ห้องสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

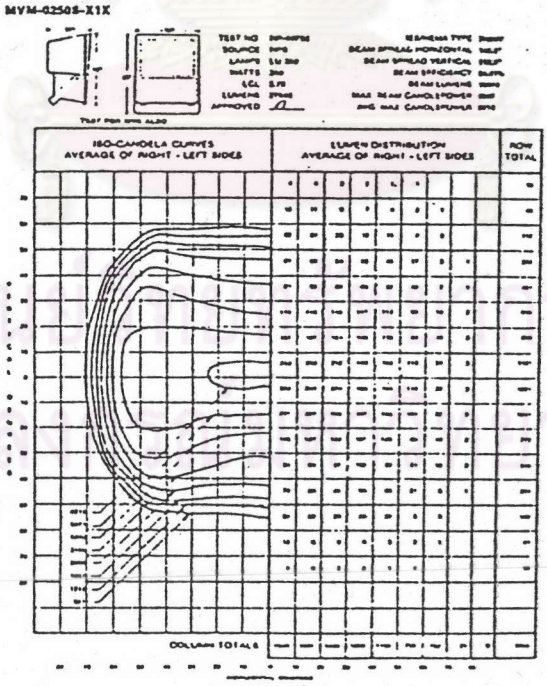
บทที่ 3

การคำนวณแสงสว่างไฟสนามกีฬา

การคำนวณค่าความสว่าง (Illuminance) บนระนาบนอน บนระนาบดิ่ง และ ค่าความส่องสว่าง (Luminance)ของวัตถุที่ปรากฏต่อสายตาผู้สังเกตการณ์ จะอาศัยข้อมูลที่สำคัญ 4 ตัว คือ การกระจายค่าความเข้มส่องสว่างของโคมไฟ ฟลักซ์ส่องสว่างของหลอดไฟฟ้า ความสัมพันธ์เชิงเรขาคณิตของตำแหน่งดวงโคมกับจุดที่ต้องการคำนวณค่าความสว่างและคุณลักษณะการสะท้อนแสงของพื้นผิววัตถุ

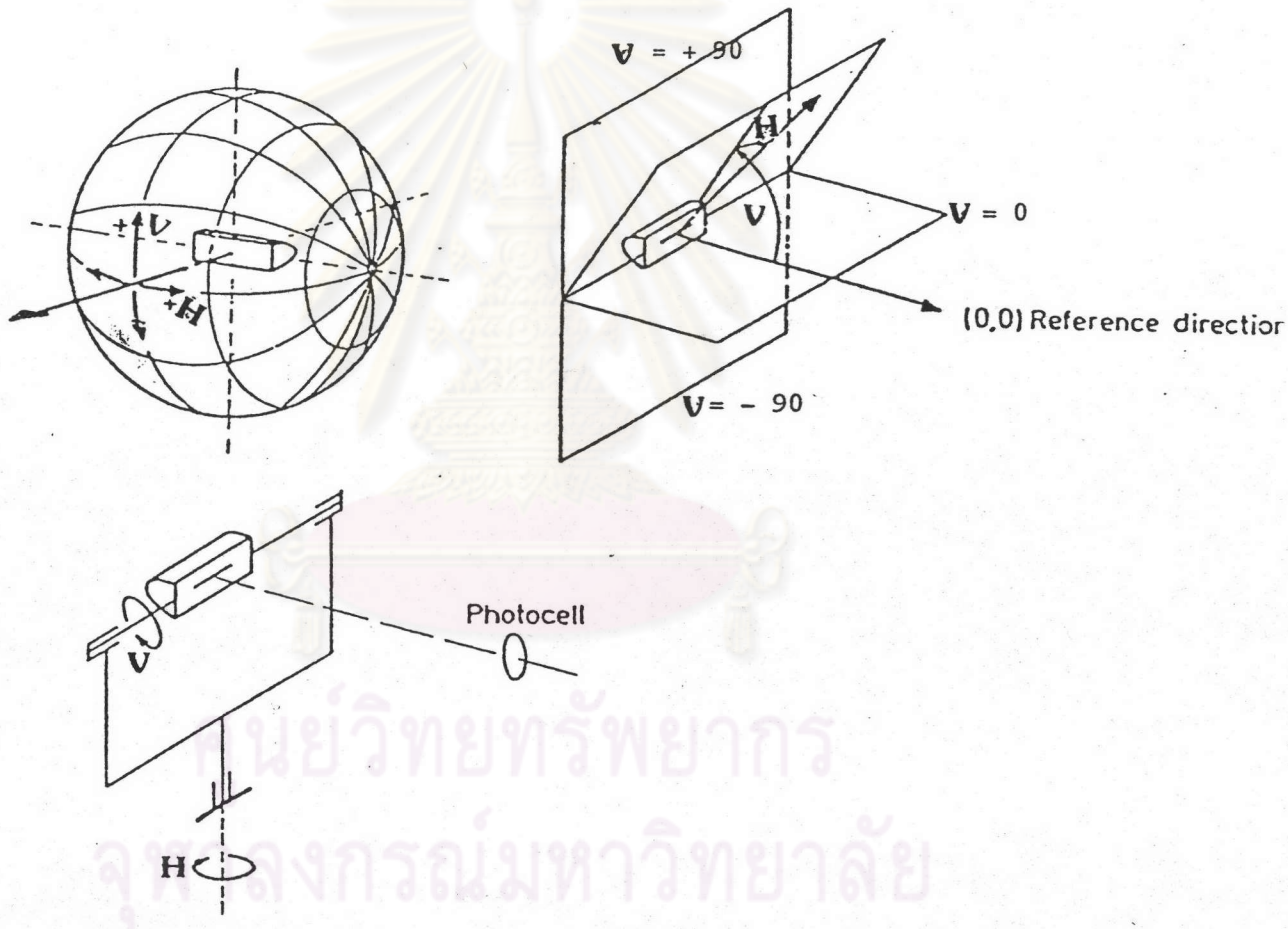
3.1 การแสดงข้อมูลของโคมฉาย (FLOOD LIGHT)

ข้อมูลของโคมไฟประเภทโคมฉายส่วนใหญ่จะมีลักษณะ แสดงในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 ตัวอย่างข้อมูลของโคมฉาย

จากรูปที่ 3.1 นี้ ข้อมูลที่ถูกนำไปใช้ในการคำนวณคือ ค่าฟลักซ์ส่องสว่างของหลอดไฟฟ้า และ เส้นโค้งไอโซแคนเดลา (Iso-Candela Curves) ซึ่งแสดงลักษณะการกระจายค่าความเข้มส่องสว่างของโคมไฟ การวัดค่าความเข้มส่องสว่างของโคมไฟจะวัดอยู่ในระบบ H-V (ตามมาตรฐาน CIE) ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ดังนั้นการนำไปใช้งานจึงต้องเปลี่ยนเส้นโค้ง ไอโซแคนเดลาให้เป็นตัวเลขตามระบบที่ได้กำหนดไว้แล้วป้อนให้คอมพิวเตอร์ต่อไป



รูปที่ 3.2 แสดงระบบที่ใช้ในการวัดค่าความเข้มส่องสว่างของโคมฉาย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.2 การคำนวณค่าความสว่างบนระนาบนอน

การคำนวณที่ใช้ในที่นี้จะเป็นการคำนวณแบบทีละจุด (Point by Point Method) เพราะสามารถคำนวณหาคุณลักษณะทางแสงบนระนาบนอน เช่น ค่าความสว่างสูงสุด ค่าความสว่างต่ำสุด ค่าความสว่างเฉลี่ย และค่าความสม่ำเสมอของความสว่างได้ ค่าความสว่างในแนวระดับที่จุด P บนพื้นสนาม หาได้จาก (พิจารณารูปที่ 3.3)

$$E_{P(HOR)} = \frac{I(H,V).\cos(\gamma)}{LP^2}$$

โดยที่ LP เป็นระยะห่างระหว่างโคมไฟและจุด P ($LP = LB/\cos(\gamma)$)

ดังนั้น

$$E_{P(HOR)} = \frac{I(H,V).\cos^3(\gamma)}{LB^2}$$

$$= \frac{I(H,V)\ \cos^3(\gamma)}{HT^2} \qquad (3.1)$$

โดยที่

$I(H,V)$ = ความเข้มส่องสว่าง (Luminous Intensity) ของดวงโคมที่มุม H และ V

HT = ความสูงของดวงโคม

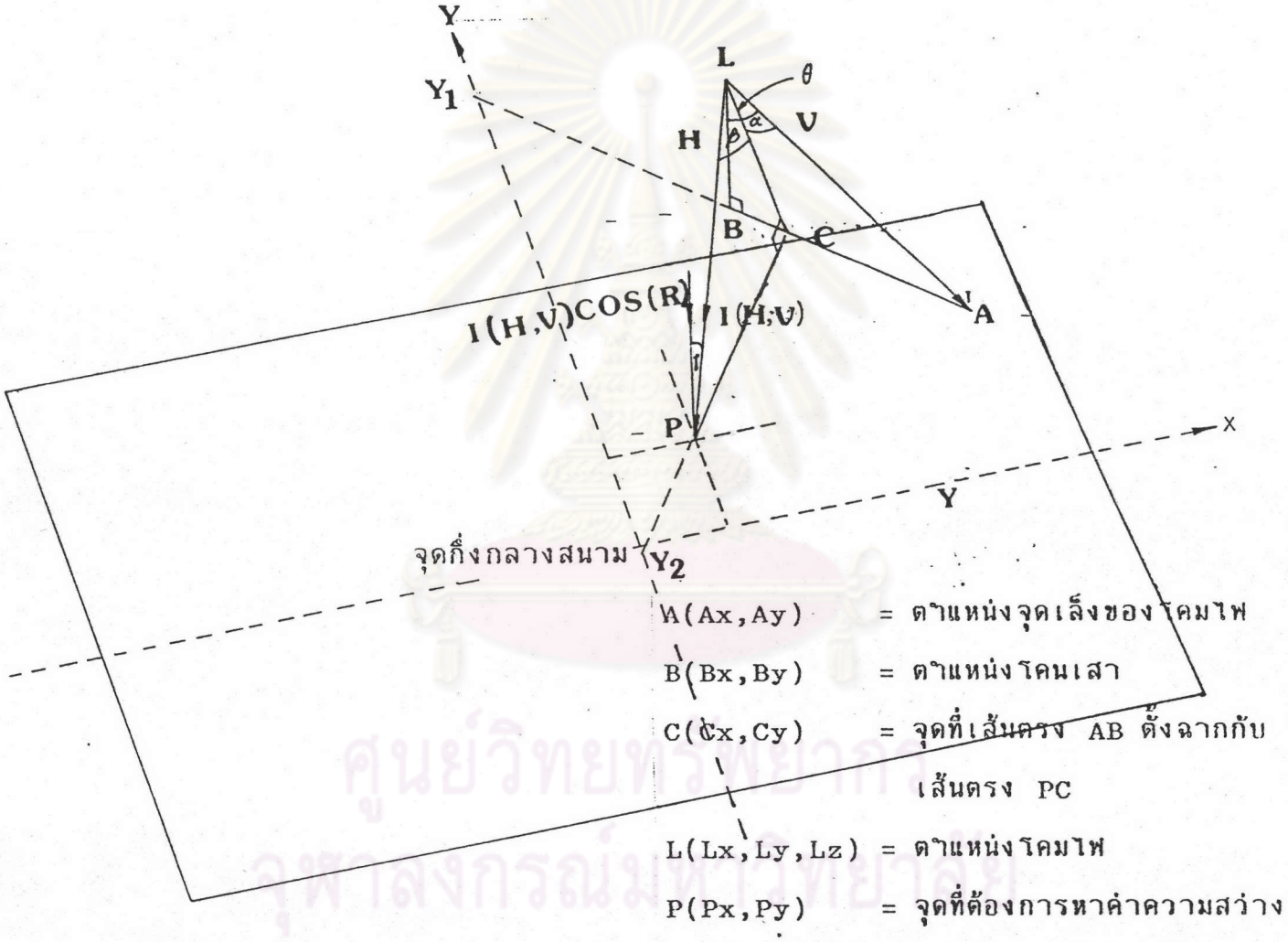
H,V = มุมของจุดที่คำนวณความสว่างเทียบกับโคมไฟ

γ = มุมระหว่างแนวแสงตกกับแนวดิ่ง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ในกรณีที่มีจำนวนดวงโคมเท่ากับ n ดวงโคม จะได้ว่า

$$E_{p(HOR)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{I\,(H_i, V_i).\mathrm{Cos}^3(\gamma_i)}{HT^2} \quad \text{Lux} \qquad (3.2)$$



รูปที่ 3.3 แสดง ตำแหน่ง กับ จุดเล็งของโคม และ จุดที่ต้องการหาความสว่าง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.2.1 การคำนวณค่าความสว่างบนระนาบนอนที่พื้นสนาม

การคำนวณค่าความสว่าง ณ. จุดใด ๆ บนพื้นสนามจะกระทำได้โดยพิจารณารูปที่ 3.3 จากตำแหน่งของโคมไฟ ตำแหน่งจุดเล็งของโคมไฟ และ ตำแหน่งที่ต้องการหาค่าความสว่าง สามารถหาค่ามุม H และมุม V ซึ่งเป็นมุมที่บอกให้ทราบค่าความเข้มส่องสว่างที่ตกกระทบ ณ.จุดที่ต้องการหาค่าความสว่าง P ได้

จากรูปที่ 3.3 สมการของเส้นตรง AB ที่ต่อระหว่างโคนเสา B(Bx,By) กับจุดเล็งของโคมไฟ A (Ax,Ay) คือ

$$y = m.x + Y_1 \qquad (3.3)$$

เมื่อ

m คือ ความชันของเส้นตรง = (Ay - By) / (Ax - Bx)

Y_1 คือ จุดตัดบนแกน Y = By - m . Bx

สมการของเส้นตรง PC ที่ลากจากจุดที่ต้องการหาค่าความสว่างไปตั้งฉากกับเส้นตรง AB ที่จุด C คือ

$$y = -x/m + Y_2 \qquad (3.4)$$

เมื่อ

Y_2 คือ จุดตัดบนแกน Y ซึ่ง = Py + Px/m

และสามารถหาค่า Cx และ Cy ของตำแหน่งจุดตัด C ได้จากสมการ

$$Cx = (m.(Py - By) + m^2.Bx + Px) / (m^2 + 1) \qquad (3.5)$$

$$Cy = m.Cx + Y_1 \qquad (3.6)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อได้ตำแหน่งจุดตัด C แล้ว เราสามารถหาค่ามุมต่าง ๆ ได้ดังนี้

มุม $\theta = \arctan(AB/LB)$

$$\theta = \arctan\left[\frac{\sqrt{(Ax - Bx)^2 + (Ay - By)^2}}{HT}\right] \qquad (3.7)$$

$$\alpha = \theta - \arctan(BC/LB)$$

$$\alpha = \theta - \arctan\left[\frac{\sqrt{(CX - Bx)^2 + (CY - By)^2}}{HT}\right] \qquad (3.8)$$

$$H = \arctan(PC/LC)$$

$$H = \arctan\left[\frac{\sqrt{(Cx - Px)^2 + (Cy - Py)^2}}{\sqrt{(Cx - Bx)^2 + (CY - By)^2 + HT^2}}\right] \qquad (3.9)$$

เมื่อได้มุม H และ V ก็สามารถหาค่าความเข้มส่องสว่าง I(H,V) ได้ และ สามารถหาค่าความสว่างบนพื้นสนามที่จุด P ได้ดังนี้

$$E = I(H,V)\frac{\phi}{1000} \; LB/LP^3$$

$$E = I(H,V)\frac{\phi}{1000}\left[\frac{HT}{(Px - Bx)^2 + (Py - By)^2 + HT^2)^{3/2}}\right] \qquad (3.10)$$

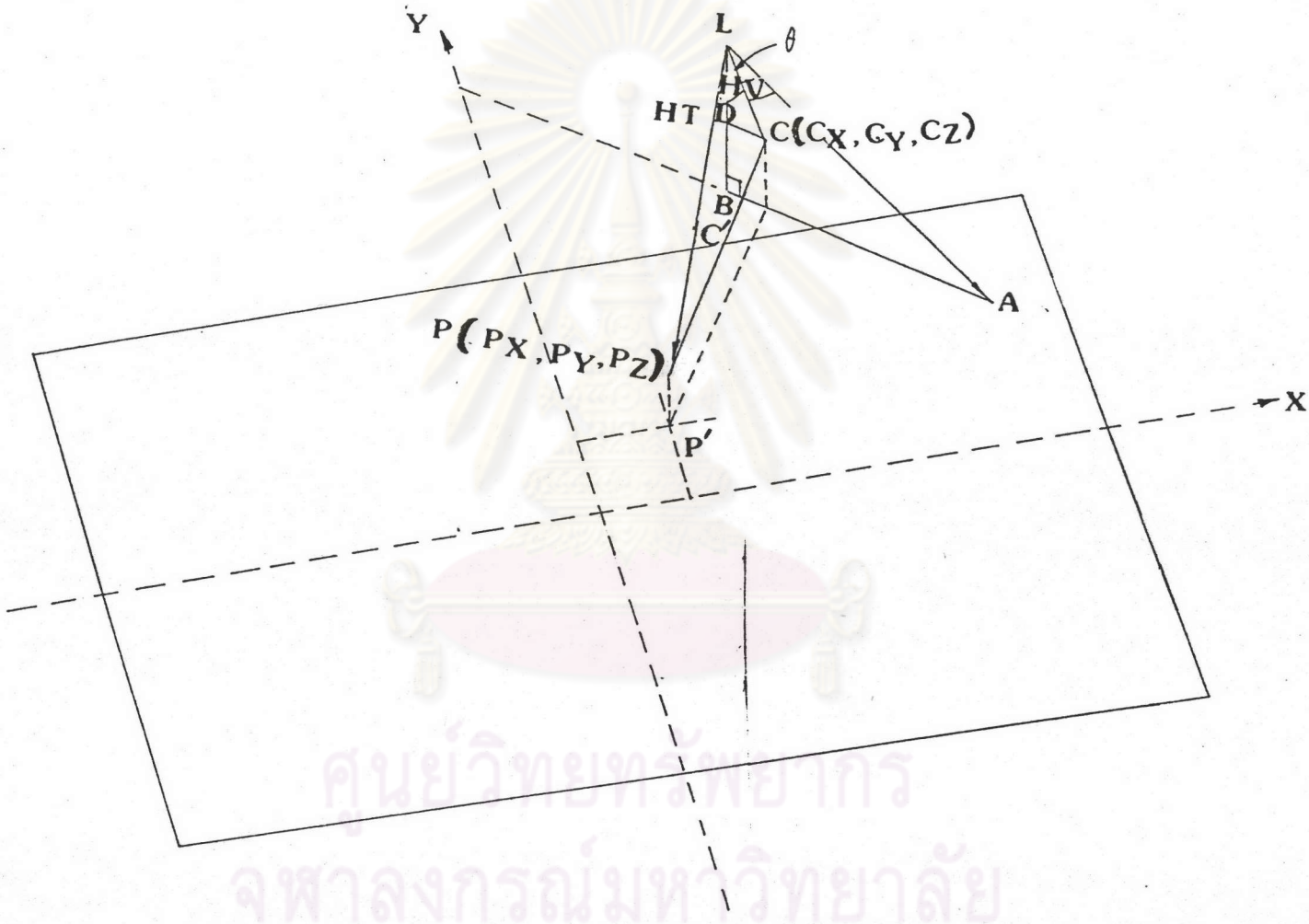
เมื่อ I(H,V) คือ ค่าความเข้มส่องสว่างที่มุม (H,V) โดยวัดเทียบกับฟลักซ์ส่องสว่างของหลอดไฟฟ้า 1000 ลูเมน

ϕ คือ ฟลักซ์ส่องสว่างของหลอดไฟฟ้า (ลูเมน)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.3.2 การคำนวณค่าความสว่างบนระนาบนอนเหนือพื้นสนาม

มีหลักการคำนวณวิธีเดียวกับการคำนวณค่าความสว่างที่พื้นสนาม เพียงแต่ยกระนาบที่จะคำนวณหรือจุดที่คำนวณสูงขึ้นมาเป็นระยะ Z เมตร จากพื้นสนามพิจารณาจากรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แสดงความสัมพันธ์เชิงเรขาคณิตของตำแหน่งดวงโคม จุดเล็ง และจุดที่ต้องการคำนวณหาค่าความสว่างบนระนาบนอนที่อยู่สูงจากพื้นสนาม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากหัวข้อ 3.2.1 เราได้ค่า Cx และ Cy ของตำแหน่งจุดตัด C คือ

$$Cx = (m.(Py - By) + m^2.Bx + Px) / (m^2 + 1)$$

$$Cy = m.Cx + Y_1$$

เมื่อได้ตำแหน่งของจุด C(Cx,Cy,Cz) แล้ว สามารถหาค่ามุมต่าง ๆได้ดังนี้

มุม

$$\theta = \arctan (AB/LB)$$

$$\theta = \arctan \left[\frac{\sqrt{(Ax - Bx)^2 + (Ay - By)^2}}{HT} \right]$$

$$V = \theta - \arctan (CD/LD)$$

$$V = \theta - \arctan \left[\frac{\sqrt{(Cx - Bx)^2 + (Cy - By)^2}}{(HT - Cz)} \right] \quad (3.11)$$

$$H = \arctan(PC/LC)$$

$$H = \arctan \left[\frac{\sqrt{(Cx - Px)^2 + (Cy - Py)^2}}{\sqrt{(Cx - Bx)^2 + (Cy - By)^2 + (HT - Cz)^2}} \right] \quad (3.12)$$

และ $\quad Cos(\gamma) = LD/LP$

เมื่อได้มุม H และ V ก็สามารถหาค่าความเข้มส่องสว่าง I(H,V) ได้ และสามารถหาค่าความสว่างบนระนาบที่ลอยจากพื้นสนามที่จุด P ได้จากสมการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$E = I(H,V) \times \phi/1000 \times LD/LP^3$$

$$E = I(H,V) \times \phi/1000 \times \frac{(HT - Cz)}{[\sqrt{(Px - Bx)^2 + (Py - By)^2 + (HT - Cz)^2}]^3} \quad (3.13)$$

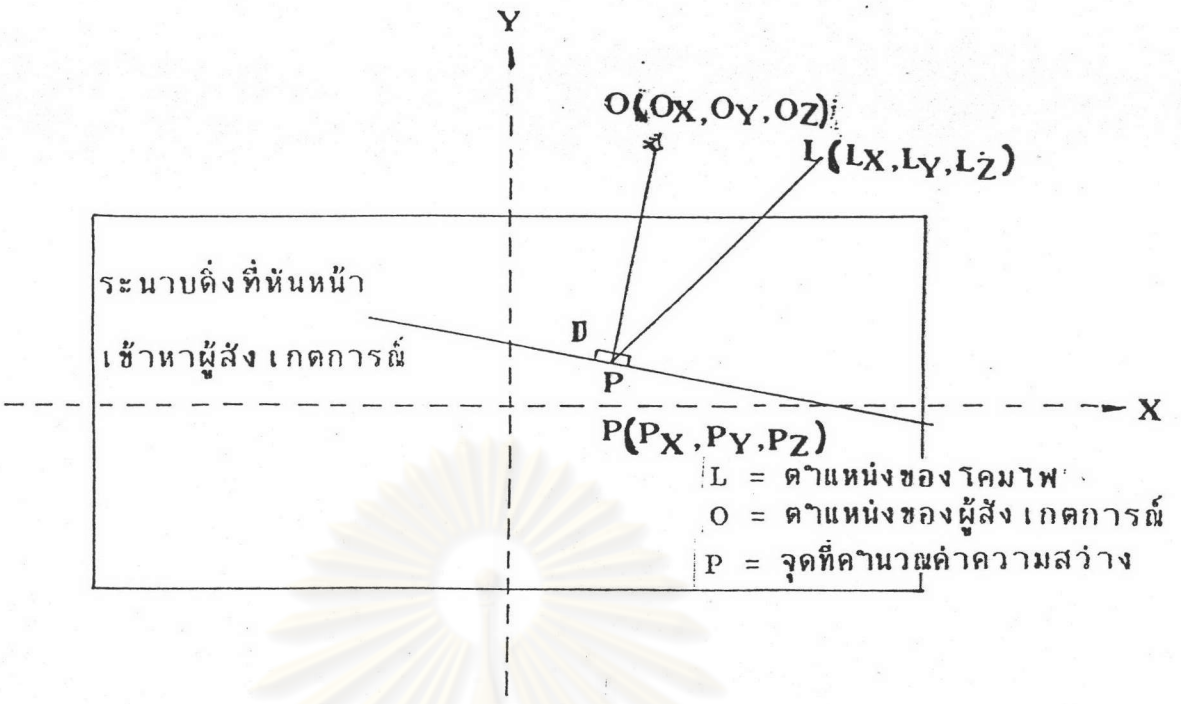
เมื่อ I(H,V) คือ ค่าความเข้มแห่งการส่องสว่างที่มุม H,V โดยวัดเทียบกับฟลักซ์ส่องสว่างของหลอดไฟฟ้า 1000 ลูเมน

ϕ คือ ฟลักซ์ส่องสว่างของหลอดไฟฟ้า

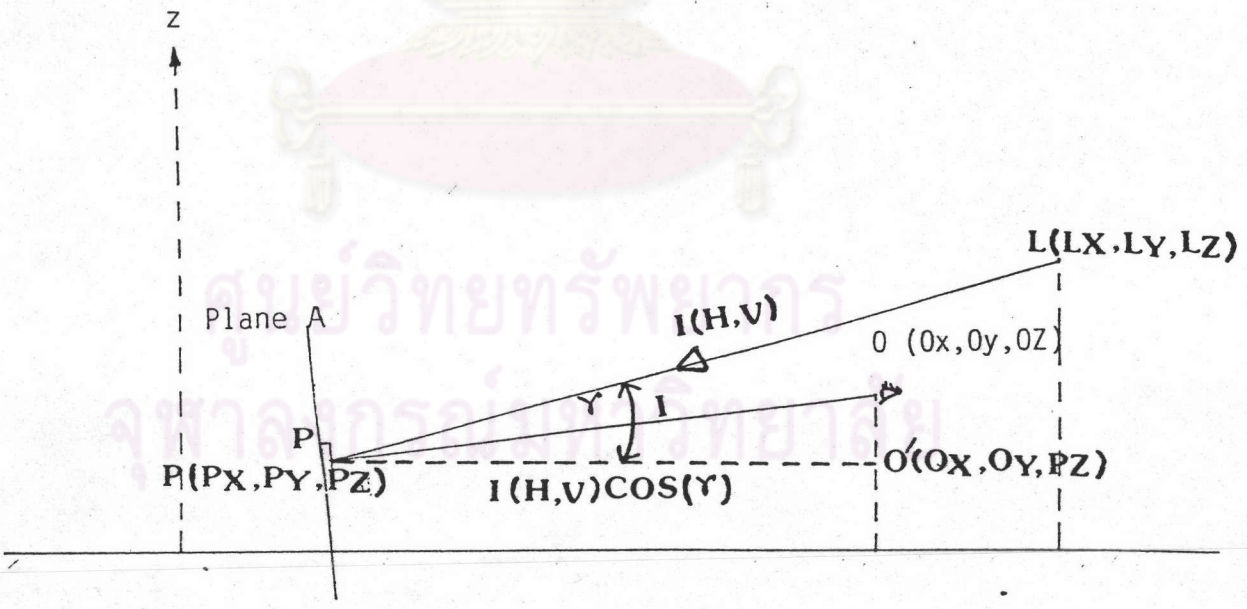
3.3 การคำนวณค่าความสว่างบนระนาบดิ่งที่หันหน้าเข้าหาผู้สังเกตการณ์

การคำนวณค่าความสว่างบนระนาบดิ่งที่หันหน้าเข้าหาผู้สังเกตการณ์นั้นใช้หลักการคำนวณแบบเดียวกันกับการคำนวณค่าความสว่างบนระนาบนอน เพียงแต่จะมีตำแหน่งของผู้สังเกตการณ์เข้ามาเกี่ยวข้องด้วย และจุดที่เราคำนวณหาค่าความสว่างนั้นอาจไม่ได้รับแสงจากโคมไฟที่ติดตั้งในสนามทุกโคม ดังนั้นในการคำนวณค่าความสว่างแต่ละจุดจะต้องมีการตรวจสอบว่า โคมใดบ้างที่มีผลต่อการให้แสงมาตกลงบนจุดนั้น

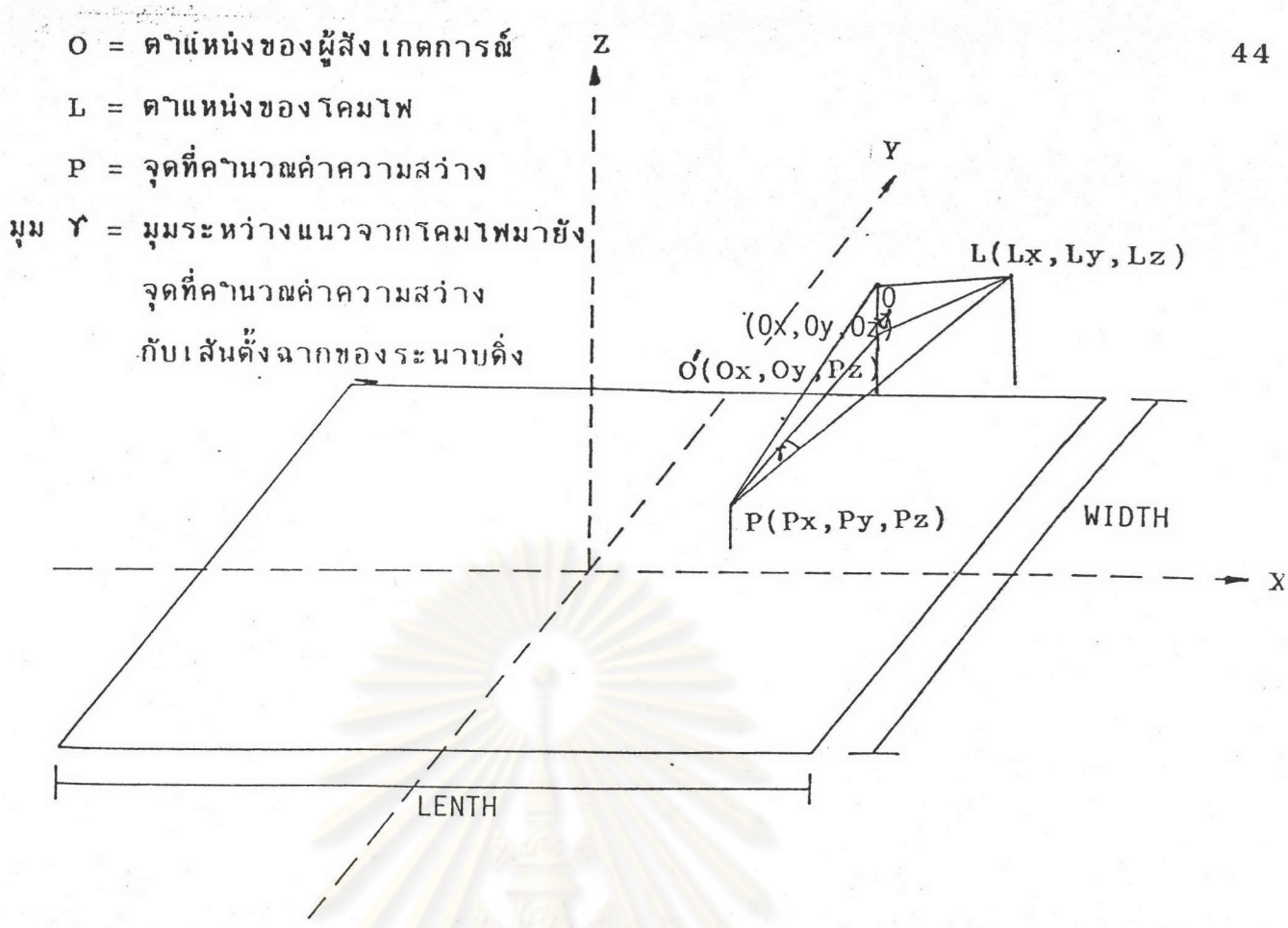
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.5 รูปด้านบน แสดงตำแหน่งของโคมไฟ ผู้สังเกตการณ์ จุดที่คำนวณหาค่าความสว่าง และ ระนาบดิ่งที่หันหน้าเข้าหาผู้สังเกตการณ์



รูปที่ 3.6 รูปด้านข้าง แสดงตำแหน่งของโคมไฟ ผู้สังเกตการณ์ จุดที่คำนวณหาค่าความสว่างและระนาบดิ่งที่หันหน้าเข้าหาผู้สังเกตการณ์



รูปที่ 3.7 รูปสามมิติ แสดงตำแหน่งของโคมไฟ ผู้สังเกตการณ์ และ จุดที่คำนวณหาค่าความสว่าง

จากรูปที่ 3.5 - 3.7 จะเห็นว่าโคมที่มีผลต่อการให้แสงสว่างมาตกลงบนระนาบดิ่ง ณ.จุดที่คำนวณค่าความสว่างนั้นเป็นโคมที่อยู่ด้านเดียวกันกับผู้สังเกตการณ์ (พื้นที่ส่วนที่แรเงา) หรือสามารถตรวจสอบได้จาก มุม ซึ่งจะต้องมีค่าอยู่ระหว่าง ซึ่งจะต้องมีค่าอยู่ระหว่าง $0^{\circ} \leq \gamma \leq 90^{\circ}$

หรือ $1 \geq \cos(\gamma) \geq 0$

จากรูปที่ 3.7 และ Cosine Law จะได้

$$\cos(\gamma) = \frac{LP^2 + O'P^2 - O'L^2}{2.LP.O'P} \qquad (3.14)$$

ค่าความสว่างบนระนาบดิ่งที่จุด P ที่เกิดจากโคม L หาได้จาก

$$E_P(Ver) = I(H,V) \times /1000 \times Cos(\gamma)/LP^2 \qquad (3.15)$$

$$= I(H,V) \times /1000 \times \frac{(LP^2 + \acute{O}P^2 - \acute{O}L^2)}{2.LP^3.\acute{O}P} \qquad (3.16)$$

เมื่อ I(H,V) คือ ค่าความเข้มส่องสว่างที่มุม H,V โดยวัดเทียบกับฟลักซ์ส่องสว่างของหลอดไฟฟ้า 1000 ลูเมน

ซึ่งสามารถหาได้ด้วยวิธีเดียวกับหัวข้อ 3.2.1 - 3.2.2

ϕ คือ ฟลักซ์ส่องสว่างของหลอดไฟฟ้า

ค่าความสว่างบนระนาบดิ่งที่จุด P ที่เกิดจากโคมไฟ m ชุด หาได้จากสมการ

$$E_P = \sum_{i=1}^{m} E_{i(Ver)} \quad \text{Lux} \qquad (3.17)$$

เมื่อ p = โคมไฟที่มีผลต่อการให้แสงสว่างตกลงบนจุด P ซึ่งพิจารณาได้จาก

$$0 \leq Cos(\gamma) \leq 1$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.4 คุณลักษณะการสะท้อนแสงของพื้นผิว (REFLECTION CHARACTERISTIC)

รูปแบบการสะท้อนแสงของพื้นผิวเป็นไปตามสมการ (Kikuchi, Keneto, Takahashi)

$$I(\theta) = Ido.Cos(\theta) + I(so).Cos^{n}(\theta - \alpha)$$
$$= (dF.Rd/\pi).Cos(\theta) + [(dF.Rs)/(2\pi/(n+1))].Cos^{n}(\theta - \alpha) \qquad (3.18)$$

โดยที่

$I(\theta)$ = ความเข้มส่องสว่างของแสงที่สะท้อนออกมาที่มุม θ (cd.)

Ido = ค่าสูงสุดของความเข้มส่องสว่างของแสงสะท้อนในส่วนที่กระจายแบบสม่ำเสมอ (cd)

Iso = ค่าสูงสุดของความเข้มส่องสว่างของแสงสะท้อนแบบส่งผ่านแสง (cd)

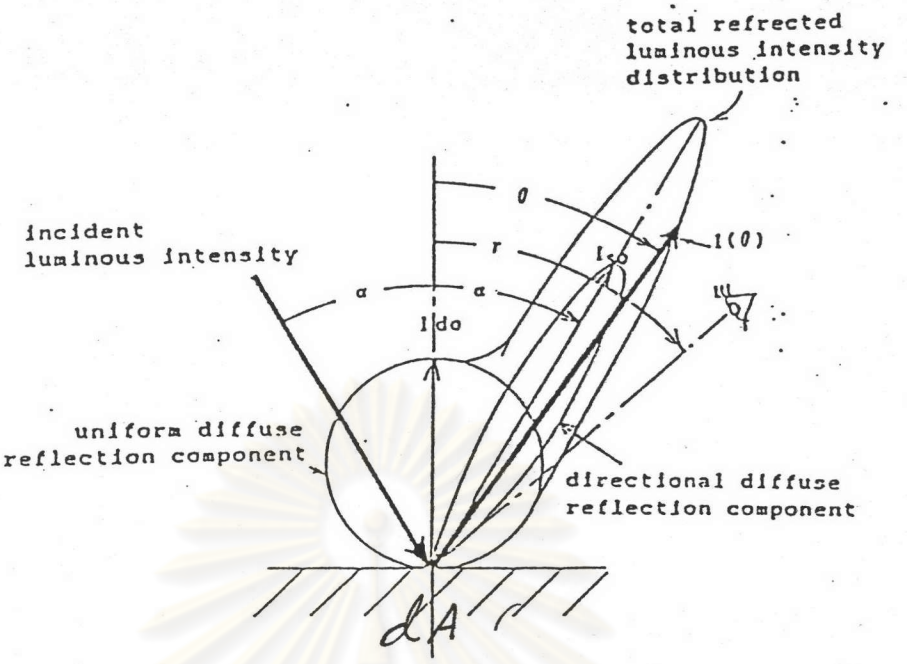
dF = ปริมาณฟลักซ์ส่องสว่างย่อยที่ตกกระทบพื้นผิวย่อย dA (lm.)

Rd = ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนแสงแบบกระจาย ($0 \leq Rd \leq 1$)

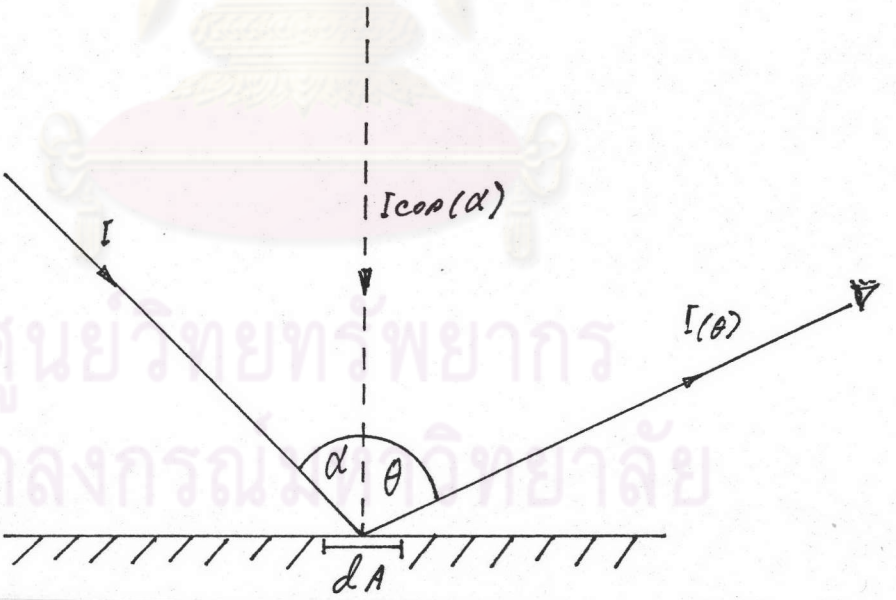
Rs = ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนแสงแบบส่งผ่านแสง ($0 \leq Rs \leq 1$)

ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนแสงรวม = Rd + Rs

ดังแสดงในภาพที่ 3.8 และจากสมการที่ 3.18 จะเห็นว่าการสะท้อนแสงประกอบไปด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนของการสะท้อนแสงแบบกระจายสม่ำเสมอ (uniform diffuse reflection) และ ส่วนของการสะท้อนแสงแบบส่งผ่านแสง (directional diffuse reflection)



รูปที่ 3.8 Reflected luminous intensity distribution characteristics model



รูปที่ 3.9 แสดงการพิจารณาแสงที่ตกกระทบบนพื้นผิวย่อยเล็ก ๆ dA

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากรูปที่ 3.9

ฟลักซ์ส่องสว่าง (dF) ที่ตกลงบนพื้นที่เล็ก ๆ (dA) หาได้จาก

$$dF = E.dA = \frac{I\ Cos(\alpha).dA}{d^2} \qquad (3.19)$$

เมื่อ I = ความเข้มส่องสว่าง จากแหล่งกำเนิดแสงที่ตกบนพื้นที่ dA

ดังนั้นจะได้

$$I(\theta) = (I/d^2).dA.Cos(\alpha).(Rd/\pi).Cos(\theta) + \frac{(I/d^2).dA.Cos(\alpha).Rs.Cos^n(\theta - \alpha)}{2\pi/(n+1)} \qquad (3.20)$$

3.5 รูปแบบการคำนวณค่าความส่องสว่าง

ความส่องสว่าง (Luminance ; L) คือค่าความเข้มส่องสว่างของส่วนย่อยหนึ่งบนพื้นผิวนั้นหารด้วยพื้นที่ของส่วนย่อยนั้น ที่ฉายตั้งฉากกับทิศทางของความเข้มส่องสว่าง

จากรูปที่ 3.9 จะได้

$$L(\theta) = \frac{I(\theta)}{dA\ Cos(\theta)} \qquad (3.21)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

และจากสมการที่ 3.20 จะได้

$$L(\theta) = \frac{(I/d^2).dA.\cos(\alpha).Rd/\pi.\cos(\theta)}{dA \cdot \cos(\theta)} + \frac{(I/d^2).dA.\cos(\alpha).Rs.\cos^n(\theta-\alpha)}{dA.\cos(\theta).(2\pi/(n+1))}$$

$$L(\theta) = (I/d^2).\cos(\alpha).Rd/\pi + \frac{(I/d^2).\cos(\alpha).Rs.\cos^n(\theta-\alpha)}{(2\pi/(n+1)).\cos(\theta)} \quad (3.22)$$

จากสมการที่ 3.19 และรูปที่ 3.9

$(I/d^2).\cos(\alpha)$ คือ ค่าความสว่าง (E) จุดใดๆที่ตกบนพื้นที่ dA ดังนั้น จะได้

$$L(\theta) = E.Rd/\pi + \frac{E.Rs.\cos^n(\theta-\alpha)}{((2\pi/(n+1)).\cos(\theta))} \quad (3.23)$$

$$L(\theta) = Ld + Ls \quad (3.24)$$

เมื่อ Ld = ค่าความส่องสว่างในส่วนของแสงที่สะท้อนแบบกระจาย

$= E.Rd/\pi$ cd/m^2

Ls = ค่าความส่องสว่างในส่วนของแสงที่สะท้อนแบบส่งผ่านแสง

$= \frac{E.Rs.\cos^n(\theta-\alpha)}{(2\pi/(n+1)).\cos(\theta)}$ cd/m^2

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ในกรณีที่มีแหล่งกำเนิดแสงหลาย ๆ จุด(n จุด) เราสามารถหาค่าความส่องสว่างรวม ได้จาก

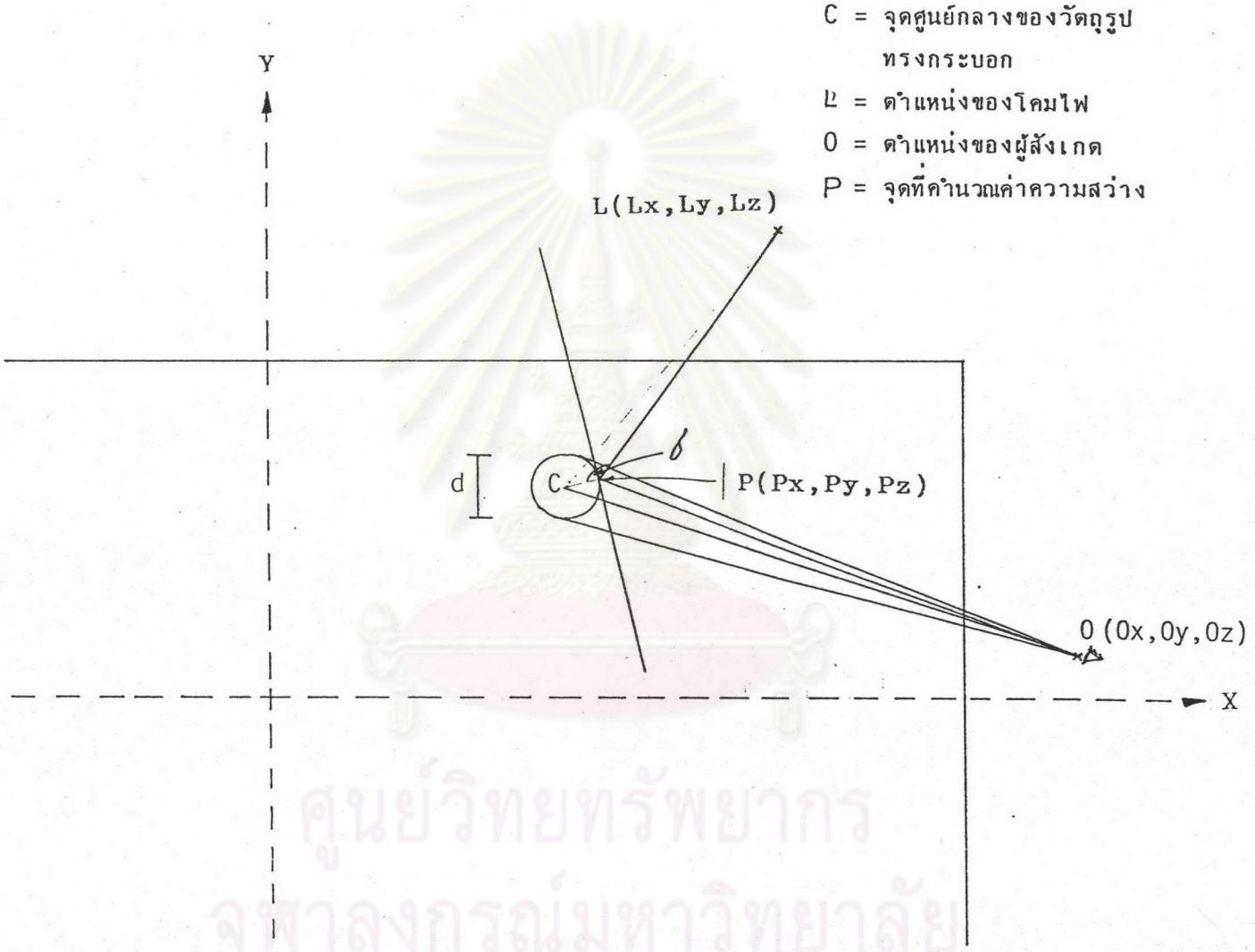
$$L(\theta) = \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot Rd / \pi + \sum_{i=1}^{n} \frac{E_i \cdot Rs \cdot \cos^n(\theta - \alpha_i)}{(2\pi/(n+1)).\cos(\theta)}$$

$$= Rd/\pi \cdot \sum_{i=1}^{n} E_i + \frac{Rs}{(2\pi/(n+1)).\cos(\theta)} \sum_{i=1}^{n} E_i.\cos^n(\theta - \alpha_i) \quad (3.25)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.6 การคำนวณค่าความส่องสว่างของวัตถุรูปทรงกระบอกที่ปรากฏต่อผู้สังเกตการณ์

การใช้วัตถุรูปทรงกระบอกเป็นตัวแทน ที่จะคำนวณหาค่าความส่องสว่าง เนื่องจากเป็นรูปทรงเรขาคณิตที่สามารถใช้แทนนักกีฬาในสนามได้



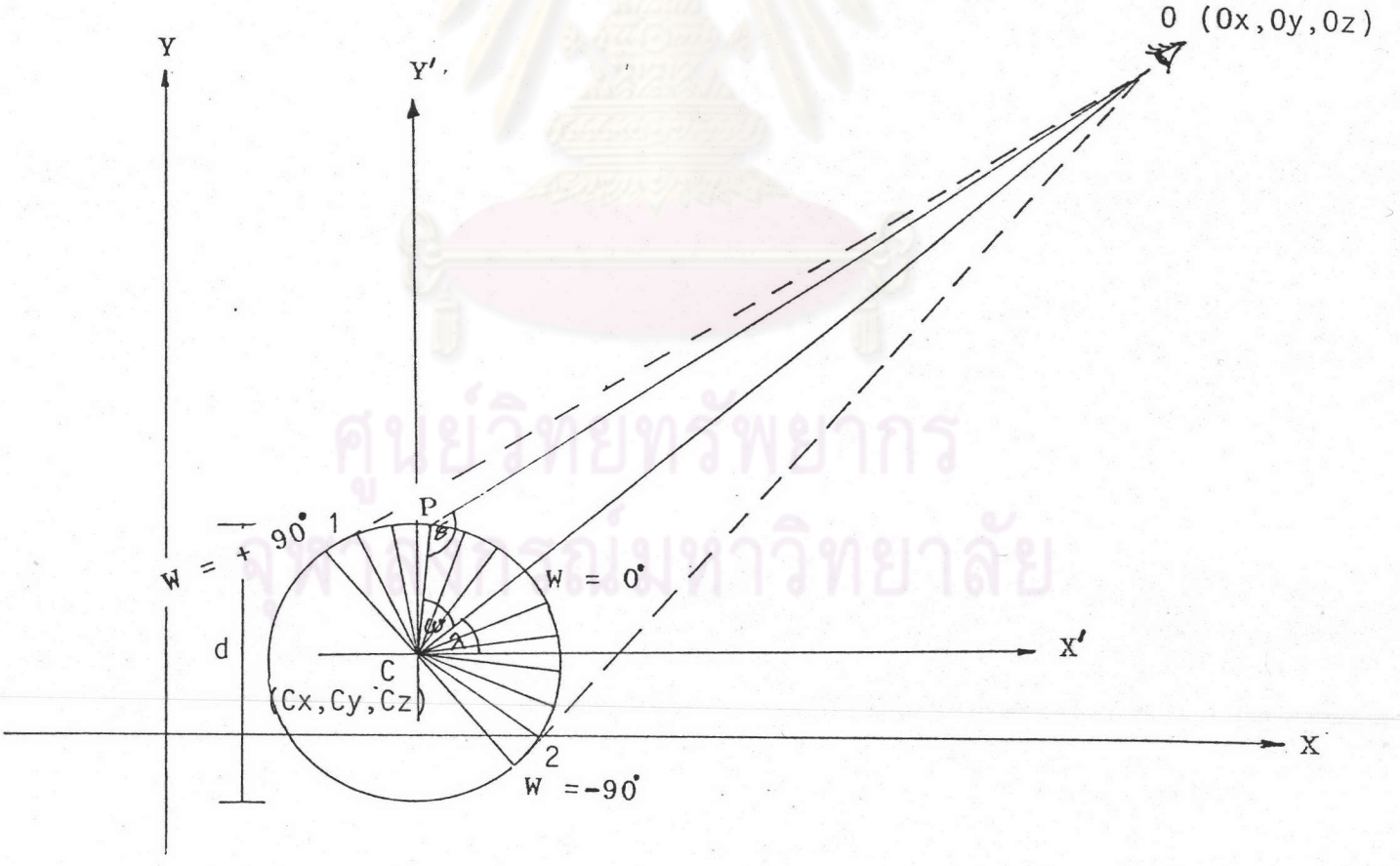
รูปที่ 3.10 ภาพด้านบนของตำแหน่งของวัตถุรูปทรงกระบอก โคมไฟ ผู้สังเกตการณ์ และ จุดที่คำนวณค่าความส่องสว่าง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

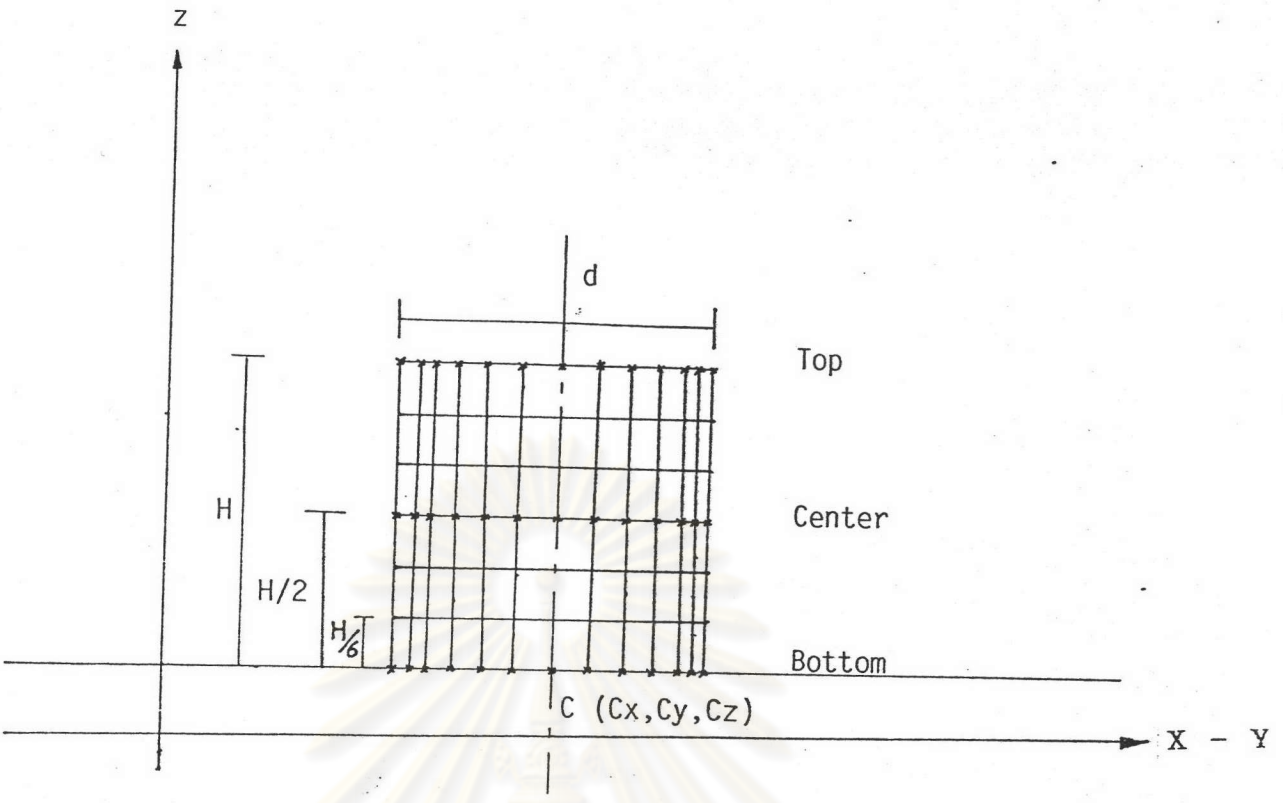
จากรูปที่ 3.11 จะเห็นได้ว่าโคมไฟที่มีผลต่อการให้แสงมาตกกระทบพื้นผิววัตถุที่จุด D แล้วสะท้อนเข้าตาของผู้สังเกตการณ์นั้นจะเป็นโคมที่อยู่ด้านของระนาบเดียวกับผู้สังเกตการณ์และจุดบนพื้นผิววัตถุที่ผู้สังเกตการณ์มองเห็นนั้นจะเป็นพื้นผิวจากจุดหมายเลข 1 มายังจุดหมายเลข 2 ที่อยู่ด้านเดียวกับผู้สังเกตการณ์

3.6.1 การกำหนดจุดบนพื้นผิวของวัตถุรูปทรงกระบอก

ในการใช้วัตถุรูปทรงกระบอกเป็นตัวแทนในการคำนวณค่าความส่องสว่างในสนามเราจะกำหนดข้อมูลของวัตถุ 3 ค่า คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุ ความสูงของวัตถุ และตำแหน่งของวัตถุ โดยจะยึดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางที่ฐานเป็นหลัก ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องคำนวณหาตำแหน่งของจุดบนผิวของวัตถุที่จะคำนวณหาค่าความส่องสว่าง



รูปที่ 3.11 ภาพด้านบนของจุดที่คำนวณหาค่าความส่องสว่าง



รูปที่ 3.12 รูปด้านข้าง แสดงจุดที่คำนวณค่าความส่องสว่าง

จากรูปที่ 3.11 จะทำการคำนวณ ณ. จุดที่คำนวณทั้งสิ้น 13 จุด โดยจะแบ่งความกว้างของภาพวัตถุที่ถูกมองเห็นออกเป็น 12 ส่วนเท่า ๆ กัน

จากรูปที่ 3.12 จะทำการคำนวณใน 7 ระดับ ที่ทุก ๆ ความสูง H/6

รวมจุดที่คำนวณหาค่าความส่องสว่างทั้งสิ้น 7x13 จุด

จากรูปที่ 3.11 เราจะหาโคออดิเนตของจุด P ที่ต้องการคำนวณที่ค่ามุมใดๆ ได้จาก

$$Px = Cx + (d/2)\cos(\lambda + \omega)$$

$$= Cx + (d/2)[\cos(\lambda)\cos(\omega) - \sin(\lambda)\sin(\omega)] \quad (3.26)$$

$$Py = Cy + (d/2)\sin(\lambda + \omega)$$

$$= Cy + (d/2)[\sin(\lambda)\cos(\omega) + \cos(\lambda)\sin(\omega)] \quad (3.27)$$

$$Pz(TOP) = Cz + H \quad (3.28)$$

$$Pz(5H/6) = Cz + 5H/6 \quad (3.29)$$

$$Pz(4H/6) = Cz + 4H/6 \quad (3.30)$$

$$Pz(CENTER) = Cz + H/2 \quad (3.31)$$

$$Pz(2H/6) = Cz + 2H/6 \quad (3.32)$$

$$Pz(H/6) = Cz + H/6 \quad (3.33)$$

$$Pz(BOTTOM) = Cz \quad (3.34)$$

โดยที่

$$\cos(\lambda) = \frac{(Ox - Cx)}{\sqrt{(Ox - Cx)^2 + (Oy - Cy)^2}} \quad (3.35)$$

$$\sin(x) = \frac{(Oy - Cy)}{\sqrt{(Ox - Cx)^2 + (Oy - Cy)^2}} \quad (3.36)$$

3.6.2 วิธีตรวจสอบหาจุดบนพื้นผิวที่ผู้สังเกตการณ์มองเห็น

จากหัวข้อ 3.6.1 เป็นการกำหนดจุดบนพื้นผิวทรงกระบอกจากมุม ω = -90 องศา ไปยัง ω = 90 องศา ซึ่งเป็นการกำหนดจุด ใน ส่วนของครึ่งทรงกระบอก แต่ถ้าพิจารณาจากรูปที่ 3.11 จะเห็นว่าผู้สังเกตการณ์จะไม่สามารถมองเห็นได้หมดทั้ง 13 จุด ในระดับเดียวกันจะมองเห็นได้ไกลสุด แค่ที่จุดหมายเลข 1 และ 2 เท่านั้น ซึ่งเป็นจุดที่ลากเส้นตรงจากจุด O มาสัมผัสพื้นผิวทรงกระบอก

วิธีตรวจสอบว่าจุดใดผู้สังเกตการณ์สามารถมองเห็นได้นั้น สามารถตรวจสอบได้จาก

เงื่อนไข $$-1 \leq \cos(\varepsilon) \leq 0$$

จาก Cosine Law

$$\cos(\varepsilon) = \frac{(d/2)^2 + PO^2 - CO^2}{2.PO.(d/2)}$$

เมื่อ

$$PO = \sqrt{(Ox - Px)^2 + (Oy - Py)^2}$$
$$CO = \sqrt{(Ox - Cx)^2 + (Oy - Cy)^2}$$

3.6.3 วิธีตรวจสอบว่าโคมใดที่ติดตั้งในสนามมีผลต่อการให้แสงตกบนจุดที่คำนวณ

จากรูปที่ 3.10 เนื่องจากโคมที่อยู่ ณ.ตำแหน่งบริเวณที่แรเงาไม่มีผลต่อการให้แสงตกลงบนจุด ที่คำนวณ ดังนั้นจึงตรวจสอบได้จาก

โคมที่มีผลต่อการให้แสงจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไข

$$-1 \leq \cos(\delta) \leq 0$$

จาก Cosine Law

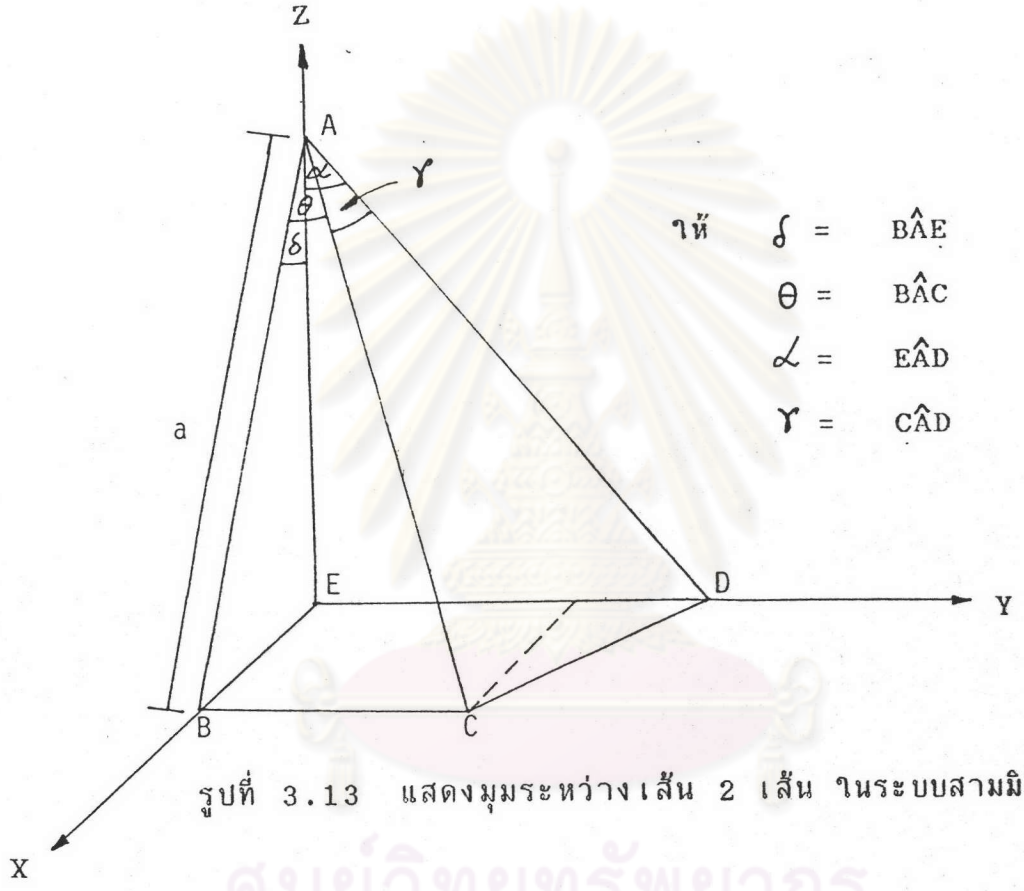
$$\cos(\delta) = \frac{(d/2)^2 + LP^2 - LC^2}{2 .LP.(d/2)}$$

เมื่อ

$$LP = \sqrt{(Lx - Px)^2 + (Ly - Py)^2}$$

$$LC = \sqrt{(Lx - Cx)^2 + (Ly - Cy)^2}$$

3.6.4 การคำนวณมุมระหว่างเส้นตรงสองเส้นในระนาบสามมิติ



ให้ $\delta = B\hat{A}E$

$\theta = B\hat{A}C$

$\alpha = E\hat{A}D$

$\gamma = C\hat{A}D$

รูปที่ 3.13 แสดงมุมระหว่างเส้น 2 เส้น ในระบบสามมิติ

จากรูปที่ 3.13 จะได้

$$AC = a/\cos(\theta) \quad ; \quad BC = AC \sin(\theta) = \frac{a \sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

$$BE = a \sin(\delta) \quad ; \quad AE = a \cos(\delta)$$

$$AD = \frac{AE}{\text{Cos } \cos(\alpha)} = \frac{a \cos(\delta)}{\cos(\alpha)} \quad ;$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$DE = AD \sin(\alpha) = \frac{a \cos(\delta) \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$DF = DE - EF = DE - BC$$

$$= \frac{a \cos(\delta) \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} - \frac{a \sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

$$CD^2 = BE^2 + DF^2$$

จาก Cosine Law

$$\cos(\gamma) = \frac{AC^2 + AD^2 - CD^2}{2 \cdot AC \cdot AD}$$

$$\cos(\gamma) = \cos(\alpha).\cos(\theta).\cos(\delta) + \sin(\alpha).\sin(\theta) \qquad (3.37)$$

3.6.5 การคำนวณค่าความส่องสว่างของวัตถุ

การคำนวณค่าความส่องสว่าง ณ. จุด ใด ๆ บนพื้นผิววัตถุรูปทรงกระบอกกระทำได้โดยพิจารณารูปที่ 3.14 จากตำแหน่งโคมไฟ L(Lx,Ly,Lz) ตำแหน่งผู้สังเกตการณ์ O(Ox,Oy,Oz) และตำแหน่งที่คำนวณค่าความส่องสว่าง P(Px,Py,Pz) สามารถหาค่ามุม α' ซึ่งเป็นมุมที่แสงตกกระทบระนาบ A (ระนาบสัมผัสจุดที่คำนวณ) มุม θ' เป็นมุมจากแนวของผู้สังเกตการณ์ไปยังจุดที่คำนวณกับระนาบ A มุม δ ซึ่งเป็นมุมระหว่างเงาบนระนาบ A ของเส้นตรง OP กับเงาของแนวสะท้อนของแสงบนระนาบ A

จากรูปที่ 3.14 จะได้ค่าความชันของเงาของระนาบ A บนระนาบ XY คือ

$$m = \frac{Cx - Px}{Py - Cy} \tag{3.38}$$

และสามารถหาจุดตัด B ได้จาก

$$Bx = \frac{m^2.Px + m.(Ly - Py) + Lx}{(1 + m^2)} \tag{3.39}$$

$$By = \frac{m^2.Ly + m.(Lx - Px) + Py}{(1 + m^2)} \tag{3.40}$$

$$Bz = Lz \tag{3.41}$$

ในทำนองเดียวกันสามารถหาจุดตัด E ได้จาก

$$Ex = \frac{m^2.Px + m.(Oy - Py) + Ox}{(1 + m^2)} \tag{3.42}$$

$$Ey = \frac{m^2.Oy + m.(Ox - Px) + Py}{(1 + m^2)} \tag{3.43}$$

$$Ez = Oz \tag{3.44}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แต่ในกรณีที่ (Py - Cy) = O

จะได้

$$Bx = Px \;;$$

$$By = Ly \;;$$

$$Bz = Lz \;;$$

$$Ex = Px \;;$$

$$Ey = Oy \;;$$

$$Ez = Oz \;;$$

เมื่อได้ตำแหน่งจุดตัด B และ E แล้ว เราสามารถหาค่ามุมต่าง ๆ ได้ดังนี้

$$\cos(\theta') = PE/PO \qquad (3.45)$$

$$\cos(\delta) = -\left[\frac{(PE^2 + BP^2 - BE^2)}{2.PE.BP}\right] \qquad (3.46)$$

$$\cos(\alpha') = BP/LP \qquad (3.47)$$

$$\sin(\theta') = EO/PO \qquad (3.48)$$

$$\sin(\alpha') = LB/LP \qquad (3.49)$$

จะได้

$$\cos(\gamma) = \cos(\theta')\cos(\alpha')\cos(\delta) + \sin(\theta')\sin(\alpha')$$

$$= \frac{BE^2 - PE^2 - BP^2 + 2.EO.LB}{Z.PO.LP} \qquad (3.50)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การหาค่าความสว่างที่ตกลงมาบนจุด P ตั้งฉากกับระนาบ A หาได้ในลักษณะเดียวกับหัวข้อ 3.2.1 และ 3.2.2 ได้ค่า E

$$E = I(H,V) \times \phi/1000 \times LB/LC^3 \qquad (3.51)$$

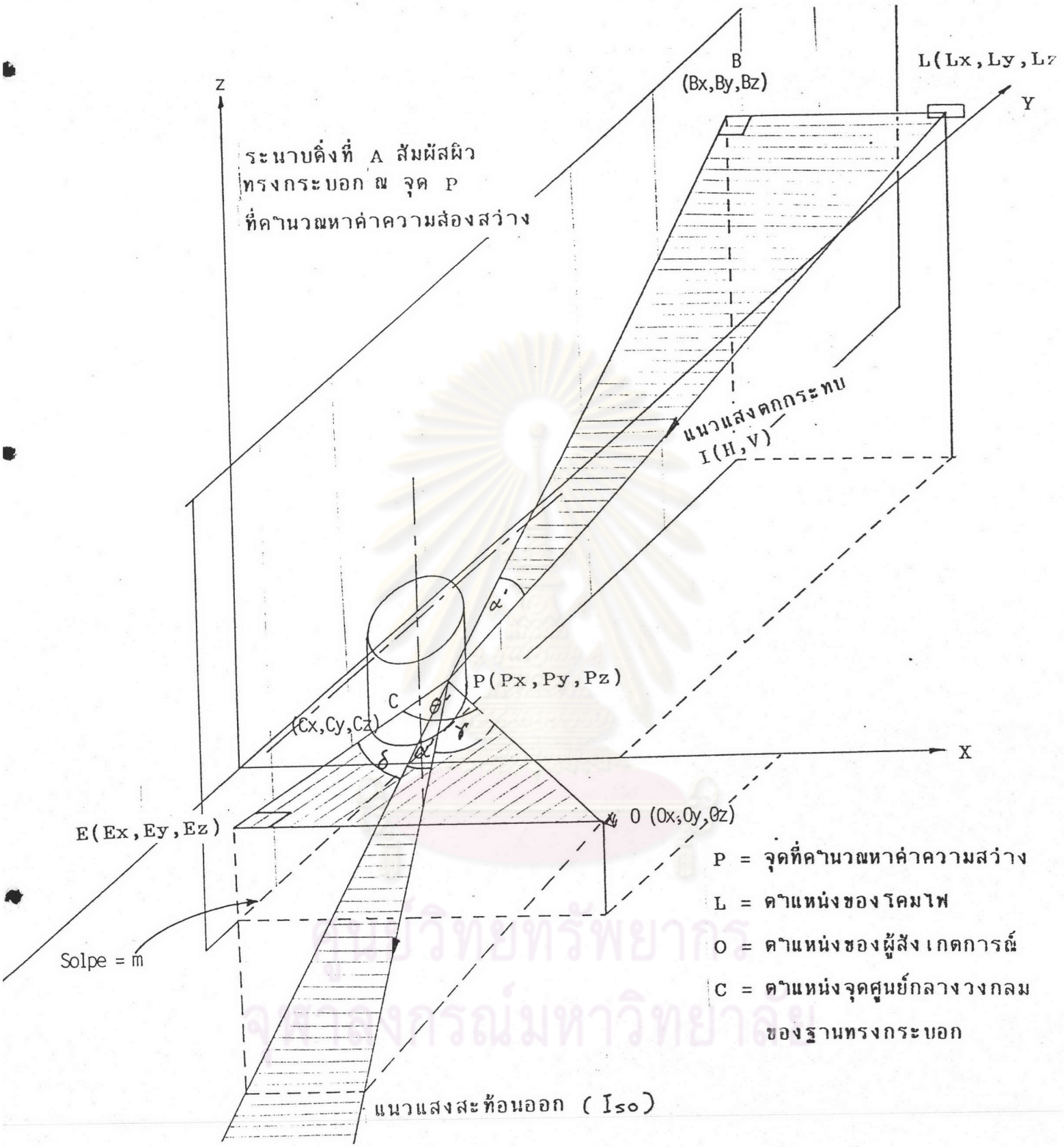
เมื่อได้ค่าความสว่าง E และจากสมการ (3.23) เราจะหาค่าความส่องสว่างที่จุด P ที่เกิดจากโคมไฟ L ได้

$$L_{P,L} = E_L.Rd/\pi + \frac{E_L.Rs}{(2\pi/(n+1))} \cdot \frac{\cos^n(\gamma_L)}{(EO/PO)} \qquad (3.52)$$

ในกรณีที่มีโคมไฟ m โคมจะได้ค่าความส่องสว่าง ณ. จุด P มีค่าเป็น

$$L_P = Rd/\pi \sum_{L=1}^{m} EL + \frac{Rs}{(2\pi/(n+1))} \cdot \frac{PO}{EO} \cdot \sum_{L=1}^{m} EL \cdot \cos^n(\gamma_L) \qquad (3.53)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.14 กาพสามมิติ แสดงความสัมพันธ์เชิงเรขาคณิต ของ ตำแหน่งโคมไฟ ผู้สังเกตการณ์ และ จุดที่คำนวณค่าความส่องสว่าง