



บทที่ 1

บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการพิจารณาเลือก ตัวสถิติทดสอบ สำหรับการทดสอบสมมติฐาน เพื่อให้ได้ผลสรุปที่ถูกต้อง เชื่อถือได้ สำหรับงานวิจัยนั้น เป็นสิ่งที่สำคัญมาก ดังนั้นผู้วิจัยจำเป็นต้องพิจารณาเลือกตัวสถิติทดสอบ ที่เหมาะสมกับลักษณะของข้อมูล และ ปัญหาที่ต้องการทดสอบ ทั้งนี้เพราะ ตัวสถิติทดสอบ แต่ละตัว มีข้อตกลงเบื้องต้น (assumption) ที่แตกต่างกันไป เช่น ข้อตกลงเกี่ยวกับ รูปแบบการแจกแจงของประชากร ข้อตกลงเกี่ยวกับ การกระจายของประชากร ฯลฯ

การแจกแจงแบบแกมมา เป็นการแจกแจงชนิดหนึ่ง ที่เราพบอยู่เสมอๆ ในชีวิตประจำวัน เช่น เวลาที่ใช้ไปในการรอคอย จนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจ โดยที่เราไม่อาจคาดหมายได้ว่าเหตุการณ์นั้นจะเกิดขึ้นเมื่อใด ตัวอย่างเช่น ระยะเวลารอคอยจนกระทั่งฝนตกครบ 15 ครั้ง ความทนทานของเสาคอนกรีตซึ่งทนแรงกระแทกขนาด 800 ปอนด์ โดยไม้รวัว ได้อย่างมาก 10 ครั้ง ระดับน้ำขึ้นสูงสุดของแม่น้ำเจ้าพระยาในปีหนึ่งๆ เป็นต้น

การตรวจสอบข้อมูล ที่สนใจศึกษา ว่า มีการแจกแจงเป็นแบบแกมมา ไวบูลล์ และ ลอกนอร์มอลหรือไม่ สามารถทำได้ โดยทำการเปรียบเทียบ การแจกแจงของข้อมูลตัวอย่างที่ได้มา กับการแจกแจงของข้อมูลที่คิดว่าควรจะเป็นแบบแกมมา ไวบูลล์ และ ลอกนอร์มอล แล้วใช้ตัวสถิติทดสอบ ทำการทดสอบ เนื่องจาก ตัวสถิติทดสอบตัวใด จะเหมาะสม สำหรับ ทดสอบการแจกแจงแบบแกมมา

Dahiya and Gurland (ค.ศ 1970) ได้แนะนำตัวสถิติทดสอบ  $Q$  โดยใช้เทคนิคของค่าไค-สแควร์ค่าสุด สำหรับทดสอบการแจกแจงแบบแกมมา และ แบบเอ็กซ์โปเนนเชียล พบว่ากรณีของการแจกแจงแบบแกมมา ตัวสถิติทดสอบ  $Q$  จะมีประสิทธิภาพสูงที่สุด

ต่อมา Joseph and Hosam (ค.ศ 1986) ได้ทำการทดสอบเพื่อดูความแกร่งของตัวสถิติทดสอบ โดยใช้ข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมมา แต่ลองเปลี่ยนรูปร่างของการแจกแจง ( $\alpha$ ) ไปตามค่าต่างๆ และใช้ตัวสถิติทดสอบ 3 ตัวคือ Wilcoxon, Squared-ranks และ Savage พบว่าตัวสถิติทดสอบ Savage เป็นตัวสถิติที่มีความแกร่งมากที่สุด

ผู้วิจัยจึงสนใจ ที่จะศึกษาตัวสถิติทดสอบ สำหรับข้อมูล ที่มีการแจกแจงเป็นแบบแกมมา [โดยลองเปลี่ยนรูปร่างของการแจกแจง ( $\alpha$ ) และ ขนาดของการแจกแจง ( $\beta$ ) ไปตามค่าต่างๆ] และ ของข้อมูลที่มีลักษณะ การแจกแจงในลักษณะคล้ายกันกับการแจกแจงแบบแกมมา โดยใช้ตัวสถิติทดสอบ Savage ตัวสถิติทดสอบ  $Q$  และ ตัวสถิติทดสอบ Gini ที่นักสถิติหลายๆ ท่านได้คิดค้นไว้

### 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบตัวสถิติ ที่ใช้สำหรับทดสอบการแจกแจงแบบแกมมา ไวบูลล์ และ ลอกนอร์มอล โดยใช้ตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว คือ

1. สถิติทดสอบ Gini ( $G_n$ )
2. สถิติทดสอบ Q
3. สถิติทดสอบ Savage ( $T_n$ )

โดยพิจารณาความสามารถ ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจการทดสอบ

### 1.3 สมมติฐานของการวิจัย

1. ตัวสถิติทดสอบ Q จะมีความสามารถ ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้ดีที่สุด
2. เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ตัวสถิติทดสอบ Q จะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด
3. เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กตัวสถิติทดสอบ Savage จะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

### 1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1 ศึกษาความสามารถ ในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว โดยที่ประชากรมีการแจกแจงดังนี้

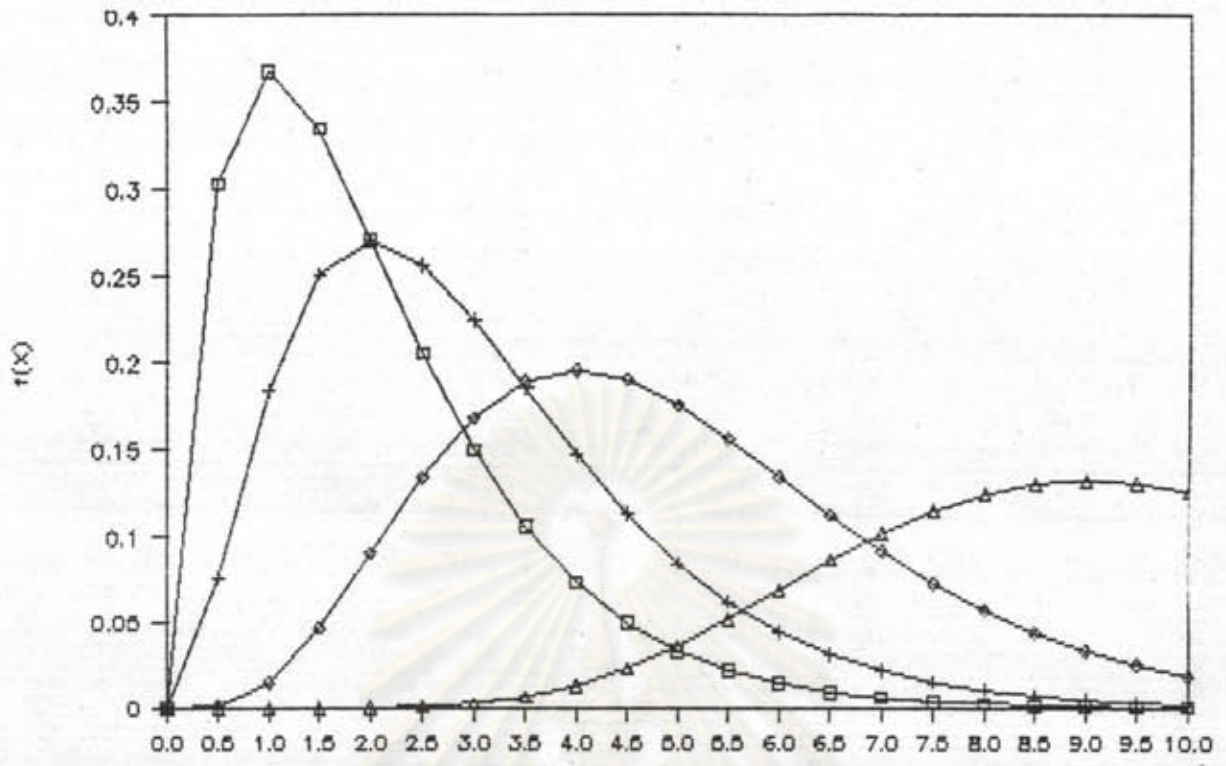
ก) การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution)

โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูปของ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1} \exp(-x/\beta)}{\beta \Gamma(\alpha)} & ; x > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0 & ; \text{อื่นๆ} \end{cases}$$

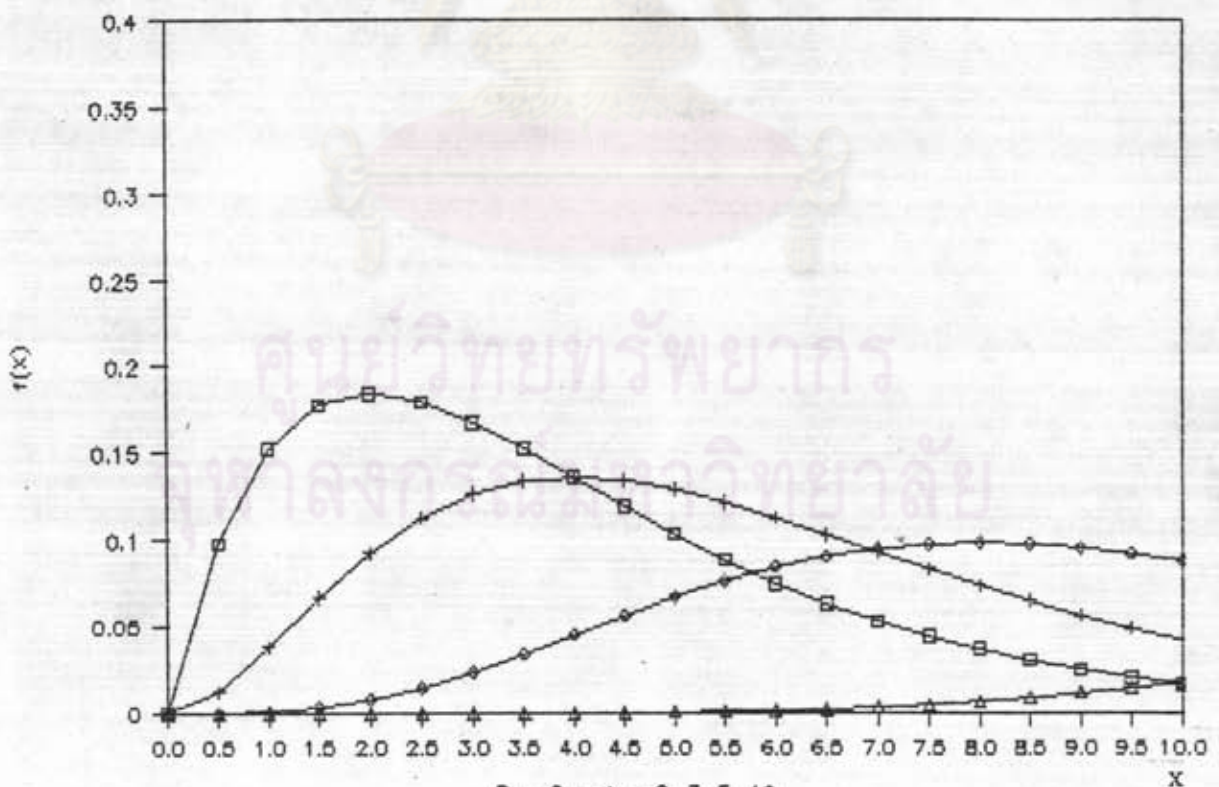
เมื่อ  $\beta$  เป็น scale parameter ซึ่งแสดง ขนาดของการแจกแจง เท่ากับ 1, 2 และ 3

$\alpha$  เป็น shape parameter ซึ่งแสดงรูปร่างของการแจกแจง เท่ากับ 2, 3, 5 และ 10



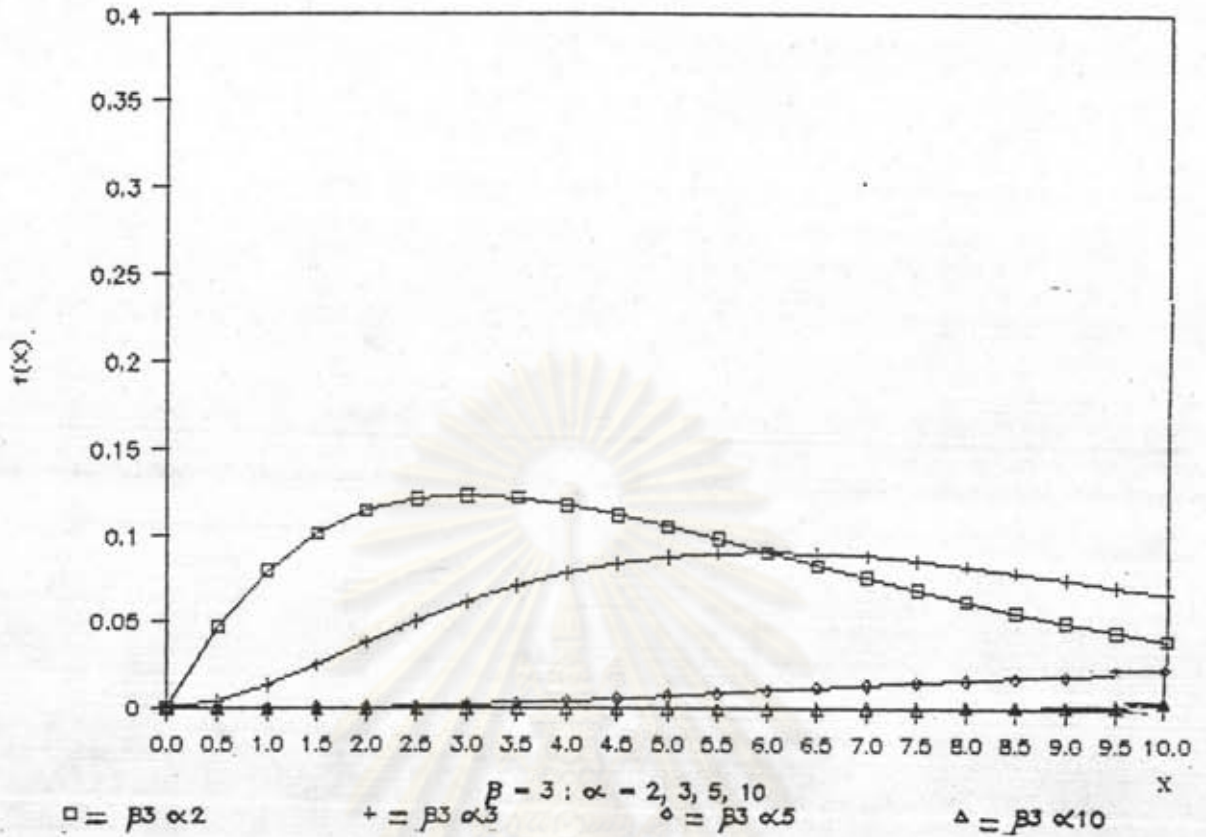
$\square = \beta 1 \propto 2$      
  $+ = \beta 1 \propto 3$      
  $\diamond = \beta 1 \propto 5$      
  $\Delta = \beta 1 \propto 10$

รูปที่ 1.1 แสดงการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อ  $\beta = 1$  ;  $\alpha = 2, 3, 5$  และ  $10$



$\square = \beta 2 \propto 2$      
  $+ = \beta 2 \propto 3$      
  $\diamond = \beta 2 \propto 5$      
  $\Delta = \beta 2 \propto 10$

รูปที่ 1.2 แสดงการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อ  $\beta = 2$  ;  $\alpha = 2, 3, 5$  และ  $10$



รูปที่ 1.3 แสดงการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อ  $\beta = 3$  ;  $\alpha = 2, 3, 5$  และ  $10$

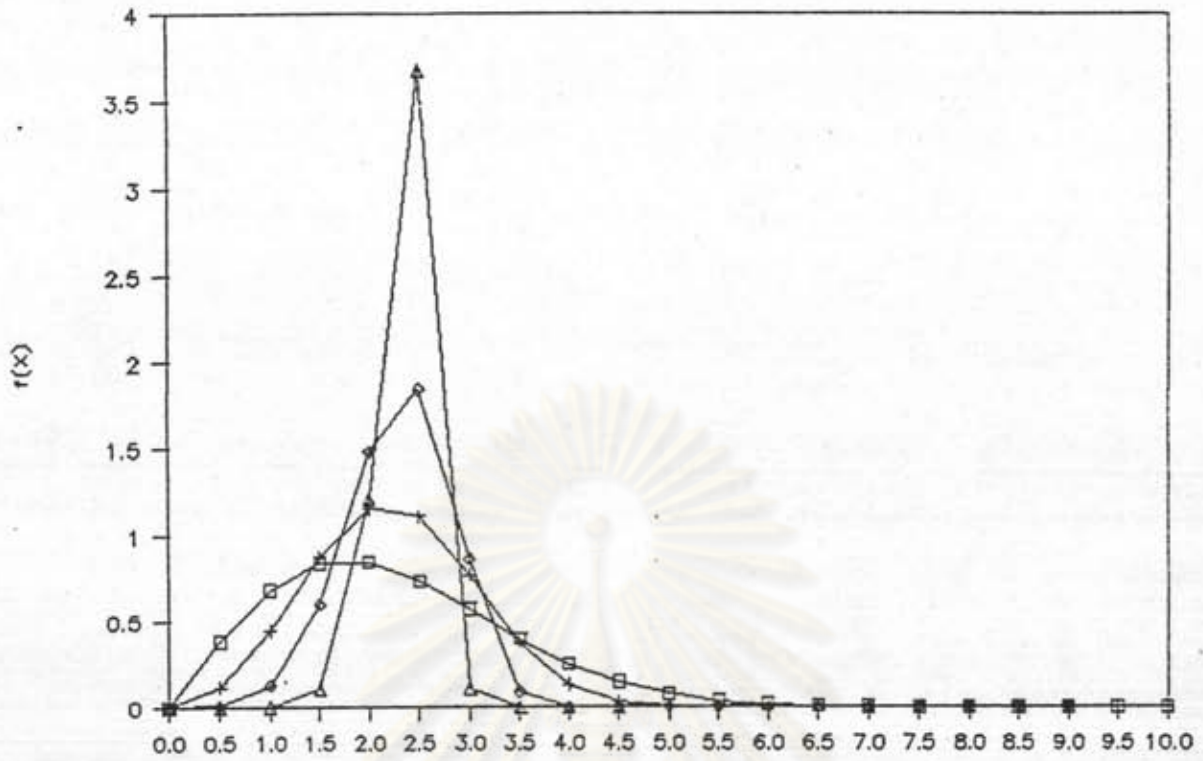
ข) การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution)

โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูป

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha-1}{\alpha} \frac{\alpha}{\beta} \exp(-x/\beta) & ; x > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0 & ; \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

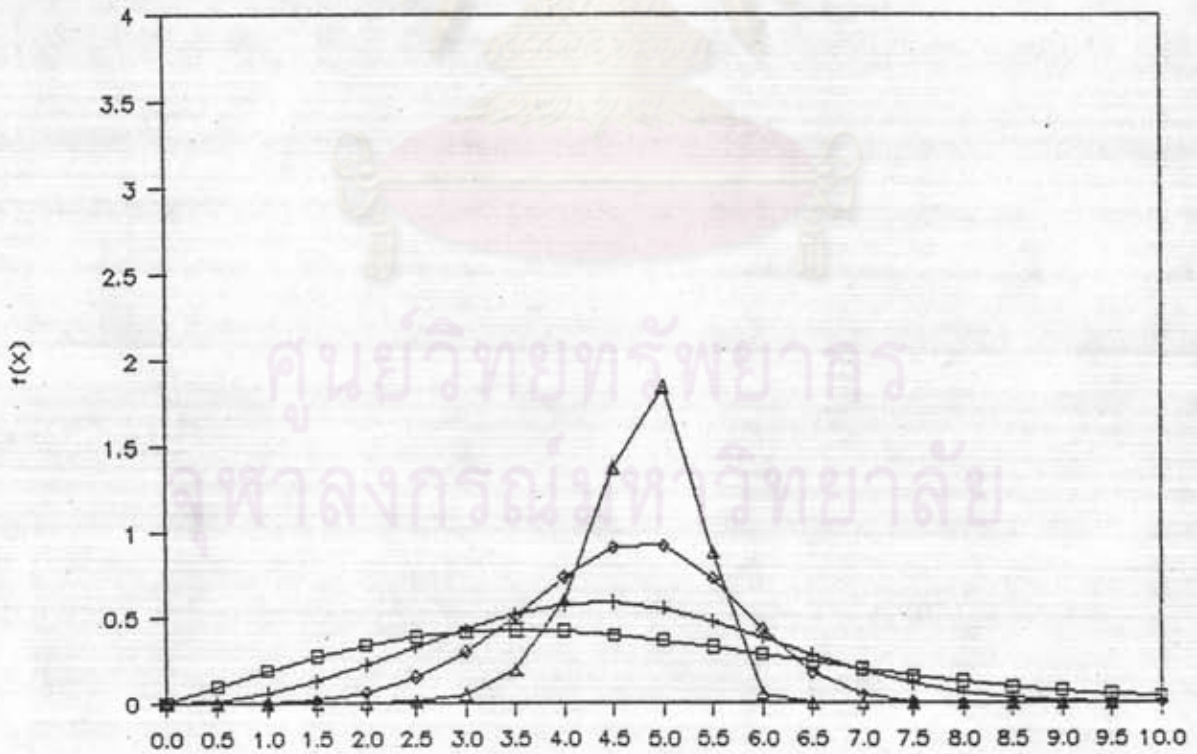
เมื่อ  $\beta$  เป็น scale parameter แสดงขนาดของการแจกแจงเท่ากับ 1, 2 และ 3

$\alpha$  เป็น shape parameter แสดงรูปร่างของการแจกแจงเท่ากับ 2, 3, 5 และ 10



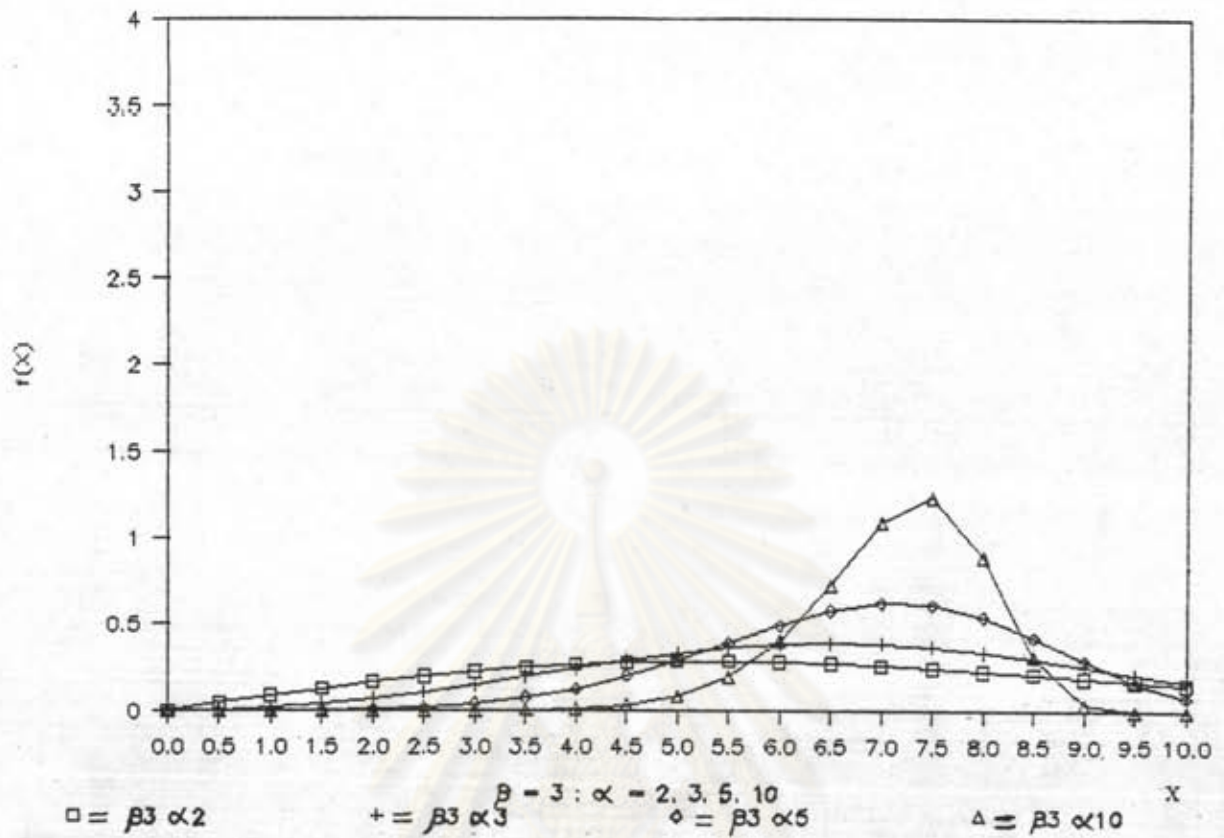
$\square = \beta 1 \propto 2$      
  $+ = \beta 1 \propto 3$      
  $\diamond = \beta 1 \propto 5$      
  $\Delta = \beta 1 \propto 10$      
  $\beta = 1 ; \alpha = 2, 3, 5, 10$

รูปที่ 1.4 แสดงการแจกแจงแบบไวบูลล์ เมื่อ  $\beta = 1 ; \alpha = 2, 3, 5$  และ  $10$



$\square = \beta 2 \propto 2$      
  $+ = \beta 2 \propto 3$      
  $\diamond = \beta 2 \propto 5$      
  $\Delta = \beta 2 \propto 10$      
  $\beta = 2 ; \alpha = 2, 3, 5, 10$

รูปที่ 1.5 แสดงการแจกแจงแบบไวบูลล์ เมื่อ  $\beta = 2 ; \alpha = 2, 3, 5$  และ  $10$



รูปที่ 1.6 แสดงการแจกแจงแบบไวบูลล์ เมื่อ  $\beta = 3$  ;  $\alpha = 2, 3, 5$  และ  $10$

ค) การแจกแจงแบบลอการิทึม (Lognormal Distribution)

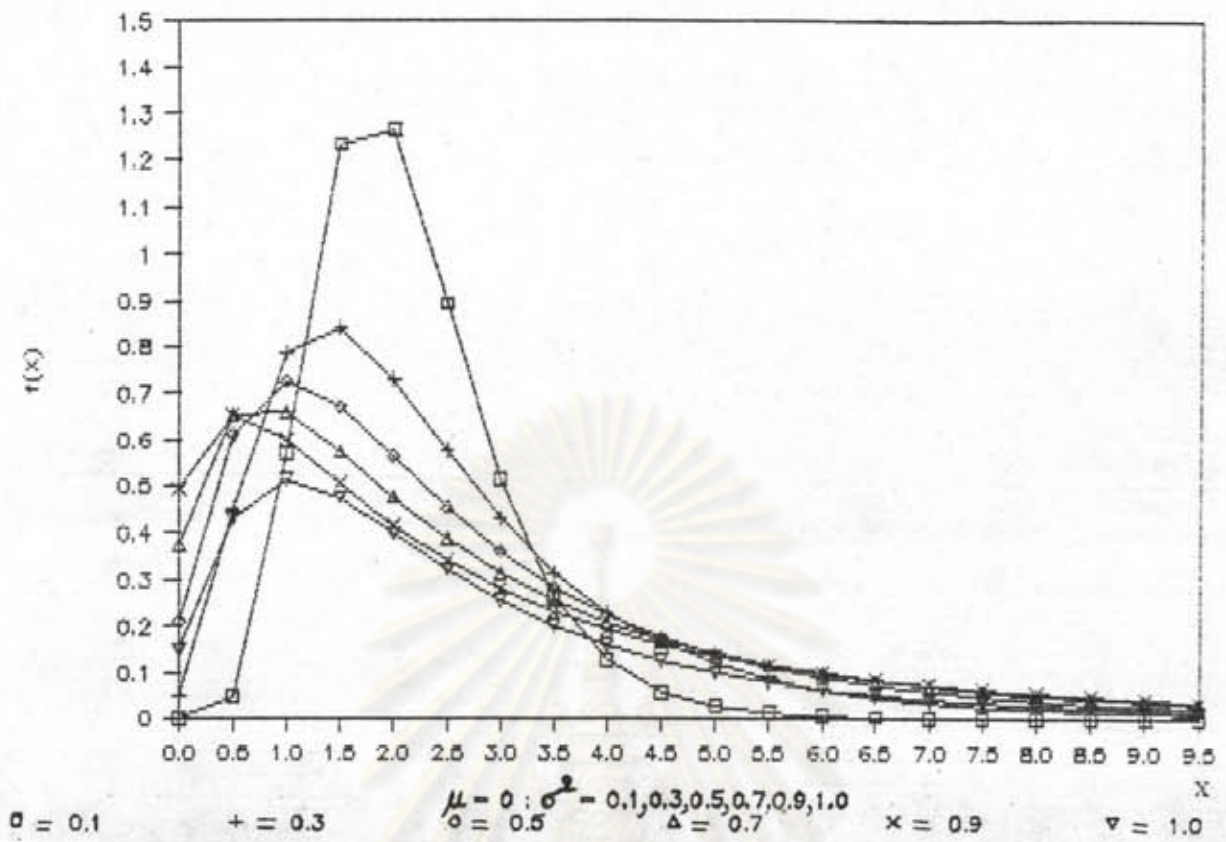
โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูป

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\ln x - \mu)^2 / \sigma^2\right\} & ; x > 0, \sigma^2 > 0, -\mu \in \mathbb{R} \\ 0 & ; \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

เมื่อ  $\mu$  และ  $\sigma^2$  เป็นค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ  $y$

โดยที่  $\mu = 0$  ;  $\sigma^2 = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$  และ  $1.0$  ตามลำดับ

ซึ่ง  $y = \ln x$  และ  $y$  มีการแจกแจงแบบปกติ



รูปที่ 1.7 แสดงการแจกแจงแบบลอการมอลล์  $\mu=0$  ;  $\sigma^2=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$  และ  $1.0$

1.4.2 กำหนดขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 20 50 และ 100

1.4.3 กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ( $\alpha$ ) เท่ากับ 0.10 และ 0.05

การสร้างแบบจำลองข้อมูลให้มีสถานการณ์ตามที่กำหนดไว้ข้างต้นใช้วิธีมอนติคาร์โลซิมูเลชัน (Monte Carlo Simulation Technique) ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM 370/3031 เขียนโปรแกรมด้วยภาษา FORTRAN 77 โดยทำการทดลองซ้ำประมาณ 500 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

1.5 คำจำกัดความ

1. อำนาจของการทดสอบ (Power of test) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง (Null Hypothesis) เมื่อสมมติฐานว่างนั้นไม่จริง
2. ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 (Type I error) หมายถึง ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นจริง

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้ที่ต้องการทดสอบการแจกแจงแบบแกมมา ไวบูลล์ และลอการมอลล์ สามารถเลือกใช้ตัวสถิติ สำหรับทดสอบการแจกแจงทั้ง 3 แบบ ได้อย่างเหมาะสม