

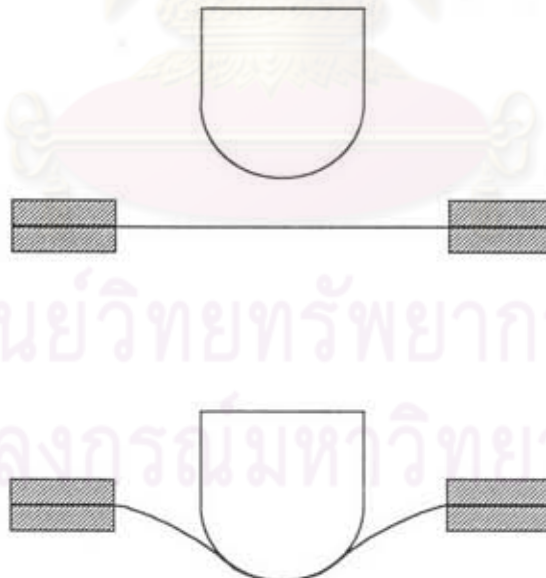
บทที่ 5



ผลการใช้โปรแกรมกับปัญหากรณีต่าง ๆ

การยืดขึ้นรูปโลหะแผ่นด้วยหัวกดรูปครึ่งทรงกลม (the stretching of a circular blank sheet with a hemispherical punch)

ลักษณะของการขึ้นรูป เป็นดังรูปที่ 5.1 ซึ่งโลหะแผ่นรูปวงกลมจะถูกยืดที่ขอบ และ ถูกกดโดยหัวกดรูปครึ่งทรงกลม



รูปที่ 5.1 ลักษณะการยืดขึ้นรูปโลหะแผ่นด้วยหัวกดรูปครึ่งทรงกลม

1. ข้อมูลที่จำเป็น

วัสดุ : ทองแดง (Soft)

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด :

$$\bar{\sigma} = 471.56(0.0122 + \bar{\epsilon})^{0.3789} \text{ MPa}$$

ค่านอร์มัลแอนไอโซโทรปี (R) : R = 1.27

ความหนาของวัสดุ : 0.06 หน่วย

รัศมีของช่องเปิดของแท่นรองรับ : 1 หน่วย

รัศมีของหัวกด : 0.9 หน่วย

สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน : $\mu = 0.135$

2. การกำหนดเงื่อนไขที่ขอบเขต

เงื่อนไขที่ขอบเขตประกอบด้วย เงื่อนไขทางรูปร่าง (geometry) และเงื่อนไขทางแรงที่กระทำ (traction) เงื่อนไขทางรูปร่างเป็นเงื่อนไขที่บอกให้ทราบถึงการเคลื่อนตัวของจุดต่อในตำแหน่งที่รู้การเคลื่อนตัวแน่นอน หรือรู้ความสัมพันธ์ของการเคลื่อนตัว เช่น ตำแหน่งที่สัมผัสกับหัวกด, ตำแหน่งที่ถูกยึดอยู่กับที่ และตำแหน่งที่รู้อัตราส่วนการเคลื่อนตัวในทิศทาง X และ Y เป็นต้น ส่วนเงื่อนไขเกี่ยวกับแรงที่กระทำ เป็นเงื่อนไขที่บอกให้ทราบถึงแรงที่กระทำกับจุดต่อในตำแหน่งที่รู้แรงกระทำแน่นอนหรือรู้ความสัมพันธ์ของแรงที่กระทำ เช่น ตำแหน่งที่สัมผัสกับหัวกด, ตำแหน่งที่รู้อัตราส่วนของแรงในแนวแกน X และ Y เป็นต้น

2.1 เงื่อนไขทางรูปร่าง

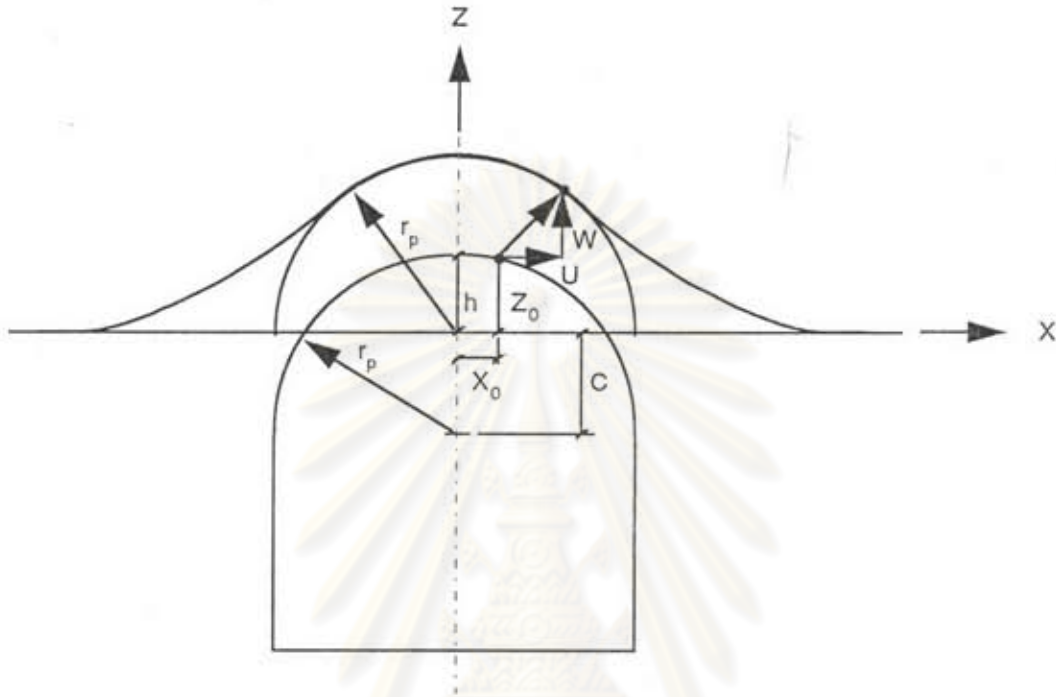
ในตำแหน่งที่วัสดุสัมผัสกับหัวกด การเคลื่อนตัวของจุดต่อ (node) จะเป็นไปตามความสัมพันธ์นี้

$$(X+U)^2 + (Y+V)^2 + (Z+W+C)^2 = r_p^2 \quad (5.1)$$

โดยที่ X, Y และ Z เป็นจุดพิกัดปัจจุบันในระบบแกนอ้างอิงของระบบรวม (global)
 U, V และ W เป็นค่าเคลื่อนตัว (displacement)
 C เป็นค่าพารามิเตอร์ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$c = r_p - h \quad (5.2)$$

โดยที่ h เป็นระยะกด (punch depth)
 r_p เป็นรัศมีของหัวกด



รูปที่ 5.2 แสดงการเคลื่อนที่ของจุดต่อบริเวณที่สัมผัสกับหัวกด

การที่จะนำสมการที่ (5.1) ไปใช้ในการแก้สมการ (3.31) จำเป็นต้องเปลี่ยนสมการที่ (5.1) ให้อยู่ในรูปแบบเดียวกับสมการ (3.31) ก่อนโดยใช้การกระจายเป็นอนุกรมของเทย์เลอร์ ดังนี้

$$\begin{aligned} & 2(x+u^*)\Delta U + 2(y+v^*)\Delta V + 2(z+w^*+c)\Delta W \\ & = r_p^2 - (x+u^*)^2 - (y+v^*)^2 - (z+w^*+c)^2 \end{aligned} \quad (5.3)$$

โดยที่ $\Delta U = U - U^*$ และ "*" เป็นค่าคาดเดาเริ่มต้น จัดสมการที่ (5.3) ใหม่ จะได้

$$\Delta W = \alpha - \beta \Delta U - \gamma \Delta V \quad (5.4)$$

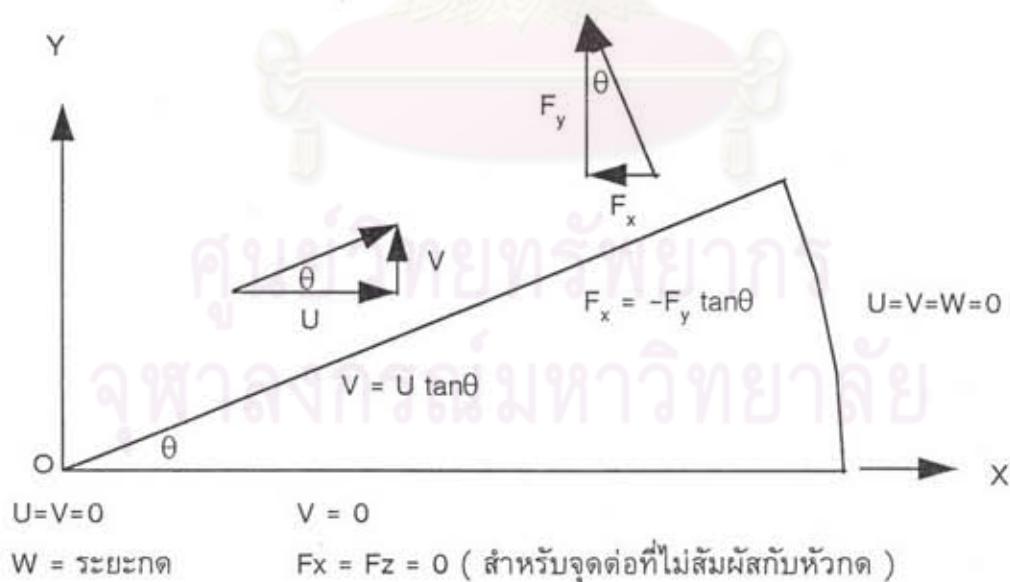
$$\text{โดยที่ } \alpha = \frac{r_p^2 - (x+u^*)^2 - (y+v^*)^2 - (z+w^*+c)^2}{2(z+w^*+c)}$$

$$\beta = \frac{x+u^*}{(z+w^*+c)}$$

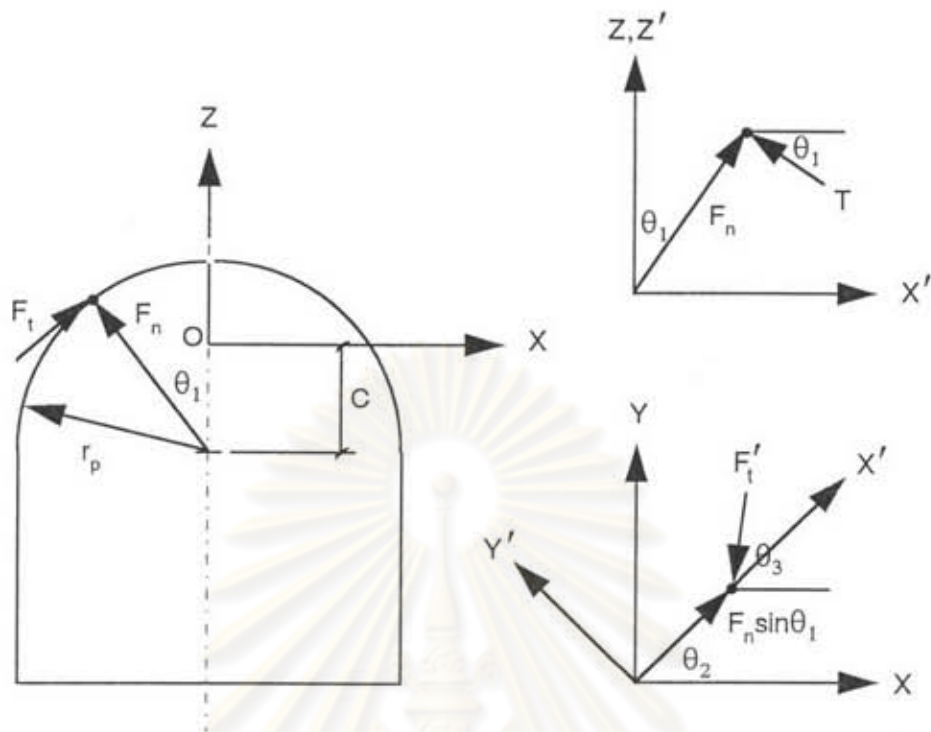
$$\gamma = \frac{y+v^*}{(z+w^*+c)}$$

2.2 เงื่อนไขทางแรงที่กระทำ

จากรูปที่ 5.3 ซึ่งแสดงทั้งเงื่อนไขทางรูปร่างและเงื่อนไขทางแรง สามารถหาค่า F_x , F_y และ F_z ได้โดยใช้รูปที่ 5.4 ซึ่งแสดงแรงในทิศทางต่างๆที่กระทำต่อจุดต่อก่อนอื่นจะทำการกำหนดแรงที่กระทำในแนวตั้งฉากกับพื้นผิวที่จุดต่อใดๆที่สัมผัสกับห้วงกบเป็น F_n และแรงในทิศทางสัมผัสกับจุดต่อนั้น ในระนาบ $X' - Y'$ เป็น T ดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.3 รูปแสดงเงื่อนไขทางรูปร่างและเงื่อนไขทางแรง



รูปที่ 5.4 รูปแสดงทิศทางของแรงกระทำ

ค่าโปรเจกชัน (projection) ของ F_t บนระนาบ X-Y สามารถหาได้โดย

$$F'_t = \frac{T \cos \theta_1}{\cos(\theta_3 - \theta_2)} \quad (5.5)$$

และส่วนประกอบของ F_t บนระนาบ X-Y เป็น

$$F_{tx} = F'_t \cos \theta_3 = \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_3}{\cos(\theta_3 - \theta_2)} \cdot T$$

$$F_{ty} = F'_t \sin \theta_3 = \frac{\cos \theta_1 \sin \theta_3}{\cos(\theta_3 - \theta_2)} \cdot T$$

$$F_{tz} = \sin \theta_1 \cdot T \quad (5.6)$$



ดังนั้นจึงเขียน F_t ได้ว่า

$$F_t = T \cdot \sqrt{\left\{ \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_3}{\cos(\theta_3 - \theta_2)} \right\}^2 + \left\{ \frac{\cos\theta_1 \sin\theta_3}{\cos(\theta_3 - \theta_2)} \right\}^2 + \sin^2\theta_1} \quad (5.7)$$

กำหนดให้

$$A = \sqrt{\left\{ \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_3}{\cos(\theta_3 - \theta_2)} \right\}^2 + \left\{ \frac{\cos\theta_1 \sin\theta_3}{\cos(\theta_3 - \theta_2)} \right\}^2 + \sin^2\theta_1}$$

ดังนั้น

$$T = \frac{F_t}{A} \quad (5.8)$$

จากรูปที่ 5.4 และ สมการที่ (5.6) และ (5.8) สามารถเขียนแรงที่กระทำที่จุดต่อได้โดยมีส่วนประกอบดังนี้

$$F_x = F_n \sin\theta_1 \cos\theta_2 - \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_3}{A \cos(\theta_3 - \theta_2)} \cdot F_t$$

$$F_y = F_n \sin\theta_1 \sin\theta_2 - \frac{\cos\theta_1 \sin\theta_3}{A \cos(\theta_3 - \theta_2)} \cdot F_t$$

$$F_z = F_n \cos\theta_1 + \frac{\sin\theta_1}{A} \cdot F_t$$

โดยที่

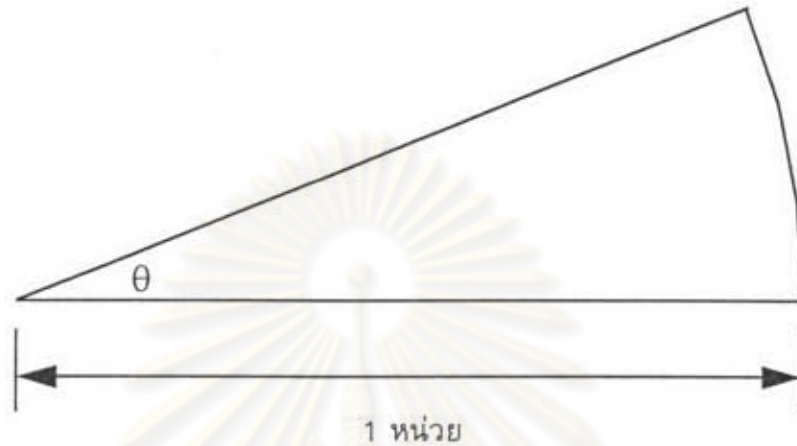
$$\begin{aligned} \sin\theta_1 &= \frac{\sqrt{(X+U)^2 + (Y+V)^2}}{r_p} \\ \cos\theta_1 &= \frac{(Z+W+C)}{r_p} \\ \sin\theta_2 &= \frac{(Y+V)}{\sqrt{(X+U)^2 + (Y+V)^2}} \\ \cos\theta_2 &= \frac{(X+U)}{\sqrt{(X+U)^2 + (Y+V)^2}} \\ \sin\theta_3 &= \frac{V}{\sqrt{U^2 + V^2}} \\ \cos\theta_3 &= \frac{U}{\sqrt{U^2 + V^2}} \end{aligned} \quad (5.9)$$

ส่วนประกอบของแรงที่คำนวณจากสมการที่ (5.9) จะถูกนำไปใช้เป็นเงื่อนไขที่ขอบเขต โดยใส่ในโหลดเวกเตอร์ (load vector) , $\{F\}$, ในสมการที่ (3.34) เมื่อจุดต่อนั้นๆมีการสัมผัสกับห้วงกุด สำหรับ F_i ในสมการที่ (5.9) จะถูกกำหนดให้เท่ากับ μF_n โดย μ เป็นสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

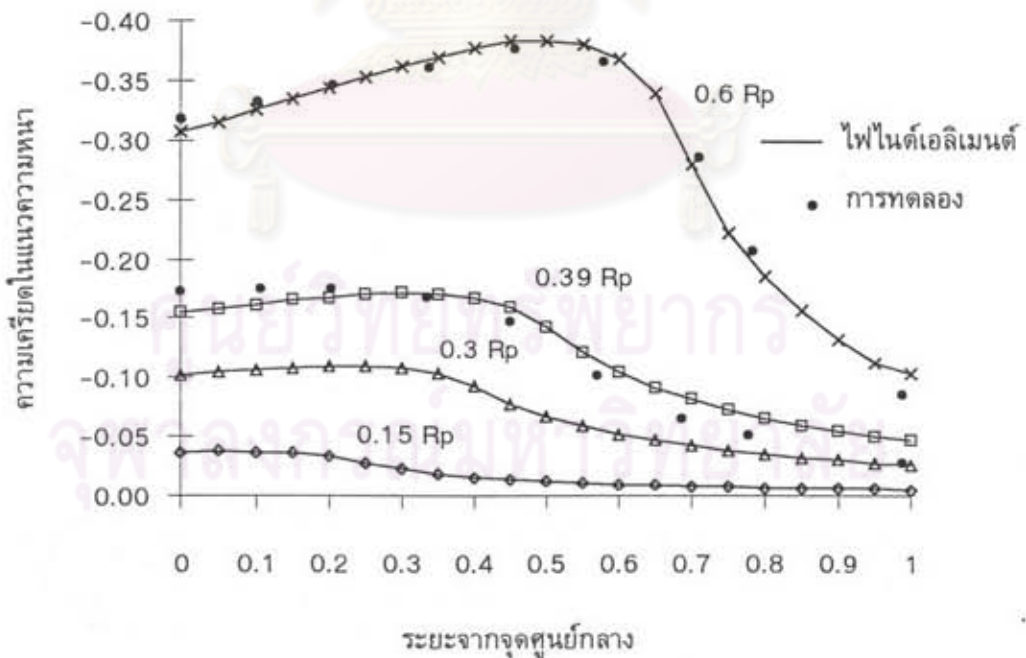
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.3 ผลการวิเคราะห์

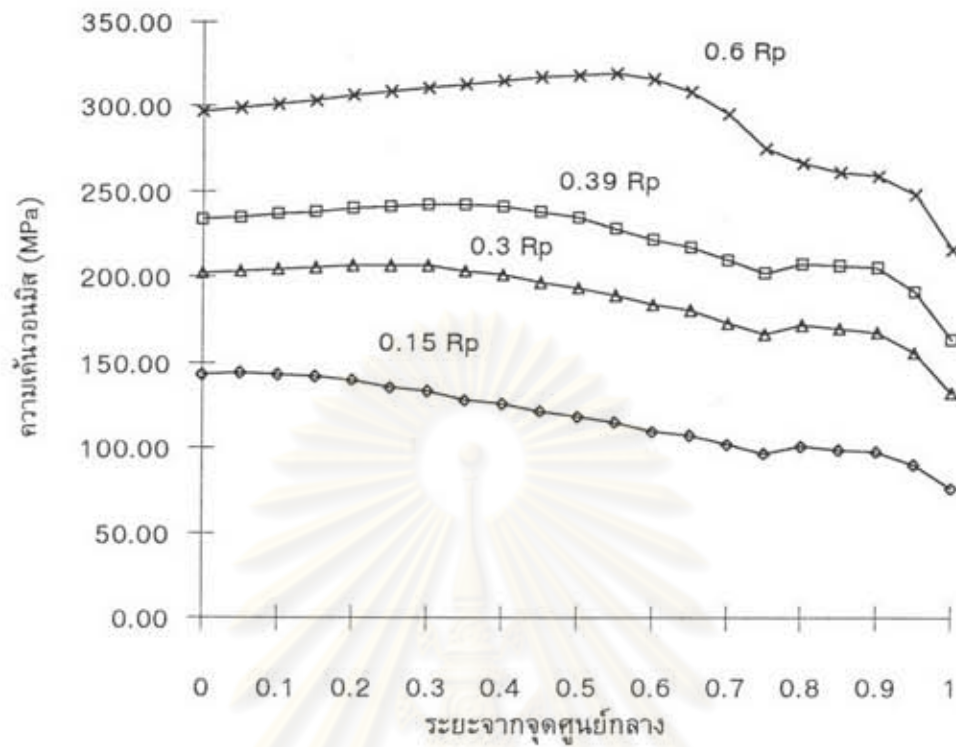
ผลการวิเคราะห์นี้มาจากการใช้ส่วนของโลหะแผ่น ($\theta = 22.5^\circ$) ในการวิเคราะห์ดังรูป



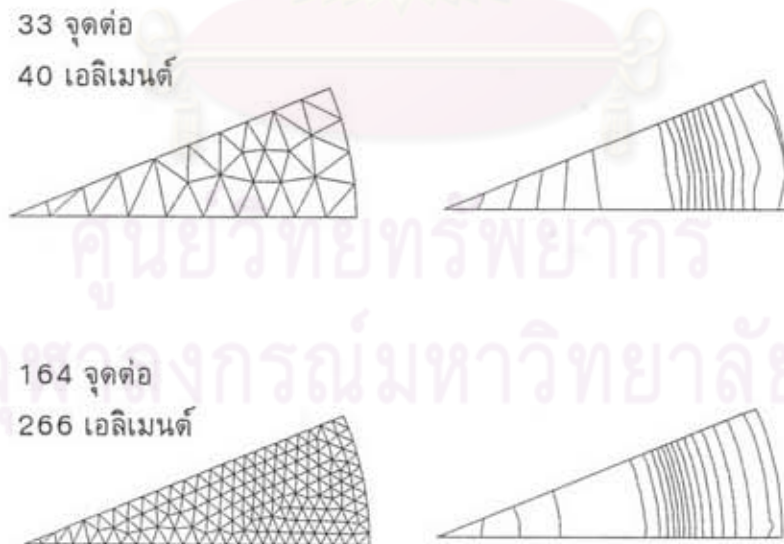
รูปที่ 5.5 แสดงส่วนของโลหะแผ่นที่ใช้ในการวิเคราะห์



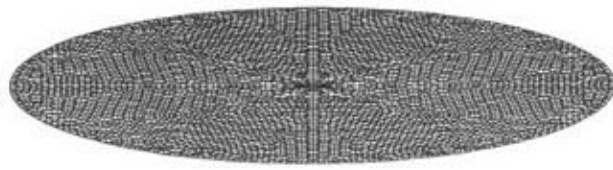
รูปที่ 5.6 แสดงการกระจายความเครียดในแนวความหนา



รูปที่ 5.7 แสดงการกระจายความเค้นวอนมิส



รูปที่ 5.8 เปรียบเทียบลักษณะการกระจายความเค้นระหว่างการใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กและขนาดใหญ่



รูปร่างก่อนการเสียรูป



รูปร่างที่ระยะกด 0.3Rp



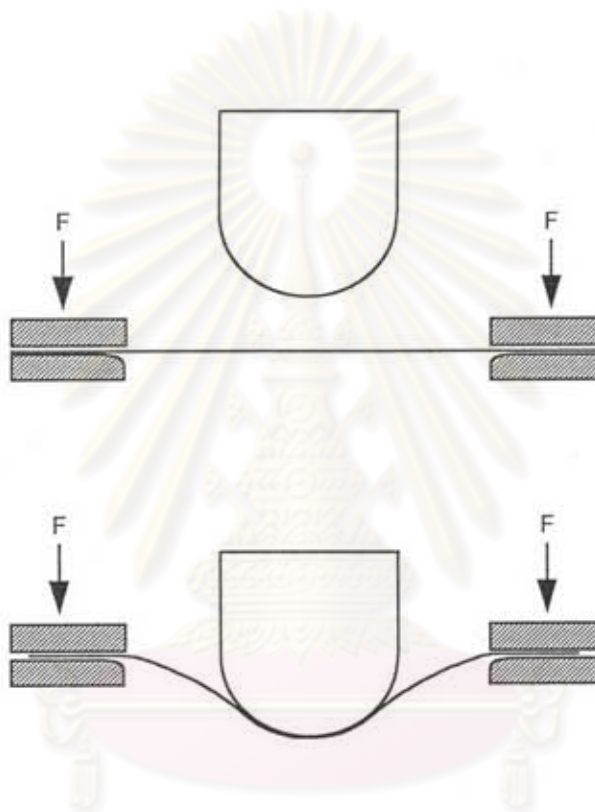
รูปร่างที่ระยะกด 0.6Rp

รูปที่ 5.9 แสดงลักษณะการเสียรูป

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การลากขึ้นรูปโลหะแผ่นด้วยหัวกดรูปครึ่งทรงกลม (The deep drawing of a circular blank sheet with a hemispherical punch)

ลักษณะการขึ้นรูป เป็นดังรูปที่ 5.10 ซึ่งโลหะแผ่นรูปวงกลมจะถูกหนีบที่ขอบและถูกกดโดยหัวกดรูปครึ่งทรงกลม



รูปที่ 5.10 ลักษณะการลากขึ้นรูปโลหะแผ่นด้วยหัวกดรูปครึ่งทรงกลม

1. ข้อมูลที่จำเป็น

วัสดุ : ทองแดงอ่อน

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด :

- กรณี $\bar{\epsilon} < 0.36$ $\bar{\sigma} = (0.08208 + 0.42257 \bar{\epsilon}^{0.504}) \times 10^3$ MPa

- กรณี $\bar{\epsilon} > 0.36$ $\bar{\sigma} = (0.08208 + 0.37089 \bar{\epsilon}^{0.375}) \times 10^3$ MPa

ค่านอร์มัลแอนไอโซโทรปี (R) : R = 1

ความหนาวัสดุ : 0.016 หน่วย
 รัศมีของแผ่นวัสดุ : 1 หน่วย
 รัศมีของช่องเปิดแทนรองรับ : 0.96 หน่วย
 รัศมีของหัวกด : 0.8 หน่วย
 รัศมีที่ป่าของแทนรองรับ : 0.23 หน่วย
 แรงกดที่แทนรองรับ : 500 กิโลกรัม
 สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน : $\mu_p = \mu_d = 0.04$

2. การกำหนดเงื่อนไขที่ขอบเขต

สำหรับการขึ้นรูปในกรณีนี้ เงื่อนไขทางรูปร่าง และเงื่อนไขทางแรงที่กระทำที่จุดต่อที่สัมผัสกับหัวกด จะเหมือนกับกรณีการขึ้นรูปโดยการกดยึด หัวข้อที่ (5.1) ส่วนที่เพิ่มขึ้นมาคือ แรงกดที่แทนรองรับ (blank holding force) ซึ่งถูกกำหนดให้เป็นแรงเสียดทานในแนวสัมผัสกับพื้นผิวของจุดต่อที่ขอบของวัสดุแผ่น ส่วนเงื่อนไขที่ขอบเขตบริเวณที่จุดต่อที่สัมผัสกับป่าของแทนรองรับ ทั้งเงื่อนไขทางรูปร่าง และเงื่อนไขทางแรงที่กระทำสามารถหาได้ในทำนองเดียวกับหัวข้อที่ (5.1)

2.1 เงื่อนไขทางรูปร่าง

ในตำแหน่งที่วัสดุสัมผัสกับป่ารองรับการเคลื่อนตัวของจุดต่อจะเป็นไปตามความสัมพันธ์นี้

$$\left[\sqrt{(x+u)^2 + (y+v)^2} - a \right]^2 + (z+w-r_d)^2 = r_d^2 \quad (5.10)$$

โดยที่ r_d เป็นรัศมีที่ป่ารองรับ

a เป็นผลรวมของรัศมีที่ป่ารองรับ และรัศมีของช่องเปิด

เปลี่ยนรูปสมการที่ (5.10)

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left[\sqrt{(x+u)^2 + (y+v)^2} - a \right]^2 + (z+w-r_d)^2 - r_d^2 \right\}^* \\
& + \frac{2 \left[\sqrt{(x+u)^2 + (y+v)^2} - a \right]^*}{\sqrt{(x+u)^2 + (y+v)^2}} \{ (x+u)\Delta u + (y+v)\Delta v \}^* \quad (5.11) \\
& + 2(z+w-r_d)^* \Delta w = 0
\end{aligned}$$

จัดสมการที่ (5.11) ใหม่จะได้ว่า

$$\Delta w = \alpha_1 - \beta_1 \Delta u - \gamma_1 \Delta v \quad (5.12)$$

โดยที่

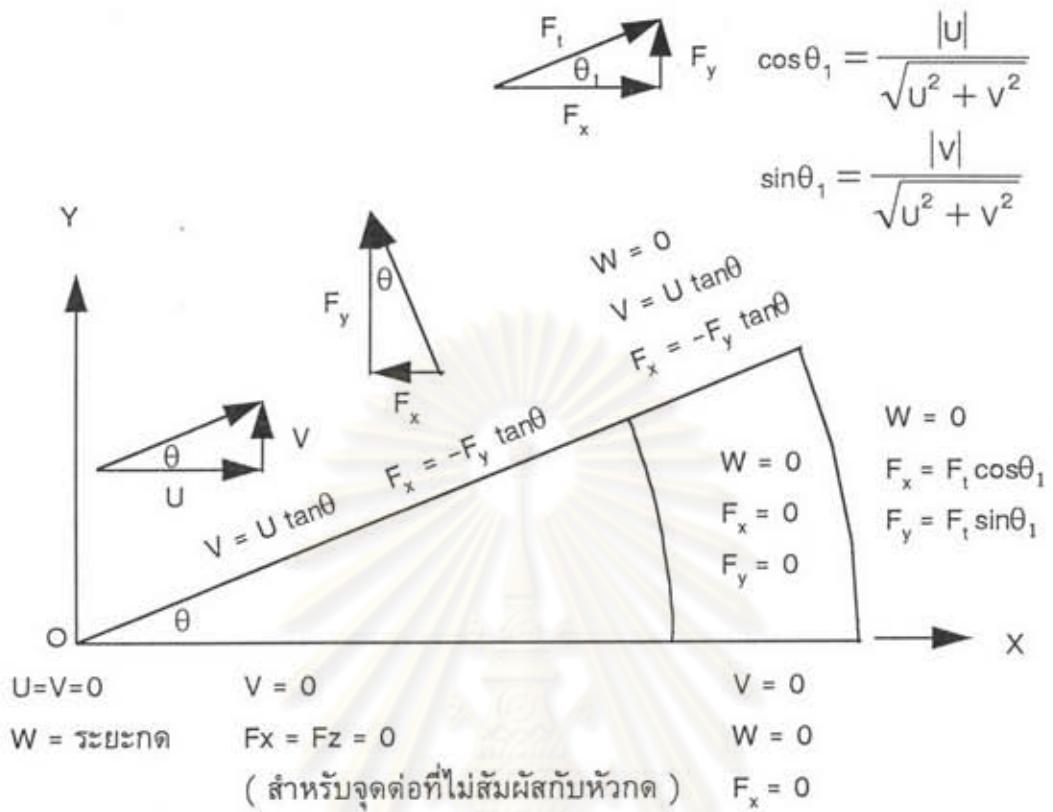
$$\alpha_1 = \frac{\left\{ r_d^2 - \left[\sqrt{(x+u)^2 + (y+v)^2} - a \right]^2 - (z+w-r_d)^2 \right\}^*}{2(z+w-r_d)^*}$$

$$\beta_1 = \frac{\left[\sqrt{(x+u)^2 + (y+v)^2} - a \right]^* (x+u)^*}{\sqrt{(x+u)^2 + (y+v)^2} (z+w-r_d)^*}$$

$$\gamma_1 = \frac{\left[\sqrt{(x+u)^2 + (y+v)^2} - a \right]^* (y+v)^*}{\sqrt{(x+u)^2 + (y+v)^2} (z+w-r_d)^*}$$

2.2 เงื่อนไขทางแรงที่กระทำ

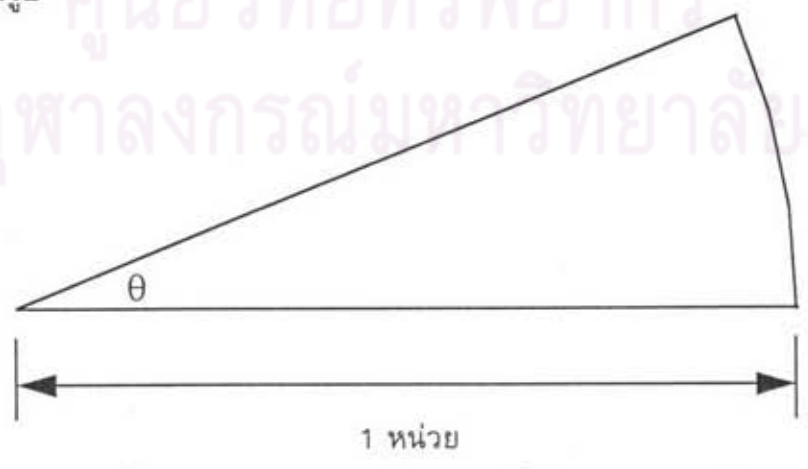
สำหรับบริเวณที่วัสดุแผ่นสัมผัสกับหัวกดเงื่อนไขที่ขอบเขตของแรงที่กระทำจะเหมือนกับหัวข้อที่ 5.1 แต่จะมีส่วนที่เพิ่มเติมคือ บริเวณที่วัสดุแผ่น สัมผัสกับแท่นรองรับ ซึ่งจะมีแรงกดในแนวตั้งฉาก และแรงเสียดทานในแนวสัมผัสกับวัสดุแผ่นในกรณีนี้จะคิดว่าแรงทั้งหมดที่กระทำจะอยู่ที่ขอบของวัสดุแผ่น มีทิศทางในแนวสัมผัสกับผิว



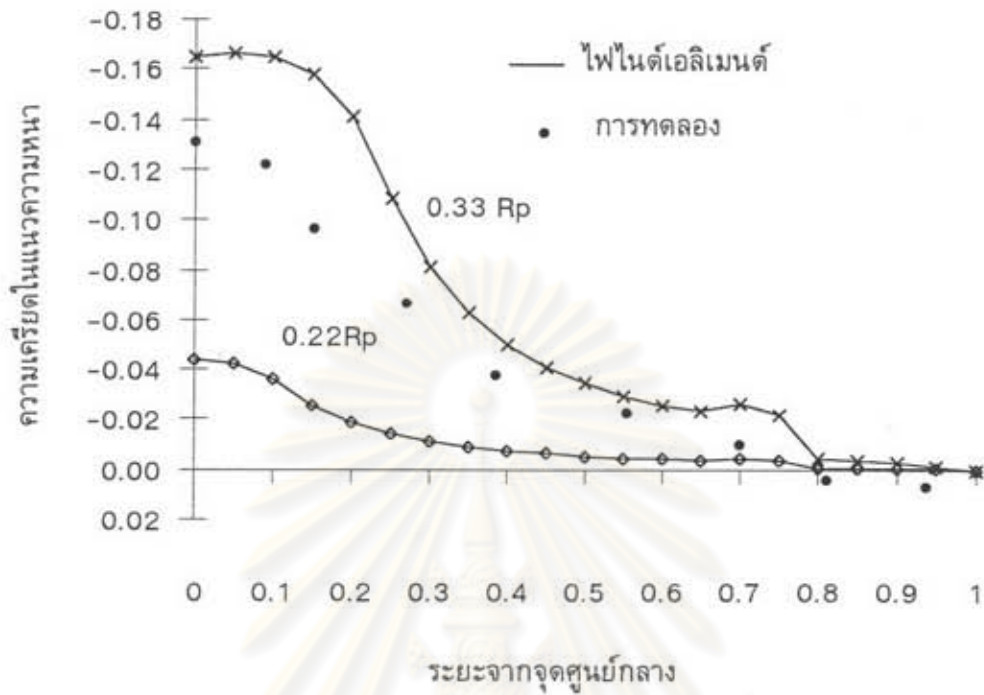
รูปที่ 5.11 แสดงเงื่อนไขทางรูปร่างและเงื่อนไขทางแรง

3. ผลการวิเคราะห์

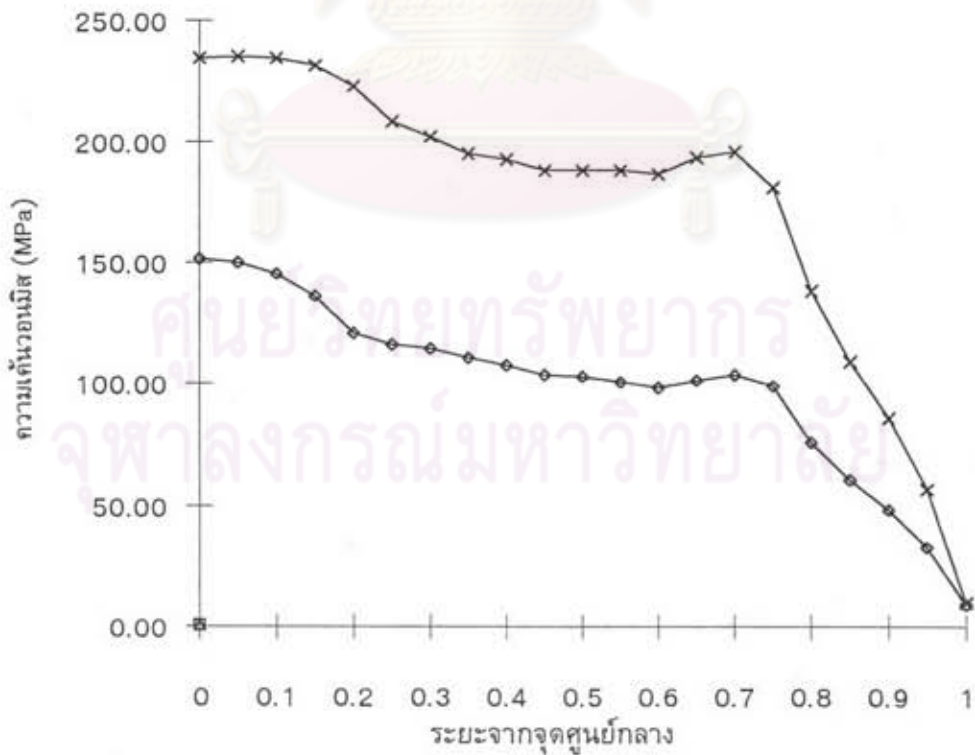
ผลการวิเคราะห์นี้มาจากการใช้ส่วนของโลหะแผ่น ($\theta = 22.5^\circ$) ในการวิเคราะห์ดังรูป



รูปที่ 5.12 แสดงส่วนของโลหะแผ่นที่ใช้ในการวิเคราะห์



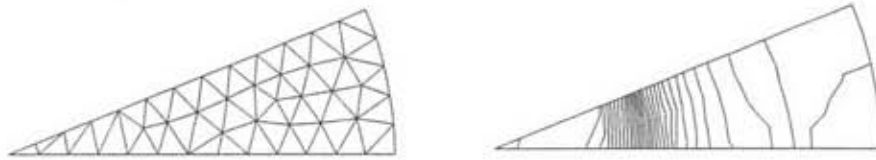
รูปที่ 5.13 แสดงการกระจายความเค้นเฉือนในแนวความหนา



รูปที่ 5.14 แสดงการกระจายความเค้นแวนอนมิส



48 จุดต่อ
63 เอลิเมนต์



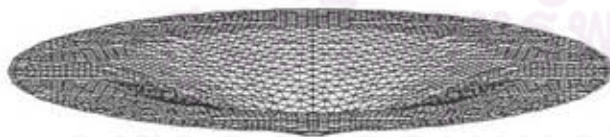
164 จุดต่อ
266 เอลิเมนต์



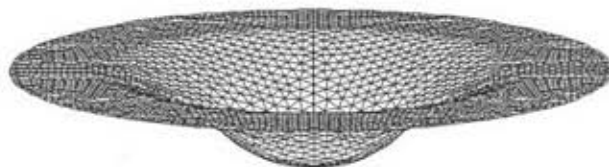
รูปที่ 5.15 เปรียบเทียบลักษณะการกระจายความเค้นและความเครียดระหว่างการใช้อิเล็กเมนต์ขนาดเล็กและขนาดใหญ่



รูปร่างก่อนการเสียรูป



รูปร่างที่ระยะกด 0.22Rp

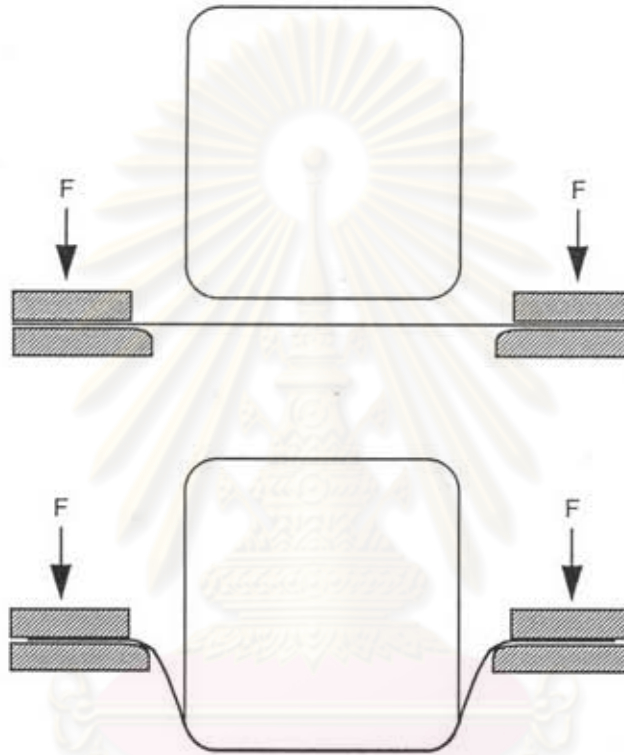


รูปร่างที่ระยะกด 0.33Rp

รูปที่ 5.16 แสดงลักษณะการเสียรูป

การลากขึ้นรูปโลหะแผ่นด้วยหัวกดรูปทรงสี่เหลี่ยม (The deep drawing of square cup)

ลักษณะการขึ้นรูป เป็นดังรูปที่ 5.17 ซึ่งโลหะแผ่นรูปสี่เหลี่ยมจะถูกหนีบที่ขอบและถูกกดโดยหัวกดทรงสี่เหลี่ยม



รูปที่ 5.17 แสดงลักษณะการลากขึ้นรูปโลหะแผ่นด้วยหัวกดรูปทรงสี่เหลี่ยม

1. ข้อมูลที่จำเป็น

วัสดุ : อลูมิเนียม

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด :

$$\bar{\sigma} = 669(0.0188 + \bar{\epsilon})^{0.222} \text{ MPa}$$

ค่านอร์มัลแอนไอโซโทรปี (R) : 1.92

ขนาดของหัวกด : 150x150 มม.

ขนาดแม่พิมพ์ : 154x154 มม.

รัศมีป้าของหัวกด , r_p : 12 มม.

รัศมีป้าของแม่พิมพ์ , r_d : 7 มม.

รัศมีที่มุมของหัวกด , r_{pc} : 18 มม.

รัศมีที่มุมของแม่พิมพ์ , r_{dc} : 20 มม.

ขนาดของวัสดุแผ่น : 340x340 มม.

ความหนาวัสดุแผ่น : 0.07 มม.

สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน สำหรับหัวกด , μ_p : 0.20

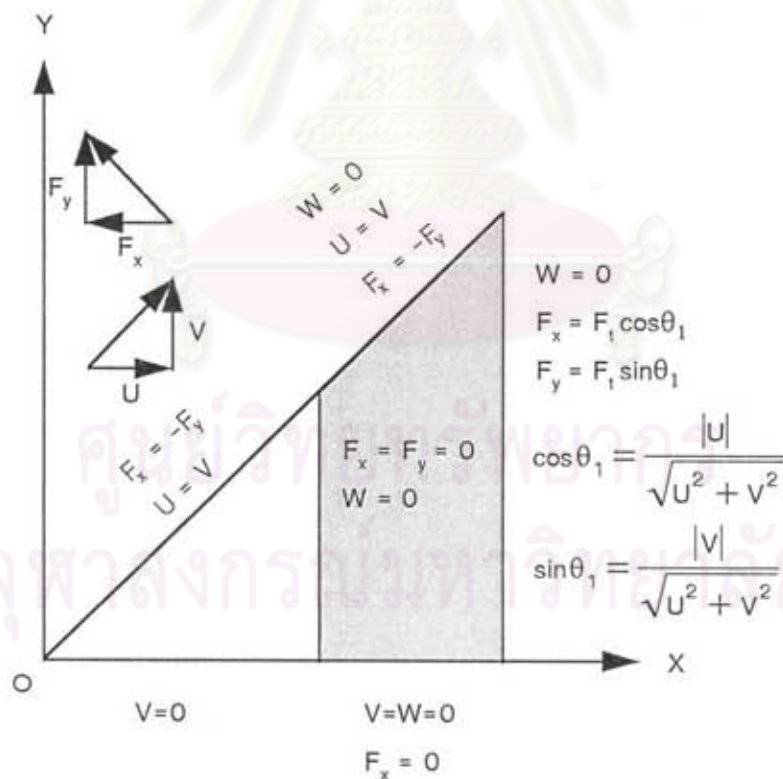
สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน สำหรับแม่พิมพ์ , μ_d : 0.23

สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน สำหรับแท่นกด , μ_F : 0.14

แรงกดที่ขอบของวัสดุแผ่น : 80 กิโลนิวตัน

2. การกำหนดเงื่อนไขที่ขอบเขต

การขึ้นรูปด้วยทรงสี่เหลี่ยมแบบนี้ เป็นกระบวนการขึ้นรูปแบบไม่สมมาตร (non-symmetrical) ซึ่งจะมีความซับซ้อนกว่าการขึ้นรูปด้วยทรงกลม ซึ่งเป็นแบบสมมาตร (symmetrical) ดังนั้นเงื่อนไขที่ขอบเขตจึงยุ่งยากและมีมากกว่า ดังแสดงในรูปที่ 5.18



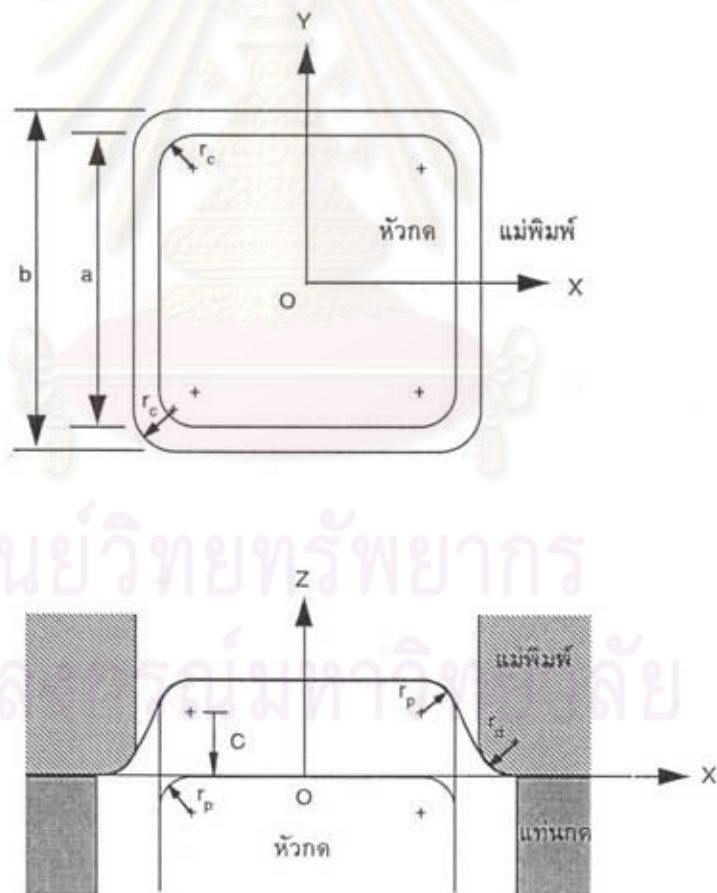
รูปที่ 5.18 แสดงเงื่อนไขทางรูปร่างและเงื่อนไขทางแรง

สำหรับแรงกดที่แท่นกด (blank holding force) ก็จะถูกคิดในทำนองเดียวกับหัวข้อการลากขึ้นรูปโลหะแผ่นด้วยหัวกดรูปครึ่งทรงกลม

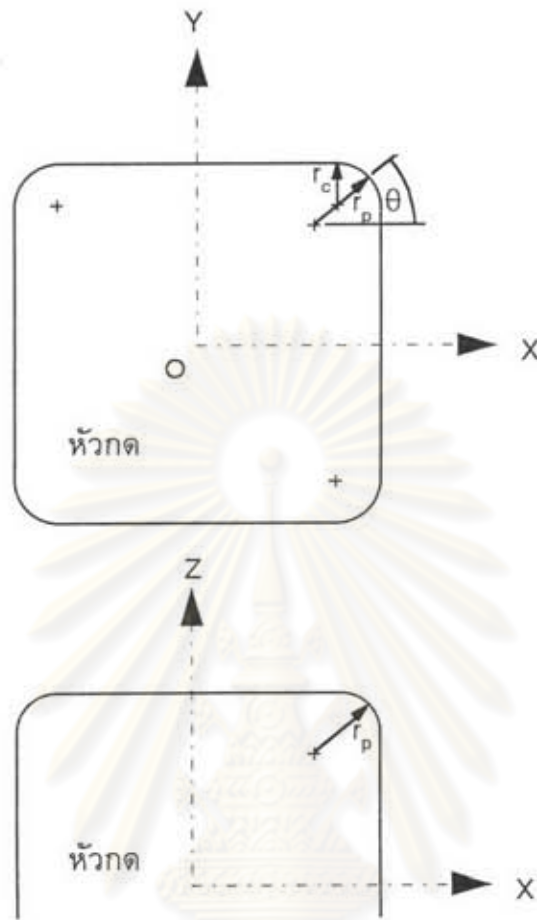
2.1 เงื่อนไขทางรูปร่าง

สำหรับเงื่อนไขทางรูปร่างนี้จะอ้างอิงกับรูปที่ 5.19 และ 5.20 ในการสร้างสมการความสัมพันธ์ ซึ่งจะแบ่งออกเป็นส่วนๆ ดังนี้

- ก. สำหรับจุดต่อที่สัมผัสกับหัวกด ที่ขอบด้านตรงของหัวกด
- ข. สำหรับจุดต่อที่สัมผัสกับหัวกด ที่ขอบด้านมุมของหัวกด
- ค. สำหรับจุดต่อที่สัมผัสกับแม่พิมพ์ ที่ขอบด้านตรงของแม่พิมพ์
- ง. สำหรับจุดต่อที่สัมผัสกับแม่พิมพ์ ที่ขอบด้านมุมของแม่พิมพ์



รูปที่ 5.19 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหัวกด



รูปที่ 5.20 แสดงลักษณะที่มุมและที่ป้าของหัวกด

ก. สำหรับจุดต่อที่สัมผัสกับหัวกด ที่ขอบด้านตรงของหัวกด

$$\left(x + u - \frac{a}{2} + r_p\right)^2 + v^2 + (z + w + c)^2 = r_p^2 \quad (5.13)$$

โดยที่

$$c = h - r_p$$

h เป็นระยะความลึกของการกด

U, V และ W เป็นค่าการเคลื่อนตัว ในทิศทาง X, Y และ Z ตามลำดับ

กระจายสมการที่ (5.13) โดยใช้การกระจายแบบอนุกรมของเทย์เลอร์

$$\Delta w = \alpha_2 - \beta_2 \Delta u - \gamma_2 \Delta v \quad (5.14)$$

โดยที่

$$\alpha_2 = \frac{r_p^2 - \left(x + u^* - \frac{a}{2} + r_p\right)^2 - v^{*2} - (z + w^* + c)^2}{2(z + w^* + c)}$$

$$\beta_2 = \frac{\left(x + u^* - \frac{a}{2} + r_p\right)}{(z + w^* + c)}$$

$$\gamma_2 = \frac{v^*}{(z + w^* + c)}$$

เครื่องหมาย "*" หมายถึง ค่าคาดเดาเริ่มต้น

ข. สำหรับจุดต่อที่สัมผัสกับห้วงกบ ที่ขอบด้านมุมของห้วงกบ

$$\left\{x + u - \frac{a}{2} + r_c + (r_p - r_c) \cos \theta\right\}^2 + \left\{y + v - \frac{a}{2} + r_c (r_p - r_c) \sin \theta\right\}^2 + (z + w + c)^2 = r_p^2 \quad (5.15)$$

โดยที่

$$\cos \theta = \frac{\left(x + u - \frac{a}{2} + r_c\right)}{\sqrt{\left(x + u - \frac{a}{2} + r_c\right)^2 + \left(y + v - \frac{a}{2} + r_c\right)^2}}$$

$$\sin \theta = \frac{\left(y + v - \frac{a}{2} + r_c\right)}{\sqrt{\left(x + u - \frac{a}{2} + r_c\right)^2 + \left(y + v - \frac{a}{2} + r_c\right)^2}}$$

กระจายสมการที่ (5.15) โดยใช้การกระจายแบบอนุกรมของเทย์เลอร์

$$\Delta W = \alpha_3 - \beta_3 \Delta U - \gamma_3 \Delta V \quad (5.16)$$

โดยที่

$$\alpha_3 = \frac{r_p^2 - \left\{ x + u^* - \frac{a}{2} + r_c + (r_p - r_c) \cos \theta \right\}^2}{2(z + w^* + c)} - \frac{\left\{ y + v^* - \frac{a}{2} + r_c + (r_p - r_c) \sin \theta \right\}^2 - (z + w^* + c)^2}{2(z + w^* + c)}$$

$$\beta_3 = \frac{x + u^* - \frac{a}{2} + r_c + (r_p - r_c) \cos \theta}{z + w^* + c}$$

$$\gamma_3 = \frac{y + v^* - \frac{a}{2} + r_c + (r_p - r_c) \sin \theta}{z + w^* + c}$$

ค. สำหรับจุดต่อที่สัมผัสกับแม่พิมพ์ ที่ขอบด้านตรงของแม่พิมพ์

$$\left(x + u - \frac{b}{2} - r_d \right)^2 + v^2 + (z + w - r_d)^2 = r_d^2 \quad (5.17)$$

กระจายสมการที่ (5.17) โดยใช้การกระจายแบบอนุกรมของเทย์เลอร์

$$\Delta W = \alpha_4 - \beta_4 \Delta U - \gamma_4 \Delta V \quad (5.18)$$

โดยที่

$$\alpha_4 = \frac{r_d^2 - \left(x + u^* - \frac{b}{2} - r_d \right)^2 - v^{*2} - (z + w^* - r_d)^2}{2(z + w^* - r_d)}$$

$$\beta_4 = \frac{x + u^* - \frac{b}{2} - r_d}{z + w^* - r_d}$$

$$\gamma_4 = \frac{v^*}{z + w^* - r_d}$$

ง. สำหรับจุดต่อที่สัมผัสกับแม่พิมพ์ ที่ขอบด้านมุมของแม่พิมพ์

$$\left\{ x + u - \frac{b}{2} + r_c - (r_d + r_c) \cos \theta \right\}^2 + \left\{ y + v - \frac{b}{2} + r_c - (r_d + r_c) \sin \theta \right\}^2 + (z + w - r_d)^2 = r_d^2 \quad (5.19)$$

กระจายสมการที่ (5.19) โดยใช้การกระจายแบบอนุกรมของเทย์เลอร์

$$\Delta w = \alpha_5 - \beta_5 \Delta u - \gamma_5 \Delta v \quad (5.20)$$

โดยที่

$$\alpha_5 = \frac{r_d^2 - \left\{ x + u^* - \frac{b}{2} + r_c - (r_d + r_c) \cos \theta \right\}^2}{2(z + w^* - r_d)} - \frac{\left\{ y + v^* - \frac{b}{2} + r_c - (r_d + r_c) \sin \theta \right\}^2 - (z + w^* - r_d)^2}{2(z + w^* - r_d)}$$

$$\beta_5 = \frac{x + u^* - \frac{b}{2} + r_c - (r_d + r_c) \cos \theta}{z + w^* - r_d}$$

$$\gamma_5 = \frac{Y + v^* - \frac{b}{2} + r_c - (r_d + r_c) \sin \theta}{Z + W^* - r_d}$$

และ

$$\cos \theta = \frac{X + U^* - \frac{b}{2} + r_c}{\sqrt{\left(X + U^* - \frac{b}{2} + r_c\right)^2 + \left(Y + v^* - \frac{b}{2} + r_c\right)^2}}$$

$$\sin \theta = \frac{Y + v^* - \frac{b}{2} + r_c}{\sqrt{\left(X + U^* - \frac{b}{2} + r_c\right)^2 + \left(Y + v^* - \frac{b}{2} + r_c\right)^2}}$$

2.2 เงื่อนไขทางแรงที่กระทำ

สำหรับเงื่อนไขทางแรงที่กระทำจะเป็นไปตามรูปที่ 5.18 โดยอ้างอิงกับลักษณะของแม่พิมพ์และหัวกดตามรูปที่ 5.19 และ 5.20 ซึ่งจะแบ่งออกเป็น 5 บริเวณ

- ก. บริเวณขอบด้านตรงของหัวกด
- ข. บริเวณขอบด้านมุมของหัวกด
- ค. บริเวณขอบด้านตรงของแม่พิมพ์
- ง. บริเวณขอบด้านมุมของแม่พิมพ์
- จ. บริเวณด้านใต้ของหัวกด
- ก. บริเวณขอบด้านตรงของหัวกด

$$F_x = F_n \sin \theta_1 - \frac{F_t}{B} \cos \theta_1$$

$$F_y = -\frac{F_t}{B} \cos \theta_1 \tan \theta_3$$

$$F_z = F_n \cos \theta_1 + \frac{F_t}{B} \sin \theta_1$$

โดยที่

$$\begin{aligned}\cos\theta_1 &= \frac{r_p + Z + W^* - h}{r_p} \\ \sin\theta_1 &= \frac{X + U^* - \frac{a}{2} + r_p}{r_p} \\ \tan\theta_3 &= \frac{V^*}{U^*} \\ B &= \sqrt{1 + (\cos\theta_1 \tan\theta_3)^2}\end{aligned}\quad (5.21)$$

ข. บริเวณขอบด้านมุมของหัวกด

$$F_x = \left\{ \sin\theta_1 \cos\theta_2 - \frac{\mu \cos\theta_1 \cos\theta_3}{B_1 \cos(\theta_3 - \theta_2)} \right\} F_n$$

$$F_y = \left\{ \sin\theta_1 \sin\theta_2 - \frac{\mu \cos\theta_1 \sin\theta_3}{B_1 \cos(\theta_3 - \theta_2)} \right\} F_n$$

$$F_z = \left(\cos\theta_1 + \frac{\mu}{B_1} \sin\theta_1 \right) F_n$$

โดยที่

$$\cos\theta_1 = \frac{(Z + W^* + r_p - h)}{r_p}$$

$$\sin\theta_1 = \sqrt{1 - \cos^2\theta_1}$$



$$\begin{aligned}\cos\theta_2 &= \frac{\left(x+U^* - \frac{a}{2} + r_c\right)}{\sqrt{\left(x+U^* - \frac{a}{2} + r_c\right)^2 + \left(y+V^* - \frac{a}{2} + r_c\right)^2}} \\ \sin\theta_2 &= \frac{\left(y+V^* - \frac{a}{2} + r_c\right)}{\sqrt{\left(x+U^* - \frac{a}{2} + r_c\right)^2 + \left(y+V^* - \frac{a}{2} + r_c\right)^2}} \\ \cos\theta_3 &= \frac{U^*}{\sqrt{U^{*2} + V^{*2}}} \\ \sin\theta_3 &= \frac{V^*}{\sqrt{U^{*2} + V^{*2}}} \\ B_1 &= \sqrt{\frac{\sin^2\theta_1 + \cos^2\theta_1}{\cos^2(\theta_3 - \theta_2)}}\end{aligned}\quad (5.22).$$

ค. บริเวณขอบด้านตรงของแม่พิมพ์

$$\begin{aligned}F_x &= \left(\frac{\mu}{B_2}\cos\theta_1 - \sin\theta_1\right)F_n \\ F_y &= \left(\frac{\mu}{B_2}\cos\theta_1 \tan\theta_3\right)F_n \\ F_z &= \left(\frac{\mu}{B_2}\sin\theta_1 + \cos\theta_1\right)F_n\end{aligned}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}\cos\theta_1 &= \frac{(r_d - z - w^*)}{r_d} \\ \tan\theta_3 &= \frac{v^*}{u^*} \\ B_2 &= \sqrt{1 + (\cos\theta_1 \tan\theta_3)^2}\end{aligned}\quad (5.23)$$

ง. บริเวณขอบด้านนมของแม่พิมพ์

$$\begin{aligned}F_x &= \left\{ -\sin\theta_1 \cos\theta_2 + \frac{\mu \cos\theta_1 \cos\theta_3}{B_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)} \right\} F_n \\ F_y &= \left\{ -\sin\theta_1 \sin\theta_2 + \frac{\mu \cos\theta_1 \sin\theta_3}{B_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)} \right\} F_n \\ F_z &= -\left(\cos\theta_1 + \frac{\mu \sin\theta_1}{B_3} \right) F_n\end{aligned}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}\cos\theta_1 &= \frac{(r_d - z - w^*)}{r_d} \\ \cos\theta_2 &= \frac{\left(x + u^* - \frac{b}{2} + r_c \right)}{\sqrt{\left(x + u^* - \frac{b}{2} + r_c \right)^2 + \left(y + v^* - \frac{b}{2} + r_c \right)^2}}\end{aligned}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{\left(Y + v^* - \frac{b}{2} + r_c\right)}{\sqrt{\left(X + u^* - \frac{b}{2} + r_c\right)^2 + \left(Y + v^* - \frac{b}{2} + r_c\right)^2}}$$

$$B_3 = \sqrt{\frac{\sin^2\theta_1 + \cos^2\theta_1}{\cos^2(\theta_3 - \theta_2)}} \quad (5.24)$$

จ. บริเวณด้านใต้ของหัวกด

$$F_x = -\mu F_z \cos\theta_2$$

$$F_y = -\mu F_z \sin\theta_2$$

โดยที่

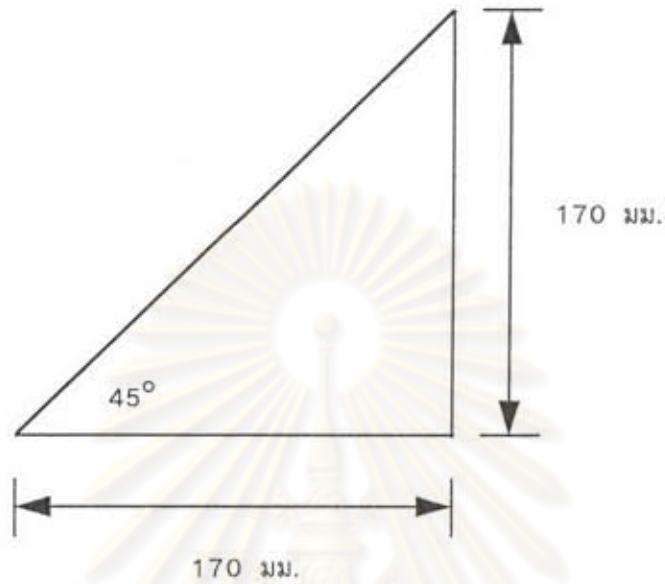
$$\cos\theta_2 = \frac{u^*}{\sqrt{u^{*2} + v^{*2}}}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{v^*}{\sqrt{u^{*2} + v^{*2}}} \quad (5.25)$$

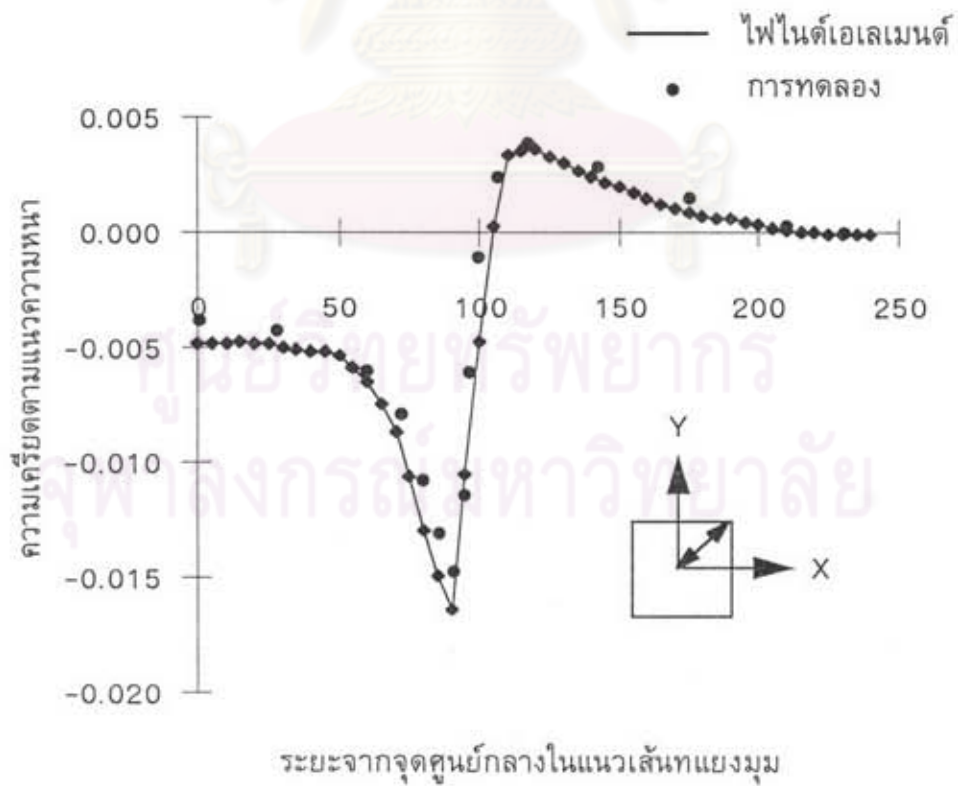
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. ผลการวิเคราะห์

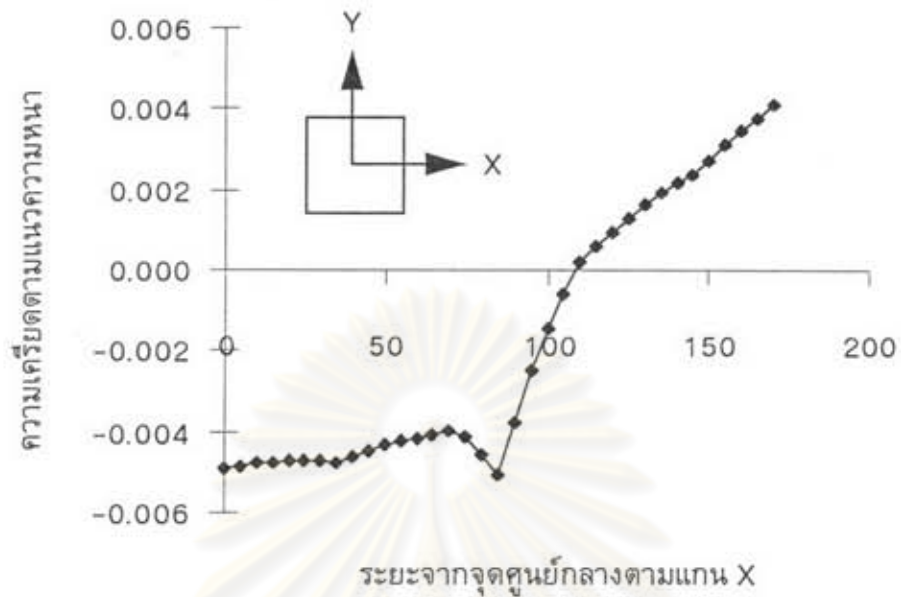
ผลการวิเคราะห์นี้มาจากการใช้ส่วนของโลหะแผ่น ($\theta = 45^\circ$) ดังรูป



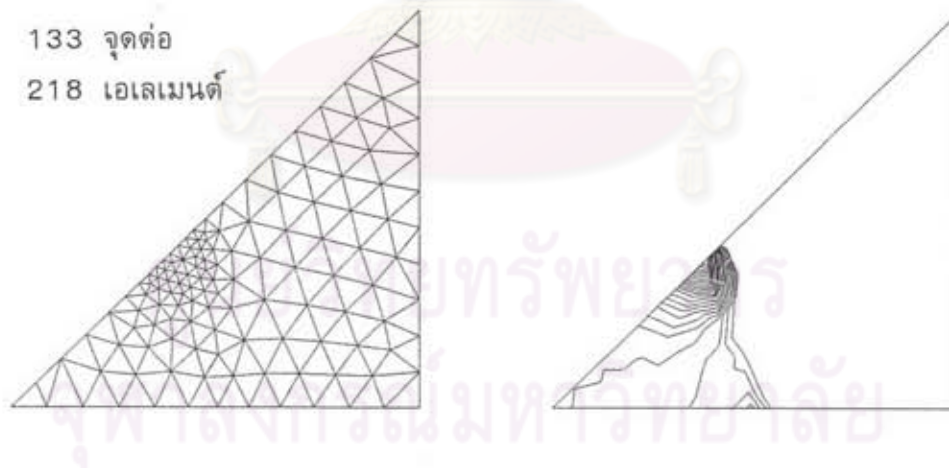
รูปที่ 5.21 ส่วนของโลหะแผ่นที่ใช้ในการวิเคราะห์



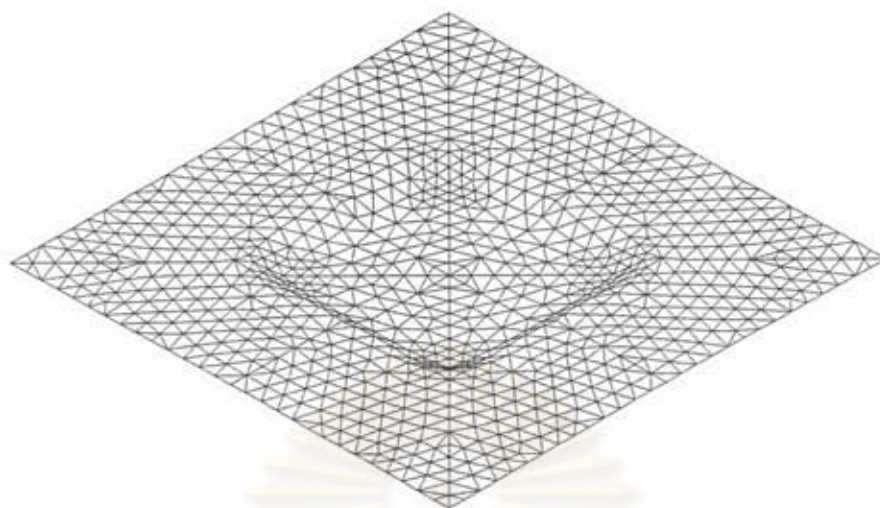
รูปที่ 5.22 แสดงการกระจายความเครียดตามแนวความหนาในแนวเส้นทแยงมุม



รูปที่ 5.23 แสดงการกระจายความเค้นตามแนวความหนาในแนวแกน X



รูปที่ 5.24 แสดงลักษณะการกระจายความเค้นตามแนวความหนาโดยใช้วิธีการปรับเอเลเมนต์แบบอัตโนมัติ



รูปที่ 5.25 แสดงลักษณะการเสียรูป



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย