บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

<u>การเคลือบแลกเกอร์</u>

1. กระบวนการเคลือบแลกเกอร์

คือ การนำแลกเกอร์ในสภาวะของเหลวหรือเรซิน มาเคลือบลงบนพื้นผิวเคลือบ และนำไปอบให้ความร้อนที่อุณหภูมิบ่ม(Curing Temperature) เพื่อให้แลกเกอร์แห้งยึดเกาะพื้นผิวเคลือบ ซึ่งแลกเกอร์เป็นสารโพลีเมอร์ในลักษณะของเหลว หรือ เรซินโดยเมื่อนำไปเคลือบจะเกิดการเซ็ตตัวเป็นสภาวะของแข็ง โดยการระเหยไปของตัวทำละลาย (Solvent) และสร้างพันธะที่แข็งแรงของโพลีเมอร์ ซึ่งต้องอาศัยอุณหภูมิบ่ม(Curing Temperature) และระยะเวลาที่ใช้ในการบ่มที่เหมาะสม และเมื่อแลกเกอร์เกิดการบ่มที่ดีแล้วก็จะแห้งยึดเกาะแผ่นเหล็ก โดยมีแรงยึดติดกับแผ่นเหล็กที่สำคัญ คือ แรงยึดเกาะ(Adhesion force)

2. แผ่นเหล็กเคลือบดีบุก

แผ่นเหล็กเคลือบดีบุก คือ แผ่นเหล็กกล้าละมุน(Mild Steel Sheet) ที่มีคาร์บอนต่ำมีการเคลือบผิวหน้าด้วยดีบุก มีความแข็ง ทนต่อการผุกร่อน และไม่เป็นพิษ (กระทรวงอุตสาหกรรม)

3. แลกเกอร์ชนิดอีพ็อกซีเรซิน (Epoxy Resin)

อีพ็อกซีเรซิน อาจจัดเป็นโพลิเอสเตอร์ แต่เนื่องมาจากมีหมู่อีพ็อกไซด์อยู่ในสายโซ่โมเลกุลจึงเรียกอีพ็อกซี และเป็นโพลีเมอร์ประเภทเทอร์โมเซ็ตติ้ง(Thermosetting) ซึ่งมีลักษณะที่สามารถหลอม หรือละลายได้เพียงครั้งเดียว จากนั้นจะเกิดโครงสร้างพันธะโควาเลนซ์ที่แข็งแรง และไม่สามารถหลอมหรือละลายได้อีก เป็นการเปลี่ยนแปลงที่ไม่ผันกลับ

อีพ็อกซีเรซินถูกเตรียมใช้มาตั้งแต่ปี 1943 ราคาค่อนข้างแพง ปัจจุบันนิยมเตรียมจากปฏิกิริยาของบีสฟีนอลเอ (bisphenol A) กับอีพิโครายดิน (epichlorhydrin) มีคุณสมบัติที่สำคัญ คือ การเปลี่ยนรูปจากสภาวะของเหลว ไปเป็นของแข็งในลักษณะเทอร์โม-เซ็ตติ้ง โดยการเกิดขึ้นนี้จะไม่มีผลพลอยได้ของปฏิกิริยาออกมา โดยทั่วไปจะมีการเติมสารที่เรียกว่า สารบ่ม(curing agent) ซึ่งช่วยทำให้เกิดการบ่มตัว ซึ่งโครงสร้างหลังจากการบ่มตัวอาจอยู่ในรูปของ โพลีเมอร์รูปแบบเหมือน (Homopolymer) คือ โมเลกุลของอีพ็อกซีเรซินจะเชื่อมต่อกันเองในบริเวณที่ไวต่อการทำปฏิกิริยา โพลีเมอร์รูปแบบแตกต่าง (Heteropolymer)

โมเลกุลของอีพ็อกซีเรซินจะเชื่อมต่อกันในบริเวณที่ไวต่อการทำปฏิกิริยาของสารบ่ม หรือผสมผสานกันทั้ง 2 รูปแบบ

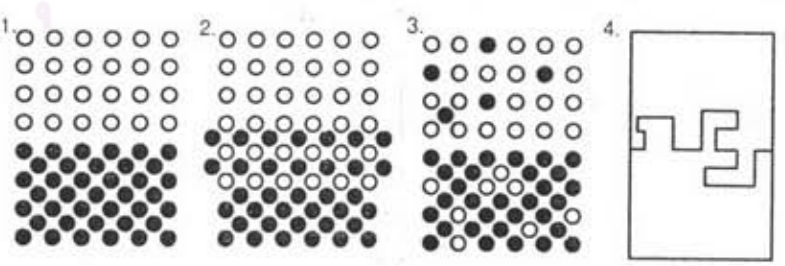
คุณสมบัติที่สำคัญของอีพ็อกซีเรซินสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการยึดเกาะดีมาก โดยเฉพาะเหล็กกับคอนกรีต
2. มีความเฉื่อยต่อการเกิดปฏิกิริยาเคมี
3. มีอัตราการหดตัวต่ำเมื่อเซ็ตตัว
4. มีความแข็งแรงในการดึง อัด และการยืดหยุ่นตัว
5. เป็นฉนวนไฟฟ้าที่ดี
6. ทนการกัดกร่อน
7. อุณหภูมิบ่มเป็นช่วงกว้าง

4. การยึดเกาะ (Adhesion) ของฟิล์มบาง

การยึดเกาะ หมายถึง สภาวะที่พื้นผิวยึดติดอยู่ด้วยกันโดย แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุล หรือการยึดเหนี่ยวทางกล หรือทั้งสองอย่างพร้อมกัน คุณสมบัติด้านการยึดเกาะระหว่างฟิล์มกับพื้นผิวเคลือบ จะเป็นคุณสมบัติอย่างแรกที่จะทำการพิจารณาของผิวเคลือบ ถึงแม้คุณสมบัติทางด้านการยึดเกาะจะเป็นคุณสมบัติที่สำคัญแต่ก็เป็นคุณสมบัติด้านหนึ่งที่ยากแก่การเข้าใจ เพราะไม่สามารถที่จะทำการทดสอบในเชิงปริมาณได้ตามทฤษฎี ซึ่งในเชิงวิชาการการศึกษาคุณสมบัติด้านการยึดเกาะจะเกี่ยวกับข้องกับพันธะและรายละเอียดระดับจุลภาคและการเกิดอิทธิพลร่วมของระหว่างฟิล์มและพื้นผิวเคลือบ และนำมาทำนายคุณสมบัติภาพรวมได้แต่การศึกษาในลักษณะนั้น หรือการศึกษาลักษณะแบบของอะตอมก็ยากที่จะเข้าใจและอธิบายได้ จากเหตุผลนี้ในการศึกษาคุณสมบัติด้านการยึดเกาะโดยทั่วไป จึงมุ่งเน้นในแง่ของคุณภาพของฟิล์ม ความทนทาน ความเสถียร แทนความเข้าใจในแง่ของพันธะของอะตอม

รูปแบบของการเชื่อมโยงระหว่างฟิล์ม และพื้นผิวเคลือบ อาจเกิดได้หลายลักษณะ เช่น มีการเกิดปฏิกิริยาเคมี การแพร่ เป็นต้น ดังนั้นจึงสามารถแบ่งรูปออกเป็นเป็น 4 ลักษณะ ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 รูปแบบการเชื่อมโยงของฟิล์มกับพื้นผิวเคลือบ

1. การเชื่อมโยงแบบเปลี่ยนแปลงฉับพลัน(Abrupt Interface) มีลักษณะมีความแตกต่างกันระหว่างวัสดุของฟิล์มและพื้นผิวเคลือบ ซึ่งไม่มีการปฏิกิริยาระหว่างอะตอมของฟิล์มกับพื้นผิวฐาน ฟิล์มประเภทนี้ ทำให้เกิดการยึดเกาะของฟิล์มต่ำ ซึ่งหากพื้นผิวเคลือบขรุขระก็จะช่วยเพิ่มการยึดเกาะให้ดีขึ้น

2. การเชื่อมโยงแบบผสม (Compound Interface) มีลักษณะการเกิดปฏิกิริยาทางเคมี และระหว่างฟิล์มกับพื้นผิวเคลือบ การสร้างการเชื่อมในลักษณะของการเชื่อมโยงแบบผสมบ่อยครั้งจะพบว่าเปราะเนื่องจากมีการเพิ่มปริมาตรจากปฏิกิริยาร่วม

3. การเชื่อมโยงแบบแพร่ (Diffusion Interface) มีลักษณะค่อยๆ แลกเปลี่ยนในส่วนผสมระหว่างฟิล์มและพื้นผิวเคลือบ

4. การเชื่อมโยงทางกล (Mechanical Interface) เป็นลักษณะการเกิดการยึดขัดกันเองของฟิล์มกับพื้นผิวเคลือบที่มีลักษณะขรุขระ ซึ่งความแข็งแรงในการยึดเกาะจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของวัสดุของฟิล์มกับพื้นผิวเคลือบ และลักษณะรูปร่างของพื้นผิวเคลือบ ซึ่งการเชื่อมทางกลจะส่งผลให้เกิดการยึดติดที่ดี

<u>ทฤษฎีการออกแบบและวิเคราะห์การทดลองเชิงสถิติ</u>

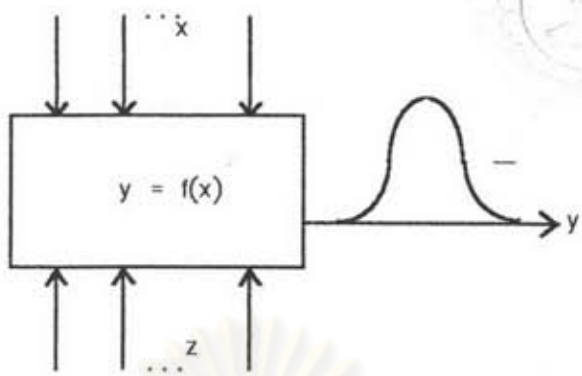
1. การออกแบบการทดลอง (Design of Experiments)

เป็นการออกแบบการทดลองเพื่อตรวจสอบดูว่า ปัจจัย (Factor) ใดหรือตัวแปร (Input Variable) ใดที่มีผลต่อสิ่งที่ให้ความสำคัญ (หรือความสนใจ) ในผลิตภัณฑ์ที่ออกมา (Output Response)

ปัจจัย (Factor) ในการผลิตสามารถแบ่งได้เป็น

1.1 ปัจจัยที่ควบคุมได้ (Controllable Factors) หมายถึง ปัจจัยที่สามารถกำหนดค่าของปัจจัยนั้นได้ในการผลิต

1.2 ปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ (Uncontrollable Factors) หมายถึง ปัจจัยที่ไม่สามารถกำหนดค่าของปัจจัยนั้นได้ในการผลิต อันเนื่องมาจากเทคโนโลยีไม่ทันสมัยพอ ต้นทุนในการควบคุมสูงมาก ฯลฯ



y คือ ตัวแปรตามหรือผลิตภัณฑ์

z,x คือ ตัวแปรอิสระ หรือปัจจัย

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

ซึ่ง μ คือ ค่าเฉลี่ย

τ คือ อิทธิพลที่เกิดจากปัจจัย

ε คือ ความคลาดเคลื่อน

รูปที่ 2.2 แสดงปัจจัย และพารามิเตอร์ของกระบวนการ

การออกแบบการทดลองเพื่อวิเคราะห์ได้ว่า ปัจจัยใดมีผลต่อผลิตภัณฑ์หรือไม่ ต้องทำการเปลี่ยนแปลงระดับของปัจจัยอย่างน้อย 2 ระดับ แล้วทำการทดลอง จากนั้นจึงวิเคราะห์ผลการทดลอง ตัวอย่างเช่น ให้ y เป็นค่าความขุ่นและ A หมายถึง ค่าความเข้มข้นของสี ซึ่งจะสรุปผลเมื่อได้กราฟตัวอย่าง ดังนี้

ปัจจัย A ไม่มีผลต่อผลิตภัณฑ์ ปัจจัย A มีผลต่อผลิตภัณฑ์

รูปที่ 2.3 แสดงอิทธิพลที่ไม่มีผล และอิทธิพลที่มีผลของปัจจัยต่อผลิตภัณฑ์

2. วัตถุประสงค์ของการออกแบบการทดลอง

2.1 เพื่อยืนยันข้อเท็จจริง (Confirmation) คือ การพิสูจน์ถึงข้อเท็จจริง หรือความเชื่อจากประสพการณ์ หรือทฤษฎีบางอย่างที่อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการผลิต

2.2 เพื่อค้นหาข้อเท็จจริง (Exploration) คือ การศึกษาถึงอิทธิพลของเงื่อนไขใหม่ที่มีผลต่อกระบวนการ

3. คำจำกัดความ (Definition)

อิทธิพลหรือผล (Effect) หมายถึง ผลของตัวแปรต้นที่มีต่อตัวแปรตาม

ปัจจัย (Factor) หมายถึง สิ่งที่คิดว่ามีอิทธิพลต่อผลการทดลองของคุณสมบัติในตัวผลิตภัณฑ์

ระดับของปัจจัย (Level of Factor) หมายถึง สภาวะต่างๆ ของปัจจัยหนึ่งๆ ที่ทำการกำหนดในการทดลอง

ปัจจัยรบกวน (Noise Factor) หมายถึง ปัจจัยที่ก่อให้เกิดจากผลกระทบเล็กๆ น้อยๆ ที่ และไม่สามารถควบคุมได้

4. หลักในการออกแบบการทดลอง

4.1 การทำแบบสุ่ม (Randomization) คือ การให้โอกาสในการเก็บข้อมูลของข้อมูลแต่ละตัวให้เท่า ๆ กัน เพื่อกระจายผลของปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ ให้กับทุกระดับที่ศึกษาให้เท่าๆ กัน การทำแบบสุ่มยังสามารถแบ่งออกได้อีกเป็น 3 วิธี คือ

4.1.1 การทำแบบสุ่มสมบูรณ์ (Complete randomization)

4.1.2 การทำแบบสุ่มอย่างง่าย (Simple randomization)

4.1.3 การทำแบบสุ่มแบบสมบูรณ์ภายในบล็อก (Complete randomization within blocks)

4.2 การทำซ้ำ (Replication)คือ การทำการทดลองซ้ำในแต่ละข้อมูล เพื่อกำจัดเอาผลของปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ออก

4.3 การบล็อก(Blocking) คือการจัดกลุ่มทำการเก็บข้อมูลเป็นช่วง เพื่อลดผลจากปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ แต่ไม่จำเป็นที่จะต้องมีการทำเสมอไป

5. ลำดับขั้นการออกแบบและวิเคราะห์การทดลอง

5.1 การนิยามปัญหา เป็นการระบุว่า ความต้องการในการผลิตคืออะไร และต้องการรู้อะไรบ้างในการผลิต ซึ่งการนิยามปัญหานี้ จะเกี่ยวโยงไปถึงวัตถุประสงค์ของการทดลอง

5.2 การเลือกปัจจัยที่มีผล และระดับของปัจจัย เป็นการใช้หลักการทางทฤษฎี และประสบการณ์ที่เคยปฏิบัติมาในการผลิต เพื่อระบุว่า มีปัจจัยใดบ้างที่น่าจะมีผลต่อการทดลอง และในแต่ละปัจจัยนั้น ควรจะมีช่วงในการทดลองอย่างไร เพื่อระบุระดับของปัจจัยในการทดลอง สุดท้ายคือ ระบุว่าระดับที่ใช้เป็นแบบกำหนด (Fixed levels), แบบสุ่ม (Random levels) หรือ แบบผสม (Mixed levels)

1. แบบกำหนด (Fixed levels) หมายถึง ระดับของปัจจัยที่สามารถควบคุม หรือกำหนดค่าได้แน่นอน

2. แบบสุ่ม (Random levels) หมายถึง ระดับของปัจจัยที่ไม่สามารถควบคุม หรือกำหนดค่าของปัจจัยได้แน่นอน

3. แบบผสม (Mixed levels) หมายถึง การผสมผสานระดับของปัจจัยที่เป็นทั้งแบบกำหนดได้ และแบบสุ่ม

5.3 การเลือกตัวแปรตอบสนอง (Response variables) ในการเลือกตัวแปรตอบสนอง ผู้ทำการทดลองจะต้องเลือกตัวแปรที่สามารถให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการศึกษา และการวัดค่านั้น จะต้องแม่นยำ รวมทั้งความถูกต้องของเครื่องวัดด้วย

5.4 การเลือกแบบการทดลอง จะต้องพิจารณาถึงจำนวนข้อมูลที่ทำซ้ำในการทดลอง ความเหมาะสม ข้อจำกัดในการสุ่ม (Randomization) และการบล็อก (Blocking) ที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้ต้องนำมาเกี่ยวโยงกันในด้านความเสี่ยง และต้นทุนที่ใช้ในการทดลองสำหรับการเลือกปัจจัย

5.5 ทำการทดลอง ในขณะทำการทดลอง จะต้องปฏิบัติตามหลักการที่ได้ออกแบบไว้ นั่นคือ ต้องมีการสุ่ม การทำซ้ำ ข้อควรระวังในขณะทำการทดลอง คือ ความถูกต้องของเครื่องมือวัด และความสม่ำเสมอในการทดลอง เพื่อให้ความผิดพลาด (Error) ที่ออกมามีน้อยที่สุด

5.6 การวิเคราะห์ข้อมูล ในการวิเคราะห์ข้อมูล จะใช้ความรู้ทางด้านสถิติเข้ามาวิเคราะห์และสรุปผล รวมทั้งตัดสินความถูกต้องของข้อมูลที่เกิดขึ้น ก่อนที่จะตีความข้อมูล วิธีทางสถิติไม่สามารถบอกได้ว่าปัจจัยใดมีผล (effect) เท่าใดได้แน่นอน แต่เป็นเพียงเครื่องมือที่ให้แนวทางในการวิเคราะห์ภายใต้ความเชื่อมั่นเป็นเปอร์เซ็นต์ในการสรุปผล

5.7 สรุปผลและข้อเสนอแนะ เมื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูลแล้ว จะต้องสรุปผลของการวิเคราะห์ ซึ่งอาจแสดงในรูปกราฟ ตาราง แผนภูมิ ฯลฯ และให้ข้อเสนอแนะ เพื่อปรับปรุงกระบวนการผลิตให้ดีขึ้น

6. หลักการทางสถิติที่จำเป็นในการวิเคราะห์ข้อมูล

6.1 การทดสอบสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ (R-square) เป็นการวิเคราะห์ว่าการออกแบบที่ได้ออกแบบขึ้นมาใช้ในการทดลอง มีความเหมาะสมเพียงไร ซึ่งในการทดลองทุกครั้ง จะต้องมีความผันแปรที่อธิบายไม่ได้ (Unexplained variable) หรือ ความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นเสมอ การออกแบบการทดลองที่ดีจะต้องทำให้เกิดความผันแปรที่อธิบายไม่ได้ (Unexplained variable) น้อยที่สุด

$$\text{สัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R-square)} = \frac{\text{ความผันแปรที่อธิบายได้}}{\text{ความผันแปรทั้งหมด}} \times 100\%$$

ถ้าค่าของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ(R-square) ต่ำ สามารถแก้ไขโดย

1. เพิ่มจำนวนซ้ำในการทดลอง

2. ตรวจสอบหาปัจจัยอื่นที่เกี่ยวข้อง แล้วออกแบบการทดลองใหม่

3. ถ้าทำการเพิ่มปัจจัยอื่นแล้ว ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ(R-square) ยังต่ำอยู่ แสดงว่าผลจากปัจจัยรบกวน (noise factor) มีมาก ต้องทำการบล็อก (Blocking) เพื่อลดปัจจัยรบกวน

6.2 การตรวจสอบความถูกต้องของรูปแบบ (Model adequacy checking)

จากสมการ; $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$

ซึ่ง μ คือ ค่าเฉลี่ย

τ คือ อิทธิพลที่เกิดจากปัจจัย

ε คือ ความคลาดเคลื่อน

ในการออกแบบการทดลองส่วนใหญ่ มักจะตั้งสมมุติฐานในการวิเคราะห์จากการที่ y (ตัวแปร) มีการกระจายแบบแจกแจงปกติ (Normal distribution) ดังนั้น y จะมีการกระจายแบบนี้ได้ต้องให้ ε มีการกระจายแบบปกติด้วย และต้องเป็นการกระจายที่เป็นอิสระ $\varepsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma^2)$

การตรวจสอบ ε_{ij} มี 3 ขั้นตอน คือ

1. การตรวจสอบการกระจายว่าเป็นแบบแจกแจงปกติ (Normal Distribution)หรือไม่ โดยใช้

- การทดสอบแบบไคร์สแควร์ (χ^2-goodness of fit test)
- การทดสอบแบบโคโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ(Kolgomorov-Smirnov test)
- การทดสอบโดยใช้กระดาษตรวจสอบการแจกแจงปกติ (NOPP)

2. การตรวจสอบความเป็นอิสระ(Independent)โดยใช้แผนภูมิการกระจาย (Scatter plot) แล้วดูลักษณะการกระจายของจุดที่แทนข้อมูลบนแผนภูมิ ว่าเป็นรูปแบบอิสระหรือไม่

3. การตรวจสอบความเสถียรของความแปรปรวน (Variance Stability) โดยใช้แผนภูมิการกระจาย ซึ่งเป็นแผนภูมิการกระจายของค่าความคลาดเคลื่อน(residual) ในแต่ละระดับของปัจจัย ถ้ารูปร่างของการกระจายของข้อมูลที่ออกมาไม่เป็นลักษณะของการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของความแปรปรวน (megaphone) แสดงว่า ข้อมูลมีความเสถียรของความแปรปรวน(Variance Stability)

6.3 การตั้งสมมุติฐานในการตรวจสอบ (Hypothesis Testing)

จากที่กล่าวมาแล้วในลำดับขั้นตอนการออกแบบการทดลองว่า ในการวิเคราะห์ผลการทดลองโดยใช้วิธีทางสถิตินั้น จะมีความเสี่ยงเข้ามาเกี่ยวข้องอยู่ด้วยเสมอ ดังนั้นการตรวจสอบและวิเคราะห์ข้อมูลจึงต้องอยู่ภายใต้ความเสี่ยงดังกล่าว

การตั้งสมมุติฐานในการตรวจสอบ จะตั้งสมมุติฐานใน 2 ทางเลือก คือ

H_o : ระดับของปัจจัยไม่มีผลต่อกระบวนการผลิต

H_1 : ระดับของปัจจัยมีผลต่อกระบวนการผลิต

ทั้งนี้ภายใต้ความเสี่ยง 2 ตัวคือ α และ β

α หมายถึง ความเสี่ยงในการไม่ยอมรับสมมุติฐานหลัก (Null Hypotheses) ทั้งที่สมมุติฐานหลักเป็นจริง

β หมายถึง ความเสี่ยงในการยอมรับสมมุติฐานหลัก ทั้งที่สมมุติฐานหลักไม่เป็นจริง

และจากความเสี่ยงของทั้ง 2 แบบนี้เอง จึงต้องมีการกำหนดจำนวนซ้ำที่ใช้ในการทดลอง เพื่อให้มีความเชื่อมั่น หรือมีความเสี่ยงตามที่กำหนดไว้ และในการทำการวิเคราะห์ ก็มักจะให้ค่าของ α คงที่ และให้ค่า β น้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้

การตั้งสมมุติฐาน แบ่งออกได้เป็น 2 กรณี

1. กรณีของรูปแบบกำหนด(Fixed Model)จะเป็นการตรวจสอบว่า ปัจจัยมีผลต่อกระบวนการหรือไม่ ดังนั้นสมมุติฐานที่ตั้ง คือ

H_o : ปัจจัยไม่มีผลต่อกระบวนการผลิต

H_1 : ปัจจัยมีผลต่อกระบวนการผลิต

หรือเขียนในรูปของสัญลักษณ์ เมื่อ τ คืออิทธิพลของปัจจัย คือ

$H_o : \tau_1 = \tau_2 = ... = \tau_a = 0$

$H_1 : \tau_i \neq 0$; อย่างน้อยที่สุดหนึ่ง i

2. กรณีของรูปแบบสุ่ม (Random Model) จะเป็นการตรวจสอบว่า ความแปรปรวน(σ^2) จะมีค่าเท่ากับ 0 หรือไม่ เพราะไม่สามารถหาค่าของอิทธิพล (effect) ที่เกิดขึ้นแน่นอนได้ ดังนั้นสมมุติฐาน คือ

$H_o : \sigma^2 = 0$

$H_1 : \sigma^2 \neq 0$

7. การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance)

ผู้ที่นำวิธีการนี้มาใช้คือ ฟิชเชอร์(Fisher) ซึ่งใช้วิธีการนี้จากหลักการที่ว่า ในการหาว่าปัจจัยใดที่มีผล ให้วิเคราะห์ที่ความแตกต่าง โดยวัดความแตกต่างรวมออกมาในรูปของความแปรปรวน(Variance) แล้วแตกออกมาเป็นความแตกต่างย่อย แล้วเปรียบเทียบความแตกต่างย่อยเหล่านั้น หากความแตกต่างใดมีค่ามากกว่า แสดงว่า ปัจจัย หรือระดับของปัจจัย ที่ทำให้เกิดความแตกต่างนั้น มีผลต่อตัวที่ต้องการคุณสมบัติและตัวที่ประมาณค่าความแปรปรวน (Variance) ที่ดีที่สุด คือ ค่าเฉลี่ยกำลังสอง (Mean Square (MS)) ซึ่ง

$$MS = \frac{SS}{df}$$

เมื่อ SS คือ ผลรวมกำลังสอง (Sum of Square)

และ df คือ ขั้นของความอิสระ(degree of freedom) จากนั้นจะเปรียบเทียบค่าความแปรปรวน โดยที่

$$F = \frac{Var(tr)}{Var(E)}$$

Var (tr) คือ ความแปรปรวนของทรีตเมนต์

Var (E) คือ ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

และจากการต้องใช้การกระจายแบบแจกแจงเอฟ (F-distribution) เป็นตัวทดสอบ ดังนั้น ε_{ij} จึงต้องมีรูปแบบเป็น NID(0, σ^2) เท่านั้น

ตัวอย่างการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน(ANOVA)ของการวิเคราะห์ปัจจัย 2 ปัจจัย

ตัวแบบ : $y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$

โดยที่ i = 1,2,.. a (ระดับของปัจจัย A)

j = 1,2,.. b (ระดับของปัจจัย B)

k = 1,2,.. n (จำนวนซ้ำ)

และ y คือ ค่าของตัวแปรตอบสนอง

μ คือ ค่าเฉลี่ย

τ คือ อิทธิพลที่เกิดจากปัจจัย

β คือ อิทธิพลที่เกิดจากปัจจัย

$\tau\beta$ คือ อิทธิพลที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์(Interaction)ของ τ กับ β

ε คือ ความคลาดเคลื่อน

A คือ ปัจจัย A

B คือ ปัจจัย B

AB คือ ปฏิสัมพันธ์ของปัจจัย A กับ B

MS_A MS_B MS_{AB} คือ กำลังสองเฉลี่ยของปัจจัย A ,B และ AB ตามลำดับ

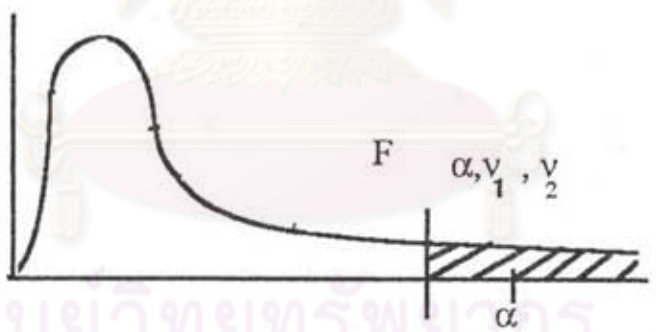
MS_E คือ กำลังสองเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อน

SS_A SS_B SS_{AB} คือ ผลรวมกำลังสองของ A ,B และ AB ตามลำดับ

SS_E คือ ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อน

การวิเคราะห์ความแปรปรวนของปัจจัย 2 ปัจจัย (ANOVA table)

แหล่ง	ผลรวมกำลังสอง(SS)	ขั้นของความอิสระ(df)	ค่าเฉลี่ยกำลังสอง(MS)	ตัวทดสอบ(F_0)
A	$\frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$a-1$	MS_A	$\frac{MS_A}{MS_E}$
B	$\frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$b-1$	MS_B	$\frac{MS_B}{MS_E}$
AxB	$\frac{\sum_{j=1}^{b}\sum_{i=1}^{a} y_{ij.}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{abn} - SS_A - SS_B$	$(a-1)(b-1)$	MS_{AB}	$\frac{MS_{AB}}{MS_E}$
ความคลาดเคลื่อน	$SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB}$	$(abn-1)-(a+1)-(b+1)$ $-(a-1)(b-1)$		
ทั้งหมด	$\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{b}\sum_{i=1}^{a} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$abn-1$		



รูปที่ 2.4 แสดงกราฟการกระจายของฟิชเชอร์(Fisher)

สมมุติให้ α = 0.05 หากค่า F_0 ที่ได้ $\leq F_{0.05,\nu_1,\nu_2}$ แล้ว ถือว่าปัจจัยนั้นไม่มีผล คือ สามารถยอมรับสมมุติฐาน แต่ถ้า ค่าของ $F_0 > F_{0.05,\nu_1,\nu_2}$ ถือว่าไม่สามารถยอมรับสมมุติฐานหลักได้ (reject H_0) นั่นคือ ปัจจัยมีผล

8. การเลือกแบบการทดลอง

8.1 แผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ (Complete Randomized Design)

- ใช้กับการทดลองปัจจัยเดียว (single factor experiment)
- ปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้มีขนาดไม่โตนัก และไม่มีปัจจัยรบกวน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การทดลองจะทำโดยยึดหลักการทำแบบสุ่ม (Randomization) และ การทำซ้ำ (Replication)

ขั้นตอนในการทำการทดลอง

1. กำหนดตัวแปรตอบสนอง (Response variable) และ ปัจจัยที่ควบคุมได้ (Controllable factor) ที่สนใจ

2. ทำการทดลองโดยสุ่มแบบสมบูรณ์ (Complete random) ในการวัดค่า

3. วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA)

8.2 แผนการทดลองแบบบล็อกสุ่ม(Randomize Block Design)

- ใช้กับการทดลองปัจจัยเดียวและมีปัจจัยรบกวน (Noise factor)

หลักการของแผนการทดลองแบบบล็อกสุ่ม คือ

1. ต้องทำการสุ่ม (Randomization) ทุกครั้ง

2. ต้องทำซ้ำทุกการทดลอง

3. ต้องทำการบล็อก (Blocking) เพื่อลดปัจจัยรบกวน การบล็อก (Blocking) อาจจะทำมากกว่า 1 บล็อกก็ได้ซึ่งขึ้นกับจำนวนของปัจจัยรบกวน

ขั้นตอนในการทำการทดลอง

1. ออกแบบและวางแผนการทดลอง

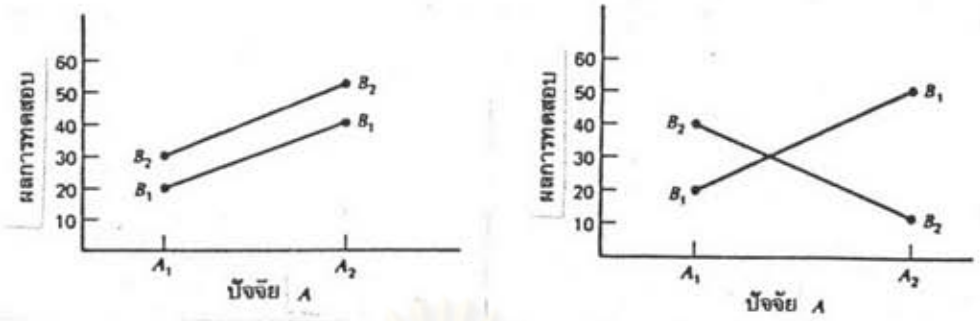
2. เก็บข้อมูล

3. วิเคราะห์ผลการทดลอง โดยใช้ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA table) ซึ่งจะต้องมีผลของบล็อก (Block effect) ด้วย

8.3 แผนการทดลองแบบแฟคโทเรียล (Factorial Design)

- ใช้กับการทดลองที่มีปัจจัยตั้งแต่ 2 ปัจจัย ซึ่งเป็นการทดลองที่มีหลายปัจจัย (Multiple factor experiment) และเนื่องจากมีปัจจัย (factor) มากกว่า 1 ปัจจัย ดังนั้น นอกจากจะเกิดอิทธิพลของปัจจัยหลัก (Main effect) ที่สนใจแล้ว ยังอาจเกิดอิทธิพลของปัจจัยร่วม (Interaction effect) ได้ด้วย

อิทธิพลของปัจจัยร่วม (Interaction effect) คือ ผลที่เกิดขึ้นจากการที่ปัจจัยหนึ่งเปลี่ยนแปลงไปแล้วมีผลทำให้อิทธิพล (effect) ของอีกปัจจัยหนึ่งเปลี่ยนแปลงด้วย ดัง ตัวอย่างการเกิดอิทธิพลของปัจจัยร่วมหรือปฏิสัมพันธ์ แสดงได้ดังรูป 2.6 ซึ่งเมื่อไม่มีอิทธิพลของปัจจัยร่วมแสดงดัง (1) และเมื่อมีอิทธิพลของปัจจัยร่วมแสดงดัง (2) โดย A และ B คือ ปัจจัย 2 ปัจจัย



(1) อิทธิพลของปัจจัยร่วมที่ไม่มีผล (2)อิทธิพลของปัจจัยร่วมที่มีผล

รูปที่ 2.5 แสดงอิทธิพลของปัจจัยร่วมที่ไม่มีผล และมีผล

แผนการทดลองแบบแฟคโทเรียลทั่วไป (Factorial Design) มีรูปแบบทั่ว ๆ ไป คือ AxBxCx... แฟคโทเรียล เช่น 3x2x2 แฟคโทเรียล รูปแบบของแผนการทดลองแบบแฟคโทเรียลที่สำคัญ ได้แก่

1. 2^k แฟคโทเรียล ใช้กับการทดลองหลายปัจจัย ที่กำหนดระดับของปัจจัยเพียงแค่ 2 ระดับเท่านั้น ในปัจจัยทั้งหมด k ปัจจัย เช่น 2^2 แฟคโทเรียล, 2^3 แฟคโทเรียล เป็นต้น

2. 3^k แฟคโทเรียล ใช้กับการทดลองหลายปัจจัย ที่กำหนดระดับของปัจจัยไว้ 3 ระดับใน k ปัจจัย เช่น 3^2 แฟคโทเรียล, 3^3 แฟคโทเรียล เป็นต้น

เหตุที่ใช้ เนื่องจากการออกแบบ 2^k แฟคโทเรียล นั้น เหมาะสมกับรูปแบบ (model) ที่มีความเป็นเส้นตรง (linearity) จึงจะมีความถูกต้องในการตีความข้อมูลได้อย่างถูกต้อง ดังนั้น หากว่าอิทธิของปัจจัยต่อตัวแปรตอบสนองมีความเป็นเส้นตรง (linearity) ไม่ดีแล้ว จะหันมาใช้แบบ 3^k แฟคโทเรียล แทนจะเหมาะสมกว่า

8.4 แผนการทดลองแบบแฟรกชั่นนอลแฟคโทเรียล (Fractional Factorial Design)

- เป็นการประยุกต์จากการออกแบบการทดลองแบบแฟคโทเรียล(factorial design) โดย การออกแบบการทดลองแบบแฟรกชั่นนอลแฟคโทเรียล จะใช้กับการทดลองหลายปัจจัย ที่มีปัจจัยเป็นจำนวนมาก จึงต้องทำการตัดปัจจัยบางตัวออก โดยอาศัยหลักการคอนเฟาวด์ (Confound)

การคอนเฟาวด์ (Confounding) เป็นเทคนิคที่ใช้ช่วยในการออกแบบ ทำให้ขนาดของบล็อกเล็กลงจากเดิม ซึ่งในการออกแบบนี้ จะเกิดผลทำให้สารสนเทศเกี่ยวกับอิทธิพลของทรีตเมนต์ (Treatment effect) รวมปะปนอยู่กับอิทธิพลของบล็อก (Block effect) เสมอ การเลือกอิทธิพลของของทรีตเมนต์ที่จะทำการคอนเฟาวด์ (Confounded effect) จะเลือกจาก

ความรู้ในการบวนการผลิตเป็นตัวกำหนด โดยเลือกทรีตเมนต์ที่คาดว่าจะมีผลน้อยต่อตัวผลิตภัณฑ์

9. การประมาณการทดสอบเอฟ (Approximate F-Test)

ในการทดลองแบบแฟคโทเรียล ที่มีปัจจัย 3 ปัจจัยหรือมากกว่า ซึ่งจะเป็นรูปแบบกำหนด รูปแบบสุ่ม หรือรูปแบบอื่นๆ และการออกแบบการที่ซับซ้อน บ่อยครั้งพบว่า ไม่สามารถที่จะทดสอบทางสถิติได้อย่างถูกต้องในบางอิทธิพลของทรีตเมนต์ ซึ่งการแก้ไขหนทางหนึ่งที่เป็นไปได้ คือ การตั้งสมมุติฐานว่าในบางปฏิสัมพันธ์ของบางอิทธิพลสามารถที่ จะละเลยได้ แสดงได้ดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง ในการทดลองแฟคโทเรียลของปัจจัย 3 ปัจจัย A B และC โดยให้

i = 1,2,..,a คือ ระดับของปัจจัย A

j = 1,2,..,b คือ ระดับของปัจจัย B

k =1,2,..,c คือ ระดับของปัจจัย C

l = 1,2,..,n คือ จำนวนซ้ำ

สมการตัวแบบของแหล่งความผันแปรต่อตัวแปรตอบสนอง คือ

$$y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \gamma_k + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl}$$

โดยที่

y	คือ	ค่าตัวแปรตอบสนองของการทดลอง
μ	คือ	ค่าเฉลี่ย
τ	คือ	อิทธิพลที่เกิดจากปัจจัย A
β	คือ	อิทธิพลที่เกิดจากปัจจัย B
γ	คือ	อิทธิพลที่เกิดจากปัจจัย C
$\tau\beta$	คือ	อิทธิพลที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ของ τ กับ β
$\tau\gamma$	คือ	อิทธิพลที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ของ τ กับ γ
$\beta\gamma$	คือ	อิทธิพลที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ของ β กับ γ
$\tau\beta\gamma$	คือ	อิทธิพลที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ของ τ กับ β กับ γ

ค่าคาดหมายของกำลังสองเฉลี่ย(Expected Mean Square) ของรูปแบบอิทธิพลสุ่ม (Random Effects Model)ของ 3 ปัจจัย แสดงได้ดังนี้

ปัจจัย	ค่าคาดหมายของค่าเฉลี่ยกำลังสอง
τ_i	$\sigma^2 + cn\sigma^2_{\tau\beta} + bn\sigma^2_{\tau\gamma} + n\sigma^2_{\tau\beta\gamma} + bcn\sigma^2_{\tau}$
β_j	$\sigma^2 + cn\sigma^2_{\tau\beta} + an\sigma^2_{\beta\gamma} + n\sigma^2_{\tau\beta\gamma} + acn\sigma^2_{\beta}$
γ_k	$\sigma^2 + bn\sigma^2_{\tau\gamma} + an\sigma^2_{\beta\gamma} + n\sigma^2_{\tau\beta\gamma} + abn\sigma^2_{\gamma}$
$(\tau\beta)_{ij}$	$\sigma^2 + n\sigma^2_{\tau\beta\gamma} + cn\sigma^2_{\tau\beta}$
$(\tau\gamma)_{ik}$	$\sigma^2 + n\sigma^2_{\tau\beta\gamma} + bn\sigma^2_{\tau\gamma}$
$(\beta\gamma)_{jk}$	$\sigma^2 + n\sigma^2_{\tau\beta\gamma} + an\sigma^2_{\beta\gamma}$
$(\tau\beta\gamma)_{ijk}$	$\sigma^2 + n\sigma^2_{\tau\beta\gamma}$
ε_{ijkl}	σ^2

จากการตรวจสอบค่าคาดหมายของค่าเฉลี่ยกำลังสอง พบว่า ในอิทธิพลของปัจจัยหลัก (Main Effect) หรือ อิทธิพลของปัจจัย A ไม่สามารถที่จะทดสอบได้อย่างถูกต้องโดยที่ ถ้าต้องการที่จะทดสอบสมมุติฐาน $\sigma^2_{\tau} = 0$; จะไม่สามารถสร้างเศษส่วนของค่าเฉลี่ยกำลังสอง 2 ค่าที่มีเพียงเทอม $bcn\sigma^2_{\tau}$ อยู่ในเทอมของเศษ นอกเหนือจากนั้นอยู่ในเทอมของส่วน ซึ่งลักษณะเช่นนี้จะเกิดขึ้นกับอิทธิพลของปัจจัยหลัก B และ C ด้วย ซึ่งในการทดลองส่วนใหญ่ ผู้ทำการทดลองจะสนใจ และให้ความสำคัญกับอิทธิพลของปัจจัยหลัก ฉะนั้นหากทำการละเลยอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ของ 2 ปัจจัย หรือกำหนดให้ $\sigma^2_{\tau\beta} = \sigma^2_{\beta\gamma} = \sigma^2_{\tau\gamma} = 0$ ก็จะทำให้การทดสอบอิทธิพลของปัจจัยหลักมีความถูกต้องมากขึ้น

ถึงแม้ว่า การวิเคราะห์ในลักษณะนี้จะน่าสนใจและเป็นไปได้ แต่ในการที่จะละเลยอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์นั้น ต้องอาศัยความรู้และข้อมูลในอดีต อย่างมากพอ

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน จะทำการวิเคราะห์โดยทำการรวมค่าเฉลี่ย-กำลังสอง(MS)และประมาณความคลาดเคลื่อนด้วยขั้นของความอิสระ(df)ที่มากขึ้น ดังในตัวอย่าง ถ้าหากตัวทดสอบ $F = MS_{ABC} / MS_E$ ไม่มีนัยสำคัญ ดังนั้นจึงยอมรับสมมุติฐานหลัก $H:\sigma^2_{\tau\beta\gamma} = 0$ จึงประมาณความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) จากค่าเฉลี่ยกำลังสองของทรีตเมนต์ ABC (MS_{ABC}) และค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน(MS_E) และการรวมกันของค่าเฉลี่ยกำลังสองเป็นค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนใหม่ (MS_E') ทำได้โดย

$$MS_E' = \frac{[abc(n-1)MS_E + (a-1)(b-1)(c-1)MS_{ABC}]}{abc(n-1) + (a-1)(b-1)(c-1)}$$

$E(MS_E') = \sigma^2$

$E(MS_E')$ คือ ค่าคาดหมายของค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน

สังเกตได้ว่า ขั้นของความอิสระของค่าเฉลี่ยกำลังสองจะเพิ่มขึ้น ข้อควรระวัง คือ ถ้าหากทรีตเมนต์นั้นมีอิทธิพลกับค่าความคลาดเคลื่อน ซึ่งจะทำให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองที่ได้ใหม่มีขนาดเพิ่มขึ้น ซึ่งจะทำการตรวจพบอิทธิพลของปัจจัยต่าง ๆ เป็นไปได้ยากขึ้น แต่ในอีกแง่หนึ่ง หากค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนแต่เดิมมีขั้นของความอิสระน้อย การเพิ่มเติมโดยการรวม จะสามารถช่วยเพิ่มความละเอียดของการทดสอบได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย