บทที่ 2

วรรณคดีที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยเรื่องการพัฒนาแบบสอบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร หนังสือ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดเป็น 5 ตอน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ความหมายและประเภทของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
ตอนที่ 2 ลักษณะคำถามที่วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
ตอนที่ 3 แนวคิดและทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory)
ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 ความหมายและประเภทของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

จากงานวิจัยที่ผ่านมา มีผู้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสรุปความคิดที่เป็นความรู้ ความเข้าใจ และจำแนกสิ่งต่าง ๆ โดยนักเรียนจะต้องมีประสบการณ์ในเรื่องนั้น ๆ มาก่อน (อุทุมพร ทองอุไทย, 2510 : 7 สุรชัย ขวัญเมือง, 2522 : 13 อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว, 2524 : 10) และ กาเย (Gagne , Robert, อ้างในสมวงษ์ แปลงประสบโชค (2538) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความคิดทางนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของ หรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง เช่นคนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่าง ๆ เป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม การเรียนรู้ความคิดรวบยอดอาจจะใช้วิธีให้บทนิยาม หรือสังเกตโดยตรงเช่นฟัง ดู จับต้องอภิปราย หรือคิดจากสิ่งเป็นตัวอย่าง และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง และดูสิ่งที่มีคุณสมบัติตรงข้ามกัน นักเรียนระดับประถมศึกษาที่อยู่ในขั้นคิดเป็น

รูปธรรม โดยทั่วไปจำเป็นต้องดูด้วยตา จับต้องด้วยมือจึงจะเกิดการเรียนรู้ ส่วนนักเรียนที่อยู่ในขั้นที่สูงกว่าอาจเรียนรู้ความคิดรวบยอดโดยวิธีอภิปราย และตรึกตรอง คนที่เรียนรู้ความคิดรวบยอดแล้วจะมีความสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่างจากสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอดได้ เบล (Bell. ,1981 : 124) อ้างในสมวงษ์ แปลงประสบโชค (2538) ได้ให้ความหมายความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ มี 3 แบบ คือความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ (Pure Mathematics Concept) ความคิดรวบยอดทางสัญกรณ์ (Notational Concept) และความคิดรวบยอดในการประยุกต์ (Applied Concept) โดยสามารถอธิบายได้ดังนี้

1. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ (Pure Mathematics Concept) เป็นการจัดประเภทของจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก, แปด, XII เป็นต้น

2. ความคิดรวบยอดทางสัญกรณ์ (Notational Concept) เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่น การทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ว่าตัวเลขแต่ละตัวว่าหมายถึงอะไร เช่น 2 หมายถึง 200 7 หมายถึง 705 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง 200 + 70 + 5

3. ความคิดรวบยอดในการประยุกต์ (Applied Concept) เป็นการใช้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับความคิดรวบยอดทางสัญกรณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง ตัวอย่างเช่นความยาว พื้นที่ ปริมาตร สำหรับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์สามารถแยกได้เป็น 2 ประเภท (ประยูร อาษานาม, 2537:21) ดังต่อไปนี้

1. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concepts) ได้แก่เรื่องของขนาด รูปร่าง สี เป็นต้น ซึ่งสามารถรับรู้สัมผัสได้

2. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concepts) ซึ่งเป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ

ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับคุณสมบัติ (Quanlitative Concepts) ประสบการณ์ในด้านนี้ที่เด็กควรจะได้เรียนรู้ สามารถสรุปได้ดังนี้คือ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การจำแนก	การเปรียบเทียบ	การจัดลำดับ
- เพศ	- ขนาด	- การจัดเรียงวัตถุจาก
- ชนิดของวัตถุ	- ความสูง	- เล็กไปหาใหญ่
- สี	- ความยาว	- การจัดเรียงวัตถุจาก
- รูปร่าง	- มากกว่า	- ใหญ่ไปหาเล็ก
- ขนาด	- น้อยกว่า	- ใกล้
เป็นต้น	- เท่ากัน	- ห่าง
	เป็นต้น	- ชิด

โดยการจำแนกเป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการเลือก (Sorting) และการจัดสิ่งของออกเป็นกลุ่ม ตัวอย่างเช่น ครูให้นักเรียนแยกวัตถุที่กองปะปนกันออกเป็นกลุ่ม ๆ เด็ก ๆ อาจจะแยกสิ่งของออกเป็นกอง ๆ ตามสี ขนาด หรือตามชนิดก็ได้ สำหรับการเปรียบเทียบเด็กสามารถและเข้าใจการเปรียบเทียบเกี่ยวกับรูปร่าง ขนาด ความยาว และความเข้มของสีได้ ส่วนการจัดลำดับเป็นประสบการณ์ที่ต่อเนื่องจากการเปรียบเทียบ เด็กจะสามารถเรียงลำดับความสูงของวัตถุจากต่ำไปหาสูงได้ก็ต่อเมื่อเด็กสามารถเปรียบเทียบได้ว่า สิ่งหนึ่งสูงกว่าอีกสิ่งหนึ่งหรือการเปรียบเทียบเกี่ยวกับขนาด น้ำหนักก็จะเป็นไปในทำนองเดียวกัน

สำหรับความคิดรวบยอดเกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concepts) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่นเรื่องจำนวนและการนับ โดยแบ่งแยกเป็นการจำแนก เช่นเซตที่มีจำนวนสมาชิก 1 ตัว จะเป็นความคิดรวบยอดของจำนวน " 1 " สำหรับจำนวนสมาชิก 2 ตัว จะเป็นความคิดรวบยอดของจำนวน " 2 " เป็นต้น สำหรับการเปรียบเทียบนั้นเป็นเป็นกิจกรรมที่ควรจัดให้ต่อเนื่องจากการจำแนก โดยกิจกรรมการเปรียบเทียบจะเป็นในลักษณะมากกว่าหรือน้อยกว่า โดยอาศัยความคิดรวบยอดของการจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งและเซตสมมูล ซึ่งถ้าเราจับคู่สมาชิกของเซต 2 เซตแบบหนึ่งต่อหนึ่ง เซตใดที่มีสมาชิกเหลือหลังจากการจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งแล้วก็จะมีจำนวนสมาชิกมากกว่าเซตที่จำนวนสมาชิกหมดแล้ว ส่วนการจัดลำดับควรเป็นการจัดเซตที่มีจำนวนสมาชิกจากน้อยไปหามาก และจากมากไปหาน้อย ซึ่งจะอาศัยความคิดรวบยอดจากการเปรียบเทียบเป็นแนวทาง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 2 ลักษณะคำถามที่วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

ชวาล แพรัตกุล (2520) ได้เสนอแนะไว้เกี่ยวกับคำถามที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ว่าเป็นคำถามในการวัดความรู้ความจำ ซึ่งมีรูปแบบคำถาม 2 รูปแบบ ดังต่อไปนี้

3.1 ถามถึงหลักวิชาและการขยายหลักวิชาของเรื่องราวต่าง ๆ

3.2 ถามถึงทฤษฎีและโครงสร้างของหลักวิชานั้น ๆ

คำถามทั้งสองชนิดนี้เกี่ยวข้องกับ " ความคิดรวบยอด " หรือที่เรียกว่า Concept หรือสังกัปเพราะเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดหลักวิชาของเรื่องต่าง ๆ ขึ้นมา โดยความคิดรวบยอดนี้ไม่ได้หมายถึงการสรุปแต่ใจความสำคัญของเรื่อง แต่หมายถึง สมรรถภาพ 2 ชนิด ได้แก่ ชนิดที่หนึ่งเป็นความสามารถที่จะเก็บแต่คติหรือหัวใจของเรื่อง ซึ่งเรียกว่าหลักการหรือหลักวิชา และชนิด ที่ 2 เป็นความสามารถที่จะขยายคตินั้นออกไปสู่สถานการณ์อื่น ๆ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ความคิดรวบยอดลักษณะที่ 1 : การหาคติหรือหลักการของเรื่อง

คติ หลักการ หรือ ความคิดรวบยอด (Concept) มีที่มาและลักษณะ ดังต่อไปนี้

1.1 เป็นเรื่องราว เหตุการณ์ หรือวัตถุสิ่งของที่เคยมีปรากฏมาแล้วอย่างน้อย 2 ครั้ง จึงจะสามารถมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องนั้นได้ โดยถ้าสิ่งใดมีเพียงชิ้นเดียว หรือเหตุการณ์ใดเกิดขึ้นในโลกเพียงครั้งเดียว ก็ถือว่าสิ่งนั้นไม่มีความคิดรวบยอด เช่นในอวกาศมีเพียงดวงอาทิตย์ของจักรวาลเพียงดวงเดียว และไม่มีจักรวาลอื่นใดอีกเลย ลักษณะเช่นนี้ก็จะมีสภาพเพียงหนึ่งเดียว โดยเป็นเรื่องราวที่เป็นความจริง จึงไม่สามารถเขียนคำถามความคิดรวบยอดได้ เพราะไม่ทราบว่าจะ สรุปว่าอย่างไร

1.2 สิ่งของ เรื่องราว และเหตุการณ์ที่ปรากฏขึ้นนั้น แต่ละครั้งจะต้องเกิดกันคนละที่ แต่จะมีลักษณะบางอย่างคล้ายกัน เช่นมีดาวเคราะห์ 9 ดวงรอบ ๆ ดวงอาทิตย์ โดยที่แต่ละดวงก็ต่างอยู่คนละที่ และมีลักษณะไม่เหมือนกัน แต่ทุกดวงมีลักษณะหรือคุณสมบัติบางอย่างที่คล้ายกัน เช่นทุกดวงต่างไม่มีแสงในตัวเอง มี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัณฐานกลม และหมุนรอบดวงอาทิตย์ เป็นต้น ลักษณะที่เป็นตัวร่วมของดาวเคราะห์เหล่านี้ก็คือความคิดรวบยอดของเรื่องดาวเคราะห์

2. ความคิดรวบยอดก็คือความจริงที่ครอบคลุมของทุกสิ่งในประเภทเดียวกัน ไม่ใช่ความจริงที่ปรากฏเฉพาะราย และมักจะเป็นเรื่องนามธรรมมากกว่ารูปธรรม เช่นเมื่อพูดถึงเรื่องคนว่าเป็นสัตว์ชั้นสูงที่ประกอบด้วย 2 ตา 2 แขน 2 ขา ลักษณะเช่นนี้ไม่เรียกว่าเป็นความคิดรวบยอด ทั้ง ๆ ที่คำกล่าวนั้นก็เป็นคุณสมบัติที่เป็นตัวร่วมของมนุษย์ทุกคน แต่เป็นข้อความที่เกี่ยวกับลักษณะที่เป็นรูปธรรมที่ประจักษ์ชัดกันอยู่แล้ว จึงเป็นเพียงความจริง หรือข้อเท็จจริงของคนเท่านั้น แต่ถ้าพูดเกี่ยวกับความจริงด้านนามธรรมของคนทั่ว ๆ ไป โดยไม่เฉพาะเจาะจงว่าจะเป็นความจริงเฉพาะของใคร ลักษณะเช่นนี้จึงจะเป็นความคิดรวบยอดของคน เช่นมนุษย์เป็นสัตว์สังคมประเภทหนึ่ง ทุกคนต้องตายไม่ช้าก็เร็ว เป็นต้น ดังนั้นคำถามที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริงในเรื่องที่สอน เช่นการถาม ถึงชื่อบุคคล ความสำคัญและวิธีการของสิ่งใดสิ่งหนึ่งโดยเฉพาะ จึงไม่ใช่คำถามที่วัดความคิดรวบยอด

3. จากลักษณะคำถามที่วัดความคิดรวบยอดทั้ง 2 ข้อข้างต้น ทำให้เห็นว่าคำพังเพย สุภาษิต คติ สูตร กฎ ทฤษฎี และหลักการต่าง ๆ เหล่านี้ เป็นลักษณะของความคิดรวบยอดทั้งสิ้น ตัวอย่างเช่น

" ขึ้นชื่อว่าดอกไม้ย่อม.....หอม หรือสวย มีแมลงตอม " เหตุที่เราสามารถพูดได้จนเป็นความเคยชินโดยไม่ต้องนึก เพราะ

1. เราเคยเห็นดอกไม้ มามากกว่า 2 ครั้งแล้ว
2. ดอกไม้ทุกดอกที่พบมีตัวร่วม คือมีกลิ่นหอม
3. เป็นข้อความที่ไม่เฉพาะเจาะจงกับดอกไม้ชนิดใดโดยเฉพาะ แต่เป็นการกล่าวถึงสภาพความจริงโดยทั่วไปของเรื่องนั้น ซึ่งครอบคลุมถึงดอกไม้ทุกชนิดมีข้อสังเกตว่าตัวร่วมของแต่ละสิ่งเหล่านี้มีได้หลายประการ เช่นตัวร่วมของดอกไม้อาจจะมีกลิ่นหอม สวย หรือแมลงตอมก็ได้ ไม่จำกัดว่าจะต้องมีความคิดรวบยอดเฉพาะแต่มีกลิ่นหอมเพียงอย่างเดียวเท่านั้นที่ถือว่าเป็นความคิดรวบยอดของดอกไม้ จึงขอสรุปลักษณะคำถามที่วัดความคิดรวบยอดลักษณะที่หนึ่ง : การหาคติ หรือหลักการของเรื่องว่ามุ่งถามถึงลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งของในประเภทเดียวกันเสมอ ตัวอย่างคำถาม เช่น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดอกมะลิ กุหลาบ กระดังงา มีลักษณะใดที่คล้ายกัน ?

ก. รูป ค. กลิ่น

ข. สี ง. รส

2. ความคิดรวบยอดลักษณะที่ 2 : การขยายคติหรือหลักการของเรื่องนั้นคำถามที่วัดความคิดรวบยอดในลักษณะที่ 2 นี้เป็นการนำความคิดรวบยอดไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ เช่นคำลงท้ายของนิทานอีสป ซึ่งการที่จะนำความคิดรวบยอดไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ได้นั้นต้องสร้างความคิดรวบยอดหรือคัดเลือกใจความสำคัญของเรื่องนั้นให้ได้เสียก่อน

สำหรับในต่างประทศก็มีงานวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาความคิดรวบยอดโดย เฟรเยอร์ เฟรดเดอร์ริค และคลอสไมเออร์ (Frayer, Fredrick & Klausmeier, 1969) เรื่องรูปเรขาคณิต ซึ่งทำการพัฒนาแนวโน้มของเด็กเกรด 4 และเกรด 6 เกี่ยวกับเรื่องรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า สี่เหลี่ยมรูปว่าว รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยสื่อการเรียนการสอนเพื่อที่จะเตรียมสอนความคิดรวบยอด แล้วทดสอบการเรียนรู้ความคิดรวบยอดดังกล่าวด้วยแบบสอบเลือกตอบ (Multiple Choice) ซึ่งประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้

1. คุณลักษณะของตัวอย่างความคิดรวบยอด
2. สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอด
3. คุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์และไม่มีความสัมพันธ์
4. คำจำกัดความของความคิดรวบยอด
5. การนำความคิดรวบยอดไปสู่หลักการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นอกจากนั้นยังกล่าวถึง จุดประสงค์การเรียนรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดของรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า โดยจะต้องรู้จักชื่อของคุณลักษณะ และคุณลักษณะที่เหมือนและแตกต่างกัน ยกตัวอย่างเช่นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งมีความสัมพันธ์

กับขนาดของมุม ความรู้ที่สำคัญที่ควรทราบได้แก่สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของคุณลักษณะ สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอด คำจำกัดความของความคิดรวบยอด ชื่อของส่วนประกอบ สิ่งที่ร่วมกัน หลักการและการแก้ปัญหาซึ่งต้องใช้ความคิดรวบยอดและหลักการ

ในส่วนที่เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า จะมีรูปอื่น ๆ ที่รู้จักอีก เช่นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมคางหมู และสี่เหลี่ยมรูปว่าว ซึ่งก็คือรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่ามีคุณลักษณะที่เหมือนกัน 4 อย่าง ดังนี้คือรูปปิด รูปในแนวระนาบ รูปที่มี 2 มิติ และมี 4 ด้าน แต่รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าจะแตกต่างจากสิ่งอื่น ๆ 2 ลักษณะคือด้านขนาดของมุม และด้านที่ขนานกัน ซึ่งต่อไปนี้มีข้อมูล 13 ข้อเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

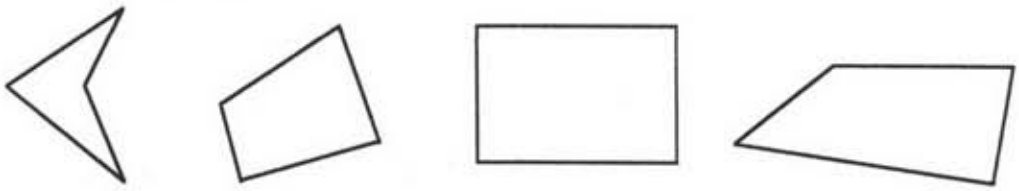
1. ตัวอย่างคุณลักษณะของสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า ซึ่งได้แก่รูปปิด :

2. สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของคุณลักษณะ ซึ่งได้แก่รูปเปิด :

3. ชื่อความคิดรวบยอด : รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. ตัวอย่างความคิดรวบยอด :



5. ตัวอย่างที่ไม่ใช่ความคิดรวบยอด :

6. คุณลักษณะที่เป็นคำจำกัดความของสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า : รูปปิด รูปแนวระนาบ รูปธรรมดา มี 4 ด้าน (4 มุม)

7. คุณลักษณะของสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าที่แตกต่างกัน : ขนาดของมุม ด้านที่ขนานกัน รวมทั้งคุณลักษณะอื่น ๆ เช่นขนาดของรูป และการพลิกรูป

8. คำจำกัดความของความคิดรวบยอด : รูปในแนวระนาบ, รูปปิด, รูปธรรมดา, มี 4 ด้าน

9. สิ่งที่เป็นส่วนประกอบหรือความคิดรวบยอดระดับสูง : รูปที่มีด้านมากกว่า 4 ด้าน

10. ความคิดรวบยอดร่วม : รูปสามเหลี่ยม, รูปห้าเหลี่ยม, รูปหกเหลี่ยม

11. สิ่งที่เป็นส่วนประกอบย่อย หรือความคิดรวบยอดระดับต่ำ : รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ซึ่งมีสิ่งที่แตกต่างจากส่วนอื่น ๆ คือในด้านขนาดของมุม และด้านที่ขนานกัน)

12. การใช้ความคิดรวบยอดและหลักการ : เส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า คือผลรวมของ 4 ด้านที่เท่ากัน

13. การใช้ความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหา : หาเส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 3 แนวคิดและทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory)

ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบเป็นทฤษฎีการวัดที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างคุณลักษณะภายในหรือความสามารถที่อยู่ภายในตัวบุคคลกับพฤติกรรมการตอบสนองข้อสอบของบุคคลนั้นว่ามีโอกาสตอบข้อสอบถูกมากน้อยเพียงไร ซึ่งทฤษฎีนี้มีพื้นฐานความเชื่อว่าพฤติกรรมการตอบสนองข้อสอบของผู้สอบซึ่งเป็นสิ่งที่สังเกตได้โดยตรงว่าถูกหรือผิด จะถูกกำหนดโดยคุณลักษณะภายใน หรือความสามารถที่อยู่ภายในตัวบุคคลซึ่งเป็นสิ่งที่ไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง ทฤษฎีนี้ได้อธิบายความสัมพันธ์ดังกล่าวในรูปของฟังก์ชันคณิตศาสตร์ หรือโมเดลที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถคุณลักษณะของข้อสอบ และโอกาสของการตอบข้อสอบได้ถูก ที่เรียกว่าฟังก์ชันการตอบสนองข้อสอบ ซึ่งนำมาใช้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นในการตอบข้อสอบแต่ละข้อได้ถูก[$P_i(\theta)$] กับระดับความสามารถของผู้สอบที่วัดได้โดยแบบสอบฉบับนั้น (θ) เมื่อนำมาเขียนเป็นกราฟจะได้โค้งลักษณะข้อสอบ (Item Characteristic Curve ; ICC) (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2535)

นอกจากนี้โมเดลการตอบสนองข้อสอบ สามารถแบ่งเป็น 4 หัวข้อ ดังต่อไปนี้ (Hambleton and Sawamaminathan, 1985 อ้างถึงในศิริชัย กาญจนวาสี, 2535)

1. ประเภทของโมเดลการตอบสนองข้อสอบ จากแนวคิดตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบได้มีการพัฒนาโมเดลขึ้นมาหลายรูปแบบ ซึ่งในแต่ละโมเดลจะมีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์และจำนวนพารามิเตอร์ในฟังก์ชันที่แตกต่างกัน ซึ่งสามารถจำแนกได้เป็น 3 ประเภทใหญ่ ๆ ดังต่อไปนี้

1.1 โมเดลการตอบสนองข้อสอบที่ใช้กับการตรวจคะแนนรายข้อแบบ 2 ค่า เป็นข้อสอบที่ตรวจให้คะแนนแบบ 0, 1 (ตอบผิดได้ 0 คะแนน ตอบถูกได้ 1 คะแนน) โมเดลประเภทนี้ถูกพัฒนาขึ้นในระยะเริ่มแรก เช่นสเกลกัตแมนสมบูรณ์ โมเดลระยะห่างแฝง (Latent Distance Model) โมเดลเชิงเส้นตรง เป็นต้น ในระยะต่อมาได้มีการพัฒนาโมเดลประเภทนี้เพิ่มขึ้นมา เช่นโมเดลปกติสะสมแบบ 1, 2, 3 พารามิเตอร์ และ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โมเดลโลจิสแบบ 1, 2, 3, 4 พารามิเตอร์ เป็นต้น

1.2 โมเดลการตอบสนองข้อสอบที่ใช้กับการตรวจคะแนนรายข้อแบบมากกว่า 2 ค่า (Multichotomous) เช่นโมเดลการตอบสนองแบบคะแนนต่อเนื่อง เช่นโมเดลการตอบสนองแบบคะแนนต่อเนื่อง เป็นต้น

สำหรับในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนรายข้อแบบ 2 ค่า (0, 1) คือตอบผิดได้ 0 คะแนน และตอบถูกได้ 1 คะแนน) ซึ่งเป็นโมเดลการตอบสนองข้อสอบ ได้แก่โมเดลปกติสะสม และโมเดลโลจิสแบบ 1, 2 และ 3 พารามิเตอร์ โมเดลปกติสะสมใช้ฟังก์ชันปกติสะสมแสดงความสัมพันธ์ระหว่างผลการตอบข้อสอบกับความสามารถดังกล่าว ฟังก์ชันทั้งสองให้ผลลัพธ์ของการประมาณค่าใกล้เคียงกันมาก แต่ฟังก์ชันโลจิสมีลักษณะของสูตรทางคณิตศาสตร์และวิธีคำนวณง่ายและสะดวกกว่า นอกจากนี้โมเดลโลจิสยังมีความทนทานต่อความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นกับผู้สอบที่มีความสามารถสูงจะตอบข้อสอบได้ดีกว่า จึงทำให้โมเดลโลจิสเป็นที่นิยมกันมากในการนำไปใช้จริง

2. พารามิเตอร์ของโมเดลการตอบสนองข้อสอบ โมเดลการตอบสนองข้อสอบประกอบด้วยพารามิเตอร์และค่าคงที่ดังนี้

2.1.1 พารามิเตอร์ของผู้สอบ

θ = ระดับความสามารถของผู้สอบคนที่ p ซึ่งประมาณได้จากโมเดลตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ ซึ่งปรับให้คะแนนมาตรฐานที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 1 ค่า θ มีพิสัยอยู่ระหว่าง $-\infty$ ถึง $+\infty$ แต่ผลการวิเคราะห์ส่วนมากมักให้ค่าอยู่ในช่วง – 3.00 ถึง + 3.00

2.1.2 พารามิเตอร์ของข้อสอบ

b_i = ค่าความยากของข้อสอบที่ 1 ซึ่งเป็นการวัดตำแหน่งของโค้งคุณลักษณะข้อสอบ (ICC) ตามแกนนอนบนสเกลของ θ ณ จุดที่โค้งมีความชันมากที่สุด (จุดเปลี่ยนโค้ง) หรือที่ตำแหน่ง

$b_i = \theta$ ที่ $p_i(\theta) = 0.50$ (สำหรับ 1 และ 2 พารามิเตอร์)

$b_i = \theta$ ที่ $p_i(\theta) = \frac{1+C}{2}$ (สำหรับ 3 พารามิเตอร์)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค่า b มีพิสัยอยู่ระหว่าง $-\infty$ ถึง $+\infty$ แต่ในทางปฏิบัตินิยมใช้ข้อสอบที่มีค่า b อยู่ระหว่าง – 2.50 ถึง + 2.50 ค่า b_i ที่อยู่ใกล้ – 2.50 แสดงว่าเป็นข้อสอบที่ง่าย ส่วน b_i ที่อยู่ใกล้ + 2.50 แสดงว่าเป็นข้อสอบที่ยาก

a_i = ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบที่ i ซึ่งเป็นความชันของโค้ง ICC ณ จุดเปลี่ยนโค้งหรือที่จุด $\theta = b_i$ ค่า a มีพิสัยอยู่ระหว่าง $-\infty$ ถึง $+\infty$ ค่า a ที่เป็นลบเป็นสิ่งที่ไม่พึงปรารถนา ในทางปฏิบัติจึงนิยมใช้ข้อสอบที่มีค่า a_i อยู่ระหว่าง + 0.50 ถึง + 2.50 ค่า a_i ที่สูงแสดงว่าข้อสอบนั้นมี slope ที่ชันจึงจำแนกผู้สอบที่มีความสามารถแตกต่างกันได้ดี

c_i = ค่าโอกาสการเดาข้อสอบถูก ซึ่งเป็นความน่าจะเป็นที่ผู้สอบที่มีความสามารถต่ำมาก ๆ จะทำข้อสอบที่ i ได้ถูก จึงเป็นค่ากำกับต่ำสุด (lower assymtote) ของ ICC ค่า c_i มีพิสัยอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 โดยทั่วไปนิยมใช้ข้อสอบมีค่า c_i อยู่ระหว่าง 0.00 ถึง 0.30

2.1.3 ค่าคงที่

e = ค่าคงที่ของลอการิทึมธรรมชาติ ซึ่งมีค่าประมาณ 2.71828

D = ค่าองค์ประกอบของการปรับสเกลซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.70

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 1 ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ของโมเดลการตอบสนองข้อสอบ

Models	Logistic function
1 Parameter	$P_i(\theta) \quad \frac{1}{1+e^{-Da_i(\theta-b_i)}}$
2 Parameter	$P_i(\theta) \quad \frac{1}{1+e^{-Da_i(\theta-b_i)}}$
3 Parameter	$P_i(\theta) = e_i + (1 - C_i) \quad \frac{eDa_i(\theta-b_i)}{1+e^{Da_i}(\theta-b_i)} (i = 1,2\ldots,n)$

รูปแบบของโมเดลการตอบสนองข้อสอบ 3 โมเดล

โมเดลการตอบสนองข้อสอบประกอบด้วย 3 รูปแบบ ดังต่อไปนี้

1. One-Parameter Model

โมเดลนี้ตรงกับ Rasch Model เป็นโมเดลที่อธิบายข้อสอบด้วยค่าพารามิเตอร์เพียงตัวเดียวคือ ค่าความยากโดยเชื่อว่าโอกาสที่ผู้สอบจะทำข้อสอบได้ถูกหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับระดับความสามารถของตนเองกับระดับความยากของข้อสอบ ดังนั้นจึงถือว่าค่าการเดาเป็นศูนย์ และค่าอำนาจจำแนกของข้อกระทงจะคงที่ทั้งฉบับ ซึ่งเขียนเป็นฟังก์ชันได้ ดังต่อไปนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$P_i(\theta) = \frac{e^{(\theta - b_i)}}{1 + e^{(\theta - b_i)}}; i = 1,2,3,\ldots,n$$

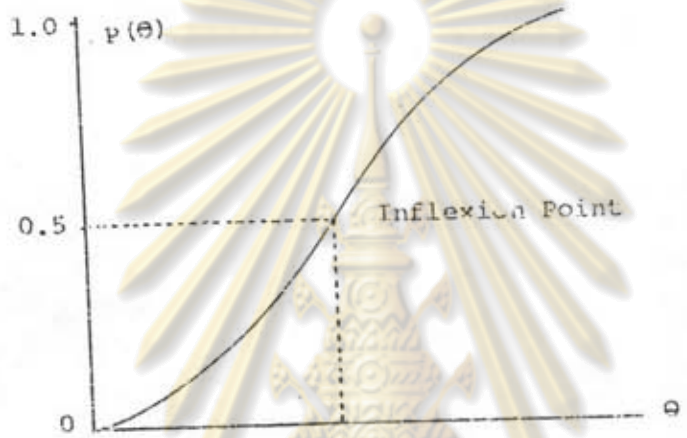
เมื่อ $P_i(\theta)$ คือ โอกาสที่ผู้มีความสามารถ θ จะทำข้อสอบข้อที่ i ได้ถูกต้อง

θ คือ ระดับความสามารถที่แท้จริงของผู้สอบ

b_i คือ ค่าความยากของข้อสอบข้อที่ i

e คือ ค่าคงที่มีค่าเท่ากับ 2.7182818

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

b_i = ค่าที่แปรเปลี่ยนได้ (vary)

a_i = ค่าคงที่ เช่น 1.0, 0.4 เป็นต้น

c_i = 0

ภาพที่ 3 แสดงความหมายของค่า Item Parameter (1 พารามิเตอร์) ของข้อสอบ

หอสมุดกลาง สถาบัน
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

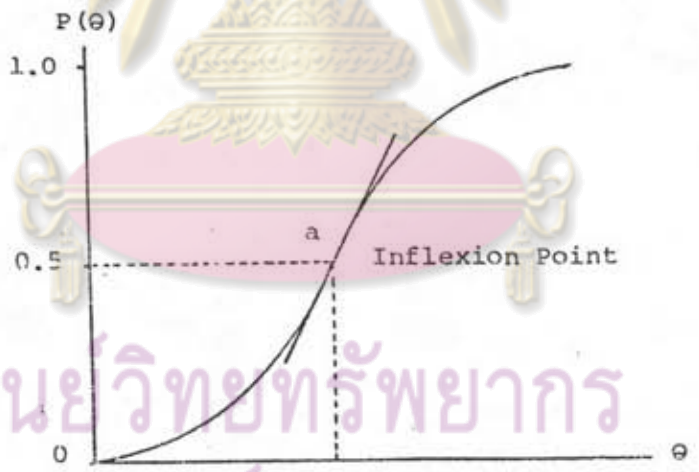
2. Two-Parameter Model

โมเดลนี้ได้ถูกพัฒนาขึ้นจาก Normal Ogive Model ซึ่งรูปแบบของโมเดลมีรูปแบบไม่แตกต่างจากเดิมมากนัก ซึ่งเป็นรูปแบบของค่าฟังก์ชันสารสนเทศของข้อสอบ ซึ่งประกอบด้วย $P_i(\theta)$, bi ai และ θ โดยมีค่า Scaling Factor มีค่าเท่ากับ 1.70 รวมทั้งค่าโอกาสการเดาข้อสอบถูกจะไม่เกิดขึ้น

$$P_i = \frac{e^{Da_i(\theta-b_i)}}{1+e^{Da_i(\theta-b_i)}}; i = 1,2,3,\ldots n$$

a_i = ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบข้อที่ I

D = คือ Scaling Factor มีค่า 1.70



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

b_i = ค่าที่แปรเปลี่ยนได้ (vary)

a_i = ค่าที่แปรเปลี่ยนได้ (vary)

c_i = 0

ภาพที่ 4 ความหมายของค่า Item Parameter (2 พารามิเตอร์) ของข้อสอบ

3. Three-Parameter Model

โมเดลนี้เป็นโมเดลที่พัฒนามาจาก Two-Parameter Model เพื่อให้เหมาะสมกับแบบสอบที่มีอิทธิพลจากการเดาเข้ามาแฝงอยู่ด้วย ซึ่งค่าการเดาด้วยโมเดลแบบ 3 พารามิเตอร์ จะมีฟังก์ชันในการคำนวณคือ

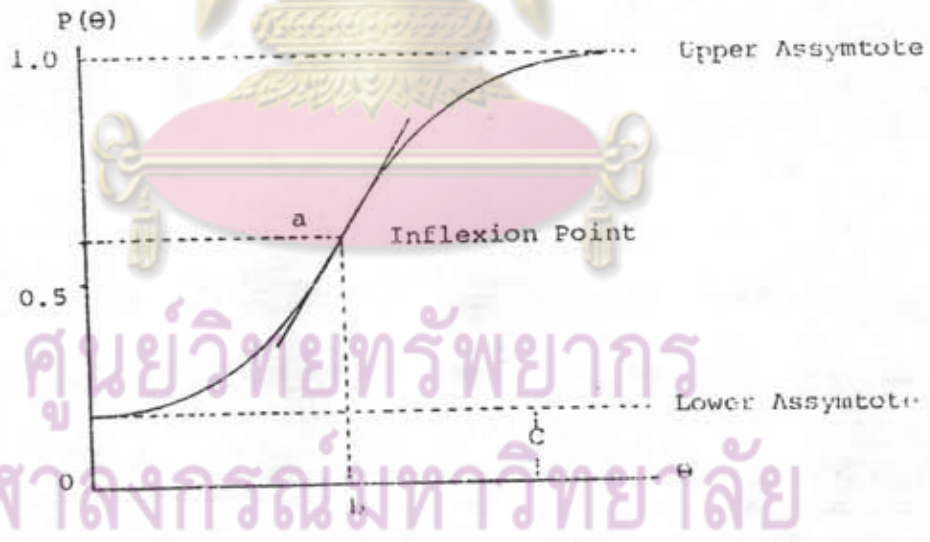
$$P_i(\theta) = c_i + (1 - c_i)\frac{e^{Da_i(\theta - b_i)}}{1 + e^{Da_i(\theta - b_i)}}; = 1,2,3,\ldots,n$$

เมื่อ $P_i(\theta)$ คือ โอกาสของผู้สอบที่มีความสามารถระดับ θ จะตอบข้อสอบข้อนั้นได้ถูกต้อง

b_i คือ พารามิเตอร์ความยากของข้อสอบ

a_i คือ พารามิเตอร์ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ

D คือ 1.70 (ค่า Scaling Factor)



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

b_i = ค่าที่แปรเปลี่ยนได้ (vary)

a_i = ค่าที่แปรเปลี่ยนได้ (vary)

c_i = ค่าที่แปรเปลี่ยนได้ (vary)

ภาพที่ 5 ความหมายของค่า Item Parameter (3 พารามิเตอร์)

3. ฟังก์ชันสารสนเทศ การวิเคราะห์ตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory) จะใช้แบบแผนการตอบสนองแบบสอบเป็นรายข้อในการประมาณค่าความสามารถของผู้สอบ ดังนั้นการประเมินคุณภาพของแบบสอบ จึงสามารถพิจารณาจากความถูกต้องแม่นยำในการประมาณความสามารถของผู้สอบ ซึ่งมีดัชนีซึ่งชี้ถึงความถูกต้องแม่นยำดังกล่าว เรียกว่าสารสนเทศของแบบสอบ ซึ่งเป็นค่าฟังก์ชันสารสนเทศของแบบสอบเกิดจากผลรวมเชิงพีชคณิตของค่าฟังก์ชันสารสนเทศของข้อสอบแต่ละข้อรวมเข้าด้วยกัน ดังนั้นผลของข้อสอบแต่ละข้อจะมีผลต่อแบบสอบทั้งฉบับ คุณสมบัตินี้ไม่สามารถที่จะนำเสนอได้ในการวัดแบบดั้งเดิม (Gulliksen, 1950) โดยค่าฟังก์ชันสารสนเทศของข้อสอบเป็นดัชนีสะสมที่สร้างจากดัชนีคุณลักษณะของข้อสอบหลายลักษณะ ได้แก่ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ เพื่อบ่งชี้คุณภาพของข้อสอบ (Birnbuam, 1968 อ้างถึงในศิริชัย กาญจนวาสี, 2535) เนื่องจากค่าสารสนเทศมีความสัมพันธ์ผกผันกับความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณค่า ดังนั้นถ้าค่าสารสนเทศของแบบสอบมีค่าสูงในช่วง θ ใด ก็จะมีความถูกต้องแม่นยำสูงในการประมาณค่าความสามารถของผู้สอบในช่วง θ นั้น ๆ โดยมีความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณค่าต่ำ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2535) ด้วยคุณสมบัติด้านความไม่แปรเปลี่ยนตามกลุ่มตัวอย่างของค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบจากการวิเคราะห์ตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory) จึงทำให้ค่าฟังก์ชันสารสนเทศเหมาะสมที่จะใช้เป็นดัชนีบ่งบอกคุณภาพของข้อสอบและแบบสอบแทนการหาค่าความเที่ยงและความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัดตามทฤษฎีแบบสอบดั้งเดิม (Hambleton, 1977 อ้างถึงในศิริชัย กาญจนวาสี, 2535)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายละเอียดของสูตรการคำนวณ มีดังนี้

3.1 ความสามารถหรือคะแนนจริงของผู้สอบ

$$T_p = \sum_{i=1}^{k} p_i(\theta_p)$$

เมื่อ T_p = คะแนนจริงของผู้สอบคนที่ p ซึ่งมีความสามารถระดับ (θ)

k = จำนวนข้อสอบทั้งหมด

$P_i(\theta_p)$ = โอกาสของผู้สอบที่มีความสามารถระดับ (θ) จะทำข้อสอบที่ I ได้ถูกต้อง

3.2 ค่าฟังก์ชันสารสนเทศของข้อสอบ (Item information function) ; [$I_i(\theta)$]

$$I_i(\theta, U_i) = (P_i')^2 / P_i Q_i$$

เมื่อ P_i = $P_i(\theta)$

Q_i = $1 - P_i(\theta)$

P'_i = ความชันของฟังก์ชันการตอบสนองข้อสอบ ณ ระดับความสามารถ θ

3.3 ค่าฟังก์ชันสารสนเทศของแบบสอบ (Test information function ; [$I(\theta)$]

$$I(\theta) = \sum_{i=1}^{k} I_i(\theta)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.4 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณค่าความสามารถ (Standard error of estimates ability θ ; [SE (θ)]

$$SE(\theta)^{*} = \frac{1}{\sqrt{I(\theta)}}$$

* SE (θ) = Standard error of the ability estimates at ability level θ

ศิริชัย กาญจนวาสี (2534 (ค) ได้กล่าวถึงการประมาณค่าความสามารถและความคลาดเคลื่อนมาตรฐานว่า

"การสอบทุกครั้งย่อมมีความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าความสามารถ (θ) ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณค่าความสามารถมีค่าเท่ากับส่วนกลับของรากที่สองของค่าฟังก์ชันสารสนเทศของแบบสอบมีค่าสูง ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณค่าความสามารถจะต่ำ นั่นคือถ้าค่าฟังก์ชันสารสนเทศของแบบสอบสูงมีค่าสูง ณ ผู้สอบระดับความสามารถ θ ใด (ฟังก์ชันการตอบสนองข้อสอบแต่ละข้อมีความชันสูงและความแปรปรวนต่ำ ณ ระดับ θ นั้น) ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณค่าความสามารถของผู้สอบ ณ ระดับ θ นั้นจะต่ำ หรือมีความแม่นยำสูงในการประมาณค่าความสามารถของผู้สอบ θ นั้นสูง "

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2 ลักษณะของฟังก์ชันสารสนเทศของข้อสอบสำหรับโมเดลโลจิส

ค่าประมาณ	1 Parameter	2 Parameter	3 Parameter
P_i	$D\ P_iQ_i$	$Da_iP_iQ_i$	$D\ a_iQ_i\ (P_i-C_i)\ /\ (1-C_i)$
$I_i\ (\theta)$	$Da_iP_iQ_i$	$D^2a_i^2P_iQ_i$	$D^2a_i^2Q_i\ (P_i-C_i)^2\ /\ P_{ij}\ (1-C_i)^2$
$Ii\ (\theta)\ max$	$\frac{1}{4}D^2$	$\frac{1}{4}\ D^2a_i^2$	$D^2a_i^2\ \frac{[1-20c_i-8c_i^2+(1+8c_i)^{3/2}}{8(1-C_i^2)}$
$(\theta)\ max$	b_i	b_i	$\theta_i+\frac{1}{Da_i}\quad 1n\frac{1+(1+8C_i)^{1/2}}{2}$

4. ข้อตกลงเบื้องต้นของทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบมีข้อตกลงเบื้องต้นที่สำคัญ ดังนี้ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2534 (ค))

" 4.1 แบบสอบวัดคุณลักษณะเด่นเพียงลักษณะเดียว (Unidimension : one trait) คุณลักษณะหรือความสามารถที่เป็นตัวกำหนดพฤติกรรมการตอบข้อสอบแต่ละข้อ (ตอบถูกหรือผิด) มีลักษณะเด่นและสำคัญเพียงลักษณะเดียว นั่นคือแบบสอบวัดคุณลักษณะสำคัญเพียงลักษณะเดียว หรือแบบสอบมีความเป็นเอกพันธ์ การตรวจสอบความเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นข้อนี้สามารถใช้ข้อมูลสนับสนุนที่ได้จากการวิเคราะห์ตัวประกอบ

4.2 การตอบข้อสอบเป็นไปอย่างอิสระ (Independence : Local independent) การตอบข้อสอบแต่ละข้อของผู้ตอบแต่ละคนมีความเป็นอิสระจากกัน ซึ่งประกอบด้วย

4.2.1 ความเป็นอิสระระหว่างข้อสอบ หมายความว่าข้อสอบแต่ละข้อเป็นอิสระจากกัน กล่าวคือการตอบสนองต่อข้อสอบข้อหนึ่งไม่มีผลต่อการสอบสนองต่อข้อสอบข้อนั้น ๆ ในแบบสอบ เช่นเนื้อหาของคำถามข้อหนึ่งจะต้องไม่จบของข้ออื่นและตำแหน่งข้อสอบแต่ละข้อจะอยู่ที่ใดก็ได้โดยจะไม่มีผลต่อการตอบข้อสอบนั่นคือ

ถ้า $P_i(\theta_A)$ เป็นอิสระจาก $P_j(\theta) \longrightarrow P_i(\theta) \cap P_j(\theta) = P_i(\theta).P_j(\theta)$

4.2 2 ความเป็นอิสระระหว่างผู้สอบ หมายความว่าผู้ตอบแต่ละคนตอบข้อสอบแต่ละข้ออย่างเป็นอิสระจากกัน กล่าวคือผลการตอบสนองข้อสอบของผู้หนึ่งจะต้องไม่มีผลต่อการตอบสนองข้อสอบของผู้สอบคนอื่น

นั่นคือถ้า $P_i(\theta_A)$ เป็นอิสระจาก $P_i(\theta_B) \longrightarrow P_i(\theta_A) \cap P_i(\theta_B) = P_i(\theta_A).P_i(\theta_B)$

4.3 โค้งคุณลักษณะข้อสอบสามารถใช้อธิบายพฤติกรรมการตอบสนองข้อสอบ (Item characteric Curves : Item Response Models) ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถของผู้ตอบ (θ_p) สามารถแสดงได้ด้วยโค้งคุณลักษณะข้อสอบ (ICC_S) โดย ICC_S เป็นฟังก์ชันคณิตศาสตร์ที่แสดงด้วยโมเดลการตอบสนองข้อสอบที่นิยมใช้กันมี 3 รูปแบบคือ 1, 2 หรือ 3 พารามิเตอร์ ในการเลือกใช้ขึ้นอยู่กับลักษณะข้อมูลและความเชื่อในโมเดลที่ใช้อธิบายความสัมพันธ์ดังกล่าว

ศูนย์วิทยทรัพยากร

โดยในงานวิจัยนี้ได้ใช้โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 3 พารามิเตอร์ เพราะจะประกอบด้วยค่าอำนาจจำแนก ค่าความยาก ค่าโอกาสการเดาข้อสอบถูก ค่าฟังก์ชันสารสนเทศของข้อสอบ และค่าฟังก์ชันสารสนเทศของแบบสอบ รวมทั้งข้อมูลที่เป็นกลุ่มตัวอย่างซึ่งได้แก่นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวน 793 คน และแบบสอบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบสอบปรนัย (Multiple choice) ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 53 ข้อ ซึ่งมีความเหมาะสมกับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อวิเคราะห์ข้อสอบที่มีจำนวนข้อสอบไม่เกิน 100 ข้อ และจำนวนผู้ตอบไม่เกิน 800 คน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.4 ข้อสอบที่ใช้ต้องไม่เป็นข้อสอบประเภทความเร็ว ผู้สอบทุกคนควรมีโอกาสทำข้อสอบทุกข้อ เพื่อให้คะแนนรวมจากการสอบประกอบกับลักษณะของข้อสอบเป็นตัวประมาณค่าความสามารถที่แท้จริงของผู้สอบโดยไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับปัจจัยด้านเวลาที่ใช้ในการสอบ "

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

สมชาย ธัญธนกุล (2516) ได้ทำการศึกษาการสร้างสังกัปชนิดสังเคราะห์ลักษณะความตั้งใจเรียนวิชาเลขคณิต โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่จบ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2514 จำนวน 400 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบทดสอบความสามารถในการสร้างสังกัปชนิดสังเคราะห์ลักษณะ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชาเลขคณิต และมาตรวัดความตั้งใจเรียน ซึ่งผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์วิชาเลขคณิต และมาตรวัดความตั้งใจเรียน นอกจากนั้นยังพบว่าผลสัมฤทธิ์วิชาเลขคณิตมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการสร้างสังกัปชนิดสังเคราะห์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และมีความสัมพันธ์กับความตั้งใจเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และความตั้งใจเรียนมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการสร้างสังกัปชนิดสังเคราะห์ลักษณะอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สิ่งเร้าที่เสนอเชิงนิมานและเชิงนิเสธทำให้เกิดการเรียนรู้สังกัปชนิดสังเคราะห์ลักษณะไม่แตกต่างกัน นอกจากนี้นักเรียนที่มีความสามารถในการสร้างสังกัปชนิดสังเคราะห์ลักษณะสูง มีผลสัมฤทธิ์วิชาเลขคณิตสูงกว่านักเรียนที่มีการสร้างสังกัปชนิดสังเคราะห์ลักษณะต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 รวมทั้งนักเรียนที่ผู้ปกครองมีอาชีพต่างกันจะมีความสามารถในการสร้างสังกัปชนิดสังเคราะห์ลักษณะความตั้งใจเรียนและผลสัมฤทธิ์วิชาเลขคณิตต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

โสภาพรรณ ศิริรัตน์ (2527) ได้ทำการเปรียบเทียบความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ห้า ที่มีแบบการคิดต่างกันเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบทดสอบแบบการคิดแบบจำแนกประเภท และการคิดแบบเชื่อมโยง ซึ่งมีความสัมพันธ์เท่ากับ .93, .65 และ .93 ตามลำดับ แบบทดสอบสมรรถภาพทางสมองมีค่าความเที่ยงเท่ากับ .94 แลแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความตรงตามเนื้อหาและมีความเที่ยงเท่ากับ .83 ซึ่งวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ความแปรปรวนทางเดียว และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มโดยใช้วิธีของเชฟเฟ และทดสอบค่าทีที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ .05 สำหรับผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีการคิดแบบโยง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความสัมพันธ์มากที่สุด รองลงมาคือการคิดแบบวิเคราะห์ และสุดท้ายคือการคิดแบบจำแนกประเภท นอกจากนั้นยังพบว่านักเรียนชายและนักเรียนหญิงใช้การคิดแต่ละแบบไม่แตกต่างกัน แต่ใช้การคิดแบบจำแนกประเภทและการคิดแบบโยงความสัมพันธ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยนักเรียนที่มีระดับสถิติปัญญาสูงใช้การคิดแบบจำแนกประเภทมากกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาปานกลางและต่ำ ส่วนนักเรียนที่มีระดับสติปัญญาปานกลางใช้การคิดแบบจำแนกประเภทมากกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาต่ำ และนักเรียนที่มีระดับสติปัญญาต่ำใช้การคิดแบบโยงความสัมพันธ์มากกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูง นอกจากนั้นพบว่านักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลางรวมทั้งนักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนที่มีการคิดแบบวิเคราะห์และการคิดแบบโยงความสัมพันธ์มีความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน และยังพบว่านักเรียนเพศเดียวกัน และมีระดับสติปัญญาในระดับเดียวกัน แต่มีแบบการคิดต่างกัน คือมีการคิดแบบวิเคราะห์ และแบบการคิดแบบโยงความสัมพันธ์ มีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

โกวิทย์ ทองอยู่ (2533) ได้ทำการเปรียบเทียบคุณภาพแบบสอบเลือกตอบและแบบสอบโคลซในการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยเปรียบเทียบคุณภาพของแบบสอบโคลซที่มีการตัดคำ 2 แบบ คือการตัดคำอย่างเป็นระบบซึ่งใช้การตัดคำทุกคำที่ 7 และตัดเฉพาะตัวเลขเป็นตัวแทนการตัดคำเฉพาะกับแบบสอบเลือกตอบ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลใช้วิธีวิเคราะห์เปรียบเทียบค่าความเที่ยงและความตรงของแบบสอบทั้ง 3 แบบโดยหาความเที่ยงจากสูตรคูเดอร์ริชาร์ดสันที่ 20 แล้วทดสอบความแตกต่างด้วยสถิติเอ็มและสถิติดับบลิว และหาค่าความตรงโดยสัมประสิทธิ์แบบเพียร์สัน ซึ่งจำแนกได้ตรงกันระหว่างคะแนนจากแบบสอบแต่ละรูปแบบกับแบบสอบประเมินคุณภาพวิชาคณิตศาสตร์ แล้วทดสอบความแตกต่างด้วยไคสแควร์ ผลการวิจัยปรากฏว่าแบบสอบโคลซที่ตัดคำอย่างเป็นระบบ (ทุกคำที่ 7) และตัดคำเฉพาะ (ตัวเลข) มีความเที่ยงสูงกว่าแบบสอบเลือกตอบ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รวมทั้ง

แบบสอบเลือกตอบมีค่าความตรงสูงกว่าแบบสอบโคลซที่ตัดคำอย่างเป็นระบบ เมื่อใช้เฉพาะนักเรียนที่ทั้งครู และคะแนนจากแบบสอบประเมินคุณภาพวิชาคณิตศาสตร์จำแนกได้ตรงกันเป็นคะแนนเกณฑ์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และแบบสอบโคลซที่ตัดคำอย่างเป็นระบบ และตัดคำเฉพาะมีค่าความเที่ยงและค่าความตรงแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยต่างประเทศ

Hunting (1983) ได้เห็นความสำคัญในการที่จะพัฒนาความคิดรวบยอดเรื่องเศษส่วน โดยเริ่มจากให้นักเรียนรู้จักส่วนทั้งหมดหรือหนึ่ง รวมทั้งสถานการณ์ที่ต้องใช้เศษส่วนเข้ามาเกี่ยวข้อง ซึ่งเขาเสนอแนะว่าในโรงเรียนระดับประถมศึกษาควรมีการให้นักเรียนเสนอถึงงานที่จะชี้ให้เห็นถึงส่วนทั้งหมด หรือหนึ่งหน่วย ยกตัวอย่างเช่นหนึ่งในสองของน้ำอัดลม 6 กระป๋อง คือ 3 กระป๋อง นอกจากนี้เขายังมีความเห็นว่าควรจะได้มีการอภิปรายถึงขั้นตอนที่ซับซ้อนของความรู้ด้านพุทธิพิสัย ซึ่งนักเรียนควรจะได้รับประสบการณ์ที่หลาหลายก่อนที่จะเชื่อมโยงการเรียนจากสถานการณ์ ปัญหา หรือสร้างรูปแบบที่เป็นนามธรรม (Behr et al. (1984) Kouba (1989) Mack (1990) cited by Hunting

Fuson and Baroody (1990) มีความเห็นตรงกันที่ต้องการให้นักเรียนพัฒนาโครงสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับค่าประจำหลัก โดยได้อธิบายถึงลำดับขั้นของกิจกรรมซึ่งเป็นสิ่งที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะช่วยพัฒนาค่าประจำหลักของหลักสิบ หลักร้อย และหลักพัน และนอกจากนั้น Briars (1990) ได้แนะนำว่าเนื้อหาเรื่องการบวกลบจำนวนที่มีหลายหลัก ควรแนะนำให้นักเรียนรู้จักในเกรด 2 มากกว่าเกรด 1 โดยเริ่มต้นควรเรียนจากโจทย์ที่ ไม่มีการยืม นอกจากนี้การใช้บล็อคแท่งไม้ที่มีค่าเท่ากับ 10 สามารถช่วยแก้ปัญหาให้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยเริ่มต้นจากการพัฒนาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนหลายหลักซึ่งมีผลต่อความเข้าใจระบบจำนวน

Tzu-Ta (1992) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาความเข้าใจขนาดของเศษส่วนละความสัมพันธ์ของเหตุผลของสัดส่วน (ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์) จุดประสงค์ของการ

ศึกษานี้ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเรื่องขนาดของเศษส่วน ความสามารถในการจัดการกับเศษส่วน และการนำไปสู่ขนาดของเศษส่วนกับจำนวนทั้งหมด ตลอดจนการค้นพบถึงวิธีการของเด็กเกี่ยวกับโครงสร้างการคูณ โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 – 5 จำนวน 60 คน จาก 3 โรงเรียน ผลการวิจัยพบว่า

1. ความเข้าใจเศษส่วนและส่วนทั้งหมด (FW) ซึ่งมีความคิดรวบยอดไม่ถูกต้อง โดยปราศจากความรู้เรื่องขนาดของเศษส่วน และข้อบกพร่องของทักษะในการประมาณ การแสดงออกของเด็กในการเปรียบเทียบเศษส่วนกับเศษส่วน (FF) ผลปรากฏว่าเด็กจะแสดงออก FF ได้ดีกว่า FW

2. ค่าความสัมพันธ์ที่มีนัยสำคัญทางสถิติระหว่างการแสดงออกของเด็กเกี่ยวกับเศษส่วน 2 ขนาด และความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการคูณ

3. นักเรียนจะมีวิธีการที่ต่างแบบกันในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับเศษส่วนหรืออัตราส่วน

ในด้านการเรียนการสอนเศษส่วนจะต้องให้นักเรียนจดจำถึงความแตกต่างระหว่างความคิดรวบยอดของจำนวนทั้งหมดและความคิดรวบยอดของเศษส่วน

Baker (1994)ได้ทำการวิจัยเรื่องการประเมินนักเรียนในระดับเกรด 6 ในการใช้จำนวนเพื่อที่จะทดสอบถึงความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ สำหรับกลุ่มตัวอย่างถูกเลือกจากการสุ่มแบบเจาะจงและการสุ่มแบบแบ่งชั้น โดยนักเรียนจะได้รับการประเมินเป็นรายบุคคลซึ่งจะมีการสัมภาษณ์การใช้จำนวน โดยที่นักเรียนแต่ละคนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 7 ข้อ ซึ่งในการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้น กลุ่มตัวอย่างจะถูกกระตุ้นโดยผู้วิจัย นักเรียนจะได้รับการประเมิน 4 ครั้ง ในการที่จะใช้วิธีผสมผสาน ซึ่งอาจจะเป็นการวาดรูป เล่าเรื่อง หรือให้ยกตัวอย่างสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตซึ่งจะเกี่ยวข้องกับจำนวน ผลจากการศึกษาครั้งนี้แสดงให้เห็นถึงนักเรียนยังอยู่ในเกณฑ์ที่ไม่ดีในเรื่องของความเข้าใจกฎของการประมาณ การใช้ระบบจำนวนและเศษส่วน รวมทั้งแสดงให้เห็นถึงความไม่เข้าใจความหมายของการคูณและวิธีการของการหาร สำหรับการศึกษาครั้งนี้ไม่ได้มีการรายงานไว้ในด้านของวิธีการของทั้งเพศชายและหญิงในการที่จะแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เพียงแต่เสนอว่านักเรียนที่มีความสามารถสูงจะมีการแสดงออกที่

ดีกว่านักเรียนที่มีความสามารถต่ำ

Clark and Kamii (1996) ได้ทำการวิจัยเรื่องการคิดในด้านการคูณของเด็กเกรด 1 – 5 โดยการคูณเป็นวิธีที่เร็วซึ่งนำมาจากการบวกซ้ำ อย่างไรก็ตามผู้วิจัยแสดงให้เห็นถึงการคูณซึ่งพัฒนามาจากการบวก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 1 – 5 จำนวน 336 คน ซึ่งถูกสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล โดยอิงการทดลองของเพียเจต์ ซึ่งการคูณถูกแนะนำให้นักเรียนรู้จักในเกรด 2 ซึ่งเป็นวิธีที่มาจากการบวกซ้ำ (Fennell, Rey, & Webb, 1991 Hoffer, et al. 1991 Newmark, 1991 Nichols & Behr, 1982) ซึ่งเพียเจต์ (Piaget, 1983) ได้แสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างการบวกและการคูณ ซึ่งเป็นเรื่องในระดับนามธรรม ซึ่งพบว่าถึงแม้ว่าจะมีนักเรียน 45 % ของนักเรียนเกรด 2 อธิบายการคูณได้บ้าง และอีก 48 % ของนักเรียนเกรด 5 ที่สามารถอธิบายการคูณได้ แต่ก็พบปัญหาที่เกิดขึ้นในโรงเรียนประถมศึกษา รูปแบบของปัญหาที่พบมีดังต่อไปนี้

1. นักเรียนใช้วิธีการบวกแทนที่จะใช้การคูณ ยกตัวอย่างเช่น ไข่ 12 ฟองใน กะบะ และไข่ 25 กะบะ อยากทราบว่ามีไข่ทั้งหมดกี่ฟอง ? 12 +15 = 37 (Hart, 1981 Kamii with Livingston, 1994)

2. เมื่อนักเรียนไม่ทราบผลคูณนับว่าเป็นสิ่งที่ยากสำหรับเด็กในการคิดหาผลรวม (Kamii with Livingston, 1994) ยกตัวอย่างเช่น การที่นักเรียนทราบว่า 6 x 6 = 36 ก็ไม่ได้ช่วยให้นักเรียนทราบผลคูณของ 7 X 6 อย่างไรก็ตามถ้านักเรียนไม่ทราบว่า 7 + 6 เป็นการนำ 1 จาก 6 + 6 = 12 ก็เป็นปัญหาที่พบโดยทั่วไป

3. นักเรียนจะมีปัญหาในเรื่องการคิดคำนวณเล็กน้อยเกี่ยวกับในด้านความหมายของการคูณ (Lindquist, 1989 Piaget 1983,1987) ยกตัวอย่างเช่นเมื่อ O'Brien and Casey, 1983 ให้นักเรียนเขียนเรื่องที่เป็นปัญหา ของ 6 x 3 = 18 พบว่านักเรียนเกรด 4 37 %และนักเรียนเกรด 5 จำนวน 44 %ตั้งโจทย์ปัญหา เช่น " มีเป็ด 6 ตัวว่ายน้ำอยู่ในสระ" แล้วมีเป็ด 3 ตัวว่ายเข้ามา รวมมีเป็ดทั้งหมดกี่ตัว ? นอกจากนี้นักการศึกษาได้เสนอแนะว่าว่าควรมีการเริ่มให้นักเรียนรู้จักเรื่องการคูณ แต่ไม่ควรจะคาดหวังว่านักเรียนทั้งหมดจะมีความชำนาญในเรื่อง การคูณจนกระทั่งเกรด 5

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากงานวิจัยที่กล่าวมาทั้งหมด จะเห็นได้ว่ามีการศึกษาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดไว้ในด้านการสร้างความคิดรวบยอด ด้านทักษะที่มีต่อการคิดรวบยอด รวมทั้งการเปรียบเทียบคุณภาพของแบบสอบในการวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในงานวิจัยที่ผ่านมายังไม่มีงานวิจัยเกี่ยวกับการสร้าง และพัฒนาแบบสอบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะสร้างและพัฒนาแบบสอบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย