

การคำนวณหาสนามไฟฟ้าของอิเล็กโทรดแรงสูงด้วยวิธีไฟไนต์อิลีเมนต์



นายคมสัน เพ็ชรรักษ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พศ. 2529


ISBN 974-567-090-1

012025

I 15291975

ELECTRIC FIELD CALCULATION OF HIGH VOLTAGE ELECTRODE
BY FINITE ELEMENT METHOD

Mr. Komson Petcharaks, 1960-



A Thesis Submitted in Partial Fulfilment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering

Department of Electrical Engineering

Graduate School

Chulalongkorn University

1986

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การคำนวณหาสนามไฟฟ้าของอิล็กโทรดแรงสูง
ด้วยวิธีไฟไนต์อิลีเมนต์
โดย นาย คมสัน เพ็ชรรักษ์
ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. สำรวัย สังข์สะอาด



บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยฉบับนี้
เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศาสตราจารย์ ดร. ถาวร วัชรากัย)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ อยู่ถนอม)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. สำรวัย สังข์สะอาด)

..... กรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร. มงคล เตชนครินทร์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เอกชัย สีลารัตน์)



หัวข้อวิทยานิพนธ์ การคำนวณหาสนามไฟฟ้าของอิเล็กโทรดแรงสูง
ด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์

ชื่อ นาย คมสัน เพ็ชรรักษ์

อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. สำรวย ลังษ์สะอาด

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

ปีการศึกษา 2529

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้รายงานผลการศึกษาและวิจัยการคำนวณค่า
ในสนามไฟฟ้าสถิตสองมิติที่มีตัวกลางแบบเชิงเส้น เอกพันธ์ และไม่มีประจุอิสระ
อยู่ภายในสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์ เพื่อนำผลที่ได้ไปคำนวณค่า
แรงดันเริ่มต้นในสนามไฟฟ้า และยังเป็นแนวทางในการวิจัยปัญหาสนามไฟฟ้า
ที่มีความซับซ้อนต่อไป

สนามไฟฟ้าที่ใช้ในการวิจัยคือสนามไฟฟ้าของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วม
และทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม ที่มีตัวกลางเป็นอากาศหรือก๊าซ SF_6
ขนาดอิเล็กโทรดนอกของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วมและทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม
มีค่าคงที่เท่ากับ 31 มิลลิเมตร และ 35 มิลลิเมตร ตามลำดับ ขนาดอิเล็กโทรดใน
ของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วมเท่ากับ 2.5, 5, 10, 15, และ 20 มิลลิเมตร
ขนาดอิเล็กโทรดในของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วมเท่ากับ 5, 10, 15, 20, และ
25 มิลลิเมตร ผลการคำนวณค่าในสนามไฟฟ้าที่ได้จะนำมาสร้างสมการของ

ความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายด้วยวิธีถดถอยแบบเชิงเส้น เพื่อใช้คำนวณแรงดันเริ่มต้นตามเงื่อนไขของทฤษฎีสตรีมเมอร์ที่ความดันก๊าซต่างๆ ซึ่งจะอยู่ในช่วงที่ทำให้ผลคูณของความดันก๊าซกับขนาดอิเล็กโทรดในมีค่าอยู่ระหว่าง 0.2 ถึง 100 บาร์-มิลลิเมตร

ผลการวิจัยได้แสดงให้เห็นว่า การคำนวณค้ำยในสนามไฟฟ้าของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์ มีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 1% เมื่อเทียบกับผลจากการคำนวณด้วยสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์ สำหรับค้ำยในสนามไฟฟ้าของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม 97% ของค้ำยที่ต้องการทราบค่า จะมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 1% ส่วนที่ค้ำยเหลือจะมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง 1 - 4% เมื่อเทียบกับผลจากการคำนวณด้วยสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์

ผลการหาสมการความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายด้วยวิธีถดถอยแบบเชิงเส้น มีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 1.5% เมื่อเทียบกับสมการจริงที่ทุกจุดซึ่งอยู่ในช่วงระหว่างอิเล็กโทรดในถึงอิเล็กโทรดนอกของสนามไฟฟ้าทั้งสองแบบ และผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นตามเงื่อนไขของทฤษฎีสตรีมเมอร์ก็มีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 1.5% เช่นกัน เมื่อเทียบกับผลจากการคำนวณด้วยสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์

ศูนย์วิทยพัชกร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Thesis Title Electric Field Calculation of High Voltage
Electrode by Finite Element Method

Name Mr. Komson Petcharaks

Thesis Advisor Associate Professor Samruay Sangkasaad, Ph.D

Department Electrical Engineering

Academic Year 1986

ABSTRACT

This thesis was intended to study the calculation of potential distribution in a two dimensional electrostatic field region by means of Finite Element Method (FEM). The field region was charge free, and the medium was linear and homogeneous. Then, using FEM result, we calculated the threshold voltage in that field region. This thesis is also intended as a guide line for the other electrical engineering problems that will deal with FEM in the future.

The field region in this research was the field of a coaxial cylinder and a concentric sphere that have SF₆ or air as the medium. The outer electrode of the coaxial cylinder and the concentric sphere was fixed at 31 and 35 mm, respectively.

The inner electrode of the coaxial cylinder were 2.5, 5, 10, 15, and 20 mm ; and that of the concentric sphere were 5, 10, 15, 20, and 25 mm. By using linear regression analysis, one can approximate the electric field stress equation as a function of distance in the gap. The threshold voltage at each gas pressure level and the product of gas pressure and inner radius of the electrode, in the range of 0.2 to 100 bar-mm , were calculate from this approximate equation and streamer theory.

The result of the potential distribution calculation by means of FEM gave the error of less than 1%, when compared with the result from analytical function, in the field region of coaxial cylinder. For the concentric sphere, 97% of the potential in the field region had the error of less than 1% and the rest had the error in range of 1 to 4%. This clearly shown that FEM gave the sufficient accuracy in the calculation of potential distribution.

The approximation of electric field stress equation had an error of less than 1.5% throughout the interval between the inner and the outer electrodes when compared with the analytical function. The error of the threshold voltage was also less than 1.5% when compared with the result from the analytical function.



กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สำรวย สังข์สะอาด ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้ควบคุมการค้นคว้าวิจัยที่ได้กรุณาให้คำแนะนำอันมีค่า ตลอดจนได้กรุณาตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์จนสำเร็จเรียบร้อย ขอขอบคุณศาสตราจารย์ ดร. มงคล เดชนครินทร์ ที่ได้กรุณาแก้ไขด้านภาษาของการเขียนวิทยานิพนธ์ และแนะนำตำราที่ประกอบการวิจัย ขอขอบคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เอกชัย สิลารัตน์ ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำเกี่ยวกับตำราและเทคนิคการเขียนโปรแกรมในงานวิจัยนี้ และขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ อยู่ถนอม ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำเกี่ยวกับปัญหาที่ต้องใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยขอขอบคุณทุกท่านที่มีได้กล่าวนามไว้ในที่นี้ ที่ให้ความช่วยเหลือในการศึกษาค้นคว้าวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนแล้วเสร็จสมบูรณ์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ฉ
กิตติกรรมประกาศ	ฅ
สารบัญ	ญ
รายการตารางประกอบ	ฎ
รายการรูปประกอบ	ฏ
บทที่	
1. บทนำ	1
2. การคำนวณศักยภาพกระจายในสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์	6
3. การคำนวณความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายและแรงดันเริ่มต้น ในก๊าซ	31
4. โครงสร้างของโปรแกรม	37
5. ผลการคำนวณและเปรียบเทียบผลการคำนวณ	59
6. สรุปและข้อเสนอแนะ	73
บรรณานุกรม	76
ภาคผนวก	78
ประวัติผู้เขียน	129

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการตารางประกอบ

ตารางที่	หน้า
4.1 ตารางเปรียบเทียบหน่วยความจำที่ต้องใช้ในการเก็บข้อมูลของเมตริกซ์ Dirichlet ของปัญหาทรงกระบอกซ้อนกันร่วม ...	44
5.1 ตารางเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของผลการคำนวณศักย์ไฟฟ้าของปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์	61
5.2 ตารางเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของผลการคำนวณศักย์ไฟฟ้าของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์	63
5.3 ตารางเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของผลการคำนวณศักย์ไฟฟ้าของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วมด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์	65
5.4 ตารางเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนผลการประมาณสมการความเคียดสนามไฟฟ้ากระจายของทรงกระบอกซ้อนกันร่วม .	66
5.5 ตารางเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของผลการประมาณความเคียดสนามไฟฟ้ากระจายของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม	67
ช.1 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในก๊าซ SF ₆ R _i = 2.5 mm , R _o = 31 mm	109
ช.2 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในก๊าซ SF ₆ R _i = 5 mm , R _o = 31 mm	110
ช.3 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในก๊าซ SF ₆ R _i = 10 mm , R _o = 31 mm	111
ช.4 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในก๊าซ SF ₆ R _i = 15 mm , R _o = 31 mm	112

รายการตารางประกอบ (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
ช. 5	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วม ในก๊าซ SF ₆ R _i = 20 mm , R _o = 31 mm	113
ช. 6	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม ในก๊าซ SF ₆ R _i = 5 mm , R _o = 35 mm	114
ช. 7	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม ในก๊าซ SF ₆ R _i = 10 mm , R _o = 35 mm	115
ช. 8	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม ในก๊าซ SF ₆ R _i = 15 mm , R _o = 35 mm	116
ช. 9	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม ในก๊าซ SF ₆ R _i = 20 mm , R _o = 35 mm	117
ช. 10	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม ในก๊าซ SF ₆ R _i = 25 mm , R _o = 35 mm	118
ช. 11	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วมในอากาศ R _i = 2.5 mm , R _o = 31 mm	119
ช. 12	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วมในอากาศ R _i = 5 mm , R _o = 31 mm	120
ช. 13	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วมในอากาศ R _i = 10 mm , R _o = 31 mm	121
ช. 14	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วมในอากาศ R _i = 15 mm , R _o = 31 mm	122
ช. 15	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วมในอากาศ R _i = 20 mm , R _o = 31 mm	123
ช. 16	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วมในอากาศ R _i = 5 mm , R _o = 35 mm	124
ช. 17	ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วมในอากาศ R _i = 10 mm , R _o = 35 mm	125

รายการตารางประกอบ (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
ช. 18 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในอากาศ $R_i = 15 \text{ mm}$, $R_o = 35 \text{ mm}$	126
ช. 19 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในอากาศ $R_i = 20 \text{ mm}$, $R_o = 35 \text{ mm}$	127
ช. 20 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในอากาศ $R_i = 25 \text{ mm}$, $R_o = 35 \text{ mm}$	128

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการรูปประกอบ

รูปที่		หน้า
2.1	การแบ่งสนามไฟฟ้าออกเป็นรูปสามเหลี่ยมย่อย	7
2.2	แสดงการรวมพลังงานศักย์สะสมของสามเหลี่ยมสองรูป	9
2.3	องค์ประกอบในหนึ่งมิติ	18
2.4	การเปลี่ยนแปลงของ Shape function α_1 และ α_2 ตามระยะทาง x	19
2.5	รูปร่างที่ใช้อธิบายขิมเพลกซ์ในหนึ่ง, สอง, และสามมิติ ...	21
2.6	การแบ่งขิมเพลกซ์ S ออกเป็นขิมเพลกซ์ย่อยด้วยจุด P	22
2.7	การกำหนดหมายเลขครรชน์ของ α ในสนามไฟฟ้าสองมิติ เมื่อใช้พหุนาม Lagrange interpolation อันดับที่ 1 ..	25
3.1	การหาค่าความเครียดสนามไฟฟ้าเมื่อ dn มีขนาดสั้นมากๆ ..	32
3.2	อีไลโตรแกรมของความเครียดสนามไฟฟ้า	33
3.3	รูปแสดงอินทิกรัลในสมการที่ (3.2.4)	36
3.4	รูปแสดงอินทิกรัลในสมการที่ (3.2.5)	36
4.1	ผังโปรแกรมการคำนวณศักย์ในสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์	38
4.2	ผังโปรแกรมการคำนวณแรงดันเริ่มต้นในอากาศและก๊าซ SF ₆	38
4.3	การแบ่งสนามไฟฟ้าออกเป็นสามเหลี่ยมย่อยเบื้องต้น	40
4.4	การแบ่งสนามไฟฟ้าออกเป็นสามเหลี่ยมย่อย	41
4.5	การเก็บข้อมูลของเมตริกซ์ Dirichlet	44
4.6	สามเหลี่ยมสองรูปที่ติดกันในสนามไฟฟ้า	48
4.7	ตัวอย่างการแสดงผลของโปรแกรมย่อย EQUI-POTENTIAL	55
5.1	ปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่ใช้เปรียบเทียบการคำนวณศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์ กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์	60

รายการรูปประกอบ (ต่อ)

รูปที่		หน้า
5.2	ทรงกระบอกซ้อนแกนร่วมที่ใช้เปรียบเทียบการคำนวณศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์	62
5.3	ทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วมที่ใช้เปรียบเทียบการคำนวณศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์	64
ก.1	การวางสามเหลี่ยมในระบบแกนพิกัดเชิงสี่เหลี่ยมผืนผ้า	79
ค.3	รูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมการจริงและสมการสมมุติ . . .	84
ฉ.1	รูปแสดงปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้า	104



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย