บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การอนุมานเชิงสถิติที่เกี่ยวกับประชากร ที่สำคัญและนำมาใช้ประโยชน์มากก็คือ การทดสอบสมมุติฐาน เพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย (mean) และความแปรปรวน (variance) ของประชากร (population) โดยใช้ค่าสังเกต (observation) จากตัวอย่าง (sample) การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยสำหรับประชากร 2 กลุ่ม ส่วนมากใช้ตัวสถิติทดสอบที (Student t-test) และการทดสอบประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม มักจะใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of variance) ซึ่งอาจมีเพียงตัวแปรหรือปัจจัยเดียวหรือหลายๆปัจจัยก็ได้ที่ต้องการศึกษา โดยแต่ละปัจจัยแยกออกเป็นหลายระดับหรือหลายชนิด ซึ่งระดับหรือชนิดของตัวแปรเรียกว่า ทรีทเมนต์ (treatment) การจำแนกข้อมูลโดยอาศัยปัจจัยเพียงอย่างเดียว เรียกว่า การจำแนกแบบทางเดียว (One-way classification) การวิเคราะห์ข้อมูลกรณีนี้ เรียกว่า การวิเคราะห์ทางเดียว ซึ่งผลการวิเคราะห์สรุปได้ 2 กรณี คือ ถ้ายอมรับสมมุติฐาน แสดงว่าค่าเฉลี่ยของประชากรไม่แตกต่างกัน อีกกรณีหนึ่งคือ ปฏิเสธสมมุติฐาน แสดงว่าค่าเฉลี่ยของประชากรแตกต่างกัน ถ้าต้องการทราบเพิ่มเติมว่าแตกต่างกันอย่างไร สามารถวิเคราะห์ต่อโดยใช้ การเปรียบเทียบพหุคูณ (Multiple Comparison)

ในทางปฏิบัติบางครั้ง ผู้วิจัยสามารถทราบแนวโน้มค่าเฉลี่ยที่กำลังศึกษาอยู่ว่าน่าจะเป็นไปในทางใด ทำให้สามารถตั้งสมมุติฐานแย้ง (Alternative hypothesis) ในรูปแบบที่แตกต่างไป คือ

1. กรณีสมมุติฐานแย้งแบบ simple order

$H_1 : u_1 \geqslant u_2 \geqslant \ldots \geqslant u_k$, not all u_i equal

$H_2 : u_1 \leqslant u_2 \leqslant \ldots \leqslant u_k$, not all u_i equal

2. กรณีสมมุติฐานแย้งแบบ partial order

2.1 สมมุติฐานแย้งแบบ simple tree order

$H_3 : u_1 \geqslant u_i$ (i=2,...,k) , not all u_i equal

$H_4 : u_1 \leqslant u_i$ (i=2,...,k) , not all u_i equal

2.2 สมมุติฐานแย้งแบบ simple loop order ตัวอย่าง เช่น

$H_5 : u_1 \leqslant [u_2, u_3] \leqslant u_4 \leqslant \ldots \leqslant u_k$

3. กรณีสมมุติฐานแย้งแบบ linear regression models

$H_6 : u_i = \alpha + \beta u_i$ (i=1,...,k)

เรียกการทดสอบสมมุติฐานแบบนี้ว่า Test of homogeneity of means under order restrictions

Bartholomew (1959a : 36-48 , 1959b : 328-335 , 1961 : 239-281) คำนวณค่าสถิติทดสอบโดยใช้อัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เรียกสถิติทดสอบนี้ว่า Likelihood ratio test สำหรับเปรียบเทียบตั้งแต่ 2 ประชากรขึ้นไป ซึ่งสามารถประยุกต์ใช้ได้ทั้งกรณีที่ทราบพารามิเตอร์และไม่ทราบพารามิเตอร์

Armitage (1955 : 375-386) ได้ใช้ตัวสถิติทดสอบโดยพัฒนามาจากตัวสถิติ χ^2 - test สำหรับข้อมูลจำแนกสองทาง (p x q contingency table) สำหรับการทดสอบสมมุติฐานแบบนี้ คำนวณโดยใช้ค่า c_i (optimum scores , Abelson และ Tukey:1963: 1347-1369) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเป็น ø และเป็นไปตามสมมุติฐานแย้ง เรียกสถิติทดสอบนี้ว่า Test based on scores

ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกศึกษาตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว ดังได้กล่าวมาแล้ว เพราะตัวสถิติทดสอบ F-test เป็นตัวสถิติที่นิยมใช้ในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร ตัวสถิติทดสอบ Likelihood ratio เป็นสถิติทดสอบที่สามารถนำข้อมูลที่ทราบเพิ่มเติมเกี่ยวกับประชากรมาใช้ให้เกิดประโยชน์ และตัวสถิติทดสอบ Based on scores เป็นตัวสถิติที่สามารถนำมาใช้ทดสอบได้อย่างรวดเร็ว เพราะคำนวณง่าย และเนื่องจากยังไม่มีการศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 นี้โดยตรง การวิจัยครั้งนี้จะศึกษาโดยใช้เทคนิคของการชิมูเลชั่นา (Monte Carlo Simulation Technique) ซึ่งเป็นเทคนิคที่จะทำให้ได้ผลสรุปจากสภาพการณ์ที่เป็นการทดลอง คือ สามารถกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างและการแจกแจงของประชากรและอัตราส่วนความแปรปรวนได้โดยการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อวัดอำนาจการทดสอบตัวสถิติทดสอบ 3 ตัวคือ ตัวสถิติทดสอบ F-test ตัวสถิติทดสอบ Likelihood ratio และ ตัวสถิติ Based on scores ที่ใช้ทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร เมื่อข้อมูลมีการจำแนกทางเดียวและสมมุติฐานแย้งเป็นแบบ simple order และ simple tree order

สมมุติฐานของการวิจัย

อำนาจการทดสอบโดยใช้ ตัวสถิติ Likelihood ratio และ Based on scores จะสูงกว่าการใช้ตัวสถิติ F-test เมื่อทราบข้อมูลเพิ่มเติมจากประชากร

ขอบเขตของการวิจัย

1. การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนเป็นแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย Ø และความแปรปรวน σ^2

2. ระดับนัยสำคัญ (level of significance) ของการทดสอบเท่ากับ .Ø5 และ .Ø1

3. ลักษณะการแจกแจงของแต่ละประชากรเป็นแบบปกติ โดยที่มีความแปรปรวนเท่ากัน

4. จำนวนประชากร (k) เท่ากับ 3,4,5 และ 6
ขนาดตัวอย่าง $n_1=n_2=\ldots=n_k$ เท่ากับ 5,1Ø และ 15

5. เปรียบเทียบเฉพาะกรณีที่สมมุติฐานแย้งเป็นแบบ simple order และ simple tree order

ข้อตกลงเบื้องต้น

ขนาดตัวอย่างเท่ากันในทุกประชากร ทั้งนี้เนื่องจากค่าวิกฤต(critical valve) ตัวสถิติ Likelihood ratio test จำเป็นต้องใช้ตารางของ Barlow (1972 : 362) ซึ่งกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างเท่ากันทุกกลุ่ม

คำจำกัดความของเทอมต่างๆ ที่ใช้ในการวิจัย

1. อำนาจการทดสอบ (Power of the test) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ (reject)สมมุติฐานว่าง(nullhypothesis) เมื่อสมมุติฐานว่างนั้นไม่จริง มีค่าเท่ากับ 1-β เมื่อ β คือความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2 (Probability of Type II error)

2. ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 (Type I error) คือการปฏิเสธสมมุติฐานว่างเมื่อสมมุติฐานว่างเป็นจริง

3. ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2 (Type II error) คือการยอมรับ(accept) สมมุติฐานว่าง เมื่อสมมุติฐานว่างนั้นไม่จริง

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้วิจัยสามารถเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรได้อย่างเหมาะสม ในกรณีที่ทราบข้อมูลเพิ่มเติมจากประชากร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย