บทที่ 2

วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาเรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดเชิงตรรก กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร" ได้แบ่งการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับวรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. การคิดเชิงตรรก
2. ทฤษฎีพัฒนาการทางด้านสติปัญญา
3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในส่วนที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา

1. การคิดเชิงตรรก (Logical Thinking)

1.1 ความหมายของตรรก (Logic)

คำว่า "ตรรก" หรือ "ตรรกศาสตร์" หรือ "ตรรกวิทยา" นั้น ได้มีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่านด้วยกัน ซึ่งผู้วิจัยได้คัดเลือกมานำเสนอดังต่อไปนี้

ยุนประเสริฐ คุภมาตรา (2494 : 12) ให้นิยามว่าตรรกวิทยาคือวิชาที่ว่าด้วยเงื่อนไขและกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ซึ่งจะต้องใช้ในการคิดหรือตรึกตรองหาเหตุผลอย่างถูกต้อง

กีรติ บุญเจือ (2512 : 179) ให้นิยามว่าตรรกศาสตร์ คือวิชาที่ว่าด้วยธรรมชาติและหลักเกณฑ์การใช้เหตุผล เหตุผลเป็นสิ่งที่คิดไว้ในสมองและแสดงออกมาให้รับรู้โดยใช้ภาษาจะเป็นภาษาพูดหรือภาษาเขียนก็ได้

ปานใจ อุยล่วัลดี (2517 : 3) ให้นิยามว่า ตรรกวิทยาเป็นวิทยาที่ว่าด้วยหลักการและวิธีการของการใช้เหตุผล เพื่อให้เราใช้ความคิด ภาษาพูดและภาษาเขียนอย่างมีเหตุผล

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ไม่ก่อให้เกิดความสำคัญผิด ไม่เข้าใจคนอื่นผิด ๆ และรู้จักตัดสินปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล

ชาเนอร์ (Shaner 1953 : 3) กล่าวว่า การคิดเชิงตรรกช่วยในการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพ และสมเหตุสมผลยิ่งขึ้น ทั้งยังเป็นการช่วยในการตัดสินใจของมนุษย์

โคพิ (Copi 1969 : 1) กล่าวว่า ตรรกศาสตร์เป็นศาสตร์ของการคิดให้เหตุผล

มิลล์ (Mill 1979 : 188) ให้ความหมายของตรรกศาสตร์ว่า เป็นวิทยาศาสตร์ที่ว่าด้วยการใช้ความเข้าใจให้เป็นประโยชน์ต่อการประเมินค่าหลักฐานว่าด้วยทั้งกระบวนการที่ดำเนินจากความจริงที่รู้แล้วไปสู่ความจริงที่ยังไม่รู้ และการใช้ปัญญาทั้งหมดเท่าที่จะเกื้อกูลต่อกระบวนการนี้ทั้งหมด

สรุปได้ว่า ตรรก หมายถึงวิธีการคิดหาเหตุผลและหลักเกณฑ์ เป็นวิธีที่สอนให้คนเรารู้จักคิด รู้จักตรึกตรอง และช่วยในการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพ สมเหตุสมผลยิ่งขึ้น

1.2 <u>ประเภทของการคิดเชิงตรรก</u>

คัปเปอร์แมนและแมคเกรด (Kupperman and McGrade 1966 : 21) ได้แบ่งการคิดเชิงตรรกออกเป็น 2 วิธี คือการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) และการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

1.2.1 การคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการคิดโดยการสรุปผลจากประพจน์เหตุ ผลสรุปนั้นจำเป็นต้องสมเหตุสมผล ถ้าการสรุปผลไม่สมกับประพจน์เหตุที่กำหนดให้ เรียกว่าไม่สมเหตุสมผล นั่นคือ การคิดโดยใช้เหตุผลจากส่วนรวมไปยังส่วนย่อย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กีรติ บุญเจือ (2516 : 4) ได้ให้ความหมายของการคิดแบบนิรนัยว่า คือวิธีการพิสูจน์โดยอ้างข้อความทั่วไป ที่แน่ใจได้ก่อนไปสนับสนุนข้อความทั่วไปที่แน่ใจได้ภายหลัง หรือสนับสนุนประสบการณ์เฉพาะหน่วยให้แน่ใจยิ่งขึ้น

ตัวอย่างของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย

<u>เหตุ</u> 1. สัตว์เลี้ยงลูกด้วยนมทุกชนิดมีปอด

2. กระต่ายทุกชนิดเป็นสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม

ผล 3. กระต่ายทุกตัวมีปอด

1.2.2 การคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปที่รวมส่วนย่อยเหล่านั้นเข้าไว้ นั่นคือ เป็นการคิดหาเหตุผลจากส่วนย่อยไปยังส่วนรวม

กีรติ บุญเจือ (2516 : 4) ได้ให้ความหมายของการคิดแบบอุปนัยว่า เป็นการพิสูจน์ โดยอ้างประสบการณ์เฉพาะหน่วยที่แน่ใจแล้วไปสนับสนุนข้อความทั่วไปที่ยังไม่แน่ใจให้มีความแน่ใจมากขึ้น

ตัวอย่างของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย

เหตุ จากการสังเกตกระต่ายแต่ละตัวมีปอด

ผล กระต่ายทุกตัวมีปอด

1.3 ข้อแตกต่างของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย

แซลมอน (Salmon 1973 : 14) ได้ให้ข้อสรุปของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัยมีข้อแตกต่างกัน 2 ประการใหญ่ ๆ คือ

แบบนิรนัย	แบบอุปนัย
1. ถ้าประพจน์เหตุทั้งหมดเป็นจริง ข้อสรุปจะต้องเป็นจริงอย่างแน่นอน	1. ถ้าประพจน์เหตุเป็นจริง ข้อสรุปก็เป็นไปได้ว่าจริง แต่ก็ไม่แน่ใจว่าจะเป็นจริงเสมอไป
2. เนื้อหาความจริงทั้งหมดในข้อสรุปนั้นเป็นจริงอยู่แล้วอย่างน้อยก็ปรากฏอยู่ในประพจน์เหตุที่กำหนดให้	2. ข้อสรุปมีเนื้อหาที่กินความมากกว่าประพจน์เหตุที่กำหนดให้

และในทำนองเดียวกัน อมร โสภณวิเชษฐวงศ์ (2521 : 184) ก็ได้ชี้ให้เห็นว่า ข้อสรุปของการคิดทั้งสองมีข้อแตกต่างกัน 3 ประการคือ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบนิรนัย	แบบอุปนัย
1. เป็นการคิดหาเหตุผลจากหลักทั่วไปไปหาข้อเท็จจริงปลีกย่อย	1. เป็นการคิดหาเหตุผลจากข้อเท็จจริงปลีกย่อยไปหาหลักทั่วไป
2. บทสรุปที่ได้มีขอบเขตแคบกว่าประพจน์เหตุ	2. บทสรุปที่ได้มีขอบเขตกว้างกว่าประพจน์เหตุ
3. ใช้ความรู้เดิมพิสูจน์ข้อเท็จจริงให้น่ายอมรับ เชื่อถือมากขึ้น	3. ก่อให้เกิดความคิดริเริ่มแปลก ๆ ใหม่ๆ เพิ่มขึ้น

1.4 การคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย

การวัดความสามารถในการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยนั้น อาศัยหลักใหญ่ ๆ 2 ประการ คือตัวปฏิบัติการคิด 16 ตัว (The Sixteen Binary Operation) และการใช้เหตุผลแบบต่อเนื่อง (Syllogism) ซึ่งหลักแต่ละประการมีรายละเอียดดังนี้

1.4.1 หลักเกี่ยวกับตัวปฏิบัติการคิด 16 ตัว ซึ่งอินเฮลเดอร์และเพียเจท์ (Inhelder and Piaget 1959 : 103-104) ได้กล่าวถึงตัวปฏิบัติการคิด 16 ตัวที่ใช้เป็นหลักในการคิด โดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยว่า ตัวปฏิบัติการคิดทั้ง 16 ตัวใช้เชื่อมประพจน์ 2 ประพจน์เข้าด้วยกัน ผลแห่งการเชื่อมประพจน์จะได้ประพจน์ใหม่ที่ถูกต้องตามหลักตรรกศาสตร์ ตัวปฏิบัติการเหล่านี้ได้แก่

1. การเลือกโดยใช้เหตุผล (Disjunction) ใช้สันธาน "หรือ" เป็นตัวเชื่อม เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า $p \vee q$ การเชื่อมประพจน์เป็นไปในลักษณะที่ว่า ถ้าประพจน์ใดประพจน์หนึ่งเป็นจริงหรือเป็นจริงทั้งสองประพจน์ การเชื่อมด้วยตัวปฏิบัติการเลือกโดยใช้เหตุผลก็จะเป็นจริง

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $p \vee q = (p \cdot \bar{q}) \vee (\bar{p} \cdot q) \vee (p \cdot q)$

(เมื่อ p แทนประพจน์ p เป็นจริง, $\bar{p}$ แทนประพจน์ p เป็นเท็จ
q แทนประพจน์ q เป็นจริง, $\bar{q}$ แทนประพจน์ q เป็นเท็จ)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. รูปนิเสธของการเลือกโดยใช้เหตุผล (Negation of Disjunction) รูปนิเสธของ $(p \vee q)$ กล่าวคือ $(p \vee q)$ เป็นเท็จ เมื่อ p เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ นิเสธของ $(p \vee q) = (\bar{p} \cdot \bar{q})$

3. การรวมโดยใช้เหตุผล (Conjunction) หมายถึง p เป็นจริง และ q เป็นจริง มีความหมายตรงกับคำว่า "และ" ใช้สัญลักษณ์ $p \cdot q$

4. รูปนิเสธของการรวมโดยใช้เหตุผล (Negation of Conjunction) หมายถึง $(p \cdot q)$ ไม่เป็นจริง แสดงว่า p หรือ q เป็นเท็จ หรือเป็นเท็จทั้งสองประพจน์ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ นิเสธของ $(p \cdot q) = (p \cdot \bar{q}) \vee (\bar{p} \cdot q) \vee (\bar{p} \cdot \bar{q})$

5. การเป็นเหตุเป็นผลหรือตัวเชื่อมไข (Implication) ใช้สันธาน "ถ้า...แล้ว..." เป็นตัวเชื่อมประพจน์ เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า $p \supset q$ หมายความว่า ถ้าประพจน์หนึ่งเป็นจริงแล้ว จะทำให้อีกประพจน์หนึ่งเป็นจริงด้วย เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(p \supset q) = (p \cdot q) \vee (\bar{p} \cdot q) \vee (\bar{p} \cdot \bar{q})$

6. รูปนิเสธของตัวเชื่อมไข (Negation of Implication) เป็นการบอกว่าเชื่อมไขเป็นเท็จ หมายความว่า p เป็นจริง แต่ q เป็นเท็จ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ นิเสธของ $(p \supset q) = (p \cdot \bar{q})$

7. รูปกลับของตัวเชื่อมไข (Converse Implication) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(q \supset p) = (p \cdot q) \vee (p \cdot \bar{q}) \vee (\bar{p} \cdot \bar{q})$

8. รูปนิเสธของรูปกลับของตัวเชื่อมไข (Negation of Converse Implication) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ นิเสธของ $(q \supset p) = (\bar{p} \cdot q)$

9. การเท่ากัน (Equivalence) ใช้สันธาน "...ก็ต่อเมื่อ ..." เชื่อมประพจน์ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $p = q$ หมายถึง p เป็นจริง และ q เป็นจริง หรือ p เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(p = q) = (p \cdot q) \vee (\bar{p} \cdot \bar{q})$

10. รูปนิเสธของการเท่ากัน (Negation of Equivalence) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(p \vee\!\vee q) = (p \cdot \bar{q}) \vee (\bar{p} \cdot q)$

11. รูปความสัมพันธ์โดยอิสระ p ต่อ q (Independence of p to q) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $p[q] = (p \cdot q) \vee (p \cdot \bar{q})$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

12. รูปนิเสธของความสัมพันธ์โดยอิสระของ p ต่อ q (Negation of Independence of p to q) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\bar{p}\ [q] = (\bar{p}.q)\ V\ (\bar{p}.\bar{q})$

13. รูปความสัมพันธ์โดยอิสระของ q ต่อ p (Independence of q to p) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $q\ [p] = (p.q)\ V\ (\bar{p}.q)$

14. รูปนิเสธของความสัมพันธ์โดยอิสระของ q ต่อ p (Negation of Independence of q to p) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\bar{q}\ [p] = (p.\bar{q})\ V\ (\bar{p}.\bar{q})$

15. สัจนิรันดร์ (Tuatology) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $p * q = (p.q)\ V\ (p.\bar{q})\ V\ (\bar{p}.q)\ V\ (\bar{P}.\bar{q})$

16. ความเท็จโดยรูปแบบ (Contradiction) หมายความว่าไม่มีอะไรเลย (0) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ นิเสธของ $(p * q) = 0$

1.4.2 การคิดโดยใช้เหตุผลแบบต่อเนื่อง (Syllogism) เป็นการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยตามแนวของอะริสโตเติล (Aristotle) ซึ่งก็เป็นโครงสร้างการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นกัน เพราะว่าการคิดโดยใช้เหตุผลแบบต่อเนื่อง ก็เป็นการคิดหาเหตุผลจากประพจน์เหตุไปยังข้อสรุป กล่าวคือ เป็นการอ้างเหตุผลที่มีโครงสร้างหรือแบบแผนตายตัวประกอบด้วยประโยคตรรก 3 ประโยค โดยที่สองประโยคแรกเป็นข้อเสนอหรือหลักฐาน ส่วนประโยคที่สามเป็นข้อสรุป หรือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

ตัวอย่างของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบต่อเนื่อง คือถ้าแมวร้องเมี้ยว ๆ แล้วมันจะต้องหิว ถ้าแมวหิวแล้วเขาต้องหาอาหารให้มันเพราะฉะนั้น ถ้าแมวร้องเมี้ยว ๆ แล้วเขาต้องหาอาหารให้มัน

สำหรับการวัดความสามารถในการคิดเชิงตรรกแบบนิรนัยนั้น สรุปได้ว่าต้องอาศัยตัวปฏิบัติการคิดที่สำคัญ ๆ คือ การรวมโดยใช้เหตุผล (Conjunction) การเลือกโดยใช้เหตุผล (Disjunction) การเป็นเหตุเป็นผล (Implication) รูปกลับของการเป็นเหตุเป็นผล (Converse Implication) การเท่ากัน (Equivalence) รูปนิเสธของตัวเชื่อมทั้งห้าข้างต้น และรวมเอาหลักการคิดโดยใช้เหตุผลแบบต่อเนื่อง (Syllogism) ด้วย

014339

1.5 การคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย

เซียเลล์ (Searles 1956 : 229-230) ได้กล่าวว่าการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยต้องอาศัยการสรุปรวบยอด การอุปมาอุปไมย การจัดเข้าพวก การลำดับตัวเลข ฉะนั้น การคิดแบบอุปนัยจะเริ่มจากสิ่งเฉพาะรายหลาย ๆ สิ่งเพื่อที่จะสรุปเป็นหลักใหญ่

การวัดความสามารถในการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยนั้น สามารถแบ่งออกเป็น 4 ตอนคือ

ตอนที่ 1 การอุปมาอุปไมย (Analogy) วัดความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ซึ่งจะต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของ และเรื่องราวต่าง ๆ แล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่น ๆหรือสถานการณ์อื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นทำนองเดียวกัน หรือลักษณะเดียวกันกับของเดิม ซึ่งอาจเป็นทางด้านโครงสร้างหน้าที่ หรือคุณลักษณะต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันเหมาะสมกันมากที่สุด

รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดคำหรือภาพมาให้คู่หนึ่ง คำหรือภาพที่กำหนดให้นั้น จะสัมพันธ์กันในทางใดทางหนึ่ง แล้วให้หาคำหรือภาพที่มีความสัมพันธ์กับคำหรือภาพที่กำหนดให้

ตัวอย่าง

คำสั่ง : โบสถ์ :: การศึกษา : _____

ก. หนังสือ ข. นักเรียน ค. ครู ง. โรงเรียน จ. วัด

ตอนที่ 2 การลำดับตัวเลข คือความสามารถในการที่จะเข้าใจและเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหรือปริมาณมากน้อย

รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดตัวเลขมาให้ชุดหนึ่ง แล้วให้สังเกตตัวเลขในชุดนั้นว่าแต่ละตัวเปลี่ยนแปลงไปด้วยกฎเกณฑ์ใด อย่างใด แล้วหาตัวเลขตัวถัดไปของเลขชุดนั้น

ตัวอย่าง

1, 2, 5, 10, 17, 26, _____

ก. 33 ข. 35 ค. 37 ง. 39 จ. 41

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 3 การจัดเข้าพวก เป็นความสามารถในการจำแนก การแยกสิ่งของออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม โดยยึดโครงสร้าง หน้าที่ รูปร่าง ลักษณะคุณสมบัติเฉพาะ ฯลฯ เป็นหลักในการเปรียบเทียบกับกลุ่มนั้น ๆ รูปแบบของคำถามจะมี 2 ลักษณะคือ

- รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดคำมาให้ชุดหนึ่งซึ่งเป็นพวกเดียวกันหรืออยู่ในประเภทเดียวกัน แล้วให้เลือกคำที่อยู่ในพวกเดียวกันกับคำที่กำหนดให้

ตัวอย่าง

ชุมพร สุราษฎร์ธานี ตรัง ยะลา _____

ก. ระยอง ข. หาดใหญ่ ค. กระบี่ ง. จันทบุรี จ. ตราด

- รูปแบบของคำถามอีกลักษณะหนึ่ง จะกำหนดคำมาให้ 5 คำ ซึ่งจะมีอยู่ 4 คำที่มีความหมายคล้ายกัน คืออยู่ในประเภทเดียวกัน และจะมีอยู่คำหนึ่งที่แตกต่างออกไปไม่เข้าพวกกับคำในข้ออื่น ๆ ให้หาคำที่ไม่อยู่ในประเภทหรือพวกเดียวกัน

ตัวอย่าง

คำในข้อใดที่ไม่เข้าพวกกับคำที่กำหนดให้

ก. หู ข. ตา ค. ลิ้น ง. ฟัน จ. จมูก

ตอนที่ 4 การสรุปรวบยอดและหลักการคิดให้เหตุผลแบบอุปนัยของมิลล์ เป็นความสามารถในการใช้เหตุการณ์ที่กำหนดให้มาซึ่งประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อย แล้วสรุปผลตามข้อความนั้น ซึ่งจะต้องพิจารณาให้รอบคอบว่าจะสรุปผลอย่างไร จะถูกต้องด้วยเหตุและผล

มิลล์ (Mill 1974: 253-264) ได้รวบรวมวิธีการสรุปผลแบบอุปนัยเอาไว้สำหรับตรวจดูความสัมพันธ์ของกรณีต่าง ๆ ว่าเป็นเหตุผลต่อกันหรือไม่ วิธีการดังกล่าวเรียกว่าวิธีการอุปนัยของมิลล์ (Mill's Method of Inductive Inference) ซึ่งมี 4 วิธีคือ

1. วิธีหาความสอดคล้องกัน (Method of Agreement) ในประสบการณ์หลายครั้ง ถ้ามีสาเหตุเดียวกันทุกครั้ง และมีผลอย่างเดียวกันทุกครั้ง ก็สรุปได้ว่าสาเหตุนั้นเป็นสาเหตุของผลนั้น เช่นถ้าเราถูกคุณแม่ตีหลายครั้ง และแต่ละครั้งที่ถูกตีจะเจ็บ เราก็สรุปได้ว่าการตีเป็นสาเหตุของความเจ็บ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. วิธีหาความแตกต่าง (Method of Difference) ในประสบการณ์หลายครั้งที่มีสาเหตุเดียวกัน และมีผลอย่างเดียวกันทุกครั้ง ต่อมามีสาเหตุอื่นเข้าแทรกเพิ่มเข้ามาและเกิดผลแตกต่างออกไป ก็สรุปสาเหตุที่แทรกเพิ่มเข้ามานั้น เป็นสาเหตุของผลที่แตกต่างออกไป เช่น เคยถูกคุณแม่ตีหลายครั้งและเจ็บทุกครั้ง ครั้งหลังสุดรู้ตัวก่อนจึงนุ่งกางเกงยางในบุหนังจึงรู้สึกเจ็บและคัน ก็สรุปได้ว่า การนุ่งกางเกงบุหนังยางในเป็นสาเหตุของอาการคัน

วิธีหาความสอดคล้องและแตกต่างร่วมกัน (Method of Agreement and Difference) ในการสำรวจส่วนมาก เรามักจะต้องการรู้ทั้งสาเหตุที่สอดคล้องและแตกต่างกันร่วมกันไป ซึ่งเรามักจะทำได้ควบคู่กัน เช่น ดำ แดง เขียว เหลือง ขำ เดินทางทัศนาจรร่วมกัน ตอนเย็นปรากฏว่ามีอาการปวดท้องทุกคน เขียวนอกจากจะปวดท้องแล้วยังท้องเดินด้วย ให้หาสาเหตุของอาการปวดท้องและท้องเดิน

เราตั้งประเด็นสงสัยว่าการปวดท้องและท้องเดินคงจะมีสาเหตุมาจากอาหาร จึงไต่ถามดูว่าแต่ละคนรับประทานอาหารอะไรกันบ้างตลอดทั้งวัน ผลจากการไต่ถามพบว่า

ดำ รับประทาน ข้าวแกงไก่ ห่อหมก ปาท่องโก๋

แดง รับประทาน ข้าวแกงไก่ ปาท่องโก๋ ฝรั่งดอง

เขียว รับประทาน ข้าวแกงไก่ ห่อหมก ฝรั่งดอง ปูเค็ม

เหลือง รับประทาน ข้าวแกงไก่ ห่อหมก ขนมจีน

ขำ รับประทาน แกงไก่ ห่อหมก ปาท่องโก๋ ขนมจีน

เราก็สรุปกันทีว่า สาเหตุของอาการปวดท้องของทุกคนน่าจะเป็นแกงไก่ (ความสอดคล้อง) และสาเหตุของอาการท้องเดินของเขียวเพียงคนเดียว น่าจะเป็นปูเค็ม (ความแตกต่าง) ข้อสรุปที่ได้มานี้มีคุณค่าเพียงระดับน่าจะเป็นไปได้เท่านั้น จะยืนยันแน่นอนแล้วยังไม่ได้ ถ้าทดลองได้ก็จะให้ทดลองดูเพื่อเพิ่มความน่าจะเป็นให้สูงขึ้น ใกล้ความแน่นอนมากขึ้น

3. วิธีหาส่วนที่เหลือ (Method of Residues) ในประสบการณ์เดียวกัน ถ้ามีสาเหตุแล้วเกิดผลหลายอย่างร่วมกัน ถ้าเรารู้ว่าสาเหตุใดทำให้เกิดผลใด ให้เราหักออกเสีย สาเหตุที่เหลือก็จะเป็นสาเหตุของผลที่เหลือ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่าง

วันหนึ่งไปซื้อเสื้อ กางเกง หมวก รองเท้า กระเป๋า รวมเป็นเงิน 200 บาท จำได้ว่าเสื้อราคา 80 บาท กางเกง 30 บาท หมวก 15 บาท รองเท้า 50 บาท กระเป๋าราคาเท่าไรจำไม่ได้ เราจะได้ราคากระเป๋าโดยวิธีหาส่วนที่เหลือ คือรู้ว่าของทั้ง 5 สิ่งเป็นสาเหตุรวมกันให้เกิดผลต้องจ่ายเงิน 200 บาท เมื่อรู้ว่า 4 สิ่ง เป็นสาเหตุให้เกิดผลอะไรบ้างก็หักออกไป ส่วนที่เหลืออีก 25 บาท ก็จะเป็นการจ่ายอันเกิดจากซื้อกระเป๋านั่นเอง ในกรณีนี้จะได้ผลสรุปแน่นอนแม่นยำ เพราะได้รู้สาเหตุว่ามีจำนวนจำกัด มีอะไรบ้าง และจะสามารถสำรวจได้แน่นอนทุกหน่วย แต่ถ้ากรณีใดไม่สามารถรู้จำนวนที่แน่นอนของสาเหตุหรือไม่รู้ว่าอาจจะมีอะไรบ้าง ก็ต้องตั้งสมมติฐานและทดสอบ ผลสรุปที่ได้ก็จะมีค่าระดับน่าจะเป็นไปได้

4. วิธีหาเหตุผลของสาเหตุต่างระดับ (Method of Concomitant Variation) ต้องระวังว่าสาเหตุเดียวกันมิใช่ว่าจะต้องให้ผลเดียวกันเสมอ เพราะถ้าสาเหตุมีระดับความเข้มข้นเปลี่ยนไปมาก ๆ ผลอาจจะเกิดขึ้นอย่างอื่นไปเลยก็ได้ เช่นรับประทานยาแก้ปวดศีรษะ 1 เม็ด ไม่มีผลอะไรเลย รับประทาน 2 เม็ด ทำให้หายปวดศีรษะ รับประทาน 10 เม็ดทำให้ตาย เป็นต้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่เกี่ยวกับความสามารถในการคิดเชิงตรรกกับการเรียนคณิตศาสตร์

1.1 งานวิจัยในประเทศ

สามารถ วีระสัมฤทธิ์ (2512 : 98-103) ได้ศึกษาถึงสมรรถภาพทางสมองบางประการที่สัมพันธ์กับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 444 คน โดยใช้แบบทดสอบการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย ประเภทการจัดเข้าพวกและการอุปมาอุปไมย พบว่าความสามารถด้านเหตุผลเป็นองค์ประกอบร่วมสำคัญอันหนึ่งต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

ถวิล ธาราโภย์น์ (2520 : 61-67) ได้ศึกษาถึงการอบรมเลี้ยงดูและผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อพัฒนาการด้านการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกวิทยาของนักเรียน

ชั้นประถมศึกษาตอนปลาย ปีการศึกษา 2519 ของโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร จำนวน 424 คน พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกวิทยาสูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

ถาวร รอดเทศ (2523 : 87-88) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์กับความซื่อสัตย์ของเด็กไทย และเปรียบเทียบการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์กับความซื่อสัตย์ของเด็กไทยที่แตกต่างกันในด้านเพศ ระดับการศึกษา กรุงเทพมหานครกับต่างจังหวัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ระดับการศึกษาของผู้ปกครองและอาชีพของผู้ปกครอง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 4 จำนวน 866 คน ผลปรากฏว่าผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีพัฒนาการทางการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์สูงกว่าผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ปนิดา ศิริกุลวิเชฐ (2524 : 51-53) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายประถม) ปีการศึกษา 2523 จำนวน 227 คน โดยใช้แบบทดสอบการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ โดยแบ่งออกเป็น 2 ฉบับคือ การคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย และการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย ผลการวิจัยปรากฏว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พหุคูณ ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์กับคะแนนความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย มีความสัมพันธ์กันทางบวก และพบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคนสามารถพยากรณ์ได้โดยใช้คะแนนจากแบบทดสอบความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์

เจตนา ทองรักษ์ (2524 : 42-43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านจำนวนและเหตุผลเชิงนามธรรม กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สังกัดกรมสามัญศึกษา ในเขตกรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2523 จำนวน 248 คน พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สุริยา ผลโพธิ์ (2527 : 81-82) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก และความคิดสร้างสรรค์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนมัธยมศึกษาเขตกรุงเทพมหานคร พบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

1.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

คริคแชค (Cruickshak 1948 : 161-170) ได้ศึกษาถึงการแก้ปัญหาเลขคณิต และการคิดหาเหตุผลของเด็กเกรด 3 อายุ 8-10 ปี พบว่านักเรียนที่เรียนช้ามีความสามารถในการคิดหาเหตุผลกับการแก้ปัญหาเลขคณิตด้วยกว่าเด็กปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จอห์นสัน (Johnson 1955 : 42) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดหาเหตุผลกับผลสัมฤทธิ์วิชาต่าง ๆ พบว่า การคิดหาเหตุผลมีความสัมพันธ์สูงสุดกับผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

มาร์ติน (Martin 1964 : 547-548) ศึกษาสมรรถภาพทางสมองด้านการคิดหาเหตุผล ความเข้าใจในการอ่านและความคล่องในการคำนวณที่มีต่อการแก้ปัญหาโจทย์เลขคณิตของนักเรียนเกรด 4 จำนวน 523 คน พบว่าสมรรถภาพด้านเหตุผลมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาโจทย์เลขคณิตเท่ากับ 0.61

ดักลาส์ล์ (Doughlass 1964 : 489-504) ได้ศึกษาเกี่ยวกับตัวพยากรณ์ความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์พบว่า ตัวพยากรณ์ความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีนั้น คือเกรดเฉลี่ยของปีที่ผ่านมา สติปัญญาทั่วไป ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา และแบบทดสอบความถนัดทางการเรียนที่ใช้เป็นตัวพยากรณ์ และแวมพ์เพลอร์ , (Wampler อ้างจากปนิดา ศิริกุลวิเชฐ 2522 : 22) ได้ศึกษาทำนองเดียวกันและพบว่าความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Induction) การคิดจำนวนเลข การให้เหตุผลแบบสรุปความ ความเข้าใจในสัญลักษณ์และความสามารถในการมองเห็นรูปทรงเรขาคณิตเป็นตัวพยากรณ์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดี โดยมีสัมประสิทธิ์พหุคูณเท่ากับ 0.9502

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มาตูลิส (Matulis 1969 : 1079-A) ศึกษาความเข้าใจในด้านตรรกศาสตร์ คณิตศาสตร์ กับเด็กอายุ 8-18 ปี จำนวน 75,000 คน โดยใช้แบบทดสอบสองฉบับ โดยที่ฉบับที่ 1 เป็นคำถามแบบ ถ้า...แล้ว... ส่วนฉบับที่ 2 ทดสอบเกี่ยวกับตัวเชื่อมและวลีบอกปริมาณ พบว่าอายุ เชาวน์ปัญญาและสถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมแตกต่างกัน จะมีผลต่อความเข้าใจทางตรรกศาสตร์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ กล่าวคือ นักเรียนที่มีอายุมากกว่า เชาวน์ปัญญาสูงกว่า และสถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมสูงกว่าจะมีความสามารถในการทำแบบทดสอบได้ดีกว่านักเรียนที่มีอายุน้อยกว่า เชาวน์ปัญญาต่ำกว่า และสถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมต่ำกว่าตามลำดับ เด็กที่มีสถานภาพทางเศรษฐกิจปานกลาง จะมีพัฒนาการของความเข้าใจทางด้านตรรกศาสตร์สูงสุดเมื่ออายุ 8-17 ปี

โอเบรียนและชาปิโร (O' Brien and Shapiro 1970 : 823-829) ได้ศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับเด็กอายุ 6-13 ปี โดยใช้แบบสอบถามที่เป็นภาษาล้วน สร้างเป็นข้อความที่มีเหตุ สรุปผลแล้วถามเด็กว่าสรุปถูกหรือผิด หรือว่าบังสรุปไม่ได้ พบว่าความสามารถทางการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ จะเกิดขึ้นอย่างชัดเจนเหนือช่วงอายุ 8 ปี ซึ่งแบ่งพัฒนาการได้ 3 ลำดับคือ (1) ระดับอายุ 6-8 ปี (2) ระดับอายุ 9-12 ปี (3) ระดับอายุ 13 ปี

เลชเชอร์ (Lesher 1971 : 2487-A) ศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับเด็กนักเรียนเกรด 4 -7 พบว่าความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ในระหว่างขั้นมีความแตกต่างกัน นั่นคือ นักเรียนที่เรียนขั้นสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนขั้นต่ำกว่า

ฟิชเบียน (Fishbein 1973 : 1258) ศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจและความคิดที่เกิดขึ้นภายในใจหรือญาณ ในการเรียนคณิตศาสตร์ ได้สรุปผลไว้ว่าการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นพื้นฐานของความรู้สึกนึกคิดที่เกิดขึ้นภายในใจ จนกระทั่งเกิดเป็นนิสัยในการคิดเชิงตรรก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากผลงานการวิจัยดังกล่าวข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยมีความเห็นว่าความสามารถในการคิดเชิงตรรก กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษากรุงเทพมหานคร น่าจะมีความสัมพันธ์กันในทางบวก

2. งานวิจัยที่เกี่ยวกับความสามารถในการคิดเชิงตรรกกับความแตกต่างระหว่างเพศ

2.1 งานวิจัยในประเทศไทย

สามารถ วีระสัมฤทธิ์ (2512 : 98-103) ได้ศึกษาถึงสมรรถภาพทางสมองบางประการที่สัมพันธ์กับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 444 คน โดยใช้แบบทดสอบการคิดแบบอุปนัยประเภทการจัดเข้าพวก และการอุปมาอุปไมย พบว่าคะแนนการจัดเข้าพวกและรวมคะแนนอุปมาอุปไมย: เพศไม่แตกต่างกัน แสดงว่านักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลไม่แตกต่างกัน

กาญจนา คำสุวรรณ (2515 : 99-101) ได้ศึกษาเรื่องความสัมพันธ์ของการศึกษาเปรียบเทียบระหว่างอบรมเลี้ยงดู พัฒนาการทางความคิดตามทฤษฎีของเพียเจท์ และสัมฤทธิผลของการเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชายและหญิง ชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 โรงเรียนสายน้ำทิพย์ จำนวน 108 คน อายุระหว่าง 12-15 ปี ผลการวิจัยสอดคล้องกับการศึกษาของสามารถ วีระสัมฤทธิ์ กล่าวคือไม่พบความแตกต่างระหว่างเพศในเรื่องพัฒนาการทางความคิดความเข้าใจแสดงว่า เพศชายและเพศหญิงมีความคิดความเข้าใจไม่แตกต่างกัน

อำพล ธรรมเจริญ (2516 : 87-89) ได้วิจัยเกี่ยวกับความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึง 3 จำนวน 2,010 คน โดยสุ่มตัวอย่างจากโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร 764 คน และสุ่มตัวอย่างจากโรงเรียนในต่างจังหวัด 1,246 คน เป็นนักเรียนชาย 1,039 คน และนักเรียนหญิง 971 คน เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบทดสอบวัดความคิดให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีทั้งหมด 4 ชุด ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นตามลำดับชั้นเรียน และเมื่อรวมคะแนนทั้ง 4 ชุด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ของทุกระดับชั้น ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยรวมของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่านักเรียนชายมีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนหญิง

สุนันท์ ศิลโกสุม (2516 : 190) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความถนัดทางการเรียน การปรับตัว ความตั้งใจเรียน ความวิตกกังวลในการเรียน ความมุ่งหวังของผู้ปกครอง และฐานะทางเศรษฐกิจของผู้ปกครอง กับผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 พบว่ากลุ่มตัวอย่างเพศชายและเพศหญิงมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2517 : 99-102) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดหาเหตุผลในเชิงตรรกศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์ และความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียนที่จบชั้นประถมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2514 ภาคการศึกษา 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 480 คน เป็นชาย 249 คน หญิง 231 คน ให้กลุ่มตัวอย่างแต่ละคนทำแบบทดสอบการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย พบว่า

1. เด็กหญิงมีความสามารถทางการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยสูงกว่าเด็กชาย

2. เด็กหญิงมีความสามารถทางการคิด โดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยสูงกว่าเด็กชาย

3. เด็กหญิงมีความสามารถทางการศึกษาเหตุผลในเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่าเด็กชาย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำนึง ภูริปริญญา (2518 : 62-63) ได้ศึกษาพัฒนาการของการคิดเชิงตรรกของเด็กไทยวัยแรกรุ่นในกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กวัยแรกรุ่นชายหญิงอายุ 12-16 ปี กำลังเรียนอยู่ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รวมจำนวน 400 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแบบทดสอบการคิดแบบนิรนัย และแบบอุปนัย ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการคิดเชิงตรรกของเด็กไทยวัยแรกรุ่นในแต่ละระดับอายุมีความแตกต่างกัน ยกเว้นที่ระดับอายุ14และ 15 ปี และมีแนวโน้มของลักษณะพัฒนาการเพิ่มขึ้นเป็นเส้นตรง

2. เด็กไทยวัยแรกรุ่นชายและหญิงจากการวิเคราะห์รวม ๆ ทุกระดับอายุ (โดยใช้ F-test) พบว่ามีความสามารถในการคิดเชิงตรรกไม่แตกต่างกัน

ถวิล ธาราโภชน์ (2520 : 72-73) ได้ศึกษาผลของการอบรมเลี้ยงดู และผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อพัฒนาการด้านการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกวิทยา กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย ของโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร สังกัดกรุงเทพมหานคร (กทม.) กรมสามัญศึกษา และสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน (สช.) จำนวน 424 คน เป็นหญิง 187 คน ชาย 237 คน ผลการวิจัยส่วนหนึ่งพบว่า นักเรียนเพศชายและหญิงมีความสามารถในการคิดเชิงตรรกวิทยาไม่แตกต่างกัน แต่ก็มีแนวโน้มว่านักเรียนหญิงมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลสูงกว่านักเรียนชาย ในด้านความสัมพันธ์ พบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกวิทยามีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ในทางบวกมีค่าสูง ($r = 0.613$)

วิรัช จาบถนอม (2520 : 37, 50, 56) ได้ทำการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์และการคิดหาเหตุผลเชิงจริยธรรมของนักเรียนระดับอายุ 13 และ 15 ปี ในกรุงเทพมหานครและในชนบท กลุ่มตัวอย่างทั้งหมดจำนวน 120 คน เป็นชาย 60 คน หญิง 60 คน ในการทดสอบความสามารถในการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์นั้น ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบวัดการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย ซึ่งเป็นข้อสอบแบบปรนัยเลือกตอบอย่างหนึ่งกับใช้วิธีสอบเป็นรายบุคคลเกี่ยวกับการสมดุลย์ของคาน ซึ่งเป็นภารกิจของเพียเจท์อีกอย่างหนึ่ง ผลการวิเคราะห์พบว่าภารกิจของเพียเจท์ใช้วัดความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบตรรกศาสตร์ได้ แต่ไม่พบว่าความแตกต่างระหว่างเพศมีผลต่อการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์

2.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

เฮอร์เบอร์กและเลพกิน (Herzburg and Lepkin 1954 : 687-689) พบว่าในระดับอุดมศึกษาระหว่างช่วงอายุ 16-18 ปี หญิงอายุ 17 ปี มีความสามารถในการใช้ภาษาด้านเหตุผลและความคล่องในการใช้คำสูงกว่าเด็กชายช่วงอายุเดียวกัน ส่วนช่วงอายุอื่น ๆ ชายมีความสามารถด้านเหตุผลสูงกว่าหญิง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โอเบรียนและชาปีโร (O'Brien and Shapiro 1968 : 541-543) พบว่านักเรียนชั้นเกรด 1-3 ที่มีอายุ 6-8 ปี นักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีความสามารถในการคิดเชิงตรรกแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ชาปีโรและโอเบรียน (Shapiro and O'Brien 1970: 823-824) ได้ศึกษาการคิดเชิงตรรกร่วมกันอีก โดยใช้นักเรียนชั้น 1-8 ที่มีอายุ 6-13 ปี เครื่องมือที่ใช้ในครั้งนี้เหมือนกับครั้งแรก (1968) พบว่า ความสามารถในการคิดเชิงตรรกของนักเรียนหญิงสูงกว่านักเรียนชาย

เวย์ไบรท์ (Weybright 1972 : 2779-H) ได้ศึกษาพัฒนาการและประเด็นวิธีการของความเจริญของการคิดเชิงตรรกในเด็กวัยรุ่น พบว่า เมื่อพิจารณาตัวแปรตามเพศ ปรากฏว่าเด็กวัยรุ่นทั้ง 2 เพศ มีความคิดเชิงตรรกไม่แตกต่างกัน

ในปีต่อมา ซาอะนิ (Saarni อ้างจาก ถวิล ธาราโภย์น์ 2520: 24) ได้ทำการศึกษาวิธีการคิดตามแบบของเพียเจท์ โดยไม่นำสิ่งแวดล้อมมาเกี่ยวข้อง (Field Independence) ซึ่งเป็นองค์ประกอบในงานการคิดปัญหาของเด็ก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในระดับชั้น 6, 7, 8 และ 9 ผลการวิจัยพบว่า เพศชายและเพศหญิงมีความสามารถในการคิดปัญหาไม่แตกต่างกัน การศึกษาของซาอะนิสอดคล้องกับผลการศึกษาของเวย์ไบรท์ดังได้กล่าวมาแล้ว

จากการศึกษางานวิจัยข้างต้นเกี่ยวกับความสามารถในการคิดเชิงตรรก กับความแตกต่างระหว่างเพศนั้น ผลการวิจัยยังมีข้อขัดแย้งกันอยู่ และเมื่อพิจารณาถึงตัวแปรต่าง ๆ เช่น บทบาททางเพศ การอบรมเลี้ยงดู การปะทะสัมพันธ์กับสังคม (Social Interaction) เป็นต้น ซึ่งตัวแปรเหล่านี้อาจมีผลทำให้พัฒนาการทางความคิดของเพศชายและเพศหญิงแตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงมีความเห็นว่าความสามารถในการคิดเชิงตรรกระหว่างนักเรียนชายและนักเรียนหญิงแตกต่างกัน

2. <u>ทฤษฎีพัฒนาการทางด้านสติปัญญา</u>

แมคแคนดัเลล์และอีแวนส์ (McCandless and Evans 1973 : 64-71) ได้กล่าวถึงเพียเจท์ (Piaget) ซึ่งเป็นนักวิทยาศาสตร์ที่สนใจศึกษาถึงความสามารถในการคิดของเด็กอย่างละเอียด จนกระทั่งได้สรุปผลออกมาเป็นพัฒนาการทางการคิดหรือพัฒนาการทางสติปัญญาดังต่อไปนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขั้นที่ 1 ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (sensorimotor period) อายุตั้งแต่เกิดถึง 2 ปี พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นการเคลื่อนไหวโดยใช้มือและเท้า ตอนช่วงแรก ๆ เด็กไม่สามารถแยกตัวเองออกจากวัตถุได้ แต่ในเวลาต่อมาเด็กจะเริ่มเข้าใจตัวเองโดยการเรียนรู้จากการกระทำของตนเอง เช่นการทำให้เปลสั่นแล้วเห็นว่ามันเคลื่อนไหวได้ จากการกระทำพฤติกรรมดังกล่าวบ่อย ๆ ทำให้เด็กเกิดสังกัปอย่างหยาบที่สุด เกี่ยวกับเวลา ระยะทางและเหตุผล นับว่าเป็นพื้นฐานอันสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาทางการคิด

ขั้นที่ 2 ขั้นการคิดก่อนปฏิบัติการ (preoperational thought period) เริ่มตั้งแต่อายุ 2 ปีถึง 7 ปี ขั้นนี้เด็กสามารถใช้ภาษาติดต่อได้ ระหว่างอายุ 2-4 ปี เด็กยังไม่ค่อยเข้าใจถึงความคิดของคนอื่น ๆ เนื่องจากเด็กยังยึดตัวเองเป็นศูนย์กลาง (egocentric) อยู่ จนกระทั่งอายุประมาณ 4-7 ปี เด็กจึงจะสามารถคิดอย่างมีลำดับเกิดสังกัปความสัมพันธ์ในการใช้ตัวเลข แต่ก็เป็นไปในลักษณะของญาณ (intuitive) ซึ่งเด็กเองก็ไม่รู้สึกตัว

ขั้นที่ 3 ขั้นคิดปฏิบัติการด้วยรูปธรรม (period of concrete operations) อายุตั้งแต่ 7-11 ปี ในช่วงนี้เด็กสามารถคิดเชิงตรรกได้ เช่นความสามารถในการคิดทวนกลับ (reversibility) การแบกประเภท (classification) การจัดหรือการเรียงลำดับ (seriation) แต่การคิดต่าง ๆ ก็ยังเป็นรูปธรรม คือสามารถมองเห็นวัตถุหรือจับต้องได้

ขั้นที่ 4 ขั้นคิดปฏิบัติการตามแบบแผนหรือแบบตรรก (period of formal operations) อายุตั้งแต่ 11 ปีถึง 15 ปี เป็นขั้นสุดท้ายของพัฒนาการทางการคิด ขั้นนี้เด็กสามารถที่จะคิดแบบนามธรรม (abstract thinking) โดยใช้หลักเหตุผลตามหลักตรรกไม่ว่าวัตถุนั้นจะมองเห็นหรือไม่เห็น นอกจากนี้เด็กยังสามารถคิดหาเหตุผลจากการตั้งสมมติฐานได้

การคิดทั้ง 4 ขั้นดังกล่าว ไม่ได้แยกหรือตัดตอนออกเป็นขั้น ๆ แต่มันจะพัฒนาเรียงติดต่อกันไปเป็นลำดับ (hierarchical) โดยมีขั้นที่ 1 เป็นพื้นฐานของขั้นที่ 2 ขั้นที่ 2 เป็นพื้นฐานของขั้นที่ 3 และขั้นที่ 3 เป็นพื้นฐานของขั้นที่ 4

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บรูเนอร์ (Bruner) เป็นนักจิตวิทยาอีกคนหนึ่งที่ได้ศึกษาถึงพัฒนาทางการคิด (Nash 1970 : 351-355) ตามแนวคิดของเพียเจท์ (Piaget) จากการศึกษา บรูเนอร์ได้แบ่งพัฒนาการทางการคิด (cognitive development) ออกเป็น 3 ระดับ โดยแทนระดับต่าง ๆ เป็นรหัส (code) ดังต่อไปนี้

1. รหัสที่แทนด้วยการแสดงออก (code is enactive representation) เป็นการแสดงลักษณะนิสัยโดยกำเนิด และเป็นการรับรู้ที่มีแบบแผน (perceptual scheme) เป็นครั้งแรกที่เด็กใช้ ซึ่งเนื่องมาจากสิ่งเร้าเป็นส่วนใหญ่ ทารกที่มีอายุในระยะเริ่มแรกจะแบ่งแยกการรับรู้และการตอบสนองได้ยาก เมื่ออายุได้ 2-3 วันหลังจากคลอด ทารกจะเริ่มพิจารณาลักษณะที่จะตอบสนองต่อสิ่งแวดล้อม การกระทำต่าง ๆ โดยกำเนิดจะมาสัมพันธ์กับการรับรู้เฉพาะอย่าง และเกิดเป็นวัตถุอันแรกที่สามารถก่อให้เกิดการตอบสนองได้

2. รหัสที่แทนด้วยภาพในความคิด (code is iconic representation) ขั้นนี้จะปรากฏหลังจากเด็กอายุได้ 1 ปี เป็นระยะที่เด็กสามารถรู้จักโลกภายนอกกับตัวของเขาเอง โดยใช้ภาพหรือระบบพฤติกรรมความสัมพันธ์ (image or spatial sehema) ซึ่งการกระทำของเขาเองจะสัมพันธ์กับโลกภายนอกอย่างเป็นอิสระ กล่าวคือเมื่อภาพในความคิดถูกสร้างขึ้นมา ก็จะทำหน้าที่แยกตัวเด็กกับโลกรอบ ๆ ตัวเด็ก ทำให้เด็กเกิดการเปรียบเทียบสิ่งที่อยู่ภายในจิตของเขากับสิ่งที่รับใหม่ โดยใช้ความรู้สึกนึกคิดเฉพาะอย่างแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (paticulor sensory correspondence) ระหว่างสิ่งสองสิ่งทำให้เด็กสามารถเรียนรู้ความจริงที่ไม่เป็นไปตามความรู้สึกนึกคิดดั้งเดิมได้

3. รหัสที่แทนด้วยสัญลักษณ์ (code is symbolic representation) เป็นการคิดในระบบพฤติกรรมนามธรรม (abstract schema) การเกิดของขบวนการนี้เป็นเสมือนต้นตออย่างหยาบ ๆ ของกิจกรรมที่เป็นสัญลักษณ์จากที่มาแต่ดั้งเดิม จนกลายมาเป็นความชำนาญพิเศษในระบบที่แตกต่างกัน ความชำนาญพิเศษเหล่านี้คือภาษา ซึ่งเป็นตัวสุดท้ายของโครงสร้างทางความคิด ความคิดที่สมบูรณ์จะต้องเป็นถ้อยคำที่สละสลวยและมีคุณลักษณะที่จะก่อให้เกิดภาษา ความเปลี่ยนแปลงไปตามกาลเทศะ ความพินิจพิเคราะห์ไตร่ตรอง และการเปลี่ยนรูป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากพัฒนาการทางความคิดที่แทนด้วยรหัส 3 อย่างนี้ จะพัฒนาต่อเนื่องไปเป็นลำดับขั้นและในวัยผู้ใหญ่ส่วนมากจะใช้ความคิดที่อยู่ในระดับที่แทนด้วยรหัสในขั้นที่ 3 หรือบางทีอาจใช้การคิดที่แทนด้วยรหัสทั้ง 3 นี้พร้อมกันไป

เนื่องจากทฤษฎีของบรูเนอร์อาศัยแนวจากทฤษฎีของเพียเจท์ ดังนั้น ก็อาจจะเทียบขั้นรหัสที่แทนด้วยการแสดงออกของบรูเนอร์ได้กับขั้นประสาทสัมผัส และการเคลื่อนไหวของเพียเจท์ ทั้งนี้เพราะในขั้นนี้ทั้งสองทฤษฎีเน้นถึงวัตถุเป็นสิ่งเร้าสำคัญของเด็ก ซึ่งเด็กจะต้องเรียนรู้ด้วยการตอบสนองต่อวัตถุนั้น ๆ ส่วนในขั้นที่แทนด้วยรหัสของภาพในความคิดเทียบกับของเพียเจท์ก็เริ่มราว ๆ ปลายขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว คลุมไปจนถึงขั้นการคิดด้วยรูปธรรม ซึ่งจุดเริ่มต้นในขั้นนี้ของทั้งสองทฤษฎีก็คือ เด็กเริ่มรู้จักว่าตัวเองนั้นเป็นเอกเทศ ไม่ขึ้นอยู่กับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง นั่นคือ เด็กสามารถแยกตัวเองกับโลกภายนอกรอบ ๆ ตัวเองได้

สำหรับขั้นรหัสที่แทนด้วยสัญลักษณ์ก็เทียบได้กับขั้นการคิดอย่างมีแบบแผนหรือการคิดเชิงตรรก เป็นขั้นที่เด็กสามารถคิดอย่างนามธรรมได้ อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ทั้งสองทฤษฎีนี้จะมีขั้นพัฒนาการที่ต่อเนื่องกันเป็นลำดับเหมือนกัน แต่ก็มีข้อแตกต่างที่สำคัญคือ ทฤษฎีของเพียเจท์ จำกัดความสามารถในการคิดของเด็กแต่ละวัย ส่วนของบรูเนอร์นั้นพิจารณาความสามารถในการที่เด็กคิดกระทำในแต่ละขั้น

ยังมีนักจิตวิทยาอีกหลายคนที่สนใจเรื่องความสามารถในการคิดหรือความสามารถทางสมองของคน เบิร์ท (Burt) เป็นคนหนึ่งที่สนใจและให้ความเห็นเกี่ยวกับการคิดหรือสติปัญญาไว้ว่า ความสามารถทางสมองของคนจะมีพัฒนาการติดต่อกันไปเป็นลำดับขั้น (hierarchical) ฉะนั้น เขาจึงได้ตั้งเป็นทฤษฎีขั้น (Jayaswal 1974 : 301-302) และมีลำดับขั้นในการพัฒนาดังต่อไปนี้

1. ขั้นความรู้สึกและการเคลื่อนไหวอย่างง่าย ๆ (sensation and simple movements)

2. ขั้นการรับรู้และการประสานงานในการเคลื่อนไหว (perception and coordinated movement)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. ขั้นเชื่อมโยง (associative) เป็นการเชื่อมโยงระหว่างระดับความจำและการสร้างนิสัย

4. ขั้นการค้นหาความสัมพันธ์ (relating finding) เป็นระดับที่สูงที่สุด ซึ่งเป็นการรู้การคิด (cognitive) ที่เป็นลักษณะสมบูรณ์ของสติปัญญาสามารถนำเอาความรู้ต่าง ๆ ไปใช้ในการสรุปผลที่เป็นนามธรรมได้

3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหา

ไมเยอร์และเฮดเกอร์เคน (Myer & Hedgerken 1962 : 200) ได้ให้ความหมายของปัญหาไว้ว่า "ปัญหา หมายถึงเหตุการณ์ที่ก่อให้เกิดอุปสรรคต่อการดำเนินงานและยัดยวางมิให้บรรลุเป้าหมาย" ซึ่งสอดคล้องกับบุญชม ศรีสะอาด (2524 : 24) ที่ได้กล่าวถึงปัญหาว่า "ปัญหาคือ เรื่องเกี่ยวกับความสงสัย ความไม่แน่ใจ และความยากและเมื่อประสบเข้าก็ทำให้อยากแก้ปัญหานั้น"

สวนบอร์น เอคสแตรนด์และโดมิโนสกี (Borne, Ekstrand and Dominowski 1971 : 9) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาไว้ว่า "การแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมที่เป็นทั้งการแสดงความรู้ ความคิดจากประสบการณ์ก่อน ๆ และส่วนประกอบของสถานการณ์ที่เป็นปัญหาในปัจจุบัน โดยนำมาจัดเรียงลำดับใหม่เพื่อผลของความสำเร็จในจุดหมายเฉพาะอย่าง"

3.2 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จันทร์เพ็ญ ธนาคุภกรกุล (2526 : 7) กล่าวว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการแก้ปัญหาซึ่งเกี่ยวข้องกับปริมาณมีขั้นตอนในการแก้ปัญหา 3 ขั้นคือ

ขั้นที่ 1 เป็นการทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 เป็นการวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 เป็นการหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

อาดัมส์ (Adams 1977 : 176) ได้ให้ความเห็นว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ซึ่งเกี่ยวข้องกับปริมาณ และคำตอบที่ต้องการจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ปัญหาคณิตศาสตร์หมายรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นอกจากนี้ยังมีความแตกต่างระหว่างปัญหาและแบบฝึกหัด คือในการแก้ปัญหา จะต้องมีการตัดสินใจและลงมือทำ ส่วนแบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องมีการตัดสินใจ

ครูลิคและเรย์ (Krulik and Reys 1980 : 24) ได้แบ่งชนิดของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาของพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาสถานการณ์

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2514 : 12) ให้คำจำกัดความของความสามารถในการแก้ปัญหาว่า หมายถึง การที่นักเรียนใช้ความรู้ ความเข้าใจ ทักษะและประสบการณ์ประกอบการพิจารณาหาคำตอบที่ถูกต้อง

เทราท์แมนและไลเคนเบอร์ก (Troutman and Lichtenberg 1974 : 591-594) ได้เสนอบทความเรื่อง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยทั่วไปในห้องเรียน (Problem solving in the General Mathematics Classroom) โดยได้เสนอลักษณะความสามารถเฉพาะซึ่งเกี่ยวกับการแก้ปัญหาไว้ 7 ประการดังนี้

1. ความสามารถในการหาลักษณะคุณสมบัติของวัตถุทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการแปลงภาษาคณิตศาสตร์เป็นรูปต่าง ๆ วิธีการซึ่งเน้นมากที่สุดในห้องเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไป คือการแปลงโจทย์ปัญหาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ วิธีการนี้มีความจำเป็นสำหรับผู้แก้ปัญหามาก
3. ความสามารถในการหาลักษณะที่เหมือนกันและต่างกัน
4. ความสามารถในการหาสภาพหรือเงื่อนไขซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นเพียงพอและเท่ากัน เมื่อนักเรียนใช้ความสามารถนี้ เขาจะต้องอธิบายถึงเกณฑ์ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความจำเป็นให้เพียงพอ
5. ความสามารถในการวางหลักเกณฑ์ทั่ว ๆ ไป ซึ่งมีพื้นฐานจากการสังเกตลักษณะเด่นเฉพาะ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6. ความสามารถในการหาวิธีการแก้ปัญหาทางอื่นหรือวิธีการอื่น ๆ

7. ความสามารถในการกะประมาณคำตอบตามข้อเท็จจริงไม่ว่าจะตั้งใจหรือไม่ก็ตาม นักเรียนมักทำการตัดสินใจโดยมีพื้นฐานของการประมาณคำตอบมากกว่าการหาคำตอบโดยการคำนวณอย่างถูกต้อง

3.3 วิธีการแก้ปัญหา

บลูม (Bloom อ้างจากสันทร์เพ็ญ ธนาคุ่ภกรกุล 2526 : 11) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 เมื่อผู้เรียนได้พบปัญหา ผู้เรียนจะคิดค้นหาสิ่งที่เคยพบเคยเห็นและเกี่ยวข้องกับปัญหา

ขั้นที่ 2 ผู้เรียนจะใช้ผลจากขั้นที่ 1 มาสร้างรูปแบบของปัญหาขึ้นมาใหม่

ขั้นที่ 3 จำแนกแยกแยะปัญหา

ขั้นที่ 4 การเลือกใช้ทฤษฎี หลักการ ความคิด และวิธีการที่เหมาะสมกับปัญหา

ขั้นที่ 5 การใช้ข้อสรุปของวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 6 ผลที่ได้รับจากการแก้ปัญหา

บรูนเนอร์ (Bruner อ้างจาก สันทร์เพ็ญ ธนาคุ่ภกรกุล 2526 : 12) ได้สรุปวิธีการในการแก้ปัญหาดังนี้

1. ขั้นรู้จักปัญหา (Problem Isolation) เป็นขั้นที่บุคคลรับรู้สิ่งเร้าที่ตนกำลังเผชิญอยู่ว่าเป็นปัญหา

2. ขั้นแสวงหาเค้าเงื่อน (Search for Cues) เป็นขั้นที่บุคคลใช้ความพยายามอย่างมากในการระลึกถึงประสบการณ์เดิม

3. ขั้นตรวจสอบความถูกต้อง (Confirmation Check) ก่อนที่จะตอบสนองในลักษณะของการจัดประเภทหรือแยกโครงสร้างและเนื้อหา

4. การตัดสินที่สอดคล้องเหมาะสมกับปัญหา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดิวอี (Dewey อ้างจาก จันทร์เพ็ญ ธนาคุ้มกรกุล 2526 : 12) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาว่าต้องประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ขั้นเตรียมการ หมายถึงขั้นในการตั้งปัญหา หรือค้นหาว่าปัญหาที่แท้จริงของเหตุการณ์นั้น ๆ คืออะไร หรือค้นหาข้อมูลที่แท้จริงของปัญหานั้น

2. ขั้นวิเคราะห์ หมายถึงขั้นในการพิจารณาดูว่ามีสิ่งใดบ้างที่เป็นสาเหตุสำคัญของปัญหา หรือมีสิ่งใดบ้างที่ไม่ใช่สาเหตุสำคัญของปัญหา

3. ขั้นในการเสนอแนวทางในการแก้ปัญหา หมายถึง การหาวิธีการแก้ปัญหาให้ตรงกับสาเหตุของปัญหาแล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ ในที่สุดจะได้ผลลัพธ์ออกมา

4. ขั้นตรวจสอบผล หมายถึง ขั้นในการเสนอเกณฑ์เพื่อการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีการคิดแก้ปัญหา ถ้าพบว่าผลที่ได้รับนั้นยังไม่ใช่ผลที่ถูกต้อง ก็ต้องมีการเสนอวิธีการแก้ปัญหาใหม่ จนกว่าจะได้วิธีการที่ดีที่สุด หรือถูกต้องที่สุด

5. ขั้นประยุกต์ใหม่ หมายถึง การนำวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องไปใช้ในโอกาสข้างหน้า

4. <u>การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในส่วนที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</u>

น้อมศรี เคท (2524 : 88) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั่นเอง

4.1 <u>ขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์</u>

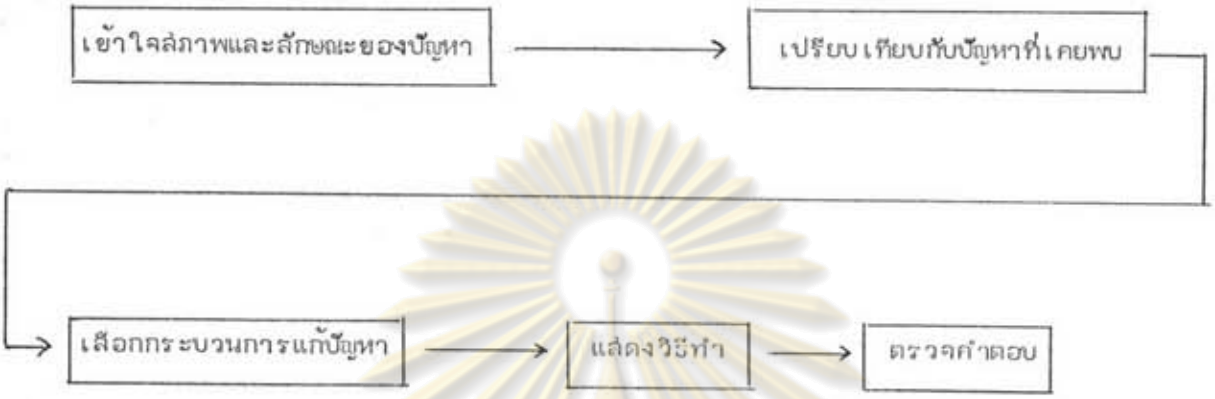
สำหรับขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้มีผู้รวบรวมและเสนอแนะไว้ดังต่อไปนี้

น้อมศรี เคท (2524 : 88-100) ได้เสนอแนะขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจลักษณะของปัญหา
2. ศึกษาลักษณะของปัญหาว่ามีความแตกต่างหรือเหมือนกับปัญหาที่เคยพบมา
3. เลือกกระบวนการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
4. แสดงวิธีทำ
5. พิจารณาและตรวจคำตอบที่ได้จากการคำนวณ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขั้นตอนในการสอนทั้ง 5 ขั้นนี้ สามารถสรุปเป็นแผนภูมิได้ดังนี้



โพลยา (Polya 1957 : 5-40) ได้จัดลำดับขั้นในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นการทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจคือสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าประเด็นของปัญหาอยู่ตรงไหน สามารถบอกได้ว่า โจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องให้สื่อกับข้อมูลต่าง ๆ นักเรียนควรจะเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจซ้ำแล้วซ้ำอีกและหลาย ๆ แง่มุม จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาอย่างชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหามีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้คือ การนึกทบทวนความรู้สึกที่มีมาว่ามีความรู้อะไรบ้างที่เขามี ซึ่งสัมพันธ์กับปัญหานั้นบ้าง เทคนิคอย่างหนึ่งที่จะช่วยในการวางแผนแก้ปัญหาได้แก่ การพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาปัจจุบัน เพราะจะช่วยให้สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้น ควรจะแบ่งเป็นขั้น ๆ โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ และในขั้นใหญ่แต่ละขั้นก็จะแบ่งออกเป็นขั้นเล็ก ๆ อีกมากมาย นอกจากนี้ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไรเพื่อที่จะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นลงมือทำตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นตรวจสอบ เพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์โดยการพิจารณาและสำรวจดูผล ตลอดจนขบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขาและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดียิ่งขึ้น

ไคลด์ (Clyde 1967: 109-112) ได้แบ่งขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นคือ

ขั้นที่ 1 เข้าใจปัญหา เขากล่าวว่า สิ่งที่เกี่ยวข้องกับการเข้าใจปัญหาของนักเรียนคือ ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ต่าง ๆ ที่ใช้ในปัญหานั้น ถ้านักเรียนไม่เข้าใจในคำศัพท์ต่าง ๆ นั้น นักเรียนก็ไม่อาจจะเข้าใจความหมายของปัญหาได้

ขั้นที่ 2 การหาสิ่งที่ต้องการในการหาคำตอบของปัญหา นักเรียนต้องสามารถแยกแยะได้ว่า ข้อมูลที่ให้มาบางอย่างอาจไม่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ หรือบางอย่างจำเป็นต้องใช้แต่ยังขาดไป จึงจำเป็นต้องหาเพิ่มเติมเอง

ขั้นที่ 3 ดูความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่จะให้คำตอบและความสัมพันธ์กับคำตอบ มองเห็นว่าเป็นขั้นให้เหตุผลที่แท้จริง นักเรียนที่จะประสบความสำเร็จในขั้นนี้จะต้องมีความสามารถ 3 ประการต่อไปนี้

1. มองเห็นเงื่อนไขอย่างชัดเจน
2. การวางแผนการแก้ปัญหาและให้เหตุผล
3. ตัดสินว่าคำตอบเป็นคำตอบที่มีเหตุผลสมเหตุสมผลเพียงใด เพราะบางครั้งอาจจะตอบผิดได้ ถ้าคำนวณผิดแล้วไม่ได้ตรวจสอบดูอีกที หรือไม่ได้ดูว่าคำตอบนั้นน่าจะเป็นไปได้หรือไม่

ขั้นที่ 4 การคำนวณ ขั้นนี้ไม่ใช่เพียงแต่นักเรียนจะบวก ลบ คูณ หารเป็นเท่านั้น แต่จะต้องมีทักษะเป็นอย่างดี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มาร์ค (Mark 1965 : 401-402) ได้กล่าวว่า ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องสอนให้นักเรียนกระทำสิ่งต่อไปนี้

1. ค้นหาว่าให้ข้อมูลอะไรมาบ้างและให้หาอะไร
2. ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ให้มา เพื่อที่จะไปสู่สิ่งที่ต้องการให้หา
3. วิเคราะห์ข้อมูลและความสัมพันธ์เพื่อหาผลลัพธ์
4. ตรวจสอบเพื่อความมั่นใจว่าถูกต้อง

เลอ บลองค์ (Le Blanc 1977 : 17-25) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า จะต้องประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นคือ

ขั้นที่ 1 การเข้าใจปัญหา ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหา ครูควรจะถามให้นักเรียนหาว่า อะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มา และในที่สุดนักเรียนจะต้องทราบได้ว่าปัญหาถามอะไร

ขั้นที่ 2 ในขั้นนี้ครูควรจะนำอภิปรายกลวิธีซึ่งจะใช้ในการแก้ปัญหา และครูควรจะเสนอแนะกลวิธีที่เป็นไปได้ให้นักเรียนดู จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเอาวิธีใดวิธีหนึ่งเอง

ขั้นที่ 3 ลงมือแก้ปัญหา ขั้นนี้กลวิธีที่คิดเอาไว้ในขั้นที่ 2 อาจจะไม่นำไปสู่คำตอบเลย ถ้าเป็นเช่นนี้นักเรียนจะต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2 อีกครั้งหนึ่ง

ขั้นที่ 4 ทบทวนปัญหาและคำตอบ กล่าวได้ว่าในการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้น ขั้นนี้เป็นขั้นที่มีความสำคัญมากที่สุด ขั้นนี้แบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ ลักษณะแรกเป็นการมองขั้นตอนต่าง ๆ ย้อนกลับ และลักษณะที่สอง เป็นการขยายสถานการณ์ของปัญหา เพื่อจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

4.2 อุปสรรคในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2.1 นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมดหรือเป็นบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดมโนภาพที่จะพิจารณาสภาพของปัญหา

4.2.2 นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจโจทย์ว่ากำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำและจัดระบบสิ่งที่เขาได้อ่านมา และไม่สามารถจะอ่านเพื่อหารายละเอียดของเนื้อหา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2.3 นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจาก การที่นักเรียนลืมวิธีทำหรือไม่เคยเรียนมาก่อน

4.2.4 นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลให้นักเรียนใช้วิธีเดาสุ่มตามวิธีการที่พอจะนึกออก เพื่อจะให้ได้คำตอบ

4.2.5 นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องที่มีความสำคัญ ได้แก่กฎเกณฑ์ สูตร เช่นไม่ทราบว่า 1 หลามีกี่นิ้ว หรือไม่ทราบว่าสูตรหาพื้นที่สามเหลี่ยมเป็นอย่างไร

4.2.6 นักเรียนขาดความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการเขียนคำอธิบาย

4.2.7 นักเรียนไม่ทราบความสัมพันธ์เชิงประมาณวิเคราะห์ ทั้งนี้มีสาเหตุมาจากการรู้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพียงจำนวนจำกัด หรือขาดความเข้าใจในหลักเกณฑ์ต่าง ๆ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างราคาขาย ราคาทุน กำไร ขาดทุน

4.2.8 นักเรียนขาดความสนใจเนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหาซึ่งมีความยาก ไม่จูงใจและไม่ได้รับอะไรเป็นการตอบสนอง

4.2.9 ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. งานวิจัยในประเทศไทย

บุหงา วัฒนะ (2515 : 33-34) ได้ทำการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ กับนักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 สังกัดกรมสามัญศึกษาส่วนกลางซึ่งเรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่เป็นกลุ่มทดลอง ได้แก่โรงเรียนพญาไท โรงเรียนวัฒนาอุปถัมภ์และโรงเรียนวัดเวตวันธรรมาเวส รวมทั้งสิ้น 131 คน และใช้นักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ เป็นกลุ่มควบคุมซึ่งได้แก่ นักเรียนโรงเรียนวัดมหาบุศย์ โรงเรียนวัดชนะสงคราม จำนวน 138 คน เครื่องมือที่ใช้ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า

1. โดยทั่ว ๆ ไปนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่กับนักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. เมื่อใช้ครูวิธีเท่ากัน ประสบการณ์การสอนใกล้เคียงกัน ทำการสอนปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่และเมื่อพิจารณาแยกตามชนิดของปัญหา พบว่า นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่มีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ ส่วนความสามารถในการคำนวณและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถไม่แตกต่างกัน

บุญรวย ยู่รักษา (2524 : 43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2523 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 335 คน เป็นชาย 163 คน หญิง 172 คน เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบทดสอบวัดความเข้าใจในการอ่านและแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความเข้าใจในการอ่านกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .613

สุมาลี รัตนพันธ์ (2523 : 41) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดชุมพร จำนวน 300 คน

วิชัย พาณิชย์ล้วย (2523 : 35) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในปีการศึกษา 2522 จำนวน 240 คน เป็นชาย 117 คน หญิง 123 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบความคิดเอกนัยทางสัญลักษณ์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .496

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ระวีวรรณ พ่วงวิจิตร (2525 : 58) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 101 คน เป็นชาย 56 คน หญิง 45 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วยแบบทดสอบความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนและแบบทดสอบ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .569

2. งานวิจัยในต่างประเทศ

ฮอลล์(Hall 1977 : 6324-6325) ได้ศึกษาผลของการสอนการวิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองกลุ่มละ 30 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่คาดคะเนเก่งและไม่เก่งกลุ่มละ 15 คน กลุ่มทดลองได้เรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทำการทดสอบการวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่า

1. นักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูง มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ

2. นักเรียนที่ได้รับการสอนการวิเคราะห์มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

คลาร์กสัน (Clarkson 1979 : 4101) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะในการแปลความหมายในวิชาคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และศึกษาดูว่านักเรียนจะใช้การแปลความหมายในการแก้โจทย์ปัญหาหรือไม่ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาคณิตจำนวน 5 ห้องเรียน นำมาทดสอบความสามารถในการแปลความหมาย 3 แบบคือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ แล้วนำคะแนนไปหาความสัมพันธ์กับคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ปรากฏว่าการแปลความหมายทั้ง 3 แบบมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และนักเรียนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกัน จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นอกจากนี้ยังพบว่าทักษะในการแปลความหมายเป็นองค์ประกอบหนึ่งของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

มูราสกี (Muraski 1979 : 4104) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 13 คน กลุ่มทดลองได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์ 3 บทเรียน แต่ละบทเรียนจะแบ่งเป็น 5 เรื่อง ใช้เวลา 5 สัปดาห์ ต่อจากนั้นวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ผลการปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย