลง (Transitional profile) ของการไหลเพิ่มตามระยะทางแทนค่า  $Q = qx$  สมการที่ (3.47) จะเป็น

$$1/x_c = \frac{1}{2} \left( \frac{S_o B}{A} - \frac{gA^2}{\beta K^2} \right) \dots\dots\dots(3.48)$$

### 3.3 การหาตำแหน่งจุดบังคับเพื่อเลือก

(Alternative determination of control point location)

จุดบังคับคือ จุดที่มีการเปลี่ยนแปลงประเภทของการไหล ซึ่งอาจจะเปลี่ยนจากการไหลใต้วิกฤต (Subcritical flow) ไปเป็นการไหลเหนือวิกฤต (Supercritical flow) หรือเปลี่ยนจากใต้วิกฤตไปเป็นเหนือวิกฤต ที่จุดบังคับนี้การไหลมักจะแปรปรวน สำหรับการไหลเพิ่มตามระยะทาง (Spatially varied flow) ที่ทำการศึกษานี้ เส้นความลึกการไหลจะไม่มีความสัมพันธ์เชิงตรงเหมือนกับการไหลทั่วไปแต่จะเป็นเส้นโค้ง ซึ่งขึ้นอยู่กับความลาดเอียงของท้องราง, ความหยาบของรางและลักษณะของหน้าตัด ความลึกวิกฤตของการไหลเพิ่มตามระยะทางอาจจะเกิดที่ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งระหว่างปลายทั้งสองของราง แต่ถ้าความลาดเอียงของรางน้อยจนการไหลเป็นแบบใต้วิกฤตทั้งหมด หน้าตัดวิกฤตก็จะอยู่ที่ปลายด้านท้ายน้ำ สำหรับในกรณีของรางน้ำที่เกิดจากลอนโลหะลูกฟูกที่ใช้มุ่งหลังคาที่ทำการศึกษานี้ ค่ามุมที่มักใช้มุ่งหรือความลาดเอียงของท้องรางจะมากกว่าความลาดเอียงวิกฤต (Critical slope) ซึ่งทำให้การไหลเป็นแบบเหนือวิกฤตเป็นส่วนใหญ่ คงจะมีการไหลแบบใต้วิกฤตเป็นระยะสั้น ๆ ที่ปลายด้านเหนือน้ำ วิธีการคำนวณความลึกวิกฤต (Critical depth) และตำแหน่งที่เกิดได้นำเสนอโดย Hinds (1926) ซึ่งการคำนวณกระทำโดยวิธีทดสอบค่า (Trial & error) ซึ่งค่อนข้างยุ่งยาก ดังนั้น Smith (1967) ได้เสนอทางเลือกการคำนวณใหม่โดยมีพื้นฐานบนระดับการเปลี่ยนแปลง (Transitional profiles) ซึ่งเป็นวิธีการคำนวณที่รวดเร็วกว่าวิธีการของ Hinds ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

จากสมการที่ (3.31) ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$dy/dx = \frac{S_0 - S_f - (2\beta Qq/gA^2)}{1 - \beta Q^2 B/gA^3}$$

หรือ 
$$dy/dx = \frac{S_0 (1 - S_f/S_0 - 2\beta Qq/gA^2 S_0)}{1 - \beta Q^2 B/gA^3} \dots\dots(3.43)$$

- กำหนดให้
- $Q = K\sqrt{S_f}$  คือ อัตราการไหลจริง
  - $Q_n = K\sqrt{S_0}$  คือ อัตราการไหลปกติในรางที่ความลึกต่าง ๆ
  - $Q_c = gA^3/\beta B$  คือ อัตราการไหลวิกฤตปรับแก้ด้วย  $\beta$

สมการที่ (3.43) เมื่อแทนด้วยค่า  $Q, Q_n, Q_c$  ที่กำหนดขึ้นจะได้

$$dy/dx = \frac{S_0 (1 - K^2 Q^2 / K^2 Q_n^2 - Q^2 / Q_c^2 (2\beta K^2 q / gA^2 Q))}{1 - (Q/Q_c)^2} \dots\dots(3.44)$$

ตัวห้อย  $t$  บ่งถึงระดับเปลี่ยนแปลง ซึ่งจะเห็นว่าระดับเปลี่ยนแปลงจะขึ้นอยู่กับอัตราการไหลเข้าด้านข้าง  $q$  การกำหนดจุดบังคับต้องทำการคำนวณเส้นความลึกวิกฤตโดยสมการที่ (3.49) และพล็อตตามเสกกร่วมกับระดับเปลี่ยนแปลงที่คำนวณโดยสมการที่ (3.48)

$$Q_c = \frac{gA^3}{\beta B} \dots\dots\dots(3.49)$$

จุดตัดกันของเส้นความลึกวิกฤตกับเส้นระดับเปลี่ยนแปลงจะให้ตำแหน่งของหน้าตัดบังคับ (Control section) ที่ซึ่งการไหลจริงผ่านในรูปของความลึกวิกฤตดังในรูปที่ 3.3 การเตรียมค่าสำหรับการพล็อตกราฟโดยทำตารางการคำนวณดังต่อไปนี้

ช่อง (1) ความลึกการไหลที่สมมติขึ้น

" (2) พื้นที่หน้าตัดการไหล

$$A = (b_0 + my)y$$

" (3) ความกว้างด้านบนของหน้าตัดการไหล

$$B = b_0 + 2my$$

" (4) อัตราการไหลวิกฤต

$$Q_c = \sqrt{\frac{gA^3}{\beta B}}$$

" (5) เส้นรอบรูปเปียก

$$P = b_0 + 2y(m^2 + 1)^{1/2}$$

" (6) รัศมีชลศาสตร์

$$R = A/P$$

" (7) Conveyance factor

$$K = \frac{1}{n} AR^{2/3}$$

" (8)  $1/x_c$  คำนวณจากสมการที่ (3.48)

$$\frac{1}{x_c} = \frac{1}{2} \left( \frac{S_0 T}{A} - \frac{gA^2}{\beta K^2} \right)$$

" (9)  $x_c$  ส่วนกลับของ  $1/x_c$

" (10) เส้นความลึกการไหลวิกฤต คำนวณจากสมการ

$$x_c = Q_c/q$$



ตัวอย่างการคำนวณหาตำแหน่งหน้าตัดบังคับด้วยวิธีดังกล่าวนี้ได้แสดงไว้ในตารางที่ 3.4 ซึ่งจะเห็นว่าที่มุมความชัน 1 องศา ความเร็วลม 400 มม/ชม. แผ่นหลังคา W600 มีความลิกวิกฤต 0.184 ชม. และแผ่น W750 มีความลิกวิกฤต 0.1127 ชม. เพราะค่า  $x_u$  และ  $x_c$  จะลู่อเข้าหากันเป็นตำแหน่งที่เกิดหน้าตัดวิกฤตที่ 40.12 ชม. และ 59.45 ชม. ตามลำดับ



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.4 การคำนวณตำแหน่งหน้าตัดบังคับตามวิธีของ Smith (1967)

ก. หลังคาชนิด W600

Calculation of control point in spatial varied flow  
 Roof type : W600 Side slope = 0.74:1  
 Rainfall intensity = 400 มม/hr. Lateral inflow = 0.22  $\text{cm}^3/\text{s}$ .  
 Bed slope = .017455 (1.0 deg.) Manning coefficient = .010 s.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
y	A	T	$\theta_c$	P	R	K	$1/X_t$	$X_t$	$X_c$
cm.	$\text{cm.}^2$	cm.	$\text{cm.}^3/\text{s}$	cm.	cm.	$\text{cm}^3/\text{s}$	$1/\text{cm.}$	cm.	cm.
0.180	0.65	3.77	8.54	3.95	0.17	91.69	0.025	39.51	38.80
0.181	0.66	3.77	8.61	3.95	0.17	92.54	0.025	39.66	39.12
0.182	0.66	3.77	8.68	3.95	0.17	93.38	0.025	39.82	39.45
0.183	0.67	3.77	8.75	3.96	0.17	94.23	0.025	39.97	39.78
0.184	0.67	3.77	8.83	3.96	0.17	95.08	0.025	40.12	40.11
0.185	0.67	3.77	8.90	3.96	0.17	95.94	0.025	40.28	40.45
0.186	0.68	3.78	8.97	3.96	0.17	96.80	0.025	40.43	40.78
0.187	0.68	3.78	9.04	3.97	0.17	97.66	0.025	40.59	41.11
0.188	0.68	3.78	9.12	3.97	0.17	98.52	0.025	40.74	41.45
0.189	0.69	3.78	9.19	3.97	0.17	99.39	0.024	40.90	41.78
0.190	0.69	3.78	9.27	3.97	0.17	100.26	0.024	41.05	42.12
0.191	0.70	3.78	9.34	3.98	0.17	101.13	0.024	41.20	42.46
0.192	0.70	3.78	9.42	3.98	0.18	102.01	0.024	41.36	42.80
0.193	0.70	3.79	9.49	3.98	0.18	102.89	0.024	41.51	43.14
0.194	0.71	3.79	9.56	3.98	0.18	103.77	0.024	41.66	43.48
0.195	0.71	3.79	9.64	3.99	0.18	104.66	0.024	41.82	43.82

ข. หลังคาชนิด W750

Calculation of control point in spatial varied flow  
 Roof type : W750 Side slope = 1:1  
 Rainfall intensity = 400 มม/hr. Lateral inflow = 0.28  $\text{cm}^3/\text{s}$ .  
 Bed slope = .017455 (1.0 deg.) Manning coefficient = .012 s.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
y	A	T	$\theta_c$	P	R	K	$1/X_t$	$X_t$	$X_c$
cm.	$\text{cm.}^2$	cm.	$\text{cm.}^3/\text{s}$	cm.	cm.	$\text{cm}^3/\text{s}$	$1/\text{cm.}$	cm.	cm.
0.1120	1.58	14.22	16.50	14.32	0.11	140.88	0.017	59.52	58.94
0.1121	1.58	14.22	16.52	14.32	0.11	141.09	0.017	59.51	59.01
0.1122	1.58	14.22	16.55	14.32	0.11	141.30	0.017	59.50	59.09
0.1123	1.58	14.22	16.57	14.32	0.11	141.51	0.017	59.49	59.17
0.1124	1.59	14.22	16.59	14.32	0.11	141.72	0.017	59.48	59.25
0.1125	1.59	14.23	16.61	14.32	0.11	141.93	0.017	59.47	59.33
0.1126	1.59	14.23	16.64	14.32	0.11	142.14	0.017	59.46	59.41
0.1127	1.59	14.23	16.66	14.32	0.11	142.35	0.017	59.45	59.49
0.1128	1.59	14.23	16.68	14.32	0.11	142.56	0.017	59.44	59.57
0.1129	1.59	14.23	16.70	14.32	0.11	142.77	0.017	59.43	59.65
0.1130	1.59	14.23	16.72	14.32	0.11	142.98	0.017	59.42	59.73
0.1131	1.60	14.23	16.75	14.32	0.11	143.19	0.017	59.41	59.81
0.1132	1.60	14.23	16.77	14.32	0.11	143.40	0.017	59.40	59.89
0.1133	1.60	14.23	16.79	14.32	0.11	143.61	0.017	59.39	59.97
0.1134	1.60	14.23	16.81	14.32	0.11	143.82	0.017	59.38	60.05
0.1135	1.60	14.23	16.84	14.32	0.11	144.03	0.017	59.37	60.13
0.1136	1.60	14.23	16.86	14.32	0.11	144.25	0.017	59.36	60.21