

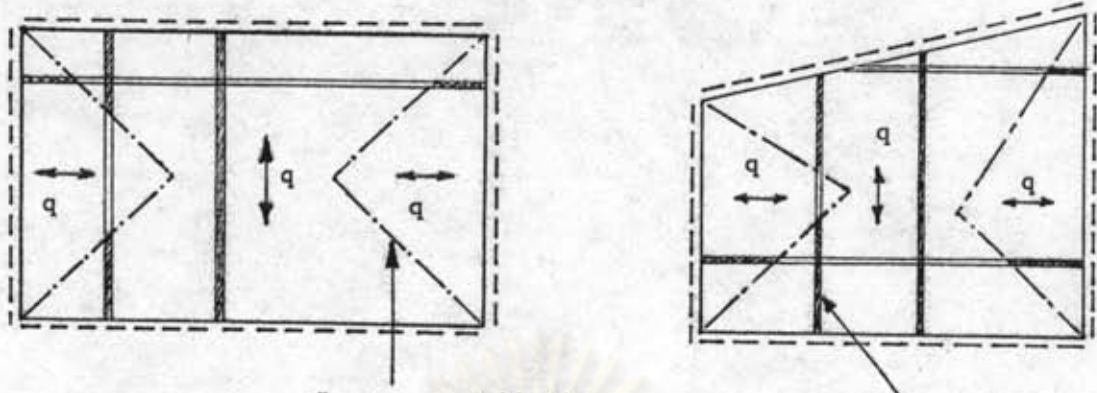
2.1. กล่าวนำ

ทฤษฎีเสริม เป็นทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างชนิดแผ่นพื้น ซึ่งจัดอยู่ในประเภททฤษฎีของเขตล่างสามารถใช้ในการวิเคราะห์แผ่นพื้นที่มีรูปร่างตลอดจนที่รองรับลักษณะต่าง ๆ ได้ ในแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กทฤษฎีเสริม เป็นวิธีการวิเคราะห์ชนิดจำกัด (Limit Analysis) และใช้ได้กับแผ่นพื้นที่มีเหล็กเสริมปริมาณต่ำ (Under-Reinforced) กล่าวคือ เหล็กเสริมรับแรงดึงถึงจุดคลากก่อนที่จะแรงอัดในคอนกรีตจะถึงจุดประลัย

ขั้นตอนการวิเคราะห์หาการกระจายของแรงดัดในแผ่นพื้นทำได้โดยการสมมุติเส้นที่แสดงความไม่ต่อเนื่อง (Discontinuity Line) ดังแสดงในรูปที่ 2 ก-ค แบ่งพื้นที่ของแผ่นพื้นออกเป็น ส่วนต่าง ๆ และแบ่งน้ำหนักบรรทุกในส่วนต่าง ๆ ของแผ่นพื้นไปยังที่รองรับในทิศทาง X และ Y แบ่งแผ่นพื้นออกเป็นแถบเล็ก ๆ ซึ่งแถบดังกล่าวนี้จะรับน้ำหนักตามที่แบ่งน้ำหนักบรรทุก ใช้สมการสมดุล โดยให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่ปลายของแถบเล็ก ๆ นั้น หาแรงดัดที่ตำแหน่งต่าง ๆ ในแต่ละ แถบ และเมื่อรวมแถบต่าง ๆ เข้าด้วยกันจะได้การกระจายของแรงดัดในแผ่นพื้น

เนื่องจากทฤษฎีเสริม เป็นทฤษฎีประเภทขอบเขตล่าง แรงดัดที่เกิดขึ้นในแผ่นพื้นจากทฤษฎีเสริม จะมากกว่าหรือเท่ากับแรงดัดที่แท้จริง ซึ่งปลอดภัยเสมอแต่ไม่ประหยัด ดังนั้น เพื่อให้ประหยัด และใช้ทฤษฎีเสริมวิเคราะห์หาการกระจายของแรงดัดในแผ่นพื้นให้ได้ค่าต่ำที่สุด หรือให้ได้ค่าใกล้เคียงกับค่าแรงดัดที่แท้จริงมากที่สุด ก็จำเป็นต้องเลือกรูปแบบการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักให้เหมาะสม แต่สิ่งที่จะต้องคำนึงถึงอย่างหนึ่งก็คือ รูปแบบของการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักที่เลือกขึ้นมา นั้นจะต้องให้การกระจายของแรงดัดที่ค่อนข้างจะสม่ำเสมอ เพื่อให้ได้การจัดเรียงเหล็กเสริมที่กระจายอย่างสม่ำเสมอ

การวิเคราะห์หาการกระจายของแรงดัดในแผ่นพื้นเพื่อให้ได้ค่าต่ำมากที่สุดนั้นทำได้โดยการกำหนดตำแหน่งของเส้นที่แสดงความไม่ต่อเนื่องให้เป็นตัวแปรของพิกัดฉาก (Coordinate) แล้วหาแรงดัดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุก และหาปริมาตรของแรงดัด (Moment Volume) ในแผ่นพื้น ซึ่งจะได้สมการของปริมาตรแรงดัดอยู่ในรูปของตัวแปรหลายตัว เช่น พิกัดของเส้นแสดงความไม่ต่อเนื่อง เงื่อนไขที่ขอบของแผ่นพื้น อัตราส่วนของแรงดัดลบต่อแรงดัดบวก เป็นต้น

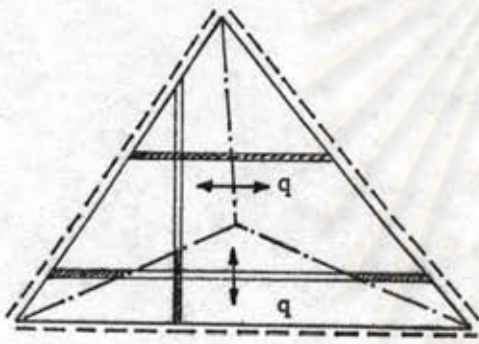


เส้นแสดงความไม่ต่อเนื่อง

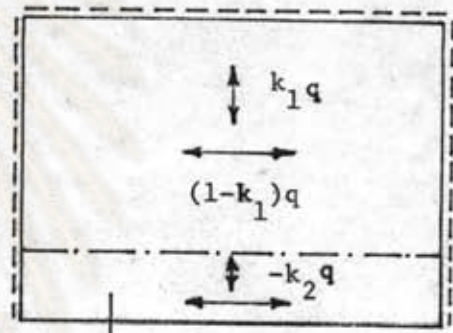
แถบเล็ก ๆ

(ก)

(ข)



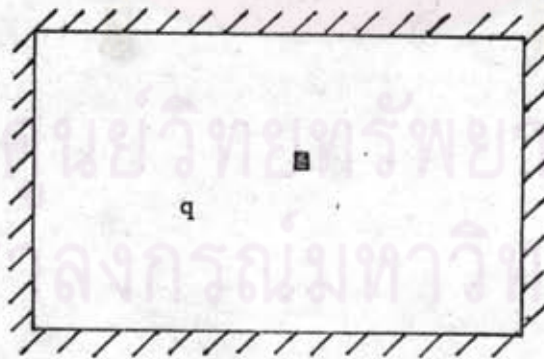
(ค)



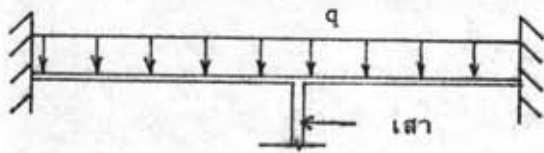
$1+k_2 q$

แถบแข็งแรง

(ง)



(จ)



รูปที่ 2.1 แผ่นพื้นชนิดต่าง ๆ

การหาผลต่างเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differentiation) จะได้จำนวนสมการออกมาเท่ากับจำนวนตัวแปรซึ่งเมื่อหาผลลัพท์ออกมาได้แล้วจะได้ตำแหน่งของเส้น แสดงความไม่ต่อเนื่องซึ่งทำให้ได้การกระจายของแรงคัตออกมาค่าที่สุด

สิ่งที่จำเป็นจะต้องคำนึงถึงอีกประการหนึ่ง ก็คือทฤษฎีสตรีปใช้ในการคำนวณออกแบบแผ่นพื้น โดยคำนึงถึงแค่ผลของแรงคัตเท่านั้น ส่วนแรงเฉือนทะลวง (Punching Shear) นั้นจะต้องพิจารณาประกอบภายหลังด้วย

สำหรับแผ่นพื้นที่มีขอบด้านใดด้านหนึ่งเป็นขอบอิสระดังแสดงในรูป 2.1 จ จะใช้ทฤษฎีสตรีปอย่างง่ายอีกต่อไปไม่ได้ จะต้องใช้แถบแข็งแกร่งไว้ที่ขอบอิสระเพื่อทำหน้าที่เป็นที่รองรับก่อนจึงจะสามารถใช้วิธีสตรีปอย่างง่ายได้เหมือนเดิม สำหรับวิธีการโดยละเอียดจะกล่าวในภายหลังอีกครั้งหนึ่ง

ในกรณีที่แผ่นพื้นรับแรงกระทำเป็นจุด ดังแสดงในรูป 2.1 จ. จะใช้วิธีสตรีปอย่างง่ายทำการวิเคราะห์หาการกระจายของแรงคัตในแผ่นพื้นอีกต่อไปไม่ได้ ในกรณีเช่นนี้ จะต้องใช้วิธีสตรีปขั้นสูงทำการวิเคราะห์แรงคัตแทน สำหรับวิธีสตรีปขั้นสูงนี้ ได้พัฒนาขึ้นโดย Hillerborg (6,7) โดยใช้ชิ้นส่วนที่มีแรงกระทำที่มุมซึ่ง Hillerborg เรียกชิ้นส่วนชนิดนี้ว่าชิ้นส่วนประเภทที่ 3 (Element type 3) และได้แสดงการหาแรงคัตที่ตำแหน่งต่าง ๆ ในแผ่นพื้นออกมา ซึ่งต่อมา Wood และ Armer (12) ได้วิจารณ์ชิ้นส่วนประเภทที่ 3 ที่ Hillerborg คิดขึ้น และได้พัฒนาริธีการหาแรงคัตที่ตำแหน่งต่าง ๆ ในชิ้นส่วนประเภทที่ 3 ขึ้นมา ดังจะได้กล่าวละเอียดในท้ายบทที่ 2

ก่อนที่จะทำการศึกษาทฤษฎีสตรีปซึ่งเป็นทฤษฎีขอบเขตล่างนั้นขอทำความเข้าใจทฤษฎีขอบเขตล่างเสียก่อน ซึ่งกล่าวไว้ว่า

ถ้ามีน้ำหนัก Q_1 ซึ่งสามารถหาการกระจายของแรงคัตซึ่งอยู่ในสภาพสมดุลย์และค่าแรงคัตในทุก ๆ ตำแหน่งมีค่าไม่เกินกว่าแรงคัตสูงสุดที่หน้าคัตนั้น ๆ จะรับได้ดังนั้นน้ำหนัก Q_1 จะเป็นค่าค่าสุดของความสามารถในการรับน้ำหนัก แผ่นพื้นสามารถรับน้ำหนัก Q_1 ได้อย่างแน่นอน

ดังนั้นในวิธีการของทฤษฎีขอบเขตล่างไม่จำกัดว่าจะหาการกระจายของแรงคัตออกมาโดยวิธีการใดเพียงแต่การกระจายของแรงคัตจะต้องอยู่ในสมดุลย์เท่านั้น การใช้สมการสมดุลย์ในทฤษฎีอีลาสติก เป็นวิธีการที่ง่ายต่อการคำนวณ และ ถ้าเสริมเหล็กเสริมตามค่าของแรงคัตในทุก ๆ ตำแหน่งในแผ่นพื้น และถ้าแผ่นพื้นรับน้ำหนักบรรทุกทุกประลัย ทุก ๆ ตำแหน่งในแผ่นพื้นจะถึงจุดคลากและ

หังเสียหายพร้อมกัน ดังนั้นแรงคัตที่ได้จากสมการสมดุลในทฤษฎีอีลาสติก จะมีค่าค่าและเหมาะสมที่จะนำไปหาการกระจายของแรงคัต เพราะที่น้ำหนักบรรทุกที่ใช้บนแรงคัตในแผ่นพื้นจะเป็นไปตามทฤษฎีอีลาสติก

ดังนั้นในการศึกษาวิธีสคริปนั้น จะทำการศึกษสมการสมดุลและเงื่อนไขสมดุลก่อนแล้วจึงศึกษาวิธีสคริปในภายหลัง

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์

- _____ ขอบอิสระ (Free edge)
- ===== ที่รองรับแบบธรรมดาหรือแบบยึดหมุน (Simple Support)
- ////// ที่รองรับแบบยึดแน่น (Fixed Support)
- ที่รองรับแบบเสา (Column Support)
- เส้นที่มีแรงเฉือนเป็นศูนย์ (Line of zero shearing force)
- เส้นที่แสดงความไม่ต่อเนื่อง (Discontinuity line)
- ↔ ทิศทางในการถ่ายน้ำหนักบรรทุก
- ⊕ แรงกระทำเป็นจุดซึ่งมีทิศทางลง
- ⊙ แรงกระทำเป็นจุดซึ่งมีทิศทางขึ้น
- (with arrows) ชิ้นส่วนซึ่งมีจุดรองรับอยู่ที่มุม
- ↓ ↓ ↓ น้ำหนักที่เป็นแนวเส้น (Line load)



2.2 สมการสมดุลและเงื่อนไขสมดุล

2.2.1 สมการสมดุลและเงื่อนไขสมดุลในระบบพิกัด

พิจารณารูปที่ 2.2 ซึ่งแสดงถึงชิ้นส่วนเล็ก ๆ ในแผ่นพื้น ซึ่งมีขนาดความกว้างและความยาวน้อย ๆ เท่ากับ dx และ dy ชิ้นส่วนนี้รับน้ำหนักแผ่กระจาย q โดย M_x คือแรงดัดในทิศทาง X ต่อความยาวหนึ่งหน่วย M_{xy} คือแรงบิดต่อความยาวหนึ่งหน่วย Q_x คือแรงเฉือนที่ขนานกับขอบ Y ต่อความยาวหนึ่งหน่วย เมื่อนำชิ้นส่วนนี้มาพิจารณาจะเกิดแรงกระทำที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.2 จากสมการสมดุล เมื่อละทิ้งเทอมที่มีกำลังสูง ๆ จะได้สมการต่อไปนี้

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad (2.1)$$

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad (2.2)$$

และ

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -q \quad (2.3)$$

จากสมการที่ (2.1) (2.2) และ (2.3) จะได้สมการสมดุลดังนี้

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -q \quad (2.4)$$

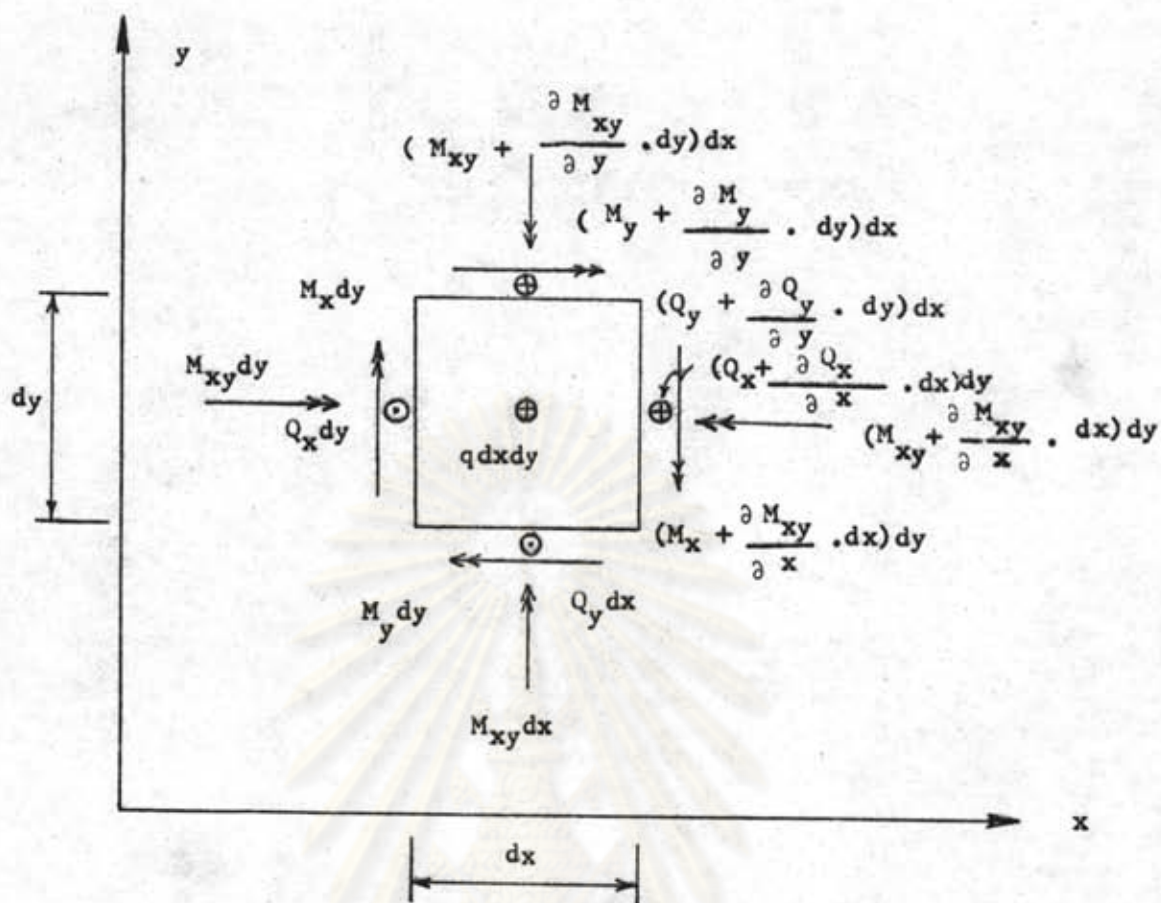
จากสมการที่ (2.4) นี้เป็นสมการสมดุลของชิ้นส่วนที่อยู่ในพิกัดฉาก (Orthogonal Co - ordinates)

จากรูปที่ 2.3 แสดงแรงบนขอบในพิกัด x ซึ่งมีที่รองรับแบบยึดหมุน ที่ขอบแบบยึดหมุนจะไม่มีแรงบิด แต่อีกด้านหนึ่งมีแรงบิด ความแตกต่างระหว่างค่าแรงบิดที่ขอบทั้งสองนี้ จะถูกต้านทานโดยแรงเฉือนที่ขอบ จากสมการสมดุล ของแรงดัดรอบจุดศูนย์กลางของชิ้นส่วน โดยละทิ้งเทอมที่มีกำลังสูง ๆ แรงเฉือนจะมีค่าดังนี้

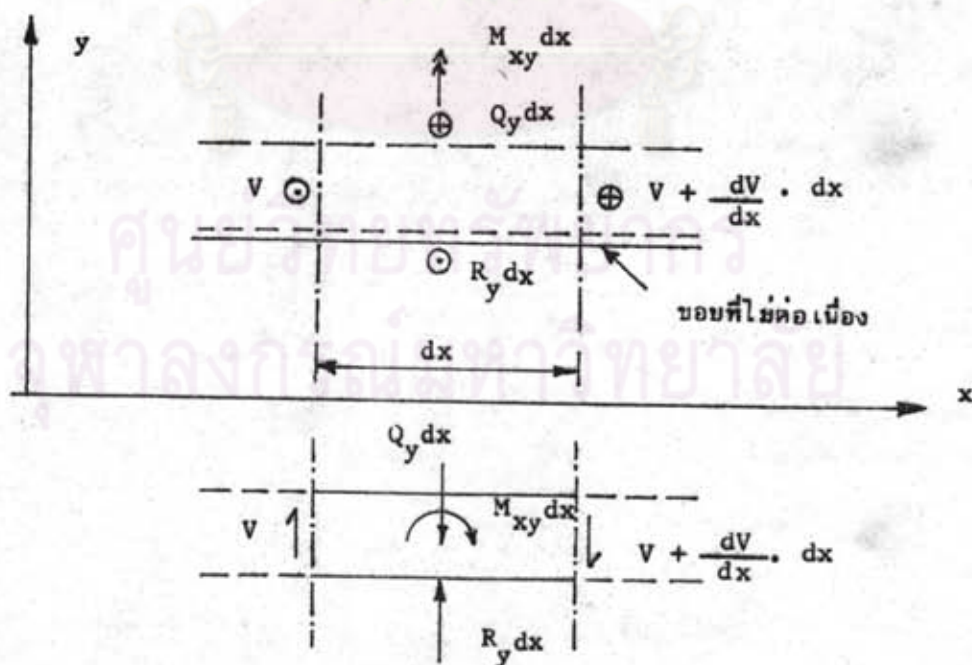
$$V = -M_{xy} \quad (2.5)$$

จากสมการสมดุล ผลรวมของแรงในแนวตั้งของชิ้นส่วนแรงปฏิกิริยา R_y จะมีค่าดังนี้

$$R_y = Q_y + \frac{dv}{dx} = Q_y - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad (2.6)$$



รูปที่ 2.2 แรงที่กระทำกับชิ้นส่วนเล็ก ๆ ของแผ่นพื้นในระบบพิกัดฉาก



รูปที่ 2.3 แรงค้ำง ๆ นบของที่รองรับแบบยึดหมุน

หรือ
$$R_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} - 2 \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad (2.7)$$

ในทำนองเดียวกัน แผ่นพื้นที่มีขอบที่รองรับแบบยึดหมุนตามแกน y ก็จะได้

$$R_x = Q_x - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial M_x}{\partial x} - 2 \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad (2.8)$$

เพื่อขอบของแผ่นพื้นที่ซึ่งขนานกับพิภัก x และ y เป็นแบบยึดหมุนมาพบกัน จะมีแรงกระทำเป็นจุดที่มุม (Concentrated Corner Force)

$$V_1 = 2M_{xy} \quad (2.9)$$

แรงนี้จะมีทิศทางขึ้นข้างบนหากขอบของแผ่นพื้นที่มาพบกันกันอยู่บนพิภัก x และพิภัก y ที่เป็นบวก หรือลบทั้งคู่ แต่จะมีทิศทางลงถ้าขอบของแผ่นพื้นที่มาพบกันนั้น อยู่บนพิภัก x และ y ที่พิภักใดพิภักหนึ่งเป็นบวก เท่านั้น

กรณีที่ขอบของแผ่นพื้นที่ขนานกับพิภัก x เป็นขอบอิสระ เงื่อนไขที่ขอบขอบแผ่นพื้นที่จะต้องเป็นไปตามสมการต่อไปนี้

$$M_y = 0 \quad (2.10)$$

และ
$$\frac{\partial M_y}{\partial y} - 2 \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (2.11)$$

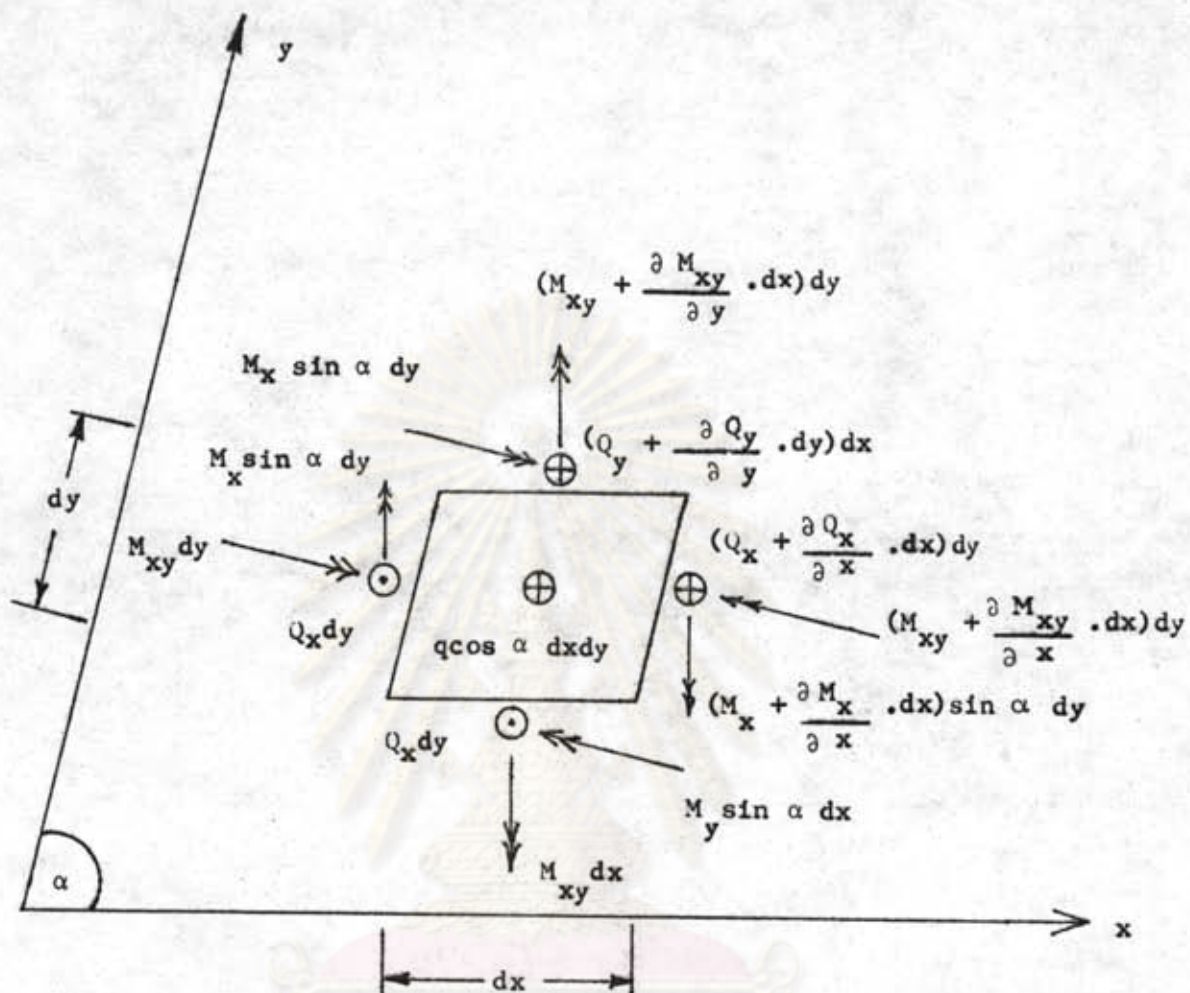
ในทำนองเดียวกัน ถ้าขอบขอบแผ่นพื้นที่ขนานกับพิภัก y เป็นขอบอิสระก็จะได้

$$M_x = 0 \quad (2.12)$$

และ
$$\frac{\partial M_x}{\partial x} - 2 \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (2.13)$$

2.1.2 สมการสมดุลและเงื่อนไขสมดุลในพิภักที่ไม่ตั้งฉากกัน

ในบางครั้งขอบของแผ่นพื้นที่จะไม่ตั้งฉากกัน และเพื่อให้การเสริมเหล็กนั้นขนานไปกับขอบของแผ่นพื้นที่ จะต้องสร้างสมการสมดุลในพิภักที่ไม่ตั้งฉากกันขึ้นมาดังแสดงในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แรงที่กระทำกับชิ้นส่วนเล็ก ๆ ของแผ่นพื้นที่มีพิกัดไม่ตั้งฉากกัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 2.4 แสดงถึงชิ้นส่วนเล็ก ๆ ของแผ่นพื้นที่มีรูปร่างเป็นสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีขนาด dx และ dy โดยที่ α คือมุมที่วัดทวนเข็มนาฬิกาจากพิภัก x ไปยังพิภัก y ชิ้นส่วนนี้รับน้ำหนักแผ่กระจาย q ชิ้นส่วนนี้มีแรงกระทำที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.4 จากสมการสมดุล สมการของแรงดัดรอบแกนที่ผ่านจุดศูนย์กลางของชิ้นส่วนโดยละทิ้งเทอมที่มีกำลังสูง ๆ จะได้สมการต่อไปนี้

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} \sin \alpha - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad (2.14)$$

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} \sin \alpha - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad (2.15)$$

และ
$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} - \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -q \sin \alpha \quad (2.16)$$

จากสมการ (2.14) (2.15) และ (2.16) จะได้สมการสมดุล

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[\frac{M_{xy}}{\sin \alpha} \right] = -q \quad (2.17)$$

ที่ขอบของที่รองรับแบบยึดหมุน แรงดัดที่ขนานกับพิภัก y จะมีค่าดังนี้

$$M_x \sin^2 \alpha = 0 \quad (2.18)$$

$$\text{ดังนั้น } M_x = 0 \quad (2.19)$$

สำหรับแรงเฉือนที่ขอบในรูป 2.3 มีค่าดังนี้

$$V = -M_{xy}$$

และจะได้แรงปฏิกิริยาที่ขอบ x และ y ดังนี้

$$R_y = Q_y - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = \frac{\partial M_y}{\partial y} \sin \alpha - 2 \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad (2.20)$$

$$R_x = Q_x - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial M_x}{\partial x} \sin \alpha - 2 \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad (2.21)$$

ในทำนองเดียวกันกับกรณีที่มีพิภักฉาก จะได้แรงที่มุมดังนี้

$$V_1 = 2 M_{xy}$$

สำหรับที่ขอบอิสระที่ขนานกับแกน y สามารถเขียนเงื่อนไขที่ขอบได้ดังนี้

$$M_x = 0 \quad (2.22)$$

และ

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} - 2 \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{M_{xy}}{\sin \alpha} \right] = 0 \quad (2.23)$$

จะเห็นได้ว่า สมการสมดุล และเงื่อนไขที่ขอบในพิกัดที่ไม่ตั้งฉากกัน จะเหมือนกับ สมการสมดุลและเงื่อนไขที่ขอบในพิกัดฉาก โดยไม่คำนึงถึงค่าของมุม α โดยใช้ $\frac{M_{xy}}{\sin \alpha}$ แทน M_{xy} ใช้ $\frac{Q}{\sin \alpha}$ แทน Q และใช้ $\frac{R}{\sin \alpha}$ แทน R ในพิกัดฉาก ดังนั้น ถ้าแผ่นพื้นนั้นอยู่ในพิกัดที่ไม่ตั้งฉาก ก็จะสามารถคำนวณหาค่าต่าง ๆ ได้ง่าย เช่น เกี่ยวกับแผ่นพื้นที่อยู่ในพิกัดฉาก

สำหรับสมการสมดุลและเงื่อนไขสมดุลในพิกัดแบบโค้ง (Polar Co-ordinates) นั้น เนื่องจากงานวิจัยนี้ ไม่รวมไปถึงแผ่นพื้นรูปวงกลม หรือแผ่นพื้นที่มีส่วนโค้ง จึงไม่กล่าวในที่นี้

2.3 ทฤษฎีสคริปอย่างง่ายในพิกัดฉาก

ดังที่ทราบกันแล้วว่าทฤษฎีสคริปเป็นทฤษฎีประเภทขอบเขตล่าง ซึ่งสามารถใช้สมการสมดุลจากทฤษฎีอีลาสติก มาหาการกระจายของแรงคัตในแผ่นพื้นและถ้าเสริมเหล็กตามการกระจายของแรงคัตในทฤษฎีอีลาสติก ทุก ๆ จุดในแผ่นพื้นจะเกิดการพังเสียหายขึ้นพร้อมกัน ซึ่งแสดงว่าเนื้อวัสดุในทุก ๆ ส่วนของแผ่นพื้น เกิดหน่วยแรงขึ้นเท่ากัน หรืออาจกล่าวได้ว่าได้ใช้ประโยชน์จากเนื้อวัสดุทุก ๆ ส่วนในแผ่นพื้นได้เต็มที่ ดังนั้น การใช้สมการสมดุลจากทฤษฎีอีลาสติกเพื่อหาการกระจายของแรงคัตจึงเหมาะสมและประหยัด

ในแผ่นพื้นทั่ว ๆ ไป ที่รับน้ำหนักบรรทุกทุกแม่กระจาย q น้ำหนักบรรทุกดังกล่าวนี้จะถ่ายไปยังที่รองรับในพิกัด x และพิกัด y

จากสมการสมดุล สมการที่ (2.4)

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -q$$

จากสมการจะเห็นได้ว่า แรงคัต M_x M_y และแรงบิด M_{xy} เป็นตัวที่ไม่ทราบค่า อย่างไรก็ตาม วิธีการของ Hillerborg นั้น คือใจที่จะออกแบบแผ่นพื้นโดยเสริมเหล็กเสริม

เปลี่ยนแปลงตามค่าของแรงค้ำที่เกิดขึ้น เพื่อให้เกิดหน่วยแรงขึ้นเท่า ๆ กัน ในช่วงอีลาสติกทุก ๆ ค่าแห่งในแผ่นพื้นจะมีแรงค้ำ M_x, M_y และแรงบิด M_{xy} เสมอ แต่เมื่อแผ่นพื้นเกิดการแตก ร้าวขึ้น และทิศทางในการเสริมเหล็กอยู่ในทิศทาง x และทิศทาง y หรืออยู่ในทิศทางหลักของแรงค้ำ ดังนั้นก็สามารถที่จะเลือกให้แรงบิดมีค่าเป็นศูนย์หรือ

$$M_{xy} = 0 \quad (2.24)$$

การเลือกใช้แรงบิดให้มีค่าเป็นศูนย์นี้จะเลือกใช้ในกรณีแผ่นพื้นมีที่รองรับ เป็นแบบยึดแน่นหรือยึดหมุนเท่านั้น สำหรับกรณีอื่น ๆ ที่มีเงื่อนไขของที่รองรับยุ่งยากขึ้น จะไม่สามารถกำหนดให้แรงบิดมีค่าเป็นศูนย์ได้ดังจะได้อธิบายในหัวข้อที่ 2.13 ต่อไป

จากสมการสมดุลย์ ข้างต้นก็จะลดรูปลงไปหรือ

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q \quad (2.25)$$

สมการ (2.25) นี้สามารถใช้ได้กับแผ่นพื้นในระบบพิกัดฉากและพิกัดแบบไม่ตั้งฉาก และสามารถแยกสมการ (2.25) ออกได้เป็นสองส่วนคือ

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} = -q_x \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q_y \quad (2.27)$$

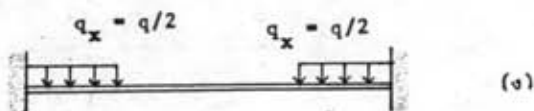
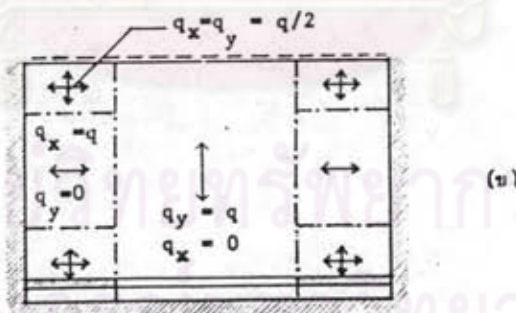
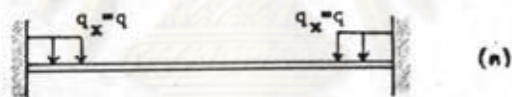
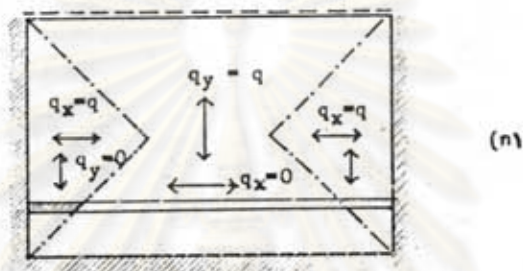
$$\text{โดยที่ } q_x + q_y = q \quad (2.28)$$

เมื่อ q_x เป็นน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอที่ถ่ายไปในทิศทาง x ค่อพื้นที่หนึ่งหน่วย และ q_y เป็นน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอที่ถ่ายไปในทิศทาง y ค่อพื้นที่ หนึ่งหน่วย

จากสมการ (2.26) (2.27) และ (2.28) จะสรุปได้ว่า น้ำหนักแผ่กระจายสามารถที่จะแบ่งออกเป็นน้ำหนักแผ่ไปในทิศทางสองทิศทางสองทิศทาง ตามทิศทางของแผ่นพื้นคือ q_x และ q_y ดังแสดงในรูปที่ 2.5ก. และจากสมการ (2.26) และ (2.27) จะสามารถคำนวณหา M_x และ M_y ได้ โดยจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ขอบของแผ่นพื้น ด้วย

โดยที่ ที่ขอบที่ขนานกับทิศทาง y จะต้องประกอบด้วยเงื่อนไขดังต่อไปนี้

- (ก) ในกรณีที่ไม่มีที่รองรับ เป็นแบบยึดหมุน จะต้องประกอบด้วยเงื่อนไข $M_x = 0$
- (ข) ในกรณีที่ไม่มีที่รองรับที่ขอบเลย จะต้องประกอบด้วยเงื่อนไข $M_x = 0$ และ $\frac{\partial M_x}{\partial x} = 0$



รูปที่ 2.5 ลักษณะการแบ่งน้ำหนักบรรทุกทุกตามวิธีสกริป

จากสมการสมดุลและเงื่อนไขที่ขอบ จึงเป็นไปได้ที่จะหาแรงตัด M_x ในแผ่นพื้นที่ขนานกับพิภท x โดยแบ่งแผ่นพื้นออกเป็นแถบเล็ก ๆ และคิดเสมือนว่าแผ่นพื้นแถบเล็ก ๆ นี้เป็นคานาดัดหนึ่งรับน้ำหนักแม่กระจาย q_x และมีที่รองรับแผ่นพื้นในพิภท y ดังแสดงในรูป 2.5ค-ง ในทำนองเดียวกันแรงตัด M_y ก็สามารถคำนวณได้โดยวิธีการเดียวกัน ดังนั้นการคำนวณแรงตัดในแผ่นพื้นใด ๆ ก็จะสามารถทำได้โดยง่าย

จากสมการ 2.28 น้ำหนักแม่กระจาย q ที่กระทำบนแผ่นพื้น สามารถที่จะแบ่งออกเป็น q_x และ q_y วิธีการแบ่งน้ำหนัก q_x และ q_y ที่แตกต่างกัน ดังแสดงในรูป 2.5 ก-ข จะทำให้แรงตัดในแต่ละจุดในแผ่นพื้นที่คำนวณได้นี้แตกต่างกัน ซึ่งก็จะมีผลต่อการจัดเรียง เหล็กเสริมและปริมาณเหล็กเสริม

เนื่องจากทฤษฎีสตริป เป็นทฤษฎีที่จัดอยู่ในขอบเขตกลาง ดังนั้น ค่าแรงตัดที่เกิดในแผ่นพื้นที่หาได้จากทฤษฎีนี้ จึงมากกว่าหรือเท่ากับ แรงตัดที่เกิดขึ้นจริง ซึ่งก็จะปลอดภัยเสมอแต่ไม่ประหยัดสำหรับวิธีการแบ่งน้ำหนักที่กระทำบนแผ่นพื้น เพื่อให้ได้ค่าแรงตัดที่น้อย และมีค่าใกล้เคียงกับแรงตัดที่เกิดขึ้นจริง จะได้อ่าวในหัวข้อต่อไป

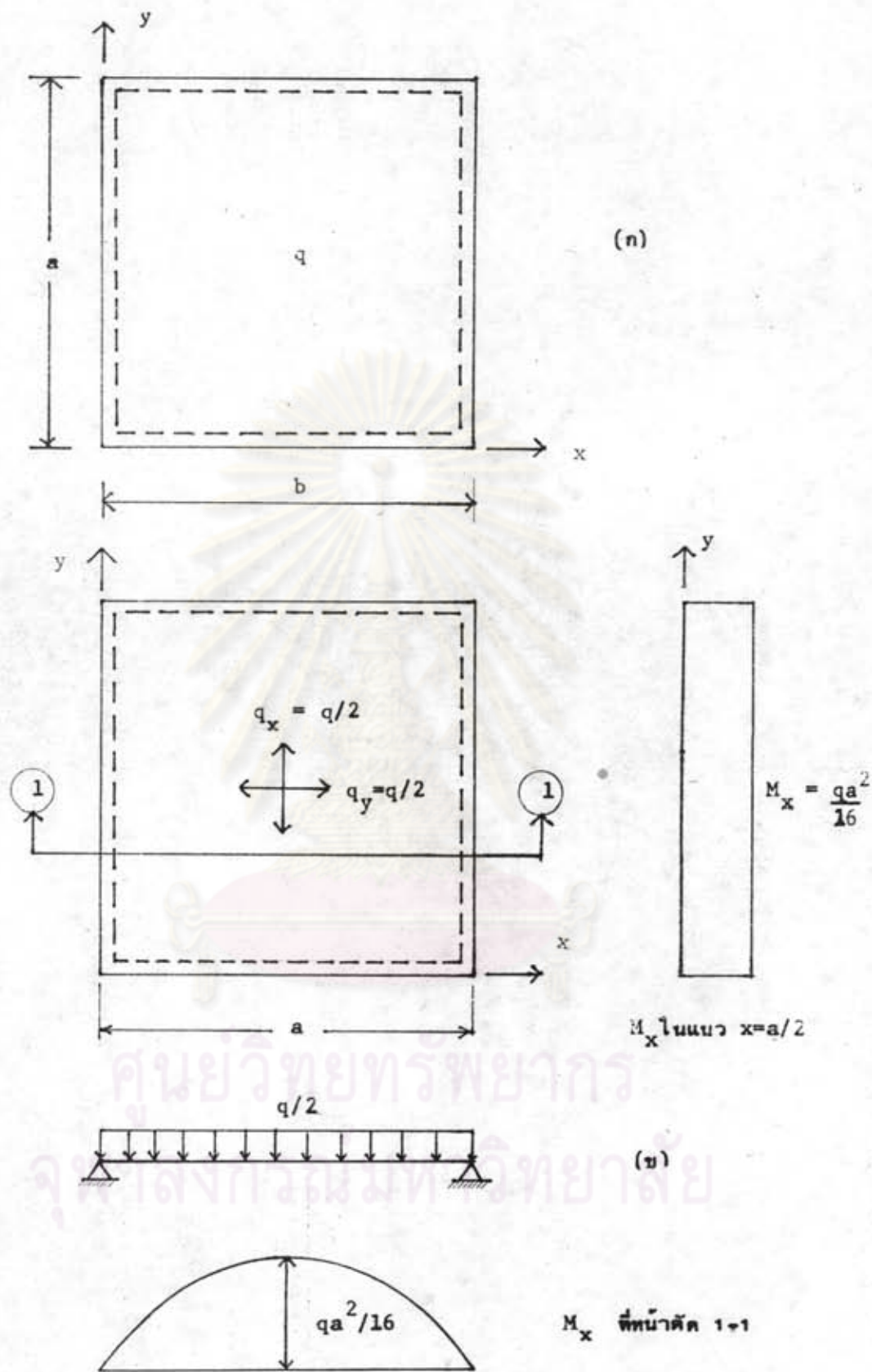
2.4 รูปแบบของเส้นแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักและการกระจายน้ำหนักบรรทุก

จากทฤษฎีที่กล่าวมาแล้วนั้นจะเห็นได้ว่า น้ำหนักแม่กระจาย q สามารถที่จะแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ q_x และ q_y วิธีการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักและวิธีการแบ่งน้ำหนักบรรทุกที่แตกต่างกัน จะให้การกระจายของแรงตัดในแผ่นพื้นที่แตกต่างกัน ซึ่งผลลัพธ์บางอย่างจะไม่เหมาะสม ความต้องการของผู้คำนวณออกแบบคือต้องการให้ได้แผ่นพื้นที่ประหยัด เหมาะสมทำงานได้ง่าย และเป็นแผ่นพื้นที่ใช้งานได้ดี มีการโค้งตัวและรอยแตกร้าวไม่มากจนเกินไป สำหรับในหัวข้อนี้ จะขอกกล่าวถึงวิธีการที่จะให้ได้แผ่นพื้นที่ประหยัดและมีรูปแบบการจัดการเรียงเหล็กเสริมที่สะดวกเท่านั้น

พิจารณาแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีที่รองรับแบบยึดหมุน มีความยาวของคาน $=a$ และรับน้ำหนักแม่กระจายอย่างสม่ำเสมอ $=q$ ดังแสดงในรูปที่ 2.6ก โดยสมมุติว่า แผ่นพื้นนี้จะเสริมเหล็กเฉพาะคานล่าง และจัดเรียงเหล็กเสริมอย่างสม่ำเสมอ

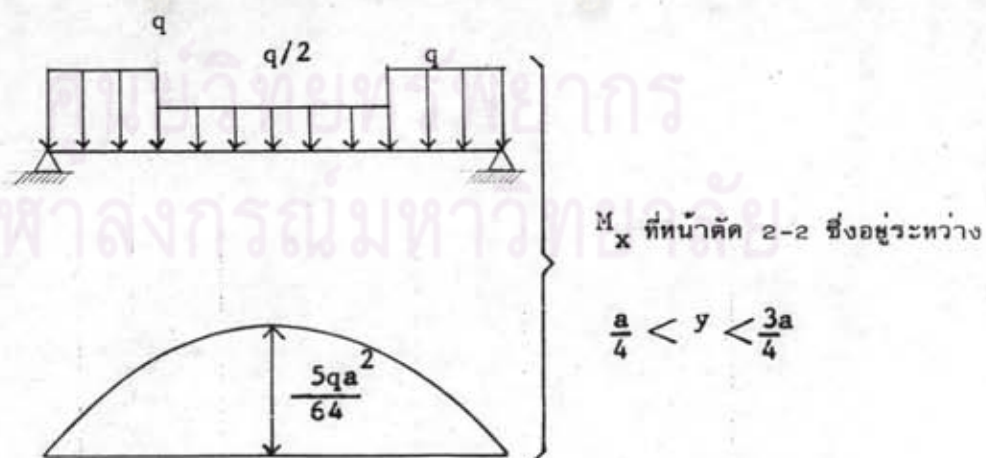
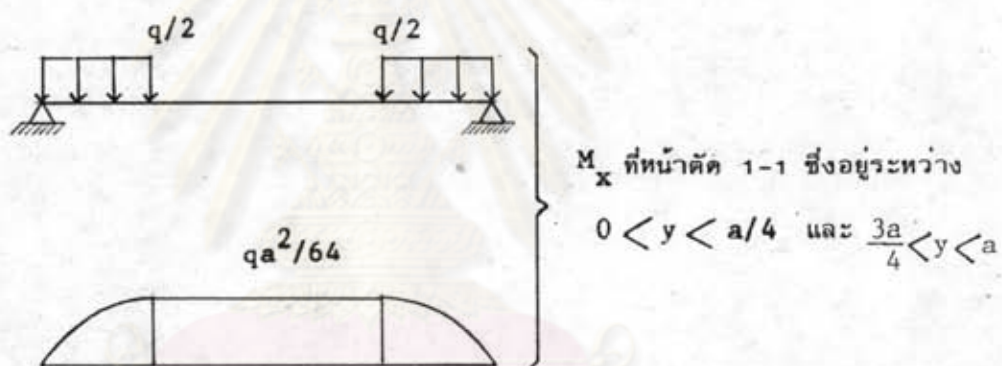
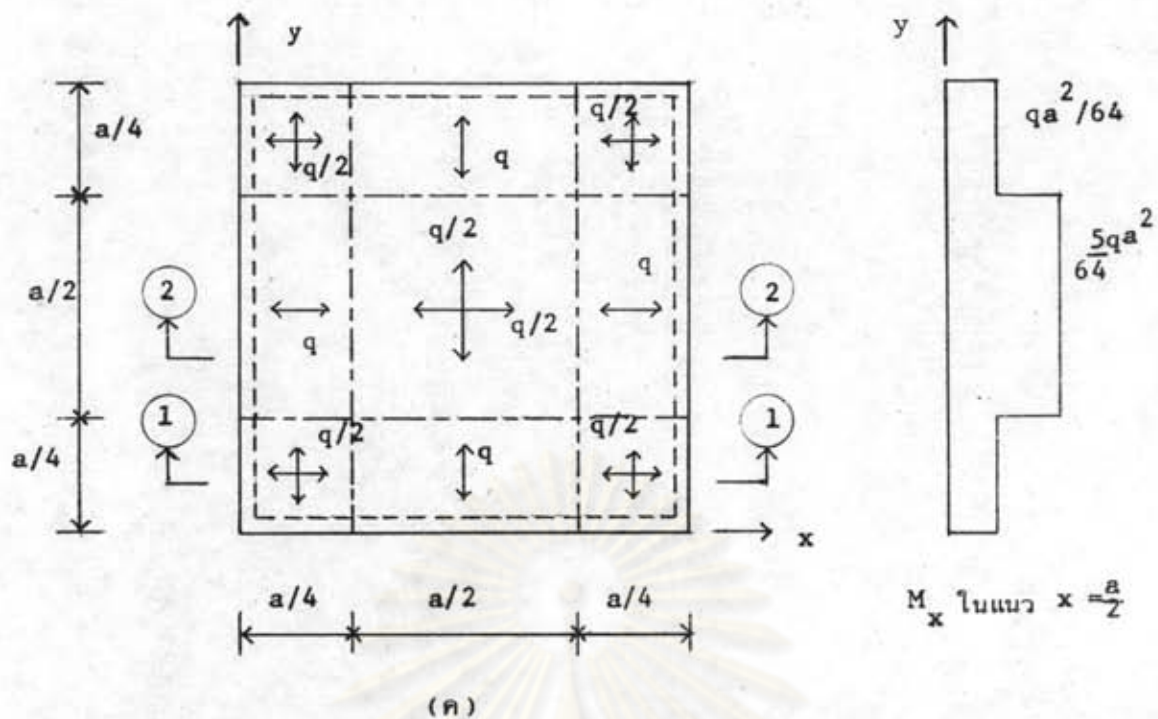
พิจารณารูป 2.6ข ซึ่งเป็นทางเลือกอันหนึ่งในการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนัก คือให้แผ่นพื้นทั้งผืนถ่ายน้ำหนักไปในทิศทาง x และ y ดังแสดงในรูป หรือ

$$q_x = q_y = \frac{q}{2}$$

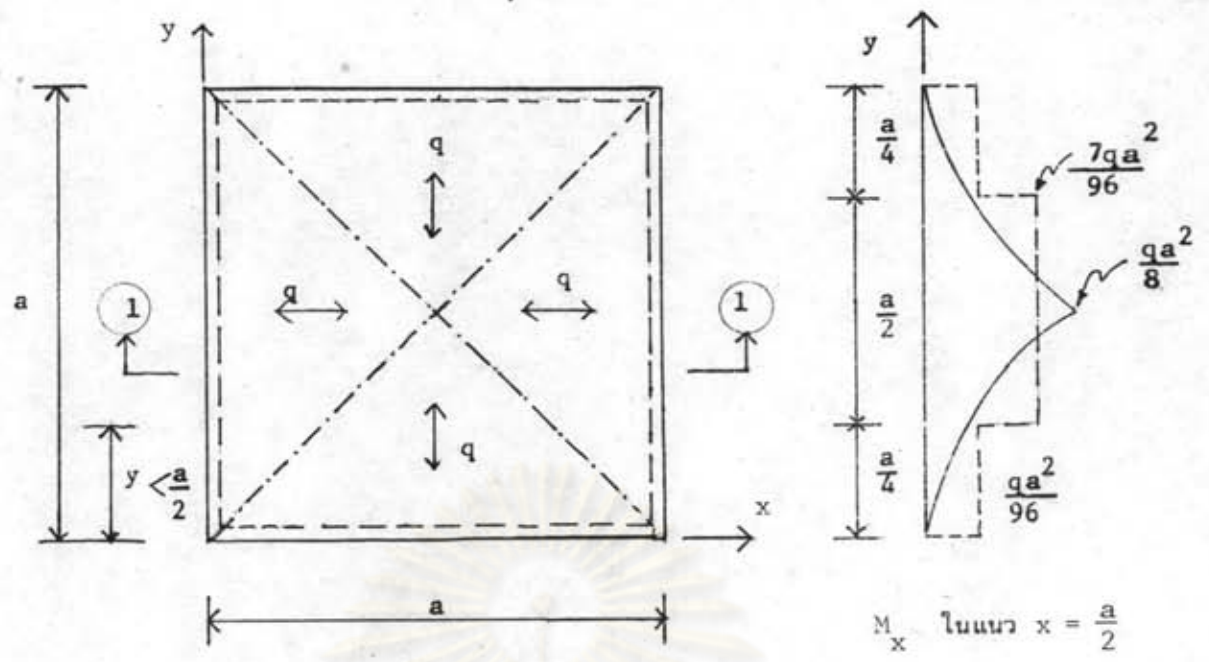


รูปที่ 2.6 ตัวอย่างการแบ่งพื้นที่การกระจายน้ำหนักบรรทุกทุกแห่งกระจายสม่ำเสมอ

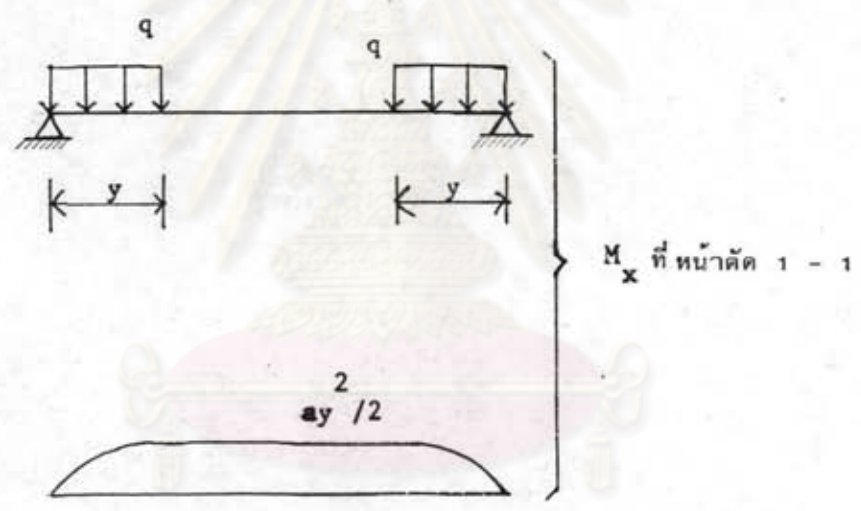
ในแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีที่รองรับแบบยึดหมุน



(ค) รูปที่ 2.6 ตัวอย่างการแบ่งพื้นที่การกระจายน้ำหนักบรรทุกทุกแผ่กระจายสม่ำเสมอ
ในแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีตรองรับยึดหมุน



(v)



(ต่อ) รูปที่ 2.6 ตัวอย่างการแบ่งพื้นที่การกระจายน้ำหนักบรรทุกทุกแผ่กระจาย
 สม่าเสมอในแผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีที่รองรับแบบยึดหมุน

ศูนย์วิทยพัชร์พชร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ซึ่งจะได้ค่าแรงดัดสูงสุดดังนี้

$$M_x = M_y = \frac{qa^2}{16} = 0.0625 qa^2$$

พิจารณารูปที่ 2.6c ซึ่งเป็นการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักและการกระจายน้ำหนักบรรทุกที่ยู่ยกขึ้นไปอีก กล่าวคือ แบ่งน้ำหนักกระทำตามหลักการที่ว่า น้ำหนักบรรทุกที่ใกล้ที่รองรับใดจะถูกรับไปโดยที่รองรับนั้น น้ำหนักบรรทุกในแนวทแยงมุมจะถ่ายไปยังที่รองรับทั้งสองทิศทาง โดยแบ่งไปในแต่ละทิศทาง เท่ากับครึ่งหนึ่งของน้ำหนักบรรทุกทิศทางในการถ่ายน้ำหนักไปยังที่รองรับแสดงโดยใช้ลูกศร สำหรับชิ้นส่วนของแผ่นพื้นที่รับน้ำหนักค้ำกันนั้นแบ่งแยกโดยใช้เส้นประดังแสดงในรูป

แรงดัดที่มากที่สุดที่หน้าตัดต่าง ๆ ในแผ่นพื้นมีค่าดังนี้

ที่หน้าตัด 1-1

$$M_{x1} = \frac{qa^2}{64}$$

ที่หน้าตัด 2-2

$$M_{x2} = \frac{5qa^2}{64}$$

แรงดัดเฉลี่ย

$$M_{x,med} = \frac{3qa^2}{64} = 0.047qa^2$$

พิจารณารูปที่ 2.6g ซึ่งมีลักษณะการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนัก โดยใช้เส้นแบ่งครึ่งมุม และกระจายน้ำหนักบรรทุกทั้งหมดไปในทิศทางที่ใกล้ที่รองรับมากที่สุด ทิศทางในการถ่ายน้ำหนักไปยังที่รองรับแสดงโดยใช้ทิศทางของหัวลูกศร พิจารณารูปตัด 1-1 ซึ่งห่างจากพิภค x เป็นระยะ y โดยที่ $y < \frac{a}{2}$

$$M_x = \frac{qy^2}{2}$$

การกระจายของแรงดัด M_x จะเป็นรูปพาราโบลา ซึ่งจะได้ว่า

$$\text{แรงดัดเฉลี่ย } M_{x,med} = \frac{1}{3}x \frac{qa^2}{8} = \frac{qa^2}{24} = 0.04167qa^2$$

จะเห็นได้ว่าลักษณะการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักและวิธีการกระจายน้ำหนักบรรทุกที่แตกต่างกันจะให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกัน ถ้าแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักและกระจายน้ำหนักบรรทุกได้เหมาะสม ผลลัพธ์ของแรงดัดเฉลี่ยจะมีค่าต่ำ ซึ่งจะทำให้ปริมาณเหล็กเสริมที่จะใช้ในพื้นที่คอนกรีตเสริมเหล็กน้อยลงไปด้วย

จากรูปที่ 2.6 จะเห็นว่าแรงคัต M_x ที่ระยะ $x = \frac{a}{2}$ กระจายอยู่เป็นเส้นโค้ง พาราโบลา และมีค่าสูงสุดอยู่ที่ระยะ $y = \frac{a}{2}$ มีค่าเท่ากับ $\frac{qa^2}{8}$ การกระจายของแรงคัต ใน ลักษณะนี้ ไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติ ในการเสริมเหล็กให้กระจายเปลี่ยนแปลงไปอย่างต่อเนื่อง จะ เห็นได้ว่าการกระจายของแรงคัต M_x ที่ระยะ $x = \frac{a}{2}$ ของรูปที่ 2.6 จะเหมาะสมกว่า คือให้การ กระจายของเหล็กเสริมเท่า ๆ กัน บนพื้นที่ส่วนหนึ่ง ซึ่งก็จะดูว่าเหมาะสมกว่า แม้ว่าแรงคัต M_x ในรูป 2.6 จะสูงกว่าที่ได้จากรูป 2.6 ถึง 12.8% ก็ตาม แต่ก็จะสะดวกในการทำงานก่อสร้าง มากกว่า แต่ถ้าเสริมเหล็กเสริมตามค่าแรงคัตเฉลี่ยตามเส้นประ การกระจายของแรงคัต M_x ตาม รูป 2.6 ก็จะทำให้การกระจายของเหล็กเสริมเท่า ๆ กัน บนพื้นที่ส่วนหนึ่ง ซึ่งก็จะสะดวกในการทำ งานก่อสร้างเช่นกัน แต่ยุ่งยากในการคำนวณมากกว่าการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักในรูป 2.6

พิจารณาแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านยาว = a และด้านสั้น = b มีที่รองรับทั้งสี่ด้าน เป็นที่ รองรับแบบยึดหมุน รับน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอ = q ดังแสดงในรูป 2.7 โดยสมมุติว่าแผ่นพื้น นี้จะ เสริม เหล็ก เฉพาะด้านล่างและมีการจัด เรียง เหล็ก เสริมอย่างสม่ำเสมอ จากหลักความจริงที่ว่า เมื่อออกแบบแผ่นพื้นให้รับแรงคัตค่าเดียวกันจะสิ้น เปลือง เหล็ก เสริม ในด้านยาวมากกว่าในด้านสั้น ดังนั้นลักษณะการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนัก เช่นเดียวกับรูป 2.7 จะไม่เหมาะสม สำหรับรูปที่ เหมาะสมที่จะก่อให้เกิดการประหยัดจะได้ดังรูป 2.7 ข และ 2.7 ค ตามลำดับ

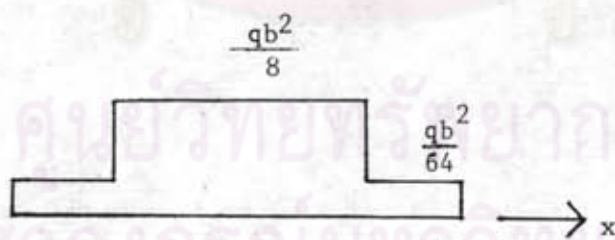
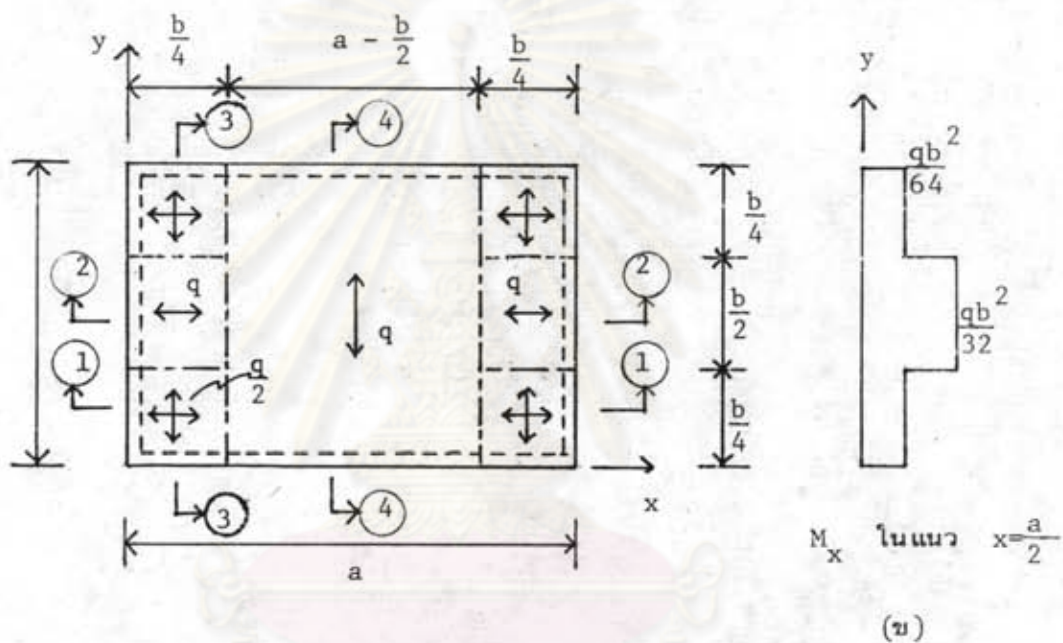
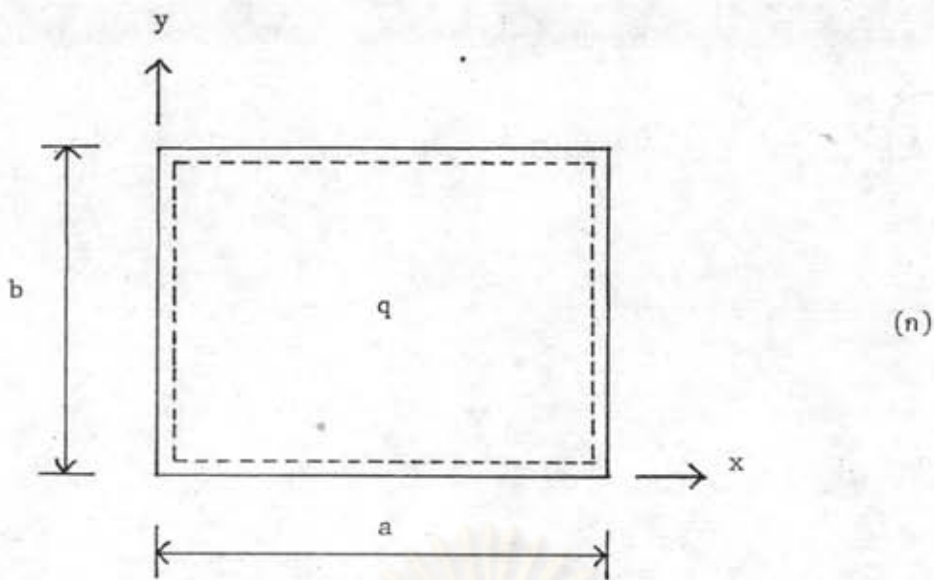
พิจารณารูป 2.7 ซึ่ง เป็นทางเลือกอันหนึ่งในการแบ่งพื้นที่ในการถ่ายน้ำหนักโดยใช้ หลักการเดียวกับรูป 2.6 โดยใช้เส้นประแบ่งแยกพื้นที่การถ่ายน้ำหนัก และทิศทางในการถ่าย น้ำหนักบรรทุกไปยังที่รองรับแสดงโดยใช้ลูกศร

แรงคัตที่มากที่สุดที่หน้าคัตต่าง ๆ ในแผ่นพื้นรูป 2.7 มีค่าดังนี้

ที่หน้าคัต 1-1	M_{x1}	=	$\frac{qb^2}{64}$
ที่หน้าคัต 2-2	M_{x2}	=	$\frac{qb^2}{32}$
ที่หน้าคัต 3-3	M_{x3}	=	$\frac{qb^2}{64}$
ที่หน้าคัต 4-4	M_{x4}	=	$\frac{qb^2}{8}$

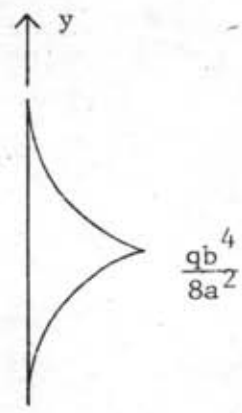
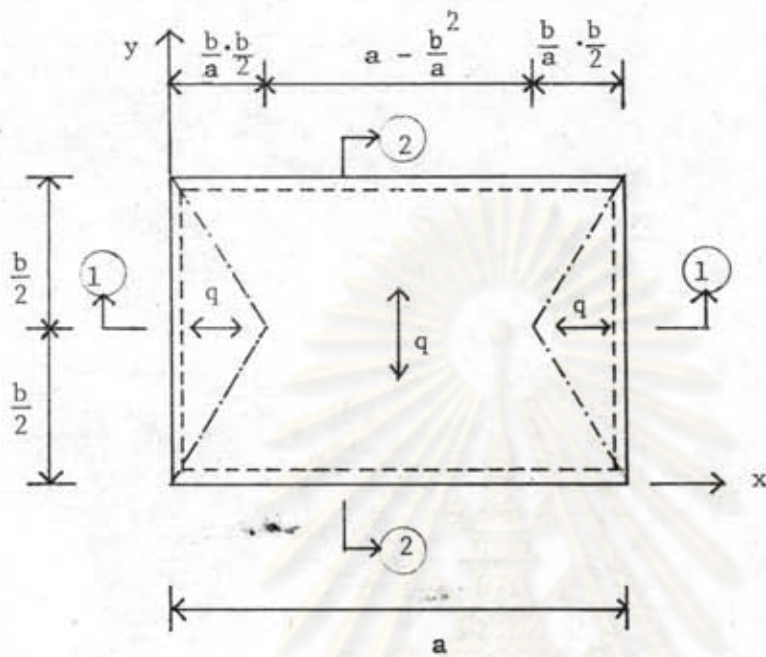
แรงคัตเฉลี่ยจะมีค่าดังนี้

$$M_{x,med} = \frac{1}{b} \left[\frac{b}{4} \times \frac{qb^2}{64} + \frac{b}{2} \times \frac{qb^2}{32} + \frac{b}{4} \times \frac{qb^2}{64} \right] = \frac{3qb^2}{128}$$



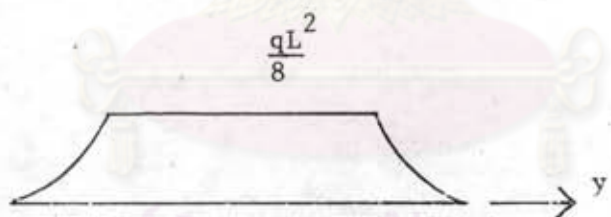
M_y ในแนว $y = \frac{b}{2}$

รูปที่ 2.7 ตัวอย่างการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกทุกแฉ่งกระจายสม่ำเสมอในแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีที่รองรับแบบยึดหมุน



M_x ในแนว $x = \frac{a}{2}$

(ค)



M_y ในแนว $y = \frac{b}{2}$

(ต่อ) รูปที่ 2.7 ตัวอย่างการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกทุกแห่งกระจายสม่ำเสมอในแผ่น
พื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีที่รองรับแบบยึดหมุน

$$M_{y,med} = \frac{1}{a} (a-b) \times \frac{qb^2}{8} + \frac{b}{2} \times \frac{qb^2}{64} = (16 - \frac{7b}{a}) \frac{qb^2}{128}$$

$$M_{x,med} + M_{y,med} = (19 - \frac{7b}{a}) \frac{qb^2}{128}$$

พิจารณารูป ๒.๗ค ซึ่งเป็นทางเลือกอีกทางหนึ่งและใช้หลักการเช่นเดียวกับรูป ๒.๖ง โดยใช้เส้นแบ่งมุมแบ่งพื้นที่แผ่นพื้นออกเป็นส่วน ๆ และกระจายน้ำหนักบรรทุกทั้งหมดไปในทิศทางที่ใกล้จุดรองรับมากที่สุด ทิศทางในการถ่ายน้ำหนักบรรทุกแสดงโดยทิศทางของหัวลูกศร จะได้ว่าแรงดัดสูงสุดในทิศทางของทิศทาง x และ y ของแผ่นพื้นมีค่าดังนี้คือ :

$$\text{ที่หน้าตัด 1-1} \quad M_{x,max} = \frac{qb^4}{8a^2}$$

$$\text{ที่หน้าตัด 2-2} \quad M_{y,max} = \frac{qb^2}{8}$$

สำหรับค่าแรงดัดเฉลี่ยมีค่าดังนี้

$$M_{x,med} = \frac{qb^2}{24a^2}$$

$$M_{y,med} = (3 - \frac{2b^2}{a^2}) \frac{qb^2}{24}$$

$$M_{x,med} + M_{y,med} = (3 - \frac{b^2}{a^2}) \frac{qb^2}{24}$$



จากหลักความที่ว่า ปริมาณเหล็กเสริมที่จะใช้ในแผ่นพื้นจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงดัดเฉลี่ยในแผ่นพื้นนั้น ดังนั้นเมื่อพิจารณาวิธีการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุก ดังแสดงในรูปที่ ๒.๗ข และ ๒.๗ค แล้วจะพบว่าแรงดัดเฉลี่ยของรูปที่ ๒.๗ข จะสูงกว่าแรงดัดเฉลี่ยในรูป ๒.๗ค เสมอ ดังแสดงในตารางที่ ๑ จากตารางที่จะพบว่า แรงดัดเฉลี่ยในรูปที่ ๒.๗ข จะสูงกว่าในรูป ๒.๗ค เพียง ๕-๑๒% เมื่ออัตราส่วนของ a/b มีค่าอยู่ระหว่าง ๑.๐๑ - ๒.๐ แต่เมื่อคำนึงความเหมาะสมในทางปฏิบัติในการคำนวณและการเสริมเหล็กให้สอดคล้องกับแรงดัดที่จุดนั้น ๆ รูปที่ ๒.๗ค จะเหมาะสมกว่า เพราะจะเสริมเหล็กเสริมเท่า ๆ กันบนพื้นที่ส่วนหนึ่ง ส่วนรูปที่ ๒.๗ค จะต้องเสริมเหล็กเสริมให้กระจายเปลี่ยนแปลงไปตามรูปแรงดัด ซึ่งไม่สะดวกในการทำงานดังนั้น ในการ

วิจัยนี้จะเลือกแบบวิธีแบ่งการรับน้ำหนักตามรูปที่ 2.7ข ซึ่งง่ายต่อการสร้างรูปแบบการแบ่งพื้นที่ การถ่ายน้ำหนัก การคำนวณหาแรงดัดและการเสริมเหล็กเสริม โดยใช้คอมพิวเตอร์ในการคำนวณ

ตารางที่ 2.1 แรงดัดเฉลี่ยของรูปที่ 2.7ข และ 2.7ค ที่อัตราส่วนของ a/b

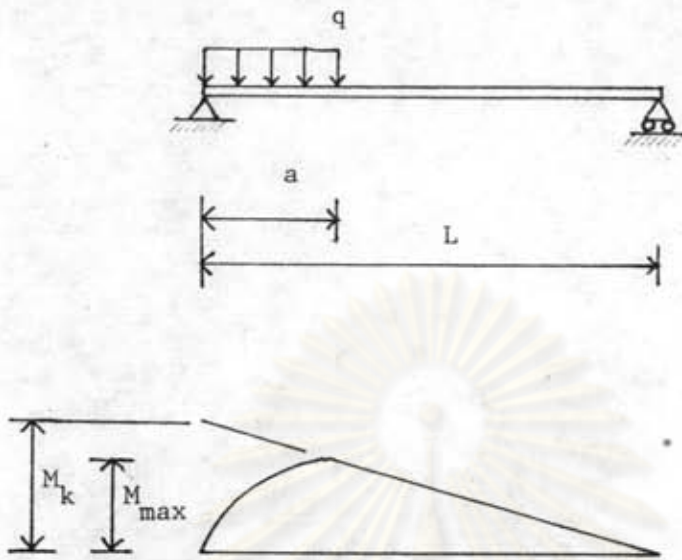
มีค่าระหว่าง 1.01 - 2.0

อัตราส่วน a/b	แรงดัดเฉลี่ย		ผลต่างของแรง ดัดเฉลี่ย (%)
	$M = \frac{(19-7b)qb^2}{a \cdot 128}$ (จากรูป 2.7ข)	$M = \frac{(3-b^2)8b^2}{a^2 \cdot 24}$ (จากรูป 2.7ค)	
1.01	0.0943 qb ²	0.0842 qb ²	12
1.1	0.0987 qb ²	0.0906 qb ²	9.01
1.2	0.1029 qb ²	0.0961 qb ²	7.08
1.3	0.1064 qb ²	0.1003 qb ²	6.00
1.4	0.1094 qb ²	0.1037 qb ²	5.43
1.5	0.1120 qb ²	0.1065 qb ²	5.16
1.6	0.1143 qb ²	0.1087 qb ²	5.09
1.7	0.1163 qb ²	0.1106 qb ²	5.14
1.8	0.1181 qb ²	0.1121 qb ²	5.28
1.9	0.1197 qb ²	0.1135 qb ²	5.46
2.0	0.1211 qb ²	0.1146 qb ²	5.68

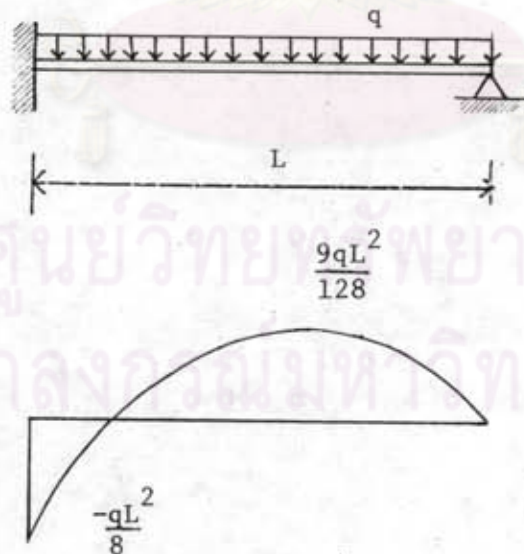
หมายเหตุ ในการเปรียบเทียบแรงดัดเฉลี่ยในตารางที่ 1 นี้ไม่ได้คำนึงถึงปริมาณเหล็กเสริม
ค่าสุดท้ายจะต้องใส่ในแผ่นพื้น

2.5 อัตราส่วนของแรงดัดลมที่จตุรกรวยและแรงดัดคานวาทกกลางช่วง

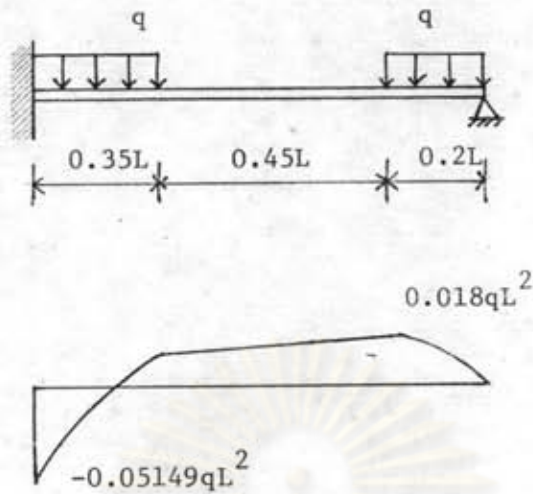
พิจารณาพื้นช่วง เดียวที่รับน้ำหนักแก่กระจายสม่ำเสมอที่ริมจตุรกรวยรับด้านหน้า ดัง
แสดงในรูปที่ 2.8 จะได้ว่า แรงดัดลมที่ที่รองรับจะมีค่าเป็นศูนย์และแรงดัดคานวาทกสูงที่สุดจะมีค่าดังนี้



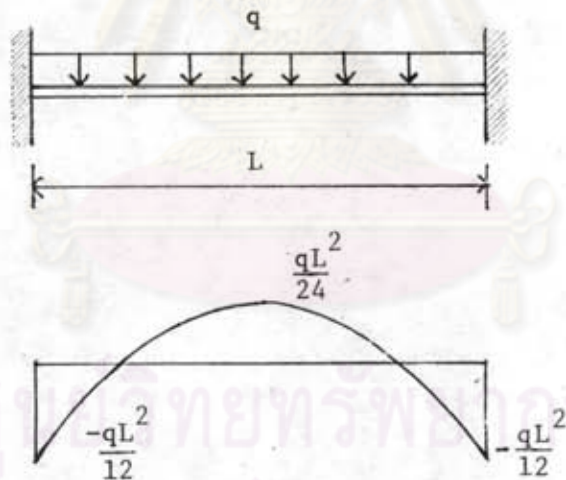
รูปที่ 2.8 รูปแรงตัดในพื้นที่ช่วงเดียวที่รับน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอช่วงหนึ่ง



รูปที่ 2.9 แผ่นพื้นที่มีที่รองรับด้านหนึ่งยึดแน่นอีกด้านหนึ่งยึดหมุนรับน้ำหนักแผ่กระจายเต็มช่วง



รูปที่ 2.10 แผ่นพื้นที่มีที่รองรับด้านหนึ่งยึดแน่น อีกด้านหนึ่งยึดหมุนรับน้ำหนักบรรทุก
แผ่กระจายไม่เต็มช่วง



รูปที่ 2.11 แผ่นพื้นที่มีที่รองรับแบบยึดแน่นทั้งสองปลาย รับน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอ
เต็มช่วง

$$M_{\max} = \frac{1}{2} qa^2 \left[1 - \frac{a^2}{2L} \right]^2 = M_k \left[1 - \frac{a^2}{2L} \right]^2$$

จากรูป M_k คือแรงคดแบบพื่นยื่น ซึ่งจะเห็นได้ว่า M_k จะมากกว่า M_{\max} เสมอ โดยจะมากกว่า 9.75% ถ้า $a/L = 0.1$ มากกว่า 19% ถ้า $a/L = 0.2$ มากกว่า 27.75% ถ้า $a/L = 0.3$ และมากกว่า 36% ถ้า $a/L = 0.4$

พิจารณารูปที่ 2.9 ซึ่งเป็นพื้นที่มีค้ำหนึ่งยึดแน่นและอีกค้ำหนึ่ง เป็นที่รองรับแบบยึดหมุน รับน้ำหนักแก่กระจายเต็มแผ่นพื้น เมื่อคำนวณหาแรงคดลบและแรงคดบวกตามทฤษฎีอิลาสติกจะได้ดังนี้คือ

$$M^- = \frac{qL^2}{8}$$

$$M^+ = \frac{9qL^2}{128}$$

ซึ่งก็จะได้ว่า ตามทฤษฎีอิลาสติกแล้ว $M^- / M^+ = 1.78$

พิจารณาจากรูป 2.10 ซึ่งเป็นแผ่นพื้นที่มีลักษณะเหมือนกับรูป 2.9 แต่มีน้ำหนักแก่กระจายเป็นช่วง ๆ ที่ปลายคานทั้งสองข้าง มีความยาวดังแสดงในรูป เมื่อคำนวณหาแรงคดลบและแรงคดบวกจะได้ดังนี้

$$M^- = 0.0515 qL^2$$

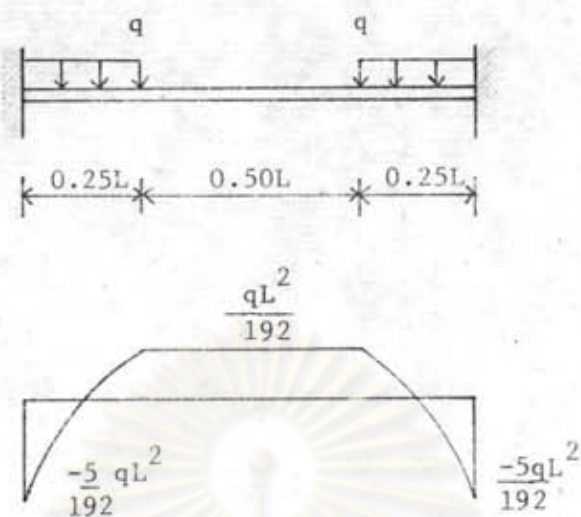
$$M^+ = 0.018 qL^2$$

ซึ่งก็จะได้ว่า ตามทฤษฎีอิลาสติกแล้ว $M^- / M^+ = 2.86$

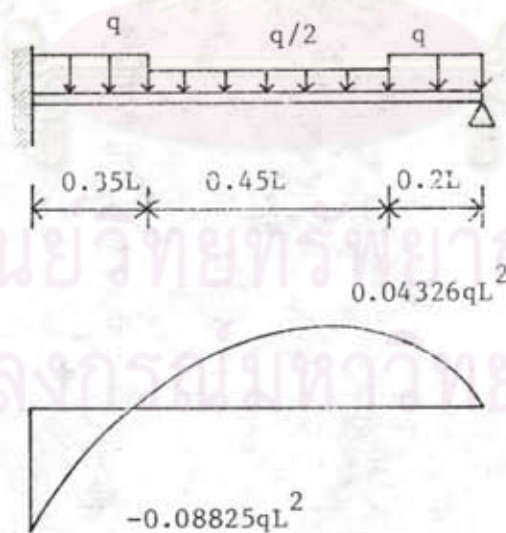
พิจารณารูป 2.11 ซึ่งเป็นแผ่นพื้นที่มีที่รองรับที่ปลายทั้งสองข้าง เป็นแบบยึดแน่นรับน้ำหนักบรรทุกแก่กระจายเต็มพื้น และเมื่อคำนวณหาแรงคดลบและแรงคดบวกตามทฤษฎีอิลาสติกจะได้ดังนี้คือ :-

$$M^- = -\frac{qL^2}{12}$$

$$M^+ = +\frac{qL^2}{24}$$



รูปที่ 2.12 แผ่นพื้นที่มีที่รองรับแบบยึดแน่นทั้งสองปลายรับน้ำหนักแผ่กระจาย
ไม่เต็มช่วง



รูปที่ 2.13 แผ่นพื้นที่มีที่รองรับด้านหนึ่งยึดแน่นอีกด้านหนึ่งยึดหมุนรับน้ำหนักแผ่กระจาย
เป็นช่วง ๆ

หรือจะได้ว่า อัตราส่วนของ $M^- / M^+ = 2.0$

พิจารณารูปที่ 2.12 ซึ่งเป็นแผ่นพื้นที่มีร่องรับแบบยึดแน่นทั้งสองข้าง สมมุติให้น้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอ เป็นระยะ $0.25L$ เมื่อคำนวณหาแรงดัดบวกลบและแรงดัดคลบตามทฤษฎีอิลาสติกจะได้ดังนี้

$$M^- = \frac{5}{192} qL^2$$

$$M^+ = \frac{qL^2}{192}$$

หรือจะได้ว่า อัตราส่วนของ $M^- / M^+ = 5$

พิจารณารูป 2.13 ข้างต้น เมื่อคำนวณหาแรงดัดบวกลบกับแรงดัดคลบตามทฤษฎีอิลาสติกจะได้ดังนี้ :-

$$M^- = 0.08825 qL^2$$

$$M^+ = 0.04326 qL^2$$

หรือจะได้ว่าอัตราส่วน $M^- / M^+ = 2.04$

พิจารณารูป 2.14 เมื่อคำนวณหาแรงดัดบวกลบและแรงดัดคลบตามทฤษฎีอิลาสติกจะได้ดังนี้ :-

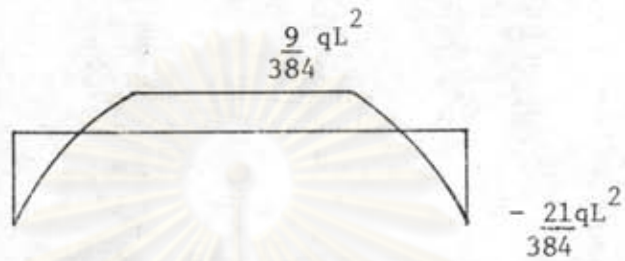
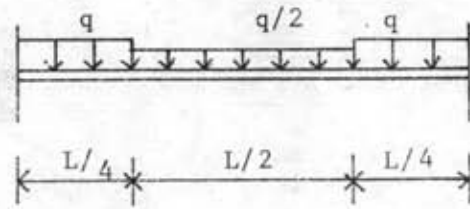
$$M^- = \frac{21}{384} qL^2$$

$$M^+ = \frac{9}{384} qL^2$$

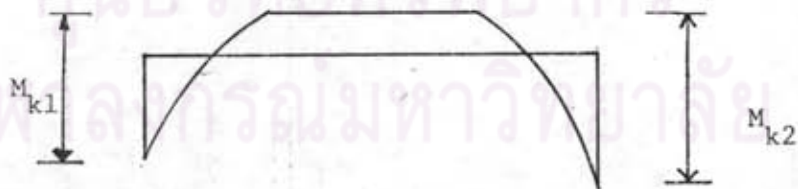
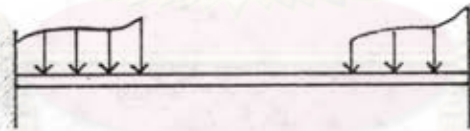
หรือจะได้อัตราส่วนของ $M^- / M^+ = 2.33$

จากรูปที่ 2.9 - 2.14 จะพบว่าในกรณีที่แผ่นพื้นมีร่องรับด้านหนึ่งยึดแน่นอีกด้านหนึ่งยึดหมุน รับน้ำหนักแผ่กระจายลักษณะต่าง ๆ ค่าอัตราส่วนแรงดัดลบต่อแรงดัดบวกลบตามทฤษฎีอิลาสติกจะมีค่าอยู่ระหว่าง 1.7 - 3.0 ส่วนแผ่นพื้นที่มีร่องรับแบบยึดแน่นทั้งสองปลายรับน้ำหนักแผ่กระจายในลักษณะต่าง ๆ ค่าแรงดัดลบต่อแรงดัดบวกลบตามทฤษฎีอิลาสติกจะมีค่าอยู่ระหว่าง

แต่อัตราส่วนของแรงดัดลบต่อแรงดัดบวกลบดังกล่าวจะเป็นจริงก็ต่อเมื่อหน่วยแรงใน

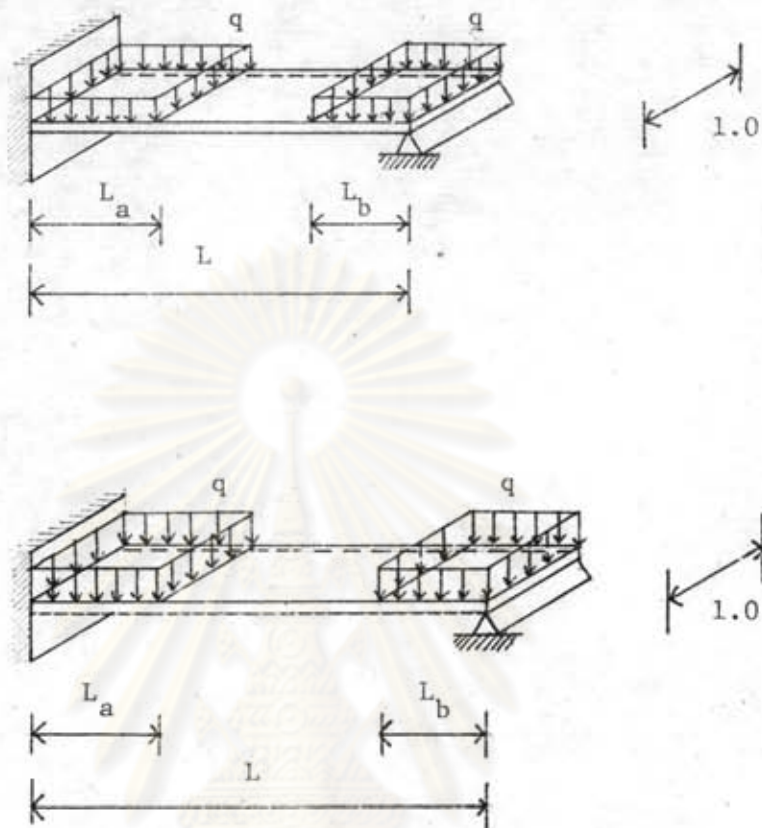


รูปที่ 2.14 แผ่นพื้นที่มีที่รองรับแบบยึดแน่นทั้งสองด้านรับน้ำหนักแผ่กระจายเป็นช่วง ๆ



รูปที่ 2.15 แผ่นพื้นที่มีที่รองรับแบบยึดแน่นและน้ำหนักบรรทุกทุกใด ๆ บริเวณ

ริมแผ่นพื้น



รูปที่ 2.16 แผ่นพื้นสองคืนที่มีความยาวไม่เท่ากันแต่รับน้ำหนักบรรทุกที่มีขนาดเท่ากันทั้งสองปลาย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คอนกรีตและ เหล็กเสริมของแผ่นพื้นยังอยู่ในขีดจำกัดยืดหยุ่น หลังจากหน่วยแรงในคอนกรีตและ เหล็กเสริมเกินขีดจำกัดยืดหยุ่น และเกิดการแตกร้าวแล้วอัตราส่วนของแรงดัดลบก่อกแรงดัดบวก ก็จะมีค่าไม่เท่ากับค่าที่ได้จากทฤษฎีอิลาสติคต่อไป เพราะเกิดการกระจายของแรงดัดใหม่และจะมีค่าเท่าใดก็ขึ้นอยู่กับปริมาณเหล็กเสริมในแผ่นพื้นนั้น ดังนั้นในการออกแบบแผ่นพื้นตามทฤษฎีประลัย (Ultimate Strength Design) นั้นค่าอัตราส่วนของแรงดัดลบที่จุดรองรับค่อค่าแรงดัดบวก ที่กลางช่วงแผ่นพื้น สามารถกำหนด หรือเลือกขึ้นมาได้และเสริม เหล็กเสริมในแผ่นพื้นให้สอดคล้องกับแรงดัดที่เกิดขึ้นดังกล่าว อย่างไรก็ตาม การเลือกอัตราส่วนของแรงดัดลบก่อกแรงดัดบวกก็ควรที่จะเลือกให้มีค่าใกล้เคียงกับค่าอัตราส่วนที่ได้จากทฤษฎีอิลาสติคทั้งนี้ เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดการแตกร้าวมากเกินไปที่หน้าทับรทุกใช้งาน

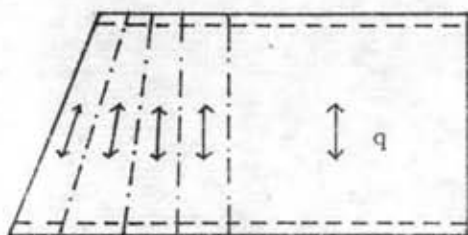
ในวิธีสคริป แลบบางแถบในแผ่นพื้นนั้น รับน้ำหนักใกล้จุดรองรับแต่ไม่มีน้ำหนัก บริเวณกึ่งกลางช่วงพื้น ซึ่งทำให้เกิดแรงดัดบวกที่มีค่าน้อย ดังแสดงในรูปที่ 2.10 และ 2.12 จากรูปทั้งสองจะเห็นว่า แรงดัดบวกมีค่าค่อนข้างจะคงที่ ดังนั้น เพื่อถ่ายขึ้นจึงอาจสมมุติให้แรงดัดบวกมีค่าคงที่ และคิดว่าน้ำหนักบรรทุกที่อยู่ใกล้ที่รองรับใดถูกรับไปโดยที่รองรับนั้น ซึ่งก็ จะทำให้การคำนวณหาแรงดัดภายในหน้าตัดใด ๆ ในแผ่นพื้นสามารถกระทำได้โดยง่าย

พิจารณารูป 2.15 ซึ่งแสดงแถบในแผ่นพื้น ซึ่งรับน้ำหนักบรรทุกใกล้เคียงกับจุดรองรับ ในลักษณะเช่นนี้ สามารถที่จะเลือกแรงดัดที่คงที่ในบริเวณที่ไม่มีน้ำหนักบรรทุก ค่าแรงดัด M_{k1} และ M_{k2} มีค่าเท่ากับแรงดัดลบในกรณีที่แผ่นพื้นรับน้ำหนักบรรทุกแบบคั่นยื่น ดังนั้นในวิธีสคริป คำนวณแรงดัด M_{k1} และ M_{k2} ขึ้นมาก่อนแล้วจึงค่อยเลือกแรงดัดกลางช่วงพื้นขึ้นมา และเมื่อใช้สมการสมดุลย์ก็จะสามารถหาแรงดัดลบที่ที่รองรับที่ปลายทั้งสอง

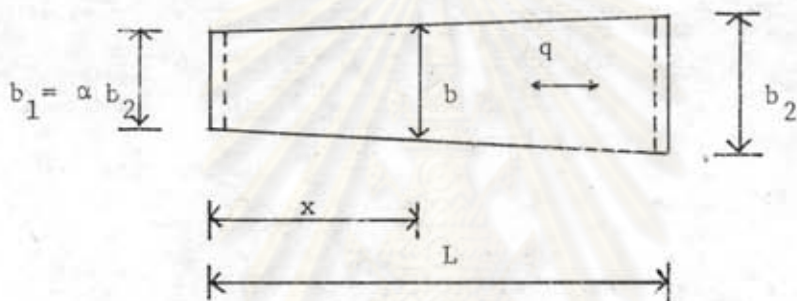
จากสมมุติฐานตามที่กล่าวมาแล้วข้างต้น แรงดัดในแถบของแผ่นพื้นก็จะไม่ขึ้นอยู่กับความยาวของช่วงที่ไม่มีน้ำหนักบรรทุก ($L - L_a - L_b$) แต่จะขึ้นอยู่กับน้ำหนักบรรทุกและความยาวของช่วงที่มีน้ำหนักบรรทุก สรุปได้ว่าความยาวช่วงที่ไม่มีน้ำหนักบรรทุกกระทำอยู่นั้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้ โดยไม่มีผลต่อแรงดัดบวกตรงกลางช่วง ดังนั้นเพื่อพิจารณารูปที่ 2.16 ค่าแรงดัดที่ใช้ในการออกแบบก็จะมีค่าเท่ากันแม้ว่าแผ่นพื้นจะยาวไม่เท่ากันก็ตาม

2.6 แถบรูปสี่เหลี่ยม

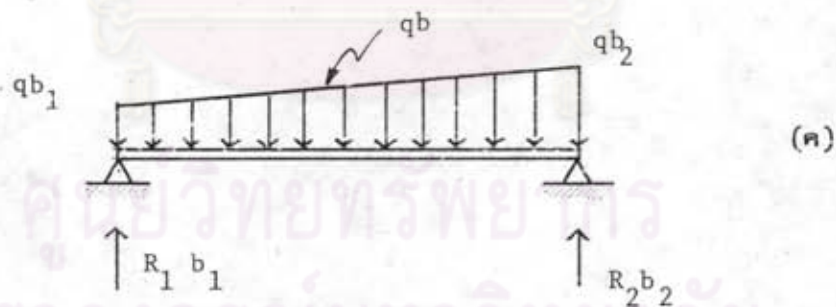
ในกรณีที่แผ่นพื้นไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังแสดงในรูปที่ 2.17 ก. จะเห็นได้ว่า



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 2.17 (ก) แผ่นพื้นรูปคางหมู ที่มีที่รองรับแบบยึดหมุนอยู่ที่ปลาย

(ข) แถบเล็ก ๆ ในแผ่นพื้นที่เอียงทำมุมกับที่รองรับ

(ค) ลักษณะของน้ำหนักบรรทุกทุกในแถบเล็ก ๆ ของแผ่นพื้น

ในการถ่ายน้ำหนัก บรรทุกบางส่วน ไม่ตั้งฉากกับแนวขอบที่รองรับ ดังนั้นจึงอาจเหมาะสมที่จะเสริมเหล็กเสริมเอียงตามทิศทางดังกล่าวด้วย ในกรณีเช่นนี้ เราสามารถใช้ทฤษฎีตรีโกณมิติอย่างง่าย เพื่อจัดเหล็กเสริมในแถบ ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมได้เช่นกัน ดังแสดงในรูป 2.17 ข-ค จากรูป 2.17 ข จะเห็นได้ว่า แถบที่นำมา พิจารณามีปลายกว้างไม่เท่ากัน โดยเปลี่ยนแปลงตามระยะ X ดังนั้น น้ำหนักบรรทุกในแถบลักษณะดังกล่าวจะเป็นไปตามรูปที่ 2.17.ค โดยที่น้ำหนักน้ำหนักในแถบรูปสี่เหลี่ยมจะมีค่าเท่ากับ qb และแรงคัต M ในแต่ละแถบมีค่าเท่ากับ mb เมื่อ m คือแรงคัตต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง จากสมการสมดุลจะได้ว่า

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -qb \quad (2.29)$$

และ
$$b = b_1 + \frac{x}{L} (b_2 - b_1) \quad (2.30)$$

เมื่อหาอนุพันธ์ $\frac{db}{dx}$ แล้วยกกำลังสองจะได้

$$dx^2 = \frac{L^2 db^2}{(b_2 - b_1)^2} \quad (2.31)$$

แทนค่าสมการ (2.31) ใน (2.29) จะได้ดังนี้

$$\frac{d^2 M}{db^2} = -\frac{qL^2}{(b_2 - b_1)^2} x^2 b \quad (2.32)$$

อินทิเกรตสองครั้งเมื่อเทียบกับ b

$$M = -\frac{qL^2}{6(b_2 - b_1)^2} (b^3 + c_1 b + c_2) \quad (2.33)$$

จากเงื่อนไขที่ขอบของแถบ $M = 0$ เมื่อ $b = b_1$ และ $b = b_2$ จะได้

$$c_1 = -(b_1^2 + b_1 b_2 + b_2^2) \quad (2.34)$$

$$c_2 = b_1 b_2 (b_1 + b_2) \quad (2.35)$$

แทนค่าสมการ (2.34) (2.35) และ $b_1 = \alpha b_2$ ลงในสมการ (2.33) ดัง

นั้น

$$M = \frac{qL^2 b_2}{6(1 - \alpha)^2} \left[(1 + \alpha + \alpha^2) \frac{b}{b_2} - \left(\frac{b}{b_2}\right)^3 - \alpha \right]$$

$$\left. \begin{array}{l} - \alpha^2 \end{array} \right] \quad (2.36)$$

และ M_{\max} จะเกิดขึ้นที่ตำแหน่ง

$$\frac{b}{b_2} = \sqrt{\frac{1 + \alpha + \alpha^2}{3}} \quad (2.37)$$

โดยที่ M_{\max} จะมีค่าเท่ากับ

$$M_{\max} = \frac{qL^2 b^2}{6(1-\alpha)^2} \cdot \frac{2(1 + \alpha + \alpha^2)^{1.5}}{3\sqrt{3}} \quad (2.38)$$

หรือ $M_{\max} = \frac{qL^2}{8} \cdot \left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right) \cdot f_1(\alpha) \quad (2.39)$

และแรงดัดที่ใช้ในการออกแบบจะมีค่า

$$M_{\text{des}} = \frac{1}{8} qL^2 \cdot f_1(\alpha) \quad (2.40)$$

โดยที่ $f_1(\alpha) = \frac{8}{3(1+\alpha)(1-\alpha)^2} \cdot \frac{2(1 + \alpha + \alpha^2)^{1.5}}{3\sqrt{3}}$
 $- \alpha - \alpha^2 \quad (2.41)$

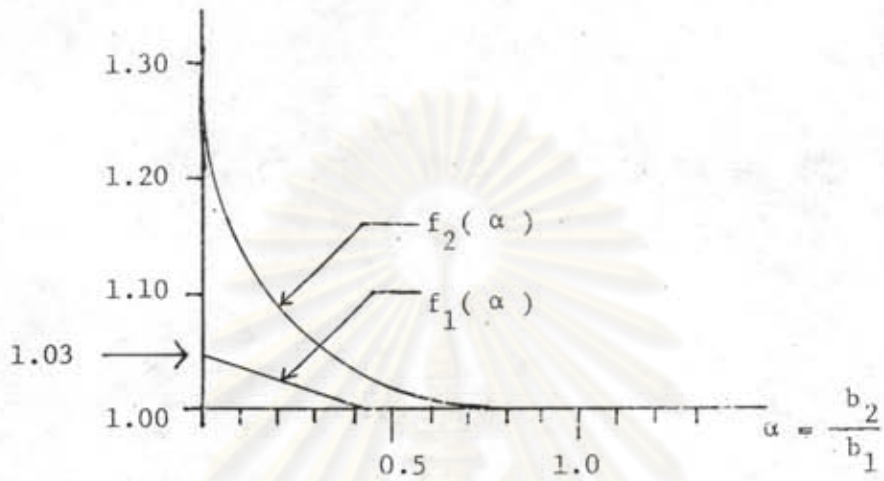
จากสมการ (2.41) เมื่อแทนค่า α ซึ่งมีค่าอยู่ในพิสัย $0 \leq \alpha \leq 1$ จะได้ว่า $f_1(\alpha)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 1.03 ถึง 1.0 ในทางปฏิบัติเพื่อทำให้ง่ายขึ้น ก็สามารถใช้ค่า $f_1(\alpha)$ มีค่าเท่ากับ 1.0 ได้

สำหรับค่าแรงดัดต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง (m) หาได้ดังนี้

$$m = \frac{M}{b} = \frac{qL^2}{6(1-\alpha)^2} \left[1 + \alpha + \alpha^2 - \left(\frac{b_2}{b}\right) - (\alpha + \alpha^2) \frac{b_2}{b} \right] \quad (2.42)$$

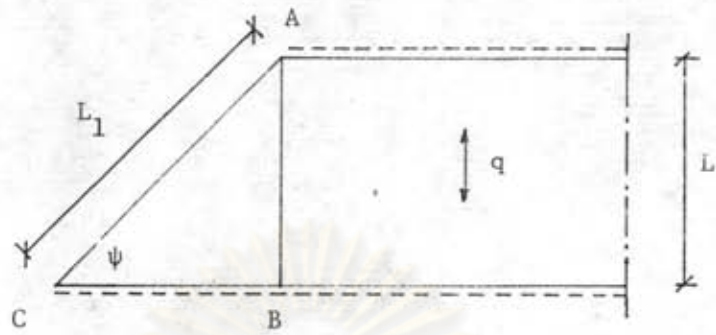
เมื่อหาอนุพันธ์ $\frac{dm}{db}$ แล้วจะพบว่า แรงดัดต่อหนึ่งหน่วยความกว้างมีค่าสูงสุด

เมื่อ $\frac{b}{b_2} = \sqrt{\frac{3}{\alpha + \alpha^2 + 2}} \quad (2.43)$

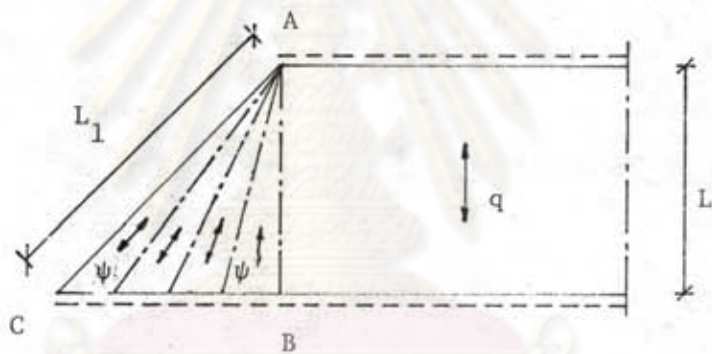


รูปที่ 2.18 ค่าความสัมพันธ์ระหว่าง α $f_1(\alpha)$ และ $f_2(\alpha)$

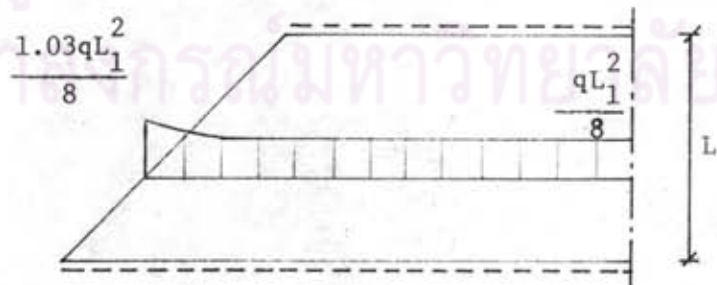
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(ก)

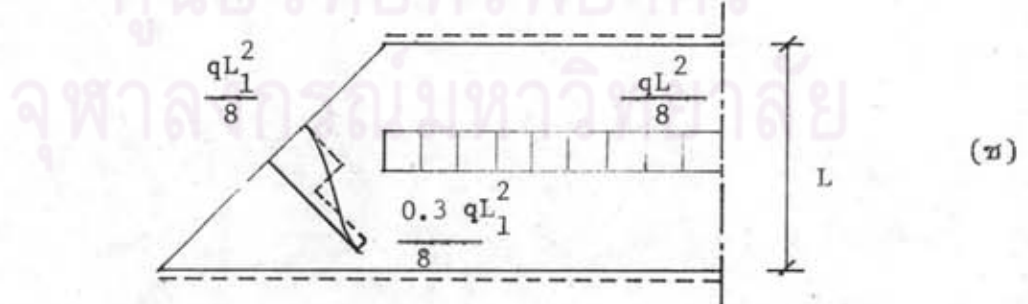
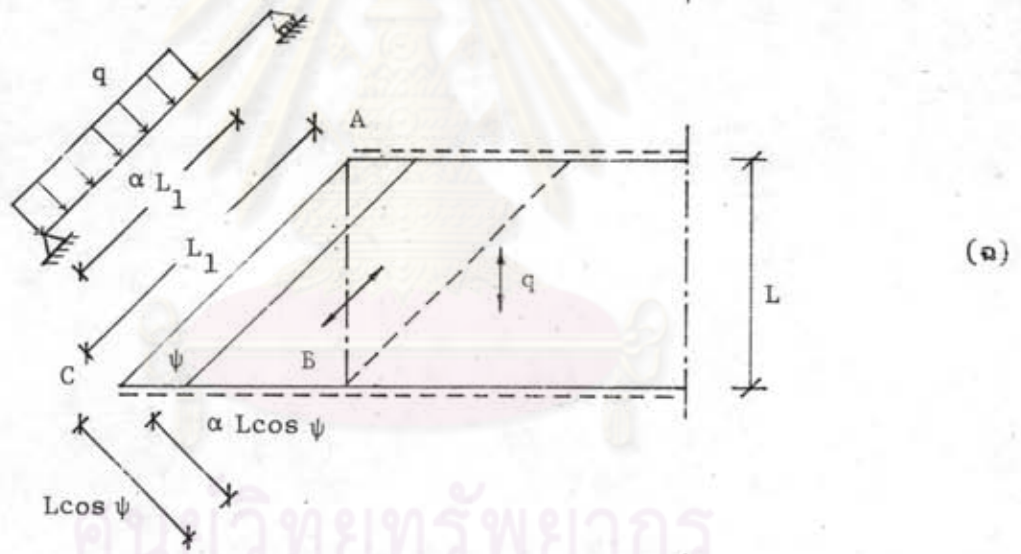
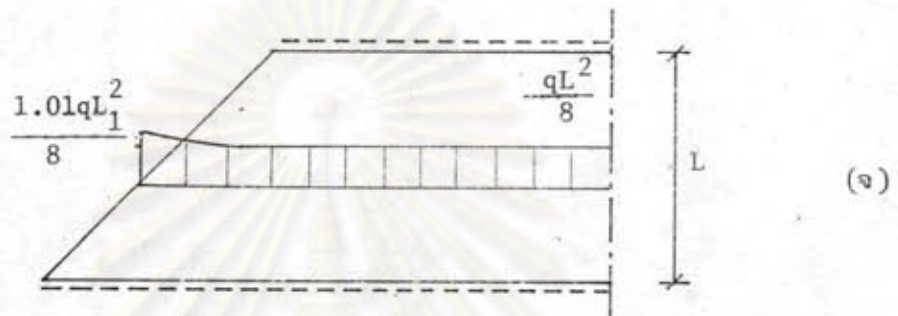
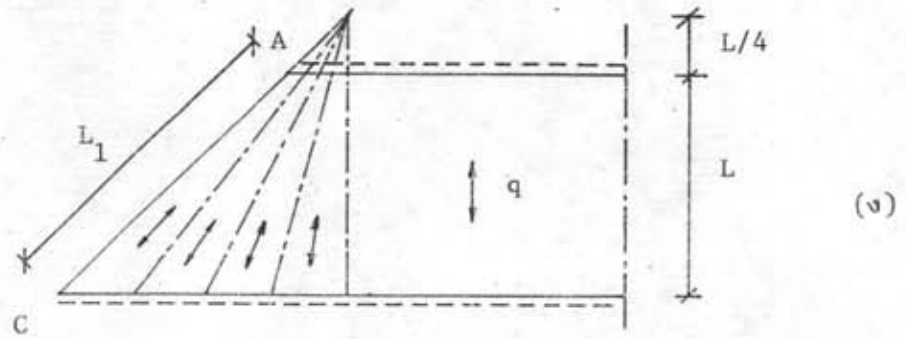


(ข)



(ค)

รูปที่ 2.19 ตัวอย่างการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกแก่กระจายสม่ำเสมอในแผ่น
พื้นสี่เหลี่ยมคางหมูซึ่งมีขอบที่เอียง เป็นขอบอิสระ



(ต่อ) รูปที่ 2.19 ตัวอย่างการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกทุกแผ่กระจายสม่ำเสมอ
ในแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งมีขอบที่เอียงเป็นขอบอิสระ

$$m_{\max} = \frac{1}{8} qL^2 \cdot f_2(\alpha) \quad (2.44)$$

$$f_2(\alpha) = \frac{4}{3(1-\alpha)^2} (1 + \alpha + \alpha^2 - 3 \left(\frac{\alpha + \alpha^2}{2}\right)^{2/3}) \quad (2.45)$$

การประยุกต์ใช้วิธีสคริปในแผ่นพื้นที่มีขอบอิสระอยู่ในด้านที่เอียงทำมุมกับทิศทางหลัก ในการถ่ายน้ำหนักบรรทุก การประยุกต์ใช้วิธีสคริปสำหรับแผ่นพื้นสำหรับแผ่นพื้นในลักษณะนี้ มีด้วยกันหลายวิธี ดังจะได้แสดงต่อไปตามลำดับ

พิจารณารูป 2.19 ก เป็นแผ่นพื้นที่มีที่รองรับแบบยึดหมุนสองด้านอยู่ขนานกัน และด้านที่เอียงเป็นขอบอิสระรับน้ำหนักบรรทุกแก่กระจายสม่ำเสมอ q จากรูปที่ด้านขวาของเส้น AB น้ำหนักบรรทุกบนส่วนนี้จะรับไปโดยแถบที่ตั้งฉากกับที่รองรับ ปัญหาที่เกิดขึ้นในแผ่นพื้นชนิดนี้คือ น้ำหนักบนส่วน ABC จะถ่ายไปยังที่รองรับในลักษณะใด

วิธีการแรกคือการใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมหรือรูปพัด ซึ่งพบกันที่จุดรองรับ A ดังแสดงในรูป 2.19 ข แรงคัตเฉื่อยที่ใช้การออกแบบมีค่าเท่ากับ

$$M = \frac{1}{8} q L^2 \psi \times f_1(\alpha)$$

เมื่อ $\alpha = 0$ จะได้ $f_1(\alpha) = 1.03$ และ $L_\psi = L/\sin \psi$ ดังนั้น

$$M = \frac{1.03 qL^2}{8 \sin^2 \psi} \quad (2.46)$$

การกระจายของแรงคัตตามสมการที่ (2.46) นี้ได้แสดงไว้ในรูป 2.19 ค. สำหรับค่าแรงคัตสูงสุดที่จะนำไปออกแบบคอนกรีตที่ขอบนอก

$$m_{\max} = \frac{1}{8} \times 1.33 qL_1^2 \quad (2.47)$$

สำหรับวิธีการอื่น ๆ นอกจากวิธีการข้างต้นแล้ว การใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมไม่ได้พบกันที่จุด A แต่ต่อออกไปนอกแผ่นพื้นเป็นระยะ $L/4$ ดังแสดงในรูป 2.19 ง ซึ่งจากรูปจะได้ $\alpha = 0.2$ และจะได้ค่าแรงคัตเฉื่อยที่จะใช้ในการออกแบบมีค่าเท่ากับ

$$M = \frac{1.01 qL^2}{8 \sin^2 \psi} \quad (2.48)$$

การกระจายของแรงคัตตามสมการที่ (2.48) ได้แสดงไว้ในรูป 2.19 ง. สำหรับค่าแรงคัตสูงสุดที่ขอบนอกที่จะนำไปใช้ออกแบบคอนกรีตจะมีค่าเท่ากับ

$$M_{\max} = \frac{1}{8} \times 1.06 qL_1^2 \quad (2.49)$$

พิจารณารูปที่ 2.19 ฉ. ซึ่งเป็นวิธีการวิธีหนึ่งของการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกโดยใช้แถบที่ขนานกับขอบอิสระ เป็นแถบในการถ่ายน้ำหนักบรรทุกในพื้นที่ ABC ไปยังที่รองรับจากรูปที่หน้าคัตห่างออกมาจากจุด B เท่ากับ $\alpha L \cos \psi$ จะมีน้ำหนักบรรทุกกระทำบนแผ่นพื้นเป็นระยะทาง αL_1 ดังแสดงในรูป ค่าแรงคัตสูงสุดของแถบนี้มีค่าดังนี้

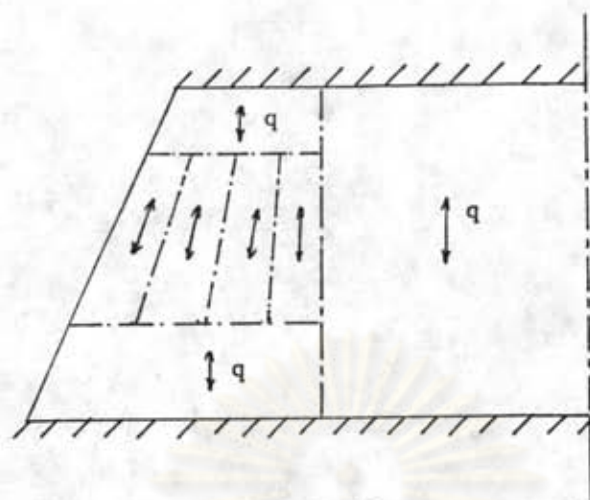
$$M = \frac{1}{8} q \alpha^2 L_1^2 (2 - \alpha)^2 \quad (2.50)$$

ค่าแรงคัตเฉลี่ยบนความกว้างทั้งหมดสามารถ หาได้โดยการอินทิเกรต สมการ (2.50) เมื่อ α อยู่ระหว่างพิสัย $0 \leq \alpha \leq 1$ ซึ่งได้ดังนี้

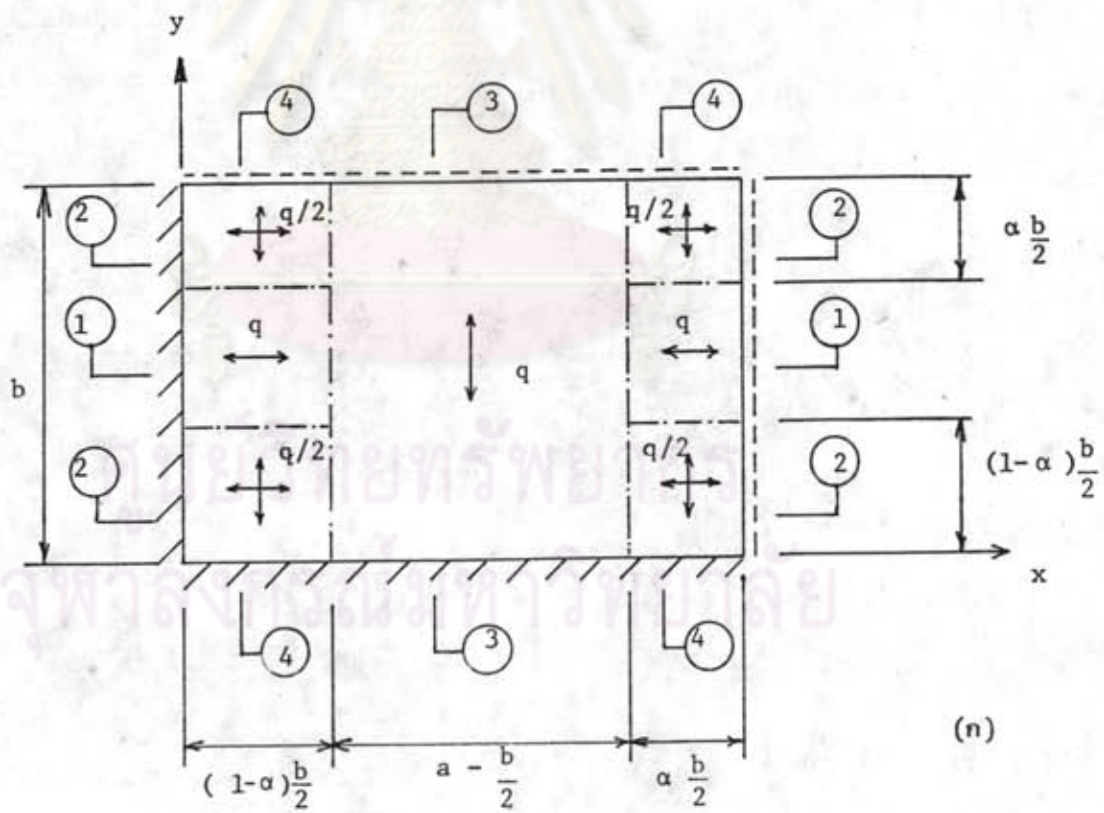
$$M_{\text{med}} = \frac{qL_1^2}{15} \quad (2.51)$$

แต่การใช้แรงคัตเฉลี่ย (ดังแสดงด้วยเส้นประในรูปที่ 2.19 ข) $\frac{qL^2}{8}$ กระจายบนพื้นที่ $1/3$ และใช้แรงคัต $0.3 qL_1^2$ กระจายบนส่วนที่เหลืออยู่จะเหมาะสมกว่าการใช้แรงคัต $qL_1^2 / 15$ ตลอดความกว้างทั้งหมด $0.3 qL_1^2 / 8$

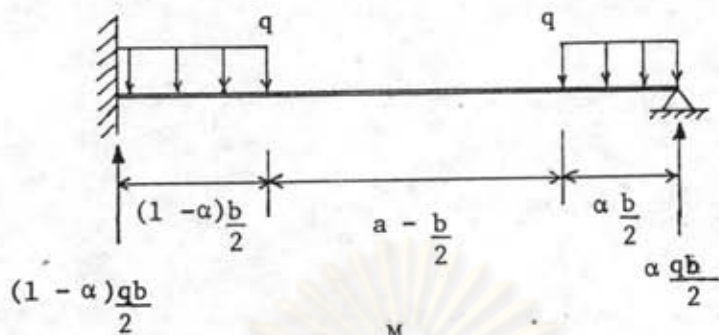
จากลักษณะการถ่ายน้ำหนักในแผ่นพื้นรูปร่างต่าง ๆ กันตามที่กล่าวมาแล้ว จะเห็นได้ว่า เมื่อเปรียบเทียบรูปที่ 2.19 ข กับรูปที่ 2.19 ง วิธีการถ่ายน้ำหนักตามรูปที่ 2.19 ง จะเหมาะสมกว่า แม้ว่าแรงคัตจะต่างกันไม่มากนัก แต่เมื่อคำนึงถึงวิธีการทำงานในการจัดเรียงเหล็กเสริมเหล็กได้ง่าย แต่เมื่อพิจารณาจากรูปการกระจายของแรงคัตจะเห็นว่าแรงคัตของรูปที่ 2.19 ฉ จะมากกว่าแรงคัตของรูปที่ 2.19 ง เสมอ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่อมุม α มีค่าน้อย ๆ การเสริมเหล็กโดยใช้การถ่ายน้ำหนักตามรูปที่ 2.19 ฉ จะมีค่ามากกว่ารูปที่ 2.19 ง มาก ตัวอย่างเช่น เมื่อ $\psi = 60^\circ$ เหล็กเสริมที่จะต้องเสริมในรูปที่ 2.19 ฉ จะมากกว่ารูปที่ 2.19 ง ประมาณ 25% และเมื่อ $\psi = 45^\circ$ เหล็กเสริมที่จะต้องเสริมจะต่างกันประมาณ 55%



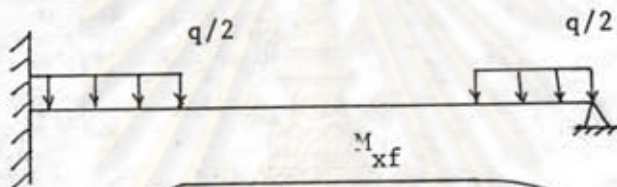
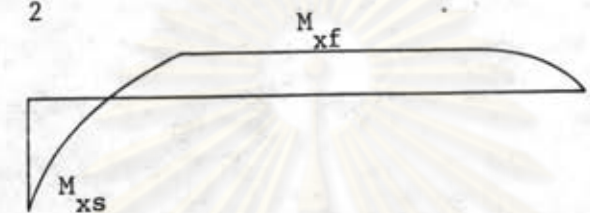
รูปที่ 2.20 ลักษณะการถ่ายน้ำหนักบรรทุกทุกในแผ่นหินรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีที่รองรับแบบอิสระและแบบยึดแน่น



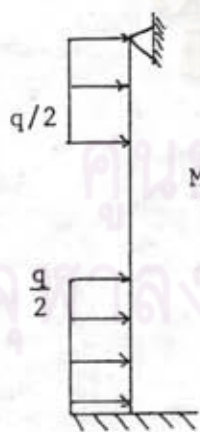
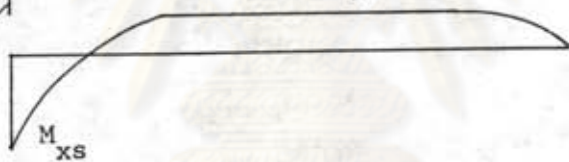
รูปที่ 2.21 แผ่นหินสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีที่รองรับ เป็นแบบยึดแน่นและแบบยึดหมุนอยู่ปะชิดกัน



หน้าตัด 1 - 1



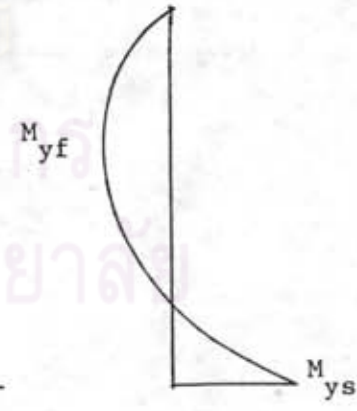
หน้าตัด 2 - 2



หน้าตัด 4 - 4



หน้าตัด 3 - 3



(ต่อ) รูปที่ 2.21 แผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีที่รองรับ เป็นแบบยึดแน่นและแบบยึดหมุนอยู่ประชิดกัน

ที่เดียว (6) โดยสรุปเมื่อคำนึงถึงการทำงานและการประหยัดเหล็กเสริมด้วย ควรจะใช้วิธีการถ่ายน้ำหนักบรรทุกตามรูปที่ 2.19 ง เมื่อมุม ψ น้อยกว่า 60° และควรใช้วิธีการถ่ายน้ำหนักบรรทุกตามรูป 2.19 ฉ เมื่อมุม $\psi > 60^\circ$

ในกรณีที่แผ่นพื้นมีด้านที่รองรับเป็นแบบยึดแน่น รูปแบบการถ่ายน้ำหนักบรรทุกและวิธีการคำนวณก็จะต่างออกไป ดังแสดงในรูป 2.20 ซึ่งใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมตามวิธีการในรูป 2.19 ง พิจารณารูปที่ 2.20 แถบรูปสี่เหลี่ยม จะถ่ายน้ำหนักไปยังแถบยื่น โดยน้ำหนักที่ถ่ายไปในแถบยื่นนี้ จะเป็นน้ำหนักแผ่กระจายที่มีค่าคงที่ ซึ่งทำให้แรงดัดที่จุดรองรับมีค่าคงที่ สำหรับงานวิจัยนี้ จะทำเฉพาะแถบรูปสี่เหลี่ยม ดังแสดงในรูปที่ 2.19 เท่านั้น

2.7 วิธีการสคริปในแผ่นพื้นที่มีขอบยึดแน่น

ในกรณีที่แผ่นพื้นมีที่รองรับเป็นแบบยึดแน่น การใช้วิธีสคริปจะค่อนข้างยุ่งยากขึ้น เนื่องจากแรงดัดลบที่ที่รองรับแบบยึดแน่น และแรงดัดบวกตามทฤษฎีประลัย ไม่เป็นไปตามทฤษฎีอีลาสติก ดังที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.5

ตามรูป 2.21 แผ่นพื้นเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีที่รองรับแบบยึดแน่นอยู่ที่ปลายหนึ่ง รับน้ำหนักบรรทุกแผ่กระจายเต็มแผ่นพื้น สำหรับวิธีการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกนั้น เลือกใช้วิธีการตามรูปที่ 2.7 ข. สำหรับเหตุผลที่เลือกใช้วิธีการแบ่งน้ำหนักบรรทุกนั้นได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อ 2.4 จากรูปที่ 2.21 ที่หน้าตัด 1 - 1 ใช้สมมุติฐานว่า บริเวณที่ไม่มีน้ำหนักบรรทุกให้มีแรงเฉือนเป็นศูนย์ หรือมีแรงดัดคงที่ ดังนั้นจะได้แรงดัดที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังนี้

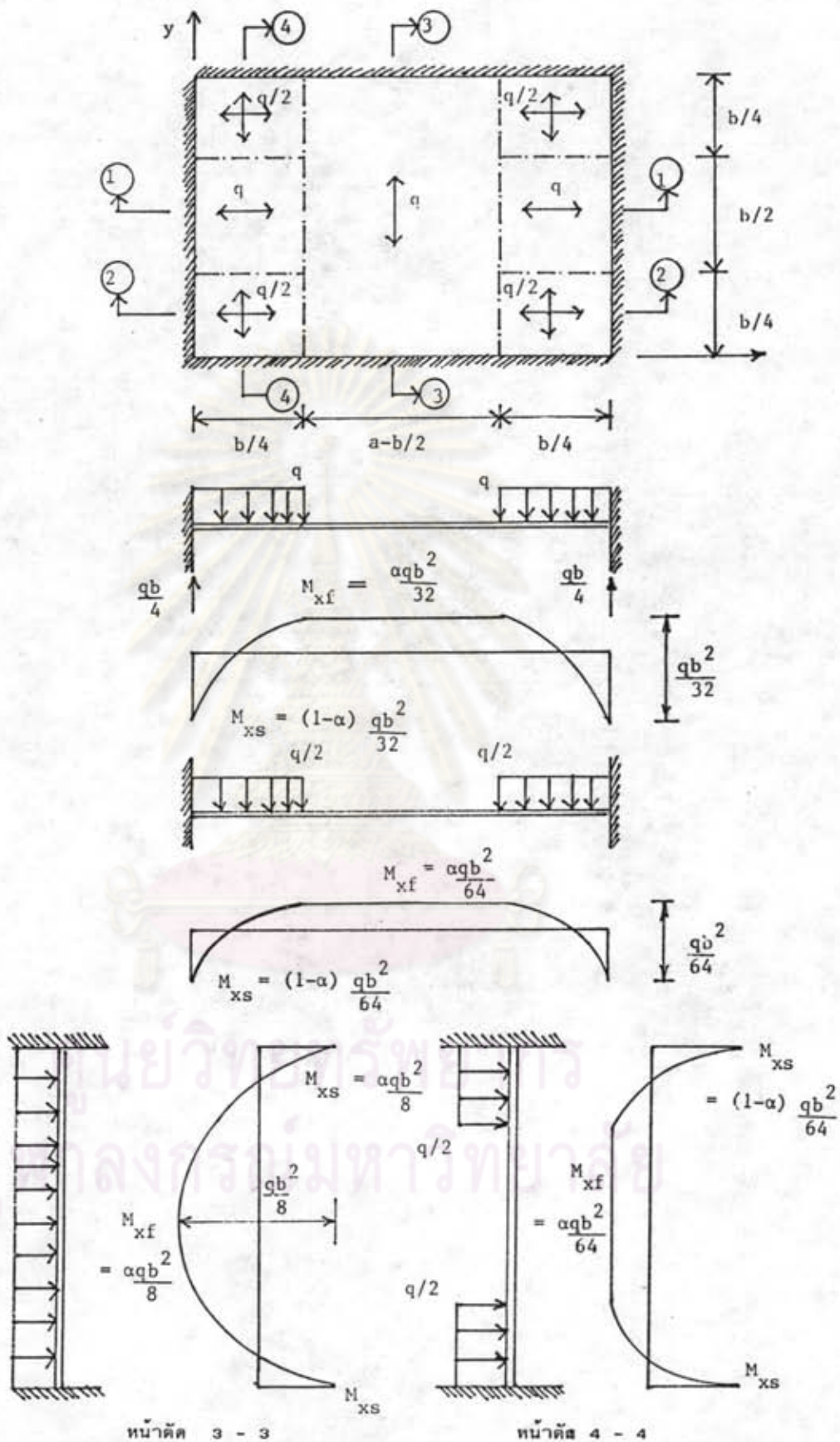
$$M_{xf} = \alpha^2 \frac{qb^2}{8} \quad (2.52)$$

$$-M_{xs} + M_{xf} = (1 - \alpha^2) \frac{qb^2}{8} \quad (2.53)$$

$$\text{หรือ} \quad M_{xs} = -(1 - 2\alpha) \frac{qb^2}{8} \quad (2.54)$$

อัตราส่วนของแรงดัดลบต่อแรงดัดบวกจะมีค่าดังนี้

$$\frac{M_{xs}}{M_{xf}} = \frac{1 - 2\alpha}{\alpha^2} = \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} - 1 \quad (2.55)$$



รูปที่ 2.22 แรงตัดในแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีที่รองรับแบบยึดแน่นรับน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอ

สำหรับแรงดัดที่หน้าตัด 2 - 2 และหน้าตัด 4-4 จะเป็นครึ่งหนึ่งของแรงดัดที่หน้าตัด 1 - 1 สำหรับแรงดัดที่หน้าตัด 3-3 จะใช้หลักการเดียวกันที่หน้าตัด 1 - 1 ซึ่งก็จะได้

$$M_{yf} = \alpha^2 \frac{qb^2}{2} \quad (2.56)$$

$$M_{ys} = -(1 - 2\alpha) \frac{qb^2}{2} \quad (2.57)$$

จากสมการ (2.52) - (2.57) ค่าแรงดัดที่ตำแหน่งต่าง ๆ จะขึ้นอยู่กับค่า α ดังนั้น จะต้องเลือกค่า α ซึ่งค่า α นี้จะต้องเลือกให้เหมาะสม เพื่อที่จะทำให้อัตราส่วนของค่าแรงดัดลบต่อแรงดัดบวกอยู่ในช่วงที่พอเหมาะใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากทฤษฎีelasติก สำหรับค่า α ที่เหมาะสมจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.335 - 0.375 ซึ่งจะให้ค่าอัตราส่วนของแรงดัดลบต่อแรงดัดบวกมีค่าอยู่ระหว่าง 2.94 - 1.78 เช่น ถ้าต้องการให้อัตราส่วนของแรงดัดลบต่อแรงดัดบวกมีค่าเท่ากับ 2 ค่า α ที่จะเลือกใช้จะมีค่าเท่ากับ 0.366 ซึ่งจะได้ว่า

$$M_{yf} = 0.067 qb^2 \quad M_{ys} = 0.134qb^2$$

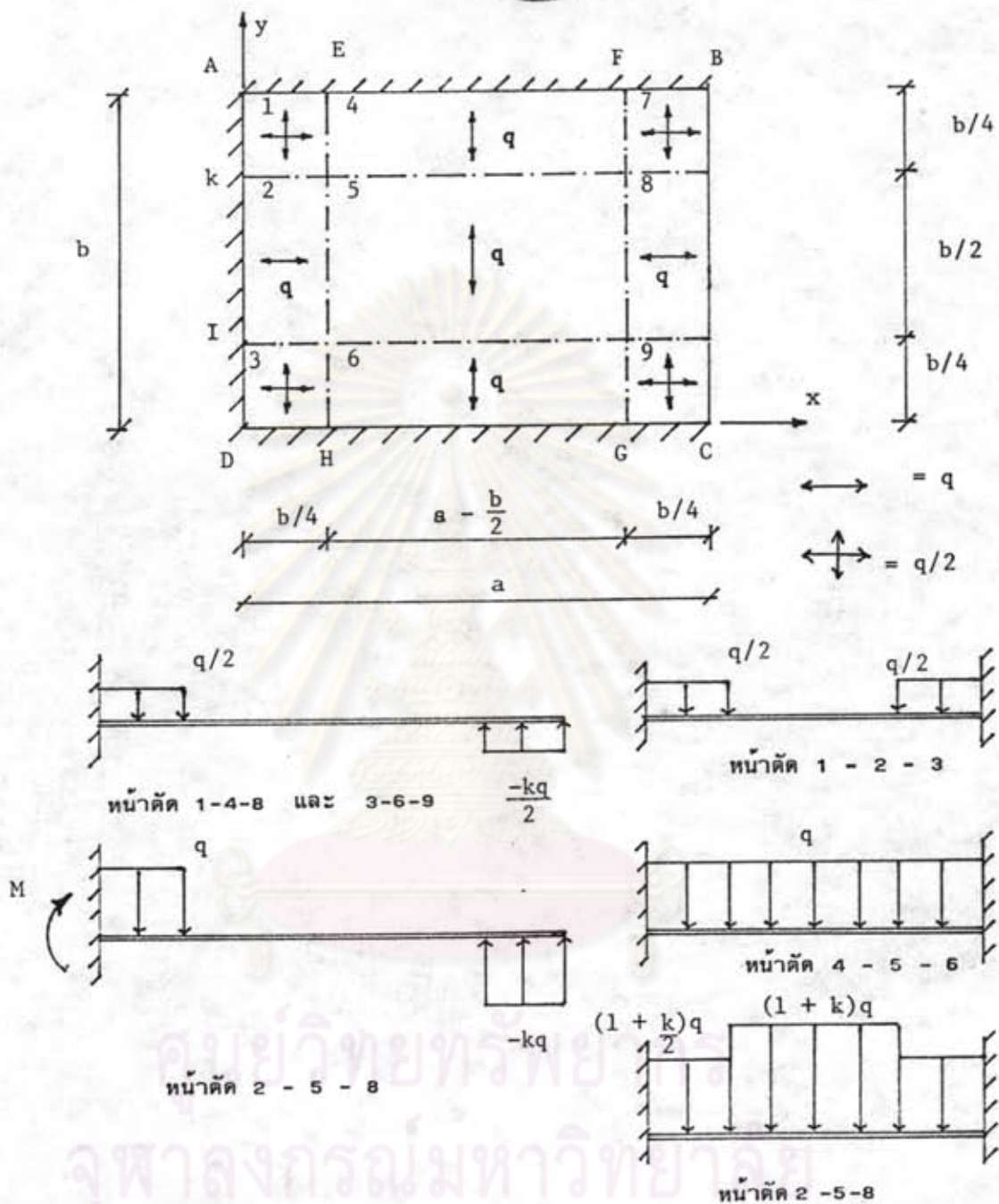
พิจารณารูปที่ 2.22 ซึ่งเป็นแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีที่รองรับแบบยึดแน่นทั้งสี่ด้านรับน้ำหนักบรรทุกทุกแฉ่กระจายเต็มแผ่นพื้น วิธีการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกและข้อสมมุติต่าง ๆ ใช้เช่นเดียวกันกับรูป 2.21 ซึ่งที่หน้าตัดต่างจะได้รูปของแรงดัดได้ดังแสดงในรูป ค่าแรงดัดที่ตำแหน่งต่าง ๆ จะขึ้นอยู่กับค่า α สำหรับค่า α ที่เหมาะสมจะอยู่ระหว่าง 0.25 - 0.34 ซึ่งจะให้ค่าอัตราส่วนของแรงดัดลบต่อแรงดัดบวกอยู่ระหว่าง 3.0 - 1.94

2.8 วิธีการสตริบในแผ่นพื้นที่มีขอบอิสระ

ในกรณีแผ่นพื้นมีขอบที่รองรับเป็นขอบเป็นแบบอิสระ วิธีสตริบอย่างง่ายจะสามารถใช้ได้โดยการใส่แถบบริเวณขอบอิสระรับน้ำหนักบรรทุกค่อนที่หนึ่งหน่วยมากกว่า น้ำหนักบรรทุกที่กระทำจริง นั่นคือ แถบในบริเวณขอบอิสระเป็นเหมือนกับที่รองรับแถบในทิศทางตั้งฉาก แถบในบริเวณขอบอิสระที่เป็นเสมือนที่รองรับนี้จะเรียกว่าแถบแข็งแแรง (Strong band)

2.8.1 ในกรณีที่มีขอบอิสระด้านสั้น

ในกรณีที่มีขอบอิสระที่ด้านสั้นของแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรับน้ำหนักแ่กระจาย



รูปที่ 2.23 แผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขอบที่ค้ำยัน เป็นที่รองรับแบบอิสระ

พิจารณารูป 2.23 ซึ่งเป็นรูปลักษณะหนึ่งในการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุก ซึ่งแถบ 7-8-9 เป็นขอบอิสระ และไว้แถบนี้เป็นแถบแข็งแแรง ที่หน้าตัด 2-5-8 จะได้

$$M + \frac{qb^2}{32} - kg \frac{b}{4} \left(a - \frac{b}{8} \right) = 0 \quad (2.58)$$

$$\text{หรือ} \quad K = \frac{1 + 32M/qb^2}{8(a/b) - 1} \quad (2.59)$$

แรงดัดสูงสุดที่กลางช่วงแผ่นพื้นจะเกิดที่ระยะ

$$X = \frac{1}{4} b (1 - k) \quad (2.60)$$

และแรงดัดสูงสุดจะมีค่าเท่ากับ

$$M_x = \frac{kqb^2}{32} \left[8 \frac{a}{b} - 3 + k \right] \quad (2.61)$$

สำหรับแรงดัดในแถบ 1 - 4 - 7 และแถบ 3 - 6 - 9 จะเป็นครึ่งหนึ่งของแถบ 2 - 5 - 8 แรงดัดในแถบ 1 - 2 - 3 จะเป็น 0.125 เท่าของแถบ 4 - 5 - 6 และแรงดัดในแถบ 7 - 8 - 9 เพื่อให้ปลอดภัยยิ่งขึ้นอาจจะใช้เป็น $(1+k)$ เท่าของแถบ 4 - 5 - 6 สำหรับแรงดัดบนแถบ 4 - 5 - 6 นั้นจะได้ค่าเหมือนรูป 2.18 หน้าตัด 3 - 3

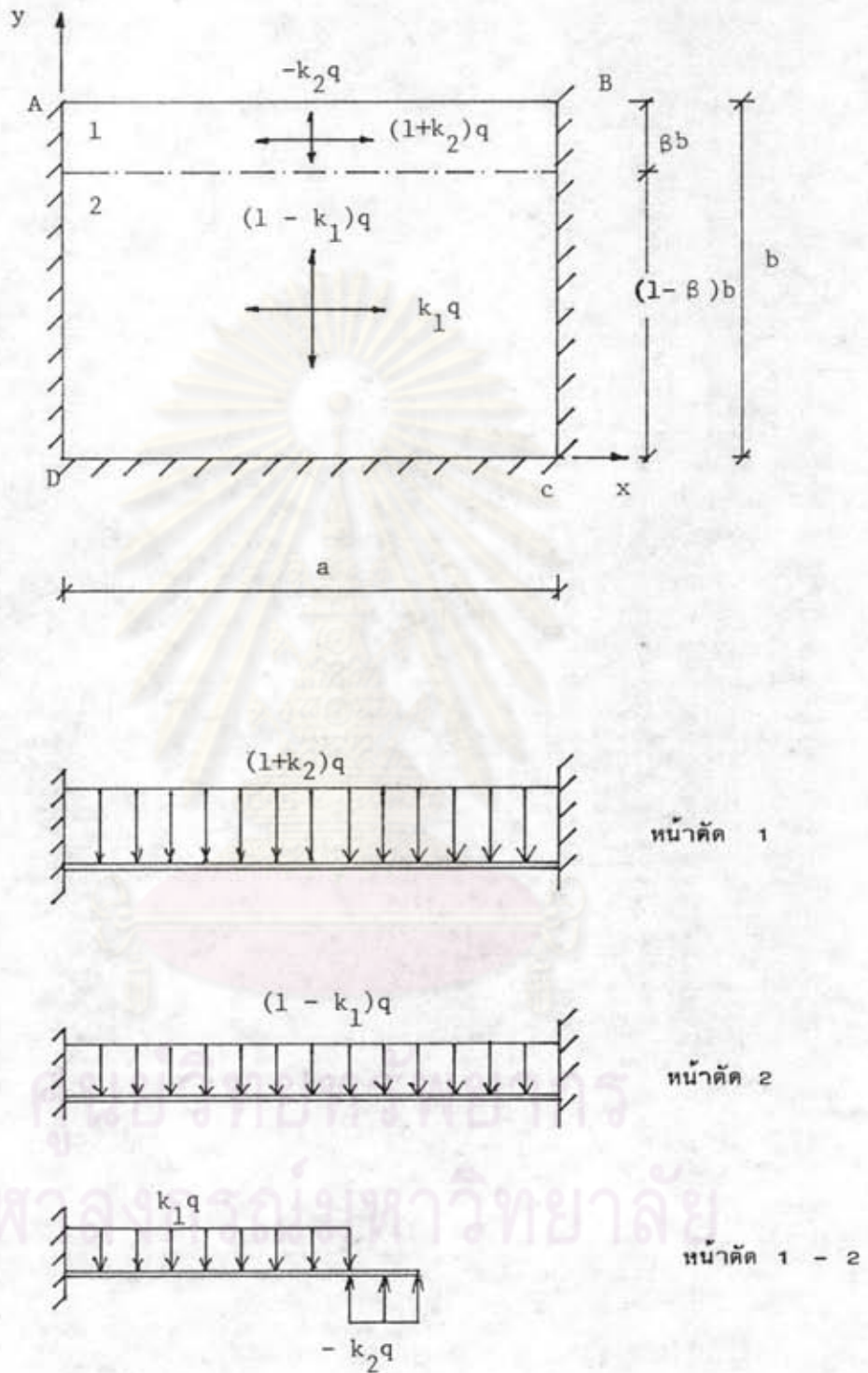
2.8.2 ในกรณีที่มีขอบอิสระด้านยาว

ในกรณีที่มีขอบอิสระที่ด้านยาวของสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรับน้ำหนักแผ่กระจายดังรูป 2.24 การแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกสามารถแบ่งได้เช่นเดียวกับกับรูป 2.23 แต่ในรูป 2.24 เป็นวิธีการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกอีกแบบหนึ่งที่จะทำให้การหาค่าแรงดัดและการเสริมเหล็กนั้นง่ายขึ้น พิจารณาในรูปจะเห็นว่าแถบ 1 เป็นขอบอิสระและใช้แถบนี้เป็นแถบแข็งแแรง พิจารณาหน้าตัด 1-2 จะได้

$$M + \frac{1}{2} k_1 q (1 - \beta)^2 b^2 - k_2 q \beta b \left(1 - \frac{1}{2} \beta \right) b = 0 \quad (2.62)$$

หรือจะได้

$$k_2 = \frac{k_1 (1 - \beta)^2 + 2M/qb^2}{\beta (2 - \beta)} \quad (2.63)$$



รูปที่ 2.24 แผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขอบที่ด้านยาว เป็นที่รองรับแบบอิสระ

จากสมการ (2.63) จะต้องเลือกค่า k_1 เพื่อให้ได้ปริมาตรของแรงคัต (Moment Volumn) น้อยที่สุด ซึ่งก็จะทำให้ได้ปริมาตรเหล็กเสริมน้อยที่สุด สำหรับค่า β จะต้องเลือกให้มีค่าน้อยที่สุดที่จะทำได้ ซึ่งขึ้นอยู่กับหน่วยแรงอัดในคอนกรีต เนื่องจาก β คัด

รูปแบบการเสริมเหล็กที่ได้รับจากการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักตามรูป 2.24 นี้จะยุ่งยากแตกต่างไปจากทฤษฎีอิลาสติก ซึ่งก็อาจจะก่อให้เกิดรอยแตกร้าวขึ้นได้ เพื่อที่จะหลีกเลี่ยงการเกิดรอยแตกร้าว ก็จำเป็นต้องเสริมเหล็กเสริมพิเศษบริเวณมุมในของแผ่นพื้น โดยเสริมเหล็กเสริมบนในแนวทแยง และเหล็กเสริมล่างในแนวตั้งจากสำหรับปริมาตรเหล็กเสริมนี้ สามารถคำนวณได้จากแรงบิด สำหรับวิธีการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักของแผ่นพื้นที่มีที่รองรับเป็นแบบอื่น ๆ สามารถทำได้โดยใช้หลักการเดียวกัน

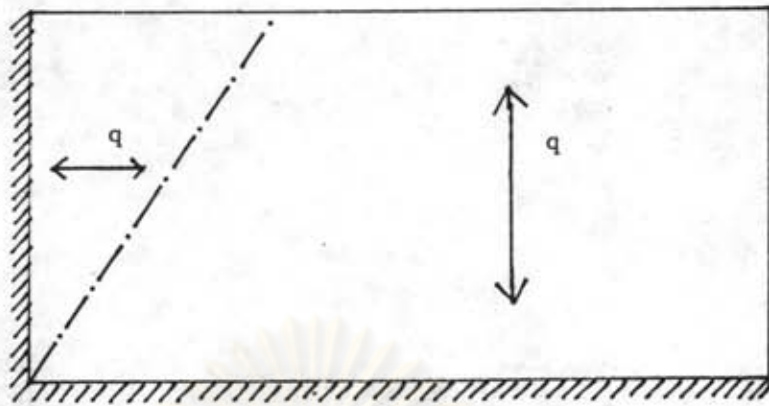
2.8.3 ในกรณีแผ่นพื้นมีขอบอิสระสองขอบอยู่ติดกัน

ในกรณีที่แผ่นพื้นมีขอบอิสระสองขอบอยู่ติดกันและสองขอบที่เหลือเป็นที่รองรับแบบยึดหมุนวิธีสตริปอย่างง่ายจะใช้ไม่ได้ ถ้าจะต้องเสริมเหล็กให้ขนานกับที่รองรับ เพราะที่หน้าตัดใด ๆ จะมีที่รองรับแบบยึดหมุนเพียงด้านเดียวเท่านั้น แต่แผ่นพื้นในลักษณะดังกล่าวก็สามารถทำได้ในวิธีสตริปเช่นกัน โดยรวมเอาผลของแรงบิดด้วย ซึ่งก็จะกล่าวถึงวิธีการวิเคราะห์ในภายหลัง

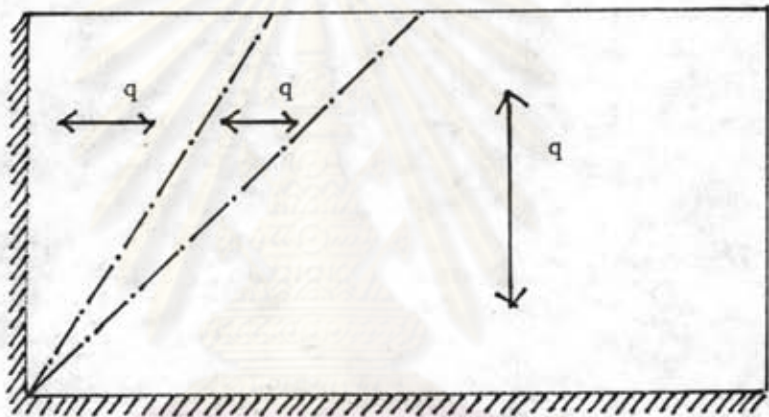
ในกรณีที่แผ่นพื้นมีขอบอิสระสองขอบอยู่ติดกันและสองขอบที่เหลือเป็นที่รองรับแบบยึดแน่น วิธีสตริปอย่างง่ายสามารถใช้ได้ ซึ่งลักษณะการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักจะแสดงในรูป 2.25ก ซึ่งจะเห็นได้ว่าน้ำหนักทั้งหมดจะถูกรับไปโดยแรงคัตลบหรือน้ำหนักบนแผ่นพื้นถูกรับไปโดยพื้นยื่นนั่นเอง ลักษณะการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักตามรูป 2.25ข เป็นวิธีการถ่ายน้ำหนักอีกลักษณะหนึ่ง ซึ่งใช้ได้เช่นกัน แต่การคำนวณและการเสริมเหล็กจะยุ่งยากกว่ารูป 2.25 ก

ในกรณีที่แผ่นพื้นมีขอบที่เหลือด้านหนึ่งยึดแน่นอีกด้านหนึ่งยึดหมุน วิธี การแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกตามรูป 2.25 ค จะเหมาะสม โดยแรงในแถบที่ 1 จะถ่ายน้ำหนักไปยังที่รองรับและแถบที่มีลักษณะเป็นพื้นยื่น

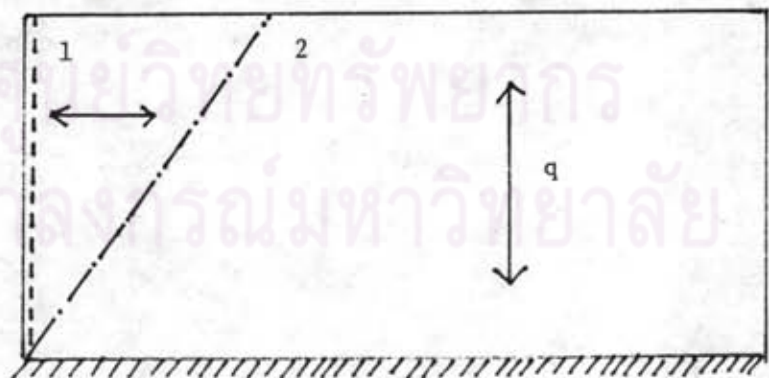
สำหรับรายละเอียดการคำนวณหาแรงคัตตามรูป 2.25 เพื่อให้ได้ปริมาตรเหล็กเสริมที่ประหยัดที่สุดนั้น ในงานวิจัยนี้จะไม่ครอบคลุมไปถึง แต่สามารถใช้หลักการเดียวกันกับงานวิจัยนี้



(น)



(ข)

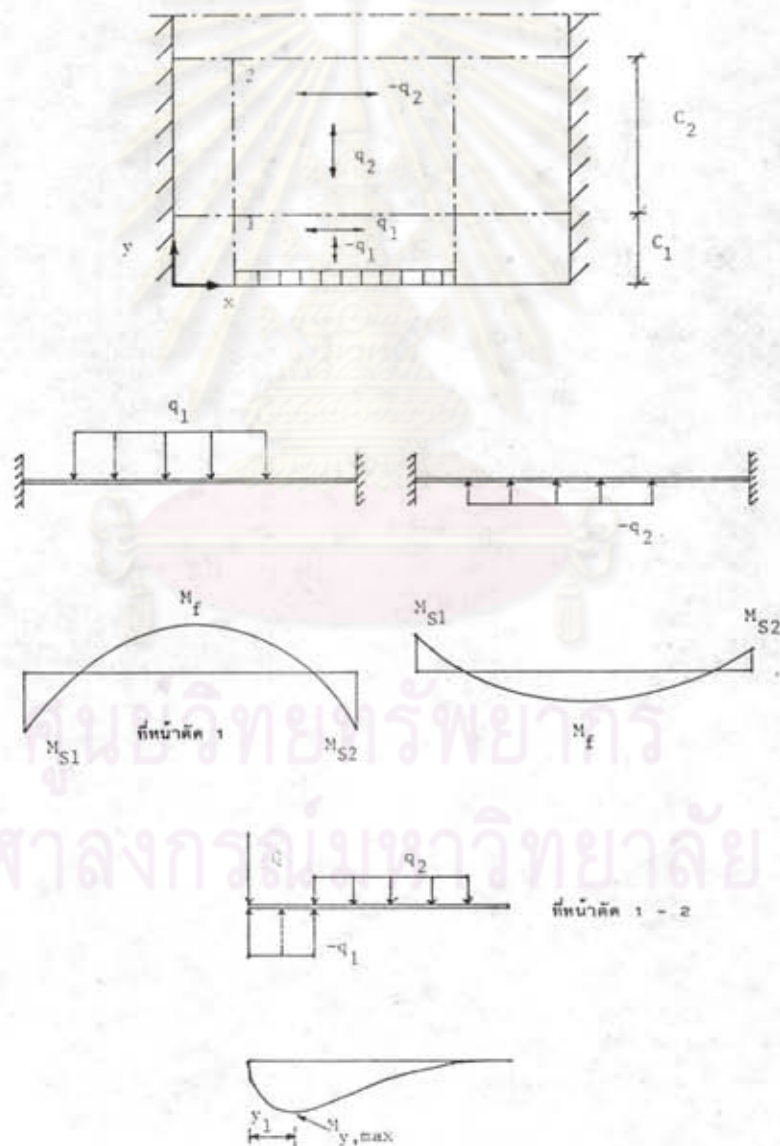


(ค)

รูปที่ 2.25 แผ่นพื้นสี่เหลี่ยมคี่ที่มีขอบอิสระสองขอบอยู่ชิดกันรับน้ำหนักบรรทุกทุกแผ่
กระจายสม่ำเสมอ

2.9 น้ำหนักบรรทุกแนวเส้น

ในแผ่นพื้นน้ำหนักบรรทุกทั่ว ๆ ไป นอกจากจะเป็นน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอแล้ว ยังมีน้ำหนักกระทำเป็นแนวเส้นด้วย เช่น น้ำหนักที่มาจากผนัง เป็นต้น น้ำหนักบรรทุกที่เป็นแนวเส้น ในวิธีสตริบจะขึ้นอยู่กับทิศทางของน้ำหนักที่เป็นแนวเส้นที่กระทำคือทิศทางหลักในการถ่าน้ำหนักบรรทุกด้วย สำหรับในงานวิจัยนี้ สนใจแค่เฉพาะน้ำหนักแนวเส้นที่อยู่บนช่องเปิดเท่านั้น สำหรับน้ำหนักแนวเส้นในกรณีอื่น ๆ สามารถดูได้จากเอกสารอ้างอิง (6)



รูปที่ 2.26 แผ่นพื้นที่มีขอบอิสระรับน้ำหนักบรรทุกเป็นแนวเส้น

ในกรณีที่มีน้ำหนักบรรทุกเป็นแนวเส้นวางอยู่บนขอบอิสระของแผ่นพื้นวิธีการถ่ายน้ำหนักบรรทุกที่เป็นแนวเส้นนี้สามารถทำได้ดังแสดงในรูป 2.26 โดยบนพื้นที่หมายเลข 1 ให้กระจายน้ำหนัก q_x เท่ากับ $-q_y$ เท่ากับ q_1 และบนพื้นที่หมายเลข 2 กระจายน้ำหนัก q_x เท่ากับ $-q_y$ เท่ากับ $-q_2$ ซึ่งจะได้แรงคัตที่หน้าคัตต่าง ๆ ดังแสดงในรูป 2.26 พิจารณาหน้าคัต 1 - 2 สมการสมดุลของแรงคัตและสมการของแรงในแนวตั้งจะได้

$$\frac{1}{2} q_1 c_1^2 = q_2 c_2 \left(c_1 + \frac{1}{2} c_2 \right) \quad (2.64)$$

$$Q - q_1 c_1 + q_2 c_2 = 0 \quad (2.65)$$

จากสมการ (2.71) และ (2.72) สามารถหาค่า q_1 และ q_2 ได้ดังนี้

$$q_1 = \frac{Q (2c_1 + c_2)}{c_1 (c_1 + c_2)} \quad (2.66)$$

$$\text{และ } q_2 = \frac{Q c_1}{c_2 (c_1 + c_2)} \quad (2.67)$$

ค่าแรงคัตลบสูงสุดในทิศทาง y จะมีค่าเท่ากับ

$$M_{y, \max} = - \frac{Q^2}{2q_1} = - \frac{Q c_1 (c_1 + c_2)}{2(2c_1 + c_2)^2} \quad (2.68)$$

และอยู่ห่างจากขอบอิสระเท่ากับ

$$y_1 = \frac{Q}{q_1} = \frac{c_1 (c_1 + c_2)}{2c_1 + c_2} \quad (2.69)$$

ค่า c_1 ในสมการ (2.64) - (2.69) จะเลือกขึ้นโดยพิจารณาค่าแรงคัตสูงสุดต่อความกว้างหนึ่งหน่วย ที่เกิดขึ้นในแถบของขอบอิสระจะค่อนข้างเหมาะสมสำหรับความกว้าง $c_1 + c_2$ นั้นจะต้องเลือกขึ้นมากเช่นกัน โดยคำนึงถึงการประหยัดเหล็กเสริมมากที่สุด โดยที่ Hillerborg (6) ได้แนะนำให้ใช้ค่า $c_1 + c_2$ อยู่ระหว่างค่า 0.5 - 0.75 ของความยาวของแผ่นพื้นในทิศทาง x

ในทางปฏิบัติโดยทั่วไปที่หน้าคัต 2 ซึ่งมีแรงแม่กระจาย q_2 กระทำในทิศทางขึ้น มักจะรับน้ำหนักแผ่นที่มีทิศทางกดลง เช่นน้ำหนักตายตัวของแผ่นพื้นด้วย ดังนั้นค่าแรงคัต M_x

ในหน้าตัด 2 ในทางปฏิบัติแล้วจะมีค่าน้อย และไม่ค่อยสำคัญนัก

2.10 วิธีสกริปในแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยมที่รับน้ำหนักบรรทุกทุกแฉกกระจายสม่ำเสมอ

วิธีการจัดเรียงเหล็กเสริมในแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยม บางครั้งจะเสริมเหล็กเสริมขนานและตั้งฉากกับด้านใดด้านหนึ่งของแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยมและด้านที่เหมาะสมที่สุดคือ ด้านสั้นของแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยม พิจารณารูปที่ 2.27 วิธีการเลือกการกระจายของน้ำหนักที่เหมาะสมจะใช้หลักการถ่ายน้ำหนักบรรทุกไปยังที่รองรับที่ใกล้เคียงที่สุด และจุด 0 ในรูปเป็นจุดตัดของเส้นมัธยฐานตัดกัน อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติแล้ว เพื่อให้ให้การคำนวณง่ายขึ้น การคำนวณไม่ยุ่งยาก และประหยัดเหล็กเสริมด้วยนั้น Hillerborg (6) ได้แนะนำให้ใช้จุดซึ่งอยู่ที่ตำแหน่งเส้นผ่าทึ่งกลางมุม A ตัดกับระยะที่ห่างออกมาจากฐาน Bc h_2 โดยที่ h_2 มีค่าอยู่ระหว่าง $0.20b - 0.25b$

พิจารณาจากรูป 2.27 ค่าแรงดัดสูงสุดในแถบที่อยู่ในทิศทาง x หรือ ที่ตำแหน่ง y เท่ากับ 0 จะมีค่าเท่ากับ

$$M_{x,max} = \frac{q}{8} \left(\frac{h_1 b}{h} \right)^2 \quad (2.70)$$

ดังนั้นค่าแรงดัดเฉลี่ยที่จะนำไปใช้ออกแบบแถบในทิศทาง x จะมีค่าเท่ากับ

$$M_{x,med} = \frac{q}{24} \left(\frac{h_1 b}{h} \right)^2 \quad (2.71)$$

หรืออาจจะแบ่งพื้นที่ออก เป็นสองส่วนโดยที่ส่วนตรงกลางรับแรงดัด $\frac{7}{96} q \left(\frac{h_1 b}{h} \right)^2$ และส่วนที่อยู่ด้านริมรับแรงดัด $\frac{1}{96} q \left(\frac{h_1 b}{h} \right)^2$ ซึ่งแสดงไว้โดยเส้นประในรูป 2.27

ในทิศทาง y จะเห็นว่าที่หน้าตัดต่าง ๆ จะมีความยาวของช่องและความยาวของน้ำหนักบรรทุกไม่เท่ากัน แปรผันตามระยะ x ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ และได้ค่าแรงดัดที่ปลอดภัยเสมอ ก็จะใช้วิธีการดังแสดงไว้ในหัวข้อ 2.5 รูปที่ 2.8 ซึ่งจะได้ว่า

$$M_{y,max} = \frac{1}{2} q h_2^2 \quad (2.72)$$

และค่าแรงดัดเฉลี่ยจะมีค่าเท่ากับ

$$M_{y,med} = \frac{1}{6} qh_2^2 \quad (2.73)$$

นอกจากค่าแรงดัดเฉลี่ยที่ได้ในสมการ (2.73) แล้ว ยังสามารถหาค่าแรงดัดเฉลี่ยตามวิธีการที่กล่าวมาแล้วในทิศทาง x ซึ่งก็จะได้แรงดัดเฉลี่ยดังแสดงด้วยเส้นประ

และเพื่อที่จะให้ได้ปริมาตรเหล็กเสริมน้อยที่สุดตามความต้องการ ดังนั้นค่าแรงดัดเฉลี่ยจะมีค่าน้อยที่สุด ดังนั้น

$$M_{x,med} + M_{y,med} = \frac{q}{24} \left(\frac{h_1 b}{h} \right) + \frac{qh_2^2}{6}$$

$$M_{x,med} + M_{y,med} = \frac{q}{24} \cdot \frac{h_1^2 b^2}{h^2} + \frac{q(h-h_1)^2}{6}$$

หาผลต่างเชิงอนุพันธ์ย่อยเมื่อเทียบกับ h_1 จะได้

$$\frac{q}{12} \frac{h_1 b^2}{h^2} - \frac{q}{6} (2h - 2h_1) = 0$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{b}{2h} \right)^2 \quad (2.74)$$

ค่าอัตราส่วนของแรงดัดเฉลี่ยในทิศทาง y และทิศทาง x จะได้

$$\frac{M_{y,med}}{M_{x,med}} = \frac{4h^2 h_2^2}{b^2 h_1^2} = \left(\frac{b}{2h} \right)^2 \quad (2.75)$$

จากสมการ 2.74 เมื่อ $b > h$ จะได้

$$\frac{h_2}{h} = \frac{(b/2h)^2}{1 + (b/2h)^2} = \frac{(b/h)^2}{4 + (b/h)^2}$$

$$\text{หรือ } \frac{h_2}{b} = \frac{b/h}{4 + (b/h)^2} \quad (2.76)$$

ซึ่งจะได้ว่า $0.20b \leq h_2 \leq 0.25b$ เมื่อ $1 \leq b/h \leq 4$
 จากสมการ 2.75 เมื่อ b มีค่าน้อย ๆ หรือ $\frac{b}{h} \leq 1$ จะได้ $m_x \geq 4m_y$
 พิจารณากรณี $M_x = 4M_y$ จะได้

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{b}{4h}$$

ซึ่งจะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{4 + b/h} \quad (2.77)$$

ซึ่งจะได้ว่า $0.20b \leq h_2 \leq 0.25b$ เมื่อ $1 \geq b/h > 0$

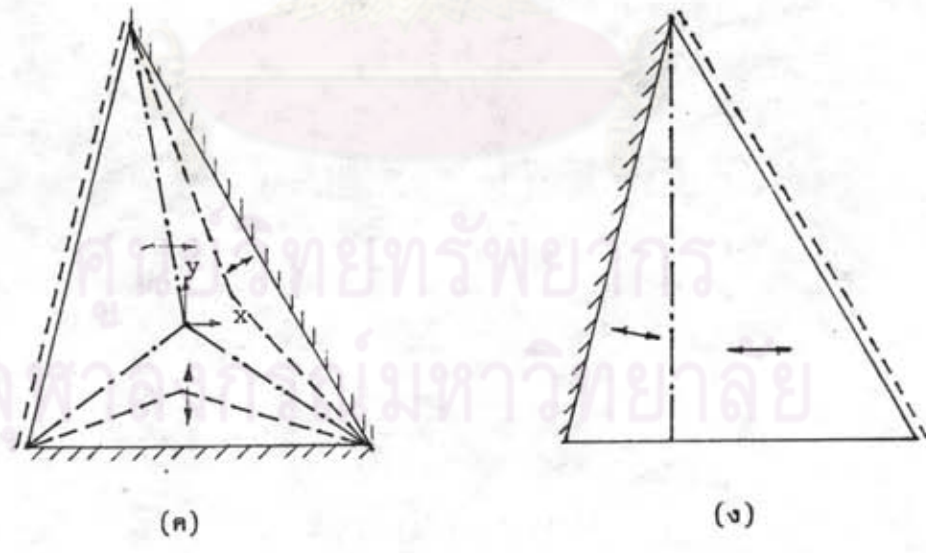
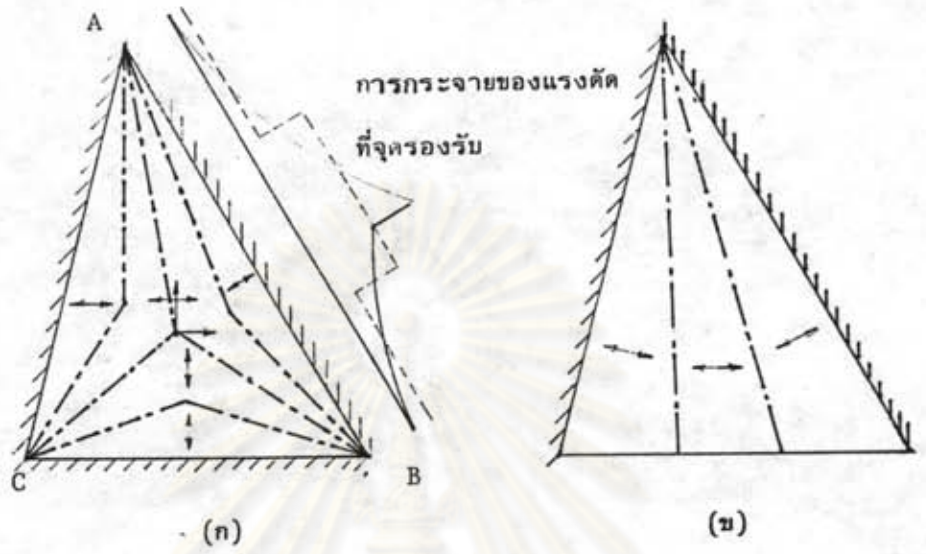
จากสมการที่ (2.76) และ (2.77) ได้แสดงให้เห็นว่า h_2 สามารถเลือกใช้ให้มีค่าอยู่ระหว่าง $0.2b$ ถึง $0.25b$ ตามที่ Hillerborg (6) ได้แนะนำเอาไว้

สมการข้างต้นที่กล่าวมานั้น สมมุติให้มีการจัดเรียงเหล็กเสริมในทิศทางที่ตั้งฉากและขนานกับด้านใดด้านหนึ่งของแผ่นพื้นสามเหลี่ยม ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้ แม้จะไม่ค่อยจะประหยัดนัก แต่มีความสะดวกในการทำงานมากกว่า

พิจารณารูป 2.28 ซึ่งเป็นวิธีการถ่ายน้ำหนักบรรทุกอีกแบบหนึ่ง ซึ่งลักษณะการถ่ายน้ำหนักบรรทุกตามรูปนี้จะนำไปสู่การจัดเรียงเหล็กเสริมที่ยุ่งยากขึ้น และทำงานลำบากขึ้น แต่จะประหยัดเหล็กเสริมมากกว่าวิธีการถ่ายน้ำหนักบรรทุกตามรูป 2.27 และเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกแล้วจะเกิดการแอ่นตัวของแผ่นพื้นน้อยกว่า มีรอยแตกแยกน้อยกว่าวิธีการถ่ายน้ำหนักบรรทุกตามรูปที่ 2.28 จะอาศัยหลักการที่ว่า น้ำหนักบรรทุกในแต่ละส่วนจะถูกรับไปโดยแถบที่สั้นที่สุด นั่นคือแนวที่ตั้งฉากกับเส้นแฉงครึ่งมุมดังแสดงในรูป ขอบเขตของทิศทางการถ่ายน้ำหนักจะผ่านจุดตัดของเส้นแฉงครึ่งมุมนั้นคือ ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมที่สัมผัสภายในสามเหลี่ยม ถ้ารัศมีของวงกลมภายในมีค่าเท่ากับ a ค่าแรงดัดที่หน้าตัด 1-1 จะมีค่า

$$M_{1-1} = \frac{1}{2} qa^2 \cos^2 \theta \quad (2.78)$$

สำหรับค่าแรงดัดระหว่างหน้าตัด 1-1 กับจุด A จะเป็นอัตราส่วนโดยตรงกับกำลังสองของระยะทางจากจุด A ส่วนค่าแรงดัดระหว่างจุด I กับจุด O แถบในทิศทาง 1 จะมีน้ำหนัก



รูปที่ 2.29 รูปแบบการถ่ายน้ำหนักในแผ่นพื้นสามเหลี่ยมที่มีรองรับแบบต่าง ๆ

เฉพาะตรงกลางแถบ การกระจายของแรงคัตจะเป็นรูปพาราโบลา ดังแสดงในรูปค่าแรงคัตเฉลี่ยระหว่างหน้าคัต 1-1 กับจุด 0 จะมีค่าเท่ากับ

$$M_{med} = \frac{qa^2}{6} (1 + \cos^2 \theta) \quad (2.79)$$

ค่าแรงคัตเฉลี่ยข้างบนสามารถใช้ได้บนพื้นที่กว้าง ๆ ดังแสดงเป็นเส้นประในรูปที่

2.28 ความทฤษฎีอิลาสติก ที่มุมที่รองรับแบบยึดหมุนหมกกันจะเกิดแรงคัตลบขึ้น ดังนั้นอาจ เสริมเหล็กเสริมบน เพื่อต้านรอยร้าวที่เกิดขึ้นในทิศทางตั้งฉากกับ เส้นแบ่งครึ่งมุม

ในกรณีแผ่นพื้นสาม เหลี่ยมมีที่รองรับ เป็นแบบอื่น ๆ นอกจาก เป็นที่รองรับแบบยึดหมุน การแบ่งพื้นการถ่ายน้ำหนักบรรทุกสามารถทำได้ดังแสดงในรูป 2.29 สำหรับการหาค่าแรงคัตในแผ่นพื้นที่ตำแหน่งต่าง ๆ สามารถใช้หลักการเช่นเดียวกันกับหัวข้อที่ผ่านมา

2.11 วิธีสคริปในแผ่นพื้นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีช่องเปิด

ในแผ่นพื้นที่ไม่มีช่องเปิด การถ่ายน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อแผ่นพื้นจะถ่ายไปในทิศทาง x และ y ตลอดทั้งแผ่นพื้น สำหรับแผ่นพื้นที่มีช่องเปิดนั้น จะคิดว่าช่องเปิดเป็นเสมือนกับแถบที่ถูกคัตออกไป ดังนั้น บริเวณที่มีช่องเปิดจึงไม่สามารถรับน้ำหนักที่ถ่ายมาตามที่ยกกล่าวไว้แล้ว ในแผ่นพื้นที่ไม่มีช่องเปิด ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะลดทอนความสามารถในการรับน้ำหนักของแถบที่ถูกคัตขาดออกไป โดยการใช้คานรับน้ำหนักบรรทุกที่ถ่ายมาหรือโดยการใช้แถบพิเศษตลอดแนวช่องเปิด ซึ่งแถบดังกล่าวนี้คือ แผ่นพื้น ซึ่งเสริมเหล็กเสริมค่อนข้างหนาแน่น และใช้รับน้ำหนักบรรทุกที่ถ่ายมา แถบดังกล่าวที่อยู่รอบช่องเปิดนี้จะเรียกว่าแถบแข็งแกร่ง ดังได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.8

สำหรับแผ่นพื้นที่มีช่องเปิดเล็ก ๆ โดยปกติแล้วจะทำการออกแบบหาเหล็กเสริม โดยคิดว่า แผ่นพื้นดังกล่าวไม่มีช่องเปิด แล้วทำการเสริมเหล็กเสริม ส่วนที่ถูกคัตหายไปไว้ โดยรอบช่องเปิด แต่จะต้องแน่ใจว่า ปริมาณเหล็กเสริมที่เสริมลงไปรอบ ๆ ช่องเปิดนั้น ไม่หนาแน่นจนเกินไป

วิธีการที่กล่าวมาแล้วนี้ มักจะให้ค่าซึ่งอยู่ในช่วงที่ปลอดภัยเสมอ เพราะในการออกแบบนั้นคิดว่าพื้นที่บริเวณช่องเปิดนั้น รับน้ำหนักบรรทุกเหมือนบริเวณอื่น แต่ในความจริงแล้วพื้นที่บริเวณช่องเปิดรับน้ำหนัก เป็นศูนย์

สำหรับแผ่นพื้นที่มีช่องเปิดขนาดใหญ่ จะต้องทำการคำนวณอย่างละเอียด เพื่อหาปริมาณเหล็กเสริมที่แท้จริง การใช้ทฤษฎีสถิตยศาสตร์ เพื่อที่จะคำนวณหาแรงดัด เพื่อนำไปออกแบบเหล็กเสริมสามารถทำได้โดยการใช้แถบแข็งแ่งไว้โดยรอบช่องเปิด และเพื่อให้เข้าใจการประยุกต์ทฤษฎีสถิตยศาสตร์ เพื่อนำไปใช้ออกแบบแผ่นพื้นที่มีช่องเปิดยิ่งขึ้น ให้พิจารณารูปที่ 2.34ก ซึ่งเป็นแผ่นพื้นที่มีช่องเปิดขนาดใหญ่อยู่ที่มุมของแผ่นพื้นดังแสดงในรูป

ในการคำนวณแผ่นพื้นที่มีช่องเปิดนี้ ในขั้นแรกจะไม่คำนึงว่า แผ่นพื้นมีช่องเปิดเลย ใช้วิธีสถิตยศาสตร์อย่างง่าย ๆ ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อ 2.7 รูปที่ 2.21 ทำการเลือกรูปแบบการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักขึ้นมา แล้วทำการคำนวณหาแรงดัดดังแสดงในรูป 2.30 ข

พิจารณา 2.30 ข ที่หน้าตัด 4-2-5 จะหาค่าแรงดัดดังนี้

$$M_{xf} = \frac{1}{2} q (\beta a)^2$$

$$M_{xs} = - \left(\frac{1}{2} q \gamma^2 a^2 \right) + \frac{1}{2} q \beta^2 a^2$$

$$= \frac{1}{2} q a^2 (\beta^2 - \gamma^2)$$

ที่หน้าตัด 1-2-3 จะมี M_{xf} และ M_{xs} เป็นครึ่งหนึ่งของหน้าตัด 4-2-5

ที่หน้าตัด 2 ซึ่งมีความยาว b รับน้ำหนักแม่กระจาย q จะได้

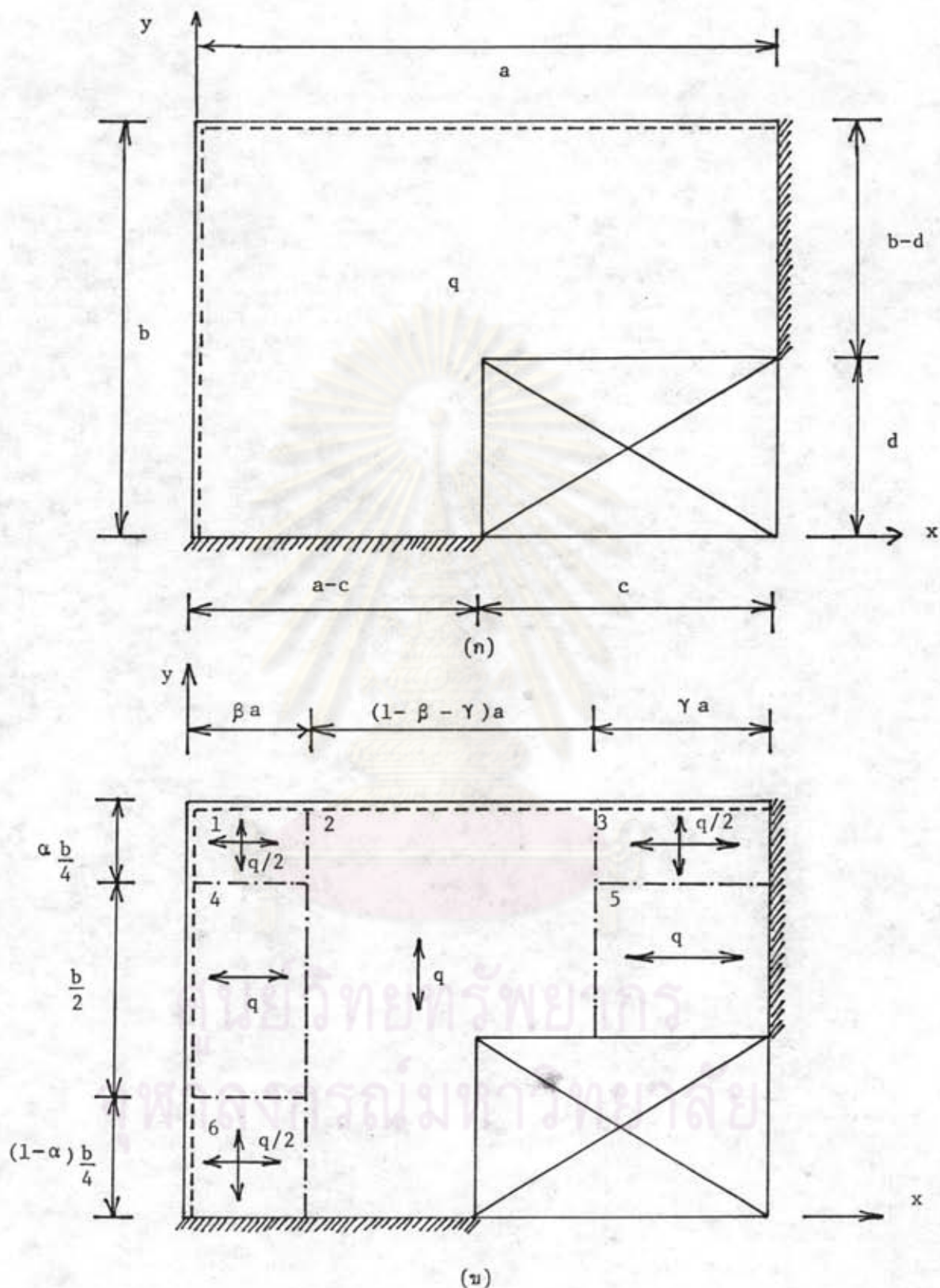
$$M_{yf} = \frac{1}{8} q (\alpha b)^2$$

$$M_{ys} = - \left(\frac{1}{8} q (2b - \alpha b)^2 \right) + \frac{1}{8} q (\alpha b)^2$$

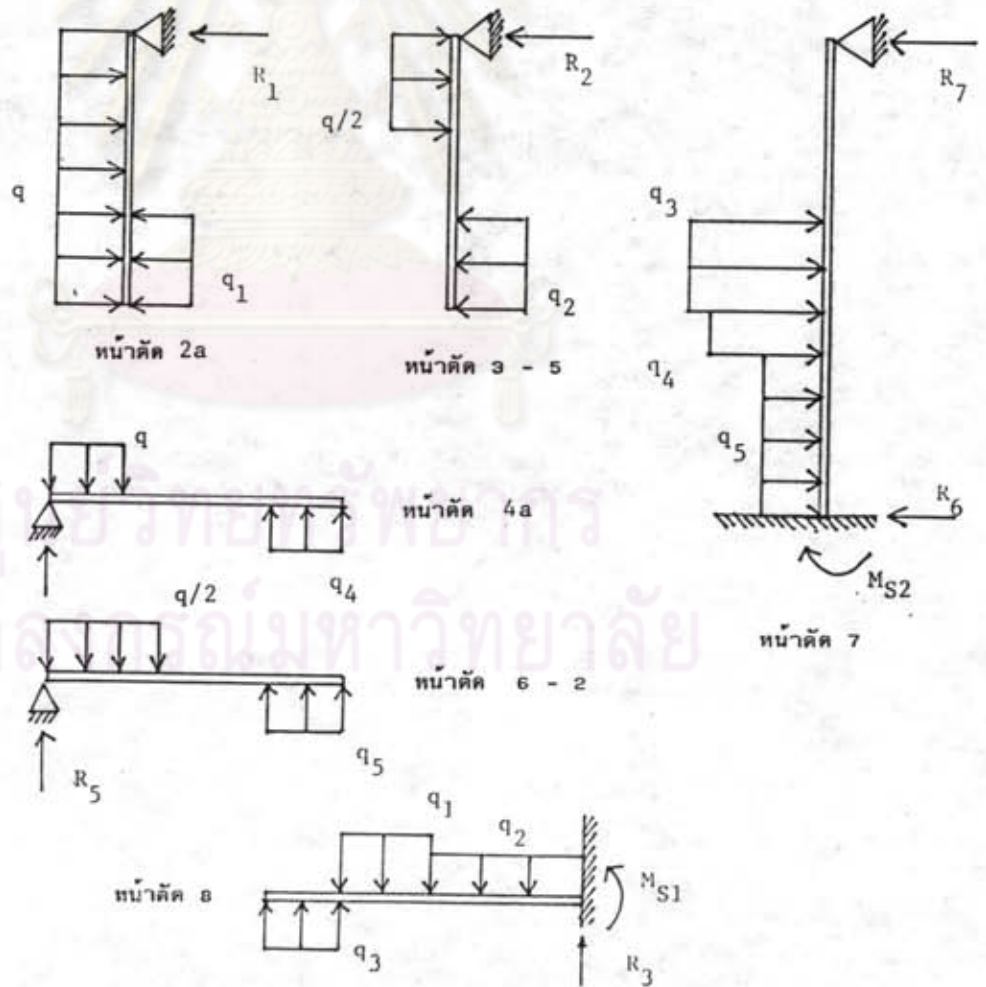
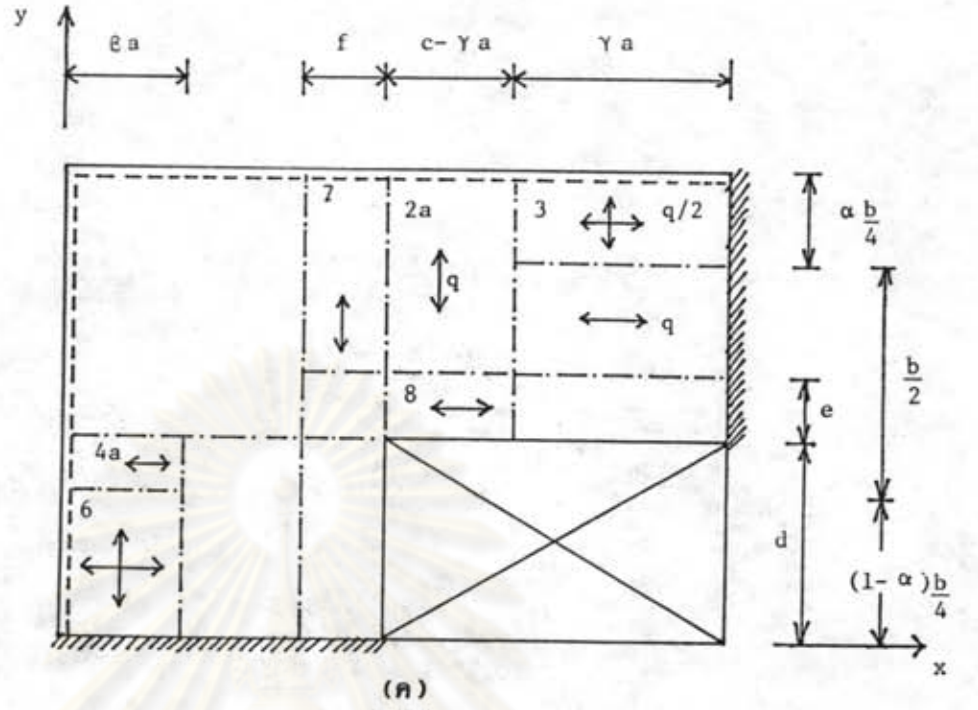
$$= \frac{1}{2} q b^2 (\alpha - 1)$$

ที่หน้าตัด 1-4-6 จะมี M_{yf} และ M_{ys} เป็น $1/8$ ของหน้าตัด 2

จากรูป 2.30 ข จะเห็นได้ว่า แถบ 6-2, แถบ 3-5, แถบ 4-2 บางส่วน, และ แถบ 2 บางส่วนจะขาดที่รองรับปลายหนึ่ง คือ ปลายที่เป็นช่องเปิด ดังนั้นจะต้องใช้แถบแข็งแ่งไว้รอบช่องเปิดเป็นที่รองรับ โดยที่ใช้แถบแข็งแ่งในทิศทาง y รับน้ำหนักบรรทุกที่ถ่ายมาจากแถบแข็งแ่งในทิศทาง x ดังแสดงไว้ในรูป 2.30 ค ซึ่งจากรูปที่หน้าตัด 2a จะได้



รูปที่ 2.30 แผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีช่องเปิดอยู่ที่มุมของแผ่นพื้นรับน้ำหนักบรรทุก
 แผ่นกระจายสม่ำเสมอ



(ต่อ) รูปที่ 2.30 แผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีช่องเปิดอยู่ที่มุมของแผ่นพื้นรับน้ำหนักบรรทุกทุกแห่งกระจายสม่ำเสมอ

$$q_1 = \frac{q (b-d)^2}{e (2b-2d-e)}$$

และ

$$R_1 = \frac{q (b-d) (b-d-e)}{2b-2d-e}$$

ซึ่งจะได้แรงคัตสูงสุดที่กลางช่วงของหน้าคัต 2a มีค่าเท่ากับ

$$M_{f,max} = \frac{q (b-d)^2 (b-d-e)^2}{2 (2b-2d-e)^2}$$

ที่หน้าคัต 3-5 จะได้

$$q_2 = \frac{q (\alpha b)^2}{32c(2b-2d-e)}$$

$$R_2 = \frac{q \alpha b (8b-8d-4e-\alpha b)}{32 (2b-2d-e)^2}$$

ซึ่งจะได้แรงคัตสูงสุดที่กลางช่องของหน้าคัต 3-5 มีค่าเท่ากับ

$$M_{f,max} = \frac{q (\alpha b)^2 (8b-8d-4e-\alpha b)^2}{1024 (2b-2d-e)^2}$$

ที่หน้าคัต 4a จะได้

$$q_4 = \frac{q (\beta a)^2}{f (2a-2c-f)}$$

$$R_4 = \frac{q (\beta a) (2a-2c-f-\beta a)}{2a-2c-f}$$

ซึ่งจะได้แรงคัตสูงสุดที่กลางช่วงของหน้าคัต 4a มีค่าเท่ากับ

$$M_{f,max} = \frac{q (\beta a)^2 (2a-2c-f-\beta a)^2}{2 (2a-2c-f)^2}$$

ที่หน้าตัด 6-2 จะได้ $q_5 = \frac{q_4}{2}$ $R_5 = \frac{R_4}{2}$ และแรงดัดที่กลางช่วง
ของหน้าตัด 6-2 จะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของแรงดัดที่กลางช่วงของหน้าตัด

ที่หน้าตัด 8 จะได้

$$q_3 = \frac{q_2 C^2 + (q_1 + q_2)(C^2 - \gamma^2 a^2) + 2M_{s1}}{f(2C + f)}$$

$$\text{และ } R_3 = \frac{q_1(C - \gamma a)(C + f - \gamma a) + q_2 \gamma a(2C + f - \gamma a) - 2M_{s1}}{2C + f}$$

ซึ่งจะได้แรงดัดสูงที่กลางช่วงของหน้าตัด 8 ได้ดังนี้

$$\text{กรณี } \frac{q_1(C - \gamma a)(C + f - \gamma a) + q_2 \gamma a + q_2 \gamma a - 2M_{s1}}{q_2(C + f)} < \gamma a$$

$$M_{f, \max} = \frac{R_3^2}{2q_2} + M_{s1}$$

$$\frac{q_2 C^2 + (q_1 - q_2)(C^2 - \gamma^2 a^2) + 2M_{s1}}{q_1(2C + f)} = x < C - \gamma a \text{ จะได้}$$

$$M_{f, \max} = \frac{q_3}{2} f(f + 2x) - \frac{q_1}{2} x^2$$

ซึ่งที่หน้าตัด 8 นี้จะต้องสมมติแรงดัดลบ M_{s1} ขึ้นมา เพื่อที่จะหาแรงปฏิกิริยาและ
แรงดัดที่กลางช่วง M_f โดยอัตราส่วนของ M_{s1}/M_f ต้องอยู่ในอัตราส่วนที่เหมาะสม มีค่า
ใกล้เคียงกับค่าอัตราส่วนของแรงดัดลบต่อแรงดัดบวกตามทฤษฎีอีลาสติกและสามารถหาค่าแรง
ปฏิกิริยาที่หน้าตัด 7 ได้ดังนี้

$$R_7 = \frac{16q_3 e(2d + e) + 16q_4 d^2 - (q_5 - q_4)(1 - \alpha)^2 b^2 + 32M_{s1}}{32b}$$

และ

$$R_6 = \frac{32M_{s2} + 16q_3e(2b-2d-e) + q_4(4d-(1-\alpha)b)(7+\alpha)b-4d}{32b} + \frac{q_5(1-\alpha)(7+\alpha)b^2}{32b}$$

สำหรับแรงดัดที่กึ่งกลางช่วงของหน้าตัด 7 จะสามารถหาได้โดย

ในกรณีนี้ $\frac{R_6}{q_5} < \frac{(1-\alpha)b}{4}$

จะได้ $M_{f,max} = \frac{R_6^2}{2q_5} + M_{s2}$

ในกรณีนี้ $\frac{4R_6 + (q_4 - q_5)(1-\alpha)b}{4q_4} = x_1 < d$ จะได้

$$M_{f,max} = R_6 x_1 + M_{s2} - \frac{q_4}{2} \left(x_1 - \frac{(1-\alpha)b}{4} \right)^2 - \frac{q_5 b}{4} (1-\alpha) \left(x_1 - \frac{(1-\alpha)b}{8} \right)$$

ในกรณี $\frac{R_7}{q_3} + (b-d-e) = x_2 < b-d$

จะได้ $M_{f,max} = R_7 x_2 - \frac{R_7^2}{2q_3}$

สำหรับที่หน้าตัด 7 นี้จะต้องสมมุติแรงดัดลบ M_{s2} ขึ้นมาและจะต้องให้เหมาะสมด้วย กล่าวคือมีอัตราส่วนของ M^-/M^+ ใกล้เคียงกับทฤษฎีอิลาสติก

แรงดัดที่เกิดขึ้นในแผ่นพื้นที่มีช่องเปิดตามรูปที่ 2.30 ก นั้นจะสามารถหาได้จากการนำเอาแรงดัดที่ได้จากรูปที่ 2.30 ข รวมกับแรงดัดที่ได้จากรูปที่ 2.34 ค ในบริเวณที่ถูกตัดออกไปเป็นช่องเปิดและบริเวณที่เป็นแถบแข็งแกร่ง

ค่าแรงดัดที่คำนวณมาได้ ตามวิธีการข้างต้น จะขึ้นอยู่กับทางเลือกความกว้างของแถบแข็งแกร่ง ลักษณะของที่รองรับ และแรงดัดที่ที่รองรับ เพื่อที่จะทำให้การคำนวณง่ายขึ้น จะต้อง

เลือกตัวแปรที่กล่าวมาแล้วขึ้นมา แล้วเขียนมา เลิกก่อน

สำหรับแผ่นพื้นที่มีช่อง เปิดอยู่ที่ตำแหน่งอื่น ๆ จะได้กล่าว โดยละเอียดอีกครั้งหนึ่งในบทต่อไป

2.12 ปริมาตรของแรงค้ำ

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า วิธีการแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกที่แตกต่างกันจะให้ผลลัพธ์ของการกระจายของแรงค้ำที่แตกต่างกัน ถ้าแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกและกระจายน้ำหนักบรรทุกได้เหมาะสม ผลลัพธ์ของการกระจายของแรงค้ำจะต่ำ ถ้าแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักไม่ดี การกระจายของแรงค้ำที่ได้ออกมาจะมีค่าสูงและต้องใช้เหล็กเสริมที่มีปริมาณมากด้วย หรือกล่าวได้ว่า ปริมาตรของเหล็กเสริมที่จะใช้จะแปรผันตามปริมาตรของแรงค้ำ (12, 21)

ปริมาตรของแรงค้ำหมายถึง ปริมาตรที่ประกอบด้วยแรงค้ำกับพื้นที่รับแรงค้ำ หรือ

$$V_m = \iint (M_x + M_y) d_x \cdot d_y \quad (2.80)$$

ในการวิเคราะห์การกระจายของแรงค้ำในแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าในงานวิจัยนี้ ใช้วิธีการหาการกระจายของแรงค้ำในแผ่นพื้น แล้วหาปริมาตรของแรงค้ำซึ่งจะคิดอยู่ในรูปของตัวแปรของพิกัดของเส้นแสดงความไม่ต่อเนื่อง อัตราส่วนของแรงค้ำลบต่อแรงค้ำบวก ใช้การหาผลต่างของเชิงอนุพันธ์ย่อย ซึ่งในงานวิจัยนี้จะใช้ไมโครคอมพิวเตอร์ หาค่าแห่งของเส้นแสดงความไม่ต่อเนื่อง ที่ให้ค่าปริมาตรของแรงค้ำค่าที่สุุดออกมา หลังจากนั้นจึงย้อนกลับไปทำการวิเคราะห์หาแรงค้ำในตำแหน่งต่าง ๆ ของแผ่นพื้นอีกทีหนึ่ง ซึ่งจะเป็นแรงค้ำค่าที่สุุดและจะใช้ปริมาณเหล็กเสริมน้อยที่สุดในวิธีสคริป จากงานวิจัยของ Raju (21) พบว่า ถ้าแบ่งพื้นที่การถ่ายน้ำหนักบรรทุกได้ดี ปริมาตรของแรงค้ำที่ได้จากวิธีสคริปจะเท่ากับปริมาตรของแรงค้ำที่ได้จากทฤษฎีอีลด์ไลน์

2.13 วิธีสคริปที่รวมผลของแรงบิด

การออกแบบแผ่นพื้นบางแผ่นพื้น เช่นแผ่นพื้นที่มีขอบอิสระขอบอยู่ติดกัน ส่วนขอบที่เหลือเป็นที่รองรับแบบยึดหมุน เป็นต้น แผ่นพื้นในลักษณะเช่นนี้ จะไม่สามารถทำการวิเคราะห์

หาแรงคัดได้ โดยใช้วิธี สตรีปอย่างง่ายอีกต่อไป หรือแม้แต่วิธีการใช้แถบแข็งแกร่งบนด้านที่เป็นขอบอิสระก็ไม่สามารถใช้ได้เช่นกัน ในลักษณะเช่นนี้จะต้องใช้สมการสมดุลที่รวมผลของแรงบิดด้วย (วิธีสตรีปอย่างง่ายนั้นให้แรงบิดที่มีค่าเป็นศูนย์)

ก่อนที่จะใช้วิธีสตรีปโดยรวมผลของแรงบิด จะต้องทราบสมการ ซึ่งอยู่ในมาตรฐานการออกแบบแผ่นพื้นคอนกรีต เสริมเหล็กของสวีเดน ปี 1957 (พ.ศ. 2500) ซึ่งกล่าวไว้ดังนี้

ในกรณีที่ เสริมเหล็กสองทิศทางที่ตั้งฉากกัน และเสริมเหล็กขนานกับทิศทางจาก x และ y ค่าแรงคัดที่ใช้ในการออกแบบหาเหล็กเสริมรับแรงดึงจะใช้ดังนี้

$$M_x^+ = M_x + k_1 \left| M_{xy} \right| \quad (2.81)$$

$$M_y^+ = M_y + \frac{1}{k_1} \left| M_{xy} \right| \quad (2.82)$$

และค่าแรงคัดลบที่ใช้ในการออกแบบหาเหล็กเสริมรับแรงอัดจะใช้ดังนี้

$$M_x^- = M_x - k_2 \left| M_{xy} \right| \quad (2.83)$$

$$M_y^- = M_x - \frac{1}{k_1} \left| M_{xy} \right| \quad (2.84)$$

โดยที่ k_1 และ k_2 มีค่าเป็นบวก และมีค่าใกล้ 1

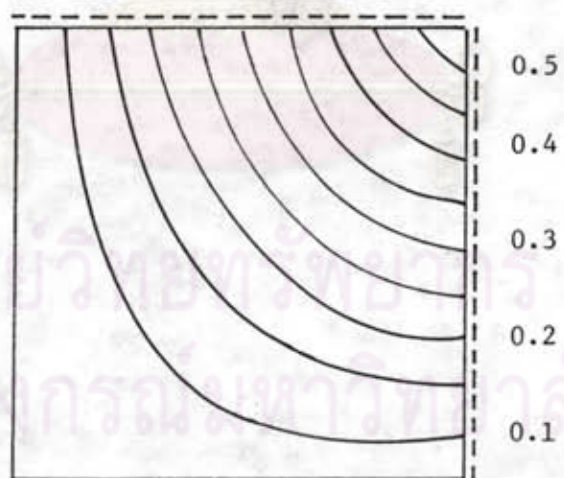
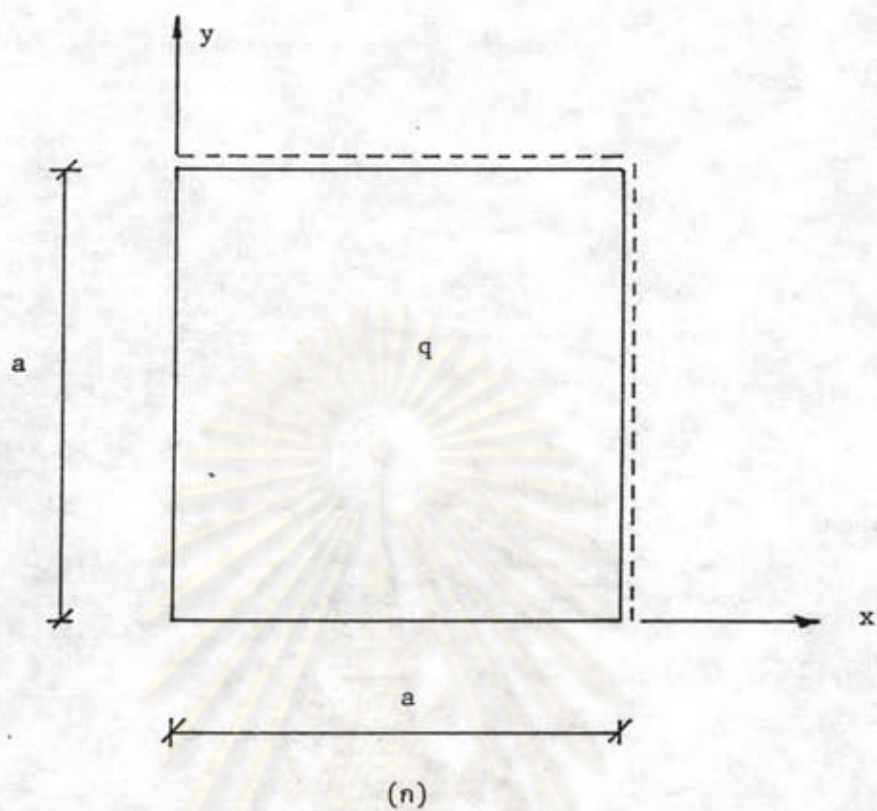
ในกรณีที่แผ่นพื้นดังกล่าวอยู่ในทิศทางที่ตั้งฉากกัน และเสริมเหล็กในสองทิศทางที่ขนานกับทิศทางที่ตั้งฉากกัน ค่าแรงคัดที่ใช้ในการออกแบบหาเหล็กเสริมรับแรงดึงจะมีค่าดังนี้

$$M_x^+ = M_x + k_1 \left| \frac{M_{xy}}{\sin \alpha} \right| \quad (2.85)$$

$$M_y^+ = M_y + \frac{1}{k_1} \left| \frac{M_{xy}}{\sin \alpha} \right| \quad (2.86)$$

และค่าแรงคัดลบที่จะใช้ในการออกแบบหาเหล็กเสริมรับแรงอัดจะใช้ดังนี้

$$M_y^- = M_x - k_2 \left| \frac{M_{xy}}{\sin \alpha} \right| \quad (2.87)$$



$$+ \frac{M_x}{qa^2}$$

$$- \frac{M_x}{qa^2}$$

รูปที่ 2.31 แผ่นพื้นซึ่งมีที่รองรับแบบยึดมุม 2 ด้าน



$$M_y^- = M_y - \frac{1}{k_2} \left| \frac{M_{xy}}{\sin \alpha} \right| \quad (2.88)$$

โดยที่ k_1 และ k_2 มีค่าเป็นบวกและมีค่าเข้าใกล้ 1 เช่นกัน สำหรับมุม α คือ มุมระหว่างพิภัก x และ y โดยวัดทวนเข็มนาฬิกาจากพิภัก X

สำหรับวิธีการพิสูจน์สมการ (2.81) - (2.88) สามารถดูได้จากเอกสารอ้างอิง (4) จะไม่ขอก้าวในงานวิจัยนี้

และเพื่อความเข้าใจวิธีสคริปที่รวมผลของแรงบิดด้วย จะขอยกตัวอย่างแผ่นพื้นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีลักษณะดังแสดงในรูป 2.31 ก ซึ่งรับน้ำหนักแม่กระจายสม่ำเสมอ q แผ่นพื้นในลักษณะดังกล่าวนี้ไม่สามารถใช้วิธีสคริปอย่างง่ายได้ จะต้องรวมผลของแรงบิดด้วย

ในแผ่นพื้นลักษณะเช่นนี้ อาจจะทำหนดให้น้ำหนักบรรทุกทั้งหมดในแผ่นพื้นย้ายรับไปโดยแรงบิดเพียงอย่างเดียว และแรงคัตในพิภัก x และพิภัก y มีค่าเป็นศูนย์ จากสมการสมดุล เมื่อ M_x และ M_y เท่ากับศูนย์ สมการจะลดรูปลงไปได้ดังนี้

$$-2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -q$$

$$\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{q}{2} \quad (2.89)$$

จากสมการ (2.103) สามารถหาค่า M_{xy} ได้ดังนี้

$$M_{xy} = \frac{1}{2} q xy + C_1 \quad (2.90)$$

จากเงื่อนไขที่ขอบ $M_{xy} = 0$ ที่ $x = 0$ และ $y = 0$ จะได้ $C_1 = 0$ ดังนั้น

$$M_{xy} = \frac{1}{2} qxy \quad (2.91)$$

จากสมการ (2.81) - (2.84) ถ้ากำหนดให้ k_1 และ k_2 มีค่าเท่ากับ 1 จะ

ได้ว่า

$$\begin{aligned}
 M_x^+ &= \frac{1}{2} qxy \\
 M_x^- &= -\frac{1}{2} qxy \\
 M_y^+ &= \frac{1}{2} qxy \\
 M_y^- &= -\frac{1}{2} qxy
 \end{aligned}
 \tag{2.92}$$

จากสมการ (2.29) เราสามารถเขียนรูปการกระจายของแรงดัดเพื่อนำไปออกแบบเหล็กเสริมบนและล่างได้

นอกจากลักษณะการแบ่งตามที่กล่าวมานี้ แล้วยังสามารถแบ่งการกระจายของแรงดัดโดยกำหนดค่า k_1 และ k_2 ให้มีค่าเป็นอย่างอื่น ผู้สนใจสามารถอ่านได้จากเอกสารอ้างอิง (6)

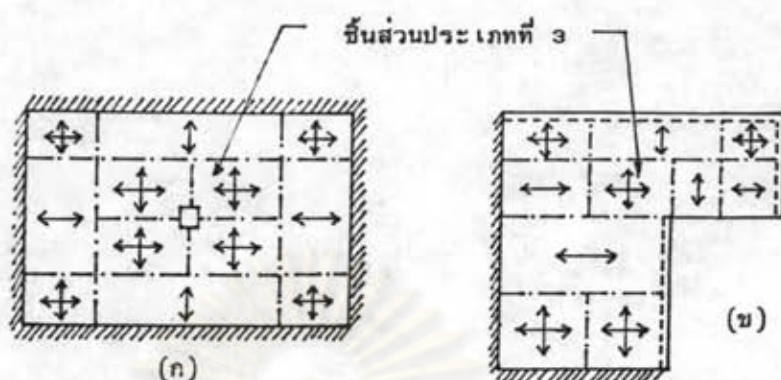
2.14 วิธีสตริปชั้นสูง

ในแผ่นพื้นที่มีลักษณะขอบที่ยุ่งยาก เช่น แผ่นพื้นที่มีแรงกระทำเป็นจุด แผ่นพื้นรูปตัว L ดังแสดงในรูปที่ 2.32 วิธีสตริปอย่างง่ายไม่สามารถใช้ได้กับชิ้นส่วนประเภทที่ 3 ดังแสดงในรูปได้ ลักษณะของชิ้นส่วนประเภทที่ 3 นี้ จะเป็นชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมผืนผ้ารับแรงกระทำเป็นจุดมุมใดมุมหนึ่งของชิ้นส่วน ดังแสดงในรูปที่ 2.33 ผู้ที่คิดชิ้นส่วนประเภทที่ 3 ขึ้นมาเป็นจุดบุคคลแรกคือ Hillerborg (6, 7)

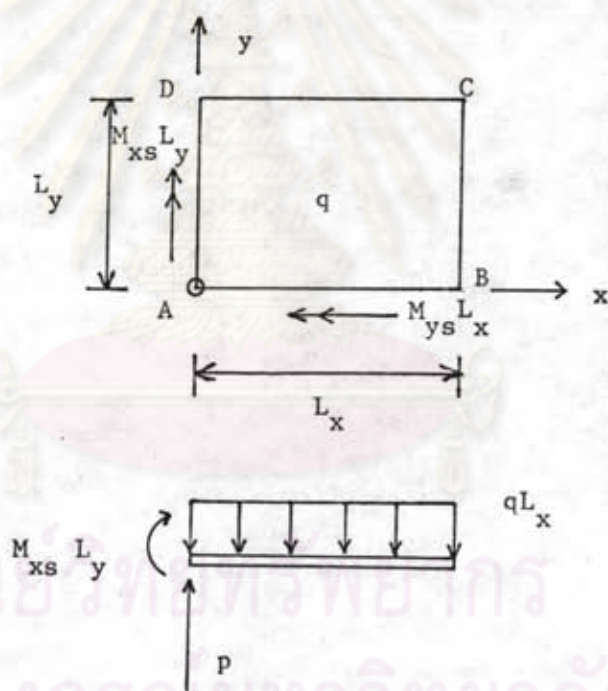
สำหรับชิ้นส่วนประเภทที่ 3 นี้ ก่อนอื่นจะบอกกล่าวถึงวิธีการที่คิดโดย Hillerborg เสียก่อน และจะกล่าวถึงชิ้นส่วนประเภทที่ 3 ที่พัฒนาให้ง่ายขึ้นโดย Wood และ Armer ในภายหลัง

จากรูปที่ 2.33 เมื่อใช้สมการสมดุลย์ในแนวตั้งและผลรวมของแรงดัดรอบพิภัก x และ y จะได้สมการต่อไปนี้คือ

$$P = qL_x L_y \tag{2.93}$$



รูปที่ 2.32 แผ่นพื้นที่มีลักษณะยุ่งยากขึ้น



รูปที่ 2.33 ชิ้นส่วนประเภทที่ 3 ของ Hillerborg

$$M_{xs} = -\frac{1}{2} qL_x^2 \quad (2.94)$$

$$M_{ys} = -\frac{1}{2} qL_y^2 \quad (2.95)$$

ในการวิเคราะห์แรงในชิ้นส่วนประเภทที่ 3 นั้น Hillerborg ได้ใช้ชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังแสดงในรูปที่ 2.34 และคิดว่าน้ำหนักแม่กระจาย q_r รับน้ำหนักที่กระทำบนชิ้นส่วน g โดยที่ g_r มีค่าดังนี้

$$q_r = \frac{qL}{\sqrt{L^2 - x^2 - y^2}} \quad (2.96)$$

สมการ (2.110) มีค่าเท่ากับแรงที่กระทำลงดังแสดงได้ดังนี้

$$\int_0^{L^2 - y^2} q_r dx = \frac{qL}{\sqrt{L^2 - x^2 - y^2}} \int_0^{L^2 - y^2} \frac{dx}{\sqrt{L^2 - x^2 - y^2}} = \frac{qL}{2} \quad (2.97)$$

จากสมการ (2.97) แสดงว่า แรงแม่กระจาย ที่สมมุติเป็นพาราโบลาแบบนี้สอดคล้องกับสมการสมดุลในแนวตั้ง ที่หน้าตัด 1 - 1 แรงตัดเนื่องจากน้ำหนักแม่กระจาย $q/2$ และห่างออกมาจากที่รองรับ x จะมีค่าเท่ากับ

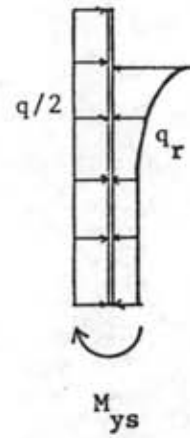
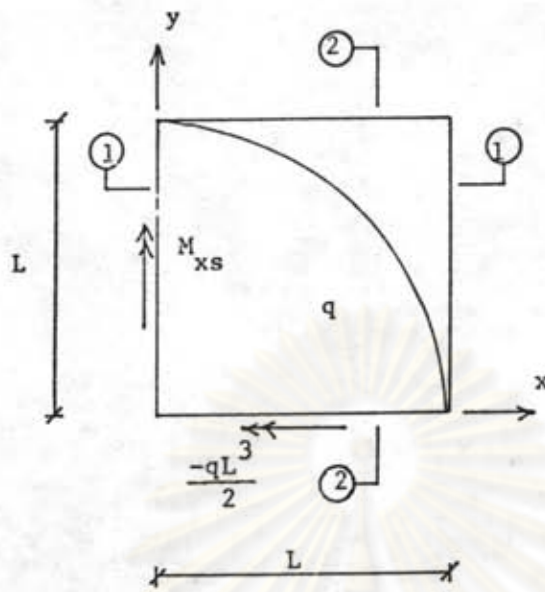
$$M_{x,1} = -\frac{1}{4} q (L - x)^2 \quad (2.98)$$

และแรงตัดเนื่องจากน้ำหนักแม่ q_r มีค่าเท่ากับ

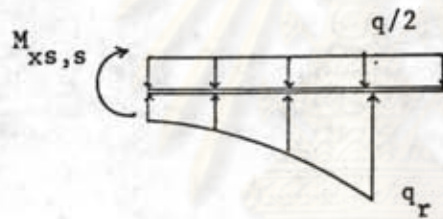
$$M_{x,2} = \frac{qL}{\sqrt{L^2 - y^2}} \left[x \sin^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{L^2 - y^2}} \right) + \sqrt{L^2 - x^2 - y^2} - \frac{\sqrt{L^2 - y^2}}{2} \right] \quad (2.99)$$

ดังนั้นแรงตัดที่หน้าตัด 1 - 1 จะมีค่าเท่ากับ

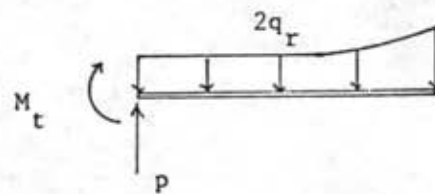
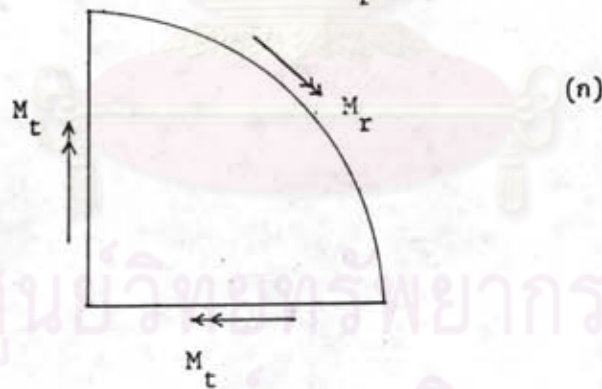
$$M_{xs,s} = M_{x,1} + M_{x,2} \quad (2.101)$$



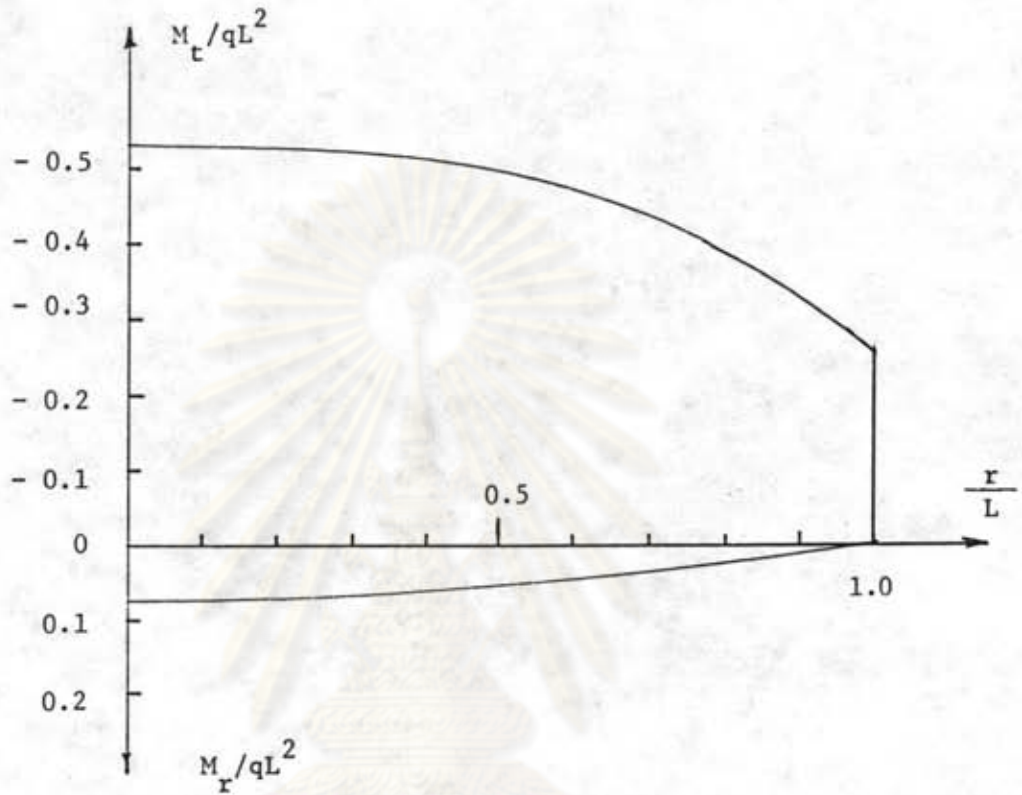
หน้าตัด 2 - 2



หน้าตัด 1 - 1



รูปที่ 2.34 วิธีการถ่ายแรงในชิ้นส่วนประเภทที่ 3 ของ Hillerborg



รูปที่ 2.35 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง M_r M_t และระยะ r

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่หน้าตัด $x = 0$ จะได้แรงคัต M_{xs} ดังนี้

$$M_{xs,s} = -\frac{1}{4}qL^2 + qL\sqrt{L^2 - y^2} / \eta \quad (2.102)$$

จากรูป 2.34 ก ส่วนโค้งดังกล่าวจะรับน้ำหนัก $= 2q_r$ (จากหน้าตัด 1-1 และหน้าตัด 2-2 หน้าตัดตัวละ q_r) และน้ำหนัก $2q_r$ นี้จะถ่ายไปที่มุมที่มีแรงกระทำเป็นจุด P ซึ่งจากรูปจะได้ความสัมพันธ์คือ

$$M_{xs} = M_{xs,s} + M_t \quad (2.103)$$

ดังนั้นถ้า $y = r$ สมการ (2.94) (2.102) และ (2.103) ให้ M_t มีค่าเท่ากับ

$$M_t = -\frac{1}{4}qL^2 - \frac{qL}{\eta}\sqrt{L^2 - r^2} \quad (2.104)$$

และค่า M_r จะมีค่าเท่ากับ (ดูการพิสูจน์ในเอกสารอ้างอิง⁽⁴⁾)

$$M_r = -\frac{1}{4}qL^2 + \frac{qL}{2\eta}\sqrt{L^2 - r^2} + \frac{qL^3}{2\eta r}\sin^{-1}(r/L) \quad (2.105)$$

สมการ (2.104) และ (2.105) สามารถที่จะนำมาเขียนเป็นกราฟดังแสดงในรูปที่ 2.35

จากกราฟจะพบว่า M_r มีค่ามากกว่า M_t ดังนั้นเหล็กเสริมที่จะใช้ในทิศทาง x สามารถหาได้จาก

$$M_x^- = M_{x1} + M_{x2} + M_t \quad (2.106)$$

$$M_x^+ = M_{x1} + M_{x2} + M_r \quad (2.107)$$

โดยที่ค่า M_{x1} M_{x2} M_t และ M_r สามารถหาได้จากสมการ (2.98) (2.99) (2.104) และ (2.105) ตามลำดับ

ลักษณะการสร้างสมการต่าง ๆ ของ Hillerborg (6) ดังที่ได้แสดงมาอย่างย่อ ๆ

นี้ได้รับความเห็นของผู้เขียนเห็นว่า ยังไม่ถูกต้องนัก ลักษณะการสร้างสมการสำหรับชิ้นส่วนประเภทที่ 3 ที่จะกล่าวในภายหลังดูจะเหมาะสมกว่า แต่ถ้ามองในแง่ความปลอดภัย ค่าแรงคัตที่ได้จากสมการของ Hillerborg จะมีค่าสม่ำเสมอ (ดูรูปที่ 2.35) ทั่วแผ่นพื้น ซึ่งเป็นผลมาจากการสมมุติว่าน้ำหนักแผ่กระจาย q_x แทนแรงกระทำเป็นจุด เป็นแรงแผ่กระจายรูปพาราโบลา โดยมีค่ามากขึ้นตามระยะทางนั่นเอง นอกจากนี้ Hillerborg ยังได้ละทิ้งแรงคัตที่อาจเกิดขึ้นได้ในคาน BC และ CD (ดูรูปที่ 2.33) ซึ่งก็ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จาก Hillerborg นั้นมีความปลอดภัยมากที่สุด

สำหรับวิธีการวิเคราะห์หาแรงคัตในชิ้นส่วนประเภทที่ 3 นั้น Wood และ Armer⁽¹¹⁾ ได้คิดขึ้นในปี 1983 และ Armer⁽¹³⁾ ได้ทำการทดสอบแผ่นพื้นที่วิเคราะห์มาและพบว่าใช้งานได้ดี สำหรับวิธีการของ Wood และ Armer นั้นจะคิดว่าทุกคานของชิ้นส่วนประเภทที่ 3 มีแรงคัตอยู่ดังแสดงในรูป 2.36 ก

พิจารณารูปที่ 2.37 ซึ่งเป็นแผ่นพื้นที่มีขนาด $L \times \alpha L$ และมีขอบทั้งสี่เป็นของอิสระ มีเสารองรับทั้งสี่มุม สำหรับแผ่นพื้นชนิดนี้จะต้องประกอบด้วยเงื่อนไขต่อไปนี้คือ

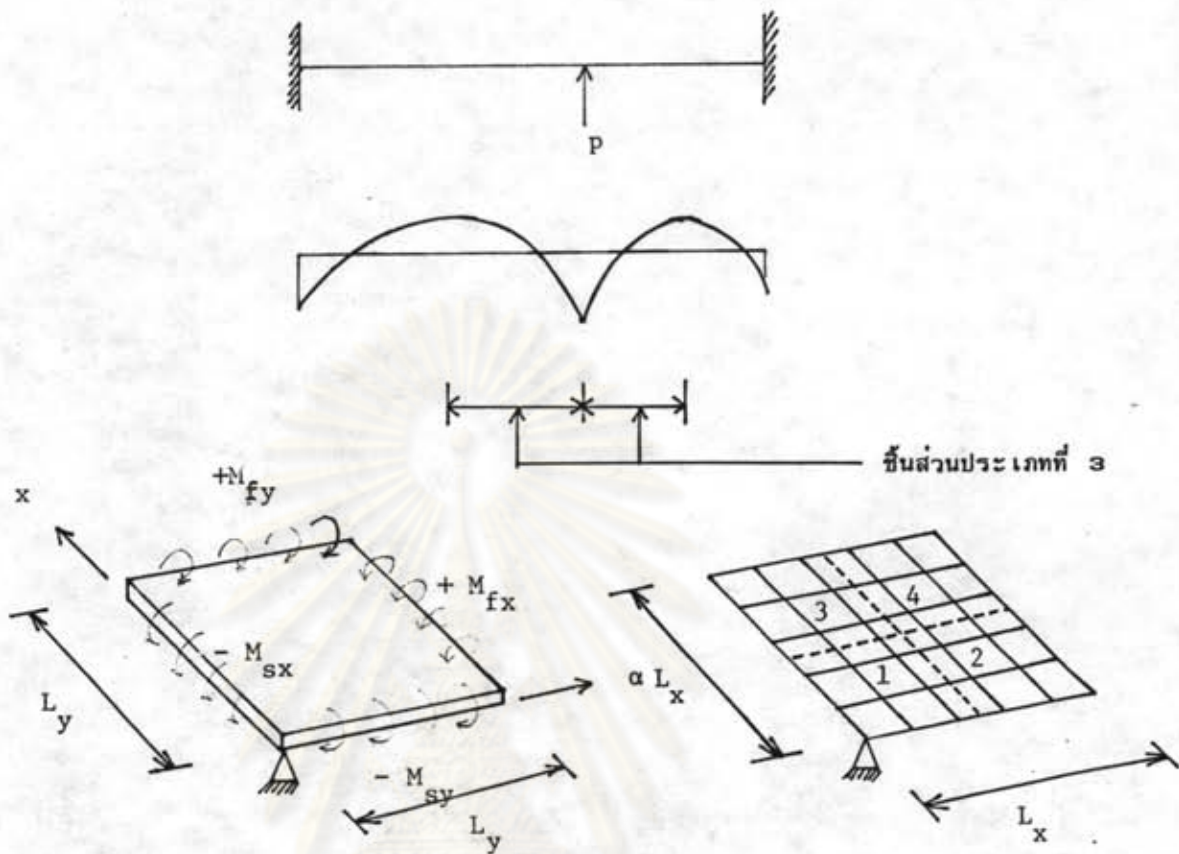
- ก) มีแรงคัตเป็นศูนย์ที่ขอบอิสระ
- ข) มีแรงคัตสูงสุดในแนวของทิศทาง y เท่ากับ $qL^2/8$ และในแนวทางทิศทาง x เท่ากับ $q \alpha^2 L^2/8$
- ค) ทุก ๆ ค่าแห่งในแผ่นพื้นอยู่ในสมคูลย์
- ข) แรงเฉือน V_x มีค่าเป็นศูนย์ที่ขอบอิสระทั้งหมด

จากเงื่อนไขดังกล่าวสามารถสร้างสมการของแรงคัตและแรงบิดได้ดังนี้

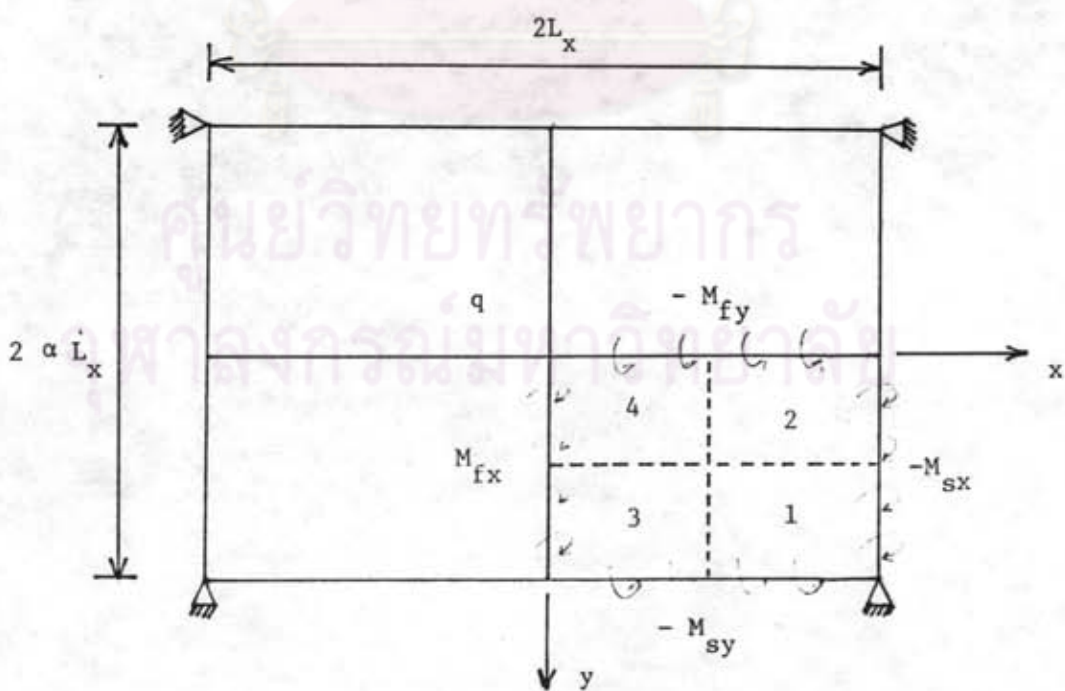
$$M_x = \frac{qL_x^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{L_x^2}\right) \quad (2.108)$$

$$M_y = q \alpha^2 \frac{L_x^2}{2} \left(1 - \frac{y^2}{\alpha^2 L_x^2}\right) \quad (2.109)$$

$$M_{xy} = -\frac{q}{2} xy \quad (2.110)$$



รูปที่ 2.36 ชิ้นส่วนประเภทที่ 3 โดย Wood และ Armer



รูปที่ 2.37 แผ่นพื้นที่มีเสารองรับทั้งสี่มุม

จากสมการ (2.110) แรงบิดที่มุมแผ่นพื้นสามารถหาค่าได้ดังนี้

$$\pm (M_{xy})_{L/2, \alpha L/2} = \pm \frac{q \alpha L_x^2}{2} \quad (2.111)$$

และแรงปฏิกิริยาที่มุมมีค่าเท่ากับ

$$R = -2 M_{xy} = q \alpha L_x^2 \quad (2.112)$$

ถ้ากำหนดให้แรงดัดลม M_{sx} และ M_{sy} มีค่าเท่ากับ

$$M_{sx} = (-k_x) \frac{q L_x^2}{2} \quad (2.113)$$

$$M_{sy} = (-k_y) \frac{q \alpha^2 L_x^2}{2} \quad (2.114)$$

ดังนั้นแรงดัดคดวกจะมีค่าเท่ากับ

$$M_{fx} = (1 - k_x) \frac{q L_x^2}{2} \quad (2.115)$$

$$M_{fy} = (1 - k_y) \frac{q \alpha^2 L_x^2}{2} \quad (2.116)$$

โดยที่ L_x และ L_y คือด้านของชิ้นส่วนประเภทที่ 3 α คือ อัตราส่วนของ L_x/L_y ค่า k_x และ k_y เป็นค่าคงที่ควรมีอยู่ระหว่าง 0.33 - 0.75 ซึ่งจะทำให้ อัตราส่วนของ M^-/M^+ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.5-3.0 หรืออาจจะหาค่า k_x และ k_y โดยหาจากสมการ (2.115) - (2.116) โดย M_{fx} และ M_{fy} มีค่าเท่ากับแรงดัดคดวกที่เกิดขึ้นในแผ่นพื้นนั้น ๆ

จากสมการ (2.108) - (2.110) และสมการ (2.113) - (2.116) เมื่อทราบค่า k_x และ k_y แล้วจะสามารถหาแรงดัดที่เกิดขึ้นในตำแหน่งต่าง ๆ ได้โดย

$$M_x = \frac{q L_x^2}{2} \left(1 - \frac{X^2}{L_x^2} - k_x \right) \quad (2.117)$$

$$M_y = \frac{qL_x^2}{2} \left(1 - \frac{y^2}{\alpha^2 L_x^2} - k_y \right) \quad (2.118)$$

จากสมการ (2.117) และ (2.118) เราสามารถใช้คอมพิวเตอร์หาค่าแรงคัตที่
 ตำแหน่งต่าง ๆ ได้โดย การแบ่งชิ้นส่วนประเภทที่ 3 ออกเป็นชิ้นเล็ก ๆ ดังแสดงในรูป 2.36b
 ซึ่งที่แสดงในรูปจะแบ่งออกเป็นแถบเล็ก ๆ 5 แถบและจะมีจุดที่คัต 36 จุด ที่จุดคัตดังกล่าว
 สามารถใช้คอมพิวเตอร์หาค่าแรงคัตบวกสูงสุดในทิศทาง x และ y และหาแรงคัตลบสูงสุดใน
 บริเวณต่าง ๆ คือบริเวณที่ 1 ถึง 4 ดังแสดงในรูป 2.36b



ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย