



บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง "การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร" ผลจากการเก็บรวบรวมข้อมูลปรากฏว่า ได้คำตอบของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างประชากร จำนวน 70 คน จากตัวอย่างประชากรทั้งหมด 80 คน คิดเป็นร้อยละ 87.5 ซึ่งผู้วิจัยขอนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแยกวิเคราะห์เป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 วิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง "ภาคตัดกรวย" และ "ตรีโกณมิติ" เรื่องละ 4 ข้อ โดยนำเสนอในรูปความเรียง พร้อมทั้งสาเหตุของข้อบกพร่องนั้น ตามเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่อง 5 ด้าน คือ การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา บกพร่องในเทคนิคการทำ

ตอนที่ 2 ความถี่ของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย จำแนกตามเกณฑ์ข้อผิดพลาดในแต่ละด้าน รายละเอียดแสดงในตารางที่ 2 ถึง ตารางที่ 4

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 1 จากการตรวจแบบทดสอบตามเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง "ภาคตัดกรวย" และเรื่อง "ตรีโกณมิติ" ผู้วิจัยไม่พบข้อบกพร่องทุกข้อตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เท่าที่ตรวจพบแต่ละข้อมีข้อบกพร่องดังนี้ คือ

เรื่อง "ภาคตัดกรวย" มีทั้งหมด 4 ข้อ แต่ละข้อวิเคราะห์ข้อบกพร่อง 5 ด้าน แล้วนำเสนอในรูปแบบความเรียง พร้อมทั้งสาเหตุของข้อบกพร่องนั้นเป็นรายข้อ ดังนี้

ข้อ 1. จงหาสมการวงกลม ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรง  $x + y = 1$  และผ่านจุด  $(-2, -3)$ ,  $(-1, 2)$

1. การใช้ข้อมูลผิด พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ ไม่พบข้อบกพร่อง

1.2 ละเอียดข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา และใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาทดแทน

1.2.1 หาจุดกึ่งกลางของคอร์ดแล้วใช้เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

1.2.2 ใช้ระยะระหว่างจุดกึ่งกลางคอร์ดกับจุดปลายข้างหนึ่งของคอร์ดเป็นความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

1.2.3 ใช้ระยะระหว่างจุดกึ่งกลางคอร์ดกับจุดปลายข้างหนึ่งของคอร์ดเป็นความยาวรัศมีของวงกลม

1.2.4 แทนค่าจุด 2 จุดบนวงกลมในสมการทั่วไปของวงกลม  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

1.2.5 หาความชันของคอร์ดแล้วสรุปว่าคอร์ดที่กำหนดให้เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

1.3 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ

1.3.1 หาความยาวคอร์ด

1.3.2 หาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-2, 3)$  กับ  $(-1, 2)$  แล้วนำไปหาจุดตัดกับสมการเส้นผ่านศูนย์กลาง

$x + y = 1$  แล้วกำหนดให้เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

1.3.3 หาสมการวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0, 0)$

1.3.4 หาสมการเส้นตรงจากจุดใด ๆ บนวงกลมกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

1.3.5 หาสมการเส้นตั้งฉากจากจุดใด ๆ บนวงกลมกับเส้นตรง  $x + y = 1$

1.4 นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง

1.4.1 หาระยะห่างระหว่างจุดปลายคอร์ด

- 1.4.2 ทหาระยะตั้งฉากระหว่างจุดปลายคอร์ดที่กำหนดให้กับจุดศูนย์กลางของวงกลม
- 1.4.3 หาจุดตัดของเส้นผ่านศูนย์กลางกับคอร์ด
- 1.4.5 แทนค่าจุดใด ๆ บนวงกลมในสมการทั่วไปของวงกลม
- 1.4.6 นำจุดกึ่งกลางของคอร์ดไปแทนค่าในสมการวงกลมเพื่อหารัศมีของวงกลม
- 1.5 ละเอียดข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูลที่กำหนดให้
- 1.5.1 ไม่กำหนดให้  $(x, y)$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม แต่แทนค่าจุด  $(-2, 3)$  กับ  $(-1, 2)$  ลงในสมการทั่วไปของวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(x, y)$  เช่น สมการทั่วไปของวงกลม คือ  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
- $$(x+2)^2 + (y-3)^2 = r^2 \dots\dots\dots (1)$$
- $$(x+1)^2 + (y-2)^2 = r^2 \dots\dots\dots (2)$$
- $$(1)=(2)$$
- $$(x+2)^2 + (y-3)^2 = (x+1)^2 + (y-2)^2 \dots (3)$$
- $$x + y = 1 \dots\dots\dots (4)$$
- จากสมการที่ (3) และ (4) แก้สมการหาค่า  $x, y$  แล้วให้  $(x, y)$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
- 1.5.2 ไม่ได้กำหนดให้  $(h, k)$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม หรือจุดบนเส้นตรง  $x + y = 1$  แต่นำไปแทนค่าในสมการเส้นตรงนี้

2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ไม่พบข้อบกพร่อง

2.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้

2.2.1 สมการทั่วไปของวงกลม ที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h, k)$  คือ  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

นักเรียนนำจุดบนวงกลมที่กำหนดให้แทนในสมการเป็น

$$(x+2)^2 + (y+3)^2 = r^2$$

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = r^2$$

ทำให้เข้าใจว่าเป็นวงกลม 2 วงที่มีรัศมีเท่ากันและจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(-2, -3)$ ,  $(-1, 2)$  ตามลำดับ

2.2.2 เขียนคู่ลำดับแทนจุดใด ๆ ใด เช่น

จุด  $(h, k)$  เขียนเป็น  $h, k$

จุดกึ่งกลางของจุด  $(-2, -3)$  กับ  $(-1, 2)$  เขียนเป็น

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2-1}{2} = \frac{-3}{2}, \quad \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$$

3. บิดเป็นอนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม พบข้อบกพร่องตั้งรายละเอียดต่อไปนี้

3.1 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข

3.1.1 ใช้จุดกึ่งกลางของคอร์คเป็นจุดศูนย์กลางวงกลม

3.1.2 ใช้ความยาวคอร์คที่ไม่ใช่คอร์คที่ยาวที่สุดเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

3.1.3 ทหาระยะตั้งฉากของจุดปลายคอร์คจุดหนึ่งไปยังสมการของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมแล้วกำหนดให้เป็นรัศมีของวงกลม เช่น ทหาระยะตั้งฉากระหว่างจุด  $(-2, -3)$  กับเส้นตรง  $x+y-1 = 0$

$$\text{รัศมีของวงกลม} = \frac{1(-2) + 1(-3) - 1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{-6}{\sqrt{2}}$$

3.2 ใช้กฎไม่ถูกต้อง จำสูตรผิด ใช้สัญลักษณ์ผิด

3.2.1 ใช้  $x^2+y^2 = r^2$  เป็นสมการทั่วไปของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h, k)$

3.2.2 ใช้  $(x+b)^2 + (y+E)^2 = r^2$  เป็นสมการทั่วไปของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(h, k)$

3.2.3 ใช้สูตรการหาสมการเส้นตรงระหว่างจุด 2 จุดผิด

3.2.4 ใช้สูตรการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุดผิด

3.2.5 ใช้  $(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2$  เป็นสูตรหาระยะทางระหว่างจุด 2 จุด

3.2.6 ใช้  $r = \frac{|Ax + By + c|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

เป็นสูตรหารัศมีของวงกลม โดยใช้จุดใด ๆ บนคอร์คแทนจุด  $(x, y)$  และใช้สมการเส้นตรงเป็น  $x+y-1=0$

- 3.3 ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข
- 3.3.1 ไม่เข้าใจนิยามของคอร์ดีกับเส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วใช้คอร์ดีที่กำหนดให้เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม โดยไม่ได้ตรวจสอบว่าคอร์ดีที่กำหนดให้ นั้น เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางหรือไม่
- 3.3.2 ไม่เข้าใจนิยามของวงกลม โดยหาระยะห่างระหว่างจุดกึ่งกลางคอร์ดีกับจุดใด ๆ บนวงกลมเป็นรัศมีของวงกลม
- 3.3.3 หาความยาวระหว่างจุดปลายของคอร์ดีที่กำหนดให้เป็นรัศมี หรือเป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วใช้จุดกึ่งกลางของคอร์ดีที่กำหนดให้เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยไม่ได้ตรวจสอบว่า คอร์ดีที่กำหนดให้เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา พบข้อบกพร่องดังต่อไปนี้
- 4.1 ขั้นตอนถูกต้องแต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์กำหนด ไม่พบข้อบกพร่อง
- 4.2 ขั้นตอนถูกต้องแต่คำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ  
ไม่กระจายให้เป็นผลสำเร็จก่อนตอบ เช่น สมการของวงกลมคือ
- $$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 3^2$$
- 4.3 ขั้นตอนถูกต้องแต่บกพร่องในการคิดคำนวณ คูในข้อ 5 บกพร่องในเทคนิคการทำ
- 4.4 ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก ไม่พบข้อบกพร่อง
5. บกพร่องในเทคนิคการทำ พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้
- 5.1 บกพร่องในการคิดคำนวณ
- 5.1.1 หาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุดผิด
- 5.1.2 แก้สมการขั้นเดียวผิด
- 5.1.3 ถอดรากที่สองผิด
- 5.2 บกพร่องในการใช้ข้อมูล
- 5.2.1 แทนค่าจุดกึ่งกลางของคอร์ดีในสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) เพื่อหารัศมีของวงกลม
- 5.2.2 ใช้จุดกึ่งกลางของคอร์ดีใด ๆ (ซึ่งไม่ได้กำหนดว่าเป็นคอร์ดีที่ยาวที่สุด หรือไม่ได้แสดงให้เห็นว่าเป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง) เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

- 5.2.3 ทหารยะห่างระหว่างจุดปลายคอร์คที่กำหนดให้ เพื่อใช้เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมและใช้จุดกึ่งกลางคอร์คเป็นจุดใด ๆ บนวงกลม
- 5.2.4 ทหารยะตั้งฉากระหว่างจุดปลายคอร์คจุดหนึ่งไปยังสมการของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมแล้วกำหนดให้เป็นรัศมี
- 5.3 บทพร้อมในหลักพีชคณิตเบื้องต้น
- 5.3.1 กระจาย  $\sqrt{x_1 - x_2} + \sqrt{y_1 - y_2}$  ไม่ถูกต้อง
- 5.3.2 บวกลบเศษส่วนผิด
- 5.3.3 กระจาย  $(a+b)^2$  ไม่ถูกต้อง
- 5.3.4 ให้  $|-6| = -6$
- 5.3.5 ให้  $(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$
- 5.3.6 ให้  $(-3\sqrt{2})^2 = -18$



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อ 2. จงหาสมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดโฟกัสของวงรี  
 $16x^2 + 25y^2 - 32x - 100y - 284 = 0$  และแกนโทของวงรี ทับ ไคเรกตริกซ์  
 ของพาราโบลา

1. การใช้ข้อมูลผิด พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้
  - 1.1 นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ ไม่พบข้อบกพร่อง
  - 1.2 ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา และใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาทดแทน
  - 1.3 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
    - 1.3.1 นักเรียนไม่ได้หาสมการพาราโบลาแต่หาแกนโทของวงรี
    - 1.3.2 หาสมการทั่วไปของพาราโบลาจากสูตรสมการทั่วไปของไฮเพอร์โบลา
  - 1.4 นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง ไม่พบข้อบกพร่อง
  - 1.5 ละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล ไม่พบข้อบกพร่อง
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้
  - 2.1 ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง อ่านโจทย์แล้วไม่สามารถตีความจากโจทย์ได้ โดยพิจารณาได้จากนักเรียนไม่สามารถหาจุดยอดและไคเรกตริกซ์ของพาราโบลาจากสมการของวงรีที่กำหนดให้
  - 2.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ ไม่พบข้อบกพร่อง
  - 2.3 เขียนกราฟไม่ถูกต้อง ไม่พบข้อบกพร่อง
  - 2.4 อ่านกราฟไม่ถูกต้อง ไม่พบข้อบกพร่อง
3. บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้
  - 3.1 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข ไม่พบข้อบกพร่อง
  - 3.2 ใช้กฎ สูตร สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
    - 3.2.1 ใช้  $(x - h)^2 = 4c(y - k)$  เป็นสมการพาราโบลา
    - 3.2.2 ใช้  $y^2 = 4cx$  เป็นสมการพาราโบลา
    - 3.2.3 ใช้  $x^2 = 4cy$  เป็นสมการพาราโบลา
    - 3.2.4 ใช้  $\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$   
เป็นสมการพาราโบลา

3.2.5 ใช้  $(y - k)^2 = 4c(x - h)^2$   
เป็นสมการพาราโบลา

3.2.6 เข้าใจว่า ค่า  $c$  ที่ใช้ในสมการของพาราโบลาเป็นจุด  
โฟกัสของพาราโบลา

3.2.7 ใช้สูตร ความสัมพันธ์ของ  $a, b, c$  ในวงรีคือใช้เป็น  
 $c^2 = a^2 + b^2$

3.3 ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข พบข้อบกพร่องดังต่อไปนี้  
นักเรียนไม่เข้าใจนิยามของพาราโบลาดีพอ จึงไม่สามารถจำแนก  
ได้ว่า พาราโบลามี 2 ลักษณะ คือจุดโฟกัสอยู่บนแกน  $x$  หรือเส้น  
ตรงที่ขนานกับแกน  $x$  และจุดโฟกัสอยู่บนแกน  $y$  หรือเส้นตรงที่ขนาน  
กับแกน  $y$  ดังนั้น เมื่อนักเรียนหาจุดยอด และความยาวโฟกัส  
ได้ แล้วนักเรียนจึงไม่สามารถจะแทนค่าในสมการของพาราโบลา  
ที่ถูกต้องได้

4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา พบข้อบกพร่องดังต่อไปนี้

4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์กำหนด

4.1.1 นักเรียนหาสมการพาราโบลาเพียงสมการเดียว  
(คำตอบของโจทย์ข้อนี้มี 2 สมการ)

4.1.2 นักเรียนนำค่าแกนโทของวงรีมาตอบเป็นสมการของ  
พาราโบลา

4.1.3 เขียนสมการของพาราโบลาโดยไม่แทนค่า  $c$  เช่น  
 $(y-2)^2 = 4c(x+2)$

4.2 ขั้นตอนถูกต้องแต่คำตอบไม่ทำให้เป็นผลสำเร็จ  
ไม่กระจาย  $(y-2)^2 = 12(x+2)$  ก่อนตอบ

4.3 ขั้นตอนถูกต้อง แต่บกพร่องในการคิดคำนวณ ดูในข้อ 5  
บกพร่องในเทคนิคการทำ

4.4 ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก ไม่พบข้อบกพร่อง

5. บกพร่องในเทคนิคการทำ พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

5.1 บกพร่องในการคิดคำนวณ

5.1.1 หาจุดโฟกัส, จุดยอดและแกนโทของวงรีจากสมการวงรี  
ที่กำหนดให้ผิด



5.1.2 จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปทั่วไปคือ

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{ไม่ถูกต้อง}$$

5.1.3 นักเรียนจัดรูปกำลังสองสมบูรณ์ไม่ถูกต้อง

5.1.4 บอกจุดศูนย์กลางของวงรีจากสมการทั่วไปของวงรีได้ไม่ถูกต้อง

5.2 บทพร้อมในการใช้ข้อมูล พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

5.2.1 นำจุดยอดไปแทนสมการทั่วไปของพาราโบลาที่ไม่ถูกต้อง

5.2.2 แทนค่าจุดยอดของพาราโบลาเพียงจุดเดียว

5.2.3 แทนค่าจุดยอดและค่า  $c$  โดยไม่พิจารณาว่ามีความสัมพันธ์ที่ถูกต้องหรือไม่ในสมการพาราโบลา

5.2.4 ใช้แกนเอกของวงรีเป็นไดเรกทริกซ์ของพาราโบลา

5.2.5 ใช้แกนโทของวงรีเป็นแกนของพาราโบลา

5.2.6 ใช้ค่า  $c$  ไม่ถูกต้อง

5.2.7 ใช้ความยาวของแกนโทเป็นสมการไดเรกทริกซ์ของพาราโบลาแล้วใช้เป็นค่า  $c$

5.3 บทพร้อมในหลักพีชคณิตเบื้องต้น พบข้อบกพร่องดังต่อไปนี้

5.3.1  $c^2 = 9$  แล้วให้  $c = 3$

5.3.2 ให้  $12(x - 2) = -12(x + 2)$

5.3.3 ให้  $(x^2 - 2x + 1) = (x + 1)^2$

5.3.4 จาก  $16(x - 1)^2 + 25(y - 2)^2 = 400$

แล้วให้  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$

ศูนย์วิศวกรรมศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อ 3. จงหาโคออร์ดิเนตของจุดศูนย์กลาง จุดยอด และสมการวงรีที่ผ่านจุดเริ่มต้นและมีจุด  $(\pm 1, 1)$  เป็นจุดโฟกัส

1. การใช้ข้อมูลผิด พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ ไม่พบข้อบกพร่อง

1.2 ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา และใช้ข้อมูลที่ไม่

เกี่ยวข้องมาทดแทน

1.2.1 ให้  $b$  เท่ากับระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางถึงจุดโฟกัส

1.2.2 นำจุดศูนย์กลาง และจุดใด ๆ บนส่วนโค้งไปหาค่า  $c$

1.2.3 แทนค่าจุดที่วงรีผ่าน (จุด  $(x, y)$  ใด ๆ) ในสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของ  $a, b, c$  เพื่อหาค่า  $b$  โดยให้  $x = a$  และ  $y = c$

1.3 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ

1.3.1 หาระยะระหว่างจุดศูนย์กลางถึงจุดโฟกัส

1.3.2 หาระยะระหว่างจุดศูนย์กลางถึงจุดเริ่มต้น

1.3.3 หาสมการวงรีทั้งในกรณีจุดโฟกัสอยู่บนแกน  $x$  และแกน  $y$  (หาสมการวงรีมา 2 สมการ)

1.4 นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง

1.4.1 นำจุดที่วงรีผ่านและจุดโฟกัสที่กำหนดให้ไปแทนค่าในสมการทั่วไปของวงรี

1.4.2 วงรีผ่านจุดเริ่มต้น จะได้  $2b = 2$

1.4.3 วงรีผ่านจุด  $(0, 0)$  ดังนั้นแกนขนานกับแกน  $y$

1.4.4 แทนค่าจุด  $(0, 0)$  และจุดศูนย์กลางในสมการของวงรี

1.4.5 แทนค่าจุดศูนย์กลาง ค่า  $a$  และ  $b$  ในสมการวงรีที่แกนตามขวางขนานกับแกน  $y$

1.4.6 มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0, 1)$  ดังนั้น  $2b = 2$

1.5 ละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล ไม่พบข้อบกพร่อง

2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา

2.1 ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ใช้ค่า  $b$  จากที่กำหนดให้ผิด  $(\pm 1, 1)$  หมายถึง  $(1, 1)$  กับ  $(1, 1)$

2.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้

2.2.1 แปลค่าจากจุด  $C$  มาเป็นค่า  $c$  เลยโดยไม่ได้พิจารณาว่าจุดศูนย์กลางไม่ได้อยู่ที่จุด  $(0, 0)$

- 2.2.2 เข้าใจว่าจุดที่วงรีผ่านเป็นจุดศูนย์กลางของวงรี
- 2.2.3 หาค่า  $b, a$  จากจุดโฟกัสของวงรี
- 2.2.4 แปลค่า  $c$  จากโจทย์มาผิด
- 2.2.5 ใช้สัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ผิด เช่น  $|c| = c$
- 2.2.6 เขียนสัญลักษณ์แทนคู่ลำดับใด ๆ ไม่ถูกต้อง เช่น จุดเริ่มต้น คือ จุด  $(0,0)$  เขียนเป็น  $0,0$  จุดโฟกัส คือ จุด  $(\pm 1, 1)$  เขียนเป็น  $(1, 1)(-1, 1)$
- 2.2.7 ใช้สัญลักษณ์แทนความยาวของเส้นตรงใด ๆ ไม่ถูกต้อง เช่น ระยะทางจุด  $P$  ถึงจุด  $F$  เขียนเป็น  $PF$  ให้  $|PF| + |PF'| = 2a$  เขียนเป็น  $PF + PF' = 2a$
- 2.3 เขียนและอ่านกราฟไม่ถูกต้อง  
ไม่สามารถเขียนและอธิบายลักษณะของกราฟได้ถูก เช่น บอกไม่ได้ว่าจุดโฟกัสอยู่บนแกนที่ขนานกับ  $x$  หรือ แกน  $y$
3. บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้
- 3.1 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข ไม่พบข้อบกพร่อง
- 3.2 ใช้กฎไม่ถูกต้อง จำสูตรผิด ใช้สัญลักษณ์ผิด
- 3.2.1 โจทย์กำหนดจุดโฟกัส 2 จุด และจุดที่วงรีผ่าน 1 จุด นักเรียนเข้าใจว่า มีสมการวงรีถึง 2 วง
- 3.2.2 กำหนดให้  $2b = 2$  โดยไม่มีคำอธิบายเพิ่มเติม
- 3.2.3 กำหนดให้  $2b =$  ระยะห่างระหว่างจุดโฟกัสทั้งสองของวงรี
- 3.2.4 ให้ระยะระหว่างจุดโฟกัสทั้งสองเป็นความยาวของแกนโท
- 3.2.5 ให้ระยะห่างจากจุด  $(0,0)$  ถึงจุดโฟกัสเป็นค่า  $c$  (โดยที่โจทย์ไม่ได้กำหนดว่าจุดศูนย์กลางของวงกลมอยู่ที่จุด  $(0,0)$ )
- 3.2.6 ใช้สูตรหาความสัมพันธ์ระหว่าง  $a, b, c$  ไม่ถูกต้อง
- 3.2.7 ใช้สมการทั่วไปของวงรีไม่ถูกต้อง
- 3.2.8 ให้  $PF + PF' = 2a$
- 3.3 ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข  
ไม่สามารถนำนิยามของวงรีมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ เมื่อโจทย์กำหนดจุดที่วงรีผ่าน 1 จุด และจุดโฟกัส 2 จุดให้ แต่พยายามหาสมการวงรีจากสมการทั่วไปของวงรีแทนและเลือกใช้

สมการทั่วไปผิดเพราะไม่สามารถบอกได้ว่าแกนของวงรีอยู่บนแกน  
ที่ขนานกับแกน  $x$  แกน  $y$

4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา พบข้อบกพร่องดังต่อไปนี้
  - 4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด ไม่พบข้อบกพร่อง
  - 4.2 ขั้นตอนถูกต้องแต่คำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ  
ไม่กระจายสมการของวงรีให้เป็นผลสำเร็จก่อนตอบ
  - 4.3 ขั้นตอนถูกต้อง แต่บกพร่องในการคิดคำนวณ ดูในข้อ 5  
บกพร่องในเทคนิคการทำ
  - 4.4 ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก  
นักเรียนแสดงขั้นตอนการคำนวณในช่วงหาค่า  $b$  ผิด แต่ได้สมการ  
วงรีที่ถูกต้อง
  
5. บกพร่องในเทคนิคการทำ พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้
  - 5.1 บกพร่องในการคิดคำนวณ  
คำนวณตัวเลขผิด  
เช่น  $2\sqrt{2} = 2a$   
 $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$   
หรือ  $\sqrt{1} + \sqrt{1} = \sqrt{2}$
  - 5.2 บกพร่องในการใช้ข้อมูล
    - 5.2.1 แทนค่า  $a, b, c$  จากที่โจทย์กำหนดให้ผิด
    - 5.2.2 นำจุดโฟกัสที่กำหนดให้ไปใช้หาค่า  $b, c$
    - 5.2.3 ใช้จุดใด ๆ บนวงรีที่โจทย์กำหนดให้เป็นจุดศูนย์กลาง  
ของวงรี
    - 5.2.4 ยกกำลังสอง  $(a + b)$  ผิด
    - 5.2.5 ไม่สามารถนำจุดโฟกัส จุดเริ่มต้นไปแทนค่าในนิยามของ  
วงรีได้
  - 5.3 บกพร่องในหลักพีชคณิตเบื้องต้น
    - 5.3.1 ใส่เครื่องหมายของจุดโฟกัสในการหาระยะทางระหว่างจุด  
2 จุดผิด
    - 5.3.2 ยกกำลังสอง  $(a+b)^2$  ผิด
    - 5.3.3 บวกลบเศษส่วนผิด

ข้อ 4. จงหาสมการและโคออร์ดิเนตของจุดยอดของไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางอยู่บนจุดยอดของพาราโบลา  $3x^2 - 18x - y + 30 = 0$  โดยแกนตามขวางทับแกนของพาราโบลา และจุดยอดจุดหนึ่งเป็นจุดโฟกัสของพาราโบลา ความยาวของแกนสังยุคเท่ากับรัศมีของวงกลม  $4x^2 + 4y^2 - 16y + 15 = 0$

1. การใช้ข้อมูลผิด พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ ไม่พบข้อบกพร่อง

1.2 ละเอียดข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา และใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาทดแทน

1.2.1 ไม่หาจุดยอดและจุดโฟกัสของพาราโบลา

1.2.2 ไม่หาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม

1.2.3 ไม่จัดรูปสมการพาราโบลาให้อยู่ในรูป

$$(y - k)^2 = 4c(x - h)$$

1.2.4 ไม่จัดรูปสมการวงกลมให้อยู่ในรูป

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

1.3 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ

1.3.1 หาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนจุดยอดของพาราโบลา

1.3.2 หาสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนจุดยอดของพาราโบลา และจุดยอดจุดหนึ่งเป็นจุดโฟกัสของพาราโบลา

1.4 นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง

1.4.1 ใช้จุดศูนย์กลางของพาราโบลาเป็นจุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบล่า

1.4.2 ใช้จุดยอดของพาราโบลาเป็นจุดยอดของไฮเพอร์โบล่า

1.4.3 ใช้จุดยอดของพาราโบลาไปแทนค่าในสมการทั่วไปของวงรี

1.4.4 หาค่า  $b$  จากความสัมพันธ์  $a, b, c$

1.5 ละเอียดข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล ไม่กำหนดค่า  $a, b$ , จุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบล่าก่อน จึงแทนค่าในสมการทั่วไป

2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

2.1.1 ไม่เข้าใจโจทย์คือ ไม่สามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไปสร้างสมการของไฮเพอร์โบล่าได้

2.1.2 ไม่สามารถบอกจุดยอดและจุดของพาราโบลาจากสมการพาราโบลาที่กำหนดให้ได้

- 2.1.3 ไม่สามารถบอกรัศมีของวงกลม จากสมการวงกลมที่กำหนดให้ได้
- 2.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ ไม่พบข้อบกพร่อง
- 2.3 เขียนและอ่านกราฟไม่ถูกต้อง
- 2.3.1 ไม่สามารถเขียนกราฟของไฮเพอร์โบลากำหนดให้ได้
- 2.3.2 ไม่สามารถเขียนกราฟของพาราโบลากับวงกลมที่กำหนดให้ได้
3. บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้
- 3.1 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข ไม่พบข้อบกพร่อง
- 3.2 ใช้กฎ สูตร สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
- 3.2.1 ใช้สูตรสมการทั่วไปของวงรีเพื่อหาสมการไฮเพอร์โบล่า
- 3.2.2 ใช้สูตรสมการทั่วไปของวงกลมเพื่อหาสมการไฮเพอร์โบล่า
- 3.2.3 ใช้สูตรสมการทั่วไปของไฮเพอร์โบล่าที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  แทนตามขวางอยู่บนแกน  $y$
- 3.2.4 ใช้สูตรสมการทั่วไปของไฮเพอร์โบล่าที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h,k)$  แทนตามขวางอยู่บนแกน  $x$
- 3.2.5 ใช้สูตรหาความสัมพันธ์ของ  $a, b, c$  ของวงรี
- 3.3 ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข
- นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่ากราฟไฮเพอร์โบล่าจะมีลักษณะที่แกนตามขวางขนานกับแกน  $x$  หรือแกน  $y$  และมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h,k)$  หรือจุด  $(0,0)$
4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้
- 4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์กำหนด  
ได้คำตอบของสมการเป็น  $144(y-3)^2 - 16(x-3)^2$   
หรือ  $16(y-3)^2 - 16(x-3)^2 = 1$   
หรือ  $114x^2 - 16y^2 = 1$
- 4.2 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำถามไม่เป็นผลสำเร็จ  
ไม่กระจาย  $\frac{(x-h)}{a^2} - \frac{(y-k)}{b^2} = 1$
- ให้เป็นผลสำเร็จก่อนตอบ
- 4.3 ขั้นตอนถูกต้อง แต่บกพร่องในการคิดคำนวณ (ดูในข้อ 5 บกพร่องในเทคนิคการทำ)
- 4.4 ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก ไม่พบข้อบกพร่อง

## 5. บทพร้อมในเทคนิคการทำ พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

## 5.1 บทพร้อมในการคิดคำนวณ

5.1.1 หาจุดยอดของพาราโบลาแทนจุดยอดของไฮเพอร์โบลา

5.1.2 จัดสมการพาราโบลาไม่ถูกต้อง เช่น  $3(x^2 - 6x) = 0$ 

5.1.3 จัดสมการวงกลมไม่ถูกต้อง

## 5.2 บทพร้อมในเรื่องการใช้ข้อมูล

5.2.1 นำค่า  $x = 3$  ไปแทนค่าในสมการพาราโบลา เพื่อหาค่า  $y$  แล้วสรุปว่าค่า  $(x, y)$  ที่ได้เป็นจุดยอดของไฮเพอร์โบลา

$$3(x^2 - 6x + 9) - y + 30 = 3$$

$$3(9 - 18 + 9) + y + 30 = 3$$

$$y = -27$$

$$\text{หรือ } 3(x^2 - 6x) = y - 30$$

$$3(x^2 - 6x + 9) = y - 30 + 9$$

5.2.2 นำจุดศูนย์กลางของพาราโบลาไปแทนค่าเป็นจุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลา

5.2.3 นำจุดยอดของพาราโบลาไปแทนค่าเป็นจุดยอดของไฮเพอร์โบลา

5.2.4 ให้  $b =$  ความยาวของรัศมีวงกลม

## 5.3 ข้อบกพร่องในหลักพีชคณิต

5.3.1 ใช้กฎการเท่ากันของจำนวนจริงไม่ถูกต้อง

$$\text{เช่น } 3(x-3)^2 = Y - 30 = y - 10$$

$$(x - 3)^2 = y - 10$$

5.3.2 จัดรูปกำลังสองสมบูรณ์ผิด

$$3x^2 - 18x - y + 30 = 0$$

$$3(x^2 - 6x) = y - 30$$

$$3(x - 3)^2 = y - 21$$

$$3(x^2 - 6x + 9) = y - 30 + 9$$

เรื่อง "ตรีโกณมิติ" มีทั้งหมด 4 ข้อ แต่ละข้อวิเคราะห์ข้อบกพร่อง 5 ด้าน  
แล้วนำเสนอในรูปความเรียง พร้อมทั้งสาเหตุของข้อบกพร่องนั้นเป็นรายข้อ ดังนี้

ข้อ 1. จงหาค่าของ

$$\frac{2\sin(-330^\circ) + \tan(-405^\circ)}{\sin \frac{2\pi}{3} (\tan \frac{7\pi}{6}) + \cos \frac{\pi}{6} (\cot \frac{5\pi}{3})} \times \frac{\cot^2 225^\circ}{\tan^3 \frac{67\pi}{4}}$$

1. การใช้ข้อมูลผิด พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน

1.1.1 เปลี่ยนมุมจากหน่วยองศาให้เป็นหน่วยเรเดียนก่อนจึงหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เช่น

$$\sin(-330^\circ) = \sin(-\frac{11\pi}{6}) = \frac{1}{2}$$

1.1.2 เปลี่ยนมุมจากหน่วยเรเดียนให้เป็นองศา ก่อนจึงหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เช่น

$$\sin \frac{2\pi}{3} = \sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

1.2 ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหาและใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาทดแทน ไม่พบข้อบกพร่อง

1.3 ทำผิดคำสั่งโดยหาค่าตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ ไม่พบข้อบกพร่อง

1.4 นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง

1.4.1 เปลี่ยนมุมจากหน่วยองศาไปเป็นหน่วยเรเดียน เช่น เปลี่ยน  $330^\circ$  เป็น  $\frac{11\pi}{6}$ ,  $225^\circ$  เป็น  $\frac{5\pi}{4}$  เป็นต้น

1.4.2 เปลี่ยนมุมจากหน่วยเรเดียนไปเป็นองศา เช่น เปลี่ยน  $\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$ ,  $\frac{7\pi}{6} = 420^\circ$ ,  $\frac{\pi}{6} = 30^\circ$  เป็นต้น

2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

2.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้

นักเรียนแทนค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริงโดยไม่ได้พิจารณาว่า ขนาดของมุมมากกว่า  $90^\circ$

$$\text{เช่น } \sin \frac{2\pi}{3} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cot^2 225^\circ = 2 \times 1$$

$$\tan^3 \frac{67\pi}{4} = 3(-1)$$

$$\sin \frac{2\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$$

$$= \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{3} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \frac{2\pi}{3} (\tan \frac{7\pi}{6}) + \cos \frac{\pi}{6} (\cot - \frac{5\pi}{3}) = (\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\pi}{6}) + (\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\pi}{3})$$



- 2.3 เขียนและอ่านกราฟไม่ถูกต้อง ไม่พบข้อบกพร่อง
3. บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้
- 3.1 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข ไม่พบข้อบกพร่อง
- 3.2 ใช้กฎไม่ถูกต้อง จำสูตรผิดใช้สัญลักษณ์ผิด  
แทนค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติที่กำหนดให้ผิด  
เช่น  $\sin -330^\circ = -\sin 30^\circ$   
 $\tan -405^\circ = \tan 45^\circ$   
 $\cot 225^\circ = -\cot 45^\circ$   
 $\cot -\frac{5\pi}{3} = -\cot \frac{\pi}{3}$
- 3.3 ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข ไม่พบข้อบกพร่อง
4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
- 4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด ไม่พบข้อบกพร่อง
- 4.2 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ ไม่พบข้อบกพร่อง
- 4.3 ขั้นตอนถูกต้อง แต่บกพร่องในการคิดคำนวณ  
นำค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่โจทย์กำหนดให้ไปแทนค่าในโจทย์แล้ว

คำนวณค่าไม่ถูกต้อง

- 4.4 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก  
นักเรียนหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติบางค่าผิด แต่เมื่อแทนค่าใน  
โจทย์แล้ว คำตอบที่ได้ถูกต้อง

5. ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

- 5.1 ข้อบกพร่องในการคิดคำนวณ

$$\text{คูณเลขผิด เช่น } 2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

- 5.2 ข้อบกพร่องในการใช้ข้อมูล

นำค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติไปใช้ผิด

$$\text{เช่น } \sin(-330^\circ) = +\frac{1}{2}, \cot^2 225^\circ = +1$$

- 5.3 ข้อบกพร่องในหลักนิพนธ์เบื้องต้น

เมื่อนักเรียนแทนค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติบางค่ามีเครื่องหมายด้วย

นักเรียนไม่ได้พิจารณาให้รอบคอบว่าค่าที่ได้ต้องหาจากการบวกหรือการคูณ เช่น

$$\sin \frac{2\pi}{3} \tan \frac{7\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$\cos \frac{\pi}{6} (\cot -\frac{5\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2} (-\frac{1}{3}) = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{6} \cot(-\frac{5\pi}{3}) \tan^3 \frac{67\pi}{4} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times -1 \\ &= \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\tan^3 \frac{17\pi}{4} = (-1)^3 = 1$$

ข้อ 2. จงหาค่าของ

$$\frac{\cos^2 \frac{5\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \frac{5\pi}{12} + \cos^2 \frac{7\pi}{6}}{3 \sin \frac{25\pi}{6} - 3 \tan \frac{13\pi}{4} + 2 \cos \frac{19\pi}{3}}$$

1. การใช้ข้อมูลผิด พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน

$\sin^2 \frac{5\pi}{12} + \cos^2 \frac{5\pi}{12} = 1$  แต่นักเรียนหาค่า  $\sin \frac{5\pi}{12}$  และ  $\cos \frac{5\pi}{12}$  ก่อนแล้วจึงนำไปแทนค่าในโจทย์

1.2 ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหาและใช้ข้อมูลอื่นที่ไม่

เกี่ยวข้องมาทดแทน

1.3 ทำผิดคำสั่งโดยหาค่าตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการหาค่าของ

$\sin \frac{5\pi}{12}$ ,  $\cos \frac{5\pi}{12}$ ,  $\sin \frac{5\pi}{12}$  และ  $\cos \frac{7\pi}{6}$

1.4 นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง

เปลี่ยนมุมในหน่วยเรเดียนเป็นองศา (แต่ก็ไม่ได้หาค่าของ

ฟังก์ชันตรีโกณมิติต่อ)

1.5 ละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล

นักเรียนแทนค่าของ  $\sin \theta$  หรือ  $\cos \theta$  เลย ซึ่งค่าที่นำมาแทนไม่เท่ากับค่าของ  $\sin \theta$  หรือ  $\cos \theta$  ในตำแหน่งนั้น ๆ ซึ่งอาจแสดงว่านักเรียนสับสนก็ได้ เช่น

$$\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}, \quad \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{3-1}{2\sqrt{2}}$$

ที่ถูกต้อง  $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$  และ  $\sin \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

2.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้

นักเรียนจะเปลี่ยนมุมจากหน่วยเรเดียนให้เป็นหน่วยองศา

จึงหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่น ๆ

2.3 อ่านและเขียนกราฟไม่ถูกต้อง ไม่พบข้อบกพร่อง

3. บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.1 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข ไม่พบข้อบกพร่อง

3.2 ใช้กฎไม่ถูกต้อง จำสูตรผิด ใช้สัญลักษณ์ผิด

หาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง ให้อยู่ในรูป  
ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่  
ถึง  $\pi$  ไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned}
 \text{เช่น } \sin^2 \frac{5\pi}{6} &= \sin^2 \left( \pi - \frac{5\pi}{6} \right) \\
 \cos^2 \frac{7\pi}{6} &= \cos^2 \left( \frac{7\pi}{6} - \pi \right) \\
 \cos \frac{19\pi}{3} &= \cos \frac{\pi}{3} \\
 \sin \frac{5\pi}{12} &= \sin \frac{\pi}{12} \\
 \cos \frac{5\pi}{12} &= \cos \frac{\pi}{12} \\
 \sin \frac{2\pi}{3} &= 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 \tan \frac{7\pi}{6} &= -\frac{1}{\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

### 3.3 ประยุกต์ใช้นิยามผัดเจ็อนไซ

นักเรียนไม่สามารถนำนิยาม  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$  มาประยุกต์ใช้กับ  $\sin^2 \frac{5\pi}{12}$  กับ  $\cos^2 \frac{5\pi}{12}$  และ  $\sin^2 \frac{5\pi}{6}$  กับ  $\cos^2 \frac{7\pi}{6}$  ได้อย่างถูกต้อง

4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

#### 4.1 ขั้นตอนถูกต้องแต่บกพร่องในการคำนวณ

นักเรียนเข้าใจขั้นตอนในการทำโจทย์และทำได้ถูก แต่ข้อมูลที่ใช้นั้นไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned}
 \text{เช่น } \cos^2 \frac{5\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \frac{5\pi}{12} + \cos^2 \frac{7\pi}{6} \\
 = \left( \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} + \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \\
 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

( ที่ถูกต้อง  $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$  และ  $\sin \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$  )

#### 4.2 ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก

$$\begin{aligned}
 \text{นักเรียนให้ } \sin^2 \frac{5\pi}{6} &= \sin^2 \frac{\pi}{6} \\
 \cos^2 \frac{7\pi}{6} &= \cos^2 \frac{\pi}{6} \text{ ที่ถูกต้องคือ } \left( -\cos \frac{\pi}{6} \right)^2 \\
 \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \cos^2 \frac{7\pi}{6} &= \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2
 \end{aligned}$$

5. บกพร่องในเทคนิคการทำ พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

#### 5.1 บกพร่องในการคิดคำนวณ

นักเรียนไม่ได้พิจารณาให้รอบคอบว่าค่าที่ได้เกิดจากการบวกลบ

หรือคุณ เช่น 
$$\begin{aligned}
 &\left( \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \right) + \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \\
 &= \frac{3+1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{3-1}{8} - \frac{3}{4} = -1
 \end{aligned}$$

#### 5.2 บกพร่องในการใช้ข้อมูล

นักเรียนแทนค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned}
 \text{เช่น } \sin \frac{5\pi}{12} &= \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \\
 \cos \frac{5\pi}{12} &= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \\
 \cos \frac{5\pi}{12} &= -1 \\
 \tan \frac{13\pi}{12} &= -1
 \end{aligned}$$

ข้อ 3. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

$$3.1 \quad \cos x + 1 = \sin^2 x \quad \text{เมื่อ } 0 < x < 2\pi$$

$$3.2 \quad 3\sec^2 x = 2\tan x + 4 \quad \text{เมื่อ } 0^\circ < x < 360^\circ$$

1. การใช้ข้อมูลผิด พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน ไม่พบ

ข้อบกพร่อง

1.2 ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหาและใช้ข้อมูลที่ไม่

เกี่ยวข้องมาทดแทน ไม่พบข้อบกพร่อง

1.3 ทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ

โจทย์สั่งให้แก้สมการ แต่นักเรียนพยายามนิสูตรเอกลักษณ์

1.4 นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง ไม่พบ

ข้อบกพร่อง

1.5 ละเลยข้อกำหนดละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล ไม่พบ

ข้อบกพร่อง

2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

2.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้

ไม่เข้าใจว่า  $x$  ที่ติดอยู่กับฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นตัวแปรที่โจทย์ต้องการให้หา

2.3 เขียนกราฟไม่ถูกต้อง ไม่พบข้อบกพร่อง

2.4 อ่านกราฟไม่ถูกต้อง ไม่พบข้อบกพร่อง

3. บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม

3.1 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข ไม่พบข้อบกพร่อง

3.2 ใช้กฎ สูตร สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ไม่พบข้อบกพร่อง

3.3 ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข ไม่พบข้อบกพร่อง

4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา พบข้อบกพร่องดังรายละเอียด

ต่อไปนี้

4.1 ขั้นตอนถูกต้องแต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์ต้องการ

4.1.1 โจทย์ต้องการให้หาค่า  $x$  จากสมการ นักเรียนนิสูตรเอกลักษณ์แทน

4.1.2 นักเรียนหาค่า  $x$  จากสมการที่กำหนดให้ไม่ครบทุกข้อ

4.1.3 โจทย์ต้องการคำตอบในหน่วยเรเดียนนักเรียนตอบในหน่วยองศา

4.1.4 โจทย์ต้องการคำตอบในหน่วยองศานักเรียนตอบในหน่วยเรเดียน

4.1.5 เขียนคำตอบผิด คือเขียนเป็น

$$\{ x/x = \frac{\pi}{2}, \quad , \frac{3\pi}{2} \}$$

$$\{ x/x = 45^\circ \text{ หรือ } 225^\circ \text{ หรือ } -\frac{1}{3}\tan^{-1} \}$$

$$\{ x/ \text{ ถ้า } \cos x = 0 \text{ แล้ว } x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \text{ หรือ}$$

$$\text{ถ้า } \cos x = -1 \text{ แล้ว } x = \pi, 2\pi \}$$

$$\{ x/ \text{ ถ้า } \tan x = -\frac{1}{3} \text{ แล้ว } x = -\frac{1}{3}\tan^{-1}$$

$$\text{หรือ } \tan x = 1 \text{ แล้ว } x = 45^\circ, 225^\circ \}$$

4.2 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ ไม่พบข้อบกพร่อง

4.3 ขั้นตอนถูกต้อง แต่บกพร่องในการคิดคำนวณ ไม่พบข้อบกพร่อง

4.4 ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก

นักเรียนแสดงขั้นตอนการคำนวณผิด แต่สามารถหาค่า  $x$  จาก

สมการได้ถูกต้องในขั้นสุดท้าย

5. บกพร่องในเทคนิคการทำ ไม่พบข้อบกพร่อง

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อ 4. จงเขียนกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้ แล้วพิจารณา รายละเอียดดังนี้

1. ช่วงใดที่ ฟังก์ชันตรีโกณมิติมีค่าเพิ่มขึ้น
2. ช่วงใดที่ ฟังก์ชันตรีโกณมิติมีค่าลดลง

เมื่อ

4.1  $y = \sin(2\pi x + x)$

4.2  $y = \tan x$  เมื่อ  $-\pi < x < \pi$

1. การใช้ข้อมูลผิด ไม่พบข้อบกพร่อง
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา พบข้อบกพร่องดังรายละเอียดต่อไปนี้
  - 2.1 ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ไม่พบ

ข้อบกพร่อง

2.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ ไม่พบข้อบกพร่อง

2.3 เขียนกราฟไม่ถูกต้อง

2.3.1 นักเรียนเขียนกราฟ  $y = \sin(2\pi + x)$  ไม่ได้ โดยให้เหตุผลว่าข้อมูลไม่เพียงพอ

2.3.2 นักเรียนไม่กำหนดโดเมนของฟังก์ชันตามที่โจทย์กำหนด ให้ก่อนจึงเขียนกราฟ แต่เขียนกราฟในช่วง  $[-2\pi, 2\pi]$

2.3.3 นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันโคแทนเจนต์แทนฟังก์ชันแทนเจนต์

2.4 นักเรียนอ่านกราฟไม่ถูกต้อง (และบางคนไม่อ่านเลย) เช่น

2.4.1 กราฟของฟังก์ชันซายน์จะเพิ่มในช่วงควอดรันต์ที่ 1 กับควอดรันต์ที่ 4

2.4.2 กราฟของฟังก์ชันซายน์จะลดในช่วงควอดรันต์ที่ 2 กับควอดรันต์ที่ 3

2.4.3 กราฟของฟังก์ชันแทนเจนต์จะเพิ่มในช่วงควอดรันต์ที่ 1 กับควอดรันต์ที่ 2

2.4.4 กราฟของแทนเจนต์จะลดในช่วงควอดรันต์ที่ 3 กับควอดรันต์ที่ 4

ตอนที่ 2 ความถี่ของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย  
จำแนกตามเกณฑ์ข้อผิดพลาดในแต่ละด้าน รายละเอียดแสดงในตารางที่ 2 ถึง  
ตารางที่ 4

ตารางที่ 2 ความถี่ของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ภาคตัดกรวย"

เกณฑ์ข้อบกพร่อง	ข้อ				รวม
	1	2	3	4	
1. การใช้ข้อมูลผิด (Misused data)	113	2	58	22	195
1.1 นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน	-	-	-	-	-
1.2 ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการ แก้ปัญหาและใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง มาทดแทน	42	-	7	15	64
1.3 ทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ ต้องการ	15	2	6	7	30
1.4 นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง	33	-	21	-	54
1.5 ละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล	23	-	24	-	47
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (Misinterpreted Language)	18	8	65	47	138
2.1 ตีความจากประโยคภาษามาเป็น ประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	-	8	17	25	50
2.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้	18	-	16	-	34
2.3 เขียนกราฟไม่ถูกต้อง	-	-	32	12	44
2.4 อ่านกราฟไม่ถูกต้อง	-	-	-	10	40

ตารางที่ 2 ความถี่ของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ภาคตัดกรวย" (ต่อ)

เกณฑ์ข้อบกพร่อง	ข้อ				รวม
	1	2	3	4	
3. บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (Distorted Theorem or Definition)	56	67	53	9	187
3.1 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข	16	-	-	-	16
3.2 ใช้กฎ สูตร สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง	16	40	36	9	101
3.3 ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข	24	27	17	-	68
4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)	71	37	23	62	193
4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่ โจทย์กำหนด	-	5	-	-	5
4.2 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบไม่เป็น ผลสำเร็จ	39	11	13	26	89
4.3 ขั้นตอนถูกต้อง แต่บกพร่องในการ คิดคำนวณ	32	21	-	36	89
4.4 ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก	-	-	10	-	10
5. บกพร่องในเทคนิคการทำ (Technical Error)	91	101	11	49	251
5.1 บกพร่องในการคิดคำนวณ	40	34	5	18	97
5.2 บกพร่องในการใช้ข้อมูล	24	40	-	15	79
5.3 บกพร่องในหลักพีชคณิตเบื้องต้น	28	27	6	14	75



จากตารางที่ 2 เมื่อพิจารณาโดยส่วนรวม พบว่า ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ภาคตัดกรวย" เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในเทคนิคการทำ (251) ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (193) การใช้ข้อมูลผิด (195) บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (185) ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (138)

เมื่อพิจารณารายละเอียดของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยเรียงลำดับข้อย่อยของความถี่จากมากไปหาน้อย ปรากฏผลดังนี้ คือ

1. การใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหาและใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาทดแทน (64) นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง (54) ละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล (47) และทำผิดพลาดโดยการหาคำตอบที่ไม่ต้องการ (30)

2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (Misinterpreted Language) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง (50) เขียนกราฟไม่ถูกต้อง (49) ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ (34) อ่านกราฟไม่ถูกต้อง (10)

3. บิดเบือน ทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (Distorted Theorem or Definition) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ใช้กฎสูตรสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง (101) ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข (68) ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข (16)

4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ขั้นตอนถูกต้อง แต่บกพร่องในการคิดคำนวณ (89) ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ (89) ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก (10) ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์กำหนด (5)

5. บกพร่องในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ข้อบกพร่องในหลักพีชคณิตเบื้องต้น (97) ข้อบกพร่องในการใช้ข้อมูล (79) บกพร่องในการคิดคำนวณ (75)

ตารางที่ 3 ความถี่ของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ตรีโกณมิติ"

เกณฑ์ข้อบกพร่อง	ข้อ				รวม
	1	2	3	4	
1. การใช้ข้อมูลผิด (Misused data)	24	61	17	-	102
1.1 นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน	9	32	-	-	41
1.2 ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการ แก้ปัญหาและใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง มาทดแทน	6	-	-	-	6
1.3 ทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ ต้องการ	-	5	17	-	22
1.4 นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง	9	4	-	-	13
1.5 ละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล	-	20	-	-	20
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (Misinterpreted Language)	18	19	17	89	143
2.1 ตีความจากประโยคภาษามาเป็น ประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	-	-	-	-	-
2.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้	18	19	17	5	59
2.3 เขียนกราฟไม่ถูกต้อง	-	-	-	35	35
2.4 อ่านกราฟไม่ถูกต้อง	-	-	-	49	49
3. บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (Distorted Theorem or Definition)	39	58	-	-	97
3.1 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข	-	-	-	-	-
3.2 ใช้กฎ สูตร สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง	39	34	-	-	73
3.3 ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข	-	24	-	-	24

ตารางที่ 3 ความถี่ของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ตรีโกณมิติ" (ต่อ)

เกณฑ์ข้อบกพร่อง	ข้อ				รวม
	1	2	3	4	
4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)	40	41	46	-	127
4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่ โจทย์กำหนด	-	-	39	-	39
4.2 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบไม่เป็น ผลสำเร็จ	-	3	-	-	3
4.3 ขั้นตอนถูกต้อง แต่บกพร่องในการ คิดคำนวณ	33	25	-	-	58
4.4 ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก	7	13	7	-	27
5. บกพร่องในเทคนิคการทำ (Technical Error)	85	77	-	-	162
5.1 บกพร่องในการคิดคำนวณ	28	39	-	-	67
5.2 บกพร่องในการใช้ข้อมูล	38	38	-	-	76
5.3 บกพร่องในหลักพีชคณิตเบื้องต้น	19	-	-	-	19

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 3 เมื่อพิจารณาโดยส่วนรวม พบว่า ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ตรีโกณมิติ" เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในเทคนิคการทำ (162) มุ่งการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (127) ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (143) การใช้ข้อมูลผิด (102) บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (97)

เมื่อพิจารณารายละเอียดของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยเรียงลำดับข้อย่อยความถี่จากมากไปหาน้อย ปรากฏผลดังนี้ คือ

1. การใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน (41) ทำผิดคำสั่งโดยการหาคำตอบที่ไม่ต้องการ (22) ละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล (20) นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้อง (13) ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหาและใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาทดแทน (6)

2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (Misinterpreted Language) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ อ่านกราฟไม่ถูกต้อง (49) ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ (59) เขียนกราฟไม่ถูกต้อง (35)

3. บิดเบือน ทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (Distorted Theorem or Definition) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ใช้กฎสูตรสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง (73) ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข (24)

4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ขั้นตอนถูกต้อง แต่บกพร่องในการคิดคำนวณ (58) ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์กำหนด (39) ขั้นตอนแต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์กำหนด (39) ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก (27) ขั้นตอนถูกต้อง ถูกต้อง แต่คำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ (3)

5. บกพร่องในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ข้อบกพร่องในข้อบกพร่องในการใช้ข้อมูล (76) บกพร่องในการคิดคำนวณ (64) หลีกเลี่ยงคิดเบื้องต้น (17)

ตารางที่ 4 ความถี่ของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เกณฑ์ข้อบกพร่อง	เรื่อง		รวม
	ภาคตัดกรวย	ตรีโกณมิติ	
1. การใช้ข้อมูลผิด (Misused Data)	195	102	297
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (Misinterpreted Language)	138	143	281
3. บิดเบือนทฤษฎี ฎ สสูตร และนิยาม (Distorted Theorem or Definition)	185	97	282
4. ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)	193	127	320
5. บกพร่องในเทคนิคการทำ (Technical Error)	259	162	413

จากตารางที่ 4 เมื่อพิจารณาโดยส่วนรวม พบว่า ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในเทคนิคการทำ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา การใช้ข้อมูลผิด บิดเบือนทฤษฎี ฎ สสูตร และนิยาม และข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การทำวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยมุ่งศึกษาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร เกี่ยวกับการใช้ข้อมูล การตีความด้านภาษา การใช้ทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม การตรวจสอบในระหว่างแก้ปัญหา และเทคนิคการทำแบบสอบ

กลุ่มตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร จำนวน 80 คน ได้จากการสุ่มแบบแบ่งชั้นหลายขั้นตอน (Multi-Stage Stratified Random Sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ภาคตัดกรวย" และ เรื่อง "ตรีโกณมิติ"

การพิจารณาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ใช้เกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ของ นิตสา โมวัชชีวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Nitsa Movshovitz-Hadar and other)

แบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง "ภาคตัดกรวย" จำนวน 4 ข้อ มีค่าความยากง่ายของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.47-0.56 ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.71-0.80 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเป็น 0.92

แบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง "ตรีโกณมิติ" จำนวน 4 ข้อ มีค่าความยากง่ายของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.45-0.57 ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.65-0.70 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเป็น 0.96

การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างประชากรด้วยตนเอง ได้กลุ่มตัวอย่างประชากรนักเรียน 70 คน คิดเป็นร้อยละ 87.50 นำมาวิเคราะห์ โดยตรวจนับความถี่ของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยในแต่ละด้าน แล้วนำเสนอในรูปแบบตารางประกอบความเรียง

### สรุปผลการวิจัย

1. เมื่อพิจารณาโดยส่วนรวมของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ภาคตัดกรวย" เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในเทคนิคการทำ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา การใช้ข้อมูลผิด บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา

เมื่อพิจารณารายละเอียดของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรียงลำดับข้อย่อยของความถี่จากมากไปหาน้อย ปรากฏผลดังนี้ คือ

1.1 การใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหาและใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาทดแทน นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง ละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล และทำผิดพลาดโดยการหาคำตอบที่ไม่ต้องการ

1.2 ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (Misinterpreted Language) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง เขียนกราฟไม่ถูกต้อง ไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ อ่านกราฟไม่ถูกต้อง

1.3 บิดเบือน ทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (Distorted Theorem or Definition) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ใช้กฎสูตรสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข ประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข

1.4 ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ขั้นตอนถูกต้องแต่ข้อบกพร่องในการคิดคำนวณ ขั้นตอนถูกต้องแต่คำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก ขั้นตอนถูกต้องแต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์กำหนด

1.5 บกพร่องในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในหลักพีชคณิตเบื้องต้น บกพร่องในการใช้ข้อมูล บกพร่องในการคิดคำนวณ

2. เมื่อพิจารณาโดยส่วนรวมของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ตรีโกณมิติ" เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในเทคนิคการทำ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา การใช้ข้อมูลผิด บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม

เมื่อพิจารณารายละเอียดของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรียงลำดับข้อย่อยความถี่จากมากไปหาน้อย ปรากฏผลดังนี้ คือ

2.1 การใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทนทำผิดพลาดโดยการทำคำตอบที่ไม่ต้องการ ละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล นำข้อมูลที่

กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้อง ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา และใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาทดแทน

2.2 ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (Misinterpreted Language) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ อ่านกราฟไม่ถูกต้อง ไม่เข้าใจ ความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เขียนกราฟไม่ถูกต้อง

2.3 บิดเบือน ทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (Distorted Theorem or Definition) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ใช้กฎสูตร สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ประยุกต์ใช้นิยามผิดจากเงื่อนไข

2.4 ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ขั้นตอนถูกต้อง แต่บกพร่อง ในการคิดคำนวณ ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์กำหนด ขั้นตอน แต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์กำหนด ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก ขั้นตอนถูกต้องถูกต้อง แต่คำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ

2.5 บกพร่องในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีข้อบกพร่อง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในการใช้ข้อมูล บกพร่องในการ คิดคำนวณ หลักนิชคณิตเบื้องต้น

3. เมื่อพิจารณาโดยส่วนรวมของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์ แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในเทคนิคการทำ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา การใช้ข้อมูลผิด บิดเบือนทฤษฎีกฎ สูตร และนิยาม และข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา

### อภิปรายผล

จากการวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า นักเรียนบกพร่องในด้านต่าง ๆ เรียงลำดับจากความถี่มากไปหาน้อยดังนี้

นักเรียนบกพร่องในด้านเทคนิคการทำมากที่สุด ทั้งนี้เพราะนักเรียนบกพร่องในการคิดคำนวณ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อุไรวรรณ ทัศนบุตร (2523 : 108 -109) ที่พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ ไม่เข้าใจกระบวนการบวก ลบเศษส่วน ไม่เข้าใจกระบวนการคูณหารเศษส่วน และบกพร่องในการทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ ที่พบว่านักเรียนสับสนกระบวนการในการหา.ร.น. ของส่วน และนักเรียนยังบกพร่องในหลักนิชคณิตเบื้องต้น เช่น กระจาย  $(a + b)^2$  ไม่ถูกต้อง จัดรูปพหุนามเมื่อยกกำลังสองให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ไม่ถูกต้อง และการบวกลบคูณและหารจำนวนเต็มที่มีเครื่องหมายต่างกันไม่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วรณดี ชุณหวิทยานนท์ (2524 : 59-65) ที่พบว่านักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน



คณิตศาสตร์ ในเรื่องโพลีโนเมียล ส่วนใหญ่มีสาเหตุมาจาก ไม่เข้าใจทักษะการคำนวณ ลับสนเรื่องเครื่องหมาย และไม่เข้าใจคุณสมบัติการแจกแจง และสอดคล้องกับงานวิจัยของจินดา ลิมถาวรศิริพงศ์ (2525 : 26 - 122) ที่พบว่า นักเรียนบกพร่องเรื่องการลบจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ และไม่เข้าใจ แนวคิดเรื่องการลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก นอกจากนี้นักเรียนยังบกพร่องในการใช้ข้อมูล เช่นนักเรียนนำค่าที่กำหนดไว้ในโจทย์มาใช้ไม่ถูกต้อง ตัวอย่าง เช่น นำจุดกึ่งกลางคอร์ด ซึ่งโจทย์ไม่ได้กำหนดว่าเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุด ไปใช้เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม นักเรียนไม่สามารถเลือกสมการเส้นโค้งให้สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง และนักเรียนไม่สามารถบอกโคออร์ดิเนตของจุดยอด จุดโฟกัสของพาราโบลา วงรีหรือไฮเพอร์โบลาที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง และแทนค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง

ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยรองลงมา ได้แก่ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา สาเหตุจาก ขั้นตอนถูกต้องแต่บกพร่องในการคิดคำนวณ เช่น หาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุดไม่ถูกต้อง แก้สมการผิด ถอดรากที่สองผิด และใช้คุณสมบัติการเท่ากันในการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง นอกจากนี้ขั้นตอนถูกต้องแต่คำตอบผิดไปจากที่โจทย์กำหนด เช่น โจทย์ต้องการให้หาค่าตัวแปรจากสมการ แต่นักเรียนนิสูลจน์เอกลักษณ์แทน (ในเรื่อง "ตรีโกณมิติ" ข้อ 3) และโจทย์ให้หาสมการของเส้นโค้ง แต่นักเรียนหาเพียงส่วนประกอบของเส้นโค้ง และนักเรียนทำขั้นตอนถูกต้องแต่คำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ (ในเรื่อง "ภาคตัดกรวย") ตัวอย่างเช่นตอบในรูปของ  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$  หรือ  $(y-5)^2 = 4c(x+3)$  โดยไม่ได้แทนค่า  $c$  ก่อนตอบ

ข้อบกพร่องในด้านการใช้ข้อมูล เพราะนักเรียนทำผิดคำสั่งโดยการหาคำตอบที่ไม่ต้องการ เช่น หาสมการวงกลม พาราโบลา วงรี หรือไฮเพอร์โบลา ที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  ทั้ง ๆ ที่สมการที่กำหนดให้เป็นสมการเส้นโค้งที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h,k)$  และนักเรียนเปลี่ยนมุมจากหน่วยองศาเป็นหน่วยเรเดียนก่อนจึงหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่โจทย์กำหนดให้ และนักเรียนยังละเลยข้อกำหนดที่จำเป็นก่อนใช้ข้อมูล เช่นควรกำหนดจุดใด ๆ บนเส้นโค้งก่อนนำไปแทนค่าในสมการเส้นโค้งที่กำหนดให้ หรือกำหนดค่าที่จะนำไปแทนในฟังก์ชันตรีโกณมิติก่อนจึงแทนค่าในโจทย์ที่กำหนด นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้อง เช่น หาความยาวคอร์ดใด ๆ ที่อยู่ในวงกลม หาระยะตั้งฉากระหว่างจุดปลายคอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม หาสมการทั่วไปของพาราโบลาจากสมการทั่วไปของไฮเพอร์โบลา หาระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลางถึงจุดเริ่มต้น และหาสมการของวงรีทั้งในกรณีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกนที่ขนานกับแกน  $x$  และแกน  $y$  แต่โจทย์ต้องการเพียงสมการเดียวเท่านั้น

ข้อบกพร่องในด้านบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม เพราะนักเรียน ใช้กฎ สูตรสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ประยุกต์ใช้ทฤษฎีและนิยามผิดจากเงื่อนไข เช่น นักเรียนใช้สูตร เพื่อหาสมการวงกลม พาราโบลา วงรีและไฮเพอร์โบลาไม่ถูกต้อง และนักเรียนประยุกต์ ทฤษฎีวงกลมมาใช้เพื่อหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมได้ไม่ถูกต้อง นอกจากนี้ นักเรียน ยังใช้กฎของฟังก์ชันตรีโกณมิติไม่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปราโมทย์ มากชู (2528:491) ที่พบว่า นักเรียนที่เก่งคณิตศาสตร์ทำข้อผิดพลาดในการประยุกต์มาก

ข้อบกพร่องในด้านข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา เพราะนักเรียนไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เช่น สัญลักษณ์แทนฟังก์ชันตรีโกณมิติ จึงทำให้หาค่าของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติไม่ถูกต้อง นักเรียนบางคนสามารถเขียนกราฟได้ถูกต้องแต่ไม่สามารถอ่านกราฟ ได้และนักเรียนไม่สามารถแปลความจากโจทย์โดยพิจารณาได้จากที่นักเรียนไม่สามารถบอก ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

### ข้อเสนอแนะ

#### ข้อเสนอแนะทั่วไป

ครูคณิตศาสตร์ควรจะให้ให้นักเรียนทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เพื่อ

1. ฝึกให้นักเรียนตีความโจทย์ปัญหาและใช้ข้อความที่ระกัศรัดเหมาะสม
2. ฝึกลำดับขั้นตอนการคิด
3. ฝึกความละเอียดรอบคอบในระหว่างการทำโจทย์ และรู้จักเชื่อมโยง

ข้อมูลที่กำหนดให้ตามลำดับ

4. ฝึกการประยุกต์ใช้ทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม ต่าง ๆ

#### ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรได้นำเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องของนักเรียนไปใช้ในการ วิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียน ในหัวข้ออื่น ๆ
2. ควรมีการวิจัยโดยการแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามระดับความสามารถ ในการเรียนแล้วพิจารณารูปแบบของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย