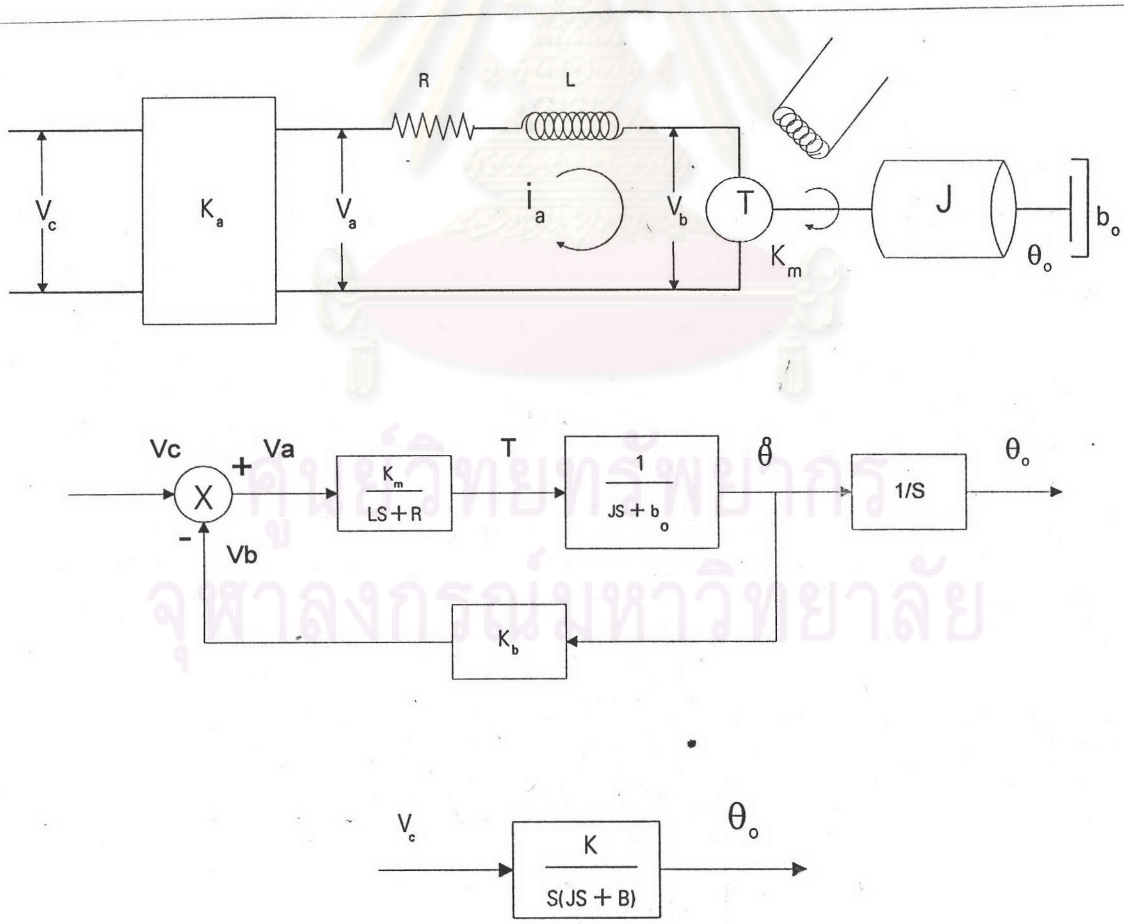
บทที่ 5

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของมอเตอร์และภาระ

สำหรับโครงการวิทยานิพนธ์นี้ ใช้ เอ.ซี เซอร์โวมิเตอร์ แบบไม่ใช้แปรงถ่านควบคุมตำแหน่งของแกนมอเตอร์ ด้วยลูปควบคุมปิดแบบพี. ไอ. ดี ดังที่เคยแสดงไว้ในรูปที่ 4.6 แต่เนื่องจากเราไม่ทราบค่าพารามิเตอร์บางตัวของมอเตอร์ที่ใช้ เนื่องจากข้อมูลผู้ผลิตบอกมาไม่ครบ จึงได้ทำการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ โดยใช้ผลการตอบสนองของมอเตอร์ภายใต้การควบคุมปิดแบบ พี. ต่ออินพุทแบบฟังก์ชั่นสเตปหนึ่งหน่วย

5.1 <u>บล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์และภาระ</u> อ้างอิงจากภาคผนวก ก. พิจารณาแผนภาพการทำงานของมอเตอร์ เราสามารถเขียนไดอะแกรมของมอเตอร์และภาระ ในกรณีที่มอเตอร์มีค่า $L << R$ ได้ดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 บล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์และภาระ

กำหนดให้

V_c = สัญญานควบคุมที่ออกมาจากตัวควบคุมแบบ พี. ไอ. ดี

θ_o = ตำแหน่งมุมของแกนมอเตอร์

K_a = อัตราขยายของพาวเวอร์แอมปริไฟเออร์

R = ความต้านทานของมอเตอร์

L = ค่าอินดัคแตนท์ของมอเตอร์

K_m = ค่าคงที่แรงบิดของมอเตอร์

J = ค่าโมเมนต์ของแรงเฉื่อยของมอเตอร์และภาระ

B = สัมประสิทธิ์ของวิสคอสแดมปิ้งสมมูลของมอเตอร์และภาระ

K_b = ค่าคงที่แบคอีเอ็มเอฟ ของมอเตอร์

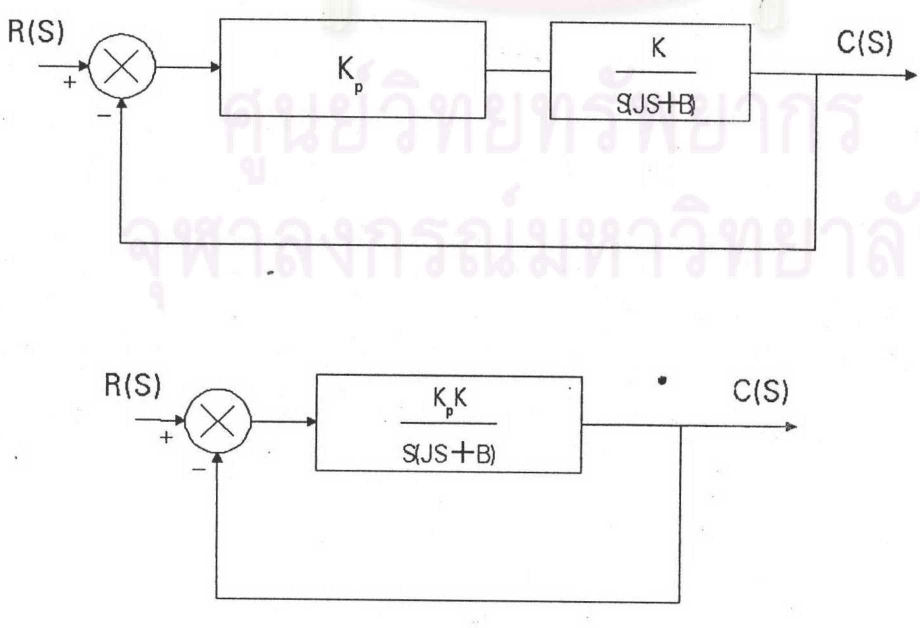
V_b = แรงดันแบคอีเอ็มเอฟ ของมอเตอร์

V_a = แรงดันตกคร่อมมอเตอร์

K = ค่าคงที่สมมูลของมอเตอร์ หรือค่าคงที่มอเตอร์

5.2 <u>การทดลองเพื่อหาค่า พารามิเตอร์ของมอเตอร์</u>

เนื่องจากข้อมูลของมอเตอร์ ที่ผู้ผลิตระบุมา มีเพียงค่าโมเมนต์แรงเฉื่อยของมอเตอร์(Jm = 0.28 x 10^{-4} kg-m^2) เพียงอย่างเดียว จึงได้ทำการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ K และ B ที่ยังไม่ทราบค่า โดยใช้การทดลองวัดผลการตอบสนองต่อ อินพุทแบบฟังก์ชั่นสเตปหนึ่งหน่วยของมอเตอร์ ภายใต้การควบคุมแบบ พี. อย่างเดียว พิจารณาบล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์ ภายใต้การควบคุมแบบ พี. ดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมแบบพี. ของมอเตอร์

ฟังก์ชั่นถ่ายโอนของระบบปิดเขียนได้เป็น

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{K_pK}{JS^2 + BS + K_pK} \qquad (5.1)$$

จัดให้อยู่ในรูปของ

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2} \qquad (5.2)$$

จะได้ว่า

$$\omega_n^2 = \frac{K_pK}{J} \qquad (5.3)$$

$$2\zeta\omega_n = \frac{B}{J} \qquad (5.4)$$

$$\zeta = \frac{B}{2\sqrt{JK_pK}} \qquad (5.5)$$

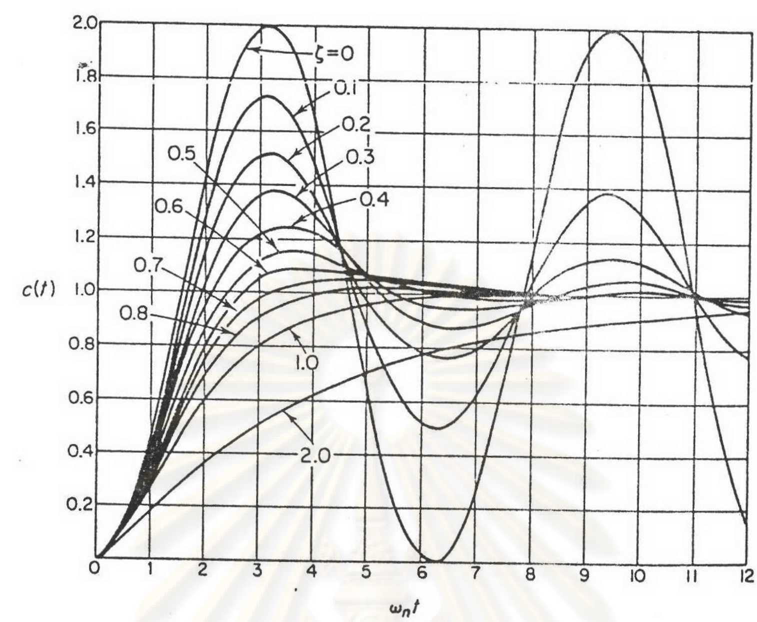
ให้ระบบเป็นระบบภายใต้แดมป์(UNDERDAMPED SYSTEM , $0 < \zeta < 1$) ในกรณีนี้ การตอบสนองต่ออินพุทแบบฟังก์ชั่นสเตปหนึ่งหน่วย(UNIT STEP RESPONSE) ของระบบที่เวลาใดๆ เขียนได้เป็น

$$C(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}) \qquad (5.6)$$

เมื่อ $\omega_d =$ ความถี่แดมป์(DAMPED NATURAL FREQUENCY)

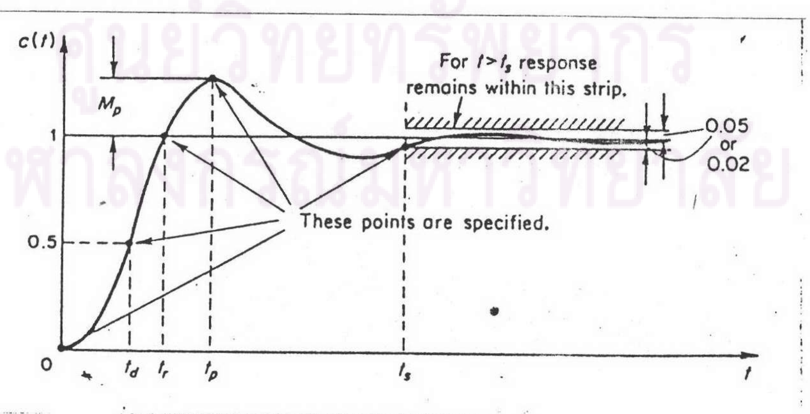
$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \qquad (5.7)$$

การตอบสนองต่ออินพุทแบบฟังก์ชั่นสเตปหนึ่งหน่วยของระบบภายใต้แดมป์ ที่มีค่าอัตราส่วนแดมปิ้ง ต่างๆกันแสดง ในรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 การตอบสนองต่ออินพุทแบบฟังก์ชั่นสเตปหนึ่งหน่วย ของระบบภายใต้แดมป์

พิจารณาจากสมการที่ (5.6) จะเห็นว่าความถี่ธรรมชาติของระบบ(UNDAMPED NATURAL FREQUENCY , ω_n) และอัตราส่วนแดมปิ้ง(DAMPING RATIO , ζ) มีผลต่อลักษณะของการตอบสนองของระบบ



รูปที่ 5.4 ค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับผลการตอบสนองต่ออินพุทแบบฟังก์ชั่นสเตปหนึ่งหน่วยของระบบภายใต้แดมป์

พิจารณาสมการที่ (5.6) และรูปที่ 5.4 เวลาที่ผลการตอบสนองสูงสุด(PEAK TIME , T_p) หาได้จากจุดที่ความชันของเส้นกราฟของ สมการที่ (5.6) มีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้น ให้ค่าอนุพันธ์(DIRIVATIVE) ของสมการที่ (5.6) เท่ากับ 0 จะได้ว่า

$$\left.\frac{dC}{dt}\right|_{t=t_p} = (\sin\omega_d t_p)\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t_p} = 0$$

$$\sin\omega_d t_p = 0$$

$$\omega_d t_d = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$$

สำหรับเวลาที่เกิดโอเวอร์ชู้ต(OVER SHOOT) สูงสุดคือ เวลาที่เกิดโอเวอร์ชู้ตลูกแรก

$$\omega_d t_d = \pi$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \qquad (5.8)$$

เปอร์เซนต์โอเวอร์ชู้ตสูงสุด(MAXIMUM PERCENT OVERSHOOT , M_p) จะเกิดที่เวลาเกิดโอเวอร์ชูตสูงสุด และคำนวนได้จาก

$$M_p = C(t_p) - 1$$

$$M_p = -e^{-\zeta\omega_n(\frac{\pi}{\omega_d})}(\cos\pi + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\pi)$$

$$M_p = -e^{-(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}})\pi} \qquad (5.9)$$

ดังนั้นถ้าเราสามารถวัดการตอบสนองต่ออินพุทแบบฟังก์ชั่นสเตปหนึ่งหน่วย ของมอเตอร์ที่มีการควบคุมแบบ พี. อย่างเดียว เราก็จะสามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ ที่เรายังไม่ทราบค่าได้จากความสัมพันธ์ของสมการ (5.3) ถึงสมการ (5.9) นั่นคือ

$$\zeta = \sqrt{\frac{(\ln M_p)^2}{\pi^2 + (\ln M_p)^2}} \qquad (5.10)$$

$$\omega_d = \frac{\pi}{t_p} \qquad (5.11)$$

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}} \qquad (5.12)$$

$$K = \frac{\omega_n^2 J}{K_p} \qquad (5.13)$$

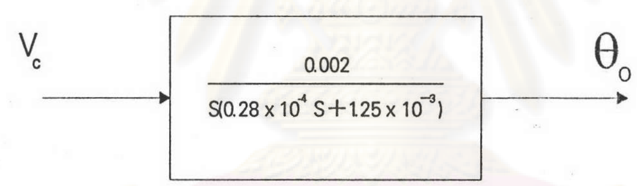
$$B = 2\zeta\omega_n J \qquad (5.14)$$

จากผลการทดลองและการคำนวณ ดังตารางที่ 5.1 พบว่าค่า K เฉลี่ย และค่า B เฉลี่ย ของมอเตอร์มีค่าดังนี้

$K = 0.002$ Nm/volt

$B = 1.25 \times 10^{-3}$ Nm/ (rad/sec)

เพราะฉะนั้นบล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์ (ที่รวมแอมปริฟายเออร์แล้ว) จึงสามารถเขียนได้เป็นดังรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 บล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์

5.3 <u>ค่าโมเมนต์แรงเฉื่อยของมอเตอร์และภาระ</u>

กำหนดให้

J_m = ค่าโมเมนต์แรงเฉื่อยของมอเตอร์ (0.28×10^{-4} kg/m^2)

J_L = ค่าโมเมนต์แรงเฉื่อยสมมูลของภาระ ที่เคลื่อนที่เชิงเส้น

J_s = ค่าโมเมนต์แรงเฉื่อยของเพลาบอลสกรู

J = ค่าโมเมนต์แรงเฉื่อยรวมของมอเตอร์และภาระ

$$J = J_m + J_L + J_s \qquad (5.15)$$

CPG	FINAL	OVERSHOOT	%OVERSH	Damping	Tp	Wn	K	B
240	100	92	0.92	0.03	4.70E-02	66.87	0.0020	3.90E-04
240	100	99	0.99	0.00	4.55E-02	69.05	0.0022	4.86E-05
220	100	86	0.86	0.05	5.15E-02	61.07	0.0019	6.44E-04
220	100	90	0.90	0.03	5.20E-02	60.45	0.0018	4.46E-04
200	100	62	0.62	0.15	5.35E-02	59.40	0.0019	1.97E-03
200	100	86	0.86	0.05	5.70E-02	55.18	0.0017	5.82E-04
170	100	75	0.75	0.09	5.75E-02	54.86	0.0019	1.10E-03
170	100	58	0.58	0.17	6.00E-02	53.14	0.0018	2.00E-03
160	100	76	0.76	0.09	6.50E-02	48.52	0.0016	9.29E-04
160	100	63	0.63	0.15	5.40E-02	58.80	0.0024	1.88E-03
150	100	56	0.56	0.18	5.50E-02	58.08	0.0025	2.32E-03
150	100	47	0.47	0.23	6.05E-02	53.41	0.0021	2.75E-03
Average							0.0020	1.25E-03

ตารางที่ 5.1 การตอบสนองต่ออินพุทแบบฟังก์ชั่นสเตปหนึ่งหน่วย ของมอเตอร์และภาระที่มีการควบคุมแบบ พี. และผลการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ ของมอเตอร์

จากสมการของลัมป์แมส(LUMPMASS SYSTEM) (William J.plam,1986) ค่าโมเมนต์แรงเฉื่อยสมมูลของภาระที่เคลื่อนที่เชิงเส้น
หาได้จาก

$$J_L = \frac{m_L}{(2\pi p)^2} \qquad (5.16)$$

และค่าโมเมนต์แรงเฉื่อยของเพลาบอลสกรู หาได้จาก

$$J_s = mR_s^2$$

$$J_s = \frac{\pi L_s \rho_s R_s^4}{2} \qquad (5.17)$$

กำหนดให้

p = ระยะพิทช์ของบอลสกรู (62.5 m/ rev)

m_L = มวลของภาระที่เคลื่อนที่เชิงเส้น (10.7 kg)

R_S = รัศมีเฉลี่ยของบอลสกรู (8 m.m)

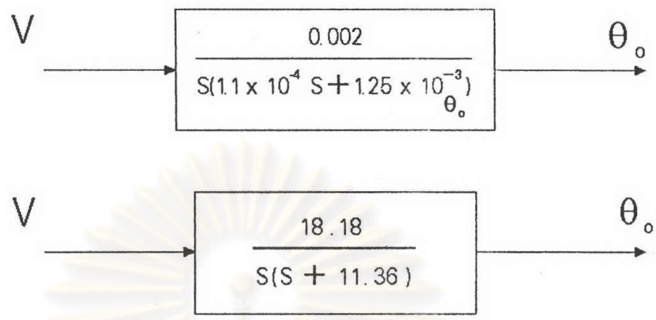
L_S = ความยาวของบอลสกรู (250 m.m)

ρ_s = ความหนาแน่นของวัสดุที่ใช้ทำบอลสกรู (เหล็ก 7.75×10^3 kg / m^3)

แทนค่าทั้งหมดลงในสมการ (5.15) ถึง (5.17) จะได้ค่าโมเมนต์แรงเฉื่อยรวมของมอเตอร์และภาระ

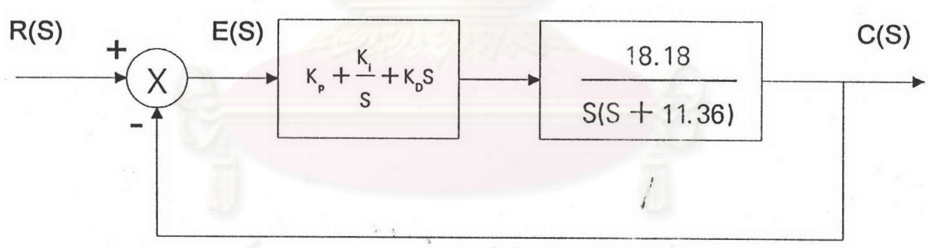
J = 1.1×10^{-4} kg/m^2

เพราะฉะนั้นบล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์และภาระจึงเขียนได้ดังรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6 บล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์และภาระ

และบล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์และภาระ ภายใต้การควบคุมแบบ พี. ไอ. ดี จึงเขียนได้ดังรูปที่ 5.7



รูปที่ 5.7 บล็อกไดอะแกรมของมอเตอร์และภาระ ภายใต้การควบคุมแบบ พี. ไอ. ดี