การวิเคราะห์โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต

นายธีรภัทร สิงห์ประเสริฐ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2554

GEOMETRICALLY NONLINEAR ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE FRAMES

Mr. Theerapat Singprasert

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering
Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2011

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต
โดย	นายธีรภัทร สิงห์ประเสริฐ
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัฒนชัย สมิทธากร

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

………………………………………….. คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

…………………………………………… ประธานกรรมการ

(ศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์ฒิไชย)

………………………………………….. อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัฒนชัย สมิทธากร)

…………………………………………… กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จรูญ รุ่งอมรรัตน์)

…………………………………………… กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.พฤทธา ณ นคร)

ธีรภัทร สิงห์ประเสริฐ : การวิเคราะห์โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต. (GEOMETRICALLY NONLINEAR ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE FRAMES) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผศ.ดร. วัฒนชัย สมิทธากร, 57 หน้า.

โครงสร้างที่มีความชะลูดมากจะมีพฤติกรรมไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตมาก นั่นคือการเสียรูปที่เกิดขึ้นจะทำให้แรงภายในชิ้นส่วนเพิ่มมากขึ้นจากผลของพีเดลต้า ซึ่งจะทำให้สัดส่วนความปลอดภัยลดลง นอกจากนี้กำลังรับแรงดึงที่ต่ำของคอนกรีตทำให้โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กเกิดการแตกร้าวได้แม้ในขณะรับแรงใช้งาน ส่งผลให้สติฟเนสของชิ้นส่วนมีค่าลดลง ดังนั้นเพื่อที่จะสามารถวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้างได้อย่างถูกต้องแม่นยำ งานวิจัยนี้จึงเสนอการวิเคราะห์โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงกระทำแบบสถิต โดยคำนึงถึงผลของความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตร่วมกับการพิจารณาการแตกร้าวเนื่องจากแรงดัดในชิ้นส่วน การคำนวณจะเพิ่มน้ำหนักที่กระทำขึ้นเรื่อยๆจนถึงจุดวิกฤติของโครงสร้าง

จากการวิเคราะห์กรณีศึกษาตัวอย่างด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นตามวิธีการที่นำเสนอ พบว่า โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กที่มีความชะลูดมากจะแสดงพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตอย่างเด่นชัด โปรแกรมสามารถวิเคราะห์ทำนายพฤติกรรมได้ใกล้เคียงจนถึงจุดวิกฤติของโครงสร้าง และค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ได้มีค่าประมาณร้อยละ 91 เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดสอบในอดีต ส่วนโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กที่มีความชะลูดน้อยจะแสดงพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ โปรแกรมสามารถวิเคราะห์ทำนายพฤติกรรมได้ใกล้เคียงในช่วงแรกก่อนจะถึงจุดวิกฤติ และค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ได้มีค่าประมาณร้อยละ 78 เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดสอบในอดีต สรุปได้ว่าโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถใช้ในการคาดคะเนพฤติกรรมเบื้องต้นของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กได้ ซึ่งจะช่วยให้ประหยัดเวลาและค่าใช้จ่ายแทนการทดสอบจริง

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่อนิสิต..

สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก……………….........

ปีการศึกษา 2554

5270608721 : MAJOR CIVIL ENGINEERING
KEYWORDS : REINFORCED CONCRETE FRAMES / NONLINEAR ANALYSIS / GEOMETRIC NONLINEARITY / EFFECTIVE MOMENT OF INERTIA / CRACK SECTION

THEERAPAT SINGPRASERT : GEOMETRICALLY NONLINEAR ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE FRAMES. ADVISOR : ASST.PROF. WATANACHAI SMITTAKORN, 57 pp.

Structures with high values of slenderness ratio exhibit high level of geometrically nonlinear behavior. That is, the deformation occurred will increase the internal forces in structural members due to P-Delta effect, hence, the factor of safety is reduced. Also, due to the low tensile strength of concrete, cracking can occur in reinforced concrete structures even at service loads, reducing the flexural stiffness of structural members. In order to predict an accurate behavior of reinforced concrete frame structures, this research proposes a geometrically nonlinear analysis together with cracking effects due to bending moment taken into account. The displacement control method is performed until the structure reaches its critical state.

Results from the case studies have shown that the slender reinforced concrete structures exhibit good accuracy and yield critical loads around 91 percent when comparing to experiments in the past. On the other hand, reinforced concrete structures with lower slenderness ratio exhibit a materially dominant nonlinearity. And results for such cases agree with the experiments in the past, especially in the pre-peak region. The predicted critical loads are around 78 percent when comparing to experiments in the past. In conclusion, the program developed in this research can be used to predict the behavior of the reinforced concrete frames, which helps reducing the time and cost of actual experiments.

Department : Civil Engineering — Student's Signature ....
Field of Study : Civil Engineering — Advisor's Signature ....
Academic Year : 2011

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำงานวิจัยนี้ ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัฒนชัย สมิทธากร ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้คำแนะนำ และให้ความรู้ที่เป็นประโยชน์ ตลอดระยะเวลาการทำวิทยานิพนธ์ รวมถึงการตรวจสอบและแก้ไขวิทยานิพนธ์ จนสำเร็จลุล่วงไปอย่างสมบูรณ์ ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ซึ่งประกอบไปด้วย ศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์ฒิไชย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จรูญ รุ่งอมรรัตน์ และรองศาสตราจารย์ ดร.พฤทธา ณ นคร ซึ่งให้คำแนะนำตรวจสอบ แก้ไขข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้โอกาสและสนับสนุนในการศึกษาเล่าเรียน ตลอดจนพี่น้องและเพื่อนๆที่ได้ให้กำลังใจตลอดการทำวิทยานิพนธ์

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

หน้า

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

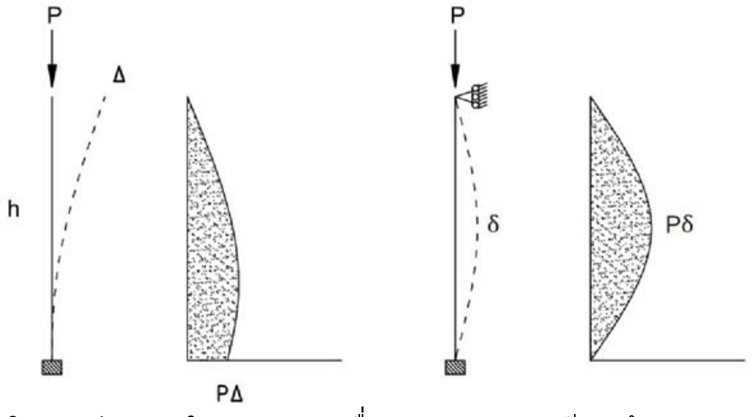
A	พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วน
A_g	พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนคอนกรีตเสริมเหล็ก
A_{st}	พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงดึง
A_{st}'	พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงอัด
b	ความกว้างของหน้าตัด
d	ระยะเหล็กเสริมรับแรงดึงวัดจากขอบบน
$\{d\}$	เวคเตอร์การกระจัดที่จุดปลายชิ้นส่วน
E	ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น
E_c	ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต
E_s	ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็ก
f_c'	กำลังอัดประลัยของคอนกรีต
f_r	ค่าโมดูลัสการแตกร้าวของคอนกรีต
f_y	หน่วยแรงคลากของเหล็ก
f_s	หน่วยแรงของเหล็ก
$\{F\}$	เวคเตอร์แรงกระทำที่จุดปลายชิ้นส่วน
h	ความลึกของหน้าตัด
I	โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัด
I_{cr}	โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดเมื่อเกิดการแตกร้าว
I_{eff}	โมเมนต์อินเนอร์เชียประสิทธิผลของหน้าตัด
I_g	โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดเริ่มต้น
kd	ความลึกของแกนสะเทินจากผิวรับแรงอัดของคอนกรีต
$[k]$	สติฟเนสเมทริกซ์ของชิ้นส่วน
$[K]$	สติฟเนสเมทริกซ์ของโครงสร้าง
L	ความยาว
M	โมเมนต์
M_{cr}	โมเมนต์ดัดแตกร้าว
u	การกระจัดในแนวแกน
U	พลังงานความเครียด

w	การกระจัดในแนวตั้งฉากแนวแกน
W	พลังงานศักย์
y_t	ระยะจากแกนศูนย์ถ่วงของหน้าตัดทั้งหมดที่ไม่คิดเหล็กเสริมไปยังขอบนอกสุดด้านรับแรงดึง
π	พลังงานศักย์รวม
σ	หน่วยแรง
ε	ความเครียด
ε_a	ความเครียดในแนวแกน
κ	ค่าความโค้งของหน้าตัด

บทที่ 1
บทนำ

การวิเคราะห์โครงสร้างจัดเป็นขั้นตอนหนึ่งที่สำคัญของการคำนวณออกแบบโครงสร้าง เพราะผลการวิเคราะห์ที่ไม่ถูกต้องจะเป็นสาเหตุให้การออกแบบผิดพลาดซึ่งนับว่าเป็นอันตรายต่อชีวิตและทรัพย์สิน การออกแบบโครงสร้างโดยทั่วไป ผู้ออกแบบจะต้องคำนึงถึงปัจจัยทั้งในด้านกำลัง (Strength) และด้านการใช้งาน (Serviceability) ของโครงสร้าง

สำหรับโครงข้อแข็งที่มีความชะลูดน้อย การใช้วิธีวิเคราะห์แบบเชิงเส้นทางเรขาคณิต อาจจะให้คำตอบที่มีความถูกต้องเพียงพอในระดับหนึ่งที่จะสามารถคาดคะเนพฤติกรรมของโครงสร้างนั้นๆได้ แต่สำหรับโครงสร้างที่มีความชะลูดมาก การใช้วิธีวิเคราะห์แบบเชิงเส้นนั้นอาจจะไม่เพียงพอ เนื่องจากการกระจัดของโครงสร้างที่เกิดขึ้นจากแรงกระทำนั้นมีผลให้เกิดการกระจัดและแรงดัดเพิ่มขึ้นในโครงสร้างทำให้อัตราส่วนปลอดภัยของโครงสร้างลดลง ซึ่งโดยทั่วไปมักเรียกว่าเป็นผลที่เกิดจากพีเดลต้า (P-Delta Effect) ดังภาพที่ 1.1 จึงมีความจำเป็นจะต้องใช้วิธีการวิเคราะห์โครงสร้างแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต เพื่อที่จะสามารถวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้างได้ถูกต้องแม่นยำมากยิ่งขึ้น



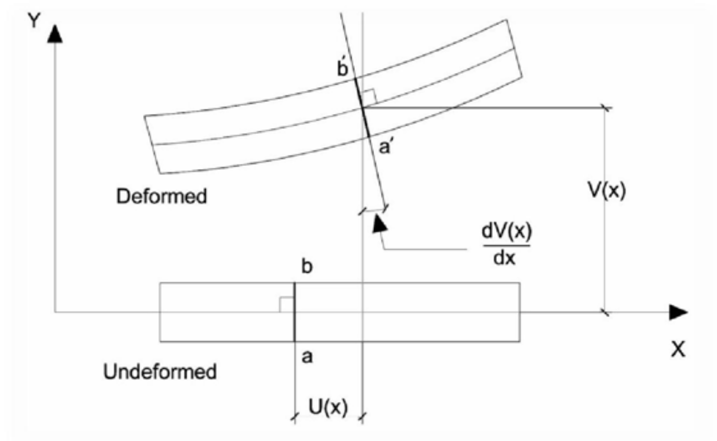
ภาพที่ 1.1 โมเมนต์ดัดภายในของเสาอันเนื่องมาจากผลของพีเดลต้า (P-Delta effects)

โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กประกอบด้วยวัสดุสองชนิด คือ คอนกรีตและเหล็ก เหล็กมีหน้าที่รับแรงดึงเป็นหลักหรือในบางกรณีเหล็กสามารถช่วยรับแรงอัดได้ ส่วนคอนกรีตทำหน้าที่รับแรงอัดเป็นหลัก เนื่องจากคอนกรีตมีกำลังรับแรงดึงที่ต่ำ การเกิดการแตกร้าวของคอนกรีตในบริเวณที่รับแรงดึงจึงสามารถเกิดขึ้นได้แม้ในขณะที่รับแรงใช้งาน ส่งผลให้สติฟเนสของโครงสร้างมีค่าลดลง ดังนั้นเพื่อความแม่นยำในการวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก จึงควรพิจารณาผลที่เกิดจากการแตกร้าวของชิ้นส่วนโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กด้วย

ดังนั้น การวิเคราะห์โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยคำนึงถึงความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต รวมทั้งการคำนึงถึงการแตกร้าวในชิ้นส่วน จะทำให้การวิเคราะห์โครงสร้าง ได้ผลที่ถูกต้องมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะกับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก ที่มีความชะลูดและรับแรงกระทำมากๆ งานวิจัยนี้จึงนำเสนอ การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิเคราะห์โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กใน 2 มิติ โดยพิจารณาความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตร่วมกับผลของการแตกร้าวของชิ้นส่วน ทั้งนี้ กำหนดให้วัสดุมีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดเป็นเส้นตรง แต่พิจารณาผลการแตกร้าวในคอนกรีต ในรูปของโมเมนต์อินเนอร์เชียประสิทธิผลของหน้าตัด รวมถึงพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้างจนกระทั่งถึงจุดวิกฤติ แล้วนำผลการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลอง มาเปรียบเทียบกับผลการทดลองและการวิเคราะห์ของงานวิจัยในอดีต

1.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

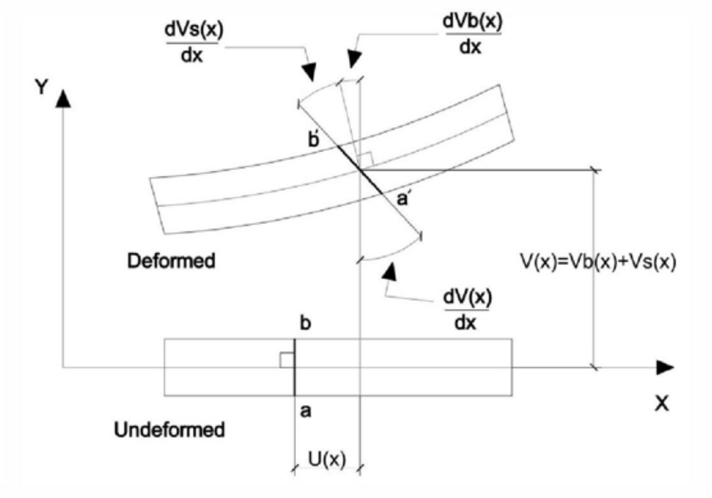
1.1.1 สภาวะสมดุลและความสัมพันธ์ทางจลศาสตร์ของคาน



ภาพที่ 1.2 การเสียรูปของคานเนื่องจากแรงดัดตามทฤษฎี Euler-Bernoulli

ทฤษฎีคานโดย Euler กับ Bernoulli (1705) เป็นทฤษฎีที่ได้รับความนิยมนำมาใช้ ในการจำลองการเสียรูปของโครงสร้างคานเนื่องจากแรงดัด โดยไม่คำนึงถึงการเสียรูปเนื่องจากแรงเฉือน และมีสมมุติฐานว่าหน้าตัดหลังการเสียรูปยังมีลักษณะเดิมก่อนการเสียรูปและตั้งฉากกับแนวแกนของคาน โดยมีลักษณะก่อนและหลังการเสียรูปดังที่แสดงในภาพที่ 1.2 ต่อมา Timoshenko (1921) ได้ปรับปรุงแบบจำลองคานของ Euler-Bernoulli โดยได้เพิ่มการพิจารณาผลอันเกิดจากการเสียรูปเนื่องจากแรงเฉือน โดยมีสมมุติฐานคือ หน้าตัดหลังการเสียรูปยังมีลักษณะเดิมก่อนการ

เสียรูป แต่ไม่ตั้งฉากกับแนวแกนของคานอีกต่อไป เนื่องมาจากการหมุนของหน้าตัดคานไม่ได้เกิดจากผลของการดัดเท่านั้น แต่ยังมีผลมาจากการเสียรูปเนื่องจากแรงเฉือน ดังแสดงในภาพที่ 1.3

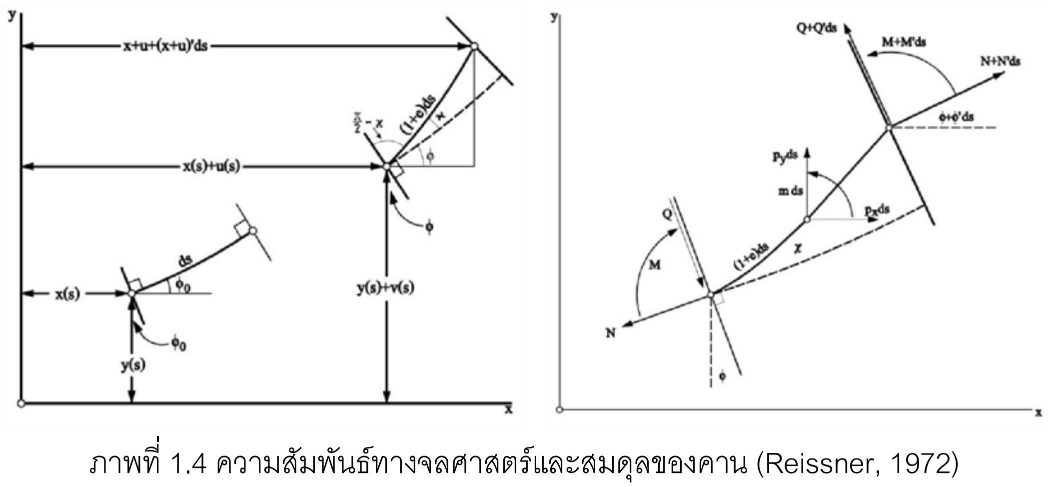


ทเ าร

เสี

มี

สม



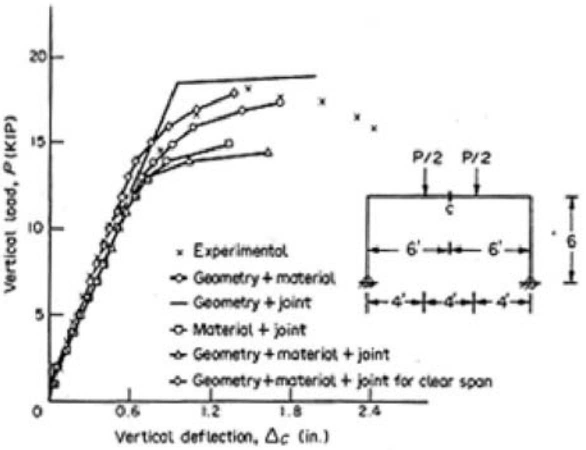
ภาพที่ 1.4 ความสัมพันธ์ทางจลศาสตร์และสมดุลของคาน (Reissner, 1972)

E. Reissner ได้ทำการพิสูจน์สมการความสัมพันธ์แบบไม่เชิงเส้นระหว่างความเครียดและการกระจัดที่สอดคล้องกับสมการสมดุลจริงของแรงและโมเมนต์โดยใช้หลักการงานสมมติ (Principle of virtual work) ซึ่งพิจารณาผลของการเสียรูปเนื่องจากแรงเฉือน ในงานวิจัยยังได้แสดงตัวอย่างการประยุกต์ใช้สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการกระจัดในการพิสูจน์หาสมการ

การโก่งเดาะของคานโค้งรัศมีวงกลม (Circular Rings) ซึ่งต่อมา E. Reissner (1981) ได้มีการนำเสนอทฤษฎีนี้เพิ่มเติมสำหรับโครงสร้างคาน 3 มิติ

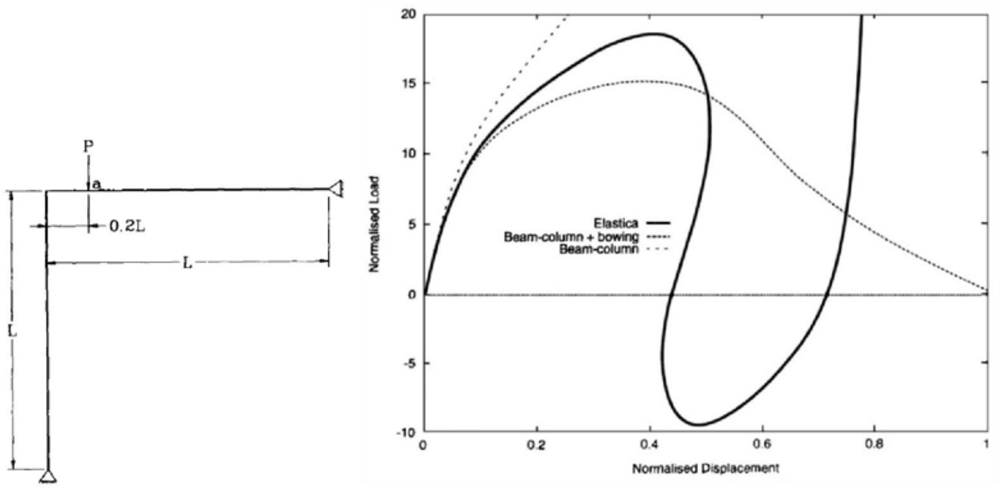
1.1.2 **การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นของโครงข้อแข็ง**

Metwally และ Chen (1989) เสนอการวิเคราะห์พฤติกรรมไร้เชิงเส้นของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยพิจารณาผลของความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต ความไร้เชิงเส้นทางวัสดุ และความยืดหยุ่นของข้อต่อ (Joint Flexibility) ผลของความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตพิจารณาด้วยการปรับปรุงสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนที่คำนึงถึงผลของแรงตามแนวแกน และปรับปรุงตำแหน่งของจุดต่อเมื่อจบรอบการคำนวณ ความไร้เชิงเส้นทางวัสดุใช้วิธีการวิเคราะห์หน้าตัดเพื่อหาค่าความแข็งเกร็งเชิงดัดและค่าความแข็งเกร็งแนวแกนที่เปลี่ยนไป โดยใช้แบบจำลองคอนกรีตของ Yu และ Soliman (1967) และแบบจำลองเหล็กเสริมใช้แบบอีลาสติก-พลาสติก ความยืดหยุ่นของข้อต่อใช้การจำลองสปริงต้านทานการหมุน (Rotational Spring) ที่ตำแหน่งข้อต่อ โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก 1 ชั้นแบบเหนียว (Ductile Frame) และแบบเปราะ (Brittle Frame) ถูกนำมาวิเคราะห์ด้วยข้อสมมติฐานต่างๆและเปรียบเทียบกับผลการทดสอบในอดีตดังภาพที่ 1.5 ได้ผลสรุปว่า การพิจารณาผลจากความไร้เชิงเส้นทางวัสดุมีผลต่อพฤติกรรมโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กมากที่สุด ส่วนผลของความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตจะมีผลมากในกรณีที่โครงสร้างรับแรงกระทำด้านข้าง



ภาพที่ 1.5 การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์บนข้อสมมติฐานต่างๆ เทียบกับผลการทดสอบในอดีต (Metwally และ Chen, 1989)

J. Petrolito และ K. A. Legge (1995) ได้นำเสนอวิธีการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงสร้างแบบโครงข้อแข็ง 2 มิติ โดยไม่คิดผลของการเสียรูปเนื่องจากแรงเฉือนและไม่พิจารณาความไร้เชิงเส้นทางวัสดุ ใช้การแบ่งย่อยหนึ่งเอลิเมนต์ต่อหนึ่งชิ้นส่วน ในงานวิจัยชิ้นนี้ผู้วิจัยเสนอทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์ทั้งหมด 3 ทฤษฎี ทฤษฎีแรกคือเอ็กซ์เทนซิ-เบิลอีลาสติกา (Extensible elastica) เป็นทฤษฎีที่ใช้ในการจำลองพฤติกรรมของชิ้นส่วนทั้งชิ้น โดยพิจารณาผลของการกระจัดและความเครียดที่มีค่ามาก (large displacement and large strain) และสภาวะสมดุลที่เกิดขึ้นจริงโดย ทฤษฎีที่สองคือทฤษฎีคาน-เสาโดยพิจารณาการโก่งตัวของชิ้นส่วน (Beam-column with bowing theory) โดยสมมติว่าการกระจัดและความเครียดมีค่าน้อย และผลของความเครียดตามแนวแกนมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความเครียดที่เกิดจากการโก่งตัว ทฤษฎีที่สามทฤษฎีคาน-เสาซึ่งไม่พิจารณาการโก่งตัวของชิ้นส่วน (Beam-column theory) คือไม่พิจารณาผลของความเครียดในแนวแกนจากการโก่งตัวของคาน ทฤษฎีสองและสามใช้การประมาณค่าของสมการสมดุล แล้วนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์ของแต่ละทฤษฎีมาเปรียบเทียบกันโดยใช้ตัวอย่างจากการวิจัยที่ผ่านมา ดังตัวอย่างที่แสดงในภาพที่ 1.6

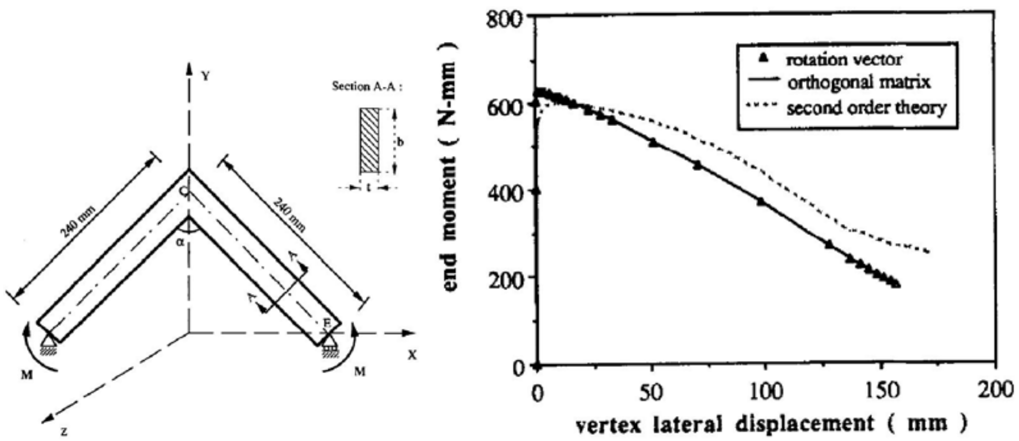


ภาพที่ 1.6 ตัวอย่างโครงข้อแข็งและผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบ

(Petrolito และ Legge, 1995)

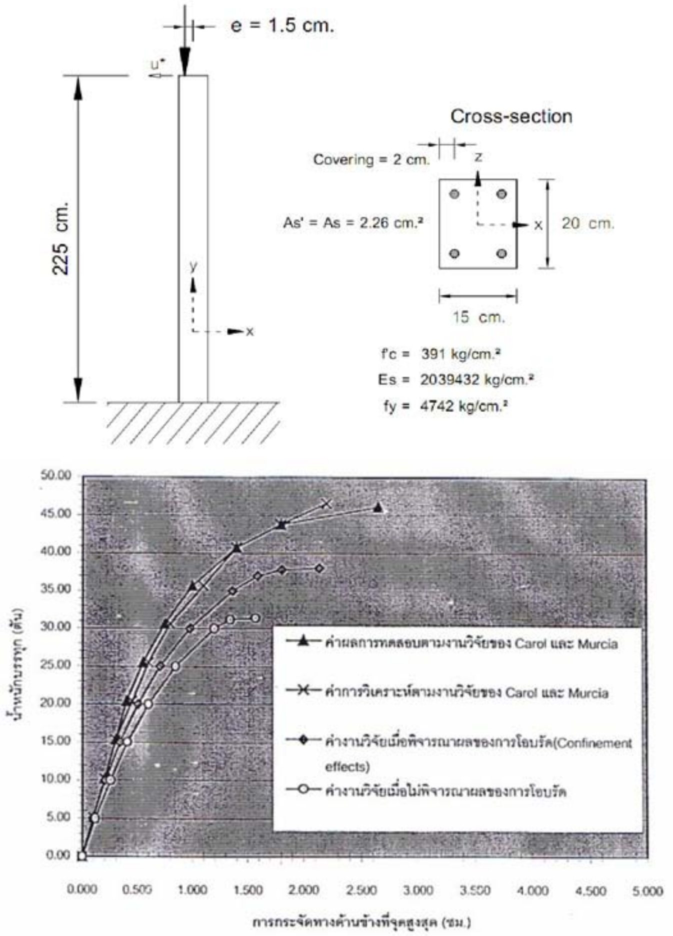
A. Ibrahimbegovic และคณะ (1995) ได้นำเสนองานวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตของคาน 3 มิติ ศึกษาพฤติกรรมก่อนและหลังการโก่งเดาะของโครงสร้างโดยใช้แบบจำลองโครงสร้างคานตามทฤษฎีของ E. Reissner ซึ่งแบบจำลองดั้งเดิมที่ Reissner นำเสนอมีการจำกัดการหมุนโดยใช้การประมาณลำดับสองของการหมุน (Second-order approximation of finite rotations) ต่อมาได้มีผู้นำแบบจำลองของ Reissner ไปพัฒนาต่อโดย Simo กับ Vu-Quoc (1986) และ Cardona กับ Geradin (1988) ซึ่งมีความแตกต่างที่การเลือกใช้

พารามิเตอร์ในการจำลองการหมุนแทนการประมาณลำดับสองของ Reissner ซึ่งคือ Orthogonal matrix parameterization, Rotation vector parameterization ตามลำดับ แล้วทำการวิเคราะห์เปรียบเทียบกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการกระจัดกับตัวอย่างจากผลการวิจัยในอดีต ผลที่ได้สรุปว่าการใช้แบบจำลองไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตโดยการเลือกใช้พารามิเตอร์ของ Simo กับ Vu-Quoc (1986) และ Cardona กับ Geradin (1988) ผลที่ได้ไม่มีความแตกต่างกัน ส่วนการวิเคราะห์โดยใช้การประมาณลำดับสองของการหมุนตาม Reissner สามารถใช้หาค่าวิกฤตได้ดี แต่ค่าที่ได้หลังการเกิดการโก่งเดาะไม่ได้ผลดีเท่าสองวิธีแรก ตัวอย่างและผลการวิเคราะห์แสดงในภาพที่ 1.7



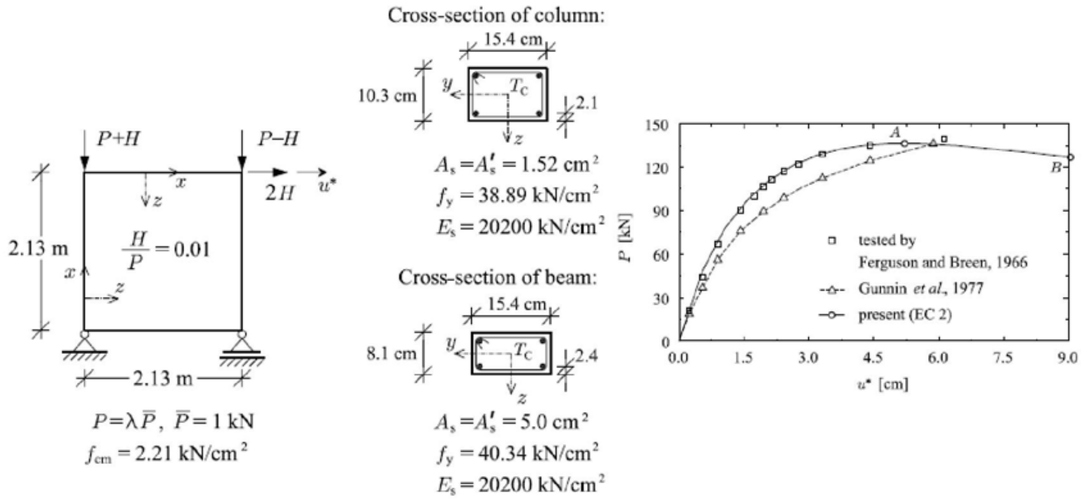
ภาพที่ 1.7 ตัวอย่างโครงข้อแข็งและผลการวิเคราะห์ (Ibrahimbegovic และคณะ, 1995)

Kochan (1999) ได้นำเสนองานวิจัยเกี่ยวกับหลักการวิเคราะห์อินอีลาสติกอันดับที่สองของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กโดยคำนึงถึงผลของการโอบรัดคอนกรีตของเหล็กปลอก ความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตขององค์อาคารถูกพิจารณาโดยใช้สติฟเนสเมทริกซ์ไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตซึ่งคำนึงถึงผลของแรงในแนวแกน ส่วนความไม่เชิงเส้นทางวัสดุจะพิจารณาจากวิธีวิเคราะห์หน้าตัดแล้วใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องตรงกลางในการหาค่า EA และ EI เพื่อนำไปปรับปรุงสติฟเนสของโครงสร้าง การแก้สมการเชิงเส้นหลายตัวแปรใช้วิธีนิวตัน-ราฟสันและเมตริกซ์สติฟเนสสัมผัส ตรวจสอบการลู่เข้าหาคำตอบกระทำโดยการตรวจสอบค่ายูคลิเดียนนอร์มให้ได้ต่ำกว่าค่าที่กำหนด และใช้วิธีเพิ่มน้ำหนักขึ้นเรื่อยๆจนเสถียรภาพของโครงสร้างหมดไป จากตัวอย่างที่ทำการศึกษา พบว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นตามวิธีการที่เสนอ สามารถวิเคราะห์หาค่าน้ำหนักบรรทุกสูงสุดได้ในระดับประมาณร้อยละ 80 เมื่อเทียบกับผลการทดสอบที่ผ่านมา นอกจากนี้โปรแกรมยังสามารถแสดงผลค่าการกระจัดและค่าน้ำหนักบรรทุกสูงสุดได้สูงขึ้นเมื่อพิจารณาผลของการโอบรัดของเหล็กปลอกหรือเมื่อลดระยะห่างของเหล็กปลอกลง ตัวอย่างที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์แสดงในภาพที่ 1.8



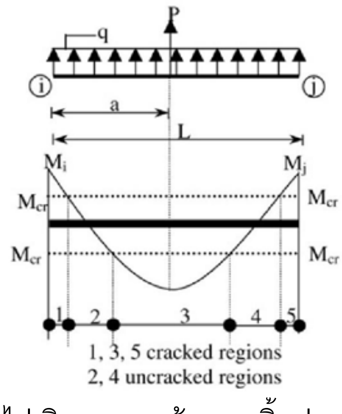
ภาพที่ 1.8 ตัวอย่างโครงข้อแข็งและผลการวิเคราะห์ (Kochan, 1999)

M. Saje และคณะ (2004) ได้นำเสนองานวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทั้งทางเรขาคณิตและทางวัสดุของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กในระนาบ 2 มิติ โดยได้พัฒนาสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นส่วนขึ้นมาใหม่สำหรับการวิเคราะห์ความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและวัสดุสำหรับโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งเลือกใช้แบบจำลองไฟเบอร์เพื่อพิจารณาผลของความไม่เชิงเส้นทางวัสดุโดยที่ไม่พิจารณาความคืบและการหดตัวของคอนกรีต ทฤษฎีคานของ E. Reissner (1972) ได้ถูกนำมาใช้ในการพิสูจน์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยที่พฤติกรรมของคอนกรีตในช่วงแรงอัดและดึงของคอนกรีตที่นำมาวิเคราะห์ใช้แบบจำลองกฎวัสดุที่นำเสนอช่วงการอ่อนตัวลง(Strain-softening branch)ของยูโรโคดสอง (Eurocode 2, 1999) และของ Desayi และ Krishnan (1964) ผลการวิเคราะห์ที่ได้เมื่อเทียบกับงานวิจัยในอดีตมีความใกล้เคียงดังตัวอย่างที่แสดงในภาพที่ 1.9 งานวิจัยนี้แสดงให้เห็นถึงความยุ่งยากซับซ้อนในการติดตามพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก



ภาพที่ 1.9 ตัวอย่างโครงข้อแข็งและผลการวิเคราะห์ (Saje และคณะ, 2004)

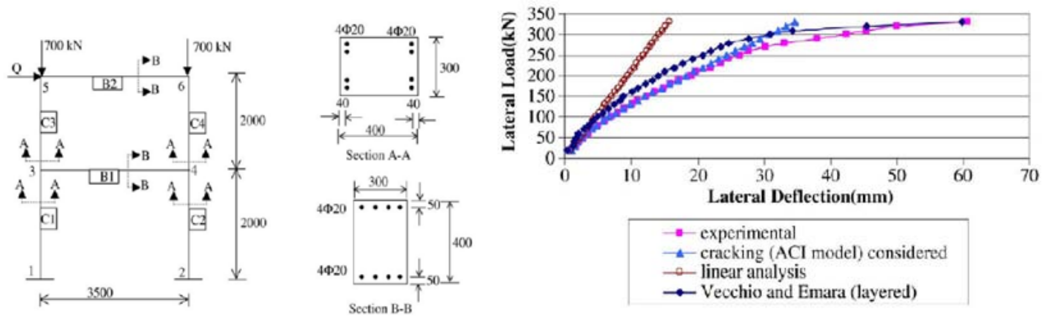
C. Dundar และ I.F. Kara (2007) ได้นำเสนอการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นของโครงสร้างแบบโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก 3 มิติ และพิจารณาการลดลงของโมเมนต์อินเนอร์เชียและโมดูลัสแรงเฉือนของหน้าตัดอันเนื่องมาจากการแตกร้าวของชิ้นส่วนคานและเสา โดยใช้แบบจำลองโมเมนต์อินเนอร์เชียประสิทธิผลของ American Concrete Institute (ACI), Comite Euro-International du Beton (CEB) และ Probability-based ส่วนแบบจำลองโมดูลัสแรงเฉือนประสิทธิผลเลือกใช้จากงานวิจัยในอดีตของ Yuzugullu และ Schnobrich (1973), Cedolin และ dei Poli (1977) และของ Al-Mahaidi (1978) และจากค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียและโมดูลัสแรงเฉือนที่เปลี่ยนแปลงไม่คงที่ตลอดความยาวของชิ้นส่วนดังภาพที่ 1.10



ภาพที่ 1.10 ช่วงการเกิดและไม่เกิดการแตกร้าวของชิ้นส่วน (Dundar และ Kara, 2007)

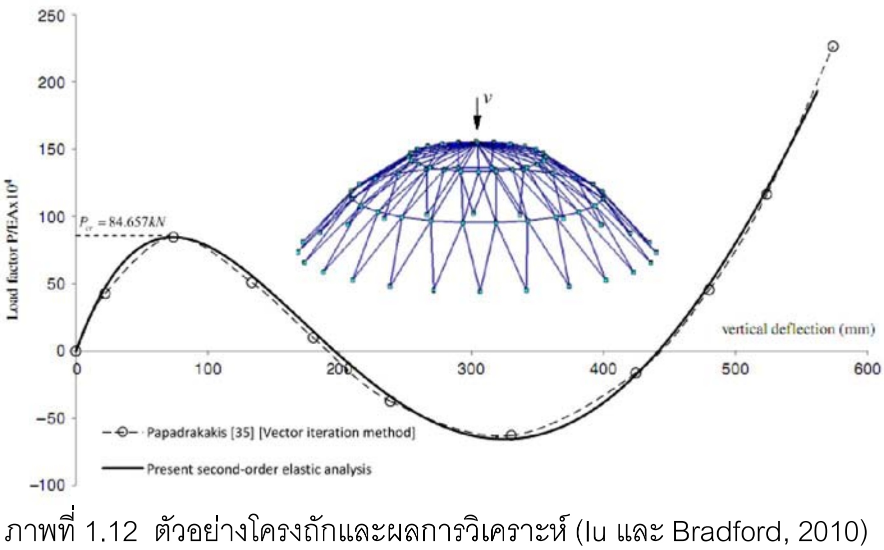
แล้วทำการอินทีเกรตหาค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียและโมดูลัสแรงเฉือนของทั้งชิ้นส่วนเพื่อนำไปหาสติฟเนสเมทริกซ์ของโครงสร้าง แล้วนำผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงกระทำแนวดิ่งและแรงด้านข้างมาเปรียบเทียบกันระหว่างการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นโดยไม่คิดผล

ของการแตกร้าวและคิดผลของการแตกร้าวรวมถึงผลการวิเคราะห์และทดสอบจากงานวิจัยในอดีต ดังแสดงในภาพที่ 1.11



ภาพที่ 1.11 ตัวอย่างโครงข้อแข็งและผลการวิเคราะห์ (Dundar และ Kara, 2007)

C.K. Iu และ M.A. Bradford (2010) ได้นำเสนอการวิเคราะห์โครงสร้างไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตอันดับที่สองแบบ 3 มิติ โดยให้คุณสมบัติของวัสดุอยู่ในช่วงอีลาสติก ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งจำลองหนึ่งเอลิเมนต์ต่อหนึ่งชิ้นส่วน ผู้วิจัยได้นำเสนอสูตรด้วยวิธีอัพเดตลากรานเจียน (Updated Lagrangian) ในการแก้ปัญหาความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงสร้างซึ่งเกิดจากผลของการหมุนและการกระจัดที่จุดต่อโดยการสะสมค่าพิกัดที่จุดต่อที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งอิทธิพลของแรงในแนวแกนบนชิ้นส่วนที่เกิดการโก่งต่อสติฟเนสของชิ้นส่วนได้ถูกนำมาพิจารณา ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้ทำการวิเคราะห์และติดตามพฤติกรรมไร้เชิงเส้นก่อนและหลังการโก่งเดาะของโครงสร้างทั้งแบบโครงข้อแข็งและแบบโครงถัก โดยใช้วิธีการเชิงตัวเลขความยาวส่วนโค้ง (Arc-length method) ผลการวิเคราะห์ดังภาพที่ 1.12 ที่ได้มีความใกล้เคียงเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับผลการวิจัยในอดีต



ภาพที่ 1.12 ตัวอย่างโครงถักและผลการวิเคราะห์ (Iu และ Bradford, 2010)

1.2 วัตถุประสงค์

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ดังต่อไปนี้

1.) เพื่อศึกษาพฤติกรรมและการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กที่ชิ้นส่วนเกิดการแตกร้าวขณะรับน้ำหนักบรรทุกจนถึงจุดวิบัติ

2.) พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิเคราะห์และทำนายพฤติกรรมของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กที่ชิ้นส่วนเกิดการแตกร้าว รวมถึงพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองดังกล่าว

3.) เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ตัวอย่างจากงานวิจัยในอดีต และศึกษาผลของความชะลูดที่มีต่อพฤติกรรมโครงข้อแข็งแบบพอร์ทัล (Portal frame) คอนกรีตเสริมเหล็ก

1.3 ขอบเขตงานวิจัย

ขอบเขตของงานวิจัยนี้ประกอบด้วย

1.) พิจารณาโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงกระทำแบบสถิต และกำหนดแรงกระทำเฉพาะที่ข้อต่อเท่านั้น

2.) กำหนดให้ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น (Modulus of elasticity) ของโครงสร้างมีค่าคงที่อยู่ในช่วงอีลาสติก

3.) พิจารณาหน้าตัดบนสมมติฐานที่ว่า หน้าตัดยังคงเป็นระนาบและตั้งฉากกับแกนอ้างอิงหลังการเสียรูป

4.) โมเมนต์อินเนอร์เชียประสิทธิผลของหน้าตัดที่เกิดการแตกร้าวเนื่องจากแรงดัดคำนวณตามมาตรฐาน ACI 318-2005

บทที่ 2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

บทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตที่พิจารณาการแตกร้าวในชิ้นส่วนร่วมด้วย โดยจะแบ่งหัวข้อออกเป็น 4 หัวข้อหลักๆ คือ 1.) การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงข้อแข็ง 2.) การพิจารณาชิ้นส่วนที่เกิดการแตกร้าวในโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก 3.) ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับแก้ปัญหาไร้เชิงเส้น 4.) การตรวจสอบหาจุดวิกฤติของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

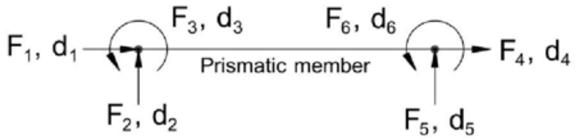
2.1 การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงข้อแข็ง 2 มิติ

ในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบโครงข้อแข็งที่ชิ้นส่วนมีความชะลูดน้อย การใช้วิธีวิเคราะห์แบบเชิงเส้นทางเรขาคณิตอาจจะมีความถูกต้องเพียงพอในระดับหนึ่งที่จะสามารถคาดคะเนพฤติกรรมของโครงสร้างนั้นๆได้ แต่สำหรับโครงสร้างที่มีความชะลูดมาก การใช้วิธีวิเคราะห์แบบเชิงเส้นนั้นอาจจะไม่เพียงพอ ทั้งนี้เนื่องจากการกระจัดของโครงสร้างจะทำให้แรงภายในมีค่ามากขึ้น ซึ่งโดยทั่วไปมักเรียกว่าเป็นผลที่เกิดจากพีเดลต้า (P-Delta Effect) จึงจำเป็นจะต้องใช้วิธีการวิเคราะห์โครงสร้างแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต เพื่อที่จะสามารถคาดคะเนพฤติกรรมของโครงสร้างได้ดียิ่งขึ้น

ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันมีการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์โครงข้อแข็งแบบไร้เชิงเส้นมากมาย การวิเคราะห์โครงสร้างแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตโดยใช้สภาวะสมดุลและความสัมพันธ์ทางจลศาสตร์ค่าจริงตามทฤษฎี (Exact kinematic and equilibrium relationships) ถูกนำมาใช้อธิบายการหมุนและการกระจัดที่มีค่ามาก ถึงแม้ทฤษฎีดังกล่าวจะสามารถจำลองพฤติกรรมไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงสร้างได้อย่างใกล้เคียงสมจริง แต่ก็มีความยุ่งยากและสิ้นเปลืองเวลาในการวิเคราะห์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งหากโครงสร้างที่นำมาวิเคราะห์มีขนาดใหญ่และมีความซับซ้อน ดังนั้นเพื่อความเหมาะสม บทความชิ้นนี้จึงใช้ค่าประมาณของสภาวะสมดุลและความสัมพันธ์ทางจลศาสตร์ โดยมีสมมติฐานว่าการกระจัดและความเครียดที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยแต่ไม่ถึงกับน้อยมากๆ (Small but not infinitesimally small) ซึ่งให้ผลลัพธ์ที่ดีเพียงพอและไม่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากเกินไป

หัวข้อถัดไปจะอธิบายถึงการพิสูจน์หาสติฟเนสของชิ้นส่วนรับแรงกระทำที่จุดปลายดังแสดงในภาพที่ 2.1 สำหรับการวิเคราะห์ความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตที่ใช้ในงานวิจัยนี้ โดยสมมติ

ให้พฤติกรรมทางวัสดุของโครงสร้างยังอยู่ในช่วงอีลาสติก ซึ่งจะพิสูจน์อยู่บนหลักการไฟไนต์เอลิเมนต์ตามทฤษฎีพลังงาน (Chen และ Lui, 1991)



ภาพที่ 2.1 ชิ้นส่วนเฟรมภายใต้แรงกระทำและการกระจัดที่จุดปลาย

เราจะสามารถหาสติฟเนสขององค์อาคารได้โดยเริ่มต้นจากสมการพลังงานศักย์รวม (Total Potential Energy, π) ดังนี้

$$\pi = U + W \tag{2.1}$$

โดยที่ U คือพลังงานความเครียด (Strain Energy) ดังนี้

$$U = \int_V \int_\varepsilon \sigma d\varepsilon dV = \int_0^L \int_A \int_\varepsilon \sigma d\varepsilon dA dx \tag{2.2}$$

เมื่อ σ = ความเค้นในแนวแกน

ε = ความเครียดในแนวแกน

V = ปริมาตรขององค์อาคาร

A = พื้นที่ของหน้าตัด

L = ความยาวในแนวแกนขององค์อาคาร

ขณะที่ W คือ พลังงานศักย์ (Potential Energy) ดังนี้

$$W = -\sum_{i=1}^{6} F_i d_i = \left[d \right] \left\{ F \right\} \tag{2.3}$$

เมื่อ F_i = แรงกระทำที่ปลาย

d_i = การกระจัดที่ปลาย

เมื่อพิจารณาวัสดุในช่วงอีลาสติกเชิงเส้น (Linear Elastic) จากกฎของฮุค (Hooke's Law)

$$\sigma = E\varepsilon \tag{2.4}$$

เมื่อ E = โมดูลัสยืดหยุ่น

แทนสมการ (2.4) ลงไปในสมการ (2.2) แล้วทำการอินทิเกรต จะได้

$$U = \frac{E}{2} \int_0^L \int_A \varepsilon^2 dA dx \tag{2.5}$$

ในการวิเคราะห์ความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตนั้น สามารถเขียนความสัมพันธ์ของความเครียดและการกระจัด (Strain-Displacement relationship) ได้ดังนี้

$$\varepsilon = \varepsilon_a + \kappa y \tag{2.6}$$

โดยที่ความเครียดในแนวแกน ε_a มีความสอดคล้องกับเทนเซอร์ความเครียดของกรีน (Green's strain tensor) ดังนี้

$$\varepsilon_a = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dx}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \tag{2.7}$$

ซึ่งพจน์สุดท้ายของสมการที่ 2.6 คือความเครียดในแนวแกนเนื่องจากแรงดัด โดยที่ κ คือ ค่าของความโค้ง (Curvature) ของหน้าตัด ดังนี้

$$\kappa = -\frac{d^2w}{dx^2} \tag{2.8}$$

เมื่อ u = การกระจัดในแนวแกน

w = การกระจัดในแนวตั้งฉากกับแนวแกน

เนื่องจากการกระจัดในแนวแกนมีค่าน้อย ดังนั้นพจน์ที่สองของสมการความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการกระจัด (สมการที่ 2.7) ซึ่งอยู่ในรูปกำลังสองของ $\frac{du}{dx}$ สามารถตัดทิ้งได้เนื่องจากมีค่าน้อยมาก จะเขียนสมการความสัมพันธ์ได้เป็น

$$\varepsilon_a = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \tag{2.9}$$

แทนสมการ (2.6), (2.7) และ (2.8) ลงในสมการที่ (2.5) จะได้เป็น

$$U = \frac{E}{2}\int_0^L\int_A \left[\frac{du}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 - y\frac{d^2w}{dx^2}\right]^2 dA\,dx$$

$$U = \frac{E}{2}\int_0^L\int_A \left[\frac{du}{dx} + \frac{du}{dx}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 - 2y\frac{du}{dx}\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right) - y\left(\frac{dw}{dx}\right)^2\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{dw}{dx}\right)^4 + y^2\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2\right] dA\,dx$$

แล้วทำการอินทีเกรตพื้นที่หน้าตัด โดยที่ $\int_A dA = A$, $\int_A y^2 dA = I$ และ $\int_A y\,dA = 0$ แล้วจะได้

$$U = \frac{E}{2}\int_0^L \left[A\left(\frac{du}{dx}\right)^2 + A\frac{du}{dx}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 + \frac{A}{4}\left(\frac{dw}{dx}\right)^4 + I\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2\right] dx \tag{2.10}$$

จากหลักการหยุดนิ่งของพลังงานศักย์รวม (Principle of Stationary Total Potential Energy) สภาวะสมดุลเกิดจากการแปรเปลี่ยนอันดับแรกของพลังงานศักย์รวม (π) มีค่าเท่ากับศูนย์

$$\delta\pi = \delta(U+W) = \delta U + \delta W = 0 \tag{2.11}$$

โดยที่

$$\delta U = \frac{E}{2}\int_0^L \left[2A\left(\frac{du}{dx}\right)\delta\left(\frac{du}{dx}\right) + 2A\left(\frac{du}{dx}\right)\left(\frac{dw}{dx}\right)\delta\left(\frac{dw}{dx}\right) + A\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \delta\left(\frac{du}{dx}\right) + \frac{4A}{4}\left(\frac{dw}{dx}\right)^3 \delta\left(\frac{dw}{dx}\right) + 2I\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)\delta\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)\right]dx \tag{2.12}$$

และ

$$\delta W = \delta\left(\left[d\right]\left\{F\right\}\right) \tag{2.13}$$

ในหลักการไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อที่จะสร้างเมทริกซ์สติฟเนส จำเป็นต้องทำการสมมติลักษณะการกระจายของค่าการกระจัด $u(x)$ และ $w(x)$ ก่อนดังนี้

$$u(x) = a_0 + a_1 x \tag{2.14}$$

$$w(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 \tag{2.15}$$

จากเงื่อนไขที่จุดต่อ คือ

$$u_{x=0} = d_1$$

$$u_{x=L} = d_4$$

$$w_{x=0} = d_2$$

$$w_{x=L} = d_5$$

$$\left.\frac{dw}{dx}\right|_{x=0} = d_3$$

$$\left.\frac{dw}{dx}\right|_{x=L} = d_6$$

จะสามารถเขียนสมการลักษณะการกระจายของค่าการกระจัด $u(x)$ และ $w(x)$ ให้อยู่ในรูปแบบของตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อได้ดังนี้

$$u(x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right)d_1 + \frac{x}{L}d_4 \tag{2.16}$$

$$w(x)=\left(1-\frac{3x^2}{L^2}+\frac{2x^3}{L^3}\right)d_2+\left(-x+\frac{2x^2}{L}-\frac{x^3}{L^2}\right)d_3+\left(\frac{3x^2}{L^2}-\frac{2x^3}{L^3}\right)d_5+\left(\frac{x^2}{L}-\frac{x^3}{L^2}\right)d_6 \quad (2.17)$$

สามารถเขียนในรูปของสัญลักษณ์เมทริกซ์ได้เป็น

$$u(x)=\left[N_u\right]\left\{d_u\right\} \quad (2.18)$$

$$w(x)=\left[N_w\right]\left\{d_w\right\} \quad (2.19)$$

โดยที่ $\boldsymbol{N_u}$ และ $\boldsymbol{N_w}$ แทนฟังก์ชั่นรูปร่าง (shape function) ดังนี้

$$N_u(x)=\left[\left(1-\frac{x}{L}\right) \quad \frac{x}{L}\right] \quad (2.20)$$

$$N_w(x)=\left[\left(1-\frac{3x^2}{L^2}+\frac{2x^3}{L^3}\right) \quad \left(-x+\frac{2x^2}{L}-\frac{x^3}{L^2}\right) \quad \left(\frac{3x^2}{L^2}-\frac{2x^3}{L^3}\right) \quad \left(\frac{x^2}{L}-\frac{x^3}{L^2}\right)\right] \quad (2.21)$$

และ $\left\{\boldsymbol{d_u}\right\}$ และ $\left\{\boldsymbol{d_w}\right\}$ แทนการกระจัดที่จุดปลาย ดังนี้

$$\left\{d_u\right\}=\left[d_1 \quad d_4\right]^T \quad (2.22)$$

$$\left\{d_w\right\}=\left[d_2 \quad d_3 \quad d_5 \quad d_6\right]^T \quad (2.23)$$

ดังนั้น

$$\frac{du}{dx}=\left[\frac{dN_u}{dx}\right]\left\{d_u\right\}=\left[d_u\right]\left\{\frac{dN_u}{dx}\right\} \quad (2.24)$$

$$\frac{dw}{dx}=\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\left\{d_w\right\}=\left[d_w\right]\left\{\frac{dN_w}{dx}\right\} \quad (2.25)$$

$$\frac{d^2w}{dx^2}=\left[\frac{d^2N_w}{dx^2}\right]\left\{d_w\right\}=\left[d_w\right]\left\{\frac{d^2N_w}{dx^2}\right\} \quad (2.26)$$

$$\delta\left(\frac{du}{dx}\right)=\left[\frac{dN_u}{dx}\right]\delta\left\{d_u\right\} \quad (2.27)$$

$$\delta\left(\frac{dw}{dx}\right)=\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\delta\left\{d_w\right\} \quad (2.28)$$

$$\delta\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)=\left[\frac{d^2N_w}{dx^2}\right]\delta\left\{d_w\right\} \quad (2.29)$$

เมื่อแทนสมการที่ (2.24) ถึงสมการที่ (2.29) ลงในสมการที่ (2.12) แล้ว จะได้

$$\delta U = \frac{E}{2}\int_0^L \left[2A\left(\left[\frac{dN_u}{dx}\right]\{d_u\}\right)\left(\left[\frac{dN_u}{dx}\right]\delta\{d_u\}\right) \right.$$
$$+2A\left(\left[\frac{dN_u}{dx}\right]\{d_u\}\right)\left(\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\{d_w\}\right)\left(\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\delta\{d_w\}\right)$$
$$+A\left(\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\{d_w\}\right)^2\left(\left[\frac{dN_u}{dx}\right]\delta\{d_u\}\right)+A\left(\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\{d_w\}\right)^3\left(\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\delta\{d_w\}\right)$$
$$\left. +2I\left(\left[\frac{d^2N_w}{dx^2}\right]\{d_w\}\right)\left(\left[\frac{d^2N_w}{dx^2}\right]\delta\{d_w\}\right)\right]dx \tag{2.30}$$

แล้วแทนสมการที่ (2.30) และ (2.13) ลงในสมการ (2.11) ได้เป็น

$$\frac{E}{2}\int_0^L \left[2A\left(\left[\frac{dN_u}{dx}\right]\{d_u\}\right)\left(\left[\frac{dN_u}{dx}\right]\delta\{d_u\}\right) \right.$$
$$+2A\left(\left[\frac{dN_u}{dx}\right]\{d_u\}\right)\left(\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\{d_w\}\right)\left(\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\delta\{d_w\}\right)$$
$$+A\left(\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\{d_w\}\right)^2\left(\left[\frac{dN_u}{dx}\right]\delta\{d_u\}\right)+A\left(\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\{d_w\}\right)^3\left(\left[\frac{dN_w}{dx}\right]\delta\{d_w\}\right)$$
$$\left. +2I\left(\left[\frac{d^2N_w}{dx^2}\right]\{d_w\}\right)\left(\left[\frac{d^2N_w}{dx^2}\right]\delta\{d_w\}\right)\right]dx - \delta\left([d]\{F\}\right)=0 \tag{2.31}$$

ทำการอินทีเกรตตลอดความยาวของชิ้นส่วนและจัดรูปแบบสมการเมทริกซ์จะได้สมการดังนี้

$$\left([k]\{d\}-\{F\}\right)\delta\{d\}=0 \tag{2.32}$$

ซึ่งเมื่อ $\delta\{d\}$ เป็นค่าใดๆที่ไม่เท่ากับศูนย์จะได้

$$[k]\{d\}-\{F\}=0 \tag{2.33}$$

ซึ่ง $[k]$ คือ เอลิเมนต์เมทริกซ์เมื่อพิจารณาความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตที่นำเสนอโดย Mallett และ Marcal (1968) และสามารถจัดรูปได้เป็นเมทริกซ์สามพจน์ คือ

$$[k]=[k_0]+\frac{EA}{2}[k_1]+\frac{EA}{3}[k_2] \tag{2.34}$$

Mallett และ Marcal (1968) ยังได้นำเสนอ เอลิเมนต์เมทริกซ์สัมผัส (Tangent stiffness matrix) จากสมการที่ 2.33 โดยการแก้สมการอนุพันธ์ย่อย $\frac{\partial F}{\partial d}$ จะสามารถจัดรูปเอลิเมนต์เมทริกซ์ได้ดังนี้

$$[k]_T=[k_0]+EA[k_1]+EA[k_2] \tag{2.35}$$

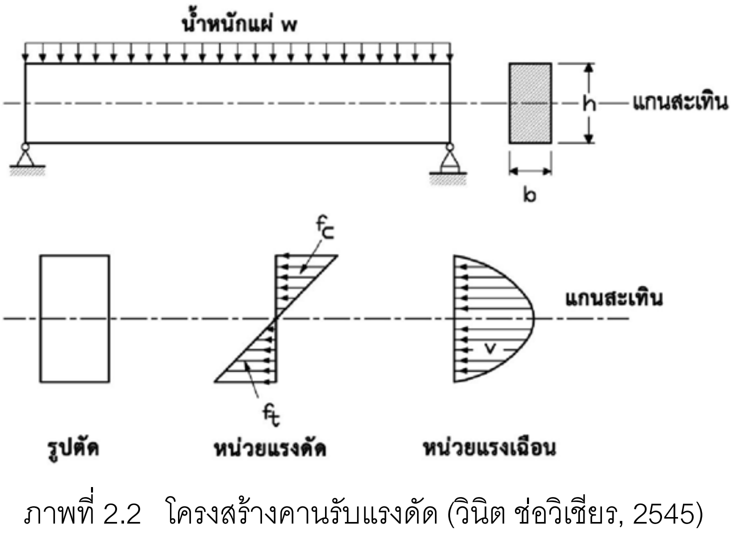
โดยที่ $[k_0]$ คือ เมทริกซ์ที่มีสมาชิกภายในเหมือนกับเอลิเมนต์เมทริกซ์สำหรับแก้ปัญหาเชิงเส้น $[k_1]$ คือ เมทริกซ์สมมาตรที่ประกอบไปด้วยพจน์กำลังหนึ่งของการกระจัด และ $[k_2]$ คือ เมทริกซ์สมมาตรที่ประกอบไปด้วยพจน์กำลังสองของการกระจัด รายละเอียดสมาชิกภายในของเอลิเมนต์เมทริกซ์ทั้งสามพจน์แสดงในภาคผนวก ก

2.2 การพิจารณาชิ้นส่วนที่เกิดการแตกร้าวในโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก

โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กประกอบไปด้วยวัสดุสองชนิด คือ คอนกรีตและเหล็ก ซึ่งจำลองให้พฤติกรรมของเหล็กมีหน้าที่รับแรงดึงเป็นหลักหรือในบางกรณีเหล็กสามารถช่วยรับแรงอัดได้ส่วนคอนกรีตจำลองให้ทำหน้าที่รับแรงอัดเพียงอย่างเดียว เนื่องจากคอนกรีตมีกำลังต้านทานแรงดึงที่ต่ำมาก เฉลี่ยประมาณ 10 เปอร์เซ็นต์ของกำลังต้านทานแรงอัดเท่านั้น นั่นคือคอนกรีตมีคุณสมบัติเปราะง่ายเมื่อรับแรงดึง การเกิดการแตกร้าวของคอนกรีตในบริเวณที่รับแรงดึงจึงสามารถเกิดขึ้นได้แม้ในขณะที่รับแรงใช้งาน ซึ่งจะส่งผลให้สติฟเนสของชิ้นส่วนมีค่าลดลงและเพิ่มขนาดของการเสียรูป ดังนั้นเพื่อความแม่นยำในการวิเคราะห์หาการกระจัดของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก จึงควรพิจารณาผลที่เกิดจากการแตกร้าวของชิ้นส่วนโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กด้วย

2.2.1 โมเมนต์อินเนอร์เชียของชิ้นส่วนเมื่อพิจารณาการแตกร้าว

การแตกร้าวในคอนกรีตเนื่องจากแรงดึงจะเกิดขึ้นเสมอเมื่อแรงดึงที่กระทำมีค่ามากกว่ากำลังต้านทานแรงดึงของคอนกรีต สำหรับชิ้นส่วนโครงสร้างที่รับแรงดัดดังเช่นคานในภาพที่ 2.2



ภาพที่ 2.2 โครงสร้างคานรับแรงดัด (วินิต ช่อวิเชียร, 2545)

เมื่อหน่วยแรงดึงในคอนกรีตที่ท้องคานมีค่าเท่ากับค่าโมดูลัสของการแตกร้าว คอนกรีตจะเริ่มร้าว โมเมนต์ดัดที่ทำให้คอนกรีตเริ่มร้าวเรียกว่า โมเมนต์ดัดแตกร้าว(Cracking moment, M_{cr}) ในการวิเคราะห์หาระดับของการแตกร้าวที่เกิดขึ้น อาจจะใช้โมเมนต์อินเนอร์เชียประสิทธิผลในระดับหน้าตัด (I_{eff}) ในการอธิบายพฤติกรรมของหน้าตัดรับโมเมนต์ดัดขณะเกิดการแตกร้าว ซึ่งในมาตรฐาน American Concrete Institute (ACI, 2005) ได้ให้สมการสำหรับ ค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียประสิทธิผล (I_{eff}) ที่หน้าตัดใดๆบนชิ้นส่วนขึ้นอยู่กับค่าโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น ดังนี้

เมื่อ $M \geq M_{cr}$,

$$I_{eff} = \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^3\right] I_{cr} \tag{2.36}$$

เมื่อ $M < M_{cr}$,

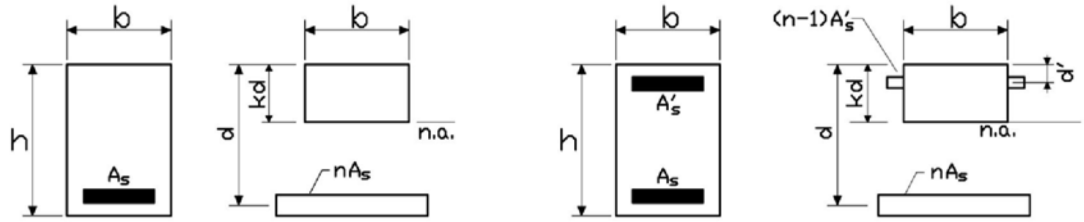
$$I_{eff} = I_g \tag{2.37}$$

เมื่อ I_g = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดเริ่มต้น

$= \dfrac{bh^3}{12}$ (สำหรับหน้าตัดสี่เหลี่ยม)

I_{cr} = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดเมื่อเกิดการแตกร้าว

โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดเมื่อเกิดการแตกร้าวสำหรับหน้าตัดคอนกรีตสี่เหลี่ยมเสริมเหล็กรับแรงดึงเพียงอย่างเดียวและเสริมเหล็กรับแรงอัด(ภาพที่ 2.3) สามารถหาได้ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 2.3 หน้าตัดแปลงไม่เสริมและเสริมเหล็กรับแรงอัด

สำหรับกรณีไม่เสริมเหล็กรับแรงอัด

$$I_{cr} = \frac{bk^3d^3}{3} + nA_s\left(d - kd\right)^2 \tag{2.38}$$

โดยที่

$$kd = \frac{\left(\sqrt{2dB+1} - 1\right)}{B} \tag{2.39}$$

สำหรับกรณีเสริมเหล็กรับแรงอัด

$$I_{cr}=\frac{bk^3d^3}{3}+nA_s\left(d-kd\right)^2+\left(n-1\right)A_s'\left(kd-d'\right)^2 \quad (2.40)$$

โดยที่

$$kd=\frac{\left[\sqrt{2dB\left(1+\frac{rd'}{d}\right)+\left(1+r\right)^2}-\left(1+r\right)\right]}{B} \quad (2.41)$$

$$r=\frac{\left(n-1\right)A_s'}{nA_s}$$

$$n=\frac{E_s}{E_c}$$

$$B=\frac{b}{nA_s}$$

เมื่อ A_s' = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงอัด

A_s = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงดึง

E_s = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็ก

E_c = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็ก

สำหรับการแตกร้าวในชิ้นส่วนเสาหรือคานรับแรงในแนวแกนกระทำร่วมด้วย ค่าโมเมนต์ดัดแตกร้าวอาจพิจารณาร่วมกับความเค้นที่เกิดขึ้นจากแรงตามแนวแกนสำหรับด้วย (Dundar และ Kara, 2007) ดังนี้

$$M_{cr}=\frac{\left(f_r+\sigma_v\right)}{y}I_g \quad (2.42)$$

เมื่อ σ_v = ความเค้นตามแนวแกน

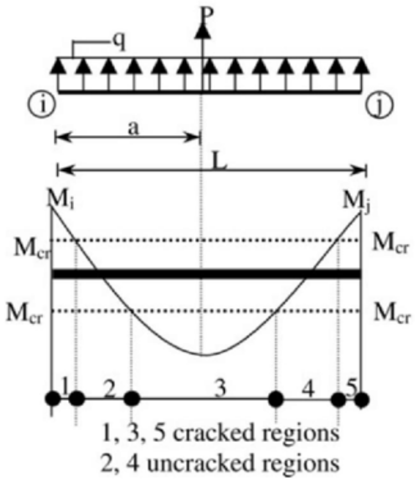
y = ระยะจากแกนศูนย์ถ่วงของหน้าตัดทั้งหมดที่ไม่คิดเหล็กเสริมไปยังขอบนอกสุดด้านรับแรงดึง

f_r = โมดูลัสของการแตกร้าวของคอนกรีต

= $2.0\sqrt{f_c'}$ (กก./ซม^2) สำหรับน้ำหนักคอนกรีตปกติตามมาตรฐาน ACI

ค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียที่ได้จากสมการที่ 2.36 และ 2.37 ข้างต้น เป็นค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียที่ระดับหน้าตัด (Section level) ใดๆบนชิ้นส่วน โดยขึ้นอยู่กับโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นที่หน้าตัดนั้นๆ ในระดับชิ้นส่วน (Element level) โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นจะแปรเปลี่ยนไปตามความยาวของ

ชิ้นส่วนดังแสดงในภาพที่ 2.4 ซึ่งอาจมีเพียงบางช่วงความยาวที่โมเมนต์ดัดมีค่าเกินโมเมนต์ดัดการแตกร้าว



ภาพที่ 2.4 ช่วงการเกิดและไม่เกิดการแตกร้าวของชิ้นส่วน (Dundar และ Kara, 2007)

ดังนั้นการหาค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียสำหรับชิ้นส่วนที่มีคุณสมบัติหน้าตัดคงที่ ดังที่ได้แสดงไว้ในภาพที่ 2.1 จึงหาโดยการเฉลี่ยค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดตลอดความยาวชิ้นส่วน ดังสมการต่อไปนี้

$$I_{(Member)} = \frac{\int_0^L I_{eff}(x)dx}{L} \tag{2.43}$$

2.2.2 การประมาณค่าอินทีกรัลของฟังก์ชันในชิ้นส่วน

ในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการอินทีกรัลฟังก์ชันใดๆ มีความจำเป็นจะต้องใช้การประมาณค่าอินทีกรัล (Numerical Integration) ซึ่งสามารถทำได้หลายวิธี หัวข้อนี้จะกล่าวถึงการประมาณค่าอินทีกรัลตามสมการที่ 2.43 ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้เลือกใช้การประมาณค่าอินทีกรัลแบบเกาส์ (Gauss quadrature) ซึ่งมีสมการพื้นฐานดังนี้

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} w_i f(x_i) \tag{2.44}$$

เมื่อทำการเปลี่ยนช่วงของการอินทีเกรตจาก -1 ถึง 1 เป็น 0 ถึงความยาวชิ้นส่วน L จะเขียนสมการการประมาณค่าอินทีกรัลได้ใหม่เป็น

$$\int_{0}^{L} f(x)dx \approx \frac{L}{2}\sum_{i=1}^{n} w_i f\left(\frac{L}{2}x_i + \frac{L}{2}\right) \tag{2.45}$$

เมื่อ n = จำนวนเทอมของฟังก์ชัน

x_i = ค่าตำแหน่งการอินทีเกรต

W_i = ค่าสัมประสิทธิ์สำหรับการอินทีเกรตที่ตำแหน่งใดๆ

ในที่นี้เลือกใช้จำนวนเทอมสำหรับการอินทีเกรตเท่ากับ 10 ซึ่งมีค่าตำแหน่งและสัมประสิทธิ์ แสดงในตารางที่ 2.1 ดังนี้

ตารางที่ 2.1 ค่าตำแหน่งและสัมประสิทธ์สำหรับการอินทีเกรต 10 จุด

x_i	W_i
-0.973906528 +0.973906528	0.066671344
-0.865063367 +0.865063367	0.149451349
-0.679409568 +0.679409568	0.219086363
-0.433395394 +0.433395394	0.269266719
-0.148874339 +0.148874339	0.295524225

ดังนั้น เมื่อนำสมการที่ 2.42 มาเขียนในรูปของการประมาณค่าอินทีกรัลแบบเกาส์ จะได้สมการดังนี้

$$I_{(Member)} = \frac{\int_0^L I_{eff}(x)dx}{L} \approx \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} w_i I_{eff}\left(\frac{L}{2}x_i + \frac{L}{2}\right) \tag{2.46}$$

2.3 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับปัญหาไร้เชิงเส้น

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการแก้ปัญหาแบบไร้เชิงเส้นมีด้วยกันหลายวิธีทั้งแบบทำซ้ำและไม่ทำซ้ำ เช่น วิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก (Load Control) วิธีควบคุมการกระจัด (Displacement Control) เป็นต้น ในงานวิจัยนี้จะขอนำเสนอระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับปัญหาไร้

เชิงเส้นด้วยวิธีการทำซ้ำ โดยใช้รูปแบบการคำนวณด้วยวิธีควบคุมการกระจัด ซึ่งมีรายละเอียดการคำนวณดังนี้

ค่าการเคลื่อนตัวในแต่ละรอบการคำนวณสามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$\left\{d_i\right\} = \left\{d_{i-1}\right\} + \sum_{j=1}^{n} \left\{\Delta_i^j\right\} \tag{2.47}$$

เมื่อ $\left\{d_i\right\}$ = การเคลื่อนที่ในรอบการคำนวณที่ i

$\left\{\Delta_i^j\right\}$ = การเคลื่อนที่ในรอบการทำซ้ำที่ j ของรอบการคำนวณที่ i

n = จำนวนรอบการทำซ้ำ ของรอบการคำนวณที่ i

การเคลื่อนที่ในรอบการทำซ้ำที่ j รอบการคำนวณที่ i สามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$\left\{K_i^{j-1}\right\}\left\{\Delta_i^j\right\} = \left\{dP_i^j\right\} + \left\{R_i^{j-1}\right\} \tag{2.48}$$

โดยที่

$$\left\{R_i^{j-1}\right\} = \left\{P_i^{j-1}\right\} - \left\{Q_i^{j-1}\right\} \tag{2.49}$$

$$\left\{dP_i^j\right\} = d\lambda_i^j \left\{P_{ref}\right\} \tag{2.50}$$

$$\left[K_i^{j-1}\right]\overline{\left\{\Delta_i^j\right\}} = \left\{P_{ref}\right\} \tag{2.51}$$

$$\left[K_i^{j-1}\right]\overline{\overline{\left\{\Delta_i^j\right\}}} = \left\{Q_i^{j-1}\right\} \tag{2.52}$$

$$\left\{\Delta_i^j\right\} = \overline{\overline{\left\{\Delta_i^j\right\}}} + d\lambda_i^j \overline{\left\{\Delta_i^j\right\}} \tag{2.53}$$

เมื่อ $\left\{dP_i^j\right\}$ = น้ำหนักบรรทุกที่กระทำในแต่ละรอบการทำซ้ำ

$\left\{d\lambda_i^j\right\}$ = พารามิเตอร์น้ำหนักบรรทุกในแต่ละรอบการทำซ้ำ

$\left\{R_i^j\right\}$ = แรงภายในหาจากผลรวมของแรงที่ปลายเอลิเมนต์ทั้งหมดจนถึงรอบทำซ้ำปัจจุบัน

$\left\{Q_i^j\right\}$ = แรงไม่สมดุลในแต่ละรอบการทำซ้ำ (Unbalance Force)

$\left\{P_i^j\right\}$ = แรงภายนอกรวมทั้งหมดจนถึงรอบการทำซ้ำปัจจุบัน

ขั้นตอนการคำนวณดังที่กล่าวมา สามารถจำแนกออกได้เป็นหลายประเภท เช่น วิธีการควบคุมน้ำหนักบรรทุก วิธีการควบคุมการกระจัด หรือวิธีการควบคุมความยาวส่วนโค้ง เป็นต้น ในขั้นตอนต่อไปจะอธิบายรายละเอียดวิธีควบคุมการกระจัดที่ใช้ในงานวิจัยนี้

วิธีควบคุมการกระจัดเป็นการควบคุมการกระจัดที่ดีกรีความเป็นอิสระเพียง 1 จุด โดยค่าพารามิเตอร์น้ำหนักบรรทุกในรอบการทำซ้ำแรกหาจากสมการต่อไปนี้

$$d\lambda_1 = \frac{\delta u}{[K_i^{j-1}]^{-1}\{dP_{ref}\}_k} \qquad (2.54)$$

เมื่อ δu คือการกระจัดที่ต้องการ ณ ดีกรี k ที่ควบคุม และสำหรับรอบการทำซ้ำที่ 2 เป็นต้นไปคำนวณค่าค่าพารามิเตอร์น้ำหนักบรรทุกจากสมการต่อไปนี้

$$d\lambda = -\frac{\{\overline{\overline{\Delta_i^j}}\}_k}{\{\overline{\Delta_i^j}\}_k} \qquad (2.55)$$

สมการที่ 2.55 เป็นการกำหนดให้การกระจัดที่ดีกรี k มีค่าคงที่ตลอดการทำซ้ำ วิธีการควบคุมการกระจัดนี้สามารถคำนวณพฤติกรรมของโครงสร้างผ่านจุดวิกฤติได้ดี อย่างไรก็ตามวิธีการนี้ไม่สามารถคำนวณได้หากโครงสร้างมีพฤติกรรมแบบ Snap Back

คำตอบของการกระจัดที่คำนวณได้ในแต่ละรอบ จะตรวจสอบการลู่เข้าด้วยค่า Error ($\|\varepsilon\|$) ซึ่งคำนวณจากการเปรียบเทียบค่ายูคลีเดียนนอร์มของแรงไม่สมดุลในแต่ละรอบการทำซ้ำกับแรงภายนอกที่กระทำ ดังสมการต่อไปนี้

$$\|\varepsilon\| = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{N}\left(Q_i^j\right)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N}\left(P_i^j\right)^2}} \qquad (2.56)$$

เมื่อ N คือ ระดับขั้นความเสรี (Degree of Freedom) ของโครงสร้าง

ซึ่งค่า Error ที่ได้จากสมการ 2.56 จะต้องมีค่าน้อยกว่า Tolerance ที่ยอมให้ ซึ่งงานวิจัยนี้คือ 0.0001

2.4 การตรวจสอบหาจุดวิกฤติของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กโดยทั่วไปจะสามารถรับแรงกระทำเพิ่มขึ้นจนถึงค่าหนึ่งแล้วก็จะแสดงพฤติกรรมแบบอ่อนตัวลง เพื่อที่จะติดตามพฤติกรรมของโครงสร้างจนถึงจุดวิกฤติของโครงสร้างในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบไร้เชิงเส้น จะต้องมีการตรวจสอบว่าโครงสร้างคอนกรีต

เสริมเหล็กที่รับแรงกระทำขณะนั้นถึงจุดวิกฤติของโครงสร้างแล้วหรือไม่ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้มีการตรวจสอบการวิบัติของโครงสร้าง 2 ลักษณะ ดังนี้

1.) ตรวจสอบเสถียรภาพในการรับน้ำหนักของโครงสร้างโดยการตรวจสอบค่าของสมาชิกแต่ละตัวตามแนวทแยงของเมทริกซ์สติฟเนสรวมของทั้งโครงสร้าง หากสมาชิกตามแนวทแยงของเมทริกซ์สติฟเนสตัวใดตัวหนึ่งมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์แล้วโครงสร้างจะขาดเสถียรภาพ ซึ่งจะถือว่าโครงสร้างนั้นเกิดการวิบัติแบบไร้เสถียรภาพ (Instability failure)

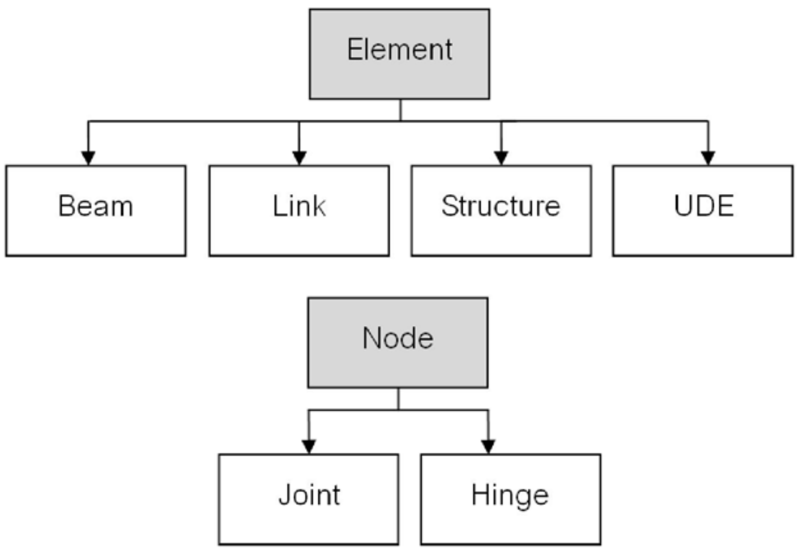
2.) การวิบัติเนื่องจากหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วนรับแรงในแนวแกนร่วมกับโมเมนต์ดัดในโครงสร้างมีค่าเกินกำลังต้านทานของเสาสั้น (Interaction diagram) จะถือว่าโครงสร้างนั้นเกิดการวิบัติแบบวัสดุ (Material failure) รายละเอียดสมการและตัวอย่างการคำนวณหากราฟความสัมพันธ์ระหว่างกำลังต้านทานแรงอัดกับแรงดัดของเสาสั้น แสดงในภาคผนวก ข

บทที่ 3
ขั้นตอนการคำนวณ

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงสร้างแบบโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กในงานวิจัยนี้ เริ่มต้นด้วยการสร้างสติฟเนสขององค์อาคารคาน-เสาของโครงสร้างซึ่งพิจารณาความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต และผลของการแตกร้าวเนื่องจากแรงดัดในคอนกรีตที่มีผลต่อค่าสติฟเนสของโครงสร้าง แล้วนำไปประมวลผลโดยวิธีการเชิงตัวเลข เพื่อวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กระทำกับการกระจัดจนถึงจุดบรรทุกน้ำหนักสูงสุดของโครงสร้าง โดยการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขึ้นสำหรับการสนับสนุนงานวิจัยนี้

3.1 โปรแกรมสำหรับการพัฒนา

งานวิจัยนี้ได้ทำการพัฒนาส่วนเสริมเพื่อใช้สนับสนุนงานวิจัยขึ้น โดยใช้โปรแกรม JSM (Smitthakorn, 2008) ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นด้วยภาษาจาวา โดยอาศัยหลักการเชิงวัตถุ (Object Oriented Programming) ด้วยคุณสมบัติเชิงวัตถุดังกล่าวทำให้การพัฒนาแบบจำลองโดยใช้โปรแกรม JSM สะดวกในการพัฒนาส่วนเสริมและการปรับปรุงปฏิสัมพันธ์ระหว่างคลาส การกำหนดคลาสของโปแกรม JSM เป็นไปตามภาพที่ 3.1 โดยมีคลาสแม่ที่สำคัญ ได้แก่ คลาส Element ที่มีคลาสลูก เช่น Beam, Link, Structure เป็นต้น และคลาส Node ที่มีคลาสลูก ได้แก่ Joint และ Hinge นอกจากนี้ยังมีคลาสอื่นๆ เช่น คลาส Material สำหรับการกำหนดคุณสมบัติของวัสดุต่างๆ หรือคลาส Section สำหรับการกำหนดคุณสมบัติของหน้าตัด เป็นต้น



ภาพที่ 3.1 โครงสร้างคลาสของโปรแกรม JSM

ในงานวิจัยชิ้นนี้จะพัฒนาชิ้นส่วนขึ้นใหม่ในคลาส UDE โดยใช้แบบจำลองตามทฤษฎีที่ได้เสนอไปในบทที่ 2 เพื่อใช้สำหรับวิเคราะห์โครงสร้างแบบโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กแบบไม่เชิงเส้นควบคู่กับการแตกร้าวในชิ้นส่วน และเพิ่มเติมในในคลาส Section สำหรับคุณสมบัติต่างๆของหน้าตัดคอนกรีตที่มีการแตกร้าว

3.2 **ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม**

ขั้นตอนการวิเคราะห์โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตซึ่งพิจารณาการแตกร้าวของคอนกรีตสามารถแบ่งออกได้เป็นลำดับขั้นตอนซึ่งกระทำในโปรแกรม (แผนผังการทำงานภาพที่ 3.2) ดังต่อไปนี้

1.) กำหนดคุณสมบัติต่างๆของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก ประเภทฐานรองรับ แรงที่กระทำ ดีกรีความอิสระที่ต้องการควบคุมการเคลื่อนที่ และการเคลื่อนที่ที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบการคำนวณ

2.) เข้าสู่รอบการทำซ้ำเพื่อกำจัดแรงไม่สมดุลระหว่างจุดต่อ

3.) เมื่อเสร็จสิ้นรอบการทำซ้ำ ตรวจสอบจำนวนรอบการคำนวณ หากครบรอบการคำนวณตามที่กำหนดไว้ ให้ทำการแสดงผลการคำนวณ หากยังไม่เสร็จสิ้นรอบการคำนวณให้ไปที่ข้อ 3 เพื่อคำนวณรอบการคำนวณถัดไป

สำหรับขั้นตอนการทำซ้ำ (แผนผังการทำงาน ภาพที่ 3.3) เป็นส่วนหนึ่งของรอบการคำนวณ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อกำจัดแรงไม่สมดุลระหว่างแรงจากน้ำหนักบรรทุกกระทำ และแรงต้านทานอันเกิดจากการเสียรูปของโครงสร้าง อันมีรายละเอียด ดังนี้

1.) กำหนดแรงไม่สมดุลให้มีค่าเท่ากับ 0

2.) สร้างสติฟเนสเมทริกซ์ของโครงสร้างซึ่งคำนวณจากสมการที่ 2.35

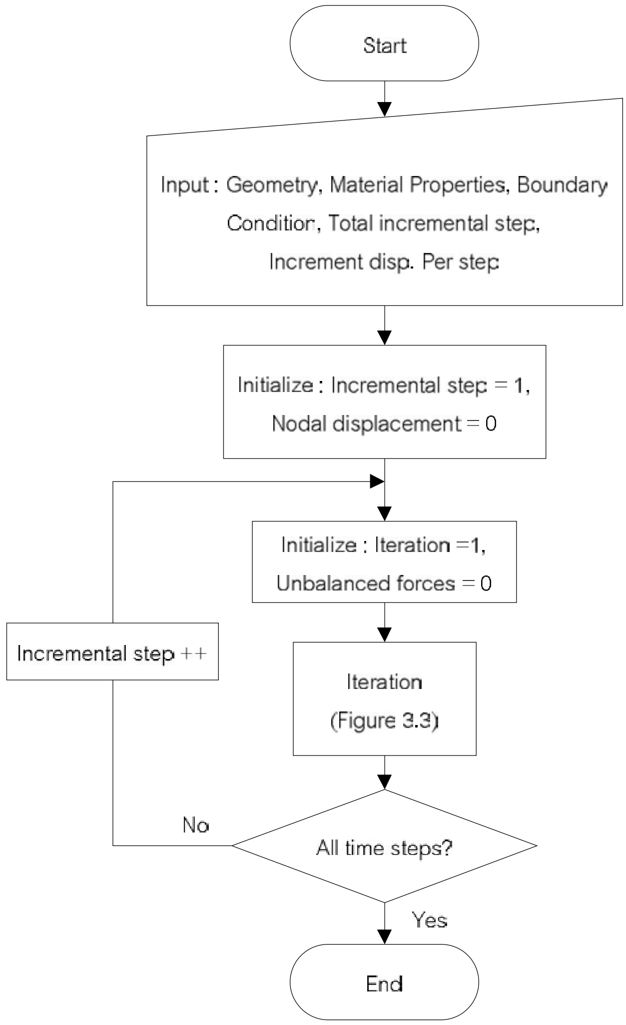
3.) แก้สมการ 2.51 และ 2.52

4.) คำนวณพารามิเตอร์น้ำหนักบรรทุก โดยถ้าหากเป็นการวนซ้ำในรอบแรกจะคำนวณจากสมการที่ 2.54 และในรอบถัดๆ ไปคำนวณจากสมการที่ 2.55

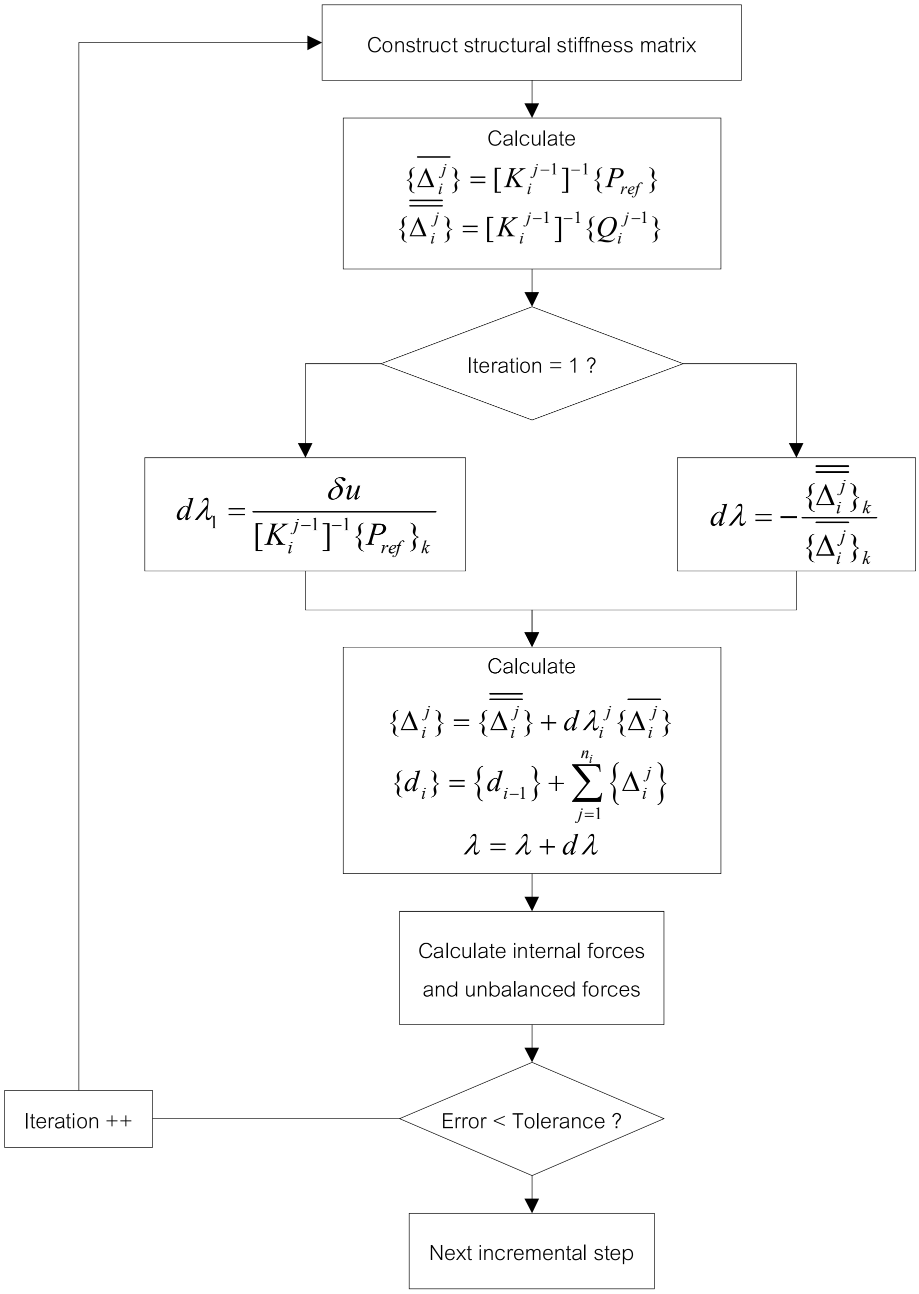
5.) คำนวณพารามิเตอร์น้ำหนักบรรทุกรวมและการกระจัดในดีกรีความเป็นอิสระอื่นๆที่เพิ่มขึ้นนอกเหนือจากจุดที่ทำการควบคุม ตามสมการที่ 2.53 และ 2.47

6.) คำนวณผลรวมของแรงภายในชิ้นส่วนที่ปลายเอลิเมนต์ทั้งหมด และแรงไม่สมดุลจากสมการที่ 2.49

7.) คำนวณค่า Error จากสมการที่ 2.56 และตรวจสอบการ



ภาพที่ 3.2 แผนผังการทำงานของโปรแกรม



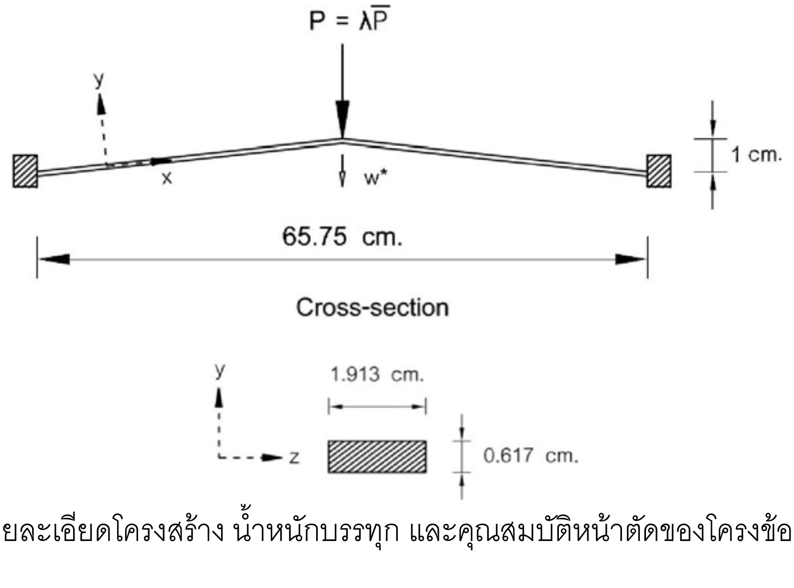
ภาพที่ 3.3 แผนผังการคำนวณในระดับการทำซ้ำ

บทที่ 4
กรณีศึกษา

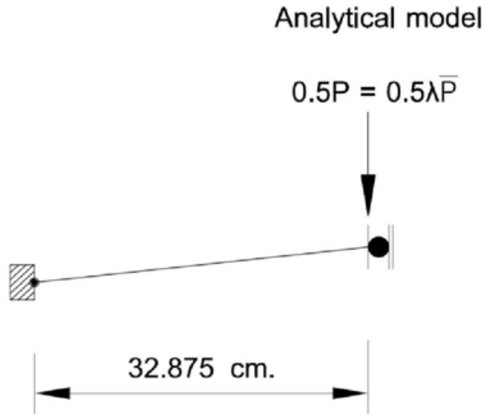
บทนี้จะกล่าวถึงผลการวิเคราะห์กรณีศึกษาซึ่งประกอบไปด้วย ตัวอย่างการวิเคราะห์โครงข้อแข็งทอกเกิ้ล 1 ตัวอย่าง และโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก 4 ตัวอย่าง ด้วยวิธีการที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ แล้วเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ที่ได้ในงานวิจัยนี้กับผลการวิเคราะห์และผลการทดสอบจากงานวิจัยในอดีต เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองที่เลือกใช้และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้น โดยแสดงในรูปของกราฟความสัมพันธ์ของแรงที่เพิ่มขึ้นกับการกระจัดจนถึงจุดวิกฤติของโครงสร้าง และศึกษาผลของความชะลูดที่มีต่อพฤติกรรมโครงข้อแข็งแบบพอร์ทัล (Portal frame) คอนกรีตเสริมเหล็ก มีรายละเอียดในแต่ละกรณี ดังนี้

4.1 กรณีศึกษาโครงข้อแข็งทอกเกิ้ล

โครงข้อแข็งทอกเกิ้ล (Toggle frame) เริ่มต้นทดสอบและวิเคราะห์โดย F.W. Williams (1964) และนำมาวิเคราะห์โดย C.K. Iu และ M.A. Bradford (2010) เป็นตัวอย่างที่นิยมนำมาใช้เปรียบเทียบในงานวิจัยที่วิเคราะห์โครงข้อแข็งโดยพิจารณาความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต โครงข้อแข็งทอกเกิ้ล (Toggle frame) รับแรงกระทำแบบจุดในแนวดิ่งที่กึ่งกลาง มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น กึ่งกลางคานยกตัวสูงขึ้น 1 เซนติเมตรเทียบจากตำแหน่งฐานรองรับ รายละเอียดของโครงสร้าง น้ำหนักบรรทุกและคุณสมบัติหน้าตัดดังแสดงในภาพที่ 4.1 แบบจำลองในการวิเคราะห์ใช้แบบจำลองเพียงครึ่งเดียวเนื่องจากเป็นโครงสร้างสมมาตรตามที่แสดงไว้ในภาพที่ 4.2 ส่วนคุณสมบัติทางวัสดุได้แสดงไว้ในตารางที่ 4.1 ดังนี้



ภาพที่ 4.1 รายละเอียดโครงสร้าง น้ำหนักบรรทุก และคุณสมบัติหน้าตัดของโครงข้อแข็งทอกเกิ้ล



ภาพที่ 4.2 แบบจำลองในการวิเคราะห์ของโครงข้อแข็งทอกเกิ้ล

ตารางที่ 4.1 รายละเอียดคุณสมบัติวัสดุของโครงข้อแข็งทอกเกิ้ล

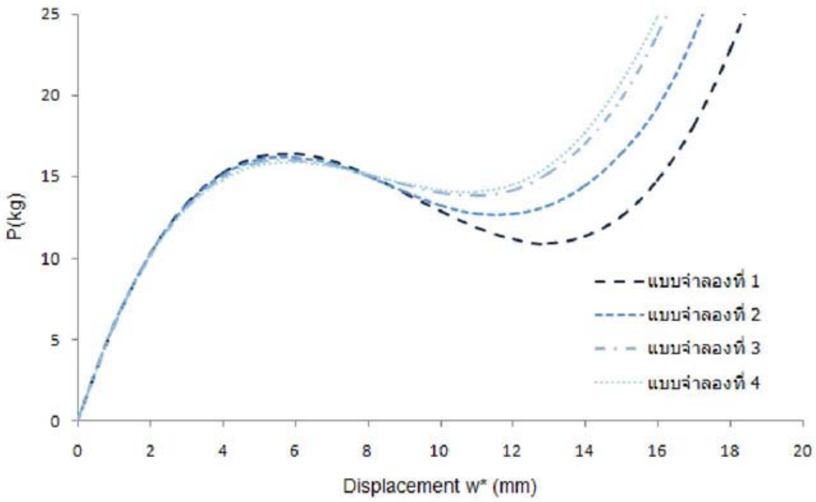
คุณสมบัติ	**ปริมาณ**	**หน่วย**
E	724,202	กก./ซม.^{2}

ตารางที่ 4.2 จำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ต่อ 1 ชิ้นส่วนโครงข้อแข็งทอกเกิ้ล

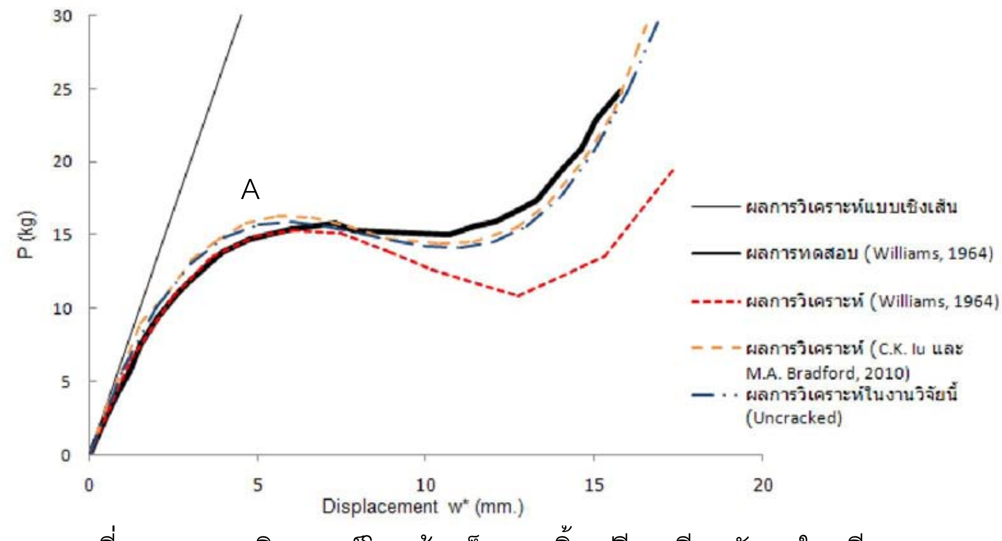
	ชิ้นส่วนคานยาว 34.36 ซม.	
	ขนาดเอลิเมนต์	จำนวนเอลิเมนต์ย่อย
แบบจำลองที่ 1	34.36 ซม.	1
แบบจำลองที่ 2	17.18 ซม.	2
แบบจำลองที่ 3	8.59 ซม.	4
แบบจำลองที่ 4	4.295 ซม.	8

ในการวิจัยนี้ได้ทำการวิเคราะห์โครงข้อแข็งทอกเกิ้ลซึ่งพิจารณาความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตเพียงอย่างเดียว โดยแบ่งแบบจำลองโครงสร้างออกเป็น 3 แบบ ตามการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์ย่อยใน 1 ชิ้นส่วน ดังแสดงในตารางที่ 4.2 เพื่อหาค่าลู่เข้าของคำตอบ ได้ผลการวิเคราะห์แสดงในรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับการกระจัดในแนวดิ่งที่กึ่งกลางคาน ดังภาพที่ 4.3 แล้วนำผลการวิเคราะห์ที่ดีที่สุด (8 เอลิเมนต์ต่อ 1 ชิ้นส่วน)ไปเปรียบเทียบกับผลการทดสอบและผลการวิเคราะห์โดย Williams (1964) และผลการวิเคราะห์โดย C.K. Iu และ M.A.

Bradford (2010) ได้ผลการวิเคราะห์ดังแสดงในภาพที่ 4.4 พบว่า ผลการวิเคราะห์ในช่วงแรกจนถึงจุดวิกฤติของโครงสร้าง (จุด A ในภาพที่ 4.4) มีค่าใกล้เคียงกับผลการวิเคราะห์ในอดีตมาก ซึ่งที่จุดวิกฤติของโครงสร้างนั้นแรงกระทำที่วิเคราะห์ได้มีค่าเท่ากับ 15.89 กิโลกรัม และเกิดการกระจัดที่กึ่งกลางคานขนาด 0.6 เซนติเมตร เมื่อเทียบน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ได้ในงานวิจัยนี้กับผลการทดสอบของ Williams (1964) ซึ่งได้ค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 15.74 กิโลกรัม จะได้ค่าคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์เท่ากับ 0.95 เปอร์เซ็นต์ และเมื่อเทียบน้ำหนักกับผลการวิเคราะห์โดย Williams (1964) และผลการวิเคราะห์โดย C.K. Iu และ M.A. Bradford (2010) ที่ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 15.30 และ 16.29 กิโลกรัม จะคิดเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์เท่ากับ 3.85, 3.37 เปอร์เซ็นต์ตามลำดับ



ภาพที่ 4.3 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งทอกเกิ้ลด้วยจำนวนเอลิเมนต์ต่างๆกัน

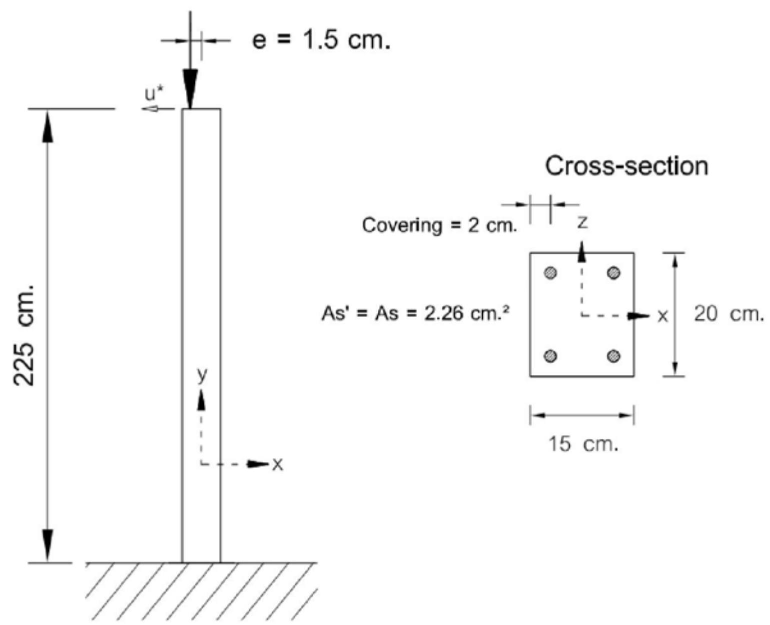


ภาพที่ 4.4 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งทอกเกิ้ลเปรียบเทียบกับผลในอดีต

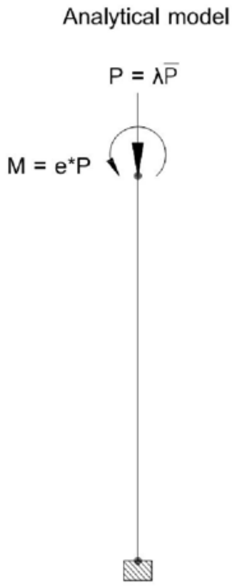
ผลการวิเคราะห์ในงานวิจัยนี้พบว่าที่จุดวิกฤติ (จุด A ในภาพที่ 4.4) เมื่อเพิ่มแรงกระทำขึ้นอีก จะเกิดพฤติกรรมการอ่อนตัวลง และแรงภายในตามแนวแกนของชิ้นส่วนเปลี่ยนจากแรงอัดเป็นรับแรงดึงและสามารถรับแรงกระทำได้เพิ่มขึ้นอีก

4.2 กรณีศึกษาเสายื่นคอนกรีตเสริมเหล็ก

เสายื่น (Cantilever column) คอนกรีตเสริมเหล็ก ถูกเลือกโดย Technical Committee-114 ของ The International Union of Laboratories and Experts in Construction Materials, Systems and Structures (RILEM, From the name in French) ให้เป็นหนึ่งในปัญหาที่ใช้สำหรับการทดสอบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก เป็นตัวอย่างที่ความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตส่งผลต่อพฤติกรรมของโครงสร้างอย่างมาก เริ่มต้นทดสอบและวิเคราะห์โดย Carol และ Murcia (1989) และนำมาวิเคราะห์โดย เกรียงศักดิ์ กอจันทร์ (1999) ฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น รับแรงกระทำแบบจุดในแนวดิ่งที่ปลายเสาอิสระเยื้องศูนย์เป็นระยะ 1.5 เซนติเมตร แบบจำลองที่ใช้ในการวิเคราะห์จะจำลองให้เสารับแรงกดในแนวดิ่งและโมเมนต์ดัดเนื่องจากแรงกระทำเยื้องศูนย์ รายละเอียดของโครงสร้าง น้ำหนักที่กระทำต่อโครงสร้างแสดงไว้ในภาพที่ 4.5 และแบบจำลองในการวิเคราะห์ของเสายื่นแสดงไว้ในภาพที่ 4.6 ส่วนคุณสมบัติของวัสดุแสดงในตารางที่ 4.3 ดังนี้



ภาพที่ 4.5 รายละเอียดโครงสร้าง แรงกระทำและคุณสมบัติหน้าตัดของเสายื่น



ภาพที่ 4.6 แบบจำลองโครงสร้างที่ใช้ในการวิเคราะห์ของเสายื่น

ตารางที่ 4.3 รายละเอียดคุณสมบัติวัสดุของเสายื่น

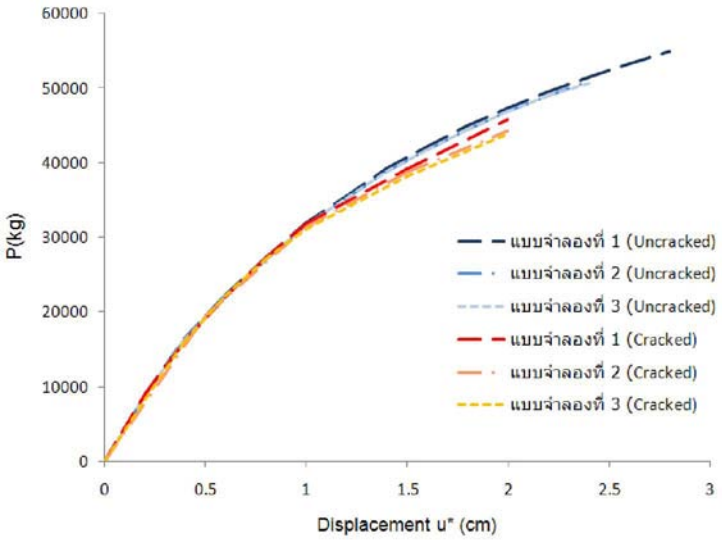
คุณสมบัติ	**ปริมาณ**	**หน่วย**
E_c	342,642	กก./ซม.^{2}
E_s	2,039,432	กก./ซม.^{2}
$f_c^{'}$	391	กก./ซม.^{2}
f_y	4,742	กก./ซม.^{2}
ε_u (Assumed)	0.003	มม./มม.

ในการวิจัยนี้ได้ทำการวิเคราะห์เสายื่นซึ่งแบ่งเป็น 2 กรณี คือ พิจารณาความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตเพียงอย่างเดียวและพิจารณาผลการแตกร้าวของคอนกรีตร่วมด้วย โดยแบ่งแบบจำลองโครงสร้างออกเป็น 3 แบบ ตามการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์ย่อยใน 1 ชิ้นส่วน ดังแสดงในตารางที่ 4.4 เพื่อหาค่าลู่เข้าของคำตอบ ได้ผลการวิเคราะห์แสดงในรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกในแนวดิ่งกับการกระจัดด้านข้างที่ปลายหัวเสา ดังภาพที่ 4.7 แล้วนำผลการวิเคราะห์ที่ดีที่สุด (4 เอลิเมนต์ต่อ 1 ชิ้นส่วน) ไปเปรียบเทียบกับผลการทดสอบและวิเคราะห์โดย Carol และ Murcia (1989) และผลการวิเคราะห์โดย เกรียงศักดิ์ กอจันทร์ (1999) ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบที่ได้แสดงในภาพที่ 4.8 จากกราฟที่แสดงพบว่า ผลการวิเคราะห์ทั้งแบบไม่พิจารณาและพิจารณาผลการแตกร้าวในช่วงแรกมีความใกล้เคียงกับผลการทดสอบ ที่จุดวิกฤติ (จุด A และ B) พบว่ามีสมาชิกในแนวทแยงของสติฟเนสของโครงสร้างมีค่าน้อยกว่า 0 จึงถือว่าเกิดการวิบัติแบบขาดเสถียรภาพทั้งสองกรณี การพิจารณาผลของการแตกร้าวในคอนกรีตได้น้ำหนักบรรทุก

วิกฤติของโครงสร้างที่ใกล้เคียงกับผลการทดสอบมากกว่า ในขณะที่กรณีพิจารณาความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตเพียงอย่างเดียวให้ค่าการกระจัดที่จุดวิกฤติที่ใกล้เคียงผลการทดสอบมากกว่า

ตารางที่ 4.4 จำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ต่อ 1 ชิ้นส่วนเสายื่น

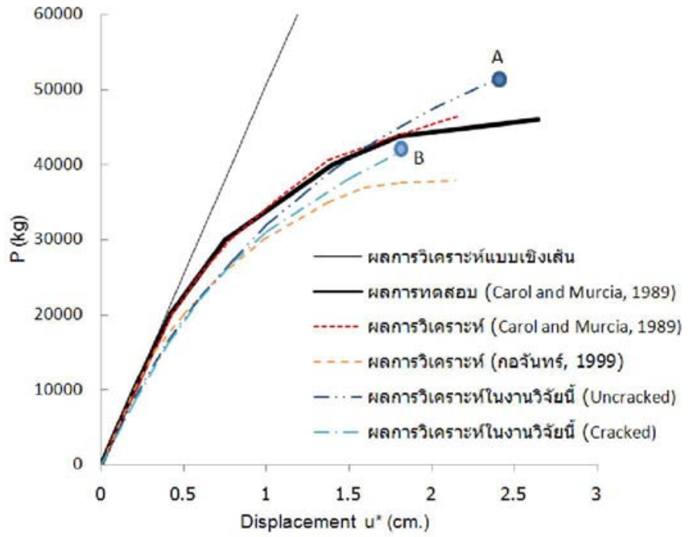
	ชิ้นส่วนเสายาว 225 ซม.	
	ขนาดเอลิเมนต์	จำนวนเอลิเมนต์ย่อย
แบบจำลองที่ 1	225 ซม.	1
แบบจำลองที่ 2	112.5 ซม.	2
แบบจำลองที่ 3	56.25 ซม.	4



ภาพที่ 4.7 ผลการวิเคราะห์ของเสายื่นด้วยจำนวนเอลิเมนต์ต่างๆกัน

ผลการวิเคราะห์จากงานวิจัยนี้ (พิจารณาผลของการแตกร้าว)ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 43,159 กิโลกรัม การกระจัดที่จุดวิกฤติเท่ากับ 1.80 เซนติเมตร ในขณะที่ผลการทดสอบโดย Carol และ Murcia (1989) ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 46,000 กิโลกรัม การกระจัดที่จุดวิกฤติเท่ากับ 2.640 เซนติเมตร คิดเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์เท่ากับ 6.17 เปอร์เซ็นต์ สำหรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ และ 31.81 เปอร์เซ็นต์ สำหรับการกระจัดที่จุดวิกฤติ และเมื่อเทียบกับผลการวิเคราะห์โดย Carol และ Murcia (1989) ที่ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 46,400 กิโลกรัม และเกิดการกระจัดที่จุดวิกฤติเท่ากับ 2.161 เซนติเมตร คิดเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์เท่ากับ 6.98 เปอร์เซ็นต์ สำหรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ และ 16.70 เปอร์เซ็นต์ ในขณะที่เมื่อเทียบกับผลการวิเคราะห์ของ เกรียงศักดิ์ กอจันทร์ (1999) พบว่าผลการ

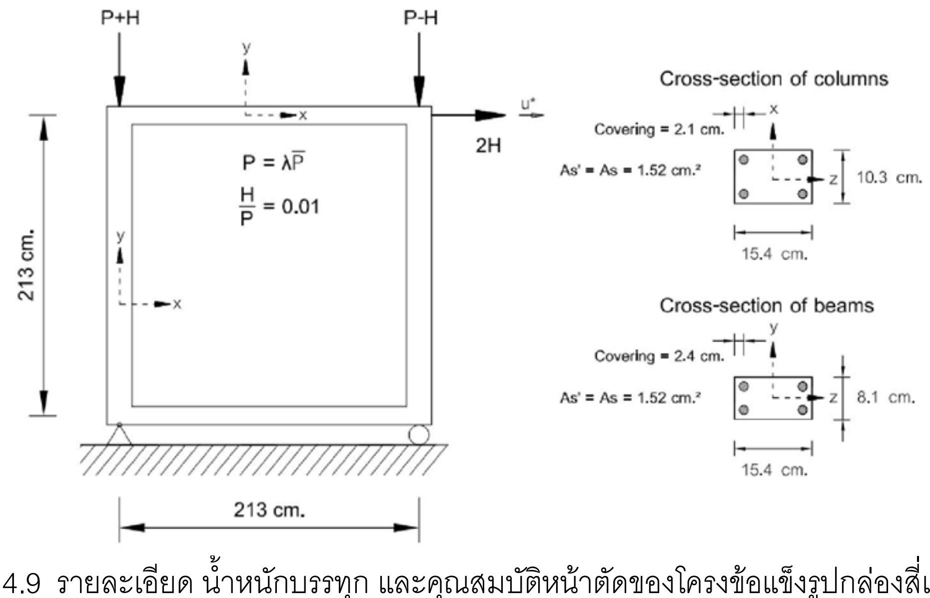
วิเคราะห์ในงานวิจัยนี้สามารถทำนายน้ำหนักบรรทุกได้ดีกว่าแต่ผลการวิเคราะห์ของกอจันทร์ได้ค่าการกระจัดที่จุดวิกฤติใกล้เคียงกว่า



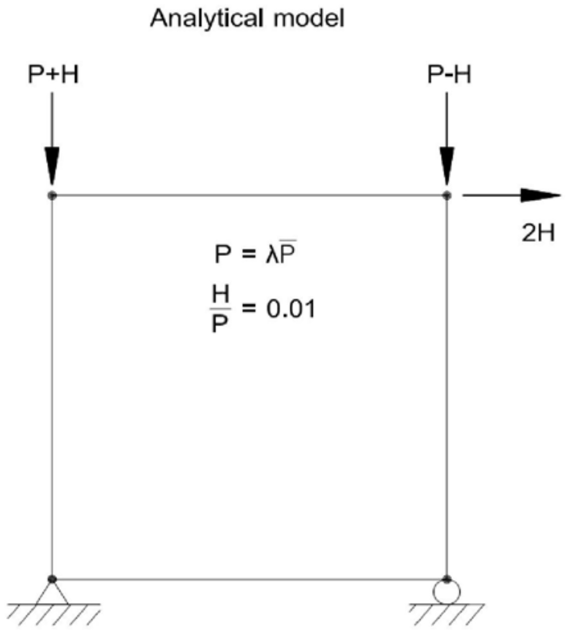
ภาพที่ 4.8 ผลการวิเคราะห์ของเสายื่นเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีต

4.3 กรณีศึกษาโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กรูปกล่องสี่เหลี่ยม

โครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กรูปกล่องสี่เหลี่ยม ทดสอบโดย Ferguson และ Breen (1966) และวิเคราะห์โดย M. Saje และคณะ (2004) มีฐานรองรับเป็นแบบหมุดและแบบล้อเลื่อน รับแรงกระทำในแนวดิ่งและด้านข้างที่หัวเสา มีรายละเอียดของโครงสร้าง น้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อโครงสร้างดังแสดงในภาพที่ 4.9 แบบจำลองในการวิเคราะห์สำหรับ 1 เอลิเมนต์ต่อ 1 ชิ้นส่วน แสดงในภาพที่ 4.10 ส่วนคุณสมบัติของวัสดุแสดงในตารางที่ 4.5 ดังนี้



ภาพที่ 4.9 รายละเอียด น้ำหนักบรรทุก และคุณสมบัติหน้าตัดของโครงข้อแข็งรูปกล่องสี่เหลี่ยม



ภาพที่ 4.10 แบบจำลองการวิเคราะห์ของโครงข้อแข็งรูปกล่องสี่เหลี่ยม

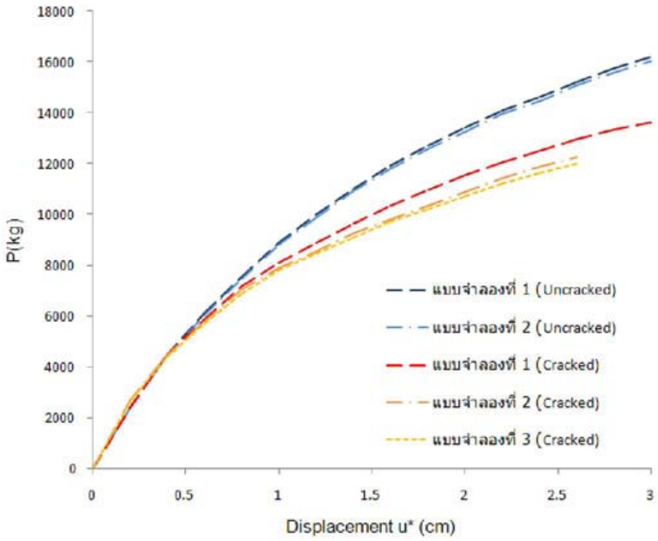
ตารางที่ 4.5 รายละเอียดคุณสมบัติวัสดุของโครงข้อแข็งรูปกล่องสี่เหลี่ยม

คุณสมบัติ	**ปริมาณ**	**หน่วย**
E_c	228,000	กก./ซม.^{2}
E_s	2,059,827	กก./ซม.^{2}
$f_c^{'}$	225	กก./ซม.^{2}
f_y (Column)	3,967	กก./ซม.^{2}
f_y (Beam)	4,114	กก./ซม.^{2}
ε_u (Assumed)	0.003	มม./มม.

ในการวิจัยนี้ได้ทำการวิเคราะห์โครงข้อแข็งรูปกล่องสี่เหลี่ยมซึ่งแบ่งเป็น 2 กรณี คือ พิจารณาความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตเพียงอย่างเดียวและพิจารณาผลการแตกร้าวของคอนกรีตร่วมด้วย โดยแบ่งแบบจำลองโครงสร้างออกเป็น 3 แบบ ตามการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์ย่อยใน 1 ชิ้นส่วน ดังแสดงในตารางที่ 4.6 เพื่อหาค่าลู่เข้าของคำตอบ ได้ผลการวิเคราะห์แสดงในรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุก P กับการกระจัดด้านข้างที่ปลายหัวเสา ดังภาพที่ 4.11

ตารางที่ 4.6 จำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ต่อ 1 ชิ้นส่วนโครงข้อแข็งรูปกล่องสี่เหลี่ยม

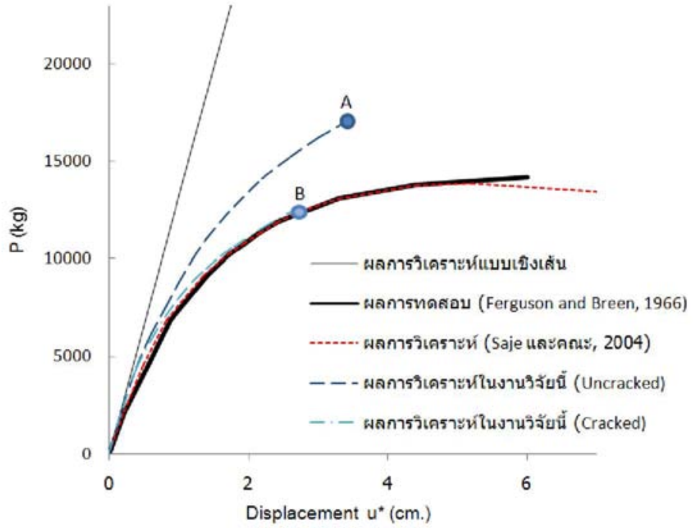
	ชิ้นส่วนเสา (ยาว 213 ซม.)		ชิ้นส่วนคาน (ยาว 213 ซม.)	
	ขนาดเอลิเมนต์	จำนวนเอลิเมนต์	ขนาดเอลิเมนต์	จำนวนเอลิเมนต์
แบบจำลองที่ 1	213 ซม.	1	213 ซม.	1
แบบจำลองที่ 2	106.5 ซม.	2	106.5 ซม.	2
แบบจำลองที่ 3	53.25 ซม.	4	53.25 ซม.	4



ภาพที่ 4.11 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งรูปกล่องสี่เหลี่ยมด้วยจำนวนเอลิเมนต์ต่างๆกัน

ผลการวิเคราะห์ที่ดีที่สุด ซึ่งคือ 2 เอลิเมนต์ต่อ 1 ชิ้นส่วน สำหรับกรณีพิจารณาความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตเพียงอย่างเดียว และ 4 เอลิเมนต์ต่อ 1 ชิ้นส่วน สำหรับพิจารณาผลการแตกร้าวของคอนกรีตร่วมด้วย ถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดสอบโดย Ferguson และ Breen (1966) และผลการวิเคราะห์โดย Saje และคณะ (2004) ได้ผลการวิเคราะห์แสดงในรูปของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำที่เพิ่มขึ้นกับการกระจัดด้านข้างที่หัวเสาดังแสดงในภาพที่ 4.12 จากกราฟที่แสดงพบว่า การวิเคราะห์โดยไม่พิจารณาผลของการแตกร้าวในคอนกรีต ให้ผลการวิเคราะห์ที่ใกล้เคียงเฉพาะในช่วงแรก ส่วนการวิเคราะห์โดยพิจารณาผลของการแตกร้าวในคอนกรีตร่วมด้วยจะได้ผลการวิเคราะห์ที่ใกล้เคียงมากขึ้น และที่จุดวิกฤติ (จุด A และ B) พบว่าสมาชิกในแนวทแยงของสติฟเนสของโครงสร้างมีค่าน้อยกว่า 0 จึงถือว่าเกิดการวิบัติแบบขาดเสถียรภาพทั้งสองกรณี ผลการวิเคราะห์หาน้ำหนักบรรทุกวิกฤติในงานวิจัยนี้ที่พิจารณาการแตกร้าวร่วมด้วย(จุด B) เท่ากับ 12,493 กิโลกรัม และเกิดการกระจัดที่จุดวิกฤติเท่ากับ 2.60 เซนติเมตร เมื่อเทียบกับผลการทดสอบโดย Ferguson และ Breen (1966) ที่ได้น้ำหนักบรรทุก

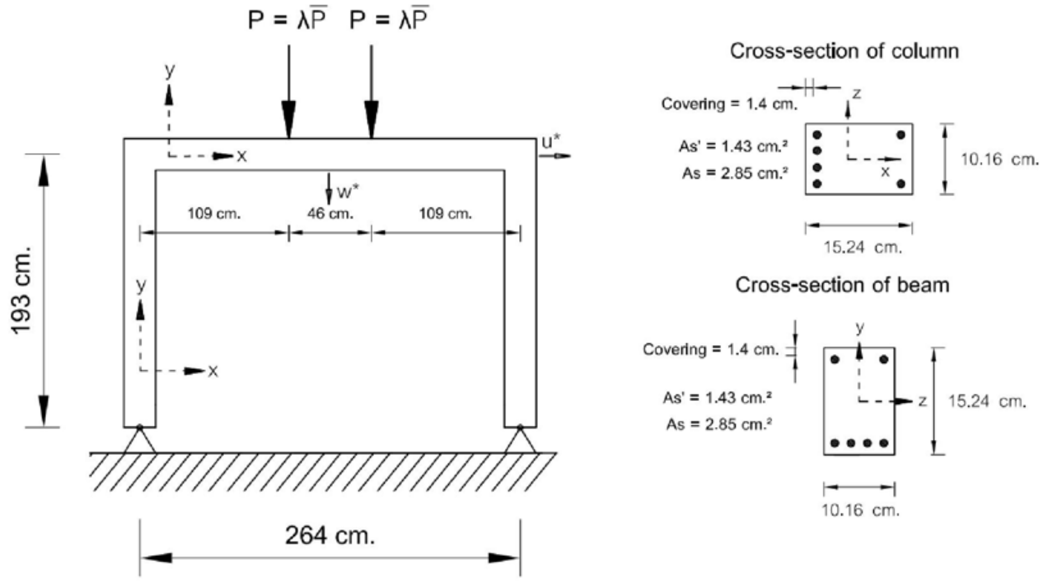
วิกฤติเท่ากับ 14,195 กิโลกรัม และเกิดการกระจัดที่จุดวิกฤติเท่ากับ 6.00 เซนติเมตร จะคิดเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์เท่ากับ 11.99 เปอร์เซ็นต์ สำหรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ และ 56.67 เปอร์เซ็นต์ สำหรับการกระจัดที่จุดวิกฤติ และเมื่อเทียบกับผลการวิเคราะห์โดย Saje และคณะ (2004) ที่ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 13,850 กิโลกรัม และเกิดการกระจัดที่จุดวิกฤติเท่ากับ 5.2 เซนติเมตร จะคิดเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์เท่ากับ 9.79 เปอร์เซ็นต์ สำหรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ และ 50.00 เปอร์เซ็นต์ สำหรับการกระจัดที่จุดวิกฤติ



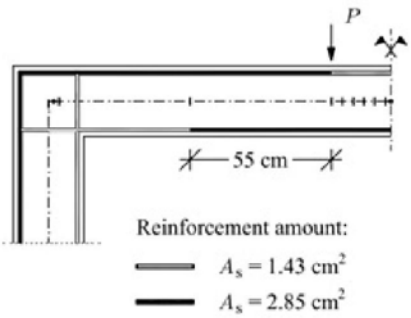
ภาพที่ 4.12 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งรูปกล่องสี่เหลี่ยมเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีต

4.4 กรณีศึกษาโครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียว

โครงข้อแข็งพอร์ทัลคอนกรีตเสริมเหล็กยาวหนึ่งช่วงเสาสูงหนึ่งชั้น ทดสอบโดย Cranston (1965) และวิเคราะห์โดย Bazant และคณะ (1987) โครงข้อแข็งดังกล่าวไม่มีความชะลูดมากนัก และรับแรงกระทำในแนวดิ่งที่กลางคานเพียงอย่างเดียว มีฐานรองรับเป็นแบบหมุด มีรายละเอียดของโครงสร้าง น้ำหนักบรรทุกและคุณสมบัติหน้าตัดดังแสดงในภาพที่ 4.13 แบบจำลองการวิเคราะห์เริ่มต้นใช้ 1 เอลิเมนต์สำหรับชิ้นส่วนเสา ส่วนคานแบ่งย่อยออกเป็น 5 เอลิเมนต์ตามรายละเอียดการเสริมเหล็กดังแสดงในภาพที่ 4.14 แบบจำลองในการวิเคราะห์ของทั้งโครงสร้างถูกแสดงในภาพที่ 4.15 ส่วนคุณสมบัติของวัสดุแสดงไว้ในตารางที่ 4.4 ดังนี้

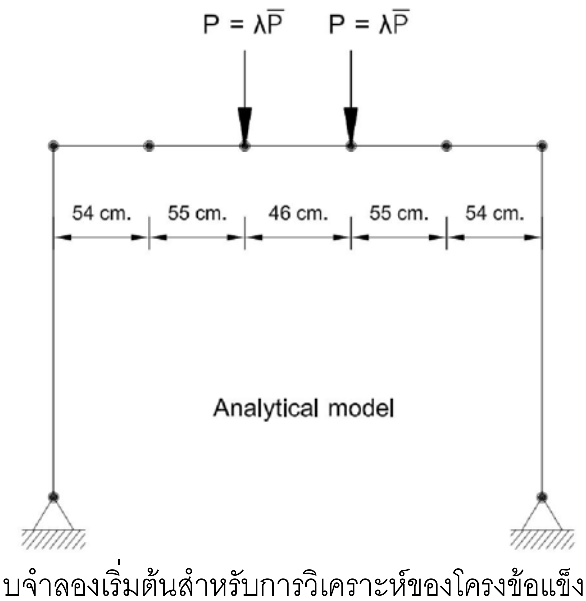


ภาพที่ 4.13 รายละเอียด น้ำหนักบรรทุก และคุณสมบัติหน้าตัดของโครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียว



ภาพที่ 4.14 รายละเอียดการเสริมเหล็กช่วงคานของโครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียว

(Saje และคณะ, 2004)



ภาพที่ 4.15 แบบจำลองเริ่มต้นสำหรับการวิเคราะห์ของโครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียว

ตารางที่ 4.7 รายละเอียดคุณสมบัติวัสดุของโครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียว

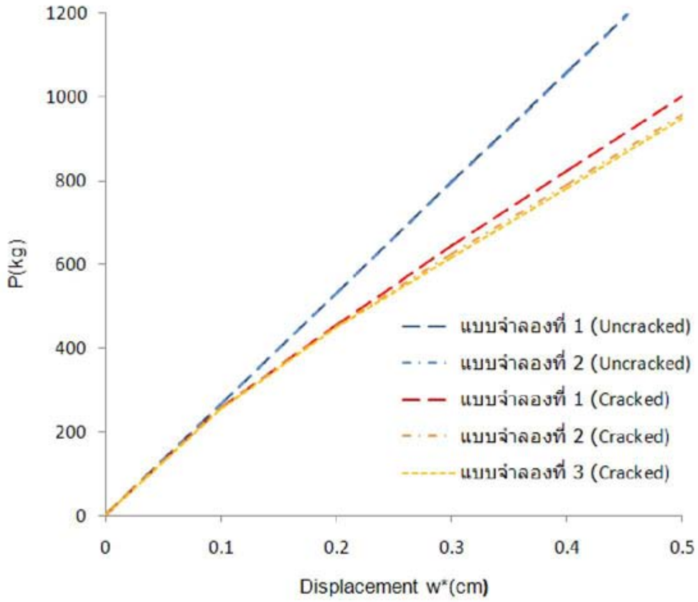
คุณสมบัติ	ปริมาณ	หน่วย
E_c	321,210	กก./ซม.^{2}
E_s	2,039,432	กก./ซม.^{2}
$f_c^{'}$	446	กก./ซม.^{2}
f_y	4,211	กก./ซม.^{2}
ε_u (Assumed)	0.003	มม./มม.

ในการวิจัยนี้ได้ทำการวิเคราะห์โครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียวโดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ พิจารณาความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตเพียงอย่างเดียวและพิจารณาผลการแตกร้าวของคอนกรีตร่วมด้วย โดยแบ่งแบบจำลองโครงสร้างออกเป็น 3 แบบ ตามการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์ย่อยใน 1 ชิ้นส่วน ดังแสดงในตารางที่ 4.8 เพื่อหาค่าลู่เข้าของคำตอบ ได้ผลการวิเคราะห์แสดงในรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกในแนวดิ่งกับการกระจัดในแนวดิ่งที่กึ่งกลางคาน ดังภาพที่ 4.16 แล้วนำผลการวิเคราะห์ที่ดีที่สุดไปเปรียบเทียบกับผลการทดสอบของ Cranston (1965) และผลการวิเคราะห์ของ Bazant et al. (1987a) ได้ผลการวิเคราะห์แสดงดังภาพที่ 4.17 พบว่าโปรแกรมสามารถทำนายพฤติกรรมของโครงสร้างในช่วงแรกได้ใกล้เคียงกับผลการทดสอบ

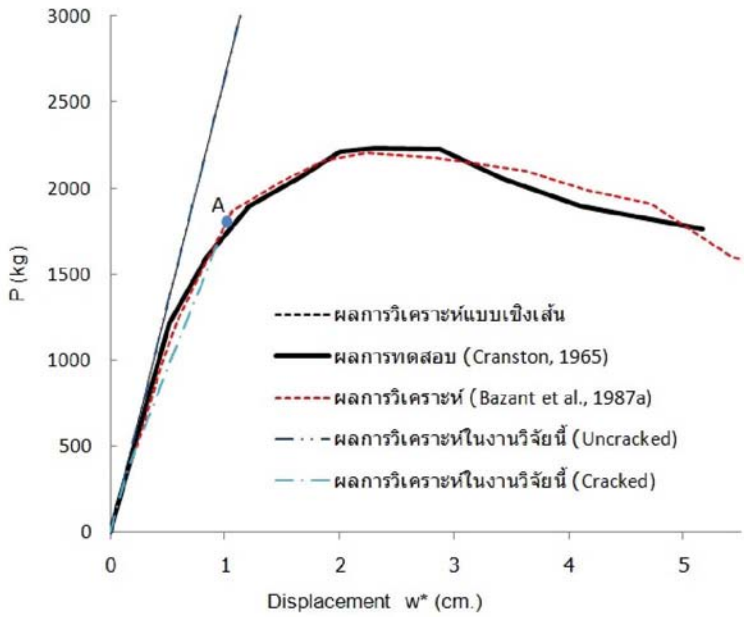
ตารางที่ 4.8 จำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ต่อ 1 ชิ้นส่วนโครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียว

	ชิ้นส่วนเสา (ยาว 193 ซม.)		ชิ้นส่วนคาน (ยาว 264 ซม.)	
	ขนาดเอลิเมนต์	จำนวนเอลิเมนต์	ขนาดเอลิเมนต์	จำนวนเอลิเมนต์
แบบจำลองที่ 1	193 ซม.	1	46, 54, 55 ซม.	5
แบบจำลองที่ 2	64.333 ซม.	3	46, 54, 55 ซม.	5
แบบจำลองที่ 3	38.6 ซม.	5	46, 54, 55 ซม.	5

ที่จุดวิกฤติของโครงสร้าง(จุด A) ดังแสดงในภาพที่ 4.17 พบว่าแรงภายในบริเวณกึ่งกลางคานของโครงสร้างมีค่าเกินกำลังต้านทานของเสาสั้น จึงถือว่าเกิดการวิบัติแบบวัสดุขึ้น แสดงให้เห็นว่า ความไร้เชิงเส้นทางวัสดุส่งผลต่อพฤติกรรมไร้เชิงเส้นของโครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียวมากกว่าความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตมาก เนื่องจากโครงสร้างไม่ได้รับแรงกระทำด้านข้างและไม่มีความชะลูดมากนัก



ภาพที่ 4.16 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียวด้วยจำนวนเอลิเมนต์ต่างๆกัน



ภาพที่ 4.17 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียวเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีต

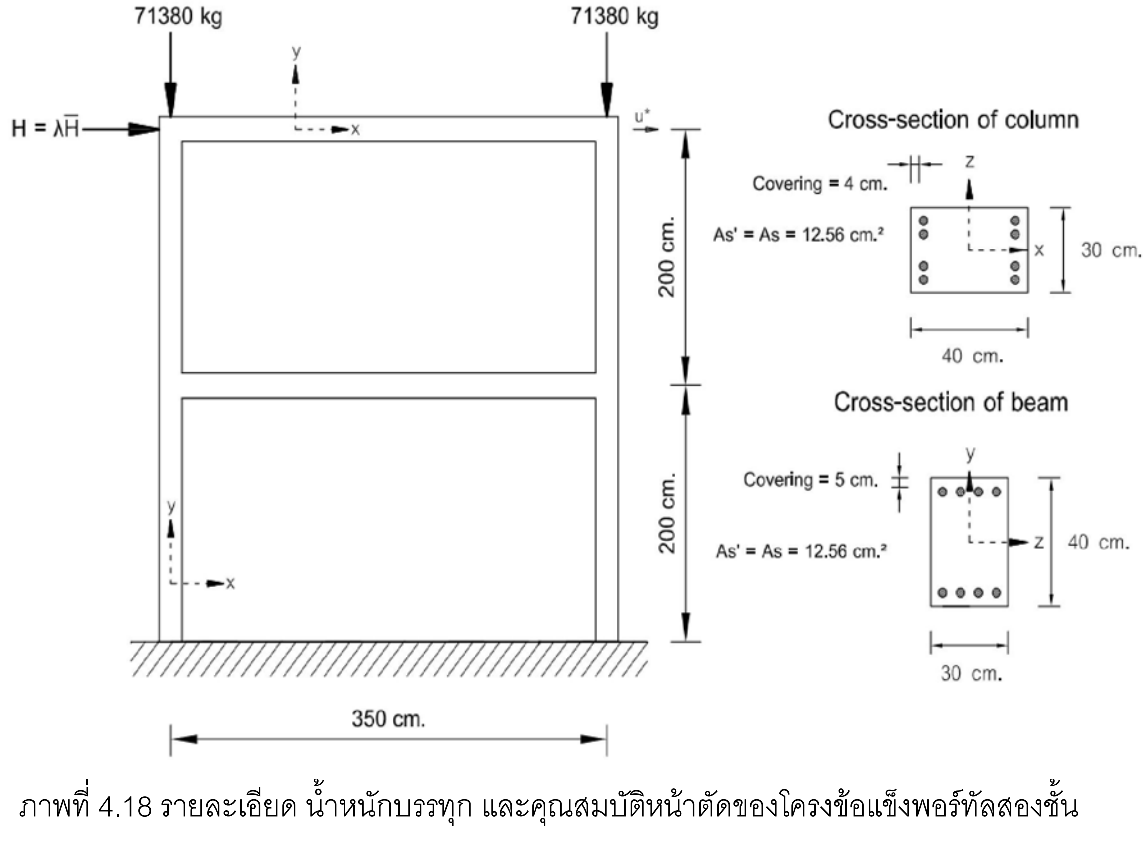
ผลการวิเคราะห์ในงานวิจัยนี้ (จุด A) ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 1,823 กิโลกรัม เมื่อเทียบกับผลการทดสอบโดย Cranston (1965) ที่ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 2,233 กิโลกรัม จะคิดเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์เท่ากับ 18.36 เปอร์เซ็นต์ และเมื่อเทียบกับผลการวิเคราะห์โดย Bazant et al. (1987a) ที่ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 2,176 กิโลกรัม จะคิดเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์เท่ากับ 16.22 เปอร์เซ็นต์

4.5 กรณีศึกษาโครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้น

สำหรับโครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้นจะแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็นกรณีศึกษาย่อย 2 กรณี คือ เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับงานวิจัยในอดีต และศึกษาผลของความชะลูดต่อพฤติกรรมของโครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้น ซึ่งมีรายละเอียดแต่ละกรณีศึกษาย่อย ดังนี้

4.5.1 เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์

โครงข้อแข็งพอร์ทัลคอนกรีตเสริมเหล็กความยาวหนึ่งช่วงเสาสูงสองชั้น ทดสอบและวิเคราะห์โดย Vecchio และ Emara (1992) ทำการทดสอบโดยเพิ่มการกระจัดด้านข้างที่หัวเสาจนโครงสร้างเกิดการวิบัติ และถูกนำมาวิเคราะห์อีกครั้งโดย Dundar และ Kara (2006) ผลจากงานวิจัยในอดีตทั้งสองถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ที่ได้ในงานวิจัยนี้ มีฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น รับแรงกระทำในแนวดิ่งและแรงด้านข้างที่หัวเสา มีรายละเอียดของโครงสร้าง น้ำหนักบรรทุก และคุณสมบัติหน้าตัดชิ้นส่วนแสดงในภาพที่ 4.18 คุณสมบัติทางวัสดุแสดงไว้ในตารางที่ 4.9 ดังนี้

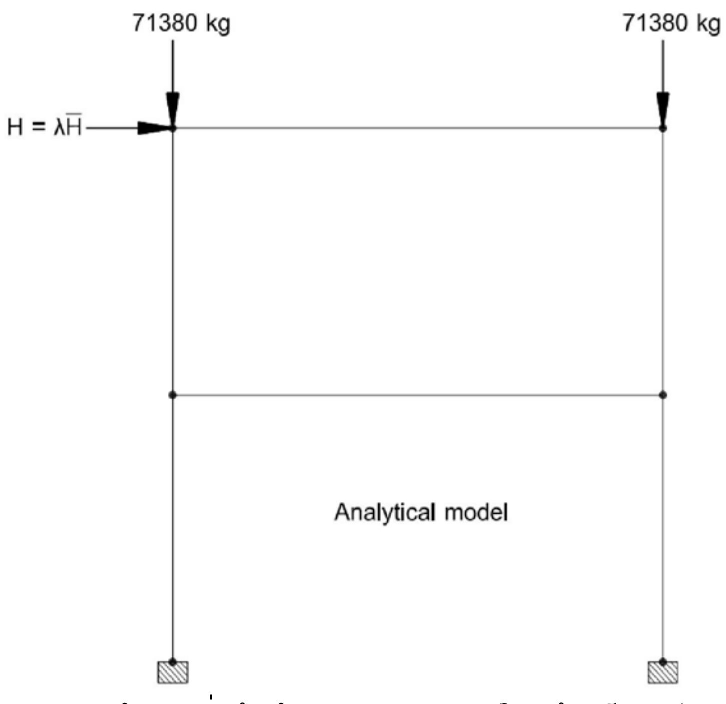


ภาพที่ 4.18 รายละเอียด น้ำหนักบรรทุก และคุณสมบัติหน้าตัดของโครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้น

ตารางที่ 4.9 รายละเอียดคุณสมบัติวัสดุของโครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้น

คุณสมบัติ	ปริมาณ	หน่วย
E_c	241,407	กก./ซม.^{2}
E_s	1,962,953	กก./ซม.^{2}
$f_c^{'}$	306	กก./ซม.^{2}
f_y	4,262	กก./ซม.^{2}
ε_u (Assumed)	0.003	มม./มม.

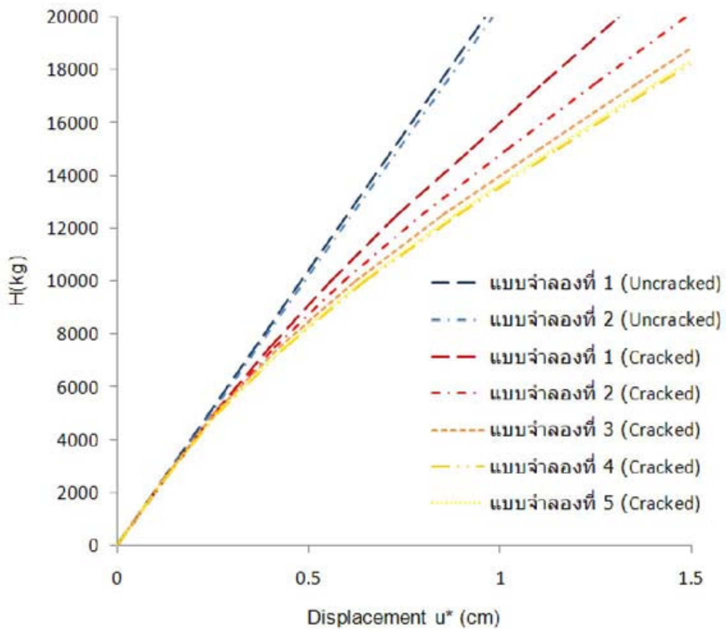
ในการวิจัยนี้ได้ทำการวิเคราะห์โครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียวโดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ พิจารณาความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตเพียงอย่างเดียวและพิจารณาผลการแตกร้าวของคอนกรีตร่วมด้วย แบบจำลองสำหรับการวิเคราะห์เริ่มต้นจะใช้จำนวน 1 เอลิเมนต์ต่อ 1 ชิ้นส่วน ดังแสดงในภาพที่ 4.19 และแบ่งย่อยเพิ่มขึ้นดังแสดงในตารางที่ 4.10 เพื่อหาค่าลู่เข้าของคำตอบ ได้ผลการวิเคราะห์ดังแสดงในภาพที่ 4.20



ภาพที่ 4.19 แบบจำลองเริ่มต้นสำหรับการวิเคราะห์โครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้น

ตารางที่ 4.10 ขนาดของเอลิเมนต์ต่างๆที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้น

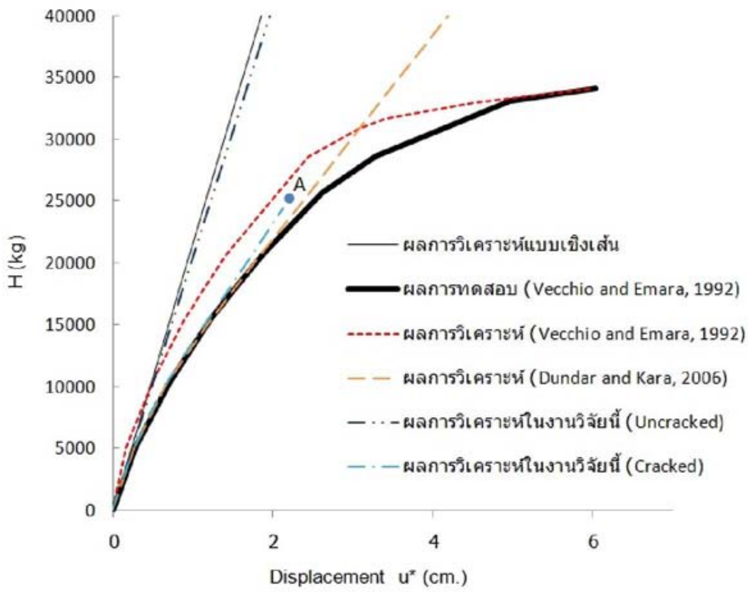
	ชิ้นส่วนเสา (ยาว 200 ซม.)		ชิ้นส่วนคาน (ยาว 350 ซม.)	
	ขนาดเอลิเมนต์	จำนวนเอลิเมนต์	ขนาดเอลิเมนต์	จำนวนเอลิเมนต์
แบบจำลองที่ 1	200 ซม.	1	350 ซม.	1
แบบจำลองที่ 2	100 ซม.	2	175 ซม.	2
แบบจำลองที่ 3	50 ซม.	4	87.5 ซม.	4
แบบจำลองที่ 4	25 ซม.	8	43.75 ซม.	8
แบบจำลองที่ 5	20 ซม.	10	35 ซม.	10



ภาพที่ 4.20 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้นด้วยจำนวนเอลิเมนต์ต่างๆกัน

ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้นที่ลู่เข้าซึ่งก็คือแบบจำลองที่ 2 สำหรับกรณีพิจารณาความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตเพียงอย่างเดียว และแบบจำลองที่ 5 สำหรับกรณีพิจารณาผลการแตกร้าวของคอนกรีตร่วมด้วย ถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดสอบและวิเคราะห์โดย Vecchio กับ Emara (1992) และผลการวิเคราะห์โดย Dundar กับ Kara (2006) ได้ผลการวิเคราะห์แสดงในรูปของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดด้านข้างที่ชั้นสองกับแรงกระทำด้านข้างที่เพิ่มขึ้นดังภาพที่ 4.21 พบว่าผลการวิเคราะห์ในช่วงแรกได้ใกล้เคียงกับผลการทดสอบและผลการวิเคราะห์ในอดีต ที่จุดวิกฤติ(จุด A)ของโครงสร้างเกิดการวิบัติแบบวัสดุขึ้นก่อน

ผลการวิเคราะห์ในงานวิจัยนี้ ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติ(จุด A) เท่ากับ 25,128 กิโลกรัม เมื่อเทียบกับผลการทดสอบโดย Vecchio กับ Emara (1992) ที่ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 34,021 กิโลกรัม คิดเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์เท่ากับ 26.09 เปอร์เซ็นต์ และเมื่อเทียบกับผลการวิเคราะห์โดย Vecchio กับ Emara (1992) และ Dundar กับ Kara (2006) ที่ได้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 34,058 และ 33,854 กิโลกรัมตามลำดับ จะคิดเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของผลการวิเคราะห์เท่ากับ 26.22 และ 25.78 เปอร์เซ็นต์ตามลำดับ

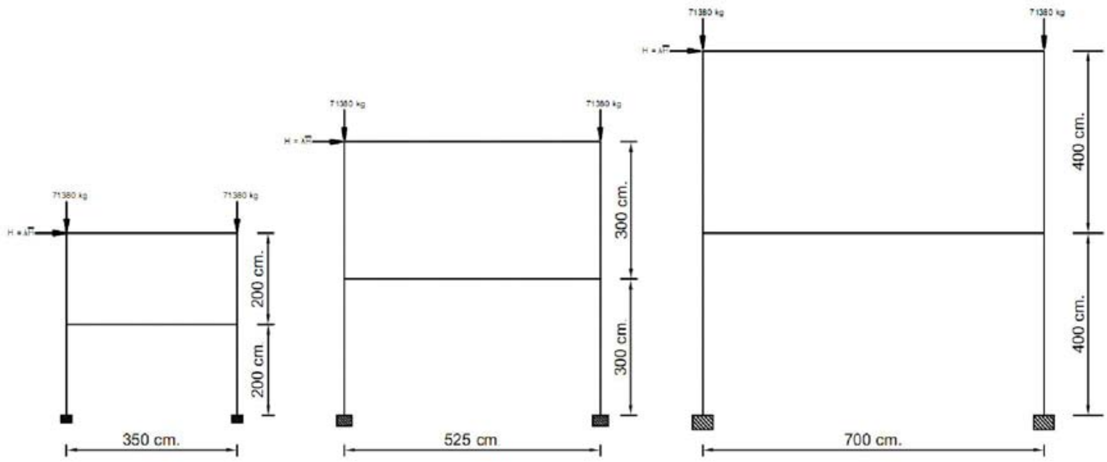


ภาพที่ 4.21 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้นเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีต

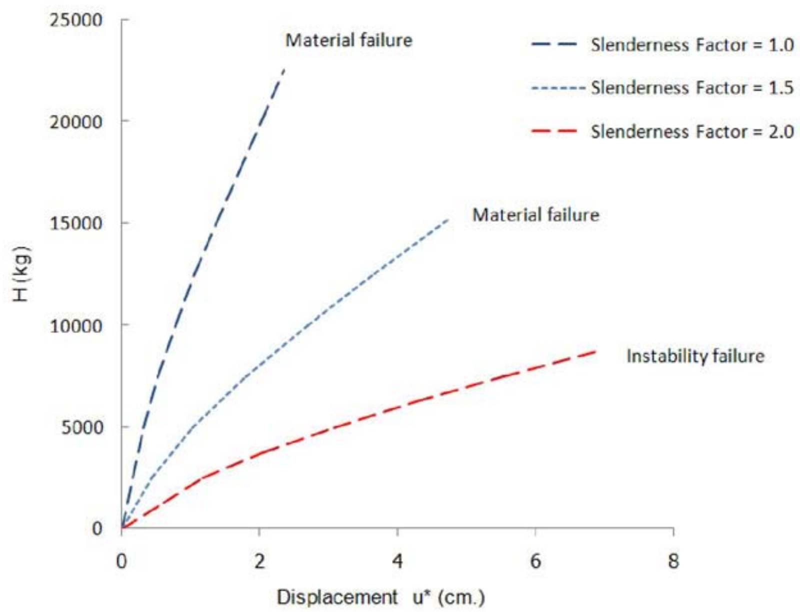
4.5.2 ศึกษาผลของความชะลูดต่อพฤติกรรมของโครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้น

โครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้นที่มีคุณสมบัติเหมือนข้อ 4.5.1 ถูกนำมาศึกษาผลของความชะลูดต่อพฤติกรรมของโครงสร้าง โดยเพิ่มความชะลูดของชิ้นส่วนคานเสาของทั้งโครงสร้างด้วยการคูณความยาวชิ้นส่วนทั้งคานและเสาขนาด 1.0, 1.5 และ 2.0 เท่าของความยาวชิ้นส่วนเดิม ดังแสดงในภาพที่ 4.22 โดยขนาดของเอลิเมนต์ย่อยที่ใช้ในแบบจำลองทั้งสามจะใช้แบบจำลองที่ 5 ตามตารางที่ 4.10 ได้ผลการวิเคราะห์แสดงในรูปของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดด้านข้างที่ชั้นสองกับแรงกระทำด้านข้างที่เพิ่มขึ้นดังภาพที่ 4.23 จากกราฟที่แสดงพบว่า พฤติกรรมของโครงสร้างเมื่อมีความชะลูดเพิ่มขึ้น จะทำให้โครงสร้างเกิดการเคลื่อนที่มากขึ้น ในขณะที่ความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติมีค่าลดลง น้ำหนักบรรทุกและการกระจัดที่จุดวิกฤติของโครงสร้างทั้ง 3 แบบ เมื่อคูณความยาวชิ้นส่วนคานเสาด้วยตัวคูณขนาด 1.5 เท่าของความยาวเดิม จะทำให้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติลดลงเป็น 15,922 กิโลกรัม และการกระจัดเพิ่มขึ้นเป็น 4.80

เซนติเมตร ซึ่งคิดเป็น 46.80 เปอร์เซ็นต์ และ 218.18 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับเมื่อเทียบกับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติและการกระจัดของแบบจำลองปกติ (ตัวคูณขนาด 1.0 เท่า) และเมื่อคูณความยาวชิ้นส่วนคานเสาด้วยตัวคูณขนาด 2.0 เท่าของความยาวเดิม จะทำให้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติลดลงเหลือ 8,637 กิโลกรัม และการกระจัดเพิ่มขึ้นเป็น 6.80 เซนติเมตร ซึ่งคิดเป็น 25.38 เปอร์เซ็นต์ และ 309.09 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับเมื่อเทียบกับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติและการกระจัดของแบบจำลองปกติ (ตัวคูณขนาด 1.0 เท่า) และที่จุดวิกฤติของโครงสร้างเปลี่ยนจากการวิบัติแบบวัสดุเป็นการวิบัติแบบขาดเสถียรภาพแทน



ภาพที่ 4.22 แบบจำลองขนาด 1.0 เท่า, 1.5 เท่า และ 2.0 เท่าของความยาวชิ้นส่วนเดิม



ภาพที่ 4.23 ผลการวิเคราะห์โครงข้อแข็งพอร์ทัลสองชั้นที่มีความชะลูดแตกต่างกัน

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลงานวิจัย

งานวิจัยนี้นำเสนอการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งพิจารณาการแตกร้าวของคอนกรีตเนื่องจากแรงดัด และพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อทำการวิเคราะห์โครงสร้าง ได้ผลสรุปงานวิจัยดังนี้

1.) สำหรับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กที่มีความชะลูดมาก ความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตจะส่งผลต่อพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นของโครงสร้างมาก ผลการวิเคราะห์โครงสร้างซึ่งพิจารณาความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตร่วมกับพิจารณาการแตกร้าวในคอนกรีต ให้ผลการทำนายพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับผลการทดสอบในอดีต ตั้งแต่ช่วงเริ่มต้นจนถึงจุดวิกฤติของโครงสร้าง โดยทำนายน้ำหนักบรรทุกวิกฤติคลาดเคลื่อนประมาณ 9 เปอร์เซ็นต์ เทียบกับผลการทดสอบ
2.) สำหรับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กที่มีความชะลูดน้อย พบว่าผลการวิเคราะห์โครงสร้างดังกล่าว มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดสอบในช่วงเริ่มต้น โดยทำนายน้ำหนักบรรทุกวิกฤติคลาดเคลื่อนประมาณ 22 เปอร์เซ็นต์ เทียบกับผลการทดสอบ ความคลาดเคลื่อนดังกล่าวเป็นผลเนื่องมาจากความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตมีผลต่อพฤติกรรมของโครงสร้างน้อยมากเมื่อเทียบกับความไร้เชิงเส้นทางวัสดุ เพื่อให้ได้ผลการวิเคราะห์ที่ใกล้เคียงมากขึ้นจะต้องใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจำลองพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุที่ดียิ่งขึ้น
3.) การพิจารณาผลของการแตกร้าวเนื่องจากแรงดัดในคอนกรีต ทำให้ผลเนื่องจากความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น และได้ผลการวิเคราะห์ที่ได้ใกล้เคียงกับผลการทดสอบมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กที่มีความชะลูด
4.) การแบ่งเอลิเมนต์ที่ละเอียดยิ่งขึ้นจะทำให้ผลการวิเคราะห์มีความถูกต้องใกล้เคียงกับผลการทดสอบมากยิ่งขึ้น
5.) ผลของความชะลูดต่อโครงข้อแข็งพอร์ทัลทำให้ความสามารถในการรับน้ำหนักสูงสุดมีค่าน้อยลงในขณะที่การกระจัดที่จุดวิกฤติมีค่าเพิ่มมากขึ้น

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิเคราะห์ในงานวิจัยนี้พบว่าแบบจำลองความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตที่เลือกใช้มีประสิทธิภาพเพียงพอในการวิเคราะห์พฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็ก อย่างไรก็ดีการวิเคราะห์โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กที่นำเสนอในงานวิจัยนี้เป็นเพียงแนวทางหนึ่งในการวิเคราะห์ เพื่อให้ได้ผลการวิเคราะห์ที่ถูกต้องแม่นยำมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น จึงอาจจะพิจารณาส่วนอื่นเพิ่มเติม ดังนี้

1.) พิจารณาจุดข้อต่อให้เป็นแบบกึ่งแข็ง (Semi-rigid joint)
2.) พิจารณาการเสียรูปเนื่องจากแรงเฉือน
3.) เลือกใช้แบบจำลองที่สามารถอธิบายพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุที่ใกล้เคียงพฤติกรรมจริงของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กมากขึ้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

เกรียงศักดิ์ กอจันทร์. การวิเคราะห์อินอีลาสติกอันดับที่สองของโครงข้อแข็งคอนกรีตเสริมเหล็กโดยคำนึงถึงผลของการโอบรัด. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2542.

วินิต ช่อวิเชียร. การออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร : วินิต ช่อวิเชียร, 2545.

ภาษาอังกฤษ

ACI Committee 318, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (ACI 318R-05), American Concrete Institute, Detroit, 2005.

Andre, T.B., and Claudio, R.A., Jr. Timoshenko versus Euler beam theory: Pitfalls of a deterministic approach. Structural Safety, (April 2010)

Bratina, S., Saje, M., and Planinc, I. On Materially and Geometrically Non-linear Analysis of Reinforced Concrete Planar Frames. Int. J. Solids Structures 41(2004): 7181-7207.

Carol, I., and Murcia, J. Nonlinear Time-dependent Analysis of Planar Frames using an Exact Formulation-I. Theory. Journal of Competer & Structure 33 (1989): 79-87.

Carol, I., and Murcia, J. Nonlinear Time-dependent Analysis of Planar Frames using an Exact Formulation-II. Computer Implementation for R.C. Structures and Examples. Journal of Competer & Structure 33 (1989): 89-102.

Cengiz, D., and Ilker, F. K. Three dimensional analysis of reinforced concrete frames with cracked beam and column elements. Engineering Structure 29 (2007): 2262-2273

Chen, W.F., and Lui, E.M. Stability Design of Steel Frames. Florida : CRC Press, 1991.

Cranston, W.B., Tests on reinforced concrete frames. 1. Pinned portal frames. Technical Report TRA/392. Cement and Concrete Association, London, England, 1965.

Crisfield, M.A. A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure That Handles “Snap-Through”. Journal of Computers and Structures 13 (1981): 55-62.

El-Metwally, S.E., and Chen, W.F. Nonlinear Behavior of R/C Frames. Journal of Computers & Structures 32 (1989): 1203-1209.

Ferguson, P.M., and Breen, J.E. Investigation of the long concrete column in a frame subjected to lateral loads. Symposium on Reinforced Concrete Columns. American Concrete Institute SP-13 (1966).

Ibrahimbegovic, A., Shakourzadeh, H., Batoz, J.-L., Al Mikdad, M., and Ying-Qiao Guo. On the role of Geometrically Exact and Second-order Theories in Buckling and Post-buckling Analysis of Three-dimensional Beam Structures. Journal of Computers & Structures 61 (1996): 1101-1114.

Iu, C.K., and Bradford, M.A. Second-order Elastic Finite Element Analysis of Steel Structures Using a Single Element per Member. Engineering Structure (April 2010).

Petrolito, J., and Legge, K.A. Unified Nonlinear Elastic Frame Analysis. Journal of Computers & Structures 60 (1996): 21-30.

Reissner, E. On One-Dimensional Finite-Strain Beam Theory: The Plane Problem. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP) 23 (1972): 795-804.

Riks, E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. Int. J. Solids Structures 15 (1979): 524-551.

Smittakorn, W. JSM as a Toolbox for Structural Analysis and Design Applications. The 13th National Convention on Civil Engineering (2008).

Vecchio F.J., Emara M.B. Shear deformations in reinforced concrete frames. ACI Struct. Journal 89 (1992): 46–56

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

สมาชิกภายในของเอลิเมนต์เมทริกซ์ที่พิจารณาความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต

เอลิเมนต์เมทริกซ์ตามสมการที่ 2.34 และ 2.35 มีรายละเอียดสมาชิกดังต่อไปนี้

$$\left[k_0\right]=\frac{EI}{L}\begin{bmatrix} \frac{A}{I} & 0 & 0 & -\frac{A}{I} & 0 & 0 \\ & \frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} & 0 & -\frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} \\ & & 4 & 0 & -\frac{6}{L} & 2 \\ & & & \frac{A}{I} & 0 & 0 \\ & sym. & & & \frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} \\ & & & & & 4 \end{bmatrix} \qquad (ก.1)$$

สำหรับเมทริกซ์ $\left[k_1\right]$ซึ่งเป็นเมทริกซ์สมมาตรและประกอบไปด้วยพจน์กำลังหนึ่งของการกระจัด จะมีสมาชิกนอกเหนือจากพจน์ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังต่อไปนี้

$$\left.\begin{aligned} k_{1(1,2)} &= k_{1(4,5)} = -k_{1(2,4)} = -k_{1(1,5)} = \frac{6}{5L^2}\left(d_5-d_2\right)-\frac{1}{10L}\left(d_3+d_6\right) \\ k_{1(1,3)} &= -k_{1(3,4)} = \frac{1}{10L}\left(d_5-d_2\right)+\frac{1}{30}\left(d_6-4d_3\right) \\ k_{1(1,6)} &= -k_{1(4,6)} = \frac{1}{10L}\left(d_5-d_2\right)+\frac{1}{30}\left(d_3-4d_6\right) \\ k_{1(2,2)} &= k_{1(5,5)} = -k_{1(2,5)} = \frac{6}{5L^2}\left(d_4-d_1\right) \\ k_{1(3,3)} &= k_{1(6,6)} = \frac{2}{15}\left(d_4-d_1\right) \\ k_{1(3,6)} &= -\frac{1}{30}\left(d_4-d_1\right) \\ k_{1(3,5)} &= k_{1(5,6)} = -k_{1(2,3)} = -k_{1(2,6)} = \frac{1}{10L}\left(d_4-d_1\right) \end{aligned}\right\} \qquad (ก.2)$$

เช่นกันสำหรับ $\left[k_2\right]$ ซึ่งเป็นเมทริกซ์สมมาตรและประกอบไปด้วยพจน์กำลังสองของการกระจัด จะมีสมาชิกนอกเหนือจากพจน์ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังต่อไปนี้

$$\left.\begin{aligned}
k_{2(2,2)} &= k_{2(5,5)} = -k_{2(2,5)} = \frac{1}{140}\begin{bmatrix} \frac{18}{L}(d_3{}^2 + d_6{}^2) + \frac{432}{L^3}(d_5 - d_2)^2 \\ -\frac{108}{L^2}\left(d_5 - d_2\right)\left(d_3 + d_6\right) \end{bmatrix} \\
k_{2(2,3)} &= -k_{2(3,5)} = \frac{1}{280}\left[3(d_6{}^2 - d_3{}^2) + 6d_3d_6 + \frac{108}{L^2}\left(d_5 - d_2\right)^2 - \frac{72}{L}d_3\left(d_5 - d_2\right)\right] \\
k_{2(2,6)} &= k_{2(5,6)} = \frac{1}{280}\left[3(d_3{}^2 - d_6{}^2) + 6d_3d_6 + \frac{108}{L^2}\left(d_5 - d_2\right)^2 - \frac{72}{L}d_6\left(d_5 - d_2\right)\right] \\
k_{2(3,3)} &= \frac{1}{140}\left[12Ld_3{}^2 + Ld_6{}^2 - 3Ld_3d_6 + \frac{18}{L}\left(d_5 - d_2\right)^2 + 3\left(d_5 - d_2\right)\left(d_3 - d_6\right)\right] \\
k_{2(3,6)} &= \frac{1}{280}\left[-3L(d_3{}^2 + d_6{}^2) + 4Ld_3d_6 - 6\left(d_5 - d_2\right)\left(d_3 + d_6\right)\right] \\
k_{2(6,6)} &= \frac{1}{140}\left[Ld_3{}^2 + 12Ld_6{}^2 - 3Ld_3d_6 + \frac{18}{L}\left(d_5 - d_2\right)^2 + 3\left(d_5 - d_2\right)\left(d_6 - d_3\right)\right]
\end{aligned}\right\} \quad (\text{ก.3})$$

ภาคผนวก ข
การคำนวณหากราฟความสัมพันธ์ระหว่างกำลังต้านทานแรงอัดกับแรงดัดของเสาสั้น

การตรวจสอบการวิบัติในชิ้นส่วนรับแรงตามแนวแกนร่วมกับแรงดัด ตรวจสอบโดยเปรียบเทียบกับค่ากำลังต้านทานแรงอัดกับแรงดัด (Interaction Diagram) สำหรับเสาหน้าตัดสี่เหลี่ยมจะวาดเส้นตรงผ่านจุด 4 จุด ประกอบไปด้วย 1.)จุดแสดงกำลังต้านทานแรงอัดสูงสุดเมื่อมีแรงกระทำตามแนวแกนเพียงอย่างเดียว 2.)จุดแสดงกำลังต้านทานสูงสุดเมื่อเกิดการวิบัติแบบสมดุล (Balance Failure) โดยคอนกรีตถูกอัดแตกพร้อมกับเหล็กเสริมรับแรงดัดถึงจุดครากพอดี 3.) จุดแสดงกำลังต้านทานแรงดัดสูงสุดเมื่อมีแต่โมเมนต์ดัดกระทำ และ 4.)จุดแสดงกำลังต้านทานแรงดึงสูงสุดเมื่อมีแรงดึงกระทำตามแนวแกนเพียงอย่างเดียว ซึ่งสามารถหาได้จากสมการดังต่อไปนี้ (วินิต ช่อวิเชียร, 2545)

จุด A จุดแสดงกำลังต้านทานแรงอัดสูงสุดเมื่อมีแรงกระทำตามแนวแกนเพียงอย่างเดียว
กำลังต้านทานแรงอัดสูงสุด,

$$P_0 = \left(0.85 f_c'\right)\left(A_g - A_{st}\right) + f_y\left(A_{st}\right) \qquad (ข.1)$$

โดยที่ f_c' = กำลังอัดประลัยของคอนกรีต
f_y = หน่วยแรงคลากของเหล็ก
A_g = พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนคอนกรีตเสริมเหล็ก
A_{st} = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริม

จุด B จุดแสดงกำลังต้านทานสูงสุดเมื่อเกิดการวิบัติแบบสมดุล
กำลังต้านทานแรงอัดสูงสุด,

$$P_{nb} = 0.85 f_c' b a_b + A_s' f_s' - A_s f_y \qquad (ข.2)$$

เมื่อ

$$a_b = \beta_1 d \left(\frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} \right)$$

$$f_s' = 0.003 E_s \left(\frac{c - d'}{c} \right)$$

กำลังต้านทานโมเมนต์ดัดสูงสุด,

$$M_{nb} = 0.85 f_c' b a_b \left(\bar{y} - \frac{a_b}{2} \right) + A_s' f_s' \left(\bar{y} - d' \right) + A_s f_y \left(d - \bar{y} \right) \quad \text{(ข.3)}$$

เมื่อ

$$\bar{y} = h - \bar{x} - d'$$

$$\bar{x} = \frac{\left\{ \frac{0.85 f_c' bh(d - d')}{2} \right\} + A_s' f_y' (d - d')}{0.85 f_c' bh + A_s' f_y' + A_s f_y}$$

จุด C จุดแสดงกำลังต้านทานแรงดัดสูงสุดเมื่อมีแต่โมเมนต์ดัดกระทำ

ต้องตรวจสอบก่อนว่าเหล็กเสริมรับแรงอัดมีกำลังถึงจุดครากหรือไม่โดยถ้าหากค่า

$$\rho - \rho'$$

มีค่าน้อยกว่า

$$0.85 \beta_1 \left(\frac{f_c'}{f_y} \right) \left(\frac{d'}{d} \right) \left(\frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} \right)$$

เหล็กรับแรงอัดจะมีกำลังไม่ถึงจุดคราก แล้วจึงไปหาต้านทานสูงสุดจากสมการต่อไปนี้

ถ้าที่สภาวะวิบัติเหล็กเสริมรับแรงอัดมีกำลังถึงจุดคราก กำลังต้านทานโมเมนต์ดัดสูงสุด,

$$M_0 = \left(A_s - A_s' \right) f_y \left(d - 0.5a \right) + A_s' f_y \left(d - d' \right) \quad \text{(ข.4)}$$

เมื่อ

$$a = \frac{\left(A_s - A_s' \right) f_y}{0.85 f_c' b}$$

ถ้าที่สภาวะก่อนวิบัติเหล็กเสริมรับแรงอัดมีกำลังไม่ถึงจุดคราก กำลังต้านทานโมเมนต์ดัดสูงสุด,

$$M_0 = 0.85 f_c' ba (d - 0.5a) + A_s' f_s' (d - d') \quad \text{(ข.5)}$$

เมื่อค่า c หาได้จากการแก้สมการพหุนามกำลังสองของ

$$\left(0.85 f_c' b \beta_1 \right) c^2 + \left(0.003 E_s A_s' - A_s f_y \right) c - 0.003 d' E_s A_s' = 0$$

และ

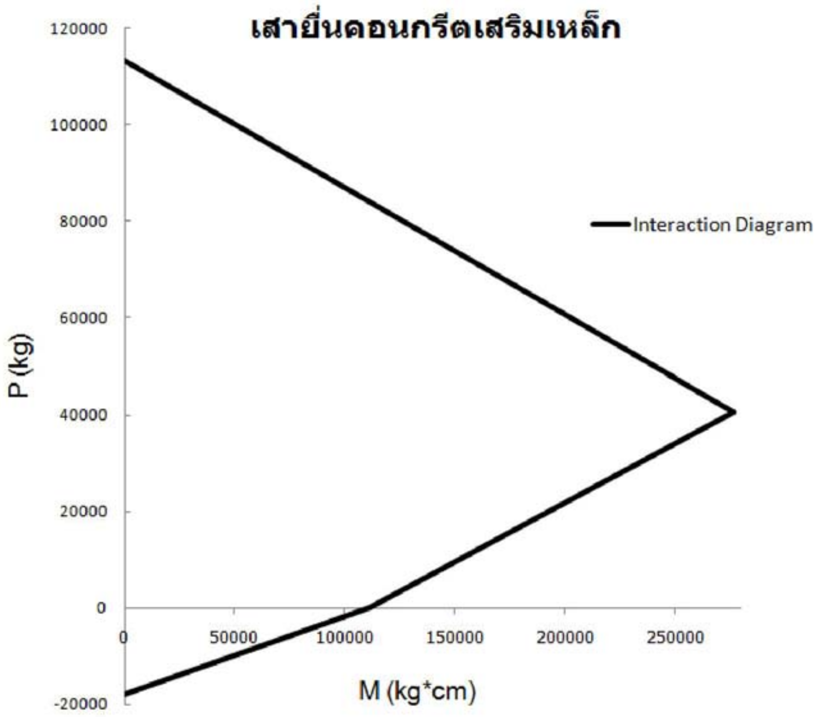
$$a = \beta_1 c$$

จุด C จุดแสดงกำลังต้านทานแรงดึงสูงสุดเมื่อมีแรงดึงกระทำตามแนวแกนเพียงอย่างเดียว

กำลังต้านทานแรงอัดสูงสุด,

$$P_{nt} = -f_y A_{st}$$

เมื่อได้จุดครบทั้ง 4 จุดจะวาดกราฟความสัมพันธ์โดยใช้สมการเส้นตรงลากผ่านจุดต่อจุด จะขอยกตัวอย่างการวาดกราฟความสมการของหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กสี่เหลี่ยมซึ่งมีคุณสมบัติหน้าตัดเหมือนเสายื่นคอนกรีตเสริมเหล็ก (กรณีศึกษาที่ 2) ที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 4 จะสามารถวาดกราฟความสัมพันธ์กำลังต้านทานแรงอัดกับแรงดัด (Interaction Diagram) โดยใช้สมการที่กล่าวข้างต้น ได้ดังรูป ข.1 ดังนี้



รูปที่ ข.1 ความสัมพันธ์กำลังต้านทานแรงอัดกับแรงดัด (Interaction Diagram) ของเสายื่น

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายธีรภัทร สิงห์ประเสริฐ เกิดเมื่อวันที่ 28 ธันวาคม พ.ศ.2529 ที่โรงพยาบาลนพรัตน์ ราชธานี จังหวัดกรุงเทพมหานครฯ เป็นบุตรคนที่สองของนายเชาว์ สิงห์ประเสริฐ และนางมาลัยพรรณ สิงห์ประเสริฐ

จบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาจากโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย นนทบุรี และระดับปริญญาบัณฑิตจากคณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน เข้ารับการศึกษาต่อในระดับปริญญามหาบัณฑิต หลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา แขนงวิชาวิศวกรรมโครงสร้าง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย