บทที่ 2

ทฤษฎีและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ เมื่อค่าสังเกตที่ได้จากการศึกษาอยู่ใต้อิทธิพลของทรีทเมนต์ และตัวแปรร่วมนั้นสามารถทำการวิเคราะห์ได้ โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแบบใช้พารามิเตอร์ (Parametric ANCOVA) ซึ่งมีข้อจำกัดเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน คือความคลาดเคลื่อนต้องมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ แต่ในบางสถานการณ์ข้อมูลที่ศึกษาไม่มีคุณสมบัติเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นดังกล่าว ดังนั้น ผู้วิจัยอาจจะเลือกใช้สถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric Test) มาช่วยในการวิเคราะห์ เพื่อแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นนี้ได้ ซึ่งในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึงวิธีการทดสอบ 2 วิธีด้วยกันคือ Quade's Rank และ Rank Transformation ซึ่งจะได้กล่าวรายละเอียดต่อไป

2.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม เป็นการรวมเอาวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนกับการวิเคราะห์ความถดถอยเข้าด้วยกัน โดยมีการวัดตัวแปรที่ร่วมมากับหน่วยทดลอง และถือว่าเป็นตัวแปรร่วม เพิ่มขึ้นจากการวัดตัวแปรตามอีกอย่างน้อย 1 ตัว ตัวแปรร่วมนี้จะเป็นแหล่งความแปรปรวนที่มิได้ควบคุมด้วยการทดลอง และเชื่อว่ามีผลต่อตัวแปรตาม ดังนั้น ในวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมนี้จะเป็นการปรับผลการทดลอง โดยขจัดส่วนที่มิได้ควบคุม อันเป็นผลจากตัวแปรร่วมออกไป

ตัวแบบของการวิเคราะห์ความแปรปรวนของแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ เป็นดังนี้

$$Y_{ij} = \mu + T_i + \epsilon_{ij} \quad ; \quad i = 1,2,.....,t \qquad .....(2.1)$$
$$j = 1,2,.....,n_i$$

ในการวิเคราะห์ตัวแปรร่วม ตัวแปรร่วมจะมีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกับตัวแปรตาม ซึ่งมีตัวแบบเป็นเส้นถดถอย ดังนี้

$$Y_{ij} = \mu + \beta(X_{ij} - \overline{X}..) + \epsilon_{ij} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,t \quad .....(2.2)$$
$$j = 1,2,\ldots,n_i$$

ตัวแบบ สำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม ในแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ เกิดจาก 2 โมเดลข้างต้นรวมกัน ดังนี้

1/

ตัวแบบผลบวกสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

$$Y_{ij} = \mu + T_i + \beta(X_{ij} - \overline{X}..) + \epsilon_{ij} \quad ; \quad i=1,2,\ldots,t \quad .....(2.3)$$
$$j=1,2,\ldots,n_i$$

โดยที่ Y_{ij} หมายถึง ค่าสังเกตจากหน่วยทดลองที่ j ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

μ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของประชากร

T_i หมายถึง อิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i

β หมายถึง สัมประสิทธิ์ของการถดถอยรวมของ Y บน X

$X_{ij} - \overline{X}..$ หมายถึง ค่าเบี่ยงเบนของตัวแปรร่วมที่ (i,j) จากค่าเฉลี่ยทั้งหมดของตัวแปรร่วม

ϵ_{ij} หมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนของการทดลองจากหน่วยทดลองที่ (i,j)

1/ สุรพล อุปดิสสกุล,ดร., สถิติการวางแผนการทดลอง,(กรุงเทพมหานคร: แอ็สเสทการพิมพ์, 2526) หน้า 351.

โดยที่ ϵ_{ij} ในตัวแบบของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมใน (2.3) จะน้อยกว่าตัวแบบของการวิเคราะห์ความแปรปรวน เพราะได้มีการขจัดความผันแปรของ Y ที่เกิดจากความแตกต่างในค่าที่เป็นตัวแปรร่วม (covariate) ออกไปแล้ว ซึ่งแสดงได้ ดังนี้

จากตัวแบบ (2.2) อาจเขียนเป็นตัวแบบจากตัวอย่างได้ ดังนี้

$$\hat{y}_{ij} = \bar{y}.. + b(x_{ij} - \bar{x}..)$$

$$y_{ij} - \hat{y}_{ij} = y_{ij} - \bar{y}.. - b(x_{ij} - \bar{x}..)$$

หรือ $y = bx + e$ .....(2.4)

โดยวิธี Least-Square Method จะได้ว่า

$$b = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}$$

โดยที่ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าต่ำสุด(least)

จากสมการ (2.4) $e = y - bx$

ดังนั้น $\Sigma e^2 = \Sigma(y - bx)^2$

$= \Sigma y^2 - 2b\Sigma xy + b^2\Sigma x^2$

แทนค่า b ได้

$$\Sigma e^2 = \Sigma y^2 - \frac{2\Sigma xy}{\Sigma x^2} \cdot \Sigma xy + \frac{(\Sigma xy)^2}{(\Sigma x^2)^2} \Sigma x^2$$

$$= \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma x^2}$$

จะเห็นได้ว่าปริมาณความแปรปรวนสุ่มซึ่งคิดเป็นผลรวมกำลังสอง จะลดลงเท่ากับ $\frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma x^2}$ ซึ่งเป็นปริมาณการลดลงของผลรวมกำลังสองของ y อันเนื่องจากการถดถอยของ x และผลรวมกำลังสองของ y ที่หักอิทธิพลความถดถอยของ x ออกแล้วนี้จะเรียกว่า ผลรวมกำลังสองปรับแล้ว (adjusted SS of y)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2 <u>ข้อตกลงเบื้องต้นในการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม</u>

เนื่องจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม เป็นวิธีผสมระหว่างการวิเคราะห์ความแปรปรวนกับการวิเคราะห์ความถดถอย ดังนั้น ข้อตกลงของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมจึงเป็นข้อตกลงเบื้องต้นร่วมกันระหว่างการวิเคราะห์ความแปรปรวนกับการวิเคราะห์ความถดถอย

1. ข้อตกลงเกี่ยวกับตัวแปรตาม (Dependent variable) เป็นเช่นเดียวกับข้อตกลงของการวิเคราะห์ความแปรปรวน คือ

1.1 กลุ่มตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ (Normality of Conditional Y Scores)

1.2 กลุ่มตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากัน หรือความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มมีความเป็นเอกพันธ์ (Homogeneity of Variance of Conditional Y Scores)

1.3 ตัวแปรตามจะต้องมีความเป็นบวก (Additivity) กล่าวคือ ผลที่ได้จากองค์ประกอบต่าง ๆ นั้น สามารถแยกออกเป็นส่วน ๆ ที่เป็นอิสระต่อกันและรวมกันได้

2. ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรร่วม (covariate) และตัวแปรตามจะมีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง (Linearity)

3. มีความเป็นเอกพันธ์ของสัมประสิทธิ์การถดถอย (Homogeneity of Regression Coefficients) นั่นคือ สัมประสิทธิ์ของเส้นถดถอยของประชากรต้องเท่ากัน

4. ตัวแปรร่วม X ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระ ถือว่าไม่ถูกอิทธิพลของทรีทเมนต์ และการวัดไม่มีความคลาดเคลื่อน (Fixed covariate Values that are Error Free)

5. ความคลาดเคลื่อนของการทดลอง เกิดขึ้นโดยสุ่ม (Randomization) เป็นอิสระต่อกัน และมีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และมีค่าความแปรปรวนเป็น σ^2

ถ้าข้อมูลที่ศึกษาเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น การใช้สถิติทดสอบแบบใช้พารามิเตอร์ก็จะมีประสิทธิภาพ ในการสรุปผลการวิจัย ก็จะเป็นไปอย่างถูกต้อง น่าเชื่อถือ แต่สิ่งที่มักเกิดขึ้นอยู่เสมอในการวิจัย ก็คือ ข้อมูลไม่สอดคล้องกับข้อตกลงเบื้องต้น ผลกระทบที่ตามมาจะมีดังนี้

2.3 <u>การฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้น</u> 1/

ในหัวข้อ 2.2 ได้กล่าวถึงข้อตกลงเบื้องต้น ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมมาแล้ว ซึ่งมีความจำเป็นในการทดสอบสมมติฐานมาก Cochern และ Cox (1957) ได้กล่าวไว้ว่า การขาดข้อตกลงเบื้องต้นจะมีผลกระทบต่อระดับความมีนัยสำคัญของการทดสอบ และความไวของตัวทดสอบ เช่น ถ้าทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ซึ่งที่จริงแล้ว อาจจะอยู่ที่ระดับ 0.04 หรือ 0.07 ก็ได้ การขาดความไว ก็จะทำให้มีผลต่ออำนาจในการทดสอบลดลง และทำให้การทดสอบเอฟ เกิดความลำเอียงในการทดสอบได้ (อุทุมพร ทองอุไทย, 2523)

2.3.1 ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างต้องถูกสุ่มมาจากประชากร ที่มีการแจกแจงแบบปกตินั้น ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ และต้องการทดสอบ ว่าข้อมูลเหล่านั้นจะมีการแจกแจงปกติหรือไม่ สามารถทำการทดสอบได้โดยใช้การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี (Goodness of fit) แต่ในทางปฏิบัติค่อนข้างจะกระทำได้ยากสำหรับกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก เราไม่สามารถจะทดสอบว่ามีการแจกแจงเป็นแบบปกติหรือไม่ แต่ถ้ามีเหตุผลสงสัยว่าการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติแล้ว การทดสอบโดยใช้ F test สำหรับข้อมูลนั้น จะให้ผลไม่ถูกต้องกล่าวคือ จะมีผลกระทบต่อการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติ คือ ทำให้มีนัยสำคัญมากกว่าที่ควรจะเป็น

1/ Bradley E. Huitema, <u>The Analysis of Covariance and Alternatives</u>, p. 98 - 122.

2.3.2 การฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้น เกี่ยวกับความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนของประชากร แต่ละกลุ่มนั้น จะทำให้ผลการทดสอบเกิดความคลาดเคลื่อนได้ กล่าวคือ จะทำให้มีนัยสำคัญมากกว่าที่ควรจะเป็น

2.3.3 การฝ่าฝืนอิทธิพลของทรีทเมนต์ และสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ เป็นแบบบวกนั้น พบว่ามีผลกระทบน้อย อาจจะทำการแก้ไข โดยการแปลงข้อมูล เพื่อให้ได้ผลรวมตามที่กำหนด

2.3.4 Myers (1979) ได้กล่าวว่า ถึงแม้จะใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างและตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบปกติก็ตาม ถ้าลักษณะข้อมูลที่ศึกษาฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นของความเป็นเส้นตรงระหว่างตัวแปรร่วมและตัวแปรตาม แล้วจะทำให้ประสิทธิภาพของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมลดลง [1/]

2.3.5 ถ้าสัมประสิทธิ์ของการถดถอยไม่มีความเป็นเอกพันธ์ (Heterogeneity) จะทำให้สูญเสียอำนาจของการทดสอบ

2.3.6 ถ้าตัวแปรร่วม ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระ ไม่เป็นอิสระจากทรีทเมนต์แล้ว จะทำให้การเปรียบเทียบทรีทเมนต์มีความคลาดเคลื่อนได้ และถ้าการวัดมีความคลาดเคลื่อน (error in measurement) ก็จะทำให้การวิเคราะห์ มีความแม่นยำต่ำ (Albert R. Wildt, 1978)

2.3.7 ถ้าความคลาดเคลื่อนของการทดลอง ไม่เกิดขึ้นโดยสุ่มและเป็นอิสระต่อกัน ผลของการฝ่าฝืน จะทำให้เกิดความลำเอียงในการทดสอบเอฟ กล่าวคือ จะทำให้มีนัยสำคัญมากกว่าที่ควรจะเป็น

1/ Jerome L. Myers, Fundamentals of Experimental Design, 3rd ed. (Boston: Allyn and Bacon, Inc; 1979), p. 409.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

018521

ลักษณะข้อมูลของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม ในแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ จะแสดงไว้ในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ลักษณะข้อมูลของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมในแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

ค่าสังเกตที่	ทรีทเมนต์ (i = 1,2,.....,t)							ผลรวม
	1		2		....	t		
	y_{i1}	x_{i1}	y_{i1}	x_{i1}	....	y_{i1}	x_{i1}	
1	y_{i1}	x_{i1}	y_{21}	x_{21}	....	y_{t1}	x_{t1}	
2	y_{i2}	x_{i2}	y_{22}	x_{22}	....	y_{t2}	x_{t2}	
.	.	.	.	.	....	.	.	
.	.	.	.	.	....	.	.	
n_i	y_{in_1}	x_{in_1}	y_{2n_2}	x_{2n_2}	....	y_{tn_t}	x_{tn_t}	
ผลรวม	$T_{y1.}$	$T_{x1.}$	$T_{y2.}$	$T_{x2.}$	....	$T_{yt.}$	$T_{xt.}$	$T_{y..}$ $T_{x..}$
ค่าเฉลี่ย	$\bar{y}_{i.}$	$\bar{x}_{i.}$	$\bar{y}_{2.}$	$\bar{x}_{2.}$	....	$\bar{y}_{t.}$	$\bar{x}_{t.}$	$\bar{y}_{..}$ $\bar{x}_{..}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สมมติฐานหลักที่ต้องการทดสอบ คือ

H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ ($T_1 = T_2 = ... = T_t$)

H_1 : มีทรีทเมนต์อย่างน้อยที่สุด 2 ทรีทเมนต์ ที่มีความแตกต่างกัน

เกณฑ์การตัดสินใจ

ในการทดสอบจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก (H_0) เมื่อค่า F จากการคำนวณมีค่ามากกว่าค่าที่ได้จากการเปิดตาราง F ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ (t-1) และ (n-t-p) เมื่อ p คือ จำนวนตัวแปรร่วม (ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ ใช้ p = 1)

ตารางที่ 2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม ในแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

Source of Variation	Degrees of Freedom	Sum of Squares and Cross Products			Adjusted Sum of Squares	Degrees of Freedom	Adjusted Mean Squares	F - Ratio
		XX	XY	YY				
TREATMENT/ Group	$t - 1$	B_{xx}	B_{xy}	B_{yy}	$B_{yy(adj)}$	$t - 1$	$\frac{B_{yy(adj)}}{t - 1}$	$\frac{MSB_{(adj)}}{MSE_{(adj)}}$
Error	$n - t$	E_{xx}	E_{xy}	E_{yy}	$E_{yy(adj)}$	$n - t - 1$	$\frac{E_{yy(adj)}}{n - t - 1}$	
TOTAL	$n - 1$	T_{xx}	T_{xy}	T_{yy}	$T_{yy(adj)}$	$n - 2$		

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณในการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม

TOTAL SUM OF SQUARE

$$T_{YY} = \sum_{i}\sum_{j} y^2_{ij} - [(\sum_{i}\sum_{j} y_{ij})^2/n]$$

$$T_{XX} = \sum_{i}\sum_{j} x^2_{ij} - [(\sum_{i}\sum_{j} x_{ij})^2/n]$$

$$T_{XY} = \sum_{i}\sum_{j} x_{ij} y_{ij} - [(\sum_{i}\sum_{j} x_{ij})(\sum_{i}\sum_{j} y_{ij}/n]$$

TREATMENT SUM OF SQUARE

$$B_{YY} = \sum_{i} [T^2_{yi.}/n_i] - (T^2_{y..})/n$$

$$B_{XX} = \sum_{i} [T^2_{xi.}/n_i] - (T^2_{x..})/n$$

$$B_{XY} = \sum_{i} [(T_{xi.} \; T_{yi.})/n_i] - (T_{x..}T_{y..})/n$$

ERROR SUM OF SQUARE

$$E_{YY} = T_{YY} - B_{YY}$$

$$E_{XX} = T_{XX} - B_{XX}$$

$$E_{XY} = T_{XY} - B_{XY}$$

ADJUSTED SUM OF SQUARE

$$T_{YY\,(adj)} = T_{YY} - (T^2_{XY}/T_{XX})$$

$$E_{YY\,(adj)} = E_{YY} - (E^2_{XY}/E_{XX})$$

$$B_{YY\,(adj)} = T_{YY(adj)} - E_{YY\,(adj)}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.4 วิธีทดสอบของเควดแรงค์ (Quade' Rank)

เป็นการทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของประชากร ซึ่ง Dana Quade. (1967) ได้ศึกษาและสร้างสถิติทดสอบนี้ขึ้น เพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม สำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ สำหรับรายละเอียดของการทดสอบเป็นดังนี้

สมมติฐานที่ทดสอบ

H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ ($T_1 = T_2 = \ldots = T_t$)

H_1 : มีทรีทเมนต์อย่างน้อยที่สุด 2 ทรีทเมนต์ ที่มีความแตกต่างกัน

หลักการ

จากค่าสังเกตุที่ได้จากการศึกษา (หรือตัวแปรตาม (Y)) ซึ่งอยู่ใต้อิทธิพลของทรีทเมนต์และตัวแปรร่วม (X) จะถูกนำมาสร้างตัวแปรใหม่ คือ ตัวแปร Z ซึ่งตัวแปร Z นี้จะถูกนำมาวิเคราะห์ โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (One - way Analysis of Variance)

ขั้นตอนในการทดสอบ

ให้ y_{ij} และ x_{ij} เป็นค่าสังเกตจากหน่วยทดลองที่ j ในทรีทเมนต์ที่ i

โดยที่ $i = 1,2\ldots,t$ และ $j = 1,2,\ldots,n_i$

1. ให้ $R(y_{ij})$ เป็นค่าที่จัดเรียงอันดับของค่าสังเกตหรือตัวแปรตาม Y (รวมทุกกลุ่ม = n) จาก 1 ถึง n โดยเรียงจากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด ถ้าค่าสังเกตซ้ำกัน ให้ใช้ค่าอันดับเฉลี่ย

ให้ $R_{ij} = R(y_{ij}) - [(n+1)/2]$ โดยที่ $\sum_i \sum_j R_{ij} = 0$

จะได้ R เป็น เมตริกซ์ n x 1

2. ให้ $R(x_{ij})$ เป็นค่าที่จัดเรียงอันดับของตัวแปรร่วม X (รวมทุกกลุ่ม = n) จาก 1 ถึง n โดยเรียงจากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด ถ้าค่าสังเกตซ้ำกันให้ใช้ค่าอันดับเฉลี่ย

ให้ $C_{ij} = R(x_{ij}) - [(n+1)/2]$ โดยที่ $\sum_i \sum_j C_{ij} = 0$

จะได้ C เป็นเมตริกซ์ n x p ; เมื่อ p = จำนวนตัวแปรร่วม

3. คำนวณค่า $\hat{R} = C(C'C)^{-1}(C'R)$

4. สร้างตัวแปรใหม่ คือ Z_{ij}

โดยที่ $Z_{ij} = R_{ij} - \hat{R}_{ij}$

5. คำนวณค่า $A = \sum_{i} (\sum_{j} Z_{ij})^2 / n_i$

6. คำนวณค่า $B = [\sum_{i} \sum_{j} Z^2_{ij} - \sum_{i} (\sum_{j} Z_{ij})^2 / n_i]$

โดยที่ $\sum_{i} \sum_{j} Z_{ij} = 0$

7. คำนวณค่าสถิติ จากสูตร

$$FQ = \frac{A(n-t)}{B(t-1)}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2.3 แสดงการวิเคราะห์ข้อมูล โดยวิธี Quade's Rank

ทรีทเมนต์	y_{ij} x_{ij}	$R(y_{ij})$ $R(x_{ij})$	R_{ij} C_{ij}	$\hat{R}_{ij}$ Z_{ij}
1	y_{11} x_{11}	$R(y_{11})$ $R(x_{11})$	R_{11} C_{11}	$\hat{R}_{11}$ Z_{11}
	y_{12} x_{12}	$R(y_{12})$ $R(x_{12})$	R_{12} C_{12}	$\hat{R}_{12}$ Z_{12}
	. .	. .	. .	. .
	. .	. .	. .	. .
	y_{1n_1} x_{1n_1}	$R(y_{1n_1})$ $R(x_{1n_1})$	R_{1n_1} C_{1n_1}	$\hat{R}_{1n_1}$ Z_{1n_1}
2	y_{21} x_{21}	$R(y_{21})$ $R(x_{12})$	R_{21} C_{21}	$\hat{R}_{21}$ Z_{21}
	y_{22} x_{22}	$R(y_{22})$ $R(x_{22})$	R_{22} C_{22}	$\hat{R}_{22}$ Z_{22}
	. .	. .	. .	. .
	. .	. .	. .	. .
	y_{2n_2} x_{2n_2}	$R(y_{2n_2})$ $R(x_{2n_2})$	R_{2n_2} C_{2n_2}	$\hat{R}_{2n_2}$ Z_{2n_2}
.	. .	. .	. .	. .
.	. .	. .	. .	. .
t	y_{t1} x_{t1}	$R(y_{t1})$ $R(x_{t1})$	R_{t1} C_{t1}	$\hat{R}_{t1}$ Z_{t1}
	y_{t2} x_{t2}	$R(y_{t2})$ $R(x_{t2})$	R_{t2} C_{t2}	$\hat{R}_{t2}$ Z_{t2}
	. .	. .	. .	. .
	. .	. .	. .	. .
	y_{tn_t} x_{tn_t}	$R(y_{tn_t})$ $R(x_{tn_t})$	R_{tn_t} C_{tn_t}	$\hat{R}_{tn_t}$ Z_{tn_t}
ผลรวม		0 0	0 0	0 0

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของวิธี Quade's Rank

Source of Variation	d.f.	Sum of Squares	Mean Squares	F-ratio
TREATMENT	t-1	$\frac{1}{n_{\cdot}} \sum_{i} \left(\sum_{j} Z_{ij} \right)^2 = A$	$\frac{A}{(t-1)}$	$FQ = \frac{A(n-t)}{B(t-1)}$
ERROR	n-t	$\left[\sum_{i} \sum_{j} Z_{ij}^2 - \frac{1}{n_{\cdot}} \sum_{i} \left(\sum_{j} Z_{ij} \right)^2 \right] = B$	$\frac{B}{(n-t)}$	
TOTAL	n-1	$\sum_{i} \sum_{j} Z_{ij}^2$		

เกณฑ์การตัดสินใจ

จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อค่าสถิติ FQ ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าที่ได้จากการเปิดตาราง F ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ (t-1) และ (n-t)

2.5 วิธีทดสอบแบบ Rank Transformation

เป็นสถิติการทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่ง Conover, W.J. และ Jman, (1982) ได้ศึกษาและสร้างสถิติทดสอบนี้ขึ้น โดยอาศัย Rank Transformation มาประยุกต์กับปัญหานี้ ซึ่งทำได้ โดยการจัดอันดับของข้อมูลร่วมกัน แล้วใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมกับอันดับของข้อมูลเหล่านั้น รายละเอียดของการทดสอบเป็น ดังนี้

<u>สมมติฐานที่ทดสอบ</u>

H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์($T_1 = T_2 = \ldots = T_t$)

H_1 : มีทรีทเมนต์อย่างน้อยที่สุด 2 ทรีทเมนต์ที่มีความแตกต่างกัน

<u>ขั้นตอนในการทดสอบ</u>

1. ให้ $R(y_{ij})$ เป็นค่าที่จัดเรียงอันดับของค่าสังเกตหรือตัวแปรตาม (Y) (รวมทุกกลุ่ม = n) จาก 1 ถึง n โดยเรียงจากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด ถ้าค่าสังเกตซ้ำกันให้ใช้ค่าอันดับเฉลี่ย

2. ให้ $R(x_{ij})$ เป็นค่าที่จัดเรียงอันดับของตัวแปรร่วม X (รวมทุกกลุ่ม = n) จาก 1 ถึง n ในลักษณะเช่นเดียวกับตัวแปรตาม Y

3. นำค่าอันดับของข้อมูล Y และ X ไปทำการวิเคราะห์ด้วยวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม ซึ่งลักษณะของข้อมูลที่นำมาใช้วิเคราะห์ และขั้นตอนการวิเคราะห์เป็นดังนี้

<u>ตารางที่ 2.5</u> ลักษณะข้อมูลของการวิเคราะห์ โดยวิธี Rank Transformation

ค่าสังเกตที่	TREATMENT (i = 1,2,....,t)							
	1		2		.....	t		
	$R(y_{ij})$	$R(x_{ij})$	$R(y_{ij})$	$R(x_{ij})$	.....	$R(y_{ij})$	$R(x_{ij})$	
1	$R(y_{11})$	$R(x_{11})$	$R(y_{21})$	$R(x_{21})$	.....	$R(y_{t1})$	$R(x_{t1})$	
2	$R(y_{12})$	$R(x_{12})$	$R(y_{22})$	$R(x_{22})$	.....	$R(y_{t2})$	$R(x_{t2})$	
.	.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	.	
n_i	$R(y_{1n_1})$	$R(x_{1n_1})$	$R(y_{2n_2})$	$R(x_{2n_2})$	.....	$R(y_{tn_t})$	$R(x_{tn_t})$	
ผลรวม	$R(T_{y1.})$	$R(T_{x1.})$	$R(T_{y2.})$	$R(T_{x2.})$	.....	$R(T_{yt.})$	$R(T_{xt.})$	

ตารางที่ 2.6 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของวิธี Rank Transformation

Source of Variation	d.f.	Adjusted Sum of Squares	Adjusted Mean Square	F - ratio
TREATMENT	t-1	$RB_{yy(adj)}$	$RB_{yy(adj)}/(t-1)$	$FR = \frac{MSRB_{(adj)}}{MSRE_{(adj)}}$
ERROR	n-t-1	$RE_{yy(adj)}$	$RE_{yy(adj)}/(n-t-1)$	
TOTAL	n-2	$RT_{yy(adj)}$		

เกณฑ์การตัดสินใจ

จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อค่าสถิติ FR ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าที่ได้จากการเปิดตาราง F ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ (t-1) และ (n-t-1)

สัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณ โดยวิธี Rank Transformation

TOTAL SUM OF SQUARE

$$RT_{yy} = \sum_{i} \sum_{j} R^2 (y_{ij}) - \frac{n}{4}(n+1)^2$$

$$RT_{xx} = \sum_{i} \sum_{j} R^2 (x_{ij}) - \frac{n}{4}(n+1)^2$$

$$RT_{xy} = \sum_{i} \sum_{j} R (x_{ij})\, R (y_{ij}) - \frac{n}{4}(n+1)^2$$

TREATMENT SUM OF SQUARE

$$RB_{yy} = \sum_{i} \frac{R^2 (T_{yi.})}{n_i} - \frac{n (n+1)^2}{4}$$

$$RBxx = \sum_{i} \frac{R^2 (T_{xi.})}{n_i} - \frac{n (n+1)^2}{4}$$

$$RB_{xy} = \sum_{i} \frac{R (T_{yi.}) R (T_{xi.})}{n_i} - \frac{n (n+1)^2}{4}$$

ERROR SUM OF SQUARE

$$RE_{yy} = RT_{yy} - RB_{yy}$$

$$RE_{xx} = RT_{xx} - RB_{xx}$$

$$RE_{xy} = RT_{xy} - RB_{xy}$$

ADJUSTED SUM OF SQUARE

$$RT_{yy\ (adj)} = RT_{yy} - (RT_{xy})^2 / RT_{xx}$$

$$RT_{yy\ (adj)} = RE_{yy} - (RE_{xy})^2 / RE_{xx}$$

$$RB_{yy\ (adj)} = RT_{yy\ (adj)} - RE_{yy(adj)}$$

2.6 ตัวอย่างการคำนวณหาค่าสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี

ในการวิเคราะห์ความแตกต่างของคุณภาพอาหารที่มีต่อการเจริญเติบโตของหมู โดยมีการจดบันทึกน้ำหนัก เมื่อเริ่มทดลอง (x)และน้ำหนักสุดท้าย เมื่อได้รับอาหารแล้ว (y)ได้ข้อมูลเป็นดังนี้

จำนวนซ้ำ Replication	อาหารชนิดที่ 1		อาหารชนิดที่ 2		อาหารชนิดที่ 3	
	y	x	y	x	y	x
1	150	20	190	30	217	30
2	180	29	201	29	205	28
3	192	28	174	32	200	34
4	184	26	180	25	191	26
รวม	706	103	745	116	813	118
ค่าเฉลี่ย	176.50	25.75	186.25	29.00	203.25	29.50

<u>สมมติฐานของการทดสอบ</u>

H_0 : คุณภาพของอาหารโดยเฉลี่ยแล้วไม่แตกต่างกัน

H_A : คุณภาพของอาหารโดยเฉลี่ยแล้วมีความแตกต่างกัน

<u>วิธีที่ 1 วิธีทดสอบแบบ Rank Transformation</u>

1. จัดอันดับค่าสังเกตให้แก่ตัวแปรตาม (y) ร่วมกันทุกตัวจาก 1 ถึง n (ในที่นี้ n = 12) โดยเรียงจากค่าน้อยที่สุด ไปหาค่ามากที่สุด ถ้าค่าสังเกตซ้ำกัน ให้ใช้ค่าอันดับเฉลี่ย

2. จัดอันดับค่าสังเกตให้แก่ตัวแปรร่วม (x) ร่วมกันทุกตัว เช่นเดียวกับตัวแปรตาม (y) จะได้ตารางดังต่อไปนี้

จำนวนซ้ำ Replication	อาหารชนิดที่ 1		อาหารชนิดที่ 2		อาหารชนิดที่ 3	
	R(y)	R(x)	R(y)	R(x)	R(y)	R(x)
1	1	1	6	9.5	12	9.5
2	3.5	7.5	10	7.5	11	5.5
3	8	5.5	2	11	9	12
4	5	3.5	3.5	2	7	3.5
ผลรวม	17.5	17.5	21.5	30.0	39	30.5
ผลรวมกำลังสอง	102.25	99.75	152.25	271.50	395.00	276.75

2. นำค่าอันดับของ y และ x ไปคำนวณตามวิธี Parametric ANCOVA ดังนี้

$$C.T = \frac{n(n+1)^2}{4} = \frac{12(12+1)^2}{4} = 507$$

$$RT_{yy} = [(1)^2 + (3.5)^2 + \ldots + (7)^2] - C.T = 649.5 - 507 = 142.5$$

$$RT_{xx} = [(1)^2 + (7.5)^2 + \ldots + (3.5)^2] - C.T = 648 - 507 = 141$$

$$RT_{xy} = [(1)(1) + (7.5)(3.5) + \ldots + (3.5)(7)] - C.T = 556.75 - 507 = 49.75$$

$$RB_{yy} = \frac{(17.5)^2 + (21.5)^2 + (39)^2}{4} - C.T. = 572.375 - 507 = 65.375$$

$$RB_{xx} = \frac{(17.5)^2 + (30)^2 + (30.5)^2}{4} - C.T. = 534.125 - 507 = 27.125$$

$$RB_{xy} = \frac{(17.5)(17.5)+(30)(21.5)+(30.5)(39)}{4} - C.T. = 535.1875 = 27.1875$$

$$RE_{yy} = RT_{yy} - RB_{yy} = 142.5 - 65.375 = 77.125$$

$$RE_{xx} = RT_{xx} - RB_{yy} = 141 - 27.125 = 113.875$$

$$RE_{xy} = RT_{xy} - RB_{xy} = 49.75 - 28.1875 = 21.5625$$

$$RT_{adj} = RT_{yy} - \frac{(RT_{xy})^2}{RT_{xx}} = 142.5 - \frac{(49.75)^2}{141} = 124.9464$$

$$RE_{adj} = RT_{yy} - \frac{(RE_{xy})^2}{RE_{xx}} = 77.125 - \frac{(21.5625)^2}{113.875} = 73.0421$$

$$RE_{adj} = RT_{adj} - RE_{adj} = 124.9464 - 73.0421 = 51.9043$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. จะได้ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม ดังนี้

Source of Variation	Sum of Squares and Cross Products			Adjusted Sum of Squares	Degrees of Freedom	adjusted Mean Squares	F-ratio
	xx	xy	yy				
TREATMEN	27.125	28.1875	65.375	51.9043	2	25.9522	2.8424
ERROR	113.875	21.5625	77.125	73.0421	8	9.1303	
TOTAL	141	49.75	142.50	124.9464	10		

4. หาค่าวิกฤตจากตาราง F ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 8 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะได้ $F_{2,8,0.05} = 4.46$ พบว่า F จากการคำนวณจะมีค่าน้อยกว่า $F_{2,8,0.05}$ ดังนั้น เราจะยอมรับสมมติฐาน H_0 นั่นคือ สรุปได้ว่าอาหารที่ใช้เลี้ยงหมูมีคุณภาพไม่แตกต่างกัน

วิธีที่ 2 วิธีทดสอบแบบ Quade's Rank

1. ให้ $R(y_{ij})$ เป็นค่าที่จัดเรียงอันดับของค่าสังเกตตัวแปรตาม y ร่วมกันทุกตัว จาก 1 ถึง n โดยเรียงจากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด ถ้าค่าสังเกตซ้ำกัน ให้ใช้ค่าอันดับเฉลี่ย

2. ให้ $R(x_{ij})$ เป็นค่าที่จัดเรียงอันดับของค่าสังเกตตัวแปรร่วม x ร่วมกันทุกตัว จาก 1 ถึง n ในลักษณะเช่นเดียวกันกับตัวแปรตาม y

3. คำนวณค่า $R_{ij} = R(y_{ij}) - \left[(n+1)/2\right]$

โดยที่ $\sum_i \sum_j R_{ij} = 0$

จะได้ R เป็นเมตริกซ์ n x 1 =

$$\begin{bmatrix} -5.5 \\ -3.0 \\ 1.5 \\ -1.5 \\ -0.5 \\ 3.5 \\ -4.5 \\ -3.0 \\ 5.5 \\ 4.5 \\ 2.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

4. คำนวณค่า $C_{ij} = R(x_{ij}) - \lfloor (n+1)/2 \rfloor$

โดยที่ $\sum_{i} \sum_{j} C_{ij} = 0$

จะได้ C เป็นเมตริกซ์ n x 1 =

$$\begin{bmatrix} -5.5 \\ 1.0 \\ -1.0 \\ -3.0 \\ 3.0 \\ 1.0 \\ 4.5 \\ -4.5 \\ 3.0 \\ -1.0 \\ 5.5 \\ -3.0 \end{bmatrix}$$

5. คำนวณค่า $\hat{R}_{ij} = C(C'C)^{-1}(C'R)$ ดังนี้

$$C'C = \begin{bmatrix} -5.5 & 1.0 & -1.0 & -3.0 & 3.0 & 1.0 & 4.5 & -4.5 & 3.0 & -1.0 & 5.5 & -3.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5.5 \\ 1.0 \\ -1.0 \\ -3.0 \\ 3.0 \\ 1.0 \\ 4.5 \\ -4.5 \\ 3.0 \\ -1.0 \\ 5.5 \\ -3.0 \end{bmatrix} = 141$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$(C'C)^{-1} = \frac{1}{141}$$

$$C'R = \begin{bmatrix} -5.5 & 1.0 & -1.0 & -3.0 & 3.0 & 1.0 & 4.5 & -4.5 & 3.0 & -1.0 & 5.5 & -3.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5.5 \\ -3.0 \\ 1.5 \\ -1.5 \\ -0.5 \\ 3.5 \\ -4.5 \\ -3.0 \\ 5.5 \\ 4.5 \\ 2.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} = 49.75$$

ดังนั้น $\hat{R}_{1,3}$ $= \begin{bmatrix} -5.5 \\ 1.0 \\ -1.0 \\ -3.0 \\ 3.0 \\ 1.0 \\ 4.5 \\ -4.5 \\ 3.0 \\ -1.0 \\ 5.5 \\ -3.0 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{141} \right) (49.75) = \begin{bmatrix} -1.941 \\ 0.353 \\ -0.353 \\ -1.059 \\ 1.059 \\ 0.353 \\ 1.588 \\ -1.588 \\ 1.059 \\ -0.353 \\ 1.941 \\ -1.059 \end{bmatrix}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6. สร้างตัวแปรใหม่ คือ Z_{ij}

โดยที่ $Z_{ij} = R_{ij} - \hat{R}_{ij}$

จะได้ตารางดังต่อไปนี้

ทรีทเมนต์		y_{ij}	x_{ij}	$R(y_{ij})$	$R(x_{ij})$	R_{ij}	C_{ij}	$\hat{R}_{ij}$	Z_{ij}
1		150	20	1	1	-5.5	-5.5	-1.941	-3.559
		180	29	3.5	7.5	-3.0	1.0	0.353	-3.353
		192	28	8	5.5	1.5	-1.0	-0.353	1.853
		184	26	5	3.5	-1.5	-3.0	-1.059	-0.441
	ผลรวม	706	103	17.5	17.5	-8.5	-8.5	-3.000	-5.500
2		190	30	6	9.5	-0.5	3.0	1.059	-1.559
		201	29	10	7.5	3.5	1.0	0.353	3.147
		174	32	2	11	-4.5	4.5	1.588	-6.088
		180	25	3.5	2	-3.0	-4.5	-1.588	-1.412
	ผลรวม	745	116	21.5	30.0	-4.5	4.0	1.412	-5.912
3		217	30	12	9.5	5.5	3.0	1.059	4.441
		205	28	11	5.5	4.5	-1.0	-0.353	4.853
		200	34	9	12	2.5	5.5	1.941	0.559
		191	26	7	3.5	0.5	-3.0	-1.059	1.559
	ผลรวม	813	118	39.0	30.5	13.0	4.5	1.588	11.412
ผลรวม				78	78	0	0	0	0

7. นำค่า Z_{ij} ไปคำนวณตามวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว ดังนี้

7.1 คำนวณ TOTAL SUM OF SQUARES

$$\sum_{i}\sum_{j} z^2_{ij} = (-3.559)^2 + (-3.353)^2 + \ldots + (1.559)^2 = 124.9458$$

7.2 คำนวณ TREATMENT SUM OF SQUARES

$$A = \sum_{i}(\sum_{j} Z_{ij})^2 / n_j$$

$$= \frac{1}{4}\left[(-5.500)^2 + (-5.912)^2 + (11.412)^2\right] = 48.8589$$

7.3 คำนวณ ERROR SUM OF SQUARES

$$B = \left[\sum_{i}\sum_{j} Z^2_{ij} - A\right]$$

$$= 124.9458 - 48.8589 = 76.0869$$

8. จะได้ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว ดังนี้

Source of Variation	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean Squares	F-ratio
TREATMENT	2	48.8589	24.4294	2.8897
ERROR	9	76.0869	8.4541	
TOTAL	11	124.9458		

9. หาค่าวิกฤต จากตาราง F ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 9 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะได้ $F_{2,9,0.05} = 4.26$ พบว่า F จากการคำนวณจะมีค่าน้อยกว่า $F_{2,9,0.05}$ ดังนั้น เราจะยอมรับสมมติฐาน H_0 นั่นคือ สรุปได้ว่า อาหารที่ใช้เลี้ยงหมู มีคุณภาพไม่แตกต่างกัน