

ผลเฉลยแบบอนุกรมสำหรับโครงสร้างอาคารสูงรับแรงกระทำทางข้าง



นายนครินทร์ ปลั่งพงษ์พันธ์

ศูนย์วิทยพัทยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

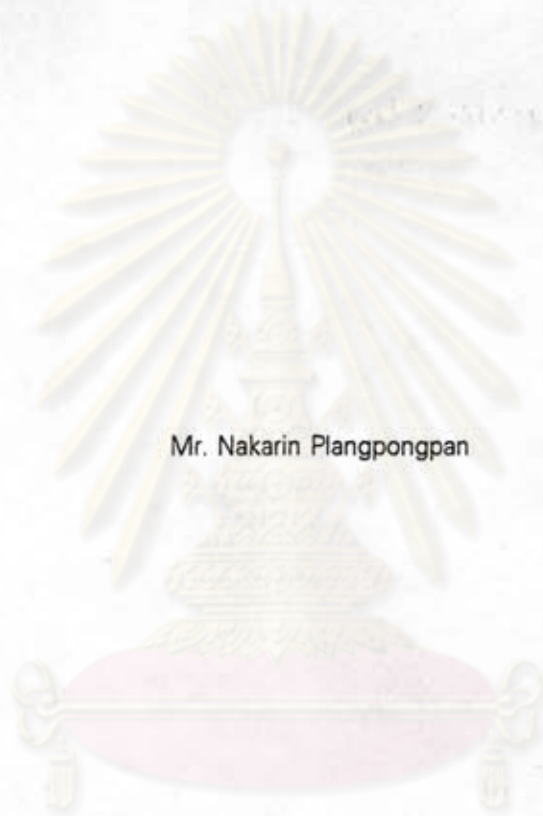
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2539

ISBN 974-633-490-5

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A SERIES SOLUTION FOR LATERALLY LOADED MULTI-STORIED BUILDINGS



Mr. Nakarin Plangpongpan

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering

Department of Civil Engineering

Graduate School

Chulalongkorn University

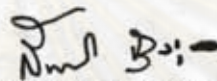
1996

ISBN 974-633-490-5

หัวข้อวิทยานิพนธ์ ผลเฉลยแบบอนุกรมสำหรับโครงสร้างอาคารสูงรับแรงกระทำทางข้าง
โดย นายนครินทร์ ปลั่งพงษ์พันธ์
ภาควิชา วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. สุธรรม สุริยะมงคล



บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต



.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. สันติ ฤงสุวรรณ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



.....ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร. เอกสิทธิ์ ลิ้มสุวรรณ)



.....อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุธรรม สุริยะมงคล)



.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร. พูลศักดิ์ เพียรสุสม)

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว



นครินทร์ ปลั่งพงษ์พันธ์ : ผลเฉลยแบบอนุกรมสำหรับโครงสร้างอาคารสูงรับแรงกระทำทางข้าง
(A SERIES SOLUTION FOR LATERLY LOADED MULTI-STORIED BUILDINGS) อ.ที่ปรึกษา : รศ.ดร. สุธรรม สุริยะมงคล, 109 หน้า. ISBN 974-633-490-5

งานศึกษานี้เป็นการหาวิธีอย่างง่ายสำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างอาคารหลายชั้นที่ประกอบด้วยผนังรับแรงเฉือนและโครงข้อแข็งที่มีผังไม่สมมาตรภายใต้แรงกระทำทางข้าง โดยการสมมติให้จุดตัดกลับเกิดขึ้นที่กึ่งกลางช่วงคานแต่ละชั้นของโครงข้อแข็ง ดังนั้นเสาแต่ละต้นในโครงข้อแข็งอาจจะพิจารณาเสถียรอยู่ในรูปเสายื่นที่มีคานแขนยื่นออกไปที่ทุกระดับชั้น ซึ่งอาจแทนที่ต่อไปด้วยแบบจำลองต่อเนื่องตลอดความสูงของอาคาร

โดยสมมติตัวแปรของการเปลี่ยนตำแหน่งของอาคาร ให้อยู่ในรูปของอนุกรมออร์ธोगอนัลที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวไม่ทราบค่าเราก็อาจจะใช้ทฤษฎีทางพลังงานมากำหนดสภาวะสมดุลของอาคารและใช้คุณสมบัติออร์ธोगอนัลของอนุกรม มาหาค่าสัมประสิทธิ์เหล่านั้น ทำให้ได้คำตอบของการเปลี่ยนตำแหน่งและแรงภายในของโครงสร้างในนิพจน์ที่ชัดเจน (Explicit solution) ซึ่งสะดวกในการคำนวณ และมีความแม่นยำเพียงพอแก่การนำไปใช้ในการวิเคราะห์และออกแบบเบื้องต้นสำหรับอาคารสูงที่รับแรงกระทำทางข้างได้



ศูนย์วิทยพัชการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
ปีการศึกษา 2538

ลายมือชื่อนิติ นครินทร์ ปลั่งพงษ์พันธ์
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร. สุธรรม สุริยะมงคล
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาพร้อม

C515155 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORD: SERIES SOLUTION/LATERLLY LOADED/MULTI-STORIED BUILDINGS

NAKARIN PLANGPONGPAN : A SERIES SOLUTION FOR LATERLLY LOADED
MULTI-STORIED BUILDINGS. THESIS ADVISOR : ASSO. PROF. SUTHUM
SURIYAMONGKOL, Ph.D. 109 pp. ISBN 974-633-490-5

An approximate method for three dimensional analysis for multistoried asymmetric shear wall-frame buildings under lateral loads is studied. Assuming that an inflection point at mid-span of each framing beam, each column of the frame system can be treated as a branched cantilever which is further substituted with a continuum model throughout the height of the building.

Assuming the building displacement functions in the form of orthogonal series with undetermined coefficients, the equilibrium condition can be established by the principle of stationary total potential energy. The coefficients can then be determined via the orthogonality property of the series. This leads to explicit expressions of the displacements and internal forces of the structure which are accurate enough for preliminary analysis and design of high-rise building under lateral loads



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....วิศวกรรมโยธา

สาขาวิชา.....วิศวกรรมโยธา

ปีการศึกษา..... 2538

ลายมือชื่อนิสิต..... นครินทร์ ปั้งพงษ์พันธ์

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....



กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงอย่างสมบูรณ์ได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ รองศาสตราจารย์ ดร. สุธรรม สุริยะมงคล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้คำแนะนำ และข้อคิดเห็นต่าง ๆ ของการวิจัยมาด้วยดีตลอด รวมถึงการตรวจสอบและแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ด้วย ขอแสดงความขอบคุณต่อศาสตราจารย์ ดร. เอกสิทธิ์ ลิ้มสุวรรณ ในฐานะประธานกรรมการสอบ อาจารย์ ดร. พุฒศักดิ์ เพ็ชรสุสม ในฐานะกรรมการสอบที่ได้กรุณาให้โอกาสผู้วิจัยในการสอบวิทยานิพนธ์นี้ และเนื่องจากทุนการวิจัยครั้งนี้บางส่วนได้รับมาจากทุนอุดหนุนการวิจัยของ บัณฑิตวิทยาลัย จึงขอขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัยมา ณ ที่นี้ด้วย

ท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา ซึ่งสนับสนุนในด้านการเงินและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมา รวมทั้งทุกท่านที่ไม่ได้กล่าวนามซึ่งให้ความช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ จนสำเร็จการศึกษา

นครินทร์ ปลั่งพงษ์พันธ์

ศูนย์วิทยพัชร์พยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ



	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญตาราง	ณ
สารบัญรูปประกอบ	ญ
รายการสัญลักษณ์	ท
บทที่	
1. บทนำ	
ความนำ	1
ผลงานวิจัยที่ผ่านมา	1
ขอบข่ายการศึกษา	4
2. วิธีวิเคราะห์	
สมมติฐาน	5
แบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง	6
ความแม่นยำของผลเฉลยและการปรับแก้ผลของโครงข้อแข็ง	11
การวิเคราะห์การรับแรงทางข้างของอาคาร	14
3. ตัวอย่างการคำนวณและเปรียบเทียบผล	
ตัวอย่างการคำนวณผล	18
การใช้หลักการของ Substitute frame เพื่อช่วยลดงานคำนวณ	19
4. สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	
สรุปผลการวิจัย	21
ข้อเสนอแนะ	22
รายการอ้างอิง	23

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก	
ก. รายการตารางประกอบ	25
ข. รายการรูปประกอบ	31
ค. Listing ของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	88
ง. เพิ่มข้อมูล (Input data) และผลลัพธ์	95
ประวัติผู้เขียน	109



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1 เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างการโก่งตัวของแบบจำลองที่ 20 กับ 21 พจน์สำหรับค่า $\mu = 1.0$ และ $\gamma = 0.1875$	26
2 เปอร์เซนต์ความคลาดเคลื่อนของการโก่งตัวของแบบจำลองคอนตินั่ม สำหรับค่า μ ระหว่าง 0 ถึง 1 และค่า γ ระหว่าง 0 ถึง 0.1875	27
3 เปอร์เซนต์ความคลาดเคลื่อนของโมเมนต์ดัดในเสาที่ฐานสำหรับ ค่า μ ระหว่าง 0 ถึง 1 และค่า γ ระหว่าง 0 ถึง 0.1875	28
4 ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งอาคาร u (เมตร) ของตัวอย่างที่ 1 สำหรับ จำนวนพจน์ 3, 5 และ 10	29
5 ค่าโมเมนต์ดัดในผนังรับแรงเฉือน SW1 (ตัน-เมตร) ของตัวอย่างที่ 1 สำหรับจำนวนพจน์ 3, 5 และ 10	29
6 เปรียบเทียบค่าการเปลี่ยนตำแหน่งอาคาร u (เมตร) ระหว่าง ตัวอย่างที่ 1 กับ 3	30
7 เปรียบเทียบค่าการเปลี่ยนตำแหน่งอาคาร v (เมตร) ระหว่าง ตัวอย่างที่ 1 กับ 3	30
8 เปรียบเทียบค่าการเปลี่ยนตำแหน่งอาคาร θ (เรเดียน) ระหว่าง ตัวอย่างที่ 1 กับ 3	30

สารบัญรูปประกอบ

รูปที่	หน้า
1 โครงข้อแข็งที่สมมติให้มีจุดดัดกลับที่ช่วงกลางคานแต่ละตัว	32
2 แบบจำลองเสาแต่ละต้นในโครงข้อแข็ง	33
3 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและมุมหมุน	34
4 แสดงปริมาณ $-EI\Delta''(z_k)$, $J[\Delta(z_k) - \Delta(z_k - h/2)]$ และ $J[\Delta(z_k + h/2) - \Delta(z_k)]$ ที่มีผลต่อค่า $M_c(z_k^-)$ และ $M_c(z_k^+)$	35
5 ตรวจสอบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.1$ และ $\gamma = 0$	36
6 ตรวจสอบค่าโมเมนต์ดัดในเสาของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.1$ และ $\gamma = 0$	37
7 ตรวจสอบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.3$ และ $\gamma = 0$	38
8 ตรวจสอบค่าโมเมนต์ดัดในเสาของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.3$ และ $\gamma = 0$	39
9 ตรวจสอบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 1.0$ และ $\gamma = 0$	40
10 ตรวจสอบค่าโมเมนต์ดัดในเสาของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 1.0$ และ $\gamma = 0$	41
11 ตรวจสอบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.1$ และ $\gamma = 0.0625$	42
12 ตรวจสอบค่าโมเมนต์ดัดในเสาของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.1$ และ $\gamma = 0.0625$	43
13 ตรวจสอบค่าการโก่งตัวของแบบจ ที่มี $\mu = 0.3$ และ $\gamma = 0.0625$	44

สารบัญรูปประกอบ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
14 ตรวจสอบค่าโมเมนต์ดัดในเสาของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.3$ และ $\gamma = 0.0625$	45
15 ตรวจสอบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 1.0$ และ $\gamma = 0.0625$	46
16 ตรวจสอบค่าโมเมนต์ดัดในเสาของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 1.0$ และ $\gamma = 0.0625$	47
17 ตรวจสอบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.1$ และ $\gamma = 0.1875$	48
18 ตรวจสอบค่าโมเมนต์ดัดในเสาของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.1$ และ $\gamma = 0.1875$	49
19 ตรวจสอบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.3$ และ $\gamma = 0.1875$	50
20 ตรวจสอบค่าโมเมนต์ดัดในเสาของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 0.3$ และ $\gamma = 0.1875$	51
21 ตรวจสอบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 1.0$ และ $\gamma = 0.1875$	52
22 ตรวจสอบค่าโมเมนต์ดัดในเสาของแบบจำลองสำหรับโครงข้อแข็ง 20 ชั้น ที่มี $\mu = 1.0$ และ $\gamma = 0.1875$	53
23 เปรียบเทียบอัตราส่วนความคลาดเคลื่อนของการโก่งตัวระหว่างแบบจำลอง โครงข้อแข็ง 20 และ 30 ชั้น	54
24 เปรียบเทียบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองหลังจากปรับแก้แล้วสำหรับ โครงข้อแข็ง 30 ชั้นที่มี $\mu = 0.1$ และ $\gamma = 0$	55
25 เปรียบเทียบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองหลังจากปรับแก้แล้วสำหรับ โครงข้อแข็ง 30 ชั้นที่มี $\mu = 0.2$ และ $\gamma = 0$	56
26 เปรียบเทียบค่าการโก่งตัวของแบบจำลองหลังจากปรับแก้แล้วสำหรับ โครงข้อแข็ง 30 ชั้นที่มี $\mu = 0.4$ และ $\gamma = 0$	57

สารบัญรูปประกอบ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
40	ผังของโครงสร้างย่อยหน่วยที่ i ของอาคาร 71
41	ผังของอาคารตัวอย่างที่ 1 72
42	กราฟการเปลี่ยนต 73
43	ค่าโมเมนต์ดัดในเสาของโครงสร้างย่อยที่ 2 และ 3 ของอาคารตัวอย่างที่ 1 74
44	ค่าโมเมนต์ดัดในเสาของโครงสร้างย่อยที่ 10 ของอาคารตัวอย่างที่ 1 75
45	ค่าโมเมนต์ดัดในผนังรับแรงเฉือน SW1 ของอาคารตัวอย่างที่ 1 76
46	ค่าโมเมนต์ดัดในเสาของโครงสร้างย่อยที่ 18 ของอาคารตัวอย่างที่ 1 77
47	ค่าโมเมนต์ดัดในเสาของโครงสร้างย่อยที่ 21 และ 22 ของอาคารตัวอย่างที่ 1 . 78
48	ผังของอาคารตัวอย่างที่ 2 79
49	กราฟการเปลี่ยนตำแหน่งของอาคารตัวอย่างที่ 2 80
50	ค่าโมเมนต์ดัดในเสาของโครงสร้างย่อยที่ 1 ของอาคารตัวอย่างที่ 2 81
51	ค่าโมเมนต์ดัดในเสาของโครงสร้างย่อยที่ 2 ของอาคารตัวอย่างที่ 2 82
52	ค่าโมเมนต์ดัดในผนังรับแรงเฉือน SW1 ของอาคารตัวอย่างที่ 2 83
53	ค่าโมเมนต์ดัดในเสาของโครงสร้างย่อยที่ 10 ของอาคารตัวอย่างที่ 2 84
54	ค่าโมเมนต์ดัดในเสาของโครงสร้างย่อยที่ 11 ของอาคารตัวอย่างที่ 2 85
55	ค่าโมเมนต์ดัดในเสาของโครงสร้างย่อยที่ 14 ของอาคารตัวอย่างที่ 2 86
56	ผังของอาคารตัวอย่างที่ 3 87

รายการสัญลักษณ์

- a = ความกว้างของเสา
 a_m = สัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าของอนุกรมของฟังก์ชันการโค้งสำหรับแบบจำลองโครงข้อแข็ง
 A = เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ A_m, B_m, C_m
 A_m, B_m, C_m = สัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าของอนุกรมของฟังก์ชันการเปลี่ยนตำแหน่งของอาคาร $u(z), v(z)$ และ $\theta(z)$ ตามลำดับ
 C = ตัวประกอบปรับแก้
 C_i = ตัวประกอบปรับแก้สำหรับโครงสร้างย่อยหน่วยที่ i
 E = โมดูลัสยืดหยุ่น (Modulus of elasticity) ของโครงสร้าง
 $f(z)$ = ฟังก์ชันของแรงทางข้างที่กระทำต่อแบบจำลองโครงข้อแข็ง
 F = เวกเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับแรงกระทำทางข้าง
 h = ความสูงระหว่างชั้น
 H = ความสูงของโครงสร้าง
 I_b, I'_b = โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of inertia) ของหน้าตัดคานแกนแต่ละข้าง
 J = โมดูลัสของที่รองรับ (Support modulus)
 K = เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของสมการสมดุลทางข้างของอาคาร
 K_b, K'_b = อัตราส่วนสติฟเนส (Stiffness ratio) ของคานแกนแต่ละข้าง
 l_w = ความกว้างของผนังรับแรงเฉือนในแนวราบ
 L, L' = ความยาวจากศูนย์กลางถึงศูนย์กลางของช่วงคานแกนแต่ละข้าง
 M_b, M'_b = โมเมนต์ดัดที่ขั้วต่อของคานแกนแต่ละข้าง
 \bar{M}_c = ค่าเฉลี่ยของโมเมนต์ดัดในเสาที่ระดับความสูง z ใด ๆ
 N = จำนวนโครงสร้างย่อยทั้งหมด
 $u(z), v(z), \theta(z)$ = อนุกรมฟังก์ชันที่สมมติขึ้นสำหรับการเปลี่ยนตำแหน่งของอาคาร ในทิศของแกนอ้างอิง X, Y และหมุนรอบแกน Z ตามลำดับ
 U = พลังงานความเครียด (Strain energy) ทั้งหมดของโครงสร้าง
 U_i = พลังงานความเครียดของโครงสร้างย่อยหน่วยที่ i

รายการสัญลักษณ์

- a = ความกว้างของเสา
 a_m = สัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าของอนุกรมของฟังก์ชันการโค้งสำหรับแบบจำลองโครงข้อแข็ง
 A = เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ A_m, B_m, C_m
 A_m, B_m, C_m = สัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าของอนุกรมของฟังก์ชันการเปลี่ยนตำแหน่งของอาคาร $u(z), v(z)$ และ $\theta(z)$ ตามลำดับ
 C = ตัวประกอบปรับแก้
 C_i = ตัวประกอบปรับแก้สำหรับโครงสร้างย่อยหน่วยที่ i
 E = โมดูลัสยืดหยุ่น (Modulus of elasticity) ของโครงสร้าง
 $f(z)$ = ฟังก์ชันของแรงทางข้างที่กระทำต่อแบบจำลองโครงข้อแข็ง
 F = เวกเตอร์ที่เกี่ยวข้องเนื่องกับแรงกระทำทางข้าง
 h = ความสูงระหว่างชั้น
 H = ความสูงของโครงสร้าง
 I_b, I'_b = โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of inertia) ของหน้าตัดคานแกนแต่ละข้าง
 J = โมดูลัสของที่รองรับ (Support modulus)
 K = เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของสมการสมดุลทางข้างของอาคาร
 K_b, K'_b = อัตราส่วนสติฟเนส (Stiffness ratio) ของคานแกนแต่ละข้าง
 I_w = ความกว้างของผนังรับแรงเฉือนในแนวราบ
 L, L' = ความยาวจากศูนย์กลางถึงศูนย์กลางของช่วงคานแกนแต่ละข้าง
 M_b, M'_b = โมเมนต์ดัดที่ข้อต่อของคานแกนแต่ละข้าง
 \bar{M}_c = ค่าเฉลี่ยของโมเมนต์ดัดในเสาที่ระดับความสูง z ใด ๆ
 N = จำนวนโครงสร้างย่อยทั้งหมด
 $u(z), v(z), \theta(z)$ = อนุกรมฟังก์ชันที่สมมติขึ้นสำหรับการเปลี่ยนตำแหน่งของอาคาร ในทิศของแกนอ้างอิง X, Y และหมุนรอบแกน Z ตามลำดับ
 U = พลังงานความเครียด (Strain energy) ทั้งหมดของโครงสร้าง
 U_i = พลังงานงานความเครียดของโครงสร้างย่อยหน่วยที่ i

- W = งานที่เกิดจากแรงกระทำทางข้าง
 x_i, y_i = ตำแหน่งศูนย์กลางของโครงสร้างย่อยหน่วยที่ i ในทิศของแกนอ้างอิง X และ Y ตามลำดับ
 $X(z), Y(z), T(z)$ = พังค์ชันของแรงลัพธ์ (Resultant force) ของแรงกระทำทางข้างที่กระทำต่อโครงสร้างในทิศของแกนอ้างอิง X, Y และโมเมนต์บิดรอบจุดกำเนิด (Origin) ของระบบโคออร์ดิเนต ตามลำดับ
 z = ระยะความสูงใด ๆ ของโครงสร้างในทิศของแกนอ้างอิง Z
 α_i = มุมของระนาบประธาน (Principal plane) ของโครงสร้างย่อยหน่วยที่ i วัดทวนเข็มนาฬิกากับแกนอ้างอิง X
 ϕ_m = พังค์ชันที่เหมาะสมสอดคล้องกับสภาพขอบเขต
 γ, γ' = อัตราส่วนระหว่างความลึกของเสาคือความยาวช่วงคานแขนแต่ละข้าง
 μ = อัตราส่วนของสติฟเนสของคาน (Beam stiffness) กับสติฟเนสของเสา (Column stiffness)
 Δ = ระยะโก่งที่ความสูง z ของระดับชั้นใด ๆ
 $d\Delta/dz$ = มุมเอียง (Slope) ณ ระดับชั้นใด ๆ
 Π = พลังงานศักย์รวมของระบบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย