ผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

นางสาวปานจิต รัตนพล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2547

ISBN 974-53-2264-4

THE EFFECTS OF USING OPEN-ENDED PROBLEMS ON MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENT AND CREATIVITY OF LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS

Miss Panjit Ruttanaphol

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Educational in Mathematics
Department of Curriculum, Instruction, and Educational Technology
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2004

ISBN 974-53-2264-4

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
โดย	นางสาวปานจิต รัตนพล
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. พฤทธิ์ ศิริบรรณพิทักษ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

.... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน)

ปานจิต รัตนพล : ผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. (THE EFFECTS OF USING OPEN-ENDED PROBLEMS ON MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENT AND CREATIVITY OF LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS) อ. ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง 135 หน้า ISBN 974-53-2264-4.

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่เรียนจากการใช้ปัญหาปลายเปิด

2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ระหว่างกลุ่มที่มีระดับผล การเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ หลังจากการเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

3. เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์

4. เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ระหว่างกลุ่มที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ หลังจากการเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนศรียาภัย จังหวัดชุมพร จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิด เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูล โดยการหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่ามัชฌิมเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที (t-test) การทดสอบความแปรปรวนทางเดียว (One-way Anova) และการทดสอบรายคู่โดยวิธีการของเชฟเฟ่ (Scheffe' Method)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองสูงกว่าเกณฑ์ 50 %

2. หลังการทดลองนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง และต่ำ และ นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05

3. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ หลังการทดลองมีความคิดสร้างสรรค์สูงขึ้นจากก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05

4. หลังการทดลองนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง และ ต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05 แต่นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนปานกลาง มีความคิดสร้างสรรค์ไม่สูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์

ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา ลายมือชื่อนิสิต ....ปานจิต รัตนพล....
สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา....................
ปีการศึกษา 2547

#4683710227: MAJOR MATHEMATICS OF EDUCATION

KEY WORD: OPEN-ENDED PROBLEM / MATHEMATICAL CREATIVITY

PANJIT RUTTANAPHOL: THE EFFECTS OF USING OPEN-ENDED PROBLEMS ON MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENT AND CREATIVITY OF LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS. THESIS ADVISOR: ASSIST. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D. 135 pp. ISBN 974-53-2264-4

The purposes of this research were:

1. to study the effects of using open-ended problems on mathematics learning achievements of lower secondary school students.

2. to compare the mathematics learning achievements of lower secondary school students between groups with high, medium, and low levels of mathematics learning after using open-ended problems.

3. to compare the mathematical creativities of lower secondary school students with high, medium, and low levels of mathematics learning before and after using open-ended problems.

4. to compare the mathematical creativities of lower secondary school students between groups with high, medium, and low levels of mathematics learning after using open-ended problems.

The subjects were 110 mathayom suksa one students in academic year 2004 in Sriyapai School, Chumphol province. The experimental instrument was the lesson plans using open-ended problems and the research instruments were the mathematics learning achievement test and the mathematical creativity test. The data were analyzed by means of arithmetic mean, standard deviation, t-test, One-Way Anova and Scheffe' Method.

The research results revealed that:

1. Mathayom suksa one students being taught by using open – ended problems had mathematics learning achievement of 58% which met minimum criteria of 50%.

2. After using open-ended problem, students with high level of mathematics learning had higher mathematics learning achievement than those with medium and low levels of mathematics learning, and students with medium level of mathematics learning had higher mathematics learning achievement than those with low level of mathematics learning at .05 level of signigicance.

3. After using open-ended problems, the mathematical creativities of students with high, medium and low levels of mathematics learning were higher than those before using open-ended problems at .05 level of signigicance.

4. Students with high level of mathematics learning had higher mathematical creativities than those of students with medium and low levels of mathematics learning at .05 level of signigicance but there was no significant difference of mathematical creativities between students with medium and low levels of mathematics learning.

Department Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Field of study Mathematics Education   Student's signature ..Panjit....Ruttanaphol

Academic year 2004   Advisor's signature ....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณายิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาดูแลเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ และได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่ง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำและให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย นอกจากนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงวุฒิทุกท่านที่เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือ และให้คำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบพระคุณคณะอาจารย์และนักเรียนโรงเรียนไทยรัฐวิทยา 76 วัดสามัคคีชัย และโรงเรียนบ้านสะพลีที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือ ขอขอบพระคุณหัวหน้าหมวดคณิตศาสตร์ คณะอาจารย์และนักเรียนโรงเรียนศรียาภัย จังหวัดชุมพร ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี รวมทั้งขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้ทุนอุดหนุนบางส่วนในการทำวิจัยครั้งนี้

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา พี่ชาย คุณสินทวีป สายัณห์ และเพื่อน ๆ ที่คอยช่วยเหลือและให้กำลังใจแก่ผู้ทำวิจัยเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ฌ
บทที่	
1. บทนำ	
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์	5
สมมุติฐานในการวิจัย	6
ขอบเขตการวิจัย	7
คำจำกัดความในการวิจัย	7
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	11
ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์	11
ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์	12
ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ	15
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	16
ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	21
ปัญหาปลายเปิด	25
ความหมายและแนวคิดเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิด	26
ความสำคัญของปัญหาปลายเปิด	27
ลักษณะและชนิดของปัญหาปลายเปิด	29
การสร้างปัญหาปลายเปิด	32
การประเมินการแก้ปัญหาปลายเปิด	34

บทที่ หน้า

ความคิดสร้างสรรค์ 38

ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 38

แนวคิดเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 42

การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 49

แนวทางการสอนเพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ 50

3. วิธีดำเนินการวิจัย

การศึกษาค้นคว้า 58

การออกแบบการวิจัย 59

ประชากรและตัวอย่างประชากร 59

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 60

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 64

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 69

การวิเคราะห์ข้อมูล 70

สถิติที่ใช้ในการวิจัย 71

4. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 74

5. สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 84

รายการอ้างอิง 93

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ 100

ภาคผนวก ข แผนการสอน 102

ภาคผนวก ค แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ 119

ภาคผนวก ง แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 129

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.. 135

สารบัญตาราง

ตาราง		หน้า
1	แสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด................................	62
2	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และ ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{X}_{ร้อยละ}$) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลอง...........................	75
3	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One – Way Analysis of Variance) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการทดลองระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ.....................	76
4	แสดงผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$) ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการทดลองระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ เป็นรายคู่	77
5	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง	78
6	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง	79
7	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ	80
8	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One – Way Analysis of Variance) ของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ	81
9	แสดงผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ เป็นรายคู่	82

ตาราง หน้า

10 แสดงการวิเคราะห์เนื้อหา และพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (แสดงเป็นรายข้อ) 120

11 แสดงการวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (แสดงจำนวนข้อในแต่ละด้าน) 121

12 แสดงจำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกในกลุ่มสูง (R_H) จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกในกลุ่มต่ำ (R_L) ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจำแนก (r) ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์.......... 122

13 แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจำแนก (r) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 130

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

โลกในปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา เป็นโลกแห่งข้อมูลข่าวสาร มีการพัฒนา และแข่งขันกันในสังคม ทั้งทางด้านเศรษฐกิจ การเมืองและสังคม รวมถึงในด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆได้ส่งผลกระทบต่อวิถีชีวิตของคนในสังคม จึงทำให้การศึกษาเข้ามามีบทบาทต่อวิถีชีวิตของคนในสังคมมากขึ้น เนื่องจากการศึกษานั้นเปรียบเสมือนเครื่องมือพื้นฐานในการดำรงชีวิต สอดคล้องกับที่ รุ่ง แก้วแดง (2541: 74) ได้กล่าวไว้โดยสรุปว่า ถึงเวลาแล้วที่ประเทศจะต้องเร่งพัฒนาศักยภาพด้านการศึกษา เนื่องจากสังคมปัจจุบันต้องการบุคคลที่มีความสามารถในด้านต่าง ๆ เพื่อไปเป็นกำลังสำคัญในการพัฒนาประเทศ ให้มีศักยภาพในการแข่งขันและยืนหยัดอยู่ได้ในสังคมโลกปัจจุบัน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การศึกษาด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ดังที่ ปานทอง กุลนาถศิริ (2543: 14-22) ได้กล่าวว่า "คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี เป็นสามสาขาวิชาที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกัน กล่าวคือประเทศจะพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ก็ต่อเมื่อประเทศนั้นได้พัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์แล้วเป็นอย่างดี" และสอดคล้องกับที่ ยุพิน พิพิธกุล (2530: 1) กล่าวว่า "คณิตศาสตร์นั้นเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ฯลฯ ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น"

จากการประเมินคุณภาพการศึกษาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย ของกรมวิชาการในปี พ.ศ. 2543 – 2545 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 คือมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 32.37 และ 39.08 ตามลำดับ (กรมวิชาการ, 2545: 8-9) จากผลการประเมินดังกล่าว ชี้ให้เห็นว่าการศึกษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยนั้นจำเป็นจะต้องได้รับการแก้ไขปรับปรุงอย่างจริงจัง ดังนั้นการปฏิรูปการศึกษาที่ผ่านมาจึงมีการระบุถึงความสำคัญของการพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ ดังที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ได้กล่าวไว้อย่างชัดเจน ในมาตรา 23 ข้อ 4 ว่า "การจัดการศึกษานั้นจะต้องเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถในทางคณิตศาสตร์" (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2544: 19) นอกจากนี้ หลักสูตรการศึกษา

ขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ได้กำหนดจุดหมายไว้อย่างชัดเจนว่า "ผู้เรียนจะต้องมีทักษะและกระบวนการ โดยเฉพาะทาง คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ทักษะการคิด การสร้างปัญญาและทักษะในการดำเนินชีวิต" (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544: 4)

จากข้อความในพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 แสดงให้เห็นว่า ในการจัดการศึกษาทางคณิตศาสตร์จะต้องมุ่งให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาทั้งในด้านเนื้อหา ความรู้ ควบคู่ไปกับการฝึกด้านทักษะและกระบวนการ ดังนั้น หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไว้ดังนี้

1. มีความสามารถในการแก้ปัญหา
2. มีความสามารถในการให้เหตุผล
3. มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้
5. มีความคิดสร้างสรรค์

เมื่อพิจารณาจากทักษะกระบวนทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดแล้ว จะพบว่าทักษะการแก้ปัญหานั้น เป็นทักษะหนึ่งที่มีความสำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ ดังที่ Hyed & Hyed (1991: 5) ได้กล่าวว่า " การแก้ปัญหานั้นทำให้คณิตศาสตร์มีความหมาย มากกว่าเป็นเพียงกฎเกณฑ์และตัวเลข ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการจัดการกับปัญหาต่าง ๆ ได้ กล่าวได้ว่าการแก้ปัญหานั้นเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ " ดังที่ Lester (1977: 12 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540: 11) กล่าวไว้สรุปได้ว่า การแก้ปัญหานั้นเป็นเป้าหมายสูงสุดของหลักสูตร ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จึงต้องคำนึงถึงการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นประเด็นหลัก และสอดคล้องกับที่ Schenfeld (2000 อ้างถึงใน สมยศ ชิดมงคล, 2545: 3) ได้กล่าวว่า " ในการจัดเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรจะมุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการแก้ปัญหามีความจำเป็นมากที่สุดสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ "

สำหรับในประเทศไทย จากการจัดการเรียนการสอนที่ผ่านมานั้นยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ในการพัฒนาความสามารถด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นได้จากการศึกษาของ เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม (2542: 62-64) ซึ่งทำการศึกษาเรื่อง การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 7 ผลพบว่า ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้น ม.1 ม.2 และ ม.3 อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำร้อยละ 50 ทั้งสามระดับชั้น ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องพัฒนาความสามารถในด้านการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้เพิ่มขึ้น

แนวทางในการพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในด้านการแก้ปัญหานั้น วรณัน ขุนศรี (2546: 9-12) ได้เสนอว่า ผู้เรียนจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีได้ ถ้าได้เรียนรู้ทักษะการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีโอกาสที่ได้รับการฝึกทักษะ มีโอกาสได้แก้ปัญหาด้วยตนเอง ใช้ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับที่ Yackel ,Cobb และ Wood (1990: 34) ได้กล่าวว่า "การสอนแก้ปัญหาเพื่อให้เกิดผลดีที่สุดแก่ผู้เรียนนั้น ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ลงมือกระทำด้วยตนเอง สร้างแนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง โดยใช้สิ่งที่เรียนรู้ผ่านมาแล้วประยุกต์เข้ากับประสบการณ์ต่างๆของตนเองในการสร้างแนวทางการแก้ปัญหา" ซึ่ง Stanic และ Kilpatrick (1989: 9) ได้เสนอว่า วิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถและทักษะการแก้ปัญหาคือการใช้ปัญหาปลายเปิดประกอบในการเรียนการสอน

Carroll (1999: 253-255) ได้กล่าวว่า การใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ จนสามารถประมวลความรู้ทั้งหมดที่เรียน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ ยังช่วยให้ผู้สอนสามารถตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน ว่ามีความบกพร่องหรือเกิดความคลาดเคลื่อนทางมโนทัศน์ในเรื่องใดบ้าง นอกจากนั้น Hiebert et al (1997 อ้างถึงใน McIntose, 2000: 6) ได้กล่าวว่าในการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้น ผู้เรียนจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมของตนเองที่มีอยู่เกี่ยวกับเรื่องดังกล่าว สร้างเป็นแนวทางแก้ปัญหาของตนเอง ดังนั้นผู้เรียนจึงได้ฝึกการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ส่งผลให้ผู้เรียนได้เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ นอกจากนี้ Foong (2000: 135-140) ได้กล่าวถึงข้อดีของการแก้ปัญหาปลายเปิดเพิ่มเติมว่า ปัญหาปลายเปิดนั้นสามารถหาคำตอบได้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย ดังนั้นจึงช่วยลดปัญหาความแตกต่างในด้านความสามารถของแต่ละบุคคลลงได้ เนื่องจากนักเรียนในห้องเรียนทุกคนจะสามารถแก้ปัญหานั้นได้ด้วยระดับความสามารถของตนเอง สอดคล้องกับที่ Bley และ Thornton (1994: 158) ได้กล่าวว่าการใช้ปัญหาปลายเปิดนั้น จะช่วยให้นักเรียนที่มีความสามารถสูงได้รับการพัฒนาได้เต็มตามศักยภาพ ในขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถน้อยก็สามารถดำเนินกิจกรรมร่วมไปกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนได้ โดยไม่รู้สึกว่าโดนทอดทิ้งจากชั้นเรียน ทำให้นักเรียนทุกคนได้รับการพัฒนาความสามารถได้เต็มตามศักยภาพของตนเอง

ในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดนั้นเมื่อพิจารณาแล้วจะพบว่ามีทักษะหนึ่งที่มักถูกมองข้ามและละเลยที่จะพัฒนา คือ ความคิดสร้างสรรค์ (Creative Thinking) ทั้ง ๆ ที่ความคิดสร้างสรรค์เป็นหัวใจของการสร้างเด็กยุคใหม่ เกษร ธิตะจารี (2546: 1) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นสิ่งที่อยู่ใน ตัวมนุษย์ซึ่งแต่ละบุคคลมีมาก น้อยไม่เท่ากัน กระบวนการคิดของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์นั้นจะมีขบวนการที่สูงทั้งในด้านจินตนาการ และความคิดริเริ่ม ดังนั้น กระบวนการคิดสร้างสรรค์จึงเป็นการแสดงศักยภาพของพลังสมองอย่างหนึ่ง การศึกษาจึงควรจัดให้นักเรียนได้ฝึกใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหา

แต่ในวิชาคณิตศาสตร์ Pehkonen (1999: 45) ได้กล่าวไว้ว่า " ผู้สอนมักจะละเลยหรือมองข้ามการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากมีความเชื่อว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่พัฒนาให้เกิดขึ้นกับตัวผู้เรียนได้ยากและไม่สำคัญเท่าที่ควรในวิชาคณิตศาสตร์ " แต่ถ้าหากมองย้อนอดีตกลับไป เราจะพบว่าวิทยาการความก้าวหน้าต่าง ๆ ในปัจจุบันมีจุดเริ่มต้นมาจากความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักคณิตศาสตร์ และนักวิทยาศาสตร์ ในอดีตทั้งสิ้น เช่น การค้นพบ แรงโน้มถ่วงของโลก การสร้างหลอดไฟฟ้า การผลิตเครื่องบิน เป็นต้น ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เป็นต้นกำเนิดของวิวัฒนาการความเจริญก้าวหน้า ดังที่ Torrance (1961: 16-17 อ้างถึงใน วัลลภา แนวจำปา, 2527: 2) กล่าวว่า " ในบรรดาความคิดทั้งหลาย ความคิดสร้างสรรค์จะช่วยให้เกิดการค้นพบสิ่งแปลก ๆ ใหม่ ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ ดังนั้นความคิดสร้างสรรค์จึงเป็นสิ่งที่ครูควรส่งเสริมให้เกิดแก่นักเรียน" สอดคล้องกับที่ Holland (1961 อ้างถึงใน วัลลภา แนวจำปา, 2527: 3) กล่าวว่า "นักเรียนมัธยมศึกษาที่มีความคิดสร้างสรรค์ มักจะคิดอย่างอิสระ มีความคิดริเริ่มและเป็นผู้ที่ต้องการประสบความสำเร็จในอนาคตดังนั้นในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรจะพัฒนาสมรรถภาพด้านนี้ให้มาก"

Polya (1957: 92-93) ได้เสนอแนวคิดว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถทำให้บุคคลเกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ได้ โดยกล่าวว่า ขั้นตอนของการวางแผนคิดวิธีแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ฝึกให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้เป็นอย่างดี เป็นขั้นตอนของการเกิดสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่ รวมถึงเกิดการหยั่งรู้สิ่งที่ต้องการ ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนสามารถคิดวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างอิสระ จึงเป็นส่วนสนับสนุนในการฝึกความคิดสร้างสรรค์ให้เกิดขึ้นในตัวของผู้เรียน สอดคล้องกับที่ Pehkonen (1997: 65) ได้กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสัมพันธ์กันกับการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์สูงจะสามารถแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี ในทำนองเดียวกันกับที่นักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้ดีก็จะมีความคิดสร้างสรรค์สูงตามไปด้วย ดังนั้นในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ให้เกิด

ขึ้นกับนักเรียน Pehkonen ได้เสนอให้ผู้สอนจัดเตรียมสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมให้นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหา และ สถานการณ์หนึ่งที่เหมาะสมคือการใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งคำกล่าวนี้สอดคล้องกับที่ Silver (1993: 66-85 cited in Imai, 1998: 188) ได้กล่าวว่า การใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ที่เหมาะสมในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาจะพบว่าการแก้ปัญหาปลายเปิดเป็นแนวทางหนึ่งที่มีความเหมาะสมในการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ให้เกิดกับผู้เรียน เนื่องจากการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้นจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนใช้วิธีการต่างๆที่หลากหลายในการหาคำตอบ และมีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ ผู้เรียนจึงมีอิสระในการคิด การสร้างแนวทางแก้ปัญหาของตนเอง และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Chorney (1998:1) ซึ่งทำการศึกษากระบวนการคิดระดับสูงของนักเรียนเกรด 10 โดยใช้โจทย์ปัญหาปลายเปิด ผลการวิจัยพบว่า ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนได้รับการพัฒนาเพิ่มมากขึ้นหลังจากที่นักเรียนได้เรียนด้วยโจทย์ปัญหาปลายเปิด

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษา การสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดไปใช้เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนจากการใช้ปัญหาปลายเปิด
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ระหว่างกลุ่มที่มีระดับผลการเรียน สูง ปานกลาง ต่ำ หลังจากการเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด
3. เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำแนกตามระดับผลการเรียน
4. เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ระหว่างกลุ่มที่มีระดับผลการเรียน สูง ปานกลาง ต่ำ หลังจากการเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

สมมุติฐานในการวิจัย

จากงานวิจัยของ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 120-125) ซึ่งทำการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค101 คณิตศาสตร์ 1 สูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานของโรงเรียน ผู้วิจัยจึงตั้งสมมุติฐานว่า

1. นักเรียนที่ใช้ปัญหาปลายเปิด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่า ร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

จากผลการศึกษาของ งานวิจัยของ Luo และ Chen (2004: 1-5) ซึ่งทำการศึกษาถึงการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอน เรื่องเรขาคณิตและพีชคณิต โดยใช้ระยะเวลาในการติดตามผลการใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นระยะเวลาประมาณ 7 ปี ผลพบว่าหลังจากที่นักเรียนได้เรียนโดยการใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว พบว่าผลคะแนนในวิชาเรขาคณิตและพีชคณิต ในแต่ละปีจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ อย่างต่อเนื่อง ทั้งในนักเรียนที่มีความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ โดยที่นักเรียนกลุ่มสูงจะมีคะแนนเพิ่มขึ้นมากกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำในแต่ละปี ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมุติฐานว่า

2. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลางและต่ำ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ 0.05

จากคำกล่าวของ Silver (1993: 66-85 อ้างถึงใน Imai, 1998: 188) กล่าวว่า การใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ที่เหมาะสม ในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และงานวิจัยของ Chorney (1998: abstract) ซึ่งทำการศึกษากระบวนการคิดระดับสูงของนักเรียนเกรด 10 โดยใช้โจทย์ปัญหาปลายเปิด พบว่า ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนได้รับการพัฒนาเพิ่มมากขึ้นหลังจากที่นักเรียนได้เรียนด้วยโจทย์ปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยจึงตั้งสมมุติฐานว่า

3. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากงานวิจัยของ Hekimoglu (1999: 14-20) ที่ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถของนักเรียนที่มีความสามารถสูงในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถสูงในวิชาคณิตศาสตร์มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สร้างแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเอง และมีความคิดยืดหยุ่นและความคิดริเริ่มเพิ่มมากขึ้น สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยทั่วไปและ

ของ ชวนชม วิริยะธรรม (2536: บทคัดย่อ) ซึ่งทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงจะมีความคิด สร้างสรรค์แตกต่างจากนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ผู้วิจัยจึงตั้งสมมุติฐานว่า

4. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดชุมพร
2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยใช้เนื้อหาในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่อง การแก้สมการตัวแปรเดียว
3. ตัวแปรที่ต้องการศึกษาประกอบด้วย

ตัวแปรจัดกระทำ คือ การใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตัวแปรตาม

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
2. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความในการวิจัย

การใช้ปัญหาปลายเปิด หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งแบ่งออกเป็น ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยในขั้นสอนเป็นการจัดการเรียนการสอนตามแนวหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานและการให้ความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาของ Polya จากนั้นจึงให้นักเรียนแก้ปัญหาปัญหาปลายเปิด ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ชนิด ดังนี้

1. ปัญหาชนิดกระบวนการเปิด (process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

2. ปัญหาชนิดผลลัพธ์เปิด (end product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของนักเรียนที่คิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้กว้างไกล หลายทิศทาง ด้วยการคิดดัดแปลง ปรุงแต่งผสมผสานจากความคิดเดิมให้เกิดเป็นสิ่งใหม่ ซึ่งความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นี้วัดได้จากแบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้แนวคิดของ ทอร์แรนซ์ (Torrance, 1969: 45-52 อ้างถึงใน ปิยลักษณ์ โพธิ์ถาวร, 2542: 18-19) ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบดังนี้

1. ความคล่องในการคิด คือ ความสามารถในการคิดหาคำตอบในเวลา^
2. ความยืดหยุ่นในการคิด คือ ความสามารถในการคิดหาคำตอบได้หลายแนวทาง หลายกลุ่ม
3. ความคิดริเริ่ม คิด ความสามารถในการคิดหาคำตอบได้แปลกใหม่ แตกต่างจากความคิดของคนอื่น ไม่ซ้ำกับคนส่วนใหญ่

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง การแก้สมการตัวแปรเดียว ซึ่งวัดจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับความรู้ของนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งวัดจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 โดยใช้เกณฑ์ดังนี้

นักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ตั้งแต่ 70 % ขึ้นไปเป็นนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง

นักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ระหว่าง 60 - 69 % เป็นนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

นักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ต่ำกว่า 60 % เป็นนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังมีรายละเอียดดังนี้

1. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
   - 1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
   - 1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
   - 1.3 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ
   - 1.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
   - 1.5 ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ปัญหาปลายเปิด
   - 2.1 ความหมายและแนวคิดเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิด
   - 2.2 ความสำคัญของปัญหาปลายเปิด
   - 2.3 ลักษณะและชนิดของปัญหาปลายเปิด
   - 2.4 การสร้างปัญหาปลายเปิด
   - 2.5 การประเมินการแก้ปัญหาปลายเปิด
3. ความคิดสร้างสรรค์
   - 3.1 ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
     - 3.1.1 ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
     - 3.1.2 องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์
   - 3.2 แนวคิดเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
     - 3.2.1 กระบวนการคิดสร้างสรรค์
     - 3.2.2 แนวคิดเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
   - 3.3 การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
   - 3.4 แนวทางการสอนเพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Bruckner (1957: 301) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชิน

Anderson and Pingry (1973: 228) ได้กล่าวว่าปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามที่ต้องการหาคำตอบ ผู้ที่จะแก้ปัญหาจะต้องมีกระบวนการมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ และความกล้าในการตัดสินใจในการแก้ปัญหาที่ได้พบเห็น

Adams (1977: 176) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและคำตอบที่ต้องการ ซึ่งจะรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด ในการแก้ปัญหานั้นจะต้องมีการตัดสินใจและลงมือแก้ปัญหา

Cruikshank และ Sheffield (1992: 37) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ปัญหาน่าจะหมายถึง คำถาม หรือ สถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงุนงง ปัญหาจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีทันใด หรือไม่ทราบวิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะมีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่าจะเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

Krulik และ Rudnick (1993: 6) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณในตัวปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา จึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 52) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช้ปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีตอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

ยุพิน พิพิธกุล (2542: 5) กล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2544: 10) กล่าวว่า "ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา"

จากที่กล่าวมาแล้วนั้น สามารถสรุปความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้กระบวนการรวมถึง ความรู้ประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้ากันเพื่อใช้ในการหาคำตอบ

1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถแบ่งประเภทของปัญหา ได้ดังนี้

Polya (1957: 23-29) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทจากจุดประสงค์ของปัญหา ได้ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนด และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

Russel (1961: 255) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ปัญหาที่ปรากฎอยู่ในแบบเรียน และหนังสือทั่ว ๆ ไป โจทย์ในลักษณะนี้ต้องการคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว การหาคำตอบของโจทย์ลักษณะนี้ใช้วิธีการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยตรง

2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ปัญหาที่พบทั่ว ๆ ไปในชีวิตประจำวัน โจทย์ในลักษณะนี้ต้องการให้นักเรียน แสดงกระบวนการ หรือขั้นตอนในการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะต้องใช้แผนภาพ หรือรูปภาพประกอบ

Krulik และ Reys (1980: 24) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์

Charles, et al. (1987: 11-13) กล่าวว่ามีปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างน้อย 4 ประเภทที่ควรสอนคือ

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคือ นักเรียนต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ การหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาขั้นตอนเดียวคือ การเลือกการดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน มีความแตกต่างกับปัญหาขั้นตอนเดียว ที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอนคือ การเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่าง ๆ ช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่าย การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ การเขียนแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหาประเภทนี้ต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการปัญหาหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายแบบ

4. ปัญหาการประยุกต์ บางครั้งเรียกว่า ปัญหาเชิงสถานการณ์ เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหา

จะต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนมติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่นการรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหาและอยู่นอกปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล เป็นปัญหาที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

Kutz (1991: 93) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามการแก้ปัญหาเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ

1. การแก้ปัญหาที่พบเห็นทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา (routine or word problem solving) ปัญหาที่พบเห็นกันโดยทั่วไปหรือปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปั ญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง ลักษณะของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา

2. การแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน (non - routine problem solving) ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อนหรือปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะคือ

2.1 ปัญหากระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการอย่างมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่ท้าทายและให้ความสนุกสนาน

Baroody (1993: 2-54 – 2-25) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเป้าหมายในการหาคำตอบของปัญหา เป็น 2 ประเภท ได้แก้

1. ปัญหาที่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่แน่นอน ส่วนใหญ่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

2. ปัญหาที่มีเป้าหมายไม่เฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาแบบปลายเปิด มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

Reys, Suydam และ Linquist (1995: 29 ได้แบ่งปัญหาของคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหา และโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่งดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (routine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบจะทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีเฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่ว ๆ ไป

2. ปัญหาไม่ธรรมดา (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งที่จำเป็น และไม่จำเป็นหรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบได้อาจมีหลายวิธี คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 53) ได้จำแนกปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่แตกต่างกัน ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้าง และวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาทั้งหมด สรุปได้ว่าการแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของแต่ละบุคคลในการจัดแบ่งประเภท เช่น แบ่งตามวัตถุประสงค์ แบ่งตามโครงสร้างของปัญหา แบ่งตามโครงสร้างของปัญหา แบ่งตามขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นต้น

1.3. ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีหลากหลายประเภท ดังนั้นในการเลือกปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรพิจารณาถึงลักษณะของปัญหาที่นำมาใช้ เพื่อประโยชน์สูงสุด จึงมีนักการศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวดับลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกปัญหา ดังนี้

Clyde (1967: 108) ได้กล่าวว่า " ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรมีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหาควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์มาก ไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่ว ๆไป"

Fehr (1972: 424) ได้กล่าวว่า " เทคนิคหนึ่งซึ่งจะช่วยในการทำให้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่น่าสนใจคือ การให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างปัญหาขึ้นมาเอง"

Krulik และ Reys (1980: 208) ได้กล่าวว่า " ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่ค่อยพบในห้องเรียน ซึ่งในการสร้างปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา"

กรมวิชาการ (2544: 18) ได้อธิบายลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจได้ง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทาย ความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ
5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ควรเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย มีความใกล้เคียงกับชีวิตประจำวัน แต่ควรมีความยาก-ง่าย เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนแต่ละระดับ

1.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่านได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ต่าง ๆกันดังนี้

Polya (1957: xvi-xvii) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ที่เรียกว่า กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา มีสาระสำคัญดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหา โดยมองไปที่ตัวปัญหา พิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง เงื่อนไขของปัญหาคืออะไร คำตอบของปัญหาอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ การเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

2. การวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณากำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด เป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการให้หากับข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ก็ควรอาศัยหลักของการวางแผนการแก้ปัญหา โดยดูว่าปัญหาลักษณะนี้เคยพบมาก่อนหรือไม่ มีลักษณะคล้ายคลึงกับปัญหาที่ทำมาแล้วอย่างไร และใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและ เลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา

3. การดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

4. การตรวจสอบ เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจสอบดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ พิจารณาว่ามีคำตอบหรือ มีวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่ ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมา ขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

Le Blance (1957: 17-25) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้น ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ว่าอะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มา และปัญหาถามอะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้และประสบการณ์ที่จำเป็น

3. แก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้ ถ้าแผนที่วางไว้ไม่น่านำไปสู่คำตอบ ก็ต้องย้อนกลับไปขั้นที่ 2 เพื่อวางใหม่

4. ทบทวนปัญหาและคำตอบ

Yotis และ Hosticka (1980: 561) ได้เสนอลำดับขั้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เลือกข้อมูลที่ได้ออกมาจากปัญหา
2. จัดจำแนกข้อมูลออก เป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องสำหรับการแก้ปัญหา
3. เรียงลำดับข้อมูลตามความจำเป็นในการใช้หาคำตอบ
4. พิจารณาว่าข้อมูลที่จำเป็นใดที่ได้มาแล้วบ้าง และข้อมูลใดที่ยังต้องการเก็บรวบรวมอีก
5. พิจารณาว่าจะเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการด้วยวิธีการใด
6. เก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ
7. ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในการแก้ปัญหา
8. ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของคำตอบ

Garofalo และ Lester (1985 อ้างถึงใน สมจิตร์ ทรัพย์อัประไมย, 2540: 32-33) เสนอกรอบแนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนที่สำคัญ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. การเริ่มต้นกำหนดวิธีการแก้ปัญหา หมายถึง พฤติกรรมอันมีกลวิธีในการประเมินและทำความเข้าใจปัญหา ยังแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ ดังนี้
    1.1 กลวิธีการทำความเข้าใจ
    1.2 การวิเคราะห์ข่าวสารข้อมูลและเงื่อนไข
    1.3 ประเมินความคุ้นเคยกับงาน
    1.4 การสร้างตัวแทนปัญหา
    1.5 ประเมินความยากและโอกาสที่จะสำเร็จ
2. การวางแผนแก้ปัญหา
    2.1 ระบุเป้าหมายย่อยและเป้าหมายสุดท้าย
    2.2 วางแผนรวม
    2.3 วางแผนย่อย
3. การดำเนินการแก้ปัญหา หรือการดำเนินการตามแผน
    3.1 ดำเนินการตามแผนย่อย
    3.2 กำกับ ประเมินความก้าวหน้าของการดำเนินการตามแผนย่อยและแผนรวม
    3.3 กำกับตนเองในด้านความถูกต้องของงาน การใช้เวลา

4. ประเมินความถูกต้อง

4.1 ประเมินการนิยามปัญหา และการวางแผนการแก้ปัญหา

4.1.1 ความถูกต้องของตัวแทนปัญหา

4.1.2 ความถูกต้องของแผนการแก้ปัญหา

4.1.3 ความสอดคล้องของแผนย่อยกับแผนรวม

4.1.4 ความสอดคล้องของแผนรวมกับเป้าหมาย

4.2 ประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา

4.2.1 ความถูกต้องของการดำเนินการ

4.2.2 ความสอดคล้องของแผนการและการดำเนินการ

4.2.3 ความสอดคล้องของผลแต่ละขั้นตอนกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

4.2.4 ความสอดคล้องของผลขั้นสุดท้ายกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

อนึ่งในงานแต่ละอย่าง หรือปัญหาแต่ละข้อ จะมีขั้นตอนการแก้ปัญหาเหล่านี้แตกต่างกันออกไป

Krulik (1987 อ้างถึงใน ทองหล่อ วงษ์อินทร์, 2536: 37-38) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบตรงจุด (Heuristic) โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนคือ

1. การอ่านโจทย์ (read) ประกอบด้วยการบันทึกคำสำคัญจากโจทย์การอธิบายปัญหา การทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่าโจทย์ถามอะไร และบอกว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้บ้าง

2. การสำรวจรายละเอียดของปัญหา (explore) ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูป หรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิหรือตาราง

3. การเลือกยุทธวิธี (select strategy) ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบการทำงานย้อยกลับ การคาดคะเน และการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์ หรือการทดลองการเขียนโครงสร้างในการจัดระบบ หรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอุปนัยทางตรรกและการแบ่งปัญหาออกเป็นตอน ๆ เพื่อเตรียมการแก้ปัญหา

4. การลงมือแก้ปัญหา (solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะทางด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์และการใช้ตรรกเบื้องต้น

5. การพิจารณาคำตอบและการขยายผล (review and extend) ประกอบด้วยการทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถาม ถ้า ... แล้ว

(if … then) และการอภิปรายการแก้ปัญหา

Troutman และ Lichtenberg (1995: 4-7) ได้เสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหา 6 ขั้นตอนซึ่งใช้แนวคิดพื้นฐานจากการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาไม่เพียงแต่ต้องทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหาเท่านั้น แต่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา สิ่งหนึ่งที่สำคัญในการทำความเข้าใจปัญหา คือการตั้งคำถามตนเอง เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

2. กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดในแผนการแก้ปัญหาหลาย ๆ แผน เป็นสิ่งที่มีประโยชน์ เพราะสามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพที่สุด การกำหนดแผนเป็นการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ ซึ่งมีข้อแนะนำให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มก็จะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันแก้ปัญหาอย่างรอบคอบ ในปัญหาที่มีความซับซ้อนเมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วน ๆ แล้วผู้แก้ปัญหาสามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วนที่วางไว้แล้วนำมาประกอบกัน จะทำให้งานลุล่วงเร็ว และมีความสมบูรณ์

4. ประเมินผล และคำตอบ ในขั้นตอนนี้ดำเนินการโดย

4.1 พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือมีความสมจริงหรือไม่

4.2 ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา

4.3 ลองแก้ปัญหาใหม่ โดยวางแผนใช้แผนการอื่น แล้วเปรียบเทียบผลที่ได้

4.4 เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อน ๆ คนอื่น ๆ

5. ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาแบบรูปทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งการขยายปัญหาสามารถทำได้โดย

5.1 เขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม

5.2 เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ว่าผู้แก้ปัญหาอาจจะค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตรในการหาคำตอบ

6. บันทึกการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหาที่ดีจะจดบันทึกการทำงานของเขาไว้เพื่อที่จะได้สามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของเขาได้ การจดบันทึกอาจเก็บข้อมูลจากการร่วมกันคิดร่วมกันทำ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาต่อไป สิ่งที่ควรจดบันทึกได้แก่

1. แหล่งของปัญหา

2. ตัวปัญหาที่กำหนด

3. แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ

4. ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำมาใช้หรือสามารถนำมาใช้ได้

5. ข้อแนะนำเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2543: 44) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์มาช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ พิจารณาถึงเหตุ และหาหนทางที่จะแก้ปัญหา

3. วางแผนแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการ เพื่อหายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ซึ่งอาจจะมีความจำเป็น ต้องใช้การคำนวณช่วย

5. ตรวจสอบผล เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

จากที่กล่าวมาแล้วสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะประกอบด้วยขั้นตอนหลักคือ การทำความเข้าใจกับปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผนที่กำหนด และตรวจสอบคำตอบที่ได้ ซึ่งเมื่อแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ ได้แล้วควรจะพิจารณาหาแนวทางอื่น เพื่อใช้ในการหาคำตอบของปัญหาเดิม เพื่อปรับปรุง วิธีการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น

1.5. ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสำหรับใช้ในการแก้ปัญหา โดยที่ปัญหาหนึ่งๆอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายอย่าง ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สำคัญได้แก่ เดาและตรวจสอบ ประมาณคำตอบ เขียนภาพหรือแผนภาพ สร้างตัวแบบ ลงมือปฏิบัติ แจกแจงรายการ สร้างตาราง ค้นหาแบบรูป เปลี่ยนมุมมอง นึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน ทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งปัญหาย่อย ใช้ตัวแปร ให้เหตุผล และทำย้อนกลับ ซึ่งในแต่ละวิธีมีรายละเอียดต่อไปนี้

1. การเดาและตรวจสอบ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรก ๆ ใช้เป็นข้อมูลใน การเดาครั้งต่อไป ให้มีความชัดเจนขึ้น

2. การประมาณคำตอบ

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบ อาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่าง ๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่น ๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าว ๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรง ๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้เห็นภาพของคำตอบที่ต้องการ และสามารถนำมาเปรียบเทียบ กับคำตอบที่ได้จากการคิดคำนวณตามปกติ เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ ในบางปัญหาผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ

การใช้รูปภาพและแผนภาพแทนตัวเลขและนิพจน์อื่นทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น บางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากการเขียนแผนภาพนั้น

4. การสร้างตัวแบบ

ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ ตัวแบบเหล่านี้มีประโยชน์ในการแนะนำสาระใหม่ในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจมโนมติ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย

5. วิธีลงมือปฏิบัติ

การลงมือปฏิบัติเป็นวิธีการแก้ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติอาจทำคร่าว ๆ ก่อน ไม่เน้นความละเอียดและประณีต เพื่อมองให้เห็นภาพของงานที่ทำเป็นวิธีการที่ดีที่ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำ และทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรม เข้าใจง่าย

6. การแจกแจงรายการ

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครบถ้วน เป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จาก

ข้อมูลทำให้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อกรณีต่าง ๆ ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัด หรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหาก็ได้

7. การสร้างตาราง

การสร้างตารางเป็นการจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบ มีระเบียบ โดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การสร้างตารางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีประเด็นที่ควรพิจารณาดังนี้

7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี

7.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด หรือมากกว่า

7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหานัยทั่วไปของความสัมพันธ์

การสร้างตารางสามารถใช้ร่วมกับวิธีการแก้ปัญหาอย่างอื่น เช่น การเดาและการตรวจสอบ การค้นหาแบบรูป

8. วิธีการค้นหาแบบรูป

แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่แล้วในธรรมชาติและเป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็ก ๆ สามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปได้จากการร้อยลูกปัด การเล่นไม้บล็อก หรือแม้แต่การเล่นตีกลอง ในระดับประถมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน (number pattern) เช่น 2 , 4 , 6 , ... นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้มากกว่า

9. วิธีการเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมองเป็นแนวคิดมากกว่าเป็นวิธีการ เพราะว่าผู้แก้ปัญหาต้องหยุดคิดมองปัญหาให้รอบด้าน หาวิธี หามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแตกต่างไปจากวิธีการปกติธรรมดา

10. การนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

เมื่อเผชิญกับปัญหาสิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาควรกระทำคือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วนของปัญหาคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว ผู้แก้ปัญหาต้องคิดทบทวนถึงวิธีการที่เคยใช้แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. วิธีการทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหาดูเหมือนเป็นปัญหาใหญ่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวน หรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดได้ วิธีการหนึ่งในการทำให้ปัญหาง่ายคือ การแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

12. การใช้ตัวแปร

การแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้กระทำโดยการสมมุติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมุติขึ้น จากนั้นพิจารณาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูปสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำได้โดยการแก้สมการ แล้วพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

13. การให้เหตุผล

การให้เหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในให้ปัญหา ผนวกกับข้อความที่ทราบมาก่อน เป็นเหตุบังคับให้นำไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา การให้เหตุผลมักจะใช้ร่วมกับวิธีการอื่น ๆ

14. การทำย้อนกลับ

การทำย้อนกลับเป็นวิธีที่สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาบางปัญหาที่การแก้ปัญหาเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ค่อนข้างยาก แต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหากำหนดให้ทำได้ง่ายกว่า เป็นวิธีที่ใช้การวิเคราะห์จากผลไปสู่เหตุ

ยุทธวิธีทั้งหมดที่กล่าวมานั้นเป็นเสมือนเครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอน ในการนำไปใช้ ปัญหาข้อหนึ่งใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกัน ก็สามารถหาคำตอบได้เช่นกัน ทั้งนี้ผู้เรียนควรฝึกฝนและเรียนรู้ถึงลักษณะของยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของตนเอง

2 ปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem)

ปัญหาปลายเปิดได้รับการพัฒนาขึ้นครั้งแรกใน ปี ค.ศ. 1970 โดยนักการศึกษาชาวญี่ปุ่นจุดเริ่มต้นของปัญหาปลายเปิดเกิดจาก งานวิจัยของ Shimada, et al (1972 อ้างถึงใน ไมตรี

อินทร์ประสิทธิ์, 2547: 1-2) ซึ่งได้ทำงานวิจัยเกี่ยวกับวิธีการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามจุดประสงค์ขั้นสูง ซึ่งนักวิจัยกลุ่มนี้ได้ให้ความหมายของจุดประสงค์ขั้นสูงไว้ดังต่อไปนี้

1. มีความสามารถในการทำสถานการณ์ที่ตนเองเกี่ยวข้องให้เป็นคณิตศาสตร์ได้ หรือกล่าวได้ว่า มีความสามารถที่จะดึงเอาแง่มุมที่สำคัญของปัญหาเข้ามาอยู่ในแนวทางการคิดที่ตนเองชอบโดยอาศัยการกระตุ้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมา หรือมีความสามารถในการตีความแง่มุมปัญหาหนึ่ง ๆ ในลักษณะอื่นในแบบที่เป็นคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงประยุกต์ใช้เทคนิคที่ตนเองชอบมาแก้ปัญหา

2. มีความสามารถที่จะทำงานร่วมกับคนอื่นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

จากจุดประสงค์ที่กำหนดขึ้นนี้นักวิจัยกลุ่มนี้จึงพัฒนาปัญหาปลายเปิดขึ้นมาเพื่อใช้ในการประเมินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และหลังจากนั้นสองสามปีต่อมาจึงมีการนำปัญหาปลายเปิดไปใช้ในการเรียนการสอนของชั้นเรียนในประเทศญี่ปุ่น โดยมีนักวิจัยและครูระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาเข้ามามีส่วนร่วมในการวิจัย และต่อมามีการทำงานร่วมกันระหว่างทีมวิจัยของญี่ปุ่นและสมาคมครูคณิตศาสตร์ของอเมริกา(National Council of Teacher of Mathematics) ได้ทำการเผยแพร่แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิดในหนังสือที่มีชื่อว่า The open-ended approach : A new proposal for teaching mathematics (Becker & shimada, 1997: 1) จึงทำให้แนวคิดเกี่ยวกับการใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นที่รู้จักกว้างขวางมากขึ้น

ในเวลาเดียวกันนักวิจัยและนักการศึกษาจากทั่วโลกได้ให้ความสนใจที่จะนำปัญหาปลายเปิดไปใช้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ โดยมีการปรับใช้ให้เหมาะกับบริบทที่แตกต่างกันไปตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการเช่น ใช้เป็นเครื่องมือในการประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งระหว่างเรียนและหลังเรียน หรือใช้เป็นแนวทางในการทำโครงงานคณิตศาสตร์แบบเปิด หรือใช้ประกอบการเรียนการสอนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ (Pehkonen, 1993: 7-9)

2.1 ความหมายและแนวคิดเกี่ยวกับของปัญหาปลายเปิด

นักคณิตศาสตร์ศึกษาและนักวิจัยได้ให้ความหมายและแนวคิดของปัญหาปลายเปิดไว้ต่าง ๆ กันดังนี้

Orton และ Frobisher (1996: 32) ให้แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิดว่า ปัญหาจะ "เปิด" เมื่อไม่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง แต่เป็นการตัดสินใจที่เปิดกว้าง เป็นปัญหาไม่มีปลายสุด ปัญหาที่มีกระบวนการที่หลากหลายก็จัดว่าเป็นปัญหาปลายเปิด

Becker & Shimada (1997: 1) ได้กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่แตกต่างจากปัญหาที่พบทั่วไปในห้องเรียนที่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ และมีความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

Nohda (1998 อ้างถึงใน ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547: 5-6) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายว่านอกจากปัญหาที่มีคำตอบได้หลากหลายแล้วยังรวมถึงปัญหาที่มีปัญหาอีกหลายปัญหาร่วมอยู่ในปัญหานั้นด้วย กล่าวคือ เมื่อแก้ปัญหาเริ่มต้นได้แล้ว สามารถขยายไปสู่การแก้ปัญหาอื่น ๆ ต่อจากปัญหาเดิม ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนสร้างปัญหาที่เป็นปัญหาของตนเองและสร้างแนวทางแก้ปัญหาของตนเอง จากแนวคิดนี้ทำให้สามารถแก้ปัญหาเรื่องความยากในการสร้างปัญหาแบบปลายเปิดได้

Takahashi (n.d.) กล่าวว่า การแก้ปัญหาปลายเปิด เป็นกลยุทธ์ที่สร้างความสนใจ และกระตุ้นให้เกิดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่สร้างสรรค์ โดยผ่านทางกระบวนทำงานแบบร่วมมือกันของนักเรียนในชั้นเรียน และการแก้ปัญหาปลายเปิดเป็นวิธีการที่ให้ความสำคัญกับกระบวนการของกิจกรรมการแก้ปัญหามากกว่ามุ่งเน้นไปที่คำตอบเพียงอย่างเดียว

Sheffield (2000: 351) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดขั้นสูงในการหาคำตอบ เนื่องจาก ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีคำตอบหลากหลาย ขึ้นอยู่กับแนวคิดมุมมอง ของนักเรียนที่มีต่อปัญหานั้น ดังนั้น เมื่อนักเรียนหาคำตอบได้แล้ว นักเรียนจึงต้องแสดงเหตุผลอธิบายแนวคิดที่มาของคำตอบนั้น ๆ เพื่อเป็นการยืนยันความถูกต้องของคำตอบ ดังนั้นในการหาคำตอบนั้นนักเรียนจึงต้องใช้ทั้งกระบวนการคิดวิเคราะห์ การประเมินค่า และการให้เหตุผล

Colgan (2000: 2-3) กล่าวว่า การแก้ปัญหาปลายเปิดนั้นเป็นการแก้ปัญหาตามแนวคิดของการทดลองทางวิทยาศาสตร์ คือ มีการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา และสร้างเหตุผลหรือหาเหตุผลมาอภิปรายเพื่อสนับสนุนความคิดแนวทางการแก้ปัญหาของตนเอง และต้องทำการพิสูจน์ว่าคำตอบที่ได้นั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

McIntosh (2000: 5) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดควรเป็นปัญหาที่ท้าทายความสามารถของนักเรียนหรือเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย ไม่ควรเป็นปัญหาที่นักเรียนสามารถตอบได้ทันที

จากที่กล่าวมาแล้วทั้งหมดอาจสรุปได้ว่าปัญหาปลายเปิดนั้นหมายถึงปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้มากกว่าหนึ่งคำตอบและสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี โดยในการแก้ปัญหานั้นจะให้นักเรียนเป็นผู้ตัดสินใจเลือกใช้วิธีการหาคำตอบด้วยตนเอง พร้อมทั้งอธิบายที่มาของคำตอบหรือเหตุผลของตนเองได้

2.2 ความสำคัญของปัญหาปลายเปิด

หลังจากปัญหาปลายเปิดได้เผยแพร่ออกไป ก็ได้รับความสนใจนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนต่าง ๆอย่างกว้างขวาง เนื่องจากสามารถนำไปพัฒนากระบวนการเรียนรู้ ของนักเรียนให้มีศักยภาพเพิ่มขึ้น นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของปัญหาปลายเปิดและข้อดีที่เกิดขึ้นจากการใช้ปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียน ไว้ดังนี้

Hiebert, et al (1996 cited in Jerrett, 2000: 4) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาปลายเปิดนั้นเป็นวิธีการหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในการทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง มองว่าคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา มากกว่ามองว่า เป็นเพียงสูตร กฎ ตัวเลข การเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดทำให้นักเรียนได้เรียนรู้การแก้ปัญหาที่แท้จริง มิใช่การจดจำวิธีทำจากตัวอย่างมาใช้หาคำตอบ

Schulman (1996: 64) ได้กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ผู้สอนสามารถนำไปใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน ทั้งในระหว่างการเรียนหรือหลังการเรียน โดยปัญหาปลายเปิดสามารถวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ รวมถึงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ

Becker & Shimada (1997: 23) ได้กล่าวถึงข้อดีของการใช้ปัญหาปลายเปิดว่า

1. การใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในบทเรียนได้มากขึ้น และยังสามารถแสดงความคิดของตนเองได้มากขึ้น จึงทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจในบทเรียนมากขึ้น

2. กิจกรรมที่เกิดจากการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้น ช่วยสร้างทักษะและความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียนโดยตรง จากการที่ผู้เรียนสามารถสร้างแนวคิดใหม่ที่เป็นของตนเองขึ้นมาได้ หรือจากการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา และทดสอบแนวทางที่พบเพื่อใช้หาคำตอบรวมถึงตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้

3. ปัญหาปลายเปิดทำให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันเรียนร่วมชั้นเดียวกันได้

4. ปัญหาปลายเปิดช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารของนักเรียน

5. ปัญหาปลายเปิดเป็นวิธีการที่ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันวิธีหนึ่ง จากการที่นักเรียนแต่ละคนหาคำตอบที่เป็นของตนเอง และนำมาอภิปรายร่วมกัน นักเรียนจึงสามารถเรียนรู้แนวคิดอื่น ๆ ได้จากเพื่อนร่วมชั้นได้

Foong (2000:135-140) กล่าวว่า การใช้ปัญหาปลายเปิดประกอบกับการเรียนการสอนในชั้นเรียน ช่วยทำให้ผู้สอนสามารถติดตามผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับนักเรียนได้อย่างรวดเร็ว สามารถใช้ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องที่ได้เรียนไป

McIntosh (2000: 5) กล่าวว่า การแก้ปัญหาปลายเปิดนั้นสามารถนำนักเรียนไปสู่ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง และเกิดความคิดยืดหยุ่นสามารถปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ต่าง ๆ ให้เหมาะสมกับสถานการณ์ที่แตกต่างกัน ส่งผลให้นักเรียนสามารถนำความรู้เดิมที่มีอยู่ขยายไปสู่ความรู้ใหม่ได้ต่อไปอย่างไม่มีจำกัด

Cooney (n.d.) ได้กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดสามารถตอบสนองความต้องการของผู้เรียนได้หลายรูปแบบการเรียนรู้ ช่วยทำให้ผู้สอนสามารถจัดการเรียนการสอนในห้องเรียนที่นักเรียนมีความสามารถแตกต่างกันเรียนร่วมกันได้อย่างลงตัว กล่าวคือ นักเรียนที่มีความสามารถสูง ชอบค้นหาคำตอบด้วยตนเอง ชอบสร้างวิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ สามารถอยู่กับการแก้ปัญหาได้นานขึ้นเนื่องจากปัญหามิได้สิ้นสุดเพียงคำตอบเดียว จึงท้าทายให้นักเรียนค้นหาต่อไป ดังนั้นผู้สอนจึงสามารถใช้เวลากับนักเรียนที่ความสามารถต่ำกว่าได้มากขึ้นโดยไม่ทำให้นักเรียนที่เก่งเกิดความเบื่อหน่าย

จากที่กล่าวมาแล้วสามารถสรุปได้ว่า ข้อดีของปัญหาปลายเปิดคือ สามารถนำมาใช้ในการพัฒนาทั้งในด้านความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ต้องการ และด้านการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น นอกจากนี้ยังเป็นเครื่องมือที่นำมาใช้ได้ในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน ทำให้ผู้สอนทราบและแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

2.3 ลักษณะและชนิดของปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีโครงสร้าง แตกต่างไปจากปัญหาที่พบในแบบเรียนทั่วไป เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิดแก้ปัญหา มากกว่าการพิจารณาเฉพาะคำตอบที่ได้ จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายถึงลักษณะและชนิดของปัญหาปลายเปิดไว้ต่าง ๆ ดังนี้

<u>ลักษณะของปัญหาปลายเปิด</u>

Becker (1999: 2) ได้เสนอลักษณะของคำถามที่ใช้ในปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้

1. จงอธิบายวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาคำตอบ
2. จากสถานการณ์ที่กำหนดนักเรียนคิดว่าสามารถใช้วิธีการในการหาคำตอบเพราะเหตุใด และมีวิธีการที่เป็นไปได้ทั้งหมดกี่วิธี

3. นักเรียนคิดว่าจะเกิดอะไรขึ้นถ้า ....
4. นักเรียนคิดว่าคำตอบอื่นที่เป็นไปได้อีกหรือไม่
5. จงยกตัวอย่างสถานการณ์เกิดขึ้นได้จริง ที่สามารถใช้ความรู้เรื่อง ...... ในการแก้ปัญหา

Foong (2000: 135-140) กล่าวถึง ลักษณะของปัญหาปลายเปิดไว้ ดังนี้

1. เป็นปัญหาที่ไม่กำหนดวิธีการในการหาคำตอบ
2. เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้จำนวนมากกว่าหนึ่งคำตอบ
3. เป็นปัญหาที่สามารถใช้วิธีแก้ปัญหาได้หลายวิธีโดยที่แต่ละวิธีที่มีความยาก-ง่ายแตกต่างกัน
4. เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้ตัดสินใจหาคำตอบด้วยวิธีการของตนเอง
5. เป็นปัญหาที่พัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสาร
6. เป็นปัญหาที่กระตุ้นจินตนาการและความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน

McIntosh (2000: 6) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาปลายเปิดนั้นควรจะต้องประกอบด้วยสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้

1. ต้องมีเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ต้องการให้นักเรียนได้รับ
2. สามารถเชื่อมโยงกับเนื้อหาความรู้ที่นักเรียนมีอยู่ หรือได้เรียนผ่านไปแล้ว
3. ควรอยู่ในบริบทความสนใจของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งเป็นเรื่องราวที่นักเรียนพบเห็นได้รอบตัวนั้น จะยิ่งช่วยกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาในแนวทางของตนเอง

Cooney (n.d.) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาปลายเปิดที่ดีที่จะนำมาใช้ในห้องเรียนไว้ดังนี้

1. ปัญหาปลายเปิดควรเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ เช่น มีร้านค้า 2 ร้านขายสินค้าชนิดเดียวกันแต่มีการติดป้ายราคาแตกต่างกันดังนี้

ร้านที่ 1 ราคา 2700 บาทลดราคา 10 %

ร้านที่ 2 ราคา 2800 บาทแต่ซื้อครบ 2 ชิ้นจะสามารถซื้อชิ้นที่3 ในราคาลด 25% จากราคาป้าย

ให้นักเรียนตัดสินใจจะเลือกซื้อของร้านใด

ปัญหานี้จะทำให้นักเรียนได้ใคร่ครวญ ว่าถ้าใช้คณิตศาสตร์มาช่วยจะทำให้ตัดสินใจได้ง่ายขึ้น ส่วนเหตุผลอื่นของนักเรียนอาจแตกต่างกันออกไปบ้าง ก็จะต้องดูความเหมาะสม

2. ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่สามารถทำให้นักเรียนตอบได้อย่างหลากหลายทั้งวิธีการคิดหรือคำตอบ

3. ปัญหานั้นจะต้องกระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกการสื่อสารและถ่ายทอดความคิดหรือวิธีการออกมาให้ครูได้ทราบเพื่อที่ครูจะได้วิเคราะห์หาสาเหตุเมื่อพบข้อบกพร่อง หรือครูจะได้นำคำตอบของนักเรียนนั้นไปพัฒนาต่อไปตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน

4. ปัญหาปลายเปิดนั้นจะต้องมีความชัดเจนของภาษาที่ใช้ในโจทย์หรือสถานการณ์เพื่อจะได้ทำให้เด็กได้ตอบตรงกับสิ่งที่ครูต้องการ เช่น ให้นักเรียนหาลักษณะร่วมของรูปที่กำหนด ครูจำเป็นต้องตรวจสอบก่อนว่านักเรียนมีความเข้าใจคำว่า “ลักษณะร่วม” ว่าอย่างไร และจะต้องตอบอย่างไรจึงจะตรงกับสิ่งที่โจทย์กำหนด

5. ปัญหาปลายเปิดจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ อย่างอิสระและเต็มความสามารถ ตามเวลาที่เหมาะสม ซึ่งครูจะพบว่าสิ่งที่นักเรียนสื่อออกมานั้นมีค่ามากกว่าคะแนนที่ครูให้นักเรียน แต่ตัวผู้สอนเองจะต้องทำใจยอมรับสิ่งใหม่ ๆ ที่จะเกิดขึ้นในตัวนักเรียน

<u>ชนิดของปัญหาปลายเปิด</u>

การแบ่งชนิดของปัญหาปลายเปิดนั้นขึ้นอยู่กับการให้ความหมายของการเปิด ดังนั้นจึงมีการแบ่งชนิดของปัญหาปลายเปิดไว้ต่าง ๆ กันดังนี้

Becker & Shimada (1997: 23) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดโดยใช้แนวคิดของว่าปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีคำตอบได้หลากหลาย โดยแบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ชนิด คือ

ชนิดที่ 1 การหาความสัมพันธ์ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

ชนิดที่ 2 การจำแนก เป็นปัญหาให้นักเรียนจำแนกแยกแยะสิ่งต่าง ๆ ตามลักษณะที่แตกต่างกัน โดยใช้เกณฑ์ของนักเรียน ซึ่งนำไปสู่การสร้างมโนมติทางคณิตศาสตร์

ชนิดที่ 3 การวัด เป็นปัญหาให้นักเรียนกำหนดการวัดเชิงตัวเลขให้กับกิจกรรม หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ ปัญหาชนิดนี้เกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริงหลายอย่างของการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งคาดหวังให้นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้มาก่อน นำไปใช้ในการแก้ปัญหา

Nohda (1983 อ้างถึงใน ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547: 6 - 8) ได้ขยายแง่มุมในการพิจารณาความเปิดเพิ่มขึ้น โดยได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ชนิดคือ

1. กระบวนการเปิด (process is open) ปัญหาชนิดนี้มีแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่ง

เป็นปัญหาต้นกำเนิดที่กำหนดได้อย่างหลากหลาย ซึ่งแน่นอนว่าปัญหาคณิตศาสตร์ทุกปัญหาต่างเป็นปัญหาปลายเปิดโดยนัยนี้ แต่ในโรงเรียนทั่วไปมักจะเน้นพิจารณาคำตอบเพียงคำตอบเดียว รวมทั้งไม่ได้เน้นแง่มุมเชิงกระบวนการ ดังนั้นในปัญหาปลายเปิดชนิดนี้จึงมีการระบุคำถามเพื่อให้นักเรียนได้พยายามหาแนวทางในการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลาย เช่น จงหาคำตอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกันอย่างน้อย .... วิธี เป็นต้น แนวทางการหาคำตอบที่หลากหลายนั้นทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมไปได้ตามความสามารถและความสนใจและโดยอาศัยการอภิปรายกลุ่มจะทำให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีกว่าเดิม

2. ผลลัพธ์เปิด (End product are open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย

3. แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด (Way to develop are open) หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาไปแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิมการเน้นแง่มุมนี้จะเรียกว่า "จากปัญหาสู่ปัญหา" ถือได้ว่าเป็นแนวทางการพัฒนาปัญหาปลายเปิด ด้วยแนวทางนี้ นักเรียนสามารถสนุกสนานกับการตั้งปัญหาด้วยตนเอง ยิ่งไปกว่านั้นจากการเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ นักเรียนสามารถอภิปรายถกเถียงกันเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหากับเพื่อน ๆ นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและความเป็นกรณีทั่วไปของแนวทางคำตอบที่นักเรียนคิดได้

Foong (2000: 135-140) ได้กล่าวถึงปัญหาปลายเปิดตามแนวคิดที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นเครื่องมือในการประเมินการเรียนรู้ของนักเรียน โดยมีแนวทางในการสร้างปัญหาปลายเปิดโดยการปรับจากแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และการแก้ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีข้อดีคือสามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้ในเวลาไม่นานมาก Foong แบ่งปัญหาลักษณะนี้ออกเป็นชนิดต่าง ๆ ดังนี้

1. ปัญหาที่มีข้อมูลบางส่วนหายไป (missing data)
2. การนำเสนอปัญหาใหม่หลังจากสามารถแก้ปัญหาต้นแบบได้แล้ว (problem posing)
3. ปัญหาที่ให้นักเรียนอธิบายความคิดรวบยอด กฎเกณฑ์ ความผิดพลาดในการหาคำตอบต่าง ๆ (problem to explain concept / rules / error)
4. ปัญหาที่กำหนดให้นักเรียนค้นพบ เช่นให้เปรียบเทียบหาความแตกต่าง ทดสอบสมมุติฐาน หรือหารูปทั่วไปของคำตอบ (investigative problem)

2.4 การสร้างปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายเปิดนั้นถือได้ว่าเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นค่อนข้างยาก และมีผู้สอนจำนวนมาก มีปัญหาในการสร้างปัญหาปลายเปิดที่ดี ดังนั้นจึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการสร้างปัญหาปลายเปิดไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Becker & Shimada (1997: 28-31) กล่าวว่าโดยทั่ว ๆ ไปเป็นการยากในการพัฒนาปัญหาให้เป็นปัญหาปลายเปิดที่ดี และเหมาะสมกับนักเรียนในระดับที่แตกต่างกัน ผลจากการทำวิจัยซ้ำหลาย ๆ ครั้ง Shimada ได้ให้ข้อแนะนำสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

1. ตระเตรียมสถานการณ์เชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณซึ่งสามารถสังเกตความสัมพันธ์ได้

2. แทนที่จะถามนักเรียนให้พิสูจน์ทฤษฎีบทเหมือนกับ “ถ้า P แล้ว Q" เปลี่ยนปัญหานี้เป็น “ ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆนี้ที่นักเรียนค้นพบมีอะไรบ้าง โดยต้องกำหนดคำว่าสิ่งต่าง ๆ ให้ชัดเจน

3. ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท บทเรียนควรเริ่มต้นด้วยตัวอย่างที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่นในเรื่องเรขาคณิตควรเริ่มด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับทฤษฎีบท หลาย ๆรูป แล้วให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์จากรูปเองซึ่งจะนำไปสู่ข้อความตามทฤษฎีบท

4. แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่าง ๆ ให้นักเรียนค้นความสัมพันธ์หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

5. แสดงตัวอย่างของข้อเท็จจริงที่แสดงให้เห็นแนวคิดกว้าง ๆ กับนักเรียน ครูยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่ง ให้นักเรียนอธิบายข้อปลีกย่อยอื่น ๆ ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับตัวอย่าง

6. แสดงตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง ให้นักเรียนหาคำตอบ แล้วให้หาสมบัติที่ร่วมกันเท่าที่จะเป็นไปได้ของปัญหาเหล่านั้น เช่น ปัญหาจัดการแข่งขันฟุตบอล การหาจำนวนคู่สายโทรศัพท์ การหา จำนวนเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม

7. แสดงสถานการณ์เชิงกึ่งคณิตศาสตร์(quasi-mathematics)ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ช่วยอธิบายได้ เช่นปัญหาการอยู่รวมกันของกลุ่มก้อนหินในลักษณะต่าง ๆ ให้นักเรียนอธิบายว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากที่สุด เพราะเหตุใด ให้หาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้คณิตศาสตร์

8. แสดงตัวอย่างที่ชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต เช่น โครงสร้างของกึ่งกลุ่มหรือกลุ่มโดย แสดงตัวอย่างที่เป็นข้อมูลเชิงตัวเลขซึ่งง่ายแก่การพิจารณา แล้วให้นักเรียนค้นหากฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้อง

ปัญหาที่สร้างขึ้นตามแนวคิดนี้ จะเป็นปัญหาที่มุ่งเน้นในการนำไปใช้เพื่อ พัฒนามโนมติใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือใช้การสรุปบทเรียนที่นักเรียนได้เรียนผ่านมาแล้ว

Cooney (n.d.) ได้กล่าวถึงวิธีการสร้างปัญหาปลายเปิดอย่างง่าย ๆ ดังนี้

1. การปรับแบบฝึกหัดในแบบเรียนให้ขยายเป็นปัญหาปลายเปิด เช่น

ปัญหาเดิมในแบบฝึกหัด	ปรับเป็นปัญหาปลายเปิด
จำนวนใดต่อไปนี้เป็นจำนวนเฉพาะ 7, 57, 67, 117	เด็กชาย เอ กล่าวว่า 57 และ 67 เป็นจำนวนเฉพาะเนื่องจากทั้งสองจำนวนลงท้ายด้วย 7 ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะ นักเรียนคิดว่าเด็กชายเอกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงอธิบายเหตุผลของนักเรียนประกอบ
จงหา ครน. ของ 18 และ 24	จงอธิบายว่าทำไม 48 จึงไม่เป็น ครน. ของ 18 และ 24

2. กำหนดเงื่อนไขและให้นักเรียนสร้างโจทย์หรือยกตัวอย่างข้อมูลตามเงื่อนไขที่กำหนด เช่น จงยกตัวอย่างกลุ่มของจำนวนที่เป็นไปตามเงื่อนไขต่อไปนี้

1) มีข้อมูล 7 จำนวน 2) มีค่าพิสัยเป็น 10 3) มีค่าเฉลี่ยมากกว่าค่ามัธยฐาน

3. นำเสนอสถานการณ์อย่างน้อย 2 สถานการณ์ที่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันและได้คำตอบที่แตกต่างกัน จากนั้นให้นักเรียนอธิบายว่าสถานการณ์ใดถูกต้องพร้อมทั้งให้ เหตุผลว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น

4. กำหนดให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่แตกต่างอย่างน้อย 2 วิธีหรือมากกว่านั้น

ปัญหาที่สร้างขึ้นตามแนวคิดนี้ เหมาะสำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอนในชั้นเรียนเพื่อประเมินความคิดรวบยอด และทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน

จากแนวคิดในการสร้างปัญหาปลายเปิดทั้ง 2 วิธีที่กล่าวมาแล้วนั้น สรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิดที่สร้างขึ้นนั้น ผู้สอนอาจจะพัฒนาปัญหาขึ้นมาใหม่ หรือใช้การปรับจากแบบฝึกหัดที่ใช้อยู่ในห้องเรียนปกติให้เป็นปัญหาปลายเปิด

2.5 การประเมินการแก้ปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีลักษณะแตกต่างจากปัญหาทั่วไป เนื่องจากเป้าหมายของปัญหาปลายเปิดนั้นมิได้มุ่งเฉพาะคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว แต่ให้ความสำคัญแก่กระบวนการแก้ปัญหาประกอบด้วย ดังนั้นการประเมินการแก้ปัญหาปลายเปิดจึงมีทั้งการประเมินความถูกต้องและประเมินทักษะกระบวนการดังนี้

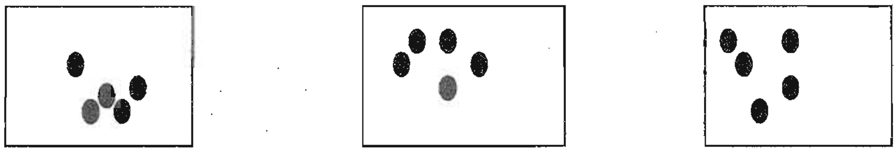
Shimada (1997: 162) กล่าวว่า เป้าหมายของการประเมินผลการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้นคือ การส่งเสริมแนวทางในการคิดทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน และการประเมินแนวทางคำตอบของนักเรียน สามารถพิจารณาได้จากเกณฑ์ดังนี้

1. Fluency พิจารณาจากจำนวนของคำตอบ หรือแนวทางในการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละคนสร้างขึ้นมีมากน้อยเพียงใด
2. Flexibility พิจารณาความแตกต่างของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนแต่ละคนค้นพบมีมากน้อยเพียงใด
3. Originality พิจารณาจากระดับของความเป็นต้นแบบหรือแนวคิดริเริ่มของนักเรียนอยู่ระดับไหน
4. Elegance พิจารณาจากระดับของการนำเสนอแนวคิดของนักเรียนว่ามีความชัดเจนและง่ายเพียงใด

ซึ่งในการประเมินโดยใช้เกณฑ์เหล่านี้จำเป็นต้องมีการประเมินทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ

Nohda (1998 อ้างถึงใน ไมตรี อินทร์ประสิทธ์, 2547: 8-10) ได้เสนอโมเดลในรูปของเมทริกซ์ที่สร้างขึ้นเพื่อที่จะใช้ในการประเมินแนวทางคำตอบของนักเรียนโดยใช้เกณฑ์ในเรื่อง “ความหลากหลาย" และ “ความเป็นกรณีทั่วไป" ในเมทริกซ์หนึ่ง ๆ แต่ละสมาชิกของเมทริกซ์ (A_{ij}) แสดงถึงจำนวนของแนวทางคำตอบของนักเรียน “ความหลากหลาย" แสดงโดย (A_{ij}) เมื่อ j เป็นค่าคงที่ “ความเป็นกรณีทั่วไป" แสดงโดย (A_{ij}) เมื่อ i เป็นค่าคงที่ ระดับความแตกต่างของความเป็นกรณีทั่วไปจะสอดคล้องกับความแตกต่างของสมาชิก (A_{ij}) ดังตัวอย่าง แนวทางคำตอบของนักเรียนที่มีต่อปัญหาก้อนหินได้รับการประเมินดังนี้

ปัญหาก้อนหิน



A B C

จากรูปแสดงการกระจายของก้อนหินที่โยนโดยนักเรียน 3 คน นักเรียน A นักเรียน B นักเรียน C ในเกมนี้นักเรียนคนใดที่มีก้อนหินกระจายน้อยที่สุดจะเป็นผู้ชนะ ให้นักเรียนพิจารณาจากมุมมองที่หลากหลายเพื่อกำหนดวิธีการวัดการกระจายให้ออกมาเป็นตัวเลขให้ได้มากวิธีที่สุด จากนั้นให้อธิบายว่าวิธีการใดเป็นวิธีการที่ดีที่สุดสำหรับนักเรียน เพราะเหตุใด

แนวทางการประเมินคำตอบของนักเรียน ผู้สอนต้องสร้างแนวทางที่เป็นไปได้ต่าง ๆ ขึ้นมาก่อน โดยกำหนดตามเกณฑ์ "ความหลากหลาย" และ"ความเป็นกรณีทั่วไป" ดังนี้

<u>ความหลากหลาย</u> A_{1j} : แนวคิดในเรื่องของความยาว A_{2j} : แนวคิดในเรื่องพื้นที่ A_{3j} : แนวคิดเรื่องความแปรปรวน

<u>ความเป็นกรณีทั่วไป</u> A_{i1} : ตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม A_{i2} : ตัวอย่างที่เป็นกึ่งรูปธรรม A_{i3} : ตัวอย่างที่เป็นนามธรรม

จากเกณฑ์ที่กำหนดสามารถแสดงคำตอบที่สามารถเป็นไปได้ดังนี้

A_{11} : ค่ามากที่สุดหรือน้อยที่สุดของระยะทางระหว่างจุดสองจุดใด ๆ

A_{12} : ความยาวเส้นรอบวงของจุด 5 จุด

A_{13} : ผลรวมของความระหว่างจุด 2 จุดใด ๆ ใน 5 จุด

A_{21} : พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดน้อยที่สุดที่ครอบคลุมจุดทั้ง 5 จุด

A_{22} : พื้นที่วงกลมที่น้อยที่สุดที่ครอบคลุมจุดทั้ง 5 จุด

A_{23} : ผลบวกของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากจุดทั้ง 5 จุด

....

$$P = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \qquad Q = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

จากการประเมินตามโมเดลนี้กล่าวได้ว่า นักเรียน Q มีความหลากหลายในการแก้ปัญหาและแนวทางการแก้ปัญหามีความเป็นกรณีทั่วไปมากกว่านักเรียน P

Cooney (n.d.) ได้กล่าวถึงการประเมินปัญหาปลายเปิดว่า การประเมินโดยใช้การให้คะแนนแบบรูบริค จะช่วยในการวิเคราะห์การแก้ปัญหาของนักเรียน เนื่องจากการประเมินโดยใช้รูบริคนั้นจะช่วยให้ผู้สอน สามารถประเมินนักเรียนว่ามีความรู้อะไรบ้าง มีความสามารถในด้านต่างๆ เป็นอย่างไร นอกจากนี้ ปัญหาปลายเปิดที่ให้นักเรียนอธิบาย แสดงเหตุผล การแจ้งเกณฑ์การประเมินให้นักเรียนได้ทราบนั้น จะเป็นการช่วยให้นักเรียนสามารถปรับปรุงการทำงานของตนเองให้ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดได้

ในที่นี้จะยกตัวอย่างเกณฑ์การประเมินโดยใช้ การให้คะแนนแบบ Holistic Scoring Rubrics

Stenmark (1991) ได้เสนอการประเมินปัญหาปลายเปิดไว้ 4 ระดับ ซึ่งในการนำไปใช้นั้นสามารถนำหลักการประเมินไปปรับให้เหมาะสมกับปัญหาแต่ละข้อ

ระดับ 4

- นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลที่สมบูรณ์ ชัดเจน อย่างมีเหตุผล ไม่คลุมเครือ รวมถึงการอธิบายที่สละสลวย และมีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายอย่างถูกต้อง
- นักเรียนมีการใช้แผนผัง หรือแผนภาพประกอบการอธิบาย อย่างชัดเจน ทำให้เข้าใจในสิ่งที่อธิบายได้ง่ายขึ้น
- นักเรียนมีการแสดงความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ของข้อคำถาม และแสดงแนวคิด วิธีการคำนวณเชิงคณิตศาสตร์ รวมถึงสามารถนำข้อมูลจากภายนอก ปัญหามาใช้ในการหาคำตอบ
- นักเรียนสามารถระบุความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาที่กำหนดให้ และสามารถนำมาใช้ประกอบในการหาคำตอบ
- นักเรียนสามารถระบุตัวอย่างที่สอดคล้องและตัวอย่างที่ขัดแย้งกับเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์ เพื่อเปรียบเทียบอย่างชัดเจน
- นักเรียนสามารถขยายคำตอบของตนเองไปได้มากกว่าที่โจทย์ถาม

ระดับ 3 - นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลสนับสนุนความคิดของตนเองได้ถูกต้องแต่ไม่ครบทุกประเด็น หรือ ไม่สามารถเรียบเรียงได้สละสลวยให้เข้าใจง่าย

- การอธิบายยังไม่สมบูรณ์ ไม่มีการแสดงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือ ไม่ถูกต้อง
- นักเรียนสามารถยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาได้ แต่ไม่สามารถยกตัวอย่างที่ขัดแย้งเพื่อ แสดงการเปรียบเทียบที่ชัดเจนได้
- นักเรียนตอบคำถามเฉพาะที่ปัญหากำหนด
- ไม่มีการแสดงแผนผังหรือแผนภาพ การอธิบายส่วนมากเป็นการเขียนในลักษณะความเรียง ยังไม่ค่อยมีการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจน

ระดับ 2 - คำตอบที่ได้อาจถูกต้อง แต่การอธิบายสับสน ยุ่งเหยิง ไม่ชัดเจน

- แสดงตัวอย่างหรือข้อโต้แย้งที่ไม่สมบูรณ์ หรือไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา
- แนวทางการคิดยังไม่เป็นหลักการทางคณิตศาสตร์ หรือมีเพียงเล็กน้อยที่ถูกต้อง

ระดับ 1 - เกิดข้อผิดพลาดในจุดที่สำคัญของปัญหา

- ใช้แนวทางการหาคำตอบที่ไม่เหมาะสม ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้
- แสดงการคิดคำนวณที่ผิดพลาดในส่วนที่สำคัญ แสดงความไม่เข้าใจในปัญหา

ระดับ 0 ไม่แสดงการแก้ปัญหาใด ๆ

3 ความคิดสร้างสรรค์

3.1 ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

3.1.1 ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถทางสมองของบุคคล ในการค้นพบสิ่งที่แปลกใหม่ซึ่งแตกต่างไปจากบุคคลอื่น ซึ่งมีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของ ความคิดสร้างสรรค์ และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Torrance (1962: 16) กล่าวว่า ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ สรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นกระบวนการของความรู้สึกไวต่อปัญหา หรือสิ่งที่ขาดหายไป หรือสิ่งที่ยังไม่ประสานกัน แล้วเกิดความพยายามในการสร้างแนวคิด ตั้งสมมุติฐาน ทดสอบสมมุติฐาน และเผยแพร่ผลที่ได้ให้ผู้อื่นได้รับรู้และเข้าใจ อันเป็นแนวทางค้นพบสิ่งใหม่ต่อไป

Osborn (1963: 14) กล่าวถึง ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ สรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นจินตนาการประยุกต์ (applied imagination) ซึ่งเป็นจินตนาการที่มนุษย์สร้างขึ้นเพื่อคลี่คลายปัญหายุ่งยากที่มนุษย์ประสบอยู่ ซึ่งความคิดจินตนาการเป็นลักษณะสำคัญของความคิดสร้างสรรค์ซึ่งจะนำไปสู่การประดิษฐ์ คิดค้นหรือการผลิตสิ่งแปลกใหม่ แต่ความคิดจินตนาการอย่างเดียวไม่สามารถทำให้เกิดผลผลิตที่สร้างสรรค์ขึ้นมาได้ ดังนั้นความคิดสร้างสรรค์จึงเป็นจินตนาการที่ควบคู่ไปกับความอุสาหะพยายาม จึงจะทำให้งานสร้างสรรค์เสร็จลงได้

Wallach และ Kogan (1965: 34) ได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลที่สามารถคิดในสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันหรือเชื่อมโยงกันได้ดี เรียกว่า ความคิดโยงสัมพันธ์ คือเมื่อระลึกถึงสิ่งใดได้ก็จะใช้เป็นแนวทางให้ระลึกถึงสิ่งอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันต่อไปเรื่อย ๆ โดยยิ่งคิดได้มากเท่าไร ก็ยิ่งแสดงถึงศักยภาพด้านความคิดสร้างสรรค์ได้มากเท่านั้น

Guilford (1967: 61) กล่าวว่า ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ สรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นลักษณะความคิดอเนกนัย (divergent thinking) เป็นความคิดหลายทิศทาง หลายแง่มุม คิดได้กว้างไกล ซึ่งลักษณะความคิดเช่นนี้จะนำไปสู่การคิดประดิษฐ์สิ่งแปลกใหม่ รวมถึงการคิด ค้นพบวิธีการแก้ปัญหาได้สำเร็จด้วย

Westcott และ Smith (1967: 221) ได้อธิบายความหมายของความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นกระบวนการทางสมองที่รวมถึงประสบการณ์เดิมของแต่ละคนออกมา แล้วนำมาจัดให้เป็นรูปแบบใหม่ โดยรูปแบบใหม่ของความคิดนี้เป็นลักษณะเฉพาะของแต่ละคน

Jame และ Shelagh (1994: 319) กล่าวว่า ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ สรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในใจ ซึ่งนำไปสู่การสร้างความคิดและผลผลิตที่แปลกใหม่ โดยใช้ความรู้เดิมที่มีอยู่

Edward และ Monika (1995: 29) กล่าวถึง ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ สรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ คือ การแสดงออกถึงจินตนาการและความเป็นไปได้ในการสร้างสิ่งแปลกใหม่ และเชื่อมโยงกันอย่างมีความหมายกับความคิด บุคคลและสิ่งแวดล้อม ซึ่งผลลัพธ์ของกระบวนการนี้ในการผลิตและประยุกต์ ทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคล และการถ่ายทอดความคิดระหว่างวัฒนธรรมที่แตกต่างกัน

สมศักดิ์ ภู่วิภาดาวรรธน์ (2537: 2) กล่าวว่า ความหมายของความคิดสร้างสรรค์สรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นเรื่องที่สลับซับซ้อนยากแก่การให้คำจำกัดความ ถ้าพิจารณาความคิดสร้างสรรค์ในเชิงผลงาน ผลงานนั้นต้องเป็นงานที่แปลกใหม่และมีคุณค่า ถ้าพิจารณาความคิดสร้างสรรค์ในเชิงกระบวนการ กระบวนการคิดสร้างสรรค์ คือ การเชื่อมโยงสัมพันธ์สิ่งของหรือความคิดที่มีความแตกต่างกันมากเข้าด้วยกัน ถ้าพิจารณาความคิดสร้างสรรค์เชิงบุคคล บุคคลนั้นจะต้องเป็นคนที่มีความแปลก เป็นตัวของตัวเอง (originality) เป็นผู้ที่มีความคิดคล่อง (fluency) มีความคิดยืดหยุ่น (flexibility) และสามารถให้รายละเอียดในความคิดนั้น ๆ ได้ (elaboration)

อารี พันธ์มณี (2540: 6) กล่าวว่า "ความคิดสร้างสรรค์เป็นกระบวนการทางสมองที่คิดในลักษณะอเนกนัยอันนำไปสู่การคิด ค้นพบสิ่งแปลกใหม่ด้วยการคิดดัดแปลง ปรุงแต่งจากความคิดเดิมผสมผสานกันให้เกิดสิ่งใหม่ ซึ่งรวมถึงการประดิษฐ์คิดค้นพบสิ่งต่าง ๆ ตลอดจนวิธีการคิดทฤษฎีหลักการได้สำเร็จ"

ยุดา รักไทย (2542: 13) กล่าวไว้ว่า "ความคิดสร้างสรรค์ คือ ความสามารถคิดหาคำตอบใหม่ ๆ หรือมีคำตอบมากมายให้กับแต่ละปัญหา รวมถึงความสามารถของคนในการที่จะนำไปสู่สิ่งใหม่ ๆ อันรวมถึงความคิด ทฤษฎี และผลิตผลที่จับต้องได้ โดยจะต้องเป็นประโยชน์ต่อมวลมนุษย์ชาติ ยิ่งวงกว้างเท่าใดก็ยิ่งดี"

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542: 45) ได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ไว้ว่า "ความคิดสร้างสรรค์ คือ ความสามารถของบุคคลในการคิดแก้ปัญหาด้วยการคิดอย่างลึกซึ้งที่

นอกเหนือไปจากการคิดอย่างปกติธรรมดา เป็นลักษณะภายในบุคคลที่สามารถจะคิดได้หลายแง่หลายมุม ผสมผสานจนได้ผลผลิตใหม่ที่ถูกต้องสมบูรณ์กว่า"

พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา (2542: 158) กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ไว้ว่า "เป็นกระบวนการทางสมองของมนุษย์ที่สามารถคิดได้กว้างไกลหลายทิศทาง โดยการเชื่อมโยงหรือผสมผสานความคิดตั้งแต่สองเรื่องเข้าด้วยกัน แล้วจัดระเบียบความคิดออกมาในรูปที่แปลกใหม่ ไม่ซ้ำแบบเดิม แต่จะต้องเป็นสิ่งที่มีคุณค่าและให้ประโยชน์แก่ชีวิต"

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2544: 29) ได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ไว้ว่า "ความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง กระบวนการทางปัญญาระดับสูงที่ใช้กระบวนการทางความคิดหลาย ๆ อย่างมารวมกัน เพื่อสร้างสรรค์สิ่งใหม่ หรือแก้ปัญหาที่มีอยู่ให้ดีขึ้น ความคิดสร้างสรรค์จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อผู้สร้างสรรค์มีอิสรภาพทางความคิด"

Gerhard (1971: 157) นิยามความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ว่า "เป็นการสร้างหรือจัดระบบความคิดใหม่จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ริเริ่ม คาดไม่ถึง และมองเห็นผลผลิตในรูปแบบใหม่"

Jansen (1973: 2168-A อ้างมาจาก สุภาวดี ตั้งบุบผา, 2533: 58) ได้ให้คำนิยามปฏิบัติการของคำว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเขียนคำตอบที่เป็นตัวเลข กราฟ หรือแผนภูมิ ที่แตกต่างกันซึ่งคำตอบมีลักษณะของการประยุกต์

Roy (1982: 143-147) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่ซับซ้อน แต่ก็สามารถสังเกตได้ โดยเขาใช้เกณฑ์ในการพิจารณาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์คือ

1. ความสามารถในการสรุปเป็นหลักการโดยทั่วไป
2. ความสามารถในการตีความคำตอบ
3. ความสามารถในการค้นพบเนื้อหาที่สำคัญ

Anna (1999: 79) กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ว่า วิธีการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นได้ด้วยการกระตุ้นโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จุดประสงค์ในการปฏิบัติที่เหมาะสม การชี้แจงข้อตกลงเบื้องต้น ประกอบด้วยตัวอย่าง จะสามารถทำให้เด็กมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถของแต่ละบุคคลในการเกิดความคิดที่แตกต่างไปจากผู้อื่น คิดอย่างหลากหลาย ไม่ซ้ำแบบเดิม เพื่อแก้ปัญหาที่เผชิญหรือเพื่อสร้างสรรค์สิ่งใหม่ ๆ

3.1.2 <u>องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์</u>

ความคิดสร้างสรรค์เป็นลักษณะที่ซับซ้อนของมนุษย์ เป็นความสามารถทางสมองที่ไม่สามารถมองเห็นได้อย่างชัดเจน นักจิตวิทยาและนักการศึกษาจึงได้อธิบายลักษณะที่บุคคลแสดงออกมาจัดเป็นองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ เพื่อให้สามารถวัดความคิดสร้างสรรค์ได้ ซึ่งมีนักจิตวิทยาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ ดังนี้

Guilford (1967: 145-151) เชื่อว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นความคิดอเนกนัย (Divergent Thinking) ประกอบด้วย 4 องค์ประกอบดังนี้

1. ความคิดคล่อง (fluency) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว มีปริมาณมากในเวลาที่จำกัด และไม่ซ้ำกันในเรื่องเดียวกัน ความคิดคล่องมีความสำคัญในการแก้ปัญหาเฉพาะหน้า เพราะการแก้ปัญหาเฉพาะหน้านั้นต้องการความรวดเร็วและคิดหาวิธีแก้ไขได้หลายวิธี

2. ความคิดยืดหยุ่น (flexibility) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้หลายประเภทและหลายทิศทาง เป็นการคิดที่สามารถดัดแปลงให้เหมาะสมกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นได้อย่างทันทีทันใด

3. ความคิดริเริ่ม (originality) หมายถึง ความคิดที่แปลกใหม่ แตกต่างไปจากความคิดธรรมดาหรือความคิดง่าย ๆ หรือความคิดที่ไม่ซ้ำกับความคิดคนอื่น ความคิดริเริ่มเกิดจากการนำความรู้เดิมมาดัดแปลงและประยุกต์ให้เป็นสิ่งใหม่

4. ความคิดละเอียดลออ (elaboration) หมายถึง ความคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอนสามารถอธิบายให้เป็นภาพได้ชัดเจน ซึ่งความคิดละเอียดลออจัดเป็นรายละเอียดที่นำมาตกแต่งหรือขยายความคิดเพื่อให้เกิดความสมบูรณ์มากขึ้น

Torrance (1973: 91-95) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ในรูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งได้ศึกษาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนโดยเน้นความคิดสร้างสรรค์ใน 3 องค์ประกอบ คือ

1. ความคิดคล่อง (fluency) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการผลิตความคิดได้หลากหลายเพื่อตอบต่อคำถามปลายเปิดและคำถามอื่น ๆ ไม่ว่าจะเป็นความคิดทางภาษาหรือท่าทาง

2. ความคิดยืดหยุ่น (flexibility) หมายถึง ความสามารถในการกระทำต่อปัญหาได้หลากหลาย คิดได้หลากหลาย และสามารถแปลงความรู้หรือประสบการณ์ให้เกิดประโยชน์ได้หลายด้าน

จากแนวคิดที่กล่าวมาแล้ว สรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์มีองค์ประกอบที่เหมือนกัน 3 ลักษณะที่เหมือนกัน คือ ความคล่องในการคิด ความยืดหยุ่นในการคิด ความคล่องในการคิด

3.2 แนวคิดเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ความคิดสร้างสรรค์เป็นคุณสมบัติอย่างหนึ่งของมนุษย์ เป็นพฤติกรรมที่ต้องผ่านกระบวนการเกิดที่เป็นขั้นตอน เรียกว่ากระบวนการคิดสร้างสรรค์

3.2.1 กระบวนการคิดสร้างสรรค์

กระบวนการคิดสร้างสรรค์ หมายถึง วิธีคิด หรือกระบวนการทำงานของสมองอย่างเป็นขั้นตอนและสามารถคิดแก้ปัญหาได้สำเร็จ มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้กล่าวถึงกระบวนการคิดสร้างสรรค์ ดังนี้

Hutchinson (1949: 38-42) ได้กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เกิดจากกระบวนการหยั่งรู้ (intuition) ซึ่งมี 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นเตรียม (the stage of preparation) เป็นการรวบรวมประสบการณ์เก่า ๆ รู้จักลองผิดลองถูก และตั้งสมมติฐานเพื่อแก้ปัญหา

2. ขั้นคิดแก้ปัญหา (the stage of frustration) เป็นระยะของการครุ่นคิดแก้ปัญหา แต่ยังคิดไม่ออก

3. ขั้นเกิดความคิด (the stage of insight) เป็นขั้นที่เกิดความคิดแวบขึ้นในสมอง คิดหาคำตอบได้ทันที

4. ขั้นพิสูจน์ (the stage of verification) เป็นขั้นที่มีการตรวจสอบประเมินผลโดยใช้กฎเกณฑ์ต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่

Torrance (1963: 47) ได้จำแนกกระบวนการเกิดความคิดสร้างสรรค์เป็น 5 ขั้นตอน คือ

1. การค้นหาความจริง (fact finding) เป็นขั้นเกิดความรู้สึกกังวลหรือสับสน วุ่นวายในจิตใจ แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าเกิดจากสาเหตุอะไร ต้องพิจารณาดูว่า สิ่งที่ทำให้เกิดความรู้สึกเหล่านั้นคืออะไร

2. การค้นพบปัญหา (problem finding) เป็นการเข้าใจปัญหาที่เกิดขึ้น หรือมองเห็นปัญหา เมื่อได้พิจารณาโดยรอบคอบแล้ว

3. การค้นพบแนวคิด (idea finding) เป็นการรวบรวมความคิดและตั้งสมมุติฐาน แล้วรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ เพื่อทดสอบสมมุติฐานนั้น

4. การค้นพบคำตอบ (solution finding) เป็นการค้นพบคำตอบหลังจากที่ทดสอบแนวคิดและสมมุติฐาน

5. การยอมรับผลจากการค้นพบ (acceptance finding) เป็นการยอมรับคำตอบที่ได้จากการพิสูจน์ และพัฒนาแนวคิดต่อไปว่า สิ่งที่ค้นพบจะนำไปสู่การเกิดแนวคิด และข้อค้นพบใหม่ต่อไป ที่เรียกว่า สิ่งใหม่ที่ท้าทาย (new challenge)

Osborn (1963: 91-92) ได้แบ่งกระบวนการเกิดความคิดสร้างสรรค์ออกเป็น 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. ปัญหา สามารถชี้ระบุประเด็นปัญหาที่ต้องการจะใช้ความคิดสร้างสรรค์

2. การเตรียมและรวบรวมข้อมูล เป็นการรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

3. วิเคราะห์ เป็นการวิเคราะห์ข้อมูล คิดพิจารณา และแจกแจงข้อมูล

4. การใช้ความคิดหรือคัดเลือกเพื่อหาทางเลือกต่าง ๆ เป็นขั้นพิจารณาอย่างละเอียดรอบคอบ และหาทางเลือกที่เป็นไปได้ไว้หลาย ๆ ทาง

5. การตกผลึกความคิด และการทำให้กระจ่าง เป็นขั้นที่ทำให้เกิดความคิดบางอย่างขึ้นมาแล้วทำให้ความคิดนั้นชัดเจนขึ้น

6. การสังเคราะห์และการบรรจุความคิดส่วนต่าง ๆ เข้าด้วยกัน

7. การประเมินผล เป็นการคัดเลือกความคิดให้ได้คำตอบที่มีประสิทธิภาพที่สุด

Taylor (1964: 39-51) ได้ให้ข้อคิดว่าผลของความคิดสร้างสรรค์ของคนนั้นไม่จำเป็นจะต้องเป็นขั้นสูงสุดเสมอไป คือไม่จำเป็นต้องคิดค้นคว้าประดิษฐ์ของใหม่ ๆ ที่ยังไม่เคยมีผู้ใดเคยคิดมาก่อนเลย หรือสร้างทฤษฎีที่ต้องใช้ความคิดด้านนามธรรมอย่างสูงยิ่ง แต่ความคิดสร้างสรรค์ของคนเรานั้นอาจจะเป็นขั้นใดขั้นหนึ่งใน 6 ขั้นต่อไปนี้

1. เป็นความคิดสร้างสรรค์ขั้นต่ำสุด เป็นสิ่งธรรมดาสามัญถือเป็นพฤติกรรมหรือการแสดงออกของตนอย่างอิสระ ซึ่งพฤติกรรมนั้นไม่จำเป็นต้องอาศัยความริเริ่ม และทักษะอย่างใดถือเป็นแต่เพียงให้แสดงออกอย่างอิสระเท่านั้น

2. เป็นงานที่ผลิตออกมาโดยที่ผลงานนั้นจำเป็นต้องอาศัยทักษะบางประการแต่ไม่จำเป็นต้องเป็นสิ่งใหม่

3. เป็นขั้นที่เรียกว่าขั้นสร้างสรรค์ เป็นขั้นที่แสดงถึงความคิดใหม่ของบุคคล ไม่ได้ลอกเลียนแบบมาจากใคร แม้ว่างานนั้นจะมีคนคิดไว้แล้วก็ตาม

4. เป็นขั้นที่เรียกว่าความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ขั้นประดิษฐ์สิ่งใหม่ โดยไม่ซ้ำแบบใคร เป็นขั้นที่ผู้กระทำได้แสดงให้เห็นความสามารถที่แตกต่างไปจากผู้อื่น

5. เป็นขั้นการพัฒนาปรับปรุงผลงานในขั้นที่สี่ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

6. เป็นขั้นความคิดริเริ่มสร้างสรรค์สุดยอด สามารถคิดสิ่งที่เป็นนามธรรมขั้นสูงสุดได้ เช่น ชาร์ล ดาร์วิน คิดตั้งทฤษฎีวิวัฒนาการขึ้น

Sullivan (1967: 33 อ้างอิงจาก อารี พันธ์มณี, 2540: 61) ได้กล่าวถึงขั้นต่าง ๆ ของกระบวนการความคิดสร้างสรรค์ดังนี้

1. ขั้นปัญหา (puzzlement) เป็นขั้นที่บุคคลเกิดความรู้สึกว่ามีบางสิ่งบางอย่างเกิดความเข้าใจผิด ไม่แจ่มชัด หรือไม่สามารถเข้าใจได้

2. ขั้นคิดไตร่ตรองอย่างหนัก (mental labor) เป็นขั้นที่บุคคลคิดถึงวิธีการและความรู้ต่าง ๆที่สะสมไว้ ขั้นนี้สมองทำงานอย่างหนัก

3. ขั้นเพาะความคิด (incubation of gestation) เป็นขั้นที่ความคิดหยุดอยู่ขณะหนึ่งเพื่อคอยดูว่ามีอะไรเกิดขึ้น

4. ขั้นเกิดความกระจ่าง (illumination) เป็นขั้นที่เกิดความคิดทะลุปรุโปร่งหรือเกิดการค้นพบแล้ว

5. ขั้นกลั่นกรองความคิด (verification) เป็นขั้นที่ทำการพิสูจน์ทบทวนเหตุผลที่ได้จากการกระทำนั้น

Divito (1971: 208) ได้กำหนดขั้นตอนของการเกิดความคิดสร้างสรรค์ไว้ดังนี้

1. ขั้นวิเคราะห์ (analysis) คือขั้นสัมผัสหรือเผชิญกับสถานการณ์ซึ่งส่วนมากจะเป็นปัญหาต่าง ๆ จะถูกนำมาวิเคราะห์ กำหนดนิยามเพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจในปัญหาและส่วนประกอบ

2. ขั้นผสมผสาน (manipulate) หลังจากรู้สภาพปัญหา วิเคราะห์ปัญหาความรู้ที่จะนำมาแก้ปัญหาจะถูกผสมผสานกัน ซึ่งจะต้องอาศัยความคับข้องใจ และความเข้าใจในปัญหาและส่วนประกอบ

3. ขั้นการพบอุปสรรค (impasse) เป็นขั้นที่เกิดขึ้นบ่อยและเป็นขั้นสูงสุดของการแก้ปัญหา ในขั้นนี้จะมีความรู้สึกว่า วิธีการบางอย่างในการแก้ปัญหานั้นใช้ไม่ได้ คิดไม่ออก รู้สึกล้มเหลวในการแก้ปัญหา

4. ขั้นคิดออก (eureka) เป็นขั้นคิดแก้ปัญหาได้ทันทีทันใด หลังจากที่ได้พบอุปสรรคมาแล้ว ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจอย่างแจ่มแจ้งในการแก้ปัญหานั้น ๆ

5. ขั้นพิสูจน์ (verification) เป็นขั้นต่อจากขั้นพบอุปสรรคและขั้นคิดออก เพื่อพิสูจน์ ตรวจสอบและยืนยันความคิดดังกล่าว

Wallach และ Kogan (1973: 12) ได้อธิบายกระบวนการเกิดความคิดสร้างสรรค์ไว้ว่า เกิดจากความคิดในสิ่งใหม่ ๆ โดยอาศัยการลองผิดลองถูก ซึ่งจำแนกออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียม (preparation) เป็นขั้นเตรียมข้อมูลที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

2. ขั้นฟักตัว (incubation) เป็นขั้นที่อยู่ในความสับสนวุ่นวายทั้งข้อมูลเก่าและข้อมูลใหม่ โดยข้อมูลที่มีอยู่ไม่สามารถจัดเป็นระบบได้ ซึ่งเป็นขั้นของการหยุดคิดเงียบ ๆ ชั่วคราว

3. ขั้นความคิดกระจ่าง (illumination) เป็นขั้นของการจัดระบบข้อมูลออกเป็นความคิดที่สามารถมองเห็นภาพที่ชัดเจน

4. ขั้นทดสอบความคิดหรือพิสูจน์ให้เห็นจริง (verification) เป็นขั้นที่ได้รับความคิด 3 ขั้นข้างต้น เพื่อพิสูจน์ว่าความคิดนี้เป็นจริงและถูกต้อง

จากแนวคิดของนักจิตวิทยาและนักการศึกษาที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการคิดสร้างสรรค์จะเกิดขึ้นอย่างมีขั้นตอน กล่าวได้ว่า กระบวนการคิดสร้างสรรค์จะเริ่มจากบุคคลรับรู้ปัญหา และพยายามทำความเข้าใจ จากนั้นจะเป็นช่วงเวลาของการครุ่นคิด หาแนวทางสร้าง สมมุติฐานในการแก้ปัญหา ซึ่งจะนำไปสู่ การค้นพบคำตอบและทดสอบเพื่อยอมรับหรือปรับปรุง คำตอบทีได้รับต่อไป

3.2.2 แนวคิดเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

จากกระบวนการคิดสร้างสรรค์ทั่ว ๆ ไปที่กล่าวมาแล้วนั้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่านให้ความสนใจศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

Jacques (1869: 165 อ้างถึงใน สุภาวดี ตั้งบุบผา, 2533: 37-38) เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศษได้ทำการศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และอธิบายกระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้วยทฤษฎีจิตวิเคราะห์ (Psychoanalysis) และทฤษฎีการสัมพันธ์เชื่อมโยง (The Association theory) กล่าวว่า กระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มีอยู่ 4 ขั้นตอนคือ

1. ขั้นเตรียม (preparation) เป็นขั้นตอนที่ได้รับปัญหาและบุคคล มีการกระทำต่อปัญหานั้นในระดับที่รู้ตัว อย่างเป็นระบบ โดยวิธีการเชิงตรรก ซึ่งความพยายามในระดับที่รู้ตัวนี้ จะเป็นการกระตุ้นในแนวทางทั่ว ๆ ไปในการแก้ปัญหา ซึ่งแนวทางดังกล่าวจะเข้าสู่กระบวนการขั้นครุ่นคิดต่อไป

2. ขั้นครุ่นคิด (incubation) เป็นขั้นตอนที่มีกระบวนการคิดที่ไม่รู้ตัว ซึ่งเป็นขั้นตอนที่เกิดการรวมกันของความคิดต่าง ๆ แบบสุ่ม และจะมีเพียงความคิดที่ดีเท่านั้นที่จะขึ้นสู่ระดับความรู้ตัว

3. ขั้นรู้แจ้ง (illmination) เป็นขั้นตอนที่เกิดขึ้นในระดับรู้ตัว เกิดความคิดที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

4. ขั้นตรวจสอบ เสนอผลและการนำผลไปใช้ (verification , exposition and utilization of the results) เป็นขั้นสุดท้ายของกระบวนการคิดสร้างสรรค์ซึ่งเกิดในระดับรู้ตัวทั้งหมด

Darren และ Allen (1971: 108-109) กล่าวว่า ความสามารถพื้นฐานที่จะทำให้เด็กมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ทักษะการใช้เหตุผลเชิงอ้างอิง (skill of reference study) และทักษะการใช้เหตุผลทางวิทยาศาสตร์ (skill scientific and mathematical reasoning) ซึ่งตัวอย่างทั้ง 2 องค์ประกอบนี้ได้แก่

1. การนำหลักการไปใช้ และการสรุปอ้างอิง
2. การประยุกต์ข้อมูล และการสรุปเป็นกรณีทั่วไปในสถานการณ์ใหม่
3. การประเมินความเพียงพอของข้อมูลที่จะไปใช้ในการแก้ปัญหา
4. เลือกใช้ข้อมูลที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาโดยตรง
5. การใช้ข้อมูลแสดงให้เห็นถึงวิธีคิด
6. มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล
7. เตรียมข้อมูลในรูปกราฟ หรือรูปภาพ
8. การเตรียมโครงร่าง
9. การจัดระบบข้อมูลจากเอกสาร
10. มีการซักถามเพื่อให้ได้ข้อมูล
11. ใช้ความสังเกตที่มีการทดลอง
12. การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต
13. การใช้แผนผัง ลูกโลก และแผนที่
14. การใช้มาตราของแผนผัง ลูกโลก และแผนที่
15. การตีความสัญลักษณ์ที่ใช้ในแผนที่
16. การกำหนดลักษณะทางกายภาพและพัฒนารูปภาพ

17. การรวมวัตถุหรือสิ่งของออกเป็นกลุ่ม

18. การอ่านและการเขียนสัญลักษณ์ทางตัวเลข

19. การบวก ลบ คูณ หาร

20. การเปรียบเทียบขนาด

21. การเปรียบเทียบขนาด

22. การใช้วิธีการวัดต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่ง ความสูง น้ำหนัก ความจุ

23. การใช้ธนบัตร

24. การบอกเวลา

25. หาความร่วมกันของสิ่งของที่อยู่ต่างกลุ่ม

26. ความไวต่อการรับรู้ถึงองค์ประกอบที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา ภายใต้สถานการณ์ทั้งหมด

27. การเดาอย่างมีเหตุผล

28. การใช้วิธีการที่หลากหลายในการนิยามปัญหา

29. ความสามารถในการอธิบาย

30. การปฏิบัติและอธิบายวิธีการทดสอบได้ทุกขั้นตอน

31. การค้นหาสาเหตุที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

Polya (1987: 92 - 93) เป็นนักคณิตศาสตร์ได้นำเสนอความคิดเห็นว่ากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถทำให้บุคคลเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้ ซึ่งแบ่งกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 4 ขั้นตอน

1. เข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่บุคคลสามารถรับรู้ปัญหาจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ แล้วจับประเด็นสำคัญของปัญหา

2. วางแผน เป็นขั้นที่บุคคลคิดหาวิธีแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่สามารถจะเป็นไปได้

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นทดสอบวิธีแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่น่าจะเป็นไปได้ทั้งหมด

4. ตรวจสอบและยอมรับการแก้ปัญหา หรือตรวจว่าแผนการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่วางไว้ใช้ได้หรือไม่ ถ้าตรวจสอบแล้ว วิธีการที่คิดใช้ไม่ได้ก็เริ่มคิดวิธีการใหม่อีกต่อไป

Polya ได้กล่าวว่า ขั้นตอนที่ 2 เป็นขั้นตอนที่สำคัญ กล่าวคือ เป็นขั้นที่เน้นการฝึกให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ เกิดสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่ และเกิดการหยั่งรู้สิ่งที่ต้องการ

Burns (1995: 25-39) ได้กล่าวถึง ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ 4 องค์ประกอบ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความคิดคล่อง (fluency) เป็นการแสดงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้อย่างรวดเร็ว โดยครูและนักเรียนจะต้องตระหนักว่า จากสถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ไม่มีคำตอบใดผิด ดังนั้นจึงต้องยอมรับทุกคำตอบ ไม่มีการกำหนดจำนวนความคิดที่ต้องการแสดงออก และจะต้องกำหนดเวลาให้เหมาะสมกับกิจกรรมนั้น ๆ ซึ่งอาจจะจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกร่วมกันทั้งชั้น หรือจัดกลุ่มก็ได้ เช่น ให้นักเรียนตั้งโจทย์คำถามที่มีคำตอบเป็น 15 ซึ่งนักเรียนที่มีความคิดคล่องสามารถคิดโจทย์คำถามได้หลายคำถาม และคิดได้อย่างรวดเร็ว

2. ความคิดยืดหยุ่น (flexibility) เป็นการแสดงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้มากแตกต่าง หลายทิศทาง หรือหลายประเภท โดยครูจะต้องฝึกให้แตกต่างจากความคิดคล่องและต้องคอยกระตุ้นให้เกิดการฝึกคิดทางคณิตศาสตร์ อาจจะจัดร่วมกันทั้งชั้นหรือเป็นกลุ่มก็ได้

3. ความคิดริเริ่ม (originality) เป็นการแสดงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่แปลกใหม่ไม่เหมือนใคร เป็นเอกลักษณ์ของตัวเอง โดยครูให้นักเรียนคิด แล้วสรุปสิ่งที่แปลกใหม่ทางคณิตศาสตร์ เช่น ให้นักเรียนบอกตัวเลขที่ชอบ แล้วแสดงเหตุผล นักเรียนที่มีความคิดริเริ่มสามารถแสดงเหตุผลได้แตกต่างจากผู้อื่น และเหตุผลนั้นมีความถูกต้องด้วย

4. ความคิดละเอียดลออ (elaboration) เป็นการขยายขอบเขตของความคิดทางคณิตศาสตร์หนึ่ง ๆ ให้ละเอียดและน่าสนใจ เพื่อเพิ่มเติมรายละเอียดของความคิดให้ชัดเจนยิ่งขึ้น โดยครูเริ่มต้นด้วยการตั้งหัวข้อเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ แล้วให้นักเรียนเสนอรายละเอียดให้มากที่สุดทีสุดที่จะคิดได้ เช่นให้นักเรียนต่อเติมรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนที่มีความมละเอียดในการคิด สามารถเสนอรายละเอียดได้แตกต่างจากผู้อื่น และถูกต้องครบถ้วน

จากที่กล่าวมาแล้วสรุปได้ว่ากระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นกระบวนการคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และแสดงออกมาในลักษณะต่าง ๆ เช่น การคิดคล่องในทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มที่ไม่เหมือนใคร การใช้เหตุผลอ้างอิง ซึ่งพฤติกรรมต่าง ๆ เหล่านี้ จะผ่านกระบวนการคิดที่มีขั้นตอนอย่างเป็นระบบ

3.3 การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสมองที่ซับซ้อน ไม่สามารถมองเห็นได้ชัดเจน จึงมีการเสนอแนวทางการวัดความคิดสร้างสรรค์ไว้ต่าง ๆ กันดังนี้

Balka (1975 อ้างถึงใน ปิยลักษณ์ โพธิ์ถาวร2545: 30-31) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยการสำรวจเกณฑ์ที่นำมาสร้างแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ 3 กลุ่ม ได้แก่ ครูผู้สอน นักวิชาการคณิตศาสตร์ และนักคณิตศาสตร์ แล้วคัดเลือกที่กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นสอดคล้องกัน 80% ขึ้นไป มาสร้างแบบทดสอบ ผลการสำรวจพบว่า เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดความคิดสร้างสรรค์ มีดังนี้

1. ความสามารถในการตั้งสมมติฐานทางคณิตศาสตร์ในลักษณะของเหตุและผลจากการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการกำหนดรูปแบบจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงวิธีการคิด เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการประเมินปัญหา ตลอดจนคาดคะเนถึงผลที่จะเกิดขึ้น
5. ความสามารถในการค้นหาสิ่งที่ขาดหายไปจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
6. ความสามารถในการแยกแยะปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นปัญหาย่อยที่เฉพาะเจาะจงได้

กรมวิชาการ (2535: 48-50) ได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ว่า มีหลักการเดียวกับแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางด้านภาษาหรือด้านศิลปะ คือให้ผู้ตอบคิดหาคำตอบได้หลาย ๆ แบบ ให้มากที่สุด ซึ่งประกอบด้วย

1. แบบให้ตั้งคำถาม โดยให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้แล้วสร้างคำถามให้ได้มากที่สุด ภายในเวลาที่กำหนด
2. แบบแบ่งครึ่งรูป โดยจะกำหนดรูปทรง สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม วงกลม แล้วให้ลากเส้นแบ่งครึ่งรูปในลักษณะหลาย ๆ แบบแตกต่างกันให้ได้มากที่สุด
3. แบบให้เติมตัวเลข โดยให้เติมตัวเลขลงในรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนด ซึ่งตัวเลขที่เติมใช้ได้เฉพาะเลข 0 ถึงเลข 10 และให้ได้ผลลัพธ์ที่กำหนดให้ภายในเวลาที่กำหนด
4. แบบรูปเรขาคณิต โดยกำหนดไม้ขีดไฟจำนวนหนึ่ง แล้วให้ใช้ไม้ขีดไฟมาสร้างรูปเรขาคณิตให้ได้มากที่สุด ภายในเวลาที่กำหนด

5. แบบประกอบภาพ แทนแกรม(tangrams) เป็นการสร้างสรรค์ของจีน ประกอบด้วย 7 ชิ้น ที่แบ่งมาจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยให้นำชิ้นส่วนทั้ง 7 ชิ้น มาประกอบเป็นภาพต่าง ๆ ให้ได้มากที่สุดภายในเวลาที่กำหนด

จากที่กล่าวมาแล้วสรุปได้ว่า การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ นั้นจะใช้หลักการพิจารณา จากความสามารถของผู้ตอบในด้านการคิดหาคำตอบได้หลายทาง หลายแบบ รวมถึงมีความแปลกใหม่ให้ได้มากที่สุด

3.4 แนวทางการสอนเพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์

ความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถที่พัฒนาให้เกิดขึ้นได้ และเพิ่มมากขึ้นจากที่มีอยู่เดิมได้ โดยผ่านการจัดการเรียนการสอน ดังนั้นครูจึงเป็นผู้ที่มีบทบาทมากที่สุด ในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ ให้เกิดขึ้นกับนักเรียน นักการศึกษาหลายท่านจึงได้เสนอแนวทางการสอนเพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ไว้ ดังนี้

Torrance (1979 อ้างถึงใน สมจิตร กำเหนิดผล, 2546: 35) ได้เสนอหลักในการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ไว้หลายประการ ซึ่งเน้นปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนดังนี้

1. ส่งเสริมให้นักเรียนถาม และให้ความสนใจต่อคำถาม และไม่มุ่งเพียงคำตอบ คำตอบเดียว
2. ตั้งใจฟัง เอาใจใส่ต่อความคิดแปลก ๆ ของนักเรียน
3. กระตือรือร้นต่อคำถามแปลก ๆ และตอบคำถามของเด็กอย่างมีชีวิตชีวา
4. แสดงให้เห็นว่าความคิดของนักเรียนนั้นมีคุณค่าอย่างต่อเนื่อง โดยไม่ต้องใช้วิธีขู่ด้วยคะแนน
5. กระตุ้นและส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง
6. เปิดโอกาสให้นักเรียนค้นคว้าอย่างต่อเนื่อง โดยไม่ต้องใช้วิธีขู่ด้วยคะแนน
7. พึงตระหนักว่าการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์จะต้องใช้เวลาอย่างค่อยเป็นค่อยไป
8. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้จินตนาการของตนเอง และยกย่องชมเชย เมื่อนักเรียนมีจินตนาการที่แปลกและมีคุณค่า

Davis (1991: 236-244) กล่าวถึงสิ่งที่ครูควรคำนึงในการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. ครูควรตระหนักถึงความสำคัญของความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน มีเจตคติที่ดี และสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนได้ฝึกความคิดสร้างสรรค์

2. ครูควรพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนในด้านให้คำจำกัดความ กระบวนการคิด และการตรวจสอบวิธีการคิด เป็นต้น

3. ครูควรจัดกิจกรรมหลาย ๆ รูปแบบให้นักเรียนได้ฝึกความคิดสร้างสรรค์

4. ครูควรฝึกให้นักเรียนขยายขอบเขตของความรู้ที่ได้รับไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน

5. ครูควรมีส่วนร่วมในกิจกรรมส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์กับนักเรียนด้วย เพื่อพัฒนาความเข้าใจ ความสามารถ และเจตคติที่ดีต่อการคิดสร้างสรรค์

Gallaher และ Gallaher (1994: 343-344) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ไว้ดังนี้

1. จัดหลักสูตรโดยเน้นการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์มากกว่าการเรียนรู้เนื้อหา และครูต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

2. จัดให้มีผู้เชี่ยวชาญคอยให้คำแนะนำปรึกษาแก่นักเรียนในการทำงานหรือทำโครงการต่าง ๆ

3. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมได้เสนอความคิดในการจัดการเรียนการสอน

4. กระตุ้นให้นักเรียนได้ตระหนักว่าความจริงเป็นสิ่งที่ต้องค้นหามากกว่าจะคิดว่าความจริงเป็นสิ่งที่ต้องเปิดเผย

5. ครูจะต้องพัฒนาตนเองในด้านเนื้อหาและกลวิธีการสอนที่เกี่ยวข้องกับการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน

อารี พันธ์มณี (2528: 103) ได้กล่าวถึงหลักสูตรและวิธีการสอนเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ ควรจัดหลักสูตรและกิจกรรมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ รู้จักคิด คิดเป็นและสามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ และส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงความสามารถอย่างเต็มที่ ครูควรปรับปรุงวิธีการสอนและยืดหยุ่นเนื้อหาวิชาในลักษณะต่อไปนี้

1. ส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง พยายามอย่าบังคับให้นักเรียนทำตามคำสั่งของครูอยู่ตลอดเวลา

2. ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต ช่างซักถาม และตอบคำถามหรือพยายาม ค้นหาคำตอบด้วยความกระตือรือร้น

3. สนใจและตั้งใจฟังคำถามแปลก ๆ ใหม่ ๆของนักเรียน และยอมรับความคิด แปลก ๆ ของนักเรียน

4. แสดงให้เห็นว่าความคิดของนักเรียนมีคุณค่า และเป็นประโยชน์โดยการให้กำลังใจ ชมเชย ยกย่อง และนำผลงานมาใช้ให้เกิดประโยชน์

5. ส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดริเริ่ม นอกจากจะยอมรับความคิดแปลก ๆ ของนักเรียน แล้วก็ไม่ควรตำหนิหรือวิจารณ์ความคิดของนักเรียน

6. ส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง สำรวจ ค้นหา ทดลองด้วยความสนใจของตนเอง มิใช่เพื่อหวังคะแนนที่ได้รับ

7. กระตุ้นให้นักเรียนมีบุคลิกภาพที่มีความคิดสร้างสรรค์ ด้วยการส่งเสริมความ อยากรู้ อยากเห็น และการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

8. ส่งเสริมให้นักเรียนประสบความสำเร็จ ให้กำลังใจ ยกย่อง ชมเชย

9. ขจัดความกลัว ความก้าวร้าวของนักเรียน และสร้างความเชื่อมั่น ความมั่นคง ปลอดภัยแก่นักเรียน

อุษณีย์ โพธิ์สุข (2537: 13-19) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญ ในการจัดสภาพการเรียนการสอน ที่ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ไว้ต่อไปนี้ คือ

1. กระบวนการทางความคิด

- มีการสอนที่เพิ่มทักษะความคิดด้านต่าง ๆ เช่น ความคิดอเนกนัยเอกนัย ความคิดวิจารณญาน ความคิดวิเคราะห์ ความคิดสังเคราะห์ และการประเมินผล
- สนับสนุนความคิดจินตนาการ แง่มุมที่ตนนึกไม่ถึง สิ่งที่เหนือความคาดหมาย ความคิดแปลกใหม่ ความคิดหลากหลาย ความคิดยืดหยุ่น ความคิดเห็นที่แตกต่าง
- ใช้การผสมผสาน ปรับเปลี่ยน ทดแทน
- ให้ความเชื่อมั่นแก่นักเรียนให้ยืนหยัดเชื่อมั่นความคิดตนเอง แม้ว่าจะแปลกแยกแตกต่างจากผู้อื่น
- หลีกเลี่ยงการโอนตัดสินใจ หรือด่วนสรุปปัญหา
- สนับสนุนกิจกรรมที่ใช้ความคิดซับซ้อน มีกระบวนการปรับเปลี่ยน แก้ไข ปรับปรุง เปลี่ยนแปลง จัดระบบใหม่

2. ผลิตผล ถึงแม้ว่ากระบวนการเป็นสิ่งสำคัญ แต่ผลิตผลก็เป็นสิ่งที่ชี้ให้เราเห็นหลายสิ่งหลายอย่าง เช่น วิธีคิด ประสิทธิภาพทางความคิด

- การนำความรู้ไปสู่การนำไปใช้ ดังนั้นจุดสำคัญในการสอนว่าจะพิจารณาเกณฑ์ของการผลิตอย่างไรนั้น ควรจะมีการกำหนดให้นักเรียนรู้จักการระบุจุดประสงค์ของการทำงาน รู้จักประเมินการทำงานของตนเองอย่างใช้เหตุผล พยายามและสามารถปรับใช้ได้ในชีวิตจริง

3. องค์ความรู้พื้นฐาน

- เด็กทุกคนต้องสั่งสมความรู้พื้นฐานให้แน่นพอจึงจะสามารถสร้างสรรค์ได้
- ให้โอกาสเด็กได้รับความรู้ผ่านสื่อและทักษะหลายด้าน โดยใช้ประสาทสัมผัส
- ความรู้ที่ดีต้องมาจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และมีแหล่งข้อมูลที่ต่างกันทั้งจากหนังสือ ผู้เชี่ยวชาญ การทดสอบด้วยตนเอง
- สิ่งสำคัญที่สุดคือ ให้เด็กได้สร้างความรู้จากตัวของเขาเอง

4. สิ่งที่ท้าทายนักเรียน

- เด็กที่สร้างสรรค์ชอบงานยากและซับซ้อนที่ไม่เคยทำมาก่อน
- ถ้าเขาสนใจที่จะทำจะเป็นสิ่งที่ทำให้เรียนรู้ได้ง่ายขึ้น
- หางานที่สร้างสรรค์ และมีมาตรฐานให้เด็กได้พิจารณา
- การสร้างสรรค์เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับความเชื่อมั่นว่าทุกอย่างเป็นไปได้ การหาโอกาสแก้ไขสร้างสรรค์ให้เกิดสิ่งใหม่ที่เหนือความคิดทั่วไป

5. บรรยากาศในชั้นเรียน

- ให้อิสระเสรี ความยุติธรรม ความเคารพในความคิดของนักเรียนให้เด็ก มั่นใจว่าจะไม่ถูกลงโทษ หากมีความคิดที่แตกต่างจากครู หรือคิดว่าครูไม่ถูกต้อง เป็นต้น
- ยอมให้เด็กล้มเหลว หรือผิดพลาด (โดยไม่เกิดอันตราย) แต่ต้องฝึกให้เรียนรู้จากข้อผิดพลาดที่ผ่านมา

6. ตัวนักเรียน

- สนันสนุนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่สอดคล้องกับความสนใจของนักเรียน
- พยายามถ่ายโยงความรู้ กับจิตใจให้ไปด้วยกัน
- สนับสนุนให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นตนเอง ความเคารพตนเองกระหายใคร่รู้

7. การใช้คำถาม

- สนับสนุนให้นักเรียนถามคำถามของเขาที่โดยทั่วไปเด็กจะมีปัญหาเพราะนักเรียนมักคิดว่าตนต้องมีหน้าที่พยายามตอบคำถามตามที่ครูคิดว่าถูกต้อง เขาไม่ค่อยได้มีโอกาสถามคำถามที่

4.งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีจุดประสงค์ เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 โดยผู้วิจัยได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดรวมกับกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา และการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตเป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียน แก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ เพิ่มเติมด้วยการขยายปัญหา และการบันทึกด้วยการขยายปัญหา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี จำนวน 95 คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ก่อนทดลองจะมีความสามารถในการแก้ปัญหา ค่อนข้างต่ำหลังจากการทดลองพบว่าในนักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนกำหนดแนวคิด ในการแก้ปัญหาได้เองอย่างอิสระ และพฤติกรรมการแก้ปัญหาทุดด้านของนักเรียนอยู่ในระดับดี และดีมาก และผลการประเมินเจตคติหลังเรียน พบว่านักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง กับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน โดยการทดสอบค่า Z พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์และคณะ (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำงานวิจัยเรื่องการปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน โดยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์เพื่อศึกษากระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาและชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้ปัญหาปลายเปิดโดยการวิเคราะห์โปรโตคอล และสร้างโมเดลการพัฒนาการะบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยการบูรณาการปัญหาปลายเปิดกับยุทธวิธีเมตะค็อคนิชั่น โดยที่งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 –6 จำนวน 24 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น 24 คน โดยผู้วิจัยได้แบ่งกลุ่มเป้าหมายเป็นคู่ ๆ และให้กลุ่มเป้าหมายทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด โดยในระหว่างการแก้ปัญหา ครูผู้ช่วยการวิจัยทำการบันทึกเกี่ยวกับการแก้ปัญหาดังกล่าว และทำการบันทึกวิดีโอและบันทึกเทปตลอดการทำกิจกรรม ผล

การศึกษาพบว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ที่เหมาะสมในการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดกระบวนการแก้ปัญหาแบบมีความตระหนักในการคิด และในการสร้างโมเดลการพัฒนากระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนต้องคำนึงถึงองค์ประกอบทางสังคมและวัฒนธรรมในห้องเรียน ความเชื่อและ ประสบการณ์เดิมของครูและนักเรียน เนื่องจากการศึกษาพบว่าปัจจัยดังกล่าวมีอิทธิพลต่อกลวิธีการสอนของครูและยุทธวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ

Cai และ Moyer (1995: 3-8) ทำการศึกษาเกี่ยวกับ ผลของการใช้วิธีการสอนแก้ปัญหาที่มีต่อความเข้าใจในความคิดรวบยอดเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหา พบว่า หลังเรียนนักเรียนส่วนมากมีคะแนนเพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลอง และมีการแสดงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากกว่าก่อนการทดลอง รวมถึงมีการนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีการที่หลากหลายมากกว่าก่อนการทดลอง นอกจากนี้ หลังจากการเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนมีความสามารถในการแสดงเหตุผลและอธิบายคำตอบได้ดีขึ้นกว่าก่อนเรียน

Conway(1997: abstract) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการสอนแบบเปิดที่มีต่อการแสดงการแก้ปัญหา โดยทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์กับนักศึกษาครูวิชาเอกประถมศึกษา การศึกษานี้ออกแบบเพื่อศึกษาว่า การสอนแบบเปิดจะมีประสิทธิผลต่อการแสดงการแก้ปัญหาของนักศึกษาอย่างไร กลุ่มตัวอย่างได้รับการสอนและประเมินโดยใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งได้แก่ ปัญหาที่มีคำตอบถูกต้องหลายคำตอบ และปัญหาจากการสร้างของนักศึกษาเอง ซึ่งมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่แก้ไปแล้ว โดยศึกษามุมมองในการแก้ปัญหาของนักศึกษา

ผลของการทดลองโดยประเมินจากการวัดความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความสง่างามในการแสดงการแก้ปัญหา ผลปรากฏว่านักศึกษามีการพัฒนาขึ้นสำหรับตัวแปรชนิดแรก ในการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดเมื่อเปรียบเทียบกับการสอนโดยไม่ใช้ปัญหาปลายเปิด แต่สำหรับสองตัวแปรหลังนักเรียนกลุ่มทดลองไม่มีพัฒนาการขึ้นชัดเจน

Boaler (1998: 41-62) ได้ศึกษาเปรียบเทียบระหว่างโรงเรียนที่ใช้การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดและการสอนที่ใช้โครงงานเป็นฐาน (project-based) กับโรงเรียนที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบปกติ ในประเทศอังกฤษ งานวิจัยเป็นแบบติดตามผลระยะยาวซึ่งใช้เวลาในการติดตามผลและเก็บข้อมูลเป็นเวลา 3 ปี โดยใช้วิธีการเก็บข้อมูลต่าง ๆ ดังนี้ การสัมภาษณ์

การสังเกตการสอน การตอบแบบสอบถาม การให้เขียนรายงานความคิด ซึ่งนักเรียนที่อยู่ในโรงเรียนที่เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด จะแบ่งการทดลองเป็น 2 ระยะ คือระยะที่ 1 เป็นการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแทนแบบฝึกหัดในแบบเรียนทั้งหมด เพื่อให้นักเรียนมีความคุ้นเคยกับการอภิปรายเพื่อหาแนวทางการเข้าสู่คำตอบ และระยะที่ 2 เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ โครงงานเป็นฐาน (project-based) ซึ่งผลการศึกษาพบว่า นักเรียนของทั้งสองโรงเรียนนั้นได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน แต่เมื่อต้องเผชิญกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย นอกเหนือจากในบทเรียนพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นมีความสามารถในการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไป ปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาได้ดีกว่า

Chorney (1998: abstract) ได้ทำการศึกษา ความคิดระดับสูงโดยผ่านกระบวนการใช้โจทย์ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนเกรด 10 โดยใช้เวลาในการศึกษาทั้งหมด 4 เดือนในการให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาปลายเปิด และใช้วิธีการเก็บข้อมูล โดยใช้การบันทึกเทปเสียง และวิดีโอ พร้อมทั้งการสังเกตของผู้สอนเพื่อวิเคราะห์การแก้ปัญหาของนักเรียน ผลการวิเคราะห์พบว่า นักเรียนมีการพัฒนาในด้าน ความคิดสร้างสรรค์ การแก้ปัญหาเพิ่มมากขึ้น รวมถึงเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

Groot (1999: abstract) ได้ทำการวิจัย เรื่องผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 12 โดยในการทดลองนั้นจะให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิดที่มีเน้นให้ให้มีการสื่อสารกันระหว่างนักเรียนด้วยกันในการแก้ปัญหา และกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาแต่ละโดยใช้วิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบ ผลการทดลองพบว่า ปัญหาปลายเปิดนั้นสามารถเพิ่มความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งในด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหา รวมถึงเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

Lubienski (2001: 2) ได้ทำการศึกษาเพื่อผลจากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน และการแก้ปัญหาปลายเปิดโดยเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนที่มีสถานะทางสังคมและเศรษฐกิจสูงและต่ำ งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ ผลพบว่านักเรียนที่มีสถานะทางสังคมสูงนั้นจะมีความมั่นใจในความสามารถของตนเองสูงส่งผลให้ พฤติกรรมในการแก้ปัญหาปลายเปิดคือ นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียน มีความกระตือรือร้นในการเรียน พยายามสร้างแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง กล้าแสดงความคิดเห็น และมีความพยายามในการหาแนวทางแก้ปัญหาแม้ว่าจะเกิดความล้มเหลวในครั้งแรกในการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนอีกกลุ่มหนึ่งจะมีความกังวลในการเรียนด้วยปัญหาปลายเปิด นักเรียนมีความรู้สึกว่าถูกทอดทิ้งจากผู้สอน ไม่สามารถเริ่มต้นการแก้ปัญหาได้ นักเรียนอยากจะเรียนโดยมีแบบเรียนเป็นต้นแบบในการเรียนหรือมีครูคอยแนะนำวิธีการแก้ปัญหามากกว่า ถึงอย่างไรก็ตาม หลังจากนักเรียนทั้งสองกลุ่มได้เรียนโดยใช้

ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนทั้งหมดมีคะแนนการสอบปลายภาคเรียนผ่านเกณฑ์ทั้งสองกลุ่ม แต่นักเรียนที่มีสถานะทางสังคมและเศรษฐกิจสูง จะสามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประวันได้ดีกว่า

Luo และ Chen (2004: 1-5) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่อง เรขาคณิต พีชคณิต ในประเทศจีน โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียนการสอนตามแนวการปฏิรูปการศึกษาของจีน ซึ่งใช้เวลาในการเก็บข้อมูลประมาณ 7 ปี และมีการเปรียบเทียบผลที่ได้ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ ซึ่งพบว่า หลังจากนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนที่มีความสามารถสูงจะสามารถทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้เพิ่มสูงมากที่สุด ในขณะที่นักเรียนอีกสองกลุ่มจะมีระดับคะแนนเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยในปีแรก แต่เมื่อนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายต่อไปอย่างต่อเนื่อง พบว่า ระดับคะแนนและความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองกลุ่มหลังเพิ่มขึ้นอย่างเป็นที่น่าพอใจ จากการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนจำนวน 194 คนพบว่ามีนักเรียน 85.0% มีความพอใจในการเรียนเรขาคณิตและพีชคณิตโดยการใช้ปัญหาปลายเปิด นอกจากนี้ ในการวิจัยครั้งนี้ยังพบว่า ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนได้พัฒนาขึ้นอย่างต่อเนื่องจากการเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิดนั้นสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดระดับสูงของนักเรียนได้ นอกจากนั้น การใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นสามารถพัฒนาความสามารถของนักเรียนได้ในหลายด้านเช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการเรียน ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน รวมถึง เพิ่มเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง ซึ่งผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้า
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและการสุ่มตัวอย่างประชากร
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
5. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
7. การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

การศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด จากหนังสือวารสาร รายงานการวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ

2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 และศึกษาเนื้อหาเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากหนังสือแบบเรียน คู่มือ และเอกสารต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

3. ศึกษาตำราและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดและประเมินผลการศึกษา เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

4. ศึกษาตำราและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi experimental study) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

กลุ่ม	การทดสอบก่อนทดลอง	ทดลอง	การทดสอบหลังทดลอง
E	T_1, T_2	x	T_1 , T_2

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2538: 244)

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

T_1 แทน การทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

T_2 แทน การทดสอบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

x แทน การสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

การกำหนดประชากรและการสุ่มตัวอย่างประชากร

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดชุมพร

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยสุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรียาภัย อำเภอเมือง จังหวัดชุมพร สาเหตุที่เลือกนักเรียนของโรงเรียนศรียาภัยเป็นตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการทดลอง เนื่องจากโรงเรียนศรียาภัยเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ มีนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันจำนวนมากพอสำหรับการทดลอง จากการสำรวจพบว่า ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนศรียาภัยมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 10 ห้อง ผู้วิจัยมีขั้นตอนวิธีการเลือกตัวอย่างประชากรดังนี้

1. นำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 ของนักเรียน 10 ห้อง ซึ่งแต่ละห้องมีจำนวนนักเรียนประมาณห้องละ 55 คน มาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. เลือกห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง คือ ห้อง ม.1/5 ซึ่งมีจำนวนนักเรียน 55 คน และห้อง ม.1/10 ซึ่งมี

จำนวนนักเรียน 55 คน โดยที่ห้อง ม.1/5 มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 29.93 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 3.451 และ ห้อง ม.1/10 มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 28.87 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 2.046

3. จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 ของนักเรียนทั้งสองห้อง มาแบ่งระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์การแบ่งระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ ตามเกณฑ์การให้เกรดของกระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งแบ่งออกเป็น 5 เกรด คือ คะแนน 80 คะแนนขึ้นไป เป็นเกรด 4 คะแนนระหว่าง 70 – 79 เป็นเกรด 3 คะแนนระหว่าง 60 – 69 เป็นเกรด 2 คะแนนระหว่าง 50 – 59 เป็น เกรด 1 และคะแนนน้อยกว่า 50 เป็นเกรด 0

เพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์การให้เกรดของกระทรวงศึกษาธิการผู้วิจัยจึงนำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 มาคิดเป็นคะแนนร้อยละจากนั้นได้แบ่งระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 กลุ่มดังนี้

นักเรียนที่มีคะแนนตั้งแต่ 70 % ขึ้นไปเป็นนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง

นักเรียนที่มีคะแนนระหว่าง 60 - 69 % เป็นนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

นักเรียนที่มีคะแนนต่ำกว่า 60 % เป็นนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ

ปรากฏว่า ได้นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และ ต่ำ จำนวน 25 คน 71 คน และ 14 คน ตามลำดับ ดังนั้น นักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากร จำนวน 110 คน ที่เป็นกลุ่มทดลองครั้งนี้จึงประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ แผนการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิด จำนวน 15 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ศึกษาแนวคิด และผลการวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดจาก หนังสือ วารสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดเป็น 2 ชนิด ดังนี้

2. กระบวนการเปิด (process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ตัวอย่างปัญหาชนิดกระบวนการเปิด

ปัญหาเมล็ดพืช

เด็กชายเบนหว่านเมล็ดพืชไว้ทั้งหมด 65 เมล็ด เมื่อเวลาผ่านไปหนึ่งสัปดาห์ เบนพบว่าเมล็ดพืชงอกทั้งหมด 8 เมล็ด สัปดาห์ที่สองมีเมล็ดพืชงอกรวมแล้ว 11 เมล็ด สัปดาห์ที่สามมีเมล็ดพืชงอกรวมแล้ว 14 เมล็ด อยากทราบว่าถ้าเมล็ดพืชงอกในลักษณะนี้ต่อไปเรื่อย ๆ เมื่อเวลาผ่านไป 3 เดือนจะมีเมล็ดพืชงอกทั้งหมดกี่เมล็ด และใช้เวลานานเท่าใดเมล็ดพืชทั้งหมดจะงอกครบทุกเมล็ด จงหาคำตอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกันอย่างน้อย 2 วิธี

2. ผลลัพธ์เปิด (end product is open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย ตัวอย่างปัญหาชนิดผลลัพธ์เปิด

ปัญหาการสร้างสมการ

กำหนดจำนวน 0 , 2 , 3 , 5 , 7 , 12 , 13 , 15 , 20 , 23 , 42 ให้นักเรียนใช้จำนวนที่กำหนดให้นี้ สร้างเป็นโจทย์ของสมการให้ได้จำนวนมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยมีเงื่อนไขว่าสมการที่สร้างขึ้นนั้นจะต้องมีคำตอบเป็นจำนวนเต็ม และต้องแสดงวิธีการหาคำตอบของสมการที่นักเรียนสร้างขึ้น

ซึ่งการจัดการเรียนรู้นั้นผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาปลายเปิดทั้งสองแบบคละกันไป โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใด

ในขั้นตอนการสอนนั้น เมื่อนักเรียนได้เรียนเนื้อหาในแต่ละเรื่องและผู้สอนให้ความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการแก้ปัญหาของ polya แก่นักเรียนแล้ว ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิดโดย จะเน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสได้แสดงความคิด ได้อย่างอิสระ รวมถึงสามารถสร้างแนวทางแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาของ polya ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) เป็นขั้นที่บุคคลสามารถรับรู้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วจับประเด็นสำคัญของปัญหา
2. ขั้นวางแผน (Devising a plan) เป็นขั้นที่บุคคลคิดหาวิธีแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่สามารถจะเป็นไปได้
3. ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นขั้นดำเนินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแผนที่วางไว้
4. ขั้นตรวจสอบและยอมรับวิธีการแก้ปัญหา (Check and looking back) เป็นขั้น

ตรวจสอบว่าแผนการแก้ปัญหาและคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ถ้าตรวจสอบแล้ว ถ้าใช้ไม่ได้ก็เริ่มคิดใหม่ต่อไป

2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 และศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่ดำเนินการสอน

3. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมงให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกำหนดไว้ แผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ โดยมีรายละเอียดในแต่ละชั่วโมงดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 15 ชั่วโมง ครอบคลุมหัวข้อและเนื้อหาดังนี้

ชั่วโมงที่	เรื่อง	ชนิดของปัญหาปลายเปิด
1 – 3	แบบรูปและความสัมพันธ์	ผลลัพธ์เปิด
4	คำตอบของสมการ	ผลลัพธ์เปิด
5	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	กระบวนการเปิด
6 - 7	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ผลลัพธ์เปิด
8 - 9	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ผลลัพธ์เปิด
10 -11	การเขียนสัญลักษณ์และสมการแทนสถานการณ์ที่กำหนด	ผลลัพธ์เปิด
12 – 15	โจทย์ปัญหา	กระบวนการเปิด

โดยที่กิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป ซึ่งระยะเวลาของแต่ขั้นนั้นจะขึ้นอยู่กับเนื้อหาของแต่ละเรื่อง และโดยมีรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

ขั้นตอน	กิจกรรมการเรียนรู้
ขั้นนำ	เป็นการจัดกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนโดยพิจารณาเนื้อหาว่าเหมาะสมกับกิจกรรมลักษณะใด เช่น การทบทวนบทเรียนที่ผ่านมา เป็นต้น
ขั้นสอน	ประกอบด้วยขั้นตอนต่อไปนี้ 1. สอนเนื้อหาตามแนวของหลักสูตรการศึกษาพื้นฐาน โดยเน้นให้ผู้เรียนได้รับความรู้พื้นฐานที่จำเป็น

ขั้นสอน	2. ผู้สอนยกตัวอย่างการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งถ้าพิจารณาแล้วพบว่าปัญหานั้นเหมาะสมกับการโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ polya ผู้สอนดำเนินการสอนตามขั้นตอนดังนี้ 2.1 ขั้นเข้าใจปัญหา เป็นขั้นการนำเสนอปัญหาแก่ชั้นเรียน ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายทำความเข้าใจ โดยพยายามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหา ระบุได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ โจทย์ต้องการทราบสิ่งใด 2.2 ขั้นวางแผน ผู้สอนแนะนำยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาให้แก่นักเรียน พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันเสนอแผนการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง และพยายามสร้างแผนการแก้ปัญหาให้ได้มากที่สุด 2.3 ขั้นดำเนินการตามแผน ดำเนินการวางแผนที่วางไว้ 2.4 ขั้นตรวจสอบคำตอบและยอมรับวิธีการแก้ปัญหา เป็นขั้นตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้นั้นสอดคล้องกับข้อกำหนดหรือเงื่อนไขของโจทย์หรือไม่ ถ้าปัญหาปลายเปิดที่ยกตัวอย่างไม่เหมาะสมกับการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของ polya ผู้สอนให้ผู้เรียนร่วมกันเสนอวิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา 3. ผู้สอนให้ผู้เรียนแก้ปัญหาปลายเปิดด้วยตนเอง โดยผู้สอนให้อิสระแก่ผู้เรียนในการหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ แต่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนอธิบายวิธีการหาคำตอบของตนเองอย่างละเอียด 4. หลังจากหาผู้เรียนแก้ปัญหาปลายเปิดเสร็จแล้ว ผู้สอนให้ผู้เรียนเข้ากลุ่มย่อยเพื่อตรวจสอบคำตอบและวิธีการหาคำตอบของตนเองว่าเหมือนหรือแตกต่างจากเพื่อนอย่างไร จากนั้น ภายในกลุ่มร่วมกันสรุป บันทึกผล และนำเสนอหน้าชั้นเรียน
ขั้นสรุป	ผู้สอนและผู้เรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงความแตกต่าง ความเหมาะสม ข้อดี ข้อด้อย ของวิธีการหรือคำตอบที่ได้ทั้งหมด ทั้งนี้ผู้สอนอาจเสนอแนวคิดในการหาคำตอบในลักษณะที่ต่างไปอีกในกรณีที่สามารถใช้แนวคิดนั้นได้แต่นักเรียนไม่ได้เลือกใช้

4. เมื่อสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เสร็จแล้ว นำแผนการเรียนรู้รายชั่วโมงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ให้ดีขึ้น และนำไปใช้กับกลุ่มทดลอง

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ประกอบด้วย

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ใช้สำหรับทดสอบหลังเรียน
2. แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ใช้สำหรับทดสอบก่อนเรียนและทดสอบหลังเรียน

โดยมีรายละเอียดในการสร้างเครื่องมือในการวิจัยแต่ละข้อดังต่อไปนี้

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 30 ข้อ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2. สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรโดยการวิเคราะห์เนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบให้เหมาะสมกับจำนวนชั่วโมงที่สอน

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกจำนวน 45 ข้อ ตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรที่สร้างขึ้น

4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของภาษา และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ความเห็นว่าเหมาะสมแล้ว

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (ดูรายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก) ตรวจความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของภาษา และให้ข้อเสนอแนะ ในการปรับปรุงแบบสอบผลสัมฤทธิ์ ผลการตรวจของผู้ทรงคุณวุฒิ สรุปได้ว่า ควรปรับปรุงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนี้

5.1 เปลี่ยนระดับพฤติกรรมด้านพุทธพิสัยที่ต้องการวัด 1 ข้อ ดังนี้

1. x = 0 เป็นคำตอบของสมการข้อใด

ก. 2(x - 5) = -10 ข. $\frac{1}{2}+x=-\frac{1}{3}$ ค. $\frac{x}{5}+2=0$ ง. $-\frac{1}{2}x=10$

จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับความจำ ให้เปลี่ยนเป็นระดับความเข้าใจ

5.2 ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามและตัวเลือก 2 ข้อ ให้มีความชัดเจนมากขึ้น ดังนี้

โจทย์เดิม ประโยคสัญลักษณ์ 3a – 7 = 20 เขียนเป็นประโยคภาษาได้ตามข้อใด

ควรปรับปรุงเป็น ประโยคภาษาข้อใดเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ 3a – 7 = 20

โจทย์เดิม ในการพิมพ์หนังสือประกอบด้วยค่าใช้จ่ายคงที่ 5,000 บาท และจ่ายค่าพิมพ์เล่มละ 10 บาท สมการใดต่อไปนี้ แสดงค่าใช้จ่ายในการพิมพ์หนังสือ x เล่ม

ก. ค่าใช้จ่าย = 5000 + 10x

ข. ค่าใช้จ่าย = 5010x

ค. ค่าใช้จ่าย = 10x

ง. ค่าใช้จ่าย = 5000x + 10

ควรปรับปรุงเป็น ในการพิมพ์หนังสือประกอบด้วยค่าใช้จ่ายคงที่ 5,000 บาท และจ่ายค่าพิมพ์เล่มละ 10 บาท ข้อใดต่อไปนี้ แสดงค่าใช้จ่ายในการพิมพ์หนังสือ x เล่ม

ก. 5000 + 10x

ข. 5010x

ค. 10x

ง. 5000x + 10

6. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิเรียบร้อยแล้ว จำนวน 45 ข้อ เตรียมนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมีโดยมีเกณฑ์การให้คะแนน คือตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดหรือมากกว่า 1 ข้อหรือไม่ตอบเลยให้ 0 และหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบจากสูตร KR – 20 (Kuder Richardson - 20) และกำหนดเกณฑ์คุณภาพของแบบทดสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง (Reliabillity) มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

ค่าความยาก (Difficulty) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80

ค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

ซึ่งการทดลองใช้เครื่องมือมีรายละเอียดดังนี้

6.1 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 45 ข้อ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนไทยรัฐวิทยา 76 วัดสามัคคีชัย จำนวน 30 คน ซึ่งไม่ใช่ตัวอย่างประชากร สาเหตุที่ต้องนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เนื่องจากนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ยังไม่ได้เรียนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากนั้นนำแบบทดสอบมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้เพื่อวิเคราะห์หาคุณภาพซึ่งผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบได้เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.72
ค่าความยาก	มีค่า	0.23 – 1.00
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.00 – 0.43

ได้ข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนด 30 ข้อ แต่ยังไม่ครอบคลุมตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ ผู้วิจัยจึงได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยปรับตัวเลขในโจทย์ให้ง่ายต่อการคำนวณมากขึ้น รวมถึงปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจนมากขึ้น แล้วนำไปทดสอบครั้งที่ 2

6.2 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดเรียบร้อยแล้ว จำนวน 45 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านสะพลี สาเหตุที่ต้องนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เนื่องจากนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ยังไม่ได้เรียนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากนั้นนำแบบทดสอบมาตรวจให้ คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เพื่อวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบพบว่ามีข้อสอบมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.77 จากนั้นนำแบบทดสอบไปวิเคราะห์หาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นรายข้อ และคัดเลือกข้อสอบที่ผ่านตามเกณฑ์ที่กำหนด และครอบคลุมตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จำนวน 30 ข้อ ได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบสรุปได้ดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.77
ค่าความยาก	มีค่า	0.23 – 0.66
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.23 – 0.43

(ดูรายละเอียดแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในภาคผนวก ค)

7. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อไปใช้กับตัวอย่างประชากร

2. แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีวิธีการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

2.1 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แนวคิดของ Torrance (1969: 45-52 อ้างถึงใน ปิยลักษณ์ โพธิ์ถาวร, 2542: 18-19) ซึ่งสรุปได้ว่าความคิดสร้างสรรค์ประกอบด้วยความคิด 3 ลักษณะคือ ความคิดคล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม ผู้วิจัยจึงกำหนดแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยวัดทั้ง 3 ลักษณะดังนี้

1. ความคล่องในการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดความสามารถทางสมองของนักเรียนในการคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้จำนวนมากที่สุดในเวลาที่จำกัด

2. ความยืดหยุ่นในการคิดคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดความสามารถทางสมองของนักเรียนในการคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้หลายกลุ่มและหลายแนวทาง

3. คะแนนความคิดริเริ่ม ซึ่งวัดความสามารถทางสมองของนักเรียนในการคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้แปลกใหม่ แตกต่างไปจากความคิดของคนอื่น ไม่ซ้ำกับคนส่วนใหญ่

2.2 ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบบวัดเป็นแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ซึ่งในแบบวัดได้กำหนดข้อมูลให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาหรือแสดงวิธีการหาคำตอบ หรือสร้างเกณฑ์เพื่อใช้ในการจัดกลุ่มข้อมูล ซึ่งจะมีคำสั่งให้นักเรียนแสดงถึงความคล่องในการคิดทางคณิตศาสตร์ ความยืดหยุ่นในการคิดคณิตศาสตร์ และความคิดริเริ่มทางคณิตศาสตร์

2.3 ผู้วิจัยสร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนน แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Torrance โดยเน้นความสามารถในการหาคำตอบได้ในปริมาณมาก ความสามารถในการแก้ปัญหาได้หลายทาง และความคิดที่แปลกใหม่ไม่ซ้ำใคร ซึ่งแนวทางในการตรวจให้คะแนนมีดังนี้ คือ

2.3.1 คะแนนความคิดคล่องแคล่ว ให้คะแนนตามจำนวนทั้งหมดที่นักเรียนตอบได้ จากจำนวนคำตอบที่ตอบถูกตามเงื่อนไขของข้อสอบแต่ละข้อ โดยให้คำตอบละ 1 คะแนน แต่ถ้าตอบซ้ำหรือเหมือนเดิมจะไม่ให้คะแนนอีก

2.3.2 คะแนนความคิดยืดหยุ่น ให้คะแนนโดยนับจากจำนวนกลุ่ม หรือจำนวนทิศทางของคำตอบ กล่าวคือ นำคำตอบทั้งหมดที่ให้คะแนนความคิดคล่องแคล่วไปแล้ว มาจัดกลุ่มหรือทิศทางใหม่ คำตอบที่ไปในทิศทางเดียวกันหรือหมายความเดียวกัน ก็จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกันเมื่อจัดแล้วให้คำตอบกลุ่มละ 1 คะแนน

2.3.3 คะแนนความคิดริเริ่ม ให้คะแนนตามสัดส่วนของความถี่ของคำตอบ พิจารณาจากคำตอบของผู้เข้าสอบครั้งเดียวกัน คำตอบใดที่กลุ่มตัวอย่างตอบซ้ำกันมาก ๆ ก็จะได้คะแนนน้อยหรือไม่ได้คะแนนเลย ถ้าคำตอบยิ่งซ้ำกับคนอื่นน้อย หรือไม่ซ้ำเลยก็จะได้คะแนนมากขึ้น เกณฑ์การให้คะแนนยึดหลักของ Croplay (1966: 261-262 อ้างถึงใน ปิยลักษณ์ โพธิ์ถาวร, 2542: 18-19) ดังนี้

คำตอบซ้ำกัน	12 % ขึ้นไป	ให้	0	คะแนน
คำตอบซ้ำกัน	6 – 11 %	ให้	1	คะแนน
คำตอบซ้ำกัน	3 – 5 %	ให้	2	คะแนน
คำตอบซ้ำกัน	2 %	ให้	3	คะแนน
คำตอบซ้ำกัน	1 %	ให้	4	คะแนน

4. ผู้วิจัยนำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นและเกณฑ์การให้คะแนนไปให้ อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้อง และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

5. ผู้วิจัยนำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจากอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน (ดูรายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงโครงสร้าง ความเหมาะสมของคำถาม ผลการตรวจสอบของผู้ทรงคุณวุฒิพบว่า เกณฑ์การให้คะแนนมีความเหมาะสมดี แต่มีข้อเสนอแนะที่ต้องปรับปรุงเกี่ยวกับภาษาที่ใช้ในแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

5.1 เปลี่ยนคำว่า "ตัวเลข" เป็น "จำนวน"

5.2 เปลี่ยนจาก "สามเหลี่ยม" "สี่เหลี่ยม" เป็น "รูปสามเหลี่ยม" "รูปสี่เหลี่ยม"

6. นำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไข ตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากรเพื่อวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงของแบบวัดโดยการหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) และค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายเป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์ของคุณภาพแบบวัดดังนี้

ค่าความเที่ยง (Reliabillity) มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

ค่าความยาก (Difficulty) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80

ค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

ซึ่งการทดลองใช้เครื่องมือมีรายละเอียดดังนี้

ผู้วิจัยนำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนไทยรัฐวิทยา 76 วัดสามัคคีชัย จำนวน 30 คน ซึ่งไม่ใช่ตัวอย่างประชากร จากนั้นนำแบบวัดมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนำไปวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด ได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดเป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.69
ค่าความยาก	มีค่า	0.50 – 0.52
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.38 – 0.55

7. นำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกตามเกณฑ์ไปใช้ในการวิจัย (ดูรายละเอียดแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และรายละเอียดการคำนวณคุณภาพของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ในภาคผนวก ง)

การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยติดต่อขอความร่วมมือในการวิจัยกับผู้อำนวยการโรงเรียนศรียาภัย อำเภอเมือง จังหวัดชุมพร สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
2. ผู้วิจัยได้เตรียมเอกสารที่ใช้ในการสอนของนักเรียนทั้งสองห้องเรียน ซึ่งทั้งสองห้องจะใช้เอกสารชุดเดียวกัน นอกจากนี้ผู้วิจัยตรวจสอบตารางสอนของนักเรียนทั้งสองห้องพบว่า นักเรียนห้อง ม. 1/5 เป็นห้องที่เริ่มต้นเรียนก่อนเสมอ จึงติดต่อประสานงานกับอาจารย์ท่านอื่นที่สอนห้องม. 1/5 เช่นเดียวกันเพื่อแลกเปลี่ยนชั่วโมงสอน เพื่อให้นักเรียนทั้งสองห้องนั้นมีโอกาสได้เริ่มต้นเรียนในแต่ละเรื่องสลับกันไป
3. ก่อนการทดลองสอนผู้วิจัยนำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากร โดยใช้เวลา 60 นาที จากนั้นผู้วิจัยทำการสอนกลุ่มตัวอย่างประชากรด้วยตนเอง ตามเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังโดยใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง เป็นเวลา 5 สัปดาห์ รวม 15 ชั่วโมง
4. เมื่อดำเนินการทดลองสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 15ชั่วโมง

ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบด้วย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 30 ข้อ และแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มตัวอย่างประชากร

5. นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม SPSS for Windows version 11.0 โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ($\bar{x}_{ร้อยละ}$) จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ทดสอบหลังเรียน โดยนำคะแนนที่ได้ไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ ร้อยละ 50

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียน สูง ปานกลาง และต่ำ หลังการทดลอง โดยใช้การทดสอบความแปรปรวนทางเดียว (One – Way Analysis of Variance) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยรายคู่โดยใช้วิธีของเชฟเฟ่ (Scheffe' Method)

3. เปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียน สูง ปานกลาง และต่ำ โดยใช้ t-test

4. เปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียน สูง ปานกลาง และต่ำ หลังการทดลอง โดยใช้การทดสอบความแปรปรวนทางเดียว (One – Way Analysis of Variance) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยรายคู่โดยใช้วิธีของเชฟเฟ่ (Scheffe' Method)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวน และการทดสอบสถิติ t-test การทดสอบความแปรปรวนทางเดียว (One – Way Analysis of Variance) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยรายคู่โดยใช้วิธีของเชฟเฟ (Scheffe' Method) จะคำนวณโดยใช้โปรแกรม SPSS For Windows version 11.0

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.1 การหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (KR- 20)

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1}\left[1-\frac{\sum p_1 q_1}{s_1^2}\right]$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบสอบ
	K	แทน	จำนวนข้อของแบบสอบ
	p_1	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูก
	q_2	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิด
	s_1^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 126)

2.2 การหาค่าความยาก (p)

$$p = \frac{R_h + R_1}{n_h + n_l}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยาก
	R_h	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกในคนกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ
	n_h	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง
	n_l	แทน	จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 126)

2.3 การหาอำนาจจำแนก

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_h}$$

เมื่อ	r	แทน	อำนาจจำแนก
	R_h	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกในคนกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ
	n_h	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 144)

3. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของและแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

3.1 การหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) คือ

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_x^2}\right\}$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ
	K	แทน	จำนวนข้อสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบแต่ละข้อ
	s_x^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 147)

3.2 หาความยากของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ใช้สูตรของวิทเนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers)

$$\text{ค่าความยาก} = \frac{s_h + s_l - (n_t)(x_{\min})}{n_t(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	s_h	แทน	ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง
	s_l	แทน	ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ
	$x_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	$x_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_t	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 147)

3.3 หาความอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ใช้สูตรของวิทเนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers)

$$\text{ค่าอำนาจจำแนก} = \frac{s_h - s_l}{n_h(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	s_h	แทน	ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง
	s_l	แทน	ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ
	$x_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	$x_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_h	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 148)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง "ผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น" ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นหลังการทดลอง นำเสนอผลตามตารางที่ 2

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองระหว่างนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำ นำเสนอผลตามตารางที่ 3 - 4

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลอง ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำแนกระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลางและต่ำ นำเสนอผลตามตารางที่ 5 – 7

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองระหว่างนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำ นำเสนอผลตามตารางที่ 8 - 9

ผลการวิเคราะห์ในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ตารางที่ 2 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และ ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลอง

ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์	n	$\overline{X}$	s	$\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$
สูง	25	19.40	2.9	64.6
ปานกลาง	71	14.59	3.5	48.6
ต่ำ	14	11.07	3.6	36.9
รวม	110	15.24	4.2	50.8

จากตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่า หลังการทดลอง นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เฉลี่ยร้อยละ 64.6 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 นักเรียนที่มีระดับการเรียนทางคณิตศาสตร์ ปานกลาง และต่ำ มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 48.6 และ 36.9 ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50

แต่เมื่อพิจารณานักเรียนทั้งหมด พบว่ามีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 50.8 ซึ่งผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองระหว่างนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ

ตารางที่ 3 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One – Way Analysis of Variance) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการทดลอง ระหว่าง นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	2	705.77	352.88	29.82*
ภายในกลุ่ม	107	1264.08	11.81	
รวม	109	1969.85		

$p^* < 0.05$

จากตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ผู้วิจัยจึงได้ทำการเปรียบเทียบความแตกต่างเป็นรายคู่ โดยใช้วิธีการของเชฟเฟ (Scheffe' Method) ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 แสดงผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการทดลองระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ เป็นรายคู่

ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์	ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์		
	สูง ($\overline{X}$ =19.07)	ปานกลาง ($\overline{X}$ =14.59)	ต่ำ ($\overline{X}$ =11.07)
สูง ($\overline{X}$ =19.07)	-	4.81*	8.33*
ปานกลาง ($\overline{X}$ =14.59)		-	3.52*
ต่ำ ($\overline{X}$ =11.07)			-

$p^* < 0.05$

จากตารางที่ 4 เมื่อทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลอง ระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ เป็นรายคู่ปรากฏผลดังนี้

1. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลอง สูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง และต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

2. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลอง สูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลอง ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ

ตารางที่ 5 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง

	N	$\overline{X}$	s	t
ก่อนการทดลอง	25	22.20	11.09	-8.15*
หลังการทดลอง	25	55.20	23.40	

P* < 0.05

จากตารางที่ 5 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตารางที่ 6 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

	N	$\bar{x}$	s	t
ก่อนการทดลอง	71	16.89	8.45	-8.15*
หลังการทดลอง	71	41.72	17.96	

p* < 0.05

จากตารางที่ 6 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตารางที่ 7 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t) เพื่อทดสอบความแตกต่างของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนที่มีระดับผล การเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ

	N	$\overline{X}$	s	t
ก่อนการทดลอง	14	10.86	9.70	-3.21*
หลังการทดลอง	14	33.79	19.86	

$p^* < 0.05$

จากตารางที่ 7 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลองสูงกว่าหลังการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองระหว่างนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ

ตารางที่ 8 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One – Way Analysis of Variance) ของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง ต่ำ

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	2	4960.59	2480.29	6.49*
ภายในกลุ่ม	107	40899.72	382.19	
รวม	109	45855.32		

p* < 0.05

จากตารางที่ 8 แสดงให้เห็นว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ผู้วิจัยจึงได้ทำการเปรียบเทียบความแตกต่างเป็นรายคู่ โดยใช้วิธีการของเชฟเฟ (Scheffe' Method) ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แสดงผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ เป็นรายคู่

	ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์		
ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์	สูง ($\bar{X}$ =55.20)	ปานกลาง ($\bar{X}$ =41.72)	ต่ำ ($\bar{X}$ =33.79)
สูง (X =55.20)	-	13.48*	21.41*
ปานกลาง ($\bar{X}$ =41.72)		-	7.93
ต่ำ ($\bar{X}$ =33.79)			-

$p^* < 0.05$

จากตารางที่ 9 เมื่อทดสอบความแตกต่างความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลองระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ เป็นรายคู่ ปรากฏผลดังนี้

1. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังทดลอง สูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

2. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลอง ไม่สูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่อง "ผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น" มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย คือ

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนจากการใช้ปัญหาปลายเปิด
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ระหว่างกลุ่มที่มีระดับผลการเรียน สูง ปานกลาง ต่ำ หลังจากการเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด
3. เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำแนกตามระดับผลการเรียน
4. เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ระหว่างกลุ่มที่มีระดับผลการเรียน สูง ปานกลาง ต่ำ หลังจากการเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดชุมพร ผู้วิจัยสุ่มตัวอย่างประชากรโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนศรียาภัย จังหวัดชุมพร จำนวน 2 ห้อง คือ ม.1/5 และ ม.1/10 ซึ่งมีจำนวนนักเรียนห้องละ 55 คนทั้งสองห้อง รวม 110 คน แล้วนำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 ของนักเรียนทั้งสองห้อง มาเปลี่ยนเป็นเปอร์เซ็นต์เพื่อแบ่งระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์เป็น สูง ปานกลาง และต่ำ ซึ่งได้จำนวนนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูงจำนวน 25 คน นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางจำนวน 71 คน และนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำจำนวน 14 คน เป็นตัวอย่างประชากร

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 10 แผน ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นและนำไปใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เป็นเวลา 5 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย จำนวน 30 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับใช้ในการทดสอบหลังเรียน โดยมีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.23 – 0.66 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.23 – 0.43 และค่าความเที่ยง 0.77

2. แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับใช้ในการทดสอบก่อนเรียนและทดสอบหลังเรียน โดยมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.69 ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.50 – 0.52 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.38 - 0.55

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง โดยก่อนสอนผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที แล้วดำเนินการสอนนักเรียนทั้งสองห้องตามแผนการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิด เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการสอนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้อง ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลาในการทดสอบชุดละ 60 นาที จากนั้นนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องมาคำนวณหาค่า มัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ และทดสอบความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลอง ระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One – Way Analysis of Variance) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยรายคู่โดยใช้วิธีของเชฟเฟ (Scheffe' Method)

สำหรับคะแนนจากแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ที่ได้จากการทดสอบของนักเรียนทั้งสองห้องนี้ผู้วิจัยนำมาคำนวณค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่ามัชฌิมเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการทดลอง ของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำโดยใช้การทดสอบที (t-test) และทดสอบความแตกต่างของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลอง ระหว่างนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ โดยใช้

การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One – Way Analysis of Variance) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยรายคู่โดยใช้วิธีของเชฟเฟ่ (Scheffe' Method)

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการทดลอง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 และเมื่อจำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 64.6 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 สำหรับนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ ปานกลางและต่ำ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 48.6 และ 36.9 ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง หลังการทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางหลังการทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำ มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูงหลังการทดลองมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางหลังการทดลอง มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการที่นักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดนั้น ทำให้นักเรียนได้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ เนื่องจากการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้น นักเรียนจะต้องเป็นผู้ทำความเข้าใจปัญหา และตัดสินใจเลือกวิธีการในการหาคำตอบ จากนั้นทดสอบว่าวิธีการดังกล่าวใช้ได้หรือไม่ ถ้าวิธีการนั้น

ใช้ได้นักเรียนจะต้องให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด แต่ถ้าวิธีดังกล่าวไม่ประสบความสำเร็จ นักเรียนจะต้องเปลี่ยนเป็นวิธีอื่นต่อไป และทดสอบอีกครั้งจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นนักเรียนจึงได้พัฒนาทักษะกระบวนการคิด การให้เหตุผล และเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ ดังที่ Hiebert (1997: 6) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาปลายเปิดเป็นวิธีการหนึ่งที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจมากกว่าการท่องจำกฎนิยาม ทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Groot (1999: 1) ซึ่งทำการศึกษาการใช้ปัญหาปลายเปิดกับนักเรียนเกรด 12 พบว่า การใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นช่วยในการพัฒนาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และทำให้นักเรียนมีความสามารถและความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น ทั้งนี้ผู้วิจัยเห็นว่าสาเหตุที่เป็นเช่นนั้น เนื่องจากปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่นักเรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์ในการหาคำตอบ จึงทำให้นักเรียนต้องใช้ความรู้ ความเข้าใจทั้งหมดที่เรียนผ่านมานำมาประมวลใช้ในการหาคำตอบ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า การแก้ปัญหาปลายเปิดเป็นวิธีการหนึ่งในการพัฒนาความคิดระดับสูงของนักเรียน (Pehkonen, 1995: 3) นอกจากนี้ในการตอบคำถามของปัญหาปลายเปิดนั้น นักเรียนจะต้องอธิบายเหตุผลสนับสนุนวิธีการหาคำตอบของตนเอง ซึ่งจะทำให้ผู้สอนทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่เรียนรู้ไปมากน้อยเพียงใด และทำให้ผู้สอนได้ตรวจสอบความถูกต้องของความคิดของนักเรียน หากเกิดสิ่งใดผิดพลาดจึงสามารถแก้ไขได้อย่างรวดเร็ว ดังที่ Carroll (1999: 247 - 255) กล่าวไว้โดยสรุปว่าการใช้ปัญหาปลายเปิดนั้น เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพวิธีหนึ่งที่ผู้สอนสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนพร้อมกับการดำเนินการเรียนการสอน จากที่กล่าวมาแล้วจึงทำให้ นักเรียนที่เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 50 ที่กำหนด ซึ่งตรงกับงานวิจัยของปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 120-125) ที่ทำการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 สูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานของโรงเรียน

สำหรับผลการวิจัยที่พบว่า เมื่อพิจารณานักเรียนตามกลุ่มของระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ มีเพียงนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูงเท่านั้น ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะระยะเวลาในการทดลองนั้นเป็นเพียงระยะเวลาเพียง 5 สัปดาห์เท่านั้น ซึ่งอาจจะยังไม่สามารถพัฒนาให้ นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ ปานกลางและต่ำ เกิดทักษะกระบวนการและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง เท่ากับนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง เนื่องจากนักเรียนกลุ่มสูงจะมีความกระตือรือร้นและพยายามทดลองหาวิธีการแก้ปัญหา และประสบความสำเร็จในการค้นพบคำตอบด้วยตนเอง จึงทำให้นักเรียนในกลุ่มนี้มีความเข้าใจในเนื้อหา

ที่เรียนได้ลึกซึ้ง ในขณะที่นักเรียนในกลุ่มปานกลางและต่ำนั้นยังไม่สามารถปรับตัวกับการเรียนที่ไม่มีครูเป็นผู้บอกแนวทางการแก้ปัญหา จึงไม่ค่อยประสบความสำเร็จในการค้นหาวิธีการหาคำตอบด้วยตนเอง จากการทดลองผู้วิจัยสังเกตพบว่า ในช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนทั้งหมดยังไม่สามารถปรับตัวเข้ากับการเรียนในลักษณะนี้ ส่วนใหญ่เกิดความลังเล ไม่แน่ใจ ไม่มั่นใจกับการแก้ปัญหาด้วยการตัดสินใจของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 120-125) ที่พบว่าในระยะแรกของการทดลองนักเรียนต้องการคำแนะนำจากครูเพื่อใช้เป็นแนวทาง แต่เมื่อระยะเวลาผ่านไประยะหนึ่ง นักเรียนจะเกิดความคิดที่เป็นของตนเองในการแก้ปัญหา ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยพบว่านักเรียนในกลุ่มสูงมีการปรับตัวที่เร็วมาก คือเมื่อได้เรียนไปประมาณ 1 สัปดาห์ก็มีความคุ้นเคยกับการแก้ปัญหาลักษณะนี้ แต่นักเรียนอีกสองกลุ่มยังต้องการคำแนะนำหรือแนวทางการแก้ปัญหาจากครูจึงจะสามารถแก้ปัญหาได้ จากการติดตามของผู้วิจัยพบว่า พฤติกรรมดังกล่าวเริ่มลดลงเมื่อระยะเวลาผ่านไปถึงประมาณ 4 สัปดาห์ นักเรียนในกลุ่มปานกลางจะเริ่มสร้างแนวทางแก้ปัญหาของตนเองได้ และนักเรียนกลุ่มต่ำสามารถทำกิจกรรมร่วมกับเพื่อน ๆ ได้มากขึ้น กล้าแสดงความคิดเห็นมากขึ้น ดังนั้นถ้านักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดต่อไปน่าจะพัฒนาความสามารถของนักเรียนให้เพิ่มมากขึ้น จนสามารถมีคะแนนสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดได้ ดังงานวิจัยของ Luo และ Chen (2004: 1-5) ซึ่งทำการศึกษาถึงการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอน เรื่องเรขาคณิตและพีชคณิต โดยใช้ระยะเวลาในการติดตามผลการใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นระยะเวลาประมาณ 7 ปี ผลพบว่า หลังจากที่นักเรียนเรียนโดยการใช้ปัญหาปลายเปิดแล้วพบว่า ในปีแรกนั้นคะแนนของนักเรียนที่มีความสามารถสูงจะเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถปานกลางและต่ำจะเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อย แต่หลังจากนั้นผลคะแนนในแต่ละปีจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ อย่างต่อเนื่องทั้งในนักเรียนที่มีความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ

2. จากผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ ปานกลางและต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สำหรับนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เป็นไปตามสมมุติฐานที่วางไว้ ทั้งนี้เป็นเพราะปัญหาปลายเปิดนั้นเป็นปัญหาที่นักเรียนส่วนมากไม่คุ้นเคย แตกต่างจากปัญหาที่พบในแบบเรียน นักเรียนที่แก้ปัญหาปลายเปิดได้ดีนั้น จะต้องเป็นนักเรียนที่มีพฤติกรรมการคิดวิเคราะห์ได้ดี จากงานวิจัยของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ (2546: 25) ซึ่งศึกษาถึงศักยภาพในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

พบว่า ในการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้นสามารถแบ่งนักเรียนตามการแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหาได้ 2 กลุ่ม คือ กลุ่มแรกเป็นนักเรียนที่มีการแก้ปัญหาแบบมีความตระหนักคิด กล่าวคือนักเรียนที่สามารถพิจารณาองค์ประกอบของปัญหาได้ สามารถทำความเข้าใจว่าปัญหาที่ตนเองเผชิญอยู่นั้นมีเงื่อนไขหรือเป้าหมายอย่างไรบ้าง ทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์หาแนวทางในการแก้ปัญหาได้ดี สำหรับนักเรียนในกลุ่มที่สองจะเป็นนักเรียนที่มีการแก้ปัญหาแบบไม่มีความตระหนักคิด กล่าวคือนักเรียนไม่สามารถแยกแยะองค์ประกอบหรือเงื่อนไขของปัญหาไม่ทราบเป้าหมายของปัญหา ซึ่งนักเรียนในกลุ่มนี้จะแก้ปัญหาโดยการคาดเดาคำตอบ สุ่มหาแนวทางอย่างไม่มีกฎเกณฑ์ ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มนี้แก้ปัญหาปลายเปิดได้ดีน้อยกว่ากลุ่มแรก จากที่กล่าวมานั้น เมื่อพิจารณาลักษณะของนักเรียนในแต่ละกลุ่มจะพบว่า ลักษณะของนักเรียนในกลุ่มที่มีการแก้ปัญหาแบบมีความตระหนักคิด จะตรงกับลักษณะของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ดังที่ ยุพิน พิพิธกุล (2539: 294 - 296) กล่าวว่า “นักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงนั้นจะมีความสามารถในการแยกแยะ วิเคราะห์ความสัมพันธ์ต่าง ๆ ได้ดี สามารถนำความรู้ที่มีอยู่แล้วมารวมกับความรู้ใหม่ใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหารวมถึงสามารถเปรียบเทียบสิ่งต่าง ๆและหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง"และเมื่อพิจารณาลักษณะของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนปานกลางและต่ำ ซึ่งยุพิน พิพิธกุล (2539: 294 - 296) ได้กล่าวว่า “นักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ ชอบการเรียนที่มีลำดับขั้นตอนแน่นอนมีการแนะนำจากผู้สอน ทำให้ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาจะน้อยกว่านักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง" จะเห็นได้ว่าลักษณะดังกล่าว ใกล้เคียงกับนักเรียนที่มีการแก้ปัญหาแบบไม่มีความตระหนักคิด ส่งผลให้นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูงเกิดการพัฒนาในด้านความรู้ ความเข้าใจ จากการแก้ปัญหาปลายเปิดได้ดีกว่า และทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนปานกลางและต่ำ

สำหรับผลการวิจัยที่พบว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 อาจมีสาเหตุเนื่องจาก นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ในระดับปานกลาง มักจะมีลักษณะในการเรียนไปเรื่อย ๆ ไม่มีข้อโต้แย้ง ค่อนข้างจะให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม และมีลักษณะที่จะคล้อยตามเพื่อนได้ง่าย ซึ่งในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ได้มีการให้นักเรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มอย่างสม่ำเสมอ และหมุนเวียนเปลี่ยนสมาชิกในกลุ่มไปเรื่อย ๆ ทำให้นักเรียนในกลุ่มปานกลางมีโอกาสได้ทำงานร่วมกับนักเรียนที่เก่งกว่าและอ่อนกว่า เมื่อได้ทำงานกับนักเรียนที่เก่งและตั้งใจทำงานนักเรียนกลุ่มปานกลางจึงมีแนวโน้มที่จะคล้อยตามปฏิบัติตามพฤติกรรมเช่นเดียวกัน แต่ในขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำมักมีเจตคติทางลบกับ

วิชาคณิตศาสตร์ และมีความเชื่อว่าตนเองไม่สามารถดำเนินกิจกรรมใดๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนั้น เมื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิดซึ่งมีความซับซ้อน จึงทำให้นักเรียนกลุ่มนี้เกิดความเบื่อหน่ายท้อแท้ แม้ว่าผู้สอนหรือเพื่อนจะพยายามอธิบายให้เข้าใจถึงการดำเนินกิจกรรม แต่นักเรียนมักไม่ให้ความร่วมมือ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาปลายเปิดเท่าที่ควร ดังนั้นเมื่อเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนในกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำแล้ว จึงสรุปได้ว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางจะประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาปลายเปิดมากกว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำด้วยเช่นกัน

3. จากผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังจากเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ตรงตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้เป็นเพราะปัญหาปลายเปิดนั้นเป็นปัญหาที่ให้โอกาสนักเรียนคิดได้อย่างเป็นอิสระคิดในแบบของตนเอง Boaler (1997: 41-62) กล่าวว่า “การที่นักเรียนไม่จำเป็นต้องใช้วิธีการเดียวกันในการหาคำตอบนั้น เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดในการค้นหาแนวทางที่แปลกใหม่แตกต่างกันออกไปในการหาวิธีการแก้ปัญหา” และจากลักษณะของปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบหรือวิธีการที่ถูกต้องหลากหลาย จึงกล่าวได้ว่าการให้นักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นทำให้นักเรียนรู้สึกมีอิสระ และกล้าที่จะแสดงความคิดที่แปลกใหม่เนื่องจากไม่มีการกำหนดตายตัวว่าจะต้องดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีใด ซึ่งลักษณะเช่นนี้สอดคล้องกับหลักการส่งเสริมให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ตามที่ Roger (1959 อ้างถึงใน อารี รังสินันท์, 2531: 80) ได้กล่าวว่า การสร้างบรรยากาศและจัดสภาพแวดล้อมในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์นั้นจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระ อย่าหล่อหลอมให้นักเรียนคิดเหมือนกันหมดทุกคน ควรสนับสนุนและส่งเสริมการคิด และวิธีการที่แปลก ๆ ใหม่ ๆ ด้วย นอกจากนี้ การประเมินปัญหาปลายเปิดยังมีวิธีที่แตกต่างจากการประเมินทั่วไป คือนอกจากประเมินความถูกต้องของคำตอบที่ได้แล้ว ยังประเมินโดยพิจารณาจาก ความคิดที่คล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม ประกอบด้วย (Shimada, 1997: 162 ; Conway, 1999: 510-514) ซึ่งเป็นการประเมินในลักษณะเดียวกับ การประเมินความคิดสร้างสรรค์ ดังนั้นเมื่อนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดจึงเป็นการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ไปพร้อมกัน ดังคำกล่าวของ Silver (1993: 66-85 อ้างถึงใน Imai, 1998: 188) กล่าวว่า “การใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ที่เหมาะสมในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ” สอดคล้องกับที่

Pehkonen (1997: 65) กล่าวว่า "การใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นวิธีการหนึ่งที่เหมาะสมในการพัฒนาทั้งการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ไปพร้อม ๆ กัน" ดังนั้นหลังจากนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว จึงทำให้มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Chorney (1998:1) ที่ทำการศึกษากระบวนการคิดระดับสูงของนักเรียนเกรด 10 โดยใช้โจทย์ปัญหาปลายเปิดพบว่า ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนเพิ่มมากขึ้นหลังจากที่นักเรียนได้เรียนด้วยโจทย์ปัญหาปลายเปิด

เหตุผลอีกประการหนึ่งคือ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียนเป็นชุดเดียวกัน ซึ่งอาจทำให้นักเรียนบางส่วนจดจำข้อคำถามในการทดสอบก่อนเรียนได้ ดังนั้นเมื่อนักเรียนทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์หลังเรียนจึงพบว่า นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้น

4. จากผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังจากเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดไม่แตกต่างกับนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ ความคิดสร้างสรรค์นั้นเป็นสมรรถภาพด้านหนึ่งของสมอง Torrance (1964 อ้างถึงใน เมธี เผื่อนทอง, 2534: 67) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เกิดจากกระบวนการคิดของบุคคล เมื่อเกิดปัญหาขึ้นบุคคลนั้นจะแปลความคิดออกมาเป็นการกระทำหรือผลผลิตใหม่ๆ ซึ่งได้จากการรวมเอาความรู้ต่าง ๆ ที่ได้จากประสบการณ์ แล้วเชื่อมกับสถานการณ์ใหม่ ดังนั้นนักเรียนที่มีผลการเรียนทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ซึ่งมีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของความรู้ใหม่และความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ เมื่อได้รับการกระตุ้นจากการแก้ปัญหาปลายเปิดที่เปิดโอกาสให้นักเรียนคิดหาแนวทางได้อย่างหลากหลาย ตามความสามารถและจินตนาการของนักเรียนโดยใช้ความรู้ที่มีอยู่เดิมและความรู้ใหม่ประมวลเข้าด้วยกันในการหาคำตอบ ดังนั้นนักเรียนกลุ่มนี้จึงเกิดความคิดสร้างสรรค์มากกว่า นักเรียนที่มีผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ ที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงน้อยกว่า รวมถึงนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงมักเป็นนักเรียนที่กระตือรือร้นในการเรียนมักจะตั้งคำถามว่าทำไม อย่างไร ตรงกับลักษณะที่สามารถพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ให้เกิดขึ้นได้อย่างรวดเร็ว ตามที่ Bakan (1960 อ้างถึงใน อารี รังสินันท์, 2531: 55-56) ได้กล่าวว่า "นักเรียนที่มีความกระตือรือร้นในการเรียน ชอบแสดงออกด้วยการตั้งคำถามว่า ทำไม เพราะอะไร อย่างไร นั้นจะเป็นนักเรียนที่สามารถพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ได้อย่างรวดเร็วเมื่ออยู่ในสิ่งแวดล้อมที่เหมาะสม" ในขณะที่ลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลางนั้น ยุพิน พิพิธกุล

(2539: 294 - 296) ได้กล่าวว่า"จะเป็นนักเรียนที่ชอบเรียนตามสบายและพอใจที่จะทำตามที่ครูบอก" ซึ่งสอดคล้องกับในการทดลองที่ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มนี้มักจะเลือกใช้วิธีการที่เคยใช้มาแล้วและประสบความสำเร็จ ถ้าวิธีการที่เคยใช้ไม่ประสบความสำเร็จหรือไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนจะหยุดการคิดและรอคำตอบหรือวิธีการจากครูหรือเพื่อนที่เก่งกว่า สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ยุพิน พิพิธกุล(2539: 294 - 296) ได้กล่าวว่า "มักมีความกลัวไม่มั่นใจในตนเองมักคิดว่าตนเองเป็นผู้ล้มเหลว และไม่สามารถดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ได้ " สอดคล้องกับพฤติกรรมที่ผู้วิจัยสังเกตพบในการทดลองของนักเรียนกลุ่มนี้คือ นักเรียนจะมีอาการกังวลใจถ้าวิธีการหรือคำตอบของตนเองนั้นแตกต่างจากผู้อื่นถึงแม้ในบางครั้งคำตอบของตนเองก็เป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่นักเรียนมักจะเลือกวิธีการเปลี่ยนคำตอบหรือวิธีการของตนเองให้เหมือนกับคนส่วนใหญ่หรือคนที่เก่งกว่า ซึ่งพฤติกรรมของนักเรียนในกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำนี้ เป็นพฤติกรรมที่เป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ ตามที่ อารี พันธ์มณี (2531: 123) ได้กล่าวไว้ว่า " การกระทำที่ชอบเอาอย่างกัน คิดตามกัน คิดในสิ่งที่เคยมี เลียนแบบของเดิมหรือแม้แต่การกล้าคิดแต่ไม่กล้าแสดงออก กลัวถูกตำหนิ นั้นเป็นอุปสรรคสำคัญในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ให้เกิดขึ้น " ดังนั้นจึงเห็นได้ว่านักเรียนในกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ ต่างมีพฤติกรรมที่เป็นอุปสรรคในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ให้เกิดขึ้น ซึ่งอาจเป็นสาเหตุให้ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มนี้ไม่แตกต่างกัน

ข้อเสนอแนะ

1. ควรมีการเผยแพร่ความรู้เรื่อง การใช้ปัญหาปลายเปิด ให้ครูในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา เนื่องจาก การใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นวิธีหนึ่ง ที่สามารถช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดทักษะกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้
2. ในการทำวิจัยครั้งต่อไปควรจะมีการเพิ่มระยะเวลาในการทดลองให้มากขึ้นเพื่อศึกษาดูผลที่จะเกิดกับนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง และต่ำ
3. ควรมีการศึกษาผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดร่วมกับแนวคิดการสอนแบบอื่น เช่น วิธีการแบบปลายเปิด (Open-ended Approach) หรือวิธีการแบบเปิด (Open Approach)
4. ในการทำการวิจัยครั้งต่อไปอาจมีการศึกษาประเด็นอื่นเพิ่มเติม เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
5. ควรมีการสร้างปัญหาปลายเปิดที่สามารถใช้ได้จริงในเนื้อหาแต่ละเรื่อง และเผยแพร่เพื่อให้ผู้ที่สนใจได้นำไปใช้ประกอบการสอน

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

เกษร ธิตะจารี. ความคิดสร้างสรรค์[Online]. 2546. แหล่งที่มา: http://www.media.academic.chula.ac.th.art [2004, June 24]

คณะกรรมการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 (ฉบับแก้ไขครั้งที่2). กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์, 2544.

เจษฎสุดา จันทร์เอี่ยม. การศึกษาความสามารถและกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 7. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

ชวนชม วิริยะธรรม. ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2536.

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์, 2542.

ทองหล่อ วงษ์อินทร์. การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตาคอคนิชั่นของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต ภาควิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริญญานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต, สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2544.

ปานทอง กุลนาถศิริ. ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NCTM: Principles and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000. วารสารคณิตศาสตร์. 44 (สิงหาคม – ตุลาคม 2543): 4-18.

ปิยะลักษณ์ โพธิ์ถาวร. ผลของการฝึกคิดตามแบบบาลกาในการสอนเสริมวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: พัฒนาศึกษา, 2542.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ. การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนโดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์, 2546.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนญี่ปุ่น. KKU Journal of Mathematics Education 1 (มกราคม – มิถุนายน 2547): 1 – 9.

ยุดา รักไทย. คนฉลาดคิด. กรุงเทพฯ: เอ็กซเปอร์เน็ท, 2542.

ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช, 2530.

รุ่ง แก้วแดง. การศึกษาไทยในเวทีโลก. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: รุ่งเรืองสาส์น, 2541

วรณัน ขุนศรี. ตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่นำไปสู่การแก้ปัญหา. วารสารคณิตศาสตร์ ปริมา 47 (พฤษภาคม – กรกฎาคม 2546): 9 -12.

วัฒนาพร ระงับทุกข์. เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544. กรุงเทพมหานคร: พริกหวานกราฟฟิค, 2545.

วัลลภา แนวจำปา. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางด้านเหตุผลเชิงนามธรรมความคิดสร้างสรรค์และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 6 เขตการศึกษา 10. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2527.

วิชาการ, กรม. สรุปผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับชาติ ปีการศึกษา 2545. กรุงเทพมหานคร: สำนักงานทดสอบทางการศึกษา.(อัดสำเนา), 2545.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์, 2544.

สมจิตร์ ทรัพย์อัประไมย. ผลของการใช้รูปแบบเพื่อพัฒนาเมตาคอคนิชันที่มีต่อเมตาคอคนิชันและสัมฤทธิผลทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต ภาควิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.

สมเดช บุญประจักษ์. การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปริญญานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต, สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2540.

สมยศ ชิดมงคล. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมผลการเรียนทางคณิตศาสตร์และความตระหนักรู้ในการรู้คิดของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้การผสานแนวคิดการประมวลสารสนเทศและการรู้คิด. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

สมศักดิ์ ภู่วิภาดาวรรธน์. เทคนิคการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช, 2537.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ. ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์(กับการสอน). วารสารคณิตศาสตร์ 500 - 502(พฤษภาคม – กรกฎาคม 2543): 41 - 52.

อารี พันธ์มณี. คิดอย่างสร้างสรรค์. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพมหานคร: เลิฟ แอนด์ ลิฟ เพรส, 2540.

อุษณีย์ โพธิสุข. การสอนแบบ 4 mat system: เด็กที่มีความสามารถพิเศษ. สารปฏิรูป. 11(พฤศจิกายน 2542)

ภาษาอังกฤษ

Adams, S. Teaching Mathematics. New York: Harper & Raw , 1997.

Anderson, K.B. and Pingry, R.E. Problem Solving in Mathematics: Its theory and practice. Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics, 1973.

Craft, A. Creative Across the Primary Curriculum. London and New York: The Taylor and Francis Group, 1999.

Baroody, A.J. Problem Solving Reasoning and Communicating K-8 Helping Children Think Mathematically. New York: Macmillan Publisher Company,1993

Bley, N., S., and Thoynton, C., A. Accommodating Special Needs. In Window of Opportunity: Mathematics for students with special needs, pp.158-159. Reston, Va: NCTM, 1994.

Boaler, J. "Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understanding." Journal for Research in mathematics Education 29(1998): 41-62.

Burns, D.E. Thinking Skill Planning Guide. Mimeograped, 1995.

Carroll, W.M. Using short questions to develop and assess reasoning. In Developing mathematical reasoning in grades K-12,1999 Yearbook, pp.247-255. Reston, Va: NCTM, 1999.

Charle, S., et al. How to evaluate Progess in Problem Solving. Reston, VA: NCTM, 1987.

Chorney, S. Higher level thought processes through interactive engagement with open-ended mathematics word problems. Dissertation Abstracts Online. Available from: http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp [2004, November 12]

Colgan, L. what is open-ended problem,2000. Available from: http://educ.queensu.ca/connectme/openers&problems.htm. [2004, November 12]

Conway, K., D. The Effects of the "Open approach" to Teaching Mathematics on Elementary Pre-service Teacher Problem Solving Performance Attitude toward Mathematics and Belief about Mathematics. Dissertation Abstracts International 57(April 1997): 4297-A.

Cooney, T., J. Why use open-ended question in mathematics.[Online].(n.d.). Available from: www. Heinemann.com[2004, November 11]

Cruikshank, D.E. and Sheffield, L.J. Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics. New York: Macmilian, 1992.

Davis, G.A. A Teaching Creative Thinking in Colangelo, Nicholas and Davis. In G.A. Davis (ed.), Handbook of Gifted Education, pp. 236 - 244. Boston: Allyn and Bacon, 1991.

Divito, A. Recognized and Assessing Creativity Developing Teacher Competencies. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1971.

Foong P., Y. Using short Open-ended Mathematics Questions to Promote Thinking and Understanding[Online]. National Institute of Edution, Singapore, 2000. Availble from: www.Math.Unipa.it/~grim/siFoong.PDF. [25 May 2004]

Gallaher, J.J. and Gallaher, S.A. Teaching the Gifted Child. 4th ed. Boston: A Division of Paramount, 1994.

Garofalo, J., Lester, F.,K. Metacognition and Mathematical performance. Journal for Research in mathematics Education 16(1985): 163-176.

Gerhard, M. Effective Teaching Strategies with the Beahavioral Outcome Approach. New York: Parker, 1971.

Groot, W. Using Open-ended task in grade twelve mathematics. Dissertation Abstracts Online. Available from: http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp [2004, November 12]

Guilford, J.,P. The Nature of Human Intelligence. New York: McGraw-Hill, 1967.

Hekimouglu, S. Conducting a Teaching Experiment with a gifted student. The Journal of Secondary Gifted Education.[Online].2004. Available from: www.eric.ed.gov [2005, February 23]

Hiebert, J., Carpenter, T.P., Fennema, E., Fuson, K.C., Wearne, D., Murray, H., Oliviel, A., & Human, P. Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding. Bonton, NH: Hinemann, 1997.

Hutchinson, E.D. How to Think Creativity. New York: Abindon, 1949.

Hyde, AA.,& Hyde, P.B. Mathwise: Teaching mathematical thinking and problem solving. Portsmouth, NH: Heinemann, 1991.

Imai, T. The influence of overcoming fixation in mathematics towards divergent thinking in open-ended mathematics problems on Japanese high school student. International Journal of Mathematics Education in Science and Technology. [Online]. 2004. Available from: www.eric.ed.gov [2005, February 23]

jerrett, D. Open-ended problem solving Weaving a Wab of Ideas.[Online].2000. Available from: www.nwerl.org [2005, February 23]

Krulik, S. and Rudnick, J.A. Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teacher. Boston: Allyn and Bacon, 1993.

Lubienski, S., T. Class, Ethnicity and Mathematical Problem solving. paper presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association. [Online]. 2004. Available from: www.eric.ed.gov [2005, February 23]

Luo, Q.,J. and Chen, C., X. The open-ended Approach in Reforming Traditional Teaching. paper presented at 10 th International congress on Mathematics Education.[Online].2004.Available from: www.icme_organiers.dk /tsg14/#paper. [2005, February 23]

McIntosh, R. Teaching Mathematical Problem Solving : Implementing the Vision (Literure Review) [online]. Mathematics and Science Education Center, 2000. Availble from: http://www.nwrel.org. [2004, May 25]

Osborn, A.F. Creative Imagination. New York: Charles Serbners Sons, 1963.

Pehkonen, H. Open-ended problem in Mathematics. Research Report. [Online]. 1997. Available from: www.eric.ed.gov [2005, February 23]

Pehkonen, H. Fostering of Mathematics Creativity. [Online]. 1999.
Available from: www.fiz-karl.de/zdma1.pdf [2005, February 23]

Polya, G. How to solve it. Princeton, NJ: Princeton University, 1957.

Reys, R..,E., Suydam, M.N., and Lindquist, M.M. Helping Children Learn Mathematics. 4th ed. Boston: Allyn and Bacon, 1995.

Schoenfeld, A.H. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In Handbook of research on mathematics teaching and learning, pp.334-368. New York: macillan, 1992.

Schulman, L. New Assessment practice in mathematics. Journal of Education 178(1996): 61-71.

Stanic, G.M.A,& Kilpatrick, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In Resarch agenda for mathematics education: Vol.3. The teaching and assessing of mathematical problem solving. pp.1-22. Reston, VA: NCTM, 1989.

Stenmark, J.,K. Mathematics assessment: Myths, Model, Good question and Practical Suggest. Reston, VA: NCTM, 1991.

Sternberg, R.J. and Williams, W.M.How to Develop Student Creativity. Alexadria, 1996.

Takahashi, Akihiko. Open-ended problem solving Enriched by internet.[online].(n.d.). Available from: www.msted.uiuc.edu [2004, may 29]

Torrance, E.P. Education and the Creative Potential. Minneapolis: the Lund, 1960.

Troutman, A., P., and Lichtenberg, B., K. Mathematics A Good Beginnig. Brookslcole, 1995.

Wallach, M.A. and Kogan, N. Modes of Thinking in Young Children. New York: Halt Rinehart & Winston, 1965.

Westcott, A.M. and Smith, J.A. Creative Teaching of Mathematics in the Elementary School. Boston: Allyn and Bacon, 1967.

Yackel, E., Cobb, P., Wood, T., & Merkel, G. Experience, problem solving, and discourse as central aspects of constructivism. Arithmetic Teacher 38(1990): 34-35.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ ดร. ปิยวดี วงษ์ใหญ่	มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์วิมลมาศ อำพันพงษ์	โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม)
3. อาจารย์กานดา จันทร์เพชร	โรงเรียนศรียาภัย

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

1.ศาสตราจารย์กิตติคุณ ยุพิน พิพิธกุล	ข้าราชการบำนาญ
2. ดร. ปานทอง กุลนาถศิริ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
4. ผศ. สุนันทา เอกเวชวิท	โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม)

ภาคผนวก ข

ตัวอย่างแผนการสอน

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หน่วยที่ 3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เวลา 2 ชั่วโมง (ชั่วโมงที่ 12-15)

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.2

ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3)

1. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
2. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. สามารถเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์และโจทย์ปัญหาที่กำหนดได้
2. หาคำตอบของสมการจากโจทย์สมการได้

สาระการเรียนรู้

การหาคำตอบของสมการจากโจทย์ที่กำหนด

<u>ปัญหาที่ 1</u> เด็กชายเอ อายุมากกว่า เด็กหญิงบี 3 ปี ผลบวกของอายุของเด็กทั้งสองเท่ากับ 17 ปี จงหาอายุของเด็กทั้งสองคนนี้

<u>วิธีที่ 1 ใช้การแก้สมการ</u>

กำหนด x แทนอายุของเด็กชายเอ

เด็กชายเอ อายุมากกว่า เด็กหญิงบี 3 ปี ดังนั้นเด็กหญิงบี อายุ $x-3$ ปี

ผลบวกของอายุของเด็กทั้งสองเท่ากับ 17 ปี เขียนสมการแทนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$x + (x - 3) = 17$$

$$2x - 3 = 17$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

ดังนั้น เด็กชายเอ อายุ 10 ปี เด็กหญิงบี อายุ 7 ปี

หรือ

กำหนด x แทนอายุของเด็กหญิงบี

เด็กชายเอ อายุมากกว่า เด็กหญิงบี 3 ปี ดังนั้นเด็กชายเอ อายุ $x + 3$ ปี

ผลบวกของอายุของเด็กทั้งสองเท่ากับ 17 ปี เขียนสมการแทนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$x + (x + 3) = 17$$

$$2x + 3 = 17$$

$$2x = 4$$

$$x = 7$$

ดังนั้น เด็กหญิงบี อายุ 7 ปี เด็กชายเอ อายุ 10 ปี

<u>วิธีที่ 2 ใช้การสร้างตาราง</u>

อายุเด็กชายเอ	อายุเด็กหญิงบี	ผลรวมของอายุ
4	1	5
5	2	7
6	3	9
7	4	11
8	5	13
9	6	15
10	7	17

จากตารางสรุปได้ว่า เด็กชายเออายุ 10 ปี เด็กหญิงบีอายุ 7 ปี

วิธีที่ 3 การใช้เหตุผล

จากที่โจทย์กำหนดว่า อายุของทั้งสองคนต่างกัน 3 ปี และรวมกันได้ 17 ปี ดังนั้นถ้า นำ 17ปี ลบออกเสีย 3 ปี จะเหลือ 14 ปี ดังนั้น จึงสามารถแบ่งอายุออกเป็นสองส่วนเท่ากันคือ คนละ 7 ปี จากที่โจทย์กำหนดว่าเด็กชายเออายุมากกว่า 3 ปี ดังนั้นจึงบวก 3 ที่อายุของ เด็กชาย เอ ได้ว่า เด็กชายเออายุ 10 ปี และเด็กหญิงบีอายุ 7 ปี

ตรวจคำตอบ แทนค่าอายุของเด็กชายเอ และอายุของเด็กหญิงบี ลงในเงื่อนไขของสมการ จะได้ว่า อายุของเด็กชายเอ 10 ปี ลบด้วย อายุของเด็กหญิงบี 7 ปี เท่ากับ 3 ปี ตรงตามเงื่อนไขและนำอายุของคนทั้งสองบวกกันได้ 17 ปีตรงตามเงื่อนไข

<u>ปัญหาที่ 2</u> อีก 5 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็นสามเท่าของบุตร ถ้าปัจจุบันบุตรอายุ 11 ปี ปัจจุบันบิดาจะมีอายุเท่าใด จงแสดงวิธีการหาคำตอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกันอย่างน้อย 2 วิธี

<u>วิธีที่ 1 การให้เหตุผล</u>

อีก 5 ปี บุตรมีอายุ 11 + 5 = 16 ปี

อีก 5 ปี บิดามีอายุเป็น 3 เท่าของบุตร ดังนั้นอีก 5 ปีบิดาอายุ 3 x 16 = 48 ปี

ดังนั้นปัจจุบันบิดาอายุ 48 – 5 = 43 ปี

<u>วิธีที่สอง การใช้สมการ</u>

กำหนดให้ปัจจุบันบิดาอายุ x ปี ปัจจุบันบุตรอายุ 11 ปี

อีก 5 ปี บิดาอายุ x+5 ปี อีก 5 ปี บุตรอายุ 16 ปี

อีก 5 ปี บิดาอายุเป็น 3 เท่าของบุตร ดังนั้นเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ว่า

$$x+5 = 3 \times 16$$

$$x+5 = 48$$

$$x = 43$$

ดังนั้น ปัจจุบันบิดาอายุ 43 ปี

ตรวจคำตอบ นำอายุของบิดาแทนค่าลงในเงื่อนไขของสมการจะได้ว่า อีก 5 ปีข้างหน้าบิดาอายุ 43 + 5 = 48 บุตรอายุ 16 ปี สามเท่าของอายุบุตร เท่ากับ 16 X 3 = 48 ตรงตามเงื่อนไขของสมการ ดังนั้นปัจจุบันบิดาอายุ 43 ปี

<u>ปัญหาที่ 3</u> จงหาจำนวนเต็มบวกสามจำนวนที่อยู่ติดกันที่มีผลบวกเป็น 33 ด้วยวิธีการที่แตกต่างกันอย่างน้อย 2 วิธี

<u>วิธีที่ 1 การให้เหตุผล</u>

จำนวนสามจำนวนเรียงติดกันมีผลบวกเป็น 33 แสดงว่าถ้านำ 3 หาร 33 จะได้ค่าที่อยู่ตำแหน่งตรงกลางของทั้งสามจำนวน 33 หาร 3 จะ 11 ดังนั้นจำนวนที่เรียงกันคือ 10 11 12

<u>วิธีที่ 2 การใช้สมการ</u>

กำหนดให้ x เป็นจำนวน ๆ หนึ่ง

จำนวนที่อยู่ติดกับ x มีค่า x + 1 จำนวนที่ถัดไป คือ x + 2

ผลบวกของจำนวนทั้งสามจำนวนมีค่าเท่ากับ 33 ดังนั้นเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$x+(x+1)+(x+2) = 33$$

$$3x + 3 = 33$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

<u>วิธีที่ 3 การเดาคำตอบ</u>

วิธีการนี้เป็นการเดาสุ่มตัวเลขที่มีลักษณะตรงตามกับโจทย์ต้องกำหนด

พิจารณาเงื่อนไขจากโจทย์ จำนวนสามจำนวนที่เรียงติดกันที่มีผลบวกเป็น 33 ดังนั้น จำนวนสามจำนวนนั้นจะต้องอยู่ระหว่าง 1 – 19

สมมุติจำนวนทั้งสามจำนวน จากนั้นตรวจสอบว่ามีผลบวกเป็น 33 หรือไม่

จำนวนทั้งสามจำนวน	ผลบวกของทั้งสามจำนวน
8 9 10	27
9 10 11	30
10 11 12	33

ดังนั้นจำนวนสามจำนวนที่เรียงติดกันและมีผลบวกเป็น 33 คือ 10 11 12

ตรวจคำตอบ นำจำนวนทั้งสามมาบวกกันตามเงื่อนไขในโจทย์ จะได้ 10 + 11 + 12 = 33 จริง

<u>ปัญหาที่ 4</u> วินัยมีสมุด 6 โหล ได้รับบริจาคมาอีกจำนวนหนึ่ง เมื่อนำไปแจกนักเรียน 64 คน ปรากฏว่านักเรียนได้รับสมุดแจกคนละ 3 เล่มพอดี จงหาว่าวินัยได้รับบริจาคสมุดมาเป็นจำนวนเท่าใด ด้วยวิธีที่แตกต่างกันอย่างน้อย 2 วิธี

<u>วิธีที่ 1 การให้เหตุผล</u>

นักเรียนมี 64 คน ได้รับสมุดคนละ 3 เล่ม ดังนั้นมีจำนวนสมุดทั้งหมด 64 x 3 = 252 เล่ม วินัยมีสมุดอยู่ 6 โหล คือ 6 x 12 = 72 ดังนั้นวินัยได้รับสมุดมา 252 – 72 = 120 เล่ม

<u>วิธีที่ 2 การใช้สมการ</u>

กำหนดให้วินัยได้รับสมุดมา x เล่ม

เดิมวินัยมีสมุดอยู่ 6 โหล คือ $6 \times 12 = 72$ เล่ม ได้รับบริจาคมาอีก x เล่ม

รวมแล้ววินัยมีสมุด $72 + x$ เล่ม

นำไปแจกนักเรียน 64 คนได้คนละ 3 เล่มพอดี เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\frac{72+x}{3} = 64$$

$$72 + x = 252$$

$$x = 120$$

ดังนั้น วินัยได้รับสมุดมาทั้งหมด 120 เล่ม

ตรวจคำตอบ นำ สมุดที่วินัยได้รับไปบวกกับสมุดที่วินัยมีอยู่แล้วจะได้ $120 + 72 = 252$ จากนั้นนำไปแจกให้นักเรียน 64 คน แต่ละคนจะได้คนละ $252 / 64 = 3$ เล่ม ตรงตามที่โจทย์กำหนด

<u>ปัญหาที่ 5</u> เมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุบิดา ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี จงหาอายุปัจจุบันของบิดา

<u>วิธีที่ 1 ใช้การให้เหตุผล</u>

เมื่อสามปีที่แล้ว บุตรอายุ $8 - 3 = 5$ ปี และอายุของบุตรเป็นหนึ่งในหกของอายุบิดา

ได้ว่า เมื่อสามปีที่แล้วบิดาอายุ $5 \times 6 = 30$ ดังนั้น ปัจจุบันบิดาอายุ $30 + 3 = 33$ ปี

<u>วิธีที่ 2 ใช้การแก้สมการ</u>

กำหนดปัจจุบันบิดาอายุ x ปี เมื่อ 3 ปีที่แล้วบิดาอายุ $x - 3$ ปี

เมื่อ 3 ปีที่แล้ว บุตรมีอายุ 5 ปี และบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุบิดา เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\frac{1}{6}(x - 3) = 5$$

$$x - 3 = 30$$

$$x = 33$$

ดังนั้นปัจจุบันบิดาอายุ 33 ปี

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายดังนี้ "ร้านค้าส่งร้านหนึ่งส่งสินค้า 250 ชิ้น ไปยังร้านค้าปลีกเป็นจำนวนหลายร้าน โดยที่แต่ละร้านได้รับสินค้าเป็นจำนวนที่เท่ากัน อยากทราบว่าแต่ละร้านจะได้สินค้าร้านละกี่ชิ้น "

2. จากคำถามที่ตั้งขึ้นครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายว่าในคำถามนั้นมีข้อมูลใดขาดหายไป และนักเรียนสามารถหาคำตอบได้อย่างไรบ้าง ซึ่งข้อมูลที่ขาดหายไปนั้นคือ จำนวนของร้านค้า แต่จากเงื่อนไขของโจทย์ว่าแต่ละร้านจะได้จำนวนสินค้าเท่ากัน ทำให้สามารถระบุจำนวนร้าน และจำนวนสินค้าในแต่ร้านที่เป็นไปได้ดังนี้

ถ้าร้านค้าปลีกมี 2 ร้าน จะได้ร้านละ 125 ชิ้น

ถ้าร้านค้าปลีกมี 5 ร้าน จะได้ร้านละ 50 ชิ้น

ถ้าร้านค้าปลีกมี 10 ร้าน จะได้ร้านละ 25 ชิ้น

ถ้าร้านค้าปลีกมี 50 ร้าน จะได้ร้านละ 5 ชิ้น

ถ้าร้านค้าปลีกมี 125 ร้าน จะได้ร้านละ 2 ชิ้น

ถ้าร้านค้าปลีกมี 250 ร้าน จะได้ร้านละ 1 ชิ้น

ขั้นสอน

1. จากกิจกรรมในขั้นนำครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่าการพิจารณาข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้นั้นเป็นสิ่งสำคัญและวิธีการหาคำตอบของโจทย์สมการนั้นมีมากกว่าวิธีการสร้างสมการและแก้สมการหาคำตอบ

2. ครูแจกเอกสารประกอบการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหา และเริ่มต้นปัญหาที่ 1 โดยที่ครูจะอธิบายโจทย์ให้นักเรียนเข้าใจ ซึ่งครูอาจถามกระตุ้นนักเรียนว่านักเรียนเคยพบโจทย์ในลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่ นอกจากนี้พยายามตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถได้ว่าโจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรบ้างที่สำคัญ และโจทย์ถามหาอะไร

3. จากนั้นครูให้นักเรียนคิดวางแผนเพื่อแก้ปัญหาโจทย์ โดยใช้วิธีการให้นักเรียนแสดงความคิดว่านักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา ซึ่งวิธีการแรกที่นักเรียนเลือกใช้นั้นอาจจะเป็นวิธีการที่คุ้นเคยสำหรับนักเรียนเช่น การสร้างสมการ จากนั้นเมื่อหาคำตอบได้แล้ว ครูให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ จากนั้นครูตั้งคำถามกระตุ้นนักเรียนให้คิดต่อไปว่า นอกจากวิธีการแรกที่นักเรียนนำเสนอไปแล้วนั้นยังมีวิธีการอื่นอีกที่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ให้นักเรียนช่วยกันเสนอความคิดว่ามีวิธีการใดอีกบ้าง

4. สำหรับในปัญหาแรกนักเรียนอาจจะยังไม่คุ้นเคยกับวิธีการอื่น ๆ ดังนั้น ถ้านักเรียน

ระบุวิธีการได้ไม่ครบตามจำนวนที่คาดไว้ หรือไม่สามารถนำเสนอวิธีการอื่นได้อีก ครูจะเป็นผู้นำเสนอให้นักเรียนได้เห็นวิธีการอื่น ๆ ที่น่าสนใจ และให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้จากวิธีการอื่น ๆ ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเช่นเดียวกับการหาคำตอบด้วยวิธีการแรก เพื่อให้นักเรียนได้เห็นวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบด้วยมุมมองที่แปลกไป จากนั้นครูอธิบายให้นักเรียนเห็นว่าในการหาคำตอบที่ถูกต้องนั้นไม่ได้มีวิธีการหาคำตอบเพียงวิธีการเดียว นักเรียนสามารถใช้วิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบที่ถูกต้องได้

5. ครูเริ่มต้นปัญหาที่ 2 โดยอธิบายโจทย์ให้นักเรียนเข้าใจ แล้วให้นักเรียนแต่ละคนได้คิดวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีครูดูแลการทำงานของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ซึ่งครูจะพยายามกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้วิธีการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี จากนั้นครูสุ่มให้นักเรียนออกมานำเสนอการหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ ที่นักเรียนใช้ และครูตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบอีกครั้งหนึ่ง เมื่อนักเรียนนำเสนอวิธีการหาคำตอบจนครบที่นักเรียนทำได้แล้ว ถ้ายังมีวิธีการอื่นอีกที่สามารถหาคำตอบได้อีกครูก็จะนำเสนอวิธีการนั้นเพิ่มเติมให้แก่นักเรียน และให้นักเรียนจดบันทึกเพิ่มเติม

6. ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ 3 ปัญหาที่ 4 และ ปัญหาที่ 5 ด้วยวิธีการเดียวกับที่กล่าวมาแล้ว

7. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำใบงานที่ 8 โดยที่ครูอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่า ปัญหาในใบงานที่ 8 เป็นปัญหาปลายเปิดที่มีวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องได้หลายวิธี ให้นักเรียนพยายามหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ ให้ได้มากที่สุด ครูจะให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ละข้อโดยให้เวลาเฉลี่ยข้อละ 30 – 45 นาทีในการแก้ปัญหา โดยครูให้อิสระกับนักเรียนในการวางคิดแผน และหาคำตอบในปัญหาแต่ละข้อ

8. เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาในแต่ละข้อเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนจับกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ในช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและสรุปวิธีการต่าง ๆที่สามารถใช้หาคำตอบในแต่ละข้อเพื่อนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยมีครูและเพื่อนร่วมชั้นคนอื่น ๆ ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและกระบวนการอีกครั้งหนึ่ง ใช้วิธีการเดียวกันนี้กับปัญหาข้อสองและข้อสาม

ขั้นสรุป

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จสิ้นครบทั้งสามข้อเรียบร้อยแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการในการแก้ปัญหาทั้งหมดอีกครั้งหนึ่งพร้อมทั้งอภิปรายถึงข้อดีของวิธีการในแต่ละวิธี จากนั้นให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมในหนังสือเรียน

สื่อการสอน

เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหา

เอกสารใบงานที่ 8

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. สังเกตจากการร่วมอภิปราย 3. สังเกตการร่วมมือในการทำกิจกรรม 4. พิจารณาจากการนำเสนอหน้าชั้น	

บันทึกหลังการสอน

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหา

คำชี้แจง ให้นักเรียนพยายามหาคำตอบที่ถูกต้องด้วยวิธีการที่แตกต่างกันให้ได้จำนวนวิธีมากที่สุด เพราะปัญหาแต่ละข้อนั้นถึงแม้จะมีเพียงคำตอบที่ถูกต้องเดียว แต่นักเรียนสามารถใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี

<u>ปัญหาที่ 1</u> เด็กชายเอ อายุมากกว่า เด็กหญิงบี 3 ปี ผลบวกของอายุของเด็กทั้งสองเท่ากับ 17 ปี จงหาอายุของเด็กทั้งสองคนนี้

<u>ปัญหาที่ 2</u> อีก 5 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็นสามเท่าของบุตร ถ้าปัจจุบันบุตรอายุ 11 ปี ปัจจุบันบิดาจะมีอายุเท่าใด จงแสดงวิธีการหาคำตอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกันอย่างน้อย 2 วิธี

<u>ปัญหาที่ 3</u> จงหาจำนวนเต็มบวกสามจำนวนที่อยู่ติดกันที่มีผลบวกเป็น 33 ด้วยวิธีการที่แตกต่างกันอย่างน้อย 2 วิธี

....

<u>ปัญหาที่ 4</u> วินัยมีสมุด 6 โหล ได้รับบริจาคมาอีกจำนวนหนึ่ง เมื่อนำไปแจกนักเรียน 64 คน ปรากฏว่านักเรียนได้รับสมุดแจกคนละ 3 เล่มพอดี จงหาว่าวินัยได้รับบริจาคสมุดมาเป็นจำนวนเท่าใด ด้วยวิธีที่แตกต่างกันอย่างน้อย 2 วิธี

<u>ปัญหาที่ 5</u> เมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุบิดา ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี จงหาอายุปัจจุบันของบิดา

ใบงานที่ 8

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ที่กำหนดให้อย่างละเอียดและหาคำตอบในแต่ละข้อด้วยวิธีการต่าง ๆ ให้ได้มากที่สุดเท่าที่นักเรียนจะทำได้

ปัญหาที่ 1 เด็กชายเบนหว่านเมล็ดพืชไว้ทั้งหมด 65 เมล็ด เมื่อเวลาผ่านไปหนึ่งสัปดาห์ เบนพบหว่านเมล็ดพืชงอกทั้งหมด 8 เมล็ด สัปดาห์ที่สองมีเมล็ดพืชงอกรวมแล้ว 11 เมล็ด สัปดาห์ที่สามมีเมล็ดพืชงอกรวมแล้ว 14 เมล็ด อยากทราบว่าถ้าเมล็ดพืชงอกในลักษณะนี้ต่อไปเรื่อย ๆ เมื่อเวลาผ่านไป 3 เดือนจะมีเมล็ดพืชงอกทั้งหมดกี่เมล็ด และใช้เวลานานเท่าใดเมล็ดพืชทั้งหมดจะงอกครบทุกเมล็ด

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ปัญหาที่ 2 นักเรียนกำลังตัดสินใจซื้อกระดาษจากร้านค้า 3 ร้าน ซึ่งมีราคาแตกต่างกันดังนี้

ร้านที่ 1 ขายกระดาษกล่องละ 180 บาท ในกล่องมีกระดาษ 10 แพค แพคละ 200 แผ่น
ร้านที่ 2 ขายกระดาษกล่องละ 200 บาท ในกล่องมีกระดาษ 5 แพค แพคละ 500 แผ่น
ร้านที่ 3 ขายกระดาษกล่องละ 550 บาท ในกล่องมีกระดาษ 10 แพค แพคละ 600 แผ่น

ถ้านักเรียนมีเงิน 900 บาท นักเรียนจะตัดสินใจซื้อกระดาษจากร้านค้าอย่างไรที่เป็นการใช้เงินที่คุ้มค่าที่สุด จงอธิบายวิธีการคิดและให้เหตุผลในการตัดสินใจเลือกซื้อกระดาษของนักเรียนอย่างละเอียด

ปัญหาที่ 3 วันที่ 1 มกราคม เจนมีเงินฝากในธนาคาร 1000 บาท ต่อมาเจนฝากเงินเพิ่มเดือนละ 450บาท ทุกเดือน ในขณะที่ จอยมีเงินฝากในธนาคาร 2000 บา และต่อมาจอยฝากเพิ่มเดือนละ 200 บาททุกเดือน

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ใช้เวลานานกี่เดือน เจนและจอยจึงมีเงินฝากในธนาคารเท่ากัน จงแสดงวิธีการคิดและอธิบายอย่างละเอียด

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

2. ในขณะที่เงินในธนาคารของจอยมีเป็นจำนวน 5000 บาท อยากทราบว่าจอยจะมีเงินฝากในธนาคารเท่าใด จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของนักเรียนอย่างละเอียด

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ตารางที่ 10 แสดงการวิเคราะห์เนื้อหา และพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (แสดงเป็นรายข้อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การคิดวิเคราะห์
1. เขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดได้	ข้อ 1	ข้อ 2, 3	ข้อ 4, 5	
2. วิเคราะห์แบบรูปที่กำหนดให้ได้				ข้อ 6, 7, 8
3. หาคำตอบของสมการโดยวิธีการแทนค่าตัวแปรได้		ข้อ 9,10 ,11, 12		
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายโดยใช้สมบัติการเท่ากัน		ข้อ 13, 14, 15, 16, 17	ข้อ 18	ข้อ 19
5. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่ายได้ และหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้		ข้อ 20, 21, 22	ข้อ 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30	

ตารางที่ 11 แสดงการวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (แสดงจำนวนข้อในแต่ละด้าน)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ความจำ (ข้อ)	ความเข้าใจ (ข้อ)	การนำไปใช้ (ข้อ)	การคิดวิเคราะห์ (ข้อ)	รวม (ข้อ)
1. เขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดได้	1	2	2		5
2. วิเคราะห์แบบรูปที่กำหนดให้ได้				3	3
3. หาคำตอบของสมการโดยวิธีการแทนค่าตัวแปรได้		4			4
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายโดยใช้สมบัติการเท่ากัน		5	1	1	7
5. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่ายได้หาคำตอบของสมการจากโจทย์ปัญหาได้		3	8		11
รวม	1	14	11	4	30

ตารางที่ 12 แสดงจำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกในกลุ่มสูง (R_H) จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกในกลุ่มต่ำ (R_L) ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	R_H	R_L	ค่าความยาก - ง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	15	2	0.56	0.43
2	14	6	0.66	0.26
3	16	2	0.60	0.42
4	16	3	0.63	0.40
5	14	3	0.56	0.36
6	13	1	0.46	0.40
7	14	3	0.56	0.36
8	13	3	0.53	0.30
9	9	2	0.33	0.26
10	15	3	0.60	0.40
11	12	1	0.50	0.30
12	12	1	0.43	0.36
13	14	4	0.60	0.33
14	13	5	0.60	0.26
15	9	3	0.36	0.23
16	11	2	0.43	0.30
17	12	3	0.50	0.30
18	11	2	0.43	0.30
19	11	5	0.50	0.23
20	9	2	0.33	0.26
21	7	0	0.26	0.26
22	10	2	0.40	0.26
23	14	5	0.60	0.30
24	9	1	0.33	0.26
25	12	5	0.56	0.23
26	10	2	0.40	0.26

27	8	0	0.23	0.26
28	7	0	0.23	0.23
29	11	1	0.40	0.30
30	7	0	0.26	0.26

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบทดสอบนี้มีข้อสอบจำนวน 45 ข้อ แต่ละข้อเป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก
2. ให้เลือกคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมาย × ลงในกระดาษคำตอบที่เตรียมให้

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ขีดฆ่าคำตอบเดิมให้ชัดเจน ดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง การเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ก. เป็นข้อ ง.

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0	×			×

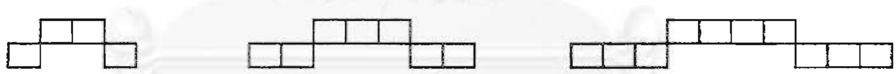
3. ห้ามขีดเขียนเครื่องหมาย หรือข้อความใด ๆ ลงในตัวข้อสอบ
4. ห้ามใช้เครื่องคำนวณทุกชนิด

---

1. จงหาว่าแบบรูปทั่วไปในข้อใดที่มีลำดับที่ 5 เป็น 37

ก. 7x +2 ข. 5x+2 ค. 6x+4 ง. 3x+7

2.



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3

จากแบบรูปที่กำหนดจงหาว่า ถ้ามีรูปที่ 50 จะมีสี่เหลี่ยมทั้งหมดกี่รูป

ก. 112 รูป ข. 130 รูป ค. 145 รูป ง. 151 รูป

3. จงพิจารณาว่าข้อใดที่จำนวนในลำดับที่ 5 มีค่าเป็น 14

ก.

ลำดับที่	1	2	3	...
จำนวน	3	5	7	...

ข.

ลำดับที่	1	2	3	...
จำนวน	2	5	8	...

ค.

ลำดับที่	1	2	3	...
จำนวน	2	5	10	...

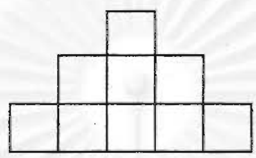
ง.

ลำดับที่	1	2	3	...
จำนวน	1	4	9	...

4. แถวที่ 1

แถวที่ 2

แถวที่ 3



จากรูปที่กำหนด จงหาผลบวกของรูปสี่เหลี่ยมตั้งแต่แถวที่ 1 ถึง แถวที่ 6 มีจำนวนสี่เหลี่ยมกี่รูป

ก. 21 รูป ข. 23 รูป ค. 32 รูป ง. 36 รูป

5. กำหนดแบบรูปดังนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	...
จำนวน	1	4	9	16	...

จากแบบรูปที่กำหนดจงหาผลต่างของจำนวนในลำดับที่ 10 และลำดับที่ 5

ก. 30 ข. 35 ค. 75 ง. 85

6. กำหนดแบบรูป

ลำดับที่	1	2	3	...	n
จำนวน	4	7	10	...	

จงหาว่า จำนวนในลำดับที่ n คือข้อใด

ก. n+3 ข. 3n+3

ค. 3n+1 ง. 3n

7. กำหนดแบบรูปดังนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	...
จำนวน	1	4	7	10	...

จากแบบรูปที่กำหนด จงหาว่า 121 เป็นจำนวนในลำดับที่เท่าใด

ก. 10 ข. 25 ค. 32 ง. 4

8. จากแบบรูปในข้อ 7 จงหาว่า ลำดับที่ 50 มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 55 ข. 114 ค. 148 ง. 210

9. จงหาคำตอบของสมการ $x^2 = 25$

ก. 5 ข. -5

ค. 25 ง. ถูกทั้งข้อ ก และ ข้อ ข

10. x = 0 เป็นคำตอบของสมการข้อใด

ก. 2(x - 5) = -10 ข. $\frac{1}{2} + x = -\frac{1}{3}$

ค. $\frac{x}{5} + 2 = 0$ ง. $-\frac{1}{2}x = 10$

11. จำนวนใดต่อไปนี้แทนค่าลงในสมการ 2(x-2) = 2x – 2 แล้วทำให้สมการเป็นจริง

ก. 0 ข. -1

ค. 1 ง. ถูกทุกข้อ

12. จงหาคำตอบของสมการ n + n + n = 10

ก. 1 ข. $\frac{3}{10}$ ค. $\frac{10}{3}$ ง. 3

13. จงหาคำตอบของสมการ 3(x+2) = 30

ก. 8 ข. 18 ค. 21 ง. 92

14. จงหาค่าของ n จากสมการ n - 3 = 60 – 2n

ก. 11 ข. 13 ค. 20 ง. 21

15. จงหาค่า x จากสมการ 7x +8 = -4x-25

ก. -3 ข. -11 ค. 11 ง. 3

16. ข้อใดคือขั้นตอนการแก้สมการ $\frac{2}{3}x + 9 = 15$ ที่ถูกต้อง

ก. ลบด้วย 9 ทั้งสองข้างของสมการ แล้ว คูณด้วย $\frac{2}{3}$ ทั้งสองข้างของสมการ

ข. ลบด้วย 9 ทั้งสองข้างของสมการ แล้ว หารด้วย $\frac{2}{3}$ ทั้งสองข้างของสมการ

ค. คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย $\frac{2}{3}$ แล้วจึงลบด้วย 9 ทั้งสองข้างของสมการ

ง. หารทั้งสองข้างของสมการด้วย $\frac{2}{3}$ แล้วจึงลบด้วย 9 ทั้งสองข้างของสมการ

17. จงหาค่า x จากสมการ $\frac{5(x-1)}{6} = \frac{10}{3}$

ก. 5 ข. 12 ค. 15 ง. 18

18. จงหาว่า คำตอบของสมการในข้อใดมีค่าเท่ากับคำตอบของสมการ $\frac{2}{3}x+5=6$

ก. $x-9=0$ ข. $2x-9=0$

ค. $3x-9=0$ ง. $6x-9=0$

19. กำหนดสมการ $3(x+5) = -12$ และ $3(y+5) = 12$ จงหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าของ

x และ y จากสมการที่กำหนด

ก. $x < y$ ข. $x > y$

ค. $x = y$ ง. $x + y = 0$

20. ข้อใดเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ "สามเท่าของ x มากกว่า 2 อยู่ 10 "

ก. $3(x-2) = 10$ ข. $3x-2 = 10$

ค. $3x + 2 = 10$ ง. $3(x+2) = 10$

21. ประโยคภาษาข้อใด เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ว่า "$3a-7=20$"

ก. สามเท่าของ a มากกว่า 7 อยู่ 20

ข. ผลต่างระหว่าง a กับ 7 เท่ากับ 20

ค. สามเท่าของ a น้อยกว่า 7 อยู่ 20

ง. ถูกทุกข้อ

22. ข้อใดเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ "ครึ่งหนึ่งของ x มากกว่า12 อยู่ 4"

ก. $\frac{x-12}{2}=4$ ข. $2(x-12) = 4$

ค. $\frac{x}{2}+12=4$ ง. $\frac{x}{12}-12=4$

23. เอมีเงิน x บาทเขาต้องการแบ่งเงินให้เพื่อน 5 คน คนละเท่า ๆ กัน จงหาว่าแต่ละคนจะได้รับเงินคนละเท่าใด

ก. x-5 บาท ข. $\frac{5}{x}$ บาท ค. $\frac{x}{5}$ บาท ง. 5x บาท

24. ปัจจุบันมนูอายุ y-10 ปี อีก 20 ปีข้างหน้า มนูจะอายุเท่าใด

ก. y+20 ปี ข. y+10 ปี ค. 20y ปี ง. 10y+20 ปี

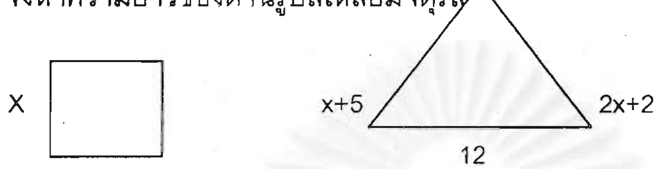
25. ในการพิมพ์หนังสือประกอบด้วยรายจ่ายคงที่ 5,000 บาท และรายจ่ายค่าพิมพ์เล่มละ 10 บาท จงหาค่าใช้จ่ายที่ใช้ในการพิมพ์หนังสือ x เล่ม

ก. 5000 + 10x ข. 5010x ค. 10x ง. 5000x + 10

26. แซมทำงานพิเศษในวันหยุดสุดสัปดาห์ ได้ค่าแรงชั่วโมงละ 75 บาท โดยในแต่ละวันเขาจ่ายค่าอาหารกลางวัน 25 บาท ค่าเดินทาง 17 บาท ถ้าในวันเสาร์ที่ผ่านมาเขาเหลือเงินเมื่อหักค่าใช้จ่ายแล้ว 558 บาท แซมทำงานพิเศษกี่ชั่วโมง

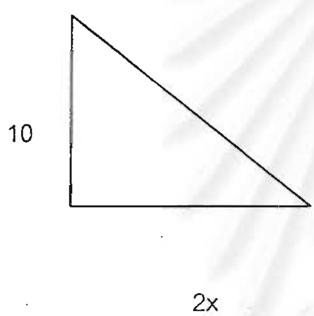
ก. 12 ชม. ข. 10 ชม. ค. 8 ชม. ง. 6 ชม.

27. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสามเหลี่ยม ดังรูป โดยที่ความยาวรอบรูปทั้งสองเท่ากัน จงหาความยาวของด้านรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



ก. 4 ข. 19 ค. 12 ง. 20

28. กำหนดรูปสามเหลี่ยมดังรูป



ถ้าความยาวรอบรูปของสามเหลี่ยมมีค่าเท่ากับ 38 จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

ก. 90 ข.100

ค.120 ง.210

29. สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่งมีด้านยาว ๆ เป็นสองเท่าของด้านกว้าง ถ้าความยาวรอบสนามนี้เป็น 36 เมตร จงหาพื้นที่ของสนามแห่งนี้

ก. 64 ตารางเมตร ข. 72 ตารางเมตร

ค. 84 ตารางเมตร ง. 144 ตารางเมตร

30. ห้องเรียนห้องหนึ่งมีจำนวนนักเรียนชายเป็น $\frac{3}{4}$ เท่าของนักเรียนทั้งหมด ถ้านักเรียนทั้งหมดมี 44 คน จงหาจำนวนนักเรียนหญิงในห้องเรียนนี้

ก. 11 คน ข. 28 คน ค. 33 คน ง. 35 คน

ภาคผนวก ง

แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 13 แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.50	0.38
2	0.50	0.38
3	0.52	0.55
4	0.51	0.42

แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง ในการตอบแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

1. แบบทดสอบชุดนี้เป็นชนิดเติมคำตอบจำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
2. แต่ละข้อมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ
3. ขอให้นักเรียนทำข้อสอบทุกข้อ โดยที่ในแต่ละข้อให้นักเรียนพยายามตอบให้ได้จำนวนคำตอบมากที่สุด ให้แต่ละคำตอบมีความแตกต่างกัน รวมถึงพยายามตอบให้ได้คำตอบที่นักเรียนคิดว่าแปลก แตกต่างไปจากนักเรียนคนอื่น

ตัวอย่างการตอบแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

A) จงนำเลขโดด 1- 9 มาบวก ลบ คูณ และหาร เพื่อให้ได้ผลลัพธ์เป็น 24

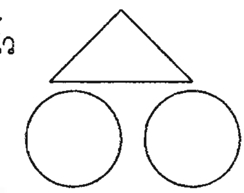
ตัวอย่างคำตอบ

1. $(2 \times 2) \times 6 = 24$
2. $(3 \times 7) + 3 = 24$
3. $(8 \div 2) \times 6 = 24$
4. $(6 + 6) \times 2 = 24$
5. $8 \times 3 = 24$
6. $\frac{4^2 \times 3}{2} = 24$
7. $(3 \times 4) \times 2 = 24$

1. กำหนดให้ เชือกเส้นหนึ่งยาว 36 เมตร ให้นักเรียนนำเชือกเส้นนี้มาสร้างเป็นรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เช่น รูปเหลี่ยม หรือ วงกลม หรือ รูปที่ประกอบขึ้นจากรูปเรขาคณิตหลายรูป โดยถ้าสร้างเป็นรูปเหลี่ยมให้นักเรียนบอกความยาวของด้านแต่ละด้าน และถ้าเป็นวงกลมให้ระบุความยาวรอบวง

ตัวอย่างคำตอบ 1. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวด้านละ 12 นิ้ว

2. วงกลมที่มีเส้นรอบวง 18 นิ้ว 2 วง



2. นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนวณโดยการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 48

ตัวอย่างคำตอบ

1. เอมีเงิน 76 บาท ซื้อสมุดไป 20 บาท ยางลบ 8 บาท เอเหลือเงินเท่าใด
2. บีมีเงินในกระเป๋า 22 บาท แม่ให้เงินเพิ่มอีก 26 บาท รวมแล้วบีมีเงินเท่าใด

3) จากจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ 10 11 12 15 17 18 19 23 25 27 32 40 ให้นักเรียนจัดกลุ่มจำนวนตั้งแต่ 3 จำนวนขึ้นไปที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกัน ให้ได้มากวิธีที่สุด

จำนวน	ลักษณะร่วม
ตัวอย่างคำตอบ 1) 11 15 17	เป็นจำนวนคี่
2) 15 25 40	หารด้วย 5 ลงตัว
1.	....
2.	....
3.	....
4.	....
5.	....
6.	....
7.	....
8.	....
9.	....
10.	....
11.	....
12.	....
13.	....
14.	....
15.	....

4. กำหนดให้ความสัมพันธ์ระหว่าง x , y และ z เป็นดังนี้

$2x+1 > 3y-1 > z+5$ **เมื่อ x , y และ z เป็นจำนวนจริงใด ๆ**

จงเขียนชุดของจำนวนที่นำมาแทนค่า x , y และ z แล้วทำให้ความสัมพันธ์ข้างต้นนี้เป็นจริง

ตัวอย่างคำตอบ

x	y	z	2x+1	3y-1	z+5
5	3	1	11	8	6
1	-1	-10	3	-4	-5

x	y	z	2x+1	3y-1	z+5
1.	....	....	....	....	....
2.	....	....	....	....	....
3.	....	....	....	....	....
4.	....	....	....	....	....
5.	....	....	....	....	....
6.	....	....	....	....	....
7.	....	....	....	....	....
8.	....	....	....	....	....
9.	....	....	....	....	....
10.	....	....	....	....	....
11.	....	....	....	....	....
12.	....	....	....	....	....
13.	....	....	....	....	....
14.	....	....	....	....	....
15.	....	....	....	....	....

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวปานจิต รัตนพล เกิดเมื่อวันที่ 9 พฤษภาคม 2522 ที่อำเภอเมือง จังหวัดชุมพร สำเร็จการศึกษาครุศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับสอง) วิชาเอกคณิตศาสตร์ โครงการเร่งรัดการผลิตและพัฒนาบัณฑิตระดับปริญญาตรี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศ (รพค.) จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2543 ทำงานเป็นอาจารย์สอนวิชาคณิตศาสตร์โรงเรียนทิวไผ่งาม ในปี พ.ศ. 2544 - 2546 และเข้าศึกษาต่อระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2546