บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

จากการศึกษาหลักฐานทางประวัติศาสตร์พบว่า มนุษย์มีการสื่อความหมายและการนับจำนวนมาตั้งแต่สมัยโบราณ การสื่อความหมายด้านจำนวนระยะแรกจะเป็นการนับสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะไม่ซับซ้อน ต่อมาจึงเริ่มมีการใช้สัญลักษณ์ เช่น ตัวเลข เครื่องหมาย เขียนแทนจำนวน แต่เนื่องจากจำนวนมีลักษณะเป็นนามธรรมที่บ่งบอกถึงปริมาณของวัตถุซึ่งไม่สามารถจับต้องหรือมองเห็นได้ ดังนั้นมนุษย์เราจึงต้องใช้ความคิดชนิดสมเหตุสมผลในการเรียนรู้และเข้าใจโครงสร้างของจำนวน ด้วยเหตุนี้เด็กก่อนวัยเรียนจึงมักประสบปัญหาในการเรียนรู้เกี่ยวกับจำนวน เพราะเด็กยังมีการคิดแบบรูปธรรม กล่าวคือ เด็กมักจะตัดสินจำนวนตามสิ่งที่ปรากฏตรงหน้าซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่ได้จากการมองเพียงด้านเดียว ทำให้เด็กไม่สามารถใช้เหตุผลในการเรียนรู้เรื่องจำนวน

พีอาเจท์ (Piaget) เป็นผู้หนึ่งที่ศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการด้านจำนวน และตั้งทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิด (Theory of cognitive development) ที่เป็นระบบสมบูรณ์ที่สุดในปัจจุบัน (Goldschmid 1967: 1229) พีอาเจท์ (Piaget 1965: 174) เชื่อว่าเด็กไม่ได้รับมโนทัศน์ด้านจำนวนจากการเรียนการสอนเท่านั้น แต่จะพัฒนาด้วยตัวของเขาเองอย่างเป็นอิสระตามธรรมชาติ กล่าวคือ ก่อนที่เด็กจะได้รับการศึกษาเรื่องจำนวนอย่างเป็นทางการ เด็กส่วนใหญ่จะเคยผ่านประสบการณ์ด้านจำนวนจากการเรียนรู้ด้วยตนเอง มีคนแนะนำ (Flavell 1985: 63) หรือจากการมีปฏิสัมพันธ์กับคนใกล้ชิด (Wolf 1964, cited by Almy and associates 1970: 22) และเกิดทักษะในการคิดปฏิบัติการด้านจำนวนอย่างช้า ๆ ตามขั้นพัฒนาการที่แตกต่างกันเป็นรายบุคคล โดยเริ่มจากจำนวนที่มีค่าน้อยไปยังจำนวนที่มีค่ามากกว่า (Piaget 1960, cited by Flavell 1977: 96) ตัวอย่างเช่น เด็กจะมีความสามารถในการจัดอันดับ (ordination) ก่อนมีความสามารถด้านการนับจำนวน (cardination) (Brainered 1973: 101-109)

มีนักจิตวิทยาทางการรู้คิดหลายท่านเชื่อว่าเด็กก่อนวัยเรียนขาดความสามารถในการคิดเชิงนามธรรม เช่น เมื่อให้เด็กเลือกภาพตามการมองเห็นของคนที่นั่งอยู่ตรงหน้าของตนเอง เด็กจะเลือกภาพตามการมองเห็นของตนเอง (Piaget and Inhelder 1956, cited by Gelman 1979: 900) ซึ่งขัดแย้งกับผลการศึกษาในช่วงต่อมาที่พบว่า เด็กสามารถเลือกใช้คำพูดได้เหมาะสมกับวัยของผู้ฟัง (Shatz and Gelman 1973, cited by Gelman 1979: 900) สามารถแยกการรับรู้ของตนกับผู้อื่น (Lempers, Flavell and Flavell 1977, cited by Gelman 1979: 900) และสามารถอธิบายการรับรู้ของตนเองต่อผู้อื่นได้ (Gelman 1978, Shatz 1978, cited by Gelman 1979: 901) การที่เด็กสามารถแยกความคิดของตนเองกับผู้อื่นและสามารถอธิบายการรับรู้ของตนเองต่อผู้อื่นได้นั้นย่อมแสดงว่า เด็กมีความสามารถในการคิดปฏิบัติการด้านนามธรรมซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการเรียนรู้และทำความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวน

เกลแมน และกอลลิสเทล (Gelman and Gallistel 1978, cited by Flavell 1985: 63-73) เชื่อว่าเด็กก่อนวัยเรียนมีความสามารถในการนับจำนวน (number-abstraction abilities) และความสามารถในการให้เหตุผลทางจำนวน (numerical-reasoning principles) ซึ่งความสามารถนี้เป็นปัจจัยสำคัญในการกำหนดค่าของจำนวน การอนุมานการกระทำต่อค่าของจำนวน และเป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาความเข้าใจทักษะทางจำนวนที่ซับซ้อนขึ้นไป เช่น การอนุรักษ์จำนวน

การอนุรักษ์จำนวนเป็นความรู้ความเข้าใจ (cognition)ที่มีต่อคุณสมบัติความคงที่ของวัตถุ (Flavell 1966: 245-246) พีอาเจท์เชื่อว่าพัฒนาการของมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์จะเกิดเป็นลำดับขั้นตามธรรมชาติ ไม่สามารถเร่งหรือฝึกให้เกิดเป็นพัฒนาการที่ถาวรได้ (Smedslund, อ้างจาก อรนุช หลิมประเสริฐ 2520: 16) การอนุรักษ์สามารถแยกย่อยได้หลายอย่าง แต่ละอย่างจะเกิดขึ้นไม่พร้อมกัน ซึ่งตามปกติแล้วการอนุรักษ์จำนวน (conservation of number) จะเกิดเป็นอันดับแรก ตามด้วยการอนุรักษ์มวลสาร การอนุรักษ์พื้นที่ และการอนุรักษ์ปริมาตรจะเกิดหลังสุด (Cowan 1978: 203; Copeland 1970: 122) อย่างไรก็ตามช่วงอายุของการเกิดมโนทัศน์การอนุรักษ์แต่ละด้านจะเปลี่ยนแปลงไปตามสภาพแวดล้อม สังคม และวัฒนธรรมของเด็กด้วย (Ginsburg and Opper 1969: 152-153)

มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาจำนวนมากได้ศึกษาแนวคิดของพีอาเจท์ โดยเฉพาะมโนทัศน์ด้านจำนวนซึ่งเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่สุด เพราะเป็นมโนทัศน์ที่ใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ (โฮวอร์ด เอฟ. แฟร์ 2509: 9; วิชัย ชำนิ 2519: 2; อมรรัตน์ สุทธิพินิจธรรม 2527: 3) และพบผลที่หลากหลาย เช่นพบว่า เด็กอายุ $2\frac{1}{2}$ ปี มีความเข้าใจกฎการนับและสามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับจำนวนได้ (Gelman and Gallistel 1978, cited by Gelman 1979: 901) เด็กอายุ 3-4 ปี มีความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและสามารถคิดปฏิบัติการต่อจำนวนในลักษณะที่มีการเปลี่ยนแปลงได้ (Strang 1962 อ้างจาก รัชนี คบคงสันติ 2522: 7; Gelman 1972: 75-90) เด็กอายุ 4-5 ปี เริ่มมีความเข้าใจปัญหาการอนุรักษ์จำนวนและสามารถอนุรักษ์จำนวนได้ (Rothenberg 1969: 383-406; Siegel 1969: 175; Lloyd 1971: 415-428; Winer 1974: 839-842; LaPointe 1975: 139) ซึ่งผลการศึกษานี้มีความขัดแย้งกับแนวคิดเดิมของพีอาเจท์ที่เชื่อว่า เด็กอายุ 6-$7\frac{1}{2}$ ปีขึ้นไป จึงจะมีมโนทัศน์ด้านจำนวนอย่างแท้จริง กล่าวคือ เด็กจะสามารถใช้เหตุผลในการตัดสินจำนวน โดยเฉพาะปัญหาด้านการอนุรักษ์จำนวนได้ถูกต้อง แม้ว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงความยาว (length) หรือความแน่นทึบ (density) ก็ตาม

จากผลการศึกษาเกี่ยวกับจำนวนที่เสนอมาแล้วนั้นจะเห็นได้ว่า ถึงแม้เด็กจะมีพัฒนาการด้านความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนแต่ละขั้นในช่วงอายุที่แตกต่างกัน แต่พัฒนาการด้านจำนวนของเด็กจะเป็นไปตามลำดับขั้นที่พีอาเจท์กำหนดไว้ ซึ่งพีอาเจท์เชื่อว่าความเข้าใจการอนุรักษ์ปริมาณจะเป็นจุดเริ่มต้นของความเข้าใจเรื่องจำนวนอย่างแท้จริง (Piaget 1952: 41-64) ปัญหาหนึ่งที่น่าสนใจก็คือ ก่อนที่เด็กจะมีความเข้าใจเรื่องการอนุรักษ์จำนวน เด็กมีความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเรื่องอื่นมาก่อนหรือไม่ ดังนั้นเพื่อเป็นการศึกษาข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับพัฒนาการทางจำนวนในเด็กไทย ผู้วิจัยจึงเลือกศึกษาเด็กที่ไม่มีความเข้าใจการอนุรักษ์จำนวนว่าจะมีความเข้าใจการลด การเพิ่ม และความคงที่ของจำนวนหรือไม่ โดยมุ่งศึกษาเปรียบเทียบในเด็กอายุ 3 ปี 4 ปี และ 5 ปี

แนวเหตุผลและทฤษฎีสำคัญ

พีอาเจท์นักจิตวิทยาชาวสวิสได้ศึกษาพัฒนาการของเด็ก โดยเฉพาะวัยเด็กตอนต้น และตั้งเป็นทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา และความคิดที่ได้รับการยอมรับว่าเป็นทฤษฎีที่มีระบบการศึกษาที่สมบูรณ์ที่สุดในปัจจุบัน พีอาเจท์เชื่อว่าปัจจัยสำคัญในการพัฒนาสติปัญญาและความคิดก็คือ การที่บุคคลมีปฏิสัมพันธ์ (interaction) กับสิ่งแวดล้อมตั้งแต่แรกเกิด สมองมีการจัดระบบ (organization) และการปรับตัว (adaptation) เพื่อทำให้เกิดความสมดุล (equilibrium) แนวคิดเกี่ยวกับความสมดุลนี้เป็นหลักสำคัญของทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดของพีอาเจท์ พีอาเจท์เชื่อว่าพัฒนาการทุกอย่างเกิดจากการจัดระบบภายใน (self-regulation) ซึ่งเป็นการทำงานผสมผสานกันระหว่างวุฒิภาวะ ประสบการณ์ และสภาพแวดล้อมทางสังคม เพื่อทำให้เกิดความสมดุล (วอดสเวทท์ 2520: 5; Silverman and Geringer 1973: 815)

ตามทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดของพีอาเจท์ คำว่า "สติปัญญา" (intelligence) หมายถึง ความสามารถในการปรับตัวเพื่อให้เกิดความสมดุล (equilibrium) ระหว่างบุคคลกับสิ่งแวดล้อม ในการปรับตัวบุคคลจะใช้กระบวนการ 2 กระบวนการ คือ กระบวนการดูดซึม (assimilation) และกระบวนการปรับโครงสร้าง (accomodation) กระบวนการทั้งสองจะเกิดเมื่อร่างกายหรือจิตใจอยู่ในสภาวะไม่สมดุล และจะเกิดควบคู่กันตลอดเวลา (Johnson and Medinus 1974: 159; Endler, Boulter and Classer 1976: 443)

พีอาเจท์ (Flavell 1963: 17; Brainerd 1978: 17-26) เชื่อว่าสติปัญญาประกอบด้วยโครงสร้าง (structure) การทำงาน (function) และเนื้อหา (content) ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

1. โครงสร้าง หมายถึง องค์ประกอบภายในสมองที่ถูกจัดระบบ (schemata) จากการทำงาน (function) และเนื้อหา (content) โครงสร้างทางสติปัญญาจะเปลี่ยนแปลงตามเนื้อหาและอายุ หน่วยของโครงสร้างจะเพิ่มขึ้นในแต่ละหน่วย (scheme) เมื่อบุคคลปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมด้วยกระบวนการสร้างความสมดุล ซึ่งเป็นกลไกที่ทำให้โครงสร้างเปลี่ยนแปลงหรือเกิดโครงสร้างใหม่ พีอาเจท์เชื่อว่าเนื้อหาและการทำงานช่วยในการสร้างโครงสร้างเท่านั้น

2. การทำงาน หมายถึง กระบวนการทำงานของสมอง เป็นกิจกรรมที่จำเป็นของพฤติกรรมทางปัญญาที่เกิดขึ้นแน่นอนในทุกระดับอายุ และไม่เปลี่ยนแปลงไปตามระดับอายุ ประกอบด้วยกระบวนการทำงาน 2 กระบวนการ คือ

2.1 กระบวนการดูดซึม (assimilation) หมายถึง กระบวนการที่อินทรีย์ดูดซึมประสบการณ์ต่าง ๆ จากสิ่งแวดล้อมเข้าไปในโครงสร้างความคิด (Ginsburg and Opper 1969: 24-25)

2.2 กระบวนการปรับโครงสร้าง (accommodation) หมายถึง กระบวนการที่อินทรีย์ปรับโครงสร้างทางความคิดเดิมให้เหมาะสมสอดคล้องกับประสบการณ์ใหม่ที่รับเข้ามา (Ginsburg and Opper 1969: 24-25)

3. เนื้อหา หมายถึง พฤติกรรมหรือเรื่องราวที่บุคคลสนใจ ซึ่งสะท้อนถึงพัฒนาการของโครงสร้างทางปัญญาของบุคคลในขณะนั้น เนื้อหาจะเปลี่ยนแปลงไปตามอายุและประสบการณ์ของแต่ละบุคคล

พีอาเจท์เชื่อว่า บุคคลมีพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดที่ต่อเนื่องเป็นขั้นตอนที่แน่นอน และเป็นไปตามลำดับก่อนหลัง ไม่สามารถข้ามขั้นได้ ทั้งนี้เพราะพัฒนาการขั้นแรกจะเป็นพื้นฐานของพัฒนาการขั้นต่อ ๆ ไป ซึ่งผลการวิจัยในระยะต่อ ๆ มาต่างสนับสนุนลำดับขั้นพัฒนาการของพีอาเจท์ และพบว่าทฤษฎีพัฒนาการของพีอาเจท์สามารถอธิบายพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดของเด็กต่างเชื้อชาติและวัฒนธรรมกันได้ พีอาเจท์ได้แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดออกเป็น 4 ขั้น ดังนี้ (Endler, Boulter and Classer 1976: 448-459; Brainerd 1978: 33-38)

1. ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory motor stage) พัฒนาการขั้นนี้เริ่มตั้งแต่แรกเกิดจนถึง 2 ขวบ เด็กแรกเกิดยังไม่มีกระบวนการคิดภายในสมอง ซึ่งพัฒนาการทางความคิดจะแสดงออกมาในรูปของปฏิกิริยาสะท้อน (reflex) ต่อสิ่งเร้า เด็กจะเริ่มรู้จักการใช้การเคลื่อนไหวกล้ามเนื้อสำรวจสิ่งแวดล้อมรอบตัวซึ่งจะพัฒนาเป็นแบบแผนการคิดของเด็กต่อไป

2. ขั้นการคิดก่อนปฏิบัติการ (Preoperational stage) พัฒนาการขั้นนี้เริ่มตั้งแต่อายุ 2-7 ปี เด็กจะเริ่มคิดแบบง่าย ๆ โดยให้เหตุผลตามการรับรู้ และเริ่มใช้ภาษา

เลือกใช้สัญญาณ ตลอดจนมีความเข้าใจสัญลักษณ์ต่าง ๆ

3. ขั้นปฏิบัติการด้านรูปธรรม (Concrete operational stage) พัฒนาการขั้นนี้เริ่มตั้งแต่อายุ 7-11 ปี เด็กจะรู้จักคิดอย่างมีแบบแผนและมีเหตุผล (logical) ไม่ติดอยู่กับการรับรู้ (perception) ลักษณะการคิดที่สำคัญได้แก่ การคิดย้อนกลับ (reversibility) ซึ่งจะช่วยนำไปสู่การปฏิบัติการทางการคิดเชิงตรรกศาสตร์ (logical operation) และการแก้ปัญหาที่เป็นนามธรรมได้

4. ขั้นปฏิบัติการด้านนามธรรม (Formal operational stage) พัฒนาการขั้นนี้เริ่มตั้งแต่อายุ 11-15 ปี เป็นพัฒนาการขั้นสูงสุดของโครงสร้างทางปัญญา ความคิดของเด็กเริ่มเป็นแบบผู้ใหญ่ เด็กจะมีปฏิบัติการทางการคิดเชิงตรรกศาสตร์อย่างสมบูรณ์ ซึ่งมีผลทำให้เด็กสามารถแก้ปัญหาที่เป็นรูปธรรมและนามธรรมได้ รวมทั้งยังสามารถให้เหตุผลทางวิทยาศาสตร์และสร้างสมมติฐานในการแก้ปัญหาได้

พีอาเจท์ (Sund 1976: 6-9) กล่าวว่า องค์ประกอบในการพัฒนาการทางสติปัญญาที่สำคัญมี 4 ประการ คือ

1. วุฒิภาวะ (maturation) คือ การทำงานของระบบประสาทที่ถูกต้องเหมาะสมกับระดับอายุ เป็นการเปลี่ยนสภาพของการเปลี่ยนแปลงทางด้านร่างกาย โดยมียีนส์เป็นตัวกำหนดและเป็นลักษณะเฉพาะของแต่ละบุคคล

2. ประสบการณ์ (experience) คือ ผลจากการกระทำหรือการเรียนรู้ของแต่ละบุคคลกับสถานการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่ต่างกัน พีอาเจท์กล่าวว่าไม่มีการเรียนรู้ใดที่เกิดขึ้นโดยปราศจากประสบการณ์

3. การถ่ายทอดทางวัฒนธรรม (social transmission) เป็นการมีปฏิสัมพันธ์กับสังคม ทำให้เกิดพัฒนาวิธีการรับรู้และการแก้ปัญหาได้

4. ความสมดุล (equilibration) เป็นกระบวนการจัดระบบภายในตนเองโดยใช้กระบวนการดูดซึมเข้าสู่โครงสร้าง (assimilation) และกระบวนการปรับโครงสร้าง (accommodation) เพื่อทำให้สภาวะของความขัดแย้งหรือปัญหาอยู่ในสภาวะสมดุล (Sund 1976: 6-9; Flavell 1985: 44) กินสเบอร์ก และออปเปอร์ (Ginsburg and Opper 1969: 13) สรุปแนวคิดของพีอาเจท์ไว้ว่า สติปัญญาของคนเราเกิดจากการที่อินทรีย์ปรับตัวและจัดกระทำต่อสภาวะแวดล้อมเพื่อให้เกิดความสมดุล

มโนทัศน์ด้านจำนวน

มีนักจิตวิทยาหลายท่านเชื่อว่า มนุษย์น่าจะเริ่มพัฒนาความสามารถด้านจำนวนมาตั้งแต่ช่วงปีแรกของวัยทารก ดังเช่นผลการศึกษาของ สตาร์กี้ และคณะ (Starkey, Spelke and Gelman 1981, cited by Flavell 1985: 70) ที่พบว่า เมื่อให้เด็กอายุ 6-8 เดือน มองสไลด์สิ่งของภายในบ้าน 2 สิ่ง พร้อมกับตีกลอง และมองสไลด์ที่มีสิ่งของภายในบ้าน 3 สิ่ง พร้อมกับตีกลอง พบว่า เด็กทารกจ้องมองสไลด์ที่มีสิ่งของ 2 สิ่ง เมื่อได้ยินเสียงกลอง 2 ครั้ง นานกว่าเมื่อมองสิ่งของ 3 สิ่ง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และเด็กทารกจะจ้องมองสไลด์ที่มีสิ่งของ 3 สิ่ง เมื่อได้ยินกลอง 3 ครั้ง นานกว่าเมื่อมองสิ่งของ 2 สิ่ง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นย่อมแสดงให้เห็นว่าเด็กทารกมีความไวต่อมิติทางจำนวน และมีสภาวะภายในที่สามารถเข้าใจจำนวนได้โดยไม่ต้องใช้คำพูด ซึ่งเด็กจะค่อย ๆ พัฒนาความสามารถทางจำนวนด้วยตัวของเขาเองอย่างเป็นอิสระตามขั้นพัฒนาการที่แตกต่างกันเป็นรายบุคคล สแตรง (Strang 1962 อ้างจาก รัชนี คบคงสันติ 2522: 7) เชื่อว่าเด็กอายุ 2 ขวบ จะรู้จักเฉพาะสิ่งของที่มีจำนวน "หนึ่ง" ถ้ามีสิ่งของมากกว่าหนึ่งเด็กจะเรียกว่า "สอง" แต่พอเด็กอายุ 3 ขวบ เด็กจะเข้าใจความหมายของคำว่า "สอง" ซึ่งตรงกับทฤษฎีพัฒนาการของพีอาเจท์ที่กล่าวว่า การปฏิบัติการทางปัญญาจะทำให้มีโครงสร้างทางปัญญาเพิ่มขึ้น ดังนั้นเด็กอายุ 3 ขวบ จึงสามารถจัดกระทำได้เฉพาะสิ่งของจำนวนน้อย ๆ ที่มีค่าไม่เกินสาม ส่วนเด็กอายุ 4 ขวบ หรือมากกว่าจะสามารถจัดกระทำกับสิ่งของได้ถึง 6 สิ่ง และเมื่ออายุ 6 ขวบ เด็กก็จะสามารถจัดกระทำกับสิ่งของจำนวน 7-8 สิ่งได้ นอกจากนี้เด็กอายุ 5 ขวบ ยังสามารถนับเลข 1-10 หรือบางคนอาจนับได้มากกว่า 25 ซึ่งแม้ว่าความสามารถนี้จะเป็นองค์ประกอบที่เป็นพื้นฐานความคิดในเรื่องตัวเลขก็ตาม เด็กก็ยังคงไม่มีมโนทัศน์เกี่ยวกับตัวเลข เพราะเขาเพียงแต่จำชื่อตัวเลข หนึ่ง, สอง, สาม, ... แต่เขายังไม่สามารถเข้าใจความหมายของจำนวนนั้นอย่างแท้จริง ซึ่งเด็กจะต้องใช้เวลาอีกระยะหนึ่งจึงจะสามารถคิดหาเหตุผลและจัดระบบความคิดของตนเพื่อให้สามารถเข้าใจความหมายที่แท้จริงของจำนวนเหล่านั้นได้

พีอาเจท์ (Piaget 1953, cited by Jersild, Telford and Sawrey 1975: 439-441) ได้อธิบายความหมายของมโนทัศน์ด้านจำนวน (concept of number) ว่าเป็นศักยภาพในการเรียนรู้และเข้าใจจำนวน ซึ่งเด็กจะค่อย ๆ เรียนรู้เรื่องจำนวนด้วยตนเอง มีคนแนะนำ (Flavell 1985: 63) หรือเป็นผลมาจากการมีปฏิสัมพันธ์กับคนใกล้ชิด (Wolf

1964, cited by Almy and associate 1970: 22) โดยไม่จำเป็นต้องเข้ารับการสอนอย่างเป็นทางการในโรงเรียน (Gelman 1980: 54-68) เด็กจะค่อย ๆ พัฒนาความสามารถทางจำนวนด้วยตัวของเขาเองอย่างเป็นอิสระตามขั้นพัฒนาการที่แตกต่างกันเป็นรายบุคคล พีอาเจท์ (Piaget 1965: 174) เชื่อว่า ถึงแม้เด็กก่อนวัยเรียนจะจำชื่อจำนวนได้ แต่เด็กก็ยังไม่มีความสามารถที่จะเรียนรู้เกี่ยวกับจำนวนอย่างเข้าใจความหมายที่แท้จริงได้จนกว่าเด็กจะอายุ $6\frac{1}{2}$ - 7 ปี

เกลแมน และกอลลิสเทล (Gelman and Gallistel 1978, cited by Flavell 1985: 65-67) ได้ศึกษาความสามารถด้านจำนวนของเด็กก่อนวัยเรียน และพบว่า เด็กก่อนวัยเรียนมีความรู้และทักษะทางจำนวน 2 อย่าง คือ

1. ความสามารถเกี่ยวกับจำนวนในเชิงนามธรรม (Number-abstraction abilities) หมายถึง กระบวนการหรือวิธีการที่เด็กเข้าใจและสามารถใช้ตัวเลขแทนค่าจำนวนสิ่งของ เช่น เมื่อมีสิ่งของในแถว 4 ชิ้น เด็กสามารถระบุตัวเลข 1, 2, 3, 4 แทนจำนวนสิ่งของและสามารถแทนค่าจำนวนสิ่งของทั้งแถวเป็น "4" ได้

เกลแมน (Gelman, cited by Flavell 1985: 65-67) ได้ศึกษาความเข้าใจกระบวนการนับจำนวนในเชิงนามธรรม (number-abstraction process of counting) ของเด็กพบว่า เด็กเล็กใช้การนับเป็นวิธีการแทนค่าจำนวนสิ่งของและแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน เกลแมนเชื่อว่าเด็กมีกฎการนับ (Counting principles) 5 ข้อ ซึ่งกฎการนับ 3 ข้อแรกจะอธิบายให้ทราบว่าเด็กมีวิธีการนับจำนวนสิ่งของอย่างไร (how-to) กฎการนับข้อ 4 จะอธิบายให้ทราบว่าเด็กจะนับอะไรบ้าง (what-to) ส่วนกฎการนับข้อ 5 จะเป็นการผสมผสานทั้งวิธีการนับและสิ่งที่จะนับจากกฎการนับข้อ 1-4 รายละเอียดของกฎการนับทั้ง 5 ข้อ มีดังนี้

1.1 กฎการนับแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (The one-one principle) กฎข้อนี้ผู้นับจะต้องเข้าใจว่า เลขหนึ่งจำนวนสามารถใช้แทนค่าได้เฉพาะจำนวนสิ่งของหนึ่งสิ่ง ดังนั้นการนับวัตถุแต่ละชุด (set) จะต้องนับทีละอย่าง ๆ ตามลำดับที่แน่นอน ไม่นับซ้ำจำนวนเดิม ไม่นับข้าม และจะต้องหยุดนับเมื่อจำนวนสิ่งของหมด กฎข้อนี้เป็นกฎข้อแรกที่เด็กก่อนวัยเรียนอายุ $2\frac{1}{2}$-3 ปี มีความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ได้ แม้ว่าเด็กจะนับเลขที่มีจำนวนมากขึ้นผิดก็ตาม

1.2 กฎการนับตามลำดับที่คงที่ (The stable-order principle) กฎข้อนี้ผู้นับจะต้องเข้าใจว่า ในการนับสิ่งของแต่ละชุด (set) จะต้องเรียกชื่อจำนวนหนึ่งจำนวน

ต่อสิ่งของหนึ่งสิ่งตามลำดับการนับที่แน่นอน ไม่ว่าจะนับสิ่งใดก่อนหรือหลังก็ตาม เช่น ถ้าให้เด็กอายุ 2 ปี นับสิ่งของ 2 สิ่ง เด็กอาจจะนับว่า "สอง" "หก" หรือ "เอ" "บี" แต่เมื่อให้เด็กนับซ้ำอีกในเวลาที่ต่างกันเด็กก็ยังคงนับว่า "สอง" "หก" หรือ "เอ" "บี" ส่วนเด็กก่อนวัยเรียนที่มีอายุมากขึ้นจะสามารถนับเลขเรียงตามลำดับอย่างคงที่ และจะยึดแบบการนับนั้นเมื่อมีการนับเลขใหม่ เช่น "หนึ่ง" "สอง" "สาม" "สี่" "แปด" "สิบ" "สิบเอ็ด" เป็นต้น เด็กที่มีความเข้าใจกฎการนับข้อนี้จะสามารถรู้ข้อบกพร่องในการนับเลขของผู้อื่น เช่น การนับข้ามจำนวน

1.3 กฎการนับที่บอกจำนวนของสิ่งที่นับ (The cardinal principle) กฎข้อนี้ผู้นับจะต้องเข้าใจว่า ในการนับสิ่งของแต่ละชุด (set) ตัวเลขที่ใช้นับสิ่งของอันสุดท้ายจะใช้แทนค่าจำนวนสิ่งของที่มีอยู่ทั้งหมดในชุด (set) นั้น เช่น การนับสิ่งของ 3 สิ่ง จะนับเป็น "หนึ่ง" "สอง" "สาม" จำนวนนับ "สาม" จะใช้แทนค่าจำนวนสิ่งของทั้งชุด (set) คือสามสิ่ง ผลการวิจัยของเกลแมน (Gelman 1982, cited by Flavell 1985: 66) พบว่า เด็กเล็กมีแนวโน้มที่จะเข้าใจกฎการนับจำนวนที่บอกจำนวนของสิ่งที่นับเมื่อนับสิ่งของที่มีจำนวนน้อย กระบวนการประมวลข่าวสาร (information-processing) อาจจะมีส่วนช่วยในการใช้กฎข้อนี้ด้วย และเด็กเล็กอาจจะไม่สามารถนับเลขได้ถึง n (ค่าไม่สิ้นสุด) แต่เด็กอายุ $2\frac{1}{2}$ - 3 ปี ก็มักจะสามารถใช้กฎข้อนี้ได้

1.4 กฎความเข้าใจว่าของทุกอย่างสามารถนับได้ (The abstraction principle) กฎข้อนี้ผู้นับจะต้องมีความเข้าใจว่า สิ่งของทุกอย่างมีค่าคงที่ ดังนั้นจึงสามารถนับได้ไม่ว่าจะเป็นเหตุการณ์ สิ่งมีชีวิต สิ่งไม่มีชีวิต สิ่งที่จับต้องไม่ได้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมต่าง ๆ เป็นต้น เด็กที่เข้าใจกฎข้อนี้จะสามารถนับสิ่งของได้โดยไม่ต้องคำนึงถึงความเป็นหน่วยเดียวกันหรือไม่ แต่จะให้ความสำคัญว่าสิ่งของทุกสิ่งเป็นหน่วยเดียวกัน สามารถนับและบอกค่าของจำนวนสิ่งของได้โดยไม่จำเป็นต้องวางเรียงสิ่งของก่อนลงมือนับ

1.5 กฎการนับที่ไม่ยึดลำดับ (The order - irrelevance principle) กฎข้อนี้ผู้นับจะต้องมีความเข้าใจว่า ในการนับสิ่งของไม่จำเป็นต้องนับเรียงตามลำดับ ไม่ว่าจะนับสิ่งใดก่อน-หลัง หรือนับไปในทิศทางใด ผู้นับก็จะสามารถนับจำนวนได้ถูกต้องเหมือนกัน เช่น การนับจำนวนสุนัข, แมว, หนู ไม่ว่าจะนับสิ่งใดก่อน-หลัง จำนวนสิ่งของทั้งหมดก็ยังคงมีค่าเป็น 3 สิ่งอยู่ดี เกลแมน และกอลลิสเทล (Gelman 1978, and Gelman and Gallistel

1978, cited by Flavell 1985: 67) ยืนยันว่า เด็กอายุ 3 ปี บางคนเริ่มเข้าใจกฎการนับข้อ 5 แล้ว และเด็กจะมีความเข้าใจกฎการนับข้อ 5 อย่างแท้จริงเมื่ออายุ 5 ปี

2. กฎการใช้เหตุผลเกี่ยวกับจำนวน (Numberical-reasoning principles) เป็นวิธีการที่เด็กใช้อนุมานผลของการปฏิบัติหรือการเปลี่ยนแปลงจำนวนในลักษณะต่าง ๆ เช่น เด็กสามารถเข้าใจว่าค่าของจำนวนสิ่งของจะไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อมีการขยายสิ่งของนั้นออกไป แต่ค่าของจำนวนจะเปลี่ยนแปลงเมื่อมีการเพิ่มจำนวนสิ่งของเข้ามา ซึ่งเราอาจจะสรุปความรู้และทักษะทางจำนวนของเด็กก่อนวัยเรียนโดยย่อได้ว่า ความสามารถในการนับจำนวนช่วยในการกำหนดค่าของจำนวนของเด็ก ส่วนความสามารถในการใช้เหตุผลเกี่ยวกับจำนวนช่วยให้เด็กสามารถอนุมานและจัดกระทำต่อค่าของจำนวนที่กำหนดได้

เมื่อเด็กมีอายุมากขึ้นเด็กจะเริ่มเข้าใจว่าการเปลี่ยนแปลงสี การเปลี่ยนแปลงลักษณะหรือการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวางสิ่งของด้วยการขยายหรือลดความยาวของแถวไม่มีผลทำให้ค่าของจำนวนเปลี่ยนแปลง เด็กจะเริ่มเข้าใจว่าการเพิ่มจำนวนสิ่งของเข้าไปในจำนวนที่มีอยู่เดิมมีผลทำให้จำนวนมีค่าเพิ่มขึ้น การนำสิ่งของออกไปจากจำนวนที่มีอยู่เดิมทำให้จำนวนมีค่าลดลง และเข้าใจว่าถ้าเพิ่มจำนวนสิ่งของเข้าไปในจำนวนที่มีอยู่เดิมให้มีค่าเท่ากับจำนวนสิ่งของที่นำออกไปจะมีผลทำให้ค่าของจำนวนสิ่งของไม่เปลี่ยนแปลง ซึ่งความสามารถในการเข้าใจและการคิดให้เหตุผลในเชิงนามธรรมเกี่ยวกับจำนวนนี้จะช่วยให้เด็กสามารถคิดปฏิบัติการเกี่ยวกับการเพิ่มหรือการบวก การลดลงหรือการลบจำนวนที่มีค่าไม่มากได้

สตาร์กี และเกลแมน (Starkey and Gelman 1980, cited by Flavell 1985: 68) ได้ทดสอบความสามารถในการใช้การนับเลขช่วยในการบวกและลบเลขของเด็กอายุ 3-5 ปี พบว่า เด็กอายุ 5 ปี ส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนที่เริ่มจาก 1-6 สิ่ง และแก้ปัญหาการเพิ่มหรือการลดจำนวนจาก 1-4 สิ่ง โดยใช้การนับช่วยในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้ ซึ่งข้อค้นพบนี้สอดคล้องกับผลการศึกษาของ บารูดี (Baroody 1987: 141-157) ที่พบว่า ความสามารถในการบวกและการลบของเด็กอนุบาลเกี่ยวข้องกับความสามารถในการนับ และความสามารถในการนับจะช่วยพัฒนาความสามารถในการบวกและลบเลขของเด็กอนุบาล

ทฤษฎีเกี่ยวกับพัฒนาการของมโนทัศน์ด้านจำนวนเป็นทฤษฎีที่ประยุกต์ย่อยมาจากทฤษฎีพัฒนาการด้านสติปัญญาและความคิดของพีอาเจท์ (Wallace 1967: 61) พีอาเจท์ (Piaget 1952: 25) เชื่อว่า พัฒนาการของสมมัย 1-1 และความสัมพันธ์ของการอนุรักษ์ปริมาณเป็นจุดเริ่มต้นของความเข้าใจเรื่องจำนวน พีอาเจท์ (1952: 41-64) ได้ศึกษาการเข้าใจความสมมัยและความเท่ากันระหว่างแก้วและขวด, ดอกไม้และแจกัน, ไข่และถ้วยใส่ไข่ ในเด็กอายุ 3 ปี 6 เดือน ถึง 6 ปี 11 เดือน เป็นต้น ซึ่งในที่นี้จะขอยกตัวอย่างการศึกษาความสมมัยและความเท่ากันของดอกไม้และแจกัน พีอาเจท์ (Piaget 1952: 49-56) ได้ศึกษาเรื่องนี้โดยให้เด็กสังเกตแจกันที่วางเรียงกันอยู่ตรงหน้า ผู้ทดลองจะให้ดอกไม้แก่เด็กครั้งละ 1 ดอก แล้วถามเด็กว่า "ดอกไม้เท่ากับแจกันหรือไม่" ต่อไปผู้ทดลองจะให้เด็กนำดอกไม้ไปใส่แจกัน ๆ ละ 1 ดอก แล้วถามเด็กด้วยคำถามลักษณะเดิมว่า "ดอกไม้เท่ากับแจกันหรือไม่" ต่อจากนั้นผู้ทดลองจะรวมแจกันเข้าด้วยกันแล้วถามเด็กด้วยคำถามลักษณะเดิม แล้วผู้ทดลองจะนำดอกไม้ออกจากแจกันมากองรวมกันไว้พร้อมกับถามเด็กด้วยคำถามลักษณะเดิม เมื่อเด็กตอบคำถามแล้วผู้ทดลองจะรวมแจกันเข้าด้วยกันพร้อมกับขยายดอกไม้ออกไปแล้วถามเด็กด้วยคำถามลักษณะเดิม

จากผลการทดลองของพีอาเจท์ (Piaget 1952: 41-64; Copeland 1970: 61-62; McNally 1974: 103-107) สามารถสรุปเป็นขั้นพัฒนาการความสมมัยของจำนวนได้ 3 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นเปรียบเทียบปริมาณอย่างกว้าง ๆ โดยไม่ใช้สมมัยหนึ่งต่อหนึ่ง หรือความเท่าเทียมกัน (Global comparison without one-one correspondence or lasting equivalence) เด็กขั้นนี้จะตัดสินการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของจำนวนและปริมาณตามลักษณะการเปลี่ยนแปลงอย่างรวม ๆ ของวัตถุ เด็กอายุ 5 ปี ส่วนใหญ่จะบอกว่าวัตถุแถวหนึ่งมีจำนวนมากกว่าอีกแถวหนึ่ง เพราะวัตถุนั้นอยู่ห่างกันมากกว่าหรือยาวมากกว่า ในทำนองเดียวกันถ้าจัดวัตถุที่จำนวนเท่า ๆ กันเป็นวงกลม 2 วง เด็กจะคิดว่าวงกลมวงใหญ่มีจำนวนวัตถุมากกว่าวงกลมเล็ก ที่เป็นดังนี้ก็เพราะเด็กขั้นนี้ไม่สามารถจับคู่วัตถุแบบสมมัยหนึ่งต่อหนึ่งได้ ดังนั้นเด็กจึงตัดสินจำนวนโดยยึดความยาวของแถวหรือพื้นที่ที่วัตถุนั้นวางอยู่ ดังเช่นผลการทดลองของพีอาเจท์ (Piaget 1952: 50-52) ที่ให้เด็กเปรียบเทียบแจกันที่วางเรียงกันอยู่ตรงหน้ากับดอกไม้ในมือ เด็กจะตอบตามการรับรู้อย่างกว้าง ๆ (global) ว่า แจกันมีจำนวนมากกว่า ถ้าให้เด็กใส่ดอกไม้ในแจกัน ๆ ละ 1 ดอก เด็กจะเปรียบเทียบจำนวนได้ถูกต้อง แต่ถ้าผู้ทดลองรวมแจกันเข้าด้วยกันและขยายดอกไม้ออกไป เด็กจะบอกว่ามีดอกไม้มากกว่าแจกัน

ขั้นที่ 2 ขั้นหยั่งรู้สมนัยหนึ่งต่อหนึ่งโดยปราศจากความคงที่ของความเท่าเทียมกัน (Intuitive one-one correspondence without lasting equivalence) เด็กขั้นนี้สามารถเข้าใจความหมายและสร้างสมนัยแบบหนึ่งต่อหนึ่งได้ แต่เป็นสมนัยตามการหยั่งรู้ เพราะการหยั่งรู้ของเด็กขึ้นอยู่กับการรับรู้รูปร่างของวัตถุนั่นเอง ดังนั้นเมื่อจัดวัตถุแถวใดแถวหนึ่งให้ยาวกว่าอีกแถวหนึ่งเด็กจะบอกว่ามีจำนวนมากขึ้น แต่ถ้าเด็กจับคู่วัตถุ 2 แถว แบบสมนัยหนึ่งต่อหนึ่ง เด็กจะบอกว่ามีจำนวนเท่าเดิม คำตอบที่ขัดกันนี้จะก่อให้เด็กเกิดความสับสนใจในการบอกค่าจำนวน เด็กขั้นนี้สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้โดยการใช้ประสาทสัมผัสลองผิดลองถูกหลาย ๆ ครั้ง ดังเช่นการทดลองของพีอาเจท์ (Piaget 1952: 53-57) ที่ให้เด็กนำดอกไม้ใส่แจกัน ๆ ละ 1 ดอก เด็กจะบอกได้ว่าแจกันมีจำนวนเท่ากับดอกไม้ แต่เมื่อผู้ทดลองรวมแจกันเข้าด้วยกันเด็กจะบอกว่าดอกไม้มีจำนวนมากกว่า

ขั้นที่ 3 ขั้นปฏิบัติการสมนัยหนึ่งต่อหนึ่งและความเท่าเทียมกันที่คงอยู่ (Operational correspondence and lasting equivalence) เด็กขั้นนี้สามารถเข้าใจความสมนัยได้โดยการกระทำซึ่งต่างจากการหยั่งรู้ เด็กมีอิสระจากการรับรู้ และเริ่มสร้างสมนัยโดยการคำนึงถึงความเท่าเทียมกัน ซึ่งเป็นการใช้ปัญญาอย่างหนึ่ง เด็กจะใช้การนับจำนวนวัตถุแต่ละหน่วย (unit) ประกอบการแก้ปัญหา ดังนั้นเด็กจึงสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้ถูกต้องแม้ว่าจะมีการจัดวางวัตถุในลักษณะใด ๆ ก็ตาม ตัวอย่างเช่น การทดลองของพีอาเจท์ (Piaget 1952: 53-57) ที่ถามให้เด็กเปรียบเทียบจำนวนแจกันกับดอกไม้ เด็กจะใช้การนับพร้อม ๆ กับใส่ดอกไม้ในแจกัน ๆ ละ 1 ดอก และเมื่อมีการนำดอกไม้มากองรวมกันข้างแจกัน เด็กก็ตอบได้ว่าดอกไม้มีจำนวนเท่ากับแจกัน แม้ว่าผู้ทดลองจะนำดอกไม้สีหนึ่งจากแจกันออกมาวางเรียงกันเป็นแถวข้างแจกันแล้วใส่ดอกไม้สีอื่นลงไปแทน เด็กก็ยังคงตอบได้ว่าดอกไม้ทั้งสองสีมีจำนวนเท่ากัน

ในทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดของพีอาเจท์ การอนุรักษ์จะเป็นโครงสร้างในสมอง (schema) ซึ่งหมายถึงความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนหรือปริมาณของวัตถุว่ายังคงเดิม แม้ว่ารูปร่างหรือตำแหน่งของจำนวนหรือปริมาณของวัตถุจะเปลี่ยนแปลงไปก็ตาม (Gordon 1975: 99) การอนุรักษ์สามารถแยกย่อยได้หลายอย่าง เช่น การอนุรักษ์จำนวน การอนุรักษ์มวลสาร การอนุรักษ์ปริมาตร เป็นต้น แต่ในที่นี้จะแยกย่อยนำเสนอเฉพาะการอนุรักษ์จำนวนเท่านั้น พีอาเจท์ (Piaget 1952: 25-38) ได้ศึกษาการอนุรักษ์ปริมาณที่ไม่ต่อเนื่องและความสัมพันธ์ของการอนุรักษ์กับความสมนัย 1-1 ในเด็กอายุ 4 ปี 6 เดือน ถึง 9 ปี โดยใช้วัตถุ

เช่น ลูกปัด, ถั่ว เป็นต้น ในการศึกษาเรื่องนี้จะเริ่มต้นจากการใส่ลูกปัดที่มีสีต่างกันลงในแก้วขนาดปกติ 2 ใบ แล้วถามเด็กว่า "ลูกปัดมีจำนวนเท่ากันหรือไม่" เมื่อได้รับคำตอบจากเด็กแล้วจึงถามต่อไปว่า "ถ้านำลูกปัดมาร้อยเป็นสร้อยคอ สร้อยคอจะยาวเท่ากันหรือไม่" ผู้ทดลองจะนำลูกปัดจากแก้วขนาดปกติใบหนึ่งไปใส่แก้วผอมสูง แล้วถามเด็กด้วยคำถามลักษณะเดิมว่า "ลูกปัดมีจำนวนเท่ากันหรือไม่" และ "ถ้านำลูกปัดมาร้อยเป็นสร้อยคอ สร้อยคอจะยาวเท่ากันหรือไม่" ต่อจากนั้นผู้ทดลองจะเทลูกปัดจากแก้วผอมสูงลงในแก้วที่ขนาดเล็กกว่าปกติ 2 ใบ แล้วถามเด็กด้วยคำถามลักษณะเดิม ต่อไปจึงเทลูกปัดกลับไปในแก้วขนาดปกติตามเดิมแล้วจึงถามเด็กด้วยคำถามลักษณะเดิมอีกครั้ง ต่อจากนั้นจะเทลูกปัดจากแก้วขนาดปกติ (แก้วคนละใบกับที่ใช้เมื่อเริ่มการทดลอง) อีกใบหนึ่งลงในแก้วที่มีขนาดเล็กที่สุด 4 ใบ แล้วถามให้เด็กตอบด้วยคำถามลักษณะเดิม

จากผลการทดลองของพีอาเจท์ (Piaget 1952: 25-38) สามารถสรุปพัฒนาการของการอนุรักษ์จำนวนเป็น 3 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นไม่มีการอนุรักษ์ (Absence of conservation) ขั้นนี้เด็กจะพิจารณาจำนวนตามการเปลี่ยนแปลงของวัตถุนั้น ๆ ดังเช่นการทดลองของพีอาเจท์ (Piaget 1952: 25-29) ที่ถามให้เด็กเปรียบเทียบจำนวนลูกปัดจากแก้วขนาดปกติกับแก้วผอมสูง ซึ่งเด็กจะตอบตามการรับรู้ว่า ลูกปัดในแก้วผอมสูงมีจำนวนน้อยกว่าเพราะแก้วแคบกว่า นั่นคือ เด็กจะพิจารณาจำนวนลูกปัดตามความเด่นชัดของสิ่งที่ปรากฏ เช่น ระดับของลูกปัด, ความกว้างของแก้ว และจำนวนแก้ว ซึ่งเป็นลักษณะเดียวกันกับการตัดสินการอนุรักษ์ของเหลวที่เด็กจะตัดสินตามการรับรู้โดยไม่ประสานสัมพันธ์กับสิ่งอื่น

ขั้นที่ 2 ขั้นเริ่มมีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน (Beginnings of construction of permanent sets) เด็กขั้นนี้มีแนวโน้มที่จะสามารถอนุรักษ์จำนวนที่อยู่ในภาชนะที่เท่ากันหรือมีการจัดแบบสมมัยหนึ่งต่อหนึ่ง กล่าวคือ เด็กเริ่มรู้จักพิจารณาความขัดแย้งของสิ่งที่ปรากฏต่อหน้า ดังเช่นการทดลองของพีอาเจท์ (Piaget 1952: 29-33) ที่ถามให้เด็กเปรียบเทียบจำนวนลูกปัดจากแก้วขนาดปกติกับแก้วผอมสูง เด็กอาจจะตอบว่าแก้วผอมสูงมีจำนวนมากกว่า แต่เมื่อผู้ทดลองเทลูกปัดจากแก้วผอมสูงใส่แก้วที่มีขนาดเล็กกว่าปกติ 2 ใบ เด็กกลับตอบว่าลูกปัดจากแก้วทั้งสองมีจำนวนมากกว่าแก้วขนาดปกติ และเด็กจะตอบว่าลูกปัดมีจำนวนเท่ากันเมื่อผู้ทดลองเทลูกปัดกลับไปในแก้วขนาดปกติ 2 ใบ เหมือนเมื่อเริ่มการทดลอง จาก

ผลการทดลองจะเห็นว่า เด็กขั้นนี้จะสามารถอนุรักษ์ได้เฉพาะปริมาณที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเพียงเล็กน้อย เช่น เด็กจะตอบว่าสร้อยคอที่ร้อยจากลูกปัดในแก้วขนาดปกติและแก้วผอมสูงยาวเท่ากัน แต่สร้อยคอจะยาวไม่เท่ากันเมื่อใช้ลูกปัดจากแก้วขนาดเล็กกว่าปกติ 2 ใบ หรือจากแก้วขนาดเล็กที่สุด 4 ใบ เหตุที่เป็นดังนี้ก็เพราะเด็กจะเกิดความลังเลใจเมื่อวัตถุมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง และเด็กจะแยกประเมินความสัมพันธ์ระหว่างความกว้างและความยาวตามการรับรู้ ดังนั้นเด็กจะมีการอนุรักษ์เมื่อพิจารณาแถวของลูกปัดทั้ง 2 มิติ และจะไม่มีการอนุรักษ์เมื่อพิจารณาแถวของลูกปัดเพียงมิติเดียว

ขั้นที่ 3 มีการอนุรักษ์จำนวนและการประสานสัมพันธ์ (Conservation and quantifying co-ordination) เด็กขั้นนี้จะสามารถประสานความสัมพันธ์ระหว่างความสูง ความกว้าง และความแคบ ซึ่งเป็นการมองความสัมพันธ์หลายด้าน ดังนั้นเด็กจึงสามารถเข้าใจเรื่องความเท่ากันของจำนวนแม้ว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงภาชนะที่ใส่หรือรูปแบบในการจัดวางก็ตาม ตัวอย่างเช่น การทดลองของพีอาเจท์ (Piaget 1952: 33-38) ที่ถามให้เด็กเปรียบเทียบจำนวนลูกปัดในแก้วธรรมดากับแก้วผอมสูง เมื่อเทลูกปัดจากแก้วผอมสูงใส่ในแก้วที่มีขนาดใหญ่กว่าปกติกับแก้วที่มีขนาดเล็กกว่าปกติ 2 ใบ และลูกปัดในแก้วขนาดปกติกับแก้วที่มีขนาดเล็กที่สุด 4 ใบ พบว่า เด็กสามารถตอบและให้เหตุผลได้ถูกต้อง

การจะตรวจสอบว่าเด็กมีความเข้าใจหลักการอนุรักษ์หรือไม่ จะพิจารณาจากเหตุผลที่สำคัญ 4 ประการ คือ (Ginsburg and Opper 1969: 158; Ginsburg and Opper 1979: 158)

1. เหตุผลแบบอิงลักษณะเดิม (identity) คือ การให้เหตุผลในลักษณะที่แสดงว่าเป็นวัตถุเดิม ซึ่งไม่มีสิ่งใดเพิ่มเข้าหรือเอาออก

2. เหตุผลแบบทดแทน (compensation) คือ การให้เหตุผลในลักษณะที่มีสิ่งหนึ่งหายไปจะต้องมีอีกสิ่งหนึ่งเพิ่มขึ้นทดแทน

3. เหตุผลแบบย้อนกลับ (reversibility) คือ การให้เหตุผลในลักษณะคิดย้อนกลับไปหาจุดเริ่มต้นแล้วกลับไปหาจุดสุดท้าย

4. เหตุผลแบบที่รวมส่วนย่อยเข้าด้วยกัน (additive composition) เป็นการให้เหตุผลโดยคิดถึงส่วนย่อย ๆ ทุกส่วนที่มาจากส่วนใหญ่ และเมื่อรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันก็จะเท่ากับส่วนใหญ่นั้น และการให้เหตุผลการอนุรักษ์ที่พบมากที่สุดก็คือ เหตุผลแบบอิงลักษณะเดิม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มโนทัศน์เกี่ยวกับความสมนัยและการอนุรักษ์จำนวนเป็นกระบวนการทางปัญญาที่มีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน พีอาเจท์ (Piaget 1952, cited by Schaeffer, Eggleston and Scott 1974: 376) เชื่อว่า เด็กจะมีข้อมูลเกี่ยวกับความสมนัย 1-1 ก่อนมีความเข้าใจการอนุรักษ์จำนวน และเมื่อพิจารณาวิธีการทดสอบความเข้าใจความสมนัยและการอนุรักษ์จำนวนตามแนวคิดของพีอาเจท์จะพบว่า ถึงแม้ความสมนัย 1-1 และการอนุรักษ์จำนวนจะมีรูปแบบการทดสอบที่คล้ายคลึงกันคือ จะเริ่มทดสอบจากการเสนอวัตถุ 2 ชุด ที่วางเรียงกันแบบสมนัย 1-1 แล้วตั้งคำถามเพื่อให้เด็กตัดสินว่าวัตถุมีจำนวนเท่ากันหรือไม่ ต่อไปจึงทำการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการจัดวางวัตถุแล้วถามเพื่อให้เด็กตัดสินว่าวัตถุยังคงมีจำนวนเท่าเดิมหรือไม่ คล้าย ๆ กัน แต่เด็กจะใช้สมรรถภาพสมองในการตัดสินความเท่าเทียมของจำนวนที่แตกต่างกัน กล่าวคือ เด็กที่มีความเข้าใจความสมนัยของจำนวนจะใช้วิธีการจับคู่จำนวนแบบสมนัย 1-1 โดยการนับวัตถุเป็นหน่วย (unit) ในขณะที่เด็กที่มีความเข้าใจการอนุรักษ์จำนวนจะใช้เหตุผลในการคิดปฏิบัติการทางจำนวน ซึ่งเป็นการใช้สมรรถภาพของสมองที่สูงกว่าในการตัดสินความเท่าเทียมกันของจำนวน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีเกี่ยวกับพัฒนาการด้านมโนทัศน์ทางจำนวนของพีอาเจท์เกิดจากการสังเกต การสัมภาษณ์ และการทดลองเด็กเป็นรายบุคคล ซึ่งเป็นวิธีการที่สามารถยืดหยุ่นได้มาก จึงทำให้เป็นที่สงสัยกันว่าพฤติกรรมของเด็กที่พีอาเจท์อธิบายไว้นั้นเป็นพฤติกรรมที่เป็นสากล มีแบบแผนแน่นอน หรือเป็นการค้นพบโดยบังเอิญ ได้มีนักวิจัยและนักการศึกษาจำนวนมากพยายามศึกษาเพื่อตรวจสอบทฤษฎีและวิธีการศึกษาของพีอาเจท์ และได้ศึกษากับเด็กที่อยู่ในสังคมและวัฒนธรรมที่แตกต่างกันทั้งในยุโรป อเมริกา อาฟริกา และเอเชีย ดังเช่น

สตาร์กี และคณะ (Starkey, Spelke and Gelman 1981, cited by Flavell 1984: 70) ได้ศึกษาความสามารถทางจำนวนของเด็กทารกอายุ 6-8 เดือน โดยให้เด็กค้นหาสิ่งที่คล้ายคลึงกันในเชิง modalities ในการทดลอง 32 ครั้ง เด็กทารกจะได้เห็นสไลด์ 2 ชุดคู่กันคือ ชุดแรก ประกอบด้วยสิ่งของภายในบ้าน 2 อย่าง ชุดที่สอง ประกอบด้วยสิ่งของ 3 อย่าง การจัดสิ่งของในการทดลองแต่ละครั้งจะแตกต่างกัน เด็กทารกจะได้ยินเสียงกลองขณะมองดูสไลด์ บางครั้งจะได้ยินเสียงกลอง 2 ครั้ง บางครั้งจะได้ยิน

016953

3 ครั้ง จนครบการทดลองทั้ง 32 ครั้ง ผลการศึกษาพบว่า เมื่อตีกลอง 3 ครั้ง เด็กทารกจะจ้องมองสิ่งของ 3 อย่าง มากกว่าสิ่งของ 2 อย่าง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และเมื่อตีกลอง 2 ครั้ง เด็กทารกก็จะจ้องมองสิ่งของ 2 อย่าง มากกว่าสิ่งของ 3 อย่าง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติเช่นกัน นั่นย่อมแสดงว่า เด็กทารกสามารถประสานความสัมพันธ์สิ่งซึ่งเป็นนามธรรมที่เรียกว่า sense modalities คือ ความเท่าเทียมกันระหว่างจำนวนสิ่งของและจำนวนเสียงกลองได้โดยไม่ต้องอาศัยคำพูด ผลการวิจัยนี้จึงมีส่วนช่วยขยายแนวคิดของฟลาเวล (Flavell 1985: 69) ที่ว่า มนุษย์น่าจะมีการพัฒนาความสามารถทางจำนวนมาตั้งแต่ปีแรกของชีวิต

วิลเลี่ยม (Williams 1971: 394-396) ได้ศึกษาพัฒนาการของการเข้าใจจำนวนตามแนวคิดของพีอาเจท์กับเด็กนักเรียนประถมศึกษาอายุ 5 ปี 6 เดือน ถึงอายุ 7 ปี 1 เดือน จำนวน 96 คน โดยให้เด็กดูแถวสิ่งของที่มีสีและขนาดอย่างเดียวกันจำนวน 8 อัน และถามให้เด็กวางสิ่งของที่มีขนาดเท่ากับแถวต้นแบบ แต่มีสีต่างกันให้มีจำนวนเท่ากับแถวที่กำหนด ผู้วิจัยจะสัมภาษณ์เด็กเพื่อทดสอบว่าเด็กจะมีพัฒนาการตามขั้นที่พีอาเจท์กำหนดหรือไม่ ถ้ามีจะเป็นพัฒนาการในขั้นใด และจะเชื่อมโยงผลการทดสอบสู่จุดประสงค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า เด็กทุกคนมีพัฒนาการของการเข้าใจจำนวนตามขั้นพัฒนาการที่พีอาเจท์กำหนด คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นเริ่มแรก (an initial stage) พบในเด็กอายุ 4-5 ปี เด็กจะจัดแถวที่กำหนดให้มีความยาวเท่ากับแถวต้นแบบ แต่มีจำนวนสิ่งของไม่เท่ากัน นั่นคือเด็กจะดูที่ความยาวของแถว

ขั้นที่ 2 ขั้นหัวเลี้ยวหัวต่อ (an intermediate stage) พบในเด็กอายุ 5-6 ปี เด็กสามารถจัดแถวให้เท่ากันแบบสมนัย 1-1 และตอบได้ว่าแถวทั้งสองมีจำนวนเท่ากัน แต่เด็กจะตอบผิดเมื่อมีการขยายความยาวของแถวใดแถวหนึ่งออกไป

ขั้นที่ 3 ขั้นเข้าใจเรื่องจำนวน (a stage of attainment of number concept) พบในเด็กอายุ $6\frac{1}{2}$ - 7 ปี เด็กสามารถเข้าใจความเท่ากันของวัตถุ โดยอาศัยการเปรียบเทียบวัตถุในรูปแบบสมนัยเป็นคู่ ๆ และมีความเข้าใจว่าถ้าเปลี่ยนความยาวของแถวใดแถวหนึ่งออกไปจะทำให้วัตถุไม่เท่ากันแบบสมนัยโดยตรง

นอกจากนั้นผลการวิจัยยังพบว่า เด็กจำนวน 2 คน มีพัฒนาการของการเข้าใจจำนวนอยู่ในขั้นที่ 1 เด็กจำนวน 86 คน มีพัฒนาการอยู่ในขั้นที่ 2 และเด็กจำนวน 8 คน มีพัฒนาการอยู่ในขั้นที่ 3 ซึ่งเป็นขั้นมีความสามารถเชิงปฏิบัติการ (operational ability) ทางจำนวน ในขณะที่เด็กซึ่งอยู่ในขั้นที่ 1, 2 ไม่สามารถสร้างจุดประสงค์เชิงปฏิบัติการ (การบวก, การลบ) ในทางคณิตศาสตร์ เพราะเด็กยังไม่ประจักษ์ถึงการเรียนรู้เรื่องการบวกหรือการลบอย่างแท้จริง

เกลแมน (Gelman 1972: 75-90) ได้ศึกษาเด็กอายุ 3-6 ปี โดยใช้จำนวน (number) ความยาว (length) หรือความแน่นทึบ (density) เป็นสื่อในการตัดสินจำนวนที่มีการเปลี่ยนแปลงจำนวนแบบลดลง (subtraction) คู่กับการย้ายที่ (displacement) และการเพิ่มเข้า (addition) คู่กับการย้ายที่ (displacement) โดยปิดบังไม่ให้เด็กเห็นขณะมีการเปลี่ยนแปลง การศึกษาแบ่งเป็น 2 การทดลองคือ <u>การทดลองที่ 1</u> (การลดลงกับการแทนที่) กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กจากสถานรับเลี้ยงเด็กและโรงเรียนอนุบาลในฟิลาเดลเฟีย (Philadelphia) อายุ 3-5 ปี จำนวน 96 คน การทดลองแบ่งเป็น 3 ขั้นตอนคือ ขั้นตอนที่ 1 (วันที่ 1) เป็นการเล่นเกมเพื่อสร้างความคุ้นเคยกับเด็กประมาณ 15 นาที ขั้นตอนที่ 2 (วันที่ 2) เป็นการเล่นเกมเพื่อดูการคาดคะเนเกี่ยวกับจำนวนโดยใช้จานรองสีขาว 2 ใบ ตุ๊กตาหนูสีเขียว 6 ตัว กระป๋องสำหรับครอบจานรอง 2 ใบ เด็กมีหน้าที่เลือกจานตุ๊กตาหนู ถ้าเด็กเลือกจาน "ผู้ชนะ" (มีตุ๊กตาหนู 3 ตัว) จะได้รับรางวัล แต่ถ้าเลือกจาน "ผู้แพ้" (มีตุ๊กตาหนู 2 ตัว) จะไม่ได้รับรางวัล ขั้นตอนที่ 3 (วันที่ 2) ผู้ทดลองจะหมุนสลับจานรองและเปลี่ยนตำแหน่งของตุ๊กตาหนูให้แตกต่างกันโดยการลดจำนวนและ/หรือการย้ายที่โดยไม่ให้เด็กรู้ตัว แล้วถามให้เด็กเลือกจานผู้ชนะหรือจานผู้แพ้ การวางตำแหน่งตุ๊กตาหนูบนจานรองจะแตกต่างกัน 8 แบบ <u>การทดลองที่ 2</u> (การเพิ่มกับการย้ายที่) กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กจากโรงเรียนอนุบาลในฟิลาเดลเฟีย อายุ 3-6 ปี จำนวน 35 คน (ออกจากการทดลอง 2 คน) ใช้วิธีการทดลองและเครื่องมือเช่นเดียวกับการทดลองที่ 1 เพียงแต่เปลี่ยนจากการลดจำนวนตุ๊กตาหนูมาเป็นการเพิ่มจำนวนตุ๊กตาหนู ผลการทดลองพบว่า เด็กอายุ 3-4 ปี ใช้จำนวนในการตัดสิน "ผู้ชนะ" และ "ผู้แพ้" มากกว่าการอาศัยความยาวและความแน่นทึบ นั่นคือ เด็กเล็ก ๆ มีพื้นฐานความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและสามารถคิดปฏิบัติการต่อการเพิ่มหรือการลดจำนวน กล่าวคือ เด็กสามารถรับรู้และอธิบายการเปลี่ยนแปลงจำนวนเมื่อมีการเพิ่มเข้าหรือลดลงได้ดีกว่าการเปลี่ยนแปลงโดยการแทนที่ ดังจะเห็นได้จากเด็กจะแสดงความประหลาดใจต่อการเปลี่ยนแปลงของจำนวน

มากกว่าการเปลี่ยนแปลงความยาวหรือความแน่นทึบ และเด็กส่วนใหญ่จะเข้าใจว่าการบวกให้ผลในทางย้อนกลับกับการลบ

พีอาเจท์ (Piaget 1952, cited by Gelman 1972: 87) เคยแย้งผลการศึกษาของเกลแมน (Gelman 1972: 75-90) ว่าเด็กสามารถเข้าใจจำนวนที่มีค่าน้อยได้จากการรับรู้ไม่ใช้การรู้คิดและเหตุผลทางตรรก เกลแมน (Gelman 1972: 86-87) ได้ทดสอบสมมติฐานนี้โดยการให้เด็กอายุ 3 ปี จำนวน 10 คน และอายุ 4 ปี จำนวน 10 คน ทำงานทดสอบความเข้าใจการอนุรักษ์จำนวนที่มีค่าน้อยโดยการวางเบี้ยสีแดง 2 แถว ๆ ละ 3 อัน แบบสมนัยหนึ่งต่อหนึ่ง เด็กแต่ละคนจะทำงานอนุรักษ์ที่มีการขยายหรือลดความยาวของแถวเบี้ย 2 ครั้ง ผู้ทดลองจะสุ่มลำดับการทดลอง ผลการทดลองพบว่า เด็กอายุ 3, 4 ปี ไม่สามารถทำงานทดสอบความเข้าใจการอนุรักษ์จำนวนตามแบบของพีอาเจท์ แม้ว่าจะมีจำนวนเพียง 3 ก็ตาม

สตาร์กี้ และเกลแมน (Starkey and Gelman 1982, cited by Flavell 1985: 68) ได้ทดสอบความสามารถในการบวกและลบเลขในใจของเด็กอายุ 3-5 ปี โดยให้เด็กนับเงิน 4 เพนนี ที่วางบนฝ่ามือของผู้ทดสอบ ต่อจากนั้นผู้ทดสอบจะกำมือและนำเงินอีก 4 เพนนี มาใส่เพิ่มในมือที่กำเงินไว้แล้วถามเด็กว่า "มีเงินในมือทั้งหมดเท่าไร" หรือถามเด็กว่า "เมื่อนำเงินออกไปจากมือ 3 เพนนี จะเหลือเงินอยู่ในมือเท่าไร" ผลการทดสอบพบว่าเด็กอายุ 5 ปีส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนที่เริ่มต้นจาก 1-6 และสามารถแก้ปัญหาการเพิ่มหรือการลดจำนวนจาก 1-4 โดยใช้การนับช่วยในการแก้ปัญหาได้

ฮูด (Hood 1962: 232-276) ได้พยายามศึกษาการอนุรักษ์จำนวนตามวิธีการของพีอาเจท์ ผลการศึกษาพบว่า เด็กชาวอังกฤษเริ่มมีมโนทัศน์ทางจำนวนเมื่ออายุ 6-7 ปี เด็กอายุต่ำกว่า 5 ปี ไม่มีความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเลย เด็กอายุ 7 ปี ส่วนมากจะใช้วิธีนับในการตอบคำถามและสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่เด็กอายุ 6-7 ปี ไม่สามารถสรุปเป็นหลักเกณฑ์ที่แน่นอนได้ เด็กส่วนมากจะเริ่มมีมโนทัศน์ทางจำนวนเมื่ออายุสมอง 7 ปี 1 เดือน

ลาปวงต์ (LaPointe 1975: 139) ได้ศึกษาอิทธิพลขององค์ประกอบในการรับรู้ (ความยาวและความแน่นทึบของจำนวนสมาชิกในแถว) และความเข้าใจในการเปรียบเทียบ (เท่ากันและมากกว่า) ที่ส่งผลต่อการตัดสินปัญหาการอนุรักษ์ของกลุ่มตัวอย่างอายุ 2-5 ปี แบบทดสอบประกอบด้วยวัตถุสองแถวที่มีความยาวเท่ากัน แต่จำนวนสมาชิกในแต่ละแถวไม่เท่ากัน

และแถวที่มีความยาวไม่เท่ากันแต่จำนวนสมาชิกเท่ากัน ลาปวงต์ได้สรุปผลการศึกษาไว้ว่า ความเข้าใจในการใช้คำเกี่ยวกับการเปรียบเทียบของเด็กจะดีขึ้นตามระดับอายุ และพออายุ 4 ปี เด็กจะเข้าใจความสัมพันธ์ของคำว่าเท่ากันและมากกว่าตามหลักตรรกศาสตร์ ทั้งนี้ความแน่นทึบและความยาวของแถวจะมีอิทธิพลต่อการตัดสินใจในเรื่องปริมาณของเด็กทุกระดับอายุ และเด็กจะสามารถตอบปัญหาการอนุรักษ์ได้ถูกต้องมากขึ้นตามระดับอายุ ซึ่งข้อสรุปนี้สอดคล้องกับการศึกษาของซีเกล (Siegel 1969: 175) ที่ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการใช้ถ้อยคำบางคำกับปัญหาการอนุรักษ์จำนวนกับกลุ่มตัวอย่างที่เป็นเด็กอายุ 2-6 ปี จำนวน 66 คน ผลการศึกษาพบว่าเด็กสามารถเข้าใจความหมายของคำที่ใช้ในการเปรียบเทียบปริมาณ เช่น มากกว่า-น้อยกว่า และเท่ากัน เมื่ออายุ 5 ปี และเข้าใจปัญหาการอนุรักษ์จำนวนเมื่ออายุประมาณ 5 ปี

ไวเนอร์ (Winer 1974: 839-842) ได้ทดสอบความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนที่มีค่าน้อย (2-3 จำนวน) และจำนวนที่มีค่ามาก (5-6 จำนวน) จากเงื่อนไขการฝึกและไม่มีการฝึกในเด็กอายุ 4 ปี ถึง 4 ปี 11 เดือน โดยแบ่งเด็กออกเป็น 2 กลุ่มทดลอง ๆ ละ 8 คน รวม 16 คน คือ กลุ่มทดลองที่ 1 ทดสอบความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนที่มีค่าน้อยด้วยการให้เด็กเล่นไพ่โปกเกอร์ที่มีจำนวนน้อย (2-3 อัน) กลุ่มทดลองที่ 2 ทดสอบความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนที่มีค่ามากด้วยการให้เด็กเล่นไพ่โปกเกอร์ที่มีจำนวนมาก (5-6 อัน) เด็กครึ่งหนึ่งของแต่ละกลุ่มทดลองจะเป็นกลุ่มควบคุมซึ่งมีขั้นตอนการทดสอบเหมือนกับกลุ่มตัวอย่างยกเว้นจะใช้กิจกรรมพิเศษแทนการฝึก ส่วนเด็กอีกครึ่งหนึ่งจะทดสอบพื้นฐาน (pretest) เรื่องการอนุรักษ์จำนวน รวม 4 ครั้ง โดยการถามเด็กแต่ละคนให้ (1) เปรียบเทียบปริมาณที่มีการจัดแบบสมนัย 1-1 และเปรียบเทียบปริมาณที่มีการขยายหรือเปลี่ยนตำแหน่งแถวใดแถวหนึ่ง (2) เปรียบเทียบปริมาณที่ไม่เท่ากัน (3) เปรียบเทียบปริมาณเมื่อมีการขยายแถวให้ดูเหมือนว่ามีจำนวนมากกว่า และ (4) เปรียบเทียบการอนุรักษ์จำนวนที่มีปริมาณเท่ากัน หลังจากทดสอบพื้นฐาน (pretest) แล้ว จะเป็นเงื่อนไขการฝึกซึ่งมี 3 การทดลอง แต่ละการทดลองจะมี 4 บล็อก (block) การทดลองแต่ละบล็อก (block) จะเริ่มจากการเสนอสิ่งของที่มีจำนวนเท่ากันก่อนมีการเพิ่มหรือนำสิ่งของออกจากแถว 1 อัน และ/หรือมีการจัดกระทำกับแถวใดแถวหนึ่งด้วยการขยายหรือลดความยาวของแถว การทดสอบภายหลัง (posttest) ดำเนินการเหมือนกับการทดสอบพื้นฐาน (pretest) ส่วนการทดสอบการถ่ายโยง (transfer-test) จะทดสอบการอนุรักษ์จำนวนของกลุ่มทดลอง 2 ครั้ง ผลการทดสอบพบว่า เด็กอายุ 4 ปี มี

ความเข้าใจการอนุรักษ์จำนวนที่มีค่าน้อย (2-3 จำนวน) และมีความเข้าใจเกี่ยวกับการกระทำต่อจำนวน เช่น การเพิ่ม การลดจำนวน

ซิลเวอร์แมน และบริก้า (Silverman and Briga 1981 : 115-126) ได้ศึกษาการแก้ปัญหาการอนุรักษ์จำนวนที่มีค่าน้อย (2-3 จำนวน) โดยใช้วิธีการศึกษาเชิงประจักษ์ในการเสนอสิ่งของ 2 ชุด ให้เด็กอายุเฉลี่ย 3.6-3.7 ปี เลือกขนมคุกกี้ในเงื่อนไขที่แตกต่างกัน ดังนี้ การทดลองที่ 1 เด็กอายุเฉลี่ย 3.6 ปี จะเลือกขนมคุกกี้ที่วางเรียงกัน 2 แถว ๆ ละ 1-6 อัน ว่าแถวใดมีจำนวนมากที่สุด การทดลองที่ 2 เด็กอายุเฉลี่ย 3.7 ปี จะเลือกขนมคุกกี้ที่มีการปิดและเปิดขนมที่วางเรียงกัน 2 แถว ๆ ละ 1-6 อัน ครั้งละ 1 อัน ว่าแถวใดมีจำนวนมากที่สุด การทดลองที่ 3 เด็กอายุเฉลี่ย 3.6 ปี จะเลือกขนมคุกกี้ที่มีการปิดและเปิดจำนวนขนมคุกกี้ที่วางเรียงกัน 2 แถว ๆ ละ 1-6 อัน ครั้งละ 2 อัน การทดลองที่ 4 เด็กอายุ 3.6 ปี จะเลือกขนมคุกกี้ที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปแบบจากการทดลองที่ 1-3 ผลการวิจัยพบว่า เด็กอายุ 3 ปี สามารถแก้ปัญหาจำนวนที่มีค่าน้อย (2-3 จำนวน) ที่อยู่ภายในสายตาได้ การย้ายที่ตำแหน่งขนมหรือการซ่อนขนม 1 อัน ไม่มีผลต่อการเลือกจำนวนของเด็ก แต่การซ่อนขนม 2 อัน ในครั้งสุดท้ายมีผลต่อการเดาของเด็ก ดังนั้นผลการวิจัยนี้จึงสนับสนุนว่า เด็กอายุ 3 ปี ใช้วิธีการเชิงประจักษ์ในการแก้ปัญหา เพราะถ้าเด็กใช้เหตุผลในการตอบปัญหาแล้วเด็กจะต้องตอบคำถามได้ไม่ว่าจะซ่อนขนมกี่อัน

ส่วนการศึกษาพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดเรื่องการอนุรักษ์จำนวน ตามแนวคิดของพีอาเจท์กับเด็กไทยในปัจจุบันนี้มีผู้ทำการศึกษาได้หลายคน เช่น

วิชัย ชำนิ (2519: 40-42) ศึกษาการอนุรักษ์จำนวนและการบวกจำนวนของเด็กในเมืองใหญ่กับเด็กชนบทอายุ 7-10 ปี จำนวน 112 คน เป็นเด็กนักเรียนโรงเรียนสาธิตในกรุงเทพมหานคร จำนวน 56 คน กับนักเรียนโรงเรียนประถมศึกษาในจังหวัดปราจีนบุรีจำนวน 56 คน ซึ่งเป็นการทดลองเกี่ยวกับการอนุรักษ์จำนวนที่ยึดหลักความเท่าเทียมกันของแก้วน้ำ 8 ใบ และจานรองแก้ว 6 ใบ ตุ๊กตาสีเขียว 8 ตัว และสีแดง 10 ตัว โดยจัดทดสอบตามแบบการอนุรักษ์จำนวนของพีอาเจท์ ส่วนการทดลองเกี่ยวกับการบวกจำนวนจะให้เด็กเปรียบเทียบจำนวนฝรั่งและส้ม การจัดเรียงตุ๊กตาขนานกัน 2 แถว แถวหนึ่งมีตุ๊กตา 6 ตัว อีกแถวหนึ่งมีตุ๊กตา 12 ตัว และทำให้สองแถวมีจำนวนเท่ากัน สุดท้ายให้นักเรียนเปรียบเทียบจำนวนลูกกวาด (16 ลูก)

ที่ตุ๊กตาสีแดง 1 ตัว และตุ๊กตาสีเขียว 1 ตัว ได้รับพร้อมกับอธิบายเหตุผล ผลการทดลองพบว่า เด็กในเมืองใหญ่มีพัฒนาการทางการอนุรักษ์จำนวนและการบวกจำนวนเร็วกว่าเด็กในชนบท และมโนทัศน์ดังกล่าวไม่มีความแตกต่างกันระหว่างเพศชายและเพศหญิง

รัชนี คงคงสันติ (2522: 33-52) ศึกษาการอนุรักษ์จำนวนของเด็กก่อนวัยเรียนที่มาจากครอบครัวที่มีฐานะทางเศรษฐกิจสูงและต่ำ กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอนุบาล 1-2 ของโรงเรียนราษฎร์ประเภทสามัญในเขตกรุงเทพมหานคร อายุ 3-6 ปี จำนวน 192 คน การทดลองแบ่งเป็น 3 ตอน คือ ตอนที่ 1 ทดสอบการอนุรักษ์จำนวนด้วยแบบสอบถามที่ดัดแปลงมาจากของ ฟัฟฟอล ชอว์ และซายร์ดอลลาสกี (Pufall, Shaw and Syrdal -Lasky 1973: 21-27) โดยยึดทฤษฎีของพีอาเจท์เป็นแนวทางในการสร้างคำถามให้นักเรียนตอบว่า บล็อกไม้ทรงลูกบาศก์ที่เรียงขนานกัน 2 แถว มีจำนวนเท่ากันหรือไม่ ทำไมถึงเท่ากัน หรือทำไมถึงไม่เท่ากัน ตอนที่ 2 ทดสอบความสามารถในการสร้างแถวให้มีจำนวนไม้บล็อกตามรูปแบบ (model) โดยวางในลักษณะสมนัยหนึ่งต่อหนึ่ง ตอนที่ 3 ทดสอบความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนในด้านการนับ (1, 2, 3, ...) การบอกจำนวน (cardinal numbers) และการบอกตำแหน่ง (ordinal numbers) โดยการเรียงแถวขนมปังรูปตุ๊กตา ชี้ตำแหน่งขนมปังรูปตุ๊กตา และหยิบขนมปังรูปตุ๊กตาตามตำแหน่งที่กำหนด ผลการศึกษาพบว่า เด็กก่อนวัยเรียนมีพัฒนาการของการอนุรักษ์จำนวนตามลำดับขั้นที่สอดคล้องกับทฤษฎีของพีอาเจท์ เด็กโตใช้ความยาวเป็นสื่อ (cue) ในการตัดสินจำนวนมากกว่าความแน่นทึบ และมโนทัศน์ดังกล่าวไม่มีความแตกต่างระหว่างเด็กที่มาจากครอบครัวที่มีฐานะทางเศรษฐกิจสูงและต่ำ

เฉลา ประเสริฐสังข์ (2522: 36-98) ศึกษาการอนุรักษ์จำนวนของเด็กที่มีเพศ สภาพถิ่นที่อยู่ อาชีพของผู้ปกครอง และระดับการศึกษาของผู้ปกครองแตกต่างกัน และเปรียบเทียบสังกัปในด้านการอนุรักษ์จำนวน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนอายุ 3-7 ปี ในกรุงเทพมหานครและภาคตะวันออกเฉียงเหนือกลุ่มละ 120 คน เครื่องมือทดสอบการอนุรักษ์จำนวนมี 3 ชุด คือ ชุดที่ 1 แบบทดสอบพัฒนาการของสังกัปในด้านการเปรียบเทียบปริมาณ ขนาดและความยาว ลักษณะ และตำแหน่งของวัตถุ ชุดที่ 2 แบบทดสอบวัดพัฒนาการของสังกัปในด้านการอนุรักษ์จำนวน ซึ่งดัดแปลงมาจากแบบของสถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ (จรรจา สุวรรณทัต 2519: 95-97) โดยใช้จำนวนเท่ากับ 4 เครื่องมือประกอบด้วยฝาน้ำอัดลม 4 ฝา ลูกแก้วจำนวน 6 ลูก ชุดที่ 3 แบบสอบถามเกี่ยวกับอาชีพและระดับการศึกษาของผู้ปกครอง ซึ่งเป็นแบบสอบถาม

ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง ผลการศึกษาพบว่า อายุ ระดับการศึกษาของผู้ปกครอง มีผลต่อการอนุรักษ์จำนวนของเด็ก กล่าวคือ เด็กที่มีอายุมากมีพัฒนาการของสังกัปในด้านการอนุรักษ์จำนวนและการเปรียบเทียบสูงกว่าเด็กที่มีระดับอายุน้อยกว่า เด็กที่มีผู้ปกครองที่มีระดับการศึกษาสูงจะมีพัฒนาการของสังกัปในการเปรียบเทียบสูงกว่าเด็กที่มีผู้ปกครองที่มีระดับการศึกษาต่ำกว่า แต่มโนทัศน์ดังกล่าวไม่พบความแตกต่างของ เพศ อาชีพของผู้ปกครอง และสภาพถิ่นที่อยู่

อมรรัตน์ สุทธิพินิจธรรม (2527: 64-72) ศึกษาการอนุรักษ์จำนวน การเพิ่มและการลดจำนวนของเด็กไทยก่อนวัยเรียนที่เป็นลูกพ่อค้าและไม่ใช่ลูกพ่อค้าในเขตกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอนุบาลและนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 อายุ 3-6 ปี จำนวน 160 คน ผู้ทดลองสร้างเครื่องมือตามแนวคิดของพีอาเจท์ (Piaget 1952) เรื่องความเข้าใจเกี่ยวกับสมนัยหนึ่งต่อหนึ่ง (one to one correspondence) และความเท่าเทียมกัน (equivalent) เป็นแนวทาง การทดลองใช้งาน 4 งาน คือ งานที่ 1 งานเกี่ยวกับการนับรถยนต์เด็กเล่น จำนวน 40 คัน งานที่ 2 งานเกี่ยวกับความเข้าใจด้านการอนุรักษ์จำนวนลูกสี่เหลี่ยมลูกบาศก์สีแดงและสีเขียวที่เรียงกัน 5 แบบ แต่ละแบบจะถามนักเรียนว่า "แถวสีแดงและแถวสีเขียวมีจำนวนเท่ากันหรือไม่" และ "ทราบได้อย่างไร" งานที่ 3 งานเกี่ยวกับความเข้าใจด้านการเพิ่มจำนวนลูกสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ 2 แถว ที่เรียงกัน 9 แบบ และแต่ละแบบจะตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ 8 ข้อ เช่น "สองแถวมีจำนวนเท่ากันหรือไม่" "ทราบได้อย่างไร" เป็นต้น งานที่ 4 งานเกี่ยวกับความเข้าใจด้านการลดจำนวน ดำเนินการลักษณะเดียวกับงานที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า เด็กไทยก่อนวัยเรียนที่เป็นลูกพ่อค้าและไม่ใช่ลูกพ่อค้าในเขตกรุงเทพมหานครมีพัฒนาการด้านการอนุรักษ์จำนวน การเพิ่ม และการลดจำนวน เพิ่มขึ้นตามระดับอายุ และพบว่าเด็กใช้ความยาวเป็นเครื่องช่วยในการตัดสินจำนวนมากกว่าความแน่นทึบ

จากเอกสารและงานวิจัยที่เสนอมาแล้วนั้นจะเห็นได้ว่า มีข้อค้นพบที่ขัดแย้งกันในเรื่องช่วงอายุที่เด็กเริ่มมีความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและการอนุรักษ์จำนวน กล่าวคือ พีอาเจท์และคนอื่น ๆ พบว่า เด็กเริ่มมีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนเมื่ออายุ 6-7 ปี (Hood 1962: 273-276; Piaget 1965: 174; Pufall and Shaw 1972: 62-69) และเด็กจะมีความเข้าใจการอนุรักษ์จำนวนเมื่ออายุ $6\frac{1}{2}$ - 7 ปี (Copeland 1970: 61-62; McNally 1974: 103-107) แต่ผลการศึกษาของเกลแมน (Gelman 1972: 75-90) พบว่า เด็กอายุ 3-4 ปี ซึ่งเป็นเด็กที่ยังไม่เข้าใจงานอนุรักษ์จำนวนของพีอาเจท์ มีความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนที่มีค่าน้อย (2-3 จำนวน)

สามารถคิดปฏิบัติการกับจำนวนที่มีการลดและการเพิ่มจำนวนโดยอาศัยหน่วยของวัตถุมากกว่าความยาวหรือความแน่นทึบ และนักวิจัยบางท่านก็พบว่า เด็กอายุ 4-5 ปี มีความเข้าใจปัญหาและสามารถอนุรักษ์จำนวนได้ (Rothenberg 1969: 383-406; Siegel 1969: 175; Lloyd 1971: 415-428; Winer 1974: 839-842; LaPointe 1975: 139) ปัจจัยที่ทำให้ผลการศึกษามีความขัดแย้งกันในเรื่องเวลาเกิดพัฒนาการแต่ละขั้นนั้นอาจจะเกิดจากการใช้เหตุผลที่ยากเกินไป อันเป็นเหตุให้เด็กไม่เข้าใจความหมายของคำบางคำ (เช่น มาก น้อย) ในคำถามเกี่ยวกับปริมาณ (Braine 1959; Green and Laxon 1970; Zimiles 1963 cited by Gelman 1972: 76) อาจจะมีการให้เหตุผลที่ไม่ตรงกับงาน หรืออาจจะเกิดจากมีตัวชี้แนะที่ทำให้เด็กเข้าใจผิด เด็กอาจจะเห็นการเปลี่ยนแปลงของจำนวนที่ลำเอียงเกินความเป็นจริง (Bruner, Olver, Greenfield, et al. 1966; Gelman 1969; Mehler and Bever 1967; Wallach, Wall and Anderson 1967 cited by Gelman 1972: 76) จากข้อค้นพบที่ขัดแย้งกันนี้ทำให้เกิดประเด็นที่น่าสงสัยหลายประการ เช่น ทำไมผลการวิจัยจึงแตกต่างกัน เด็กไทยเริ่มมีความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเมื่อใด เด็กที่ยังไม่มีความเข้าใจการอนุรักษ์จำนวนมีความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนหรือไม่ อย่างไร อายุมีผลกับความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนหรือไม่ ประกอบกับยังไม่มีการศึกษาเรื่องนี้กับเด็กไทยที่ยังไม่เข้าใจการอนุรักษ์จำนวน ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการเข้าใจการลด การเพิ่ม และความคงที่ของจำนวนของเด็กไทยก่อนวัยเรียน อายุ 3-5 ปี ที่ยังไม่เข้าใจการอนุรักษ์จำนวนว่าเด็กมีความสามารถในการเข้าใจการลด การเพิ่ม และความคงที่ของจำนวนที่มีค่าน้อย (2-3 จำนวน) หรือไม่ อย่างไร และอายุมีผลต่อความสามารถในการเข้าใจการลด การเพิ่ม และความคงที่ของจำนวนที่มีค่าน้อยหรือไม่ ผู้วิจัยคาดว่าผลการวิจัยครั้งนี้จะให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการพัฒนาความสามารถด้านจำนวนของเด็กก่อนวัยเรียนต่อไปในอนาคต

ตัวแปรในการศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ (independent variable) ได้แก่ อายุ

2. ตัวแปรตาม (dependent variable) ได้แก่ คะแนนความเข้าใจการลดจำนวน คะแนนความเข้าใจการเพิ่มจำนวน และคะแนนความเข้าใจความคงที่ของจำนวน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาพัฒนาการและเปรียบเทียบความสามารถในการเข้าใจการลด การเพิ่ม และความคงที่ของจำนวนในเด็กก่อนวัยเรียนที่ยังไม่เข้าใจการอนุรักษ์จำนวน อายุ 3-5 ปี

สมมติฐานในการวิจัย

1. เด็กก่อนวัยเรียนที่ยังไม่เข้าใจการอนุรักษ์จำนวนมีความเข้าใจการลด การเพิ่ม และความคงที่ของจำนวน

2. เด็กก่อนวัยเรียนที่ยังไม่เข้าใจการอนุรักษ์จำนวนที่มีอายุมากกว่าจะมีความเข้าใจการลด การเพิ่ม และความคงที่ของจำนวนดีกว่าเด็กก่อนวัยเรียนที่ยังไม่เข้าใจการอนุรักษ์จำนวนที่มีอายุน้อยกว่า

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. จำนวน (number) หมายถึง ปริมาณที่นับได้ 1, 2, 3, ...

2. มโนทัศน์ด้านจำนวน (concept of number) หมายถึง ความสามารถในการรู้และเข้าใจความหมายที่แท้จริงตามค่าแต่ละหน่วย (unit) ของจำนวน

3. การลดจำนวน (subtraction) หมายถึง การนำบางส่วนของปริมาณวัตถุที่มีอยู่ออกไป มีผลทำให้จำนวนที่มีอยู่ลดลงครั้งละ 1 จำนวน

4. การเพิ่มจำนวน (addition) หมายถึง การนำปริมาณของวัตถุเข้ามาในปริมาณของวัตถุที่มีอยู่เดิม มีผลทำให้จำนวนที่มีอยู่เดิมเพิ่มขึ้นครั้งละ 1 จำนวน

5. ความคงที่ของจำนวน (invariance) หมายถึง ปริมาณของวัตถุที่มีอยู่จะมีปริมาณคงที่ ถ้าไม่มีการนำเข้าหรือเอาออก แม้ว่าจะมีการเคลื่อนย้ายหรือจัดเรียงตำแหน่งของวัตถุนั้นใหม่

6. การอนุรักษ์จำนวน (number conservation) หมายถึง ความสามารถที่จะเข้าใจว่าปริมาณของวัตถุที่มีอยู่เท่ากันจะมีปริมาณคงที่เสมอ ถ้าไม่มีการนำเข้าหรือเอาออก แม้ว่าจะมีการเคลื่อนย้ายหรือจัดเรียงตำแหน่งของวัตถุนั้นใหม่

7. ความยาว (length) หมายถึง ระยะทางระหว่างวัตถุชิ้นแรกกับวัตถุชิ้นสุดท้ายที่วางเรียงกันเป็นแถวตรง ถ้ามีจำนวนวัตถุเท่ากันแล้ว

- ระยะห่างระหว่างวัตถุมีมาก หมายถึง ความยาวมาก
- ระยะห่างระหว่างวัตถุน้อย หมายถึง ความยาวน้อย

8. ความแน่นทึบ (density) หมายถึง ความห่างระหว่างวัตถุสองจำนวนขึ้นไป ถ้ามีจำนวนวัตถุเท่ากันแล้ว

- วางอยู่ใกล้กันมาก หมายถึง ความแน่นทึบมาก
- วางอยู่ใกล้กันน้อย หมายถึง ความแน่นทึบน้อย

9. เด็กก่อนวัยเรียน ในที่นี้หมายถึง เด็กที่มีอายุ 3-5 ปี โดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มตามระดับอายุดังนี้

- อายุ 3 ปี หมายถึง เด็กที่มีอายุ 2 ปี 6 เดือน ถึงอายุ 3 ปี 5 เดือน
- อายุ 4 ปี หมายถึง เด็กที่มีอายุ 3 ปี 6 เดือน ถึงอายุ 4 ปี 5 เดือน
- อายุ 5 ปี หมายถึง เด็กที่มีอายุ 4 ปี 6 เดือน ถึงอายุ 5 ปี 5 เดือน

10. นักเรียน ในที่นี้หมายถึง เด็กนักเรียนโรงเรียนสุพรรณภูมิที่ยังไม่เข้าใจการอนุรักษ์จำนวน อายุ 3-5 ปี จำนวน 120 คน

<u>ขอบเขตของการวิจัย</u>

1. กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้เป็นเด็กก่อนวัยเรียน อายุ 3-5 ปี ของโรงเรียนสุพรรณภูมิ อำเภอเมืองสุพรรณบุรี จังหวัดสุพรรณบุรี ที่ยังไม่เข้าใจการอนุรักษ์จำนวน รวม 120 คน

2. การวิจัยครั้งนี้มุ่งศึกษาเฉพาะความเข้าใจการลดหรือการเพิ่มจำนวนที่มีค่าน้อย (2-3 จำนวน) เมื่อมีการลดหรือการเพิ่มจำนวนครั้ง 1 จำนวน และความเข้าใจความคงที่ของจำนวนที่มีค่าน้อย (2-3 จำนวน) จากงานการลดหรืองานการเพิ่มจำนวนของกลุ่มตัวอย่างที่กำหนดไว้ในคำจำกัดความของงานวิจัย

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ประโยชน์ทางด้านวิชาการ ช่วยเพิ่มพูนความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการอนุรักษ์จำนวน การลดจำนวน การเพิ่มจำนวน และความคงที่ของจำนวน ในเด็กก่อนวัยเรียนที่ยังไม่เข้าใจการอนุรักษ์จำนวนอายุ 3-5 ปี

2. ประโยชน์ทางด้านการประยุกต์

2.1 นำผลการวิจัยไปใช้ในการพัฒนาโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์จำนวน การลดจำนวน การเพิ่มจำนวน และความคงที่ของจำนวน ของเด็กไทยก่อยวัยเรียน อายุ 3-5 ปี โดยเฉพาะด้านการจัดเนื้อหาและกระบวนการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับพัฒนาการของเด็กแต่ละระดับอายุ อันจะมีผลทำให้เด็กสามารถพัฒนาความสามารถด้านจำนวนได้สูงสุดตามศักยภาพแห่งตน

2.2 เป็นแนวทางในการศึกษาและวิจัยต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย