บทที่ 2

ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซี

ในบทนี้กล่าวถึงพื้นฐานของทฤษฎีเซตฟัซซี ซึ่งเนื้อหาประกอบด้วยสองส่วนที่สำคัญคือ พื้นฐานเกี่ยวกับเซตฟัซซีโดยเริ่มจากนิยามของเซตฟัซซี และคุณสมบัติเบื้องต้นของเซตฟัซซี สำหรับในส่วนที่สองคือตรรกศาสตร์ฟัซซี เริ่มจากการแนะนำตัวแปรเชิงภาษา ประพจน์ฟัซซีและกฎเงื่อนไขฟัซซีซึ่งเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของตรรกศาสตร์ฟัซซีจากนั้นก็เป็นการให้เหตุผลในตรรกศาสตร์ฟัซซี

ที่มาและความสำคัญของเซตฟัซซี

เซตในความหมายปกติเป็นแนวคิดที่มีประโยชน์มากต่อการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับตรรกศาสตร์ โดยจะหมายถึงกลุ่มของสิ่งของที่มีคุณสมบัติบางอย่างร่วมกันและสามารถจัดรวมเข้าไว้ในกลุ่มเดียวกันได้ เพื่อความชัดเจนเราอาจให้นิยามเซตหนึ่งๆได้ โดยกำหนดให้มีค่าประจำตัวของสิ่งของนั้นซึ่งแสดงระดับความเป็นสมาชิกของสิ่งของนั้นในเซตที่เราสนใจ ตัวเลขนี้มีค่าเป็น 0 หรือ 1 โดยค่า 0 แสดงว่าสิ่งของนั้นไม่ได้อยู่ในเซตที่สนใจและ ค่า 1 แสดงว่าสิ่งของนั้นอยู่ในเซตที่เราสนใจเราเรียกฟังก์ชันที่ทำการกำหนดค่าระดับความเป็นสมาชิกนี้ว่าฟังก์ชันลักษณะสมบัติ (Characteristic Function) ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$X_A U \Rightarrow \{0,1\} \tag{2.1}$$

$$X_A(u) = \begin{cases} 1; u \in A \\ 0; u \notin A \end{cases} \tag{2.2}$$

จากสมการข้างต้น X_A เป็นฟังก์ชันที่แสดงระดับความเป็นสมาชิกในเซต A ของสิ่งของสิ่งหนึ่ง(แสดงโดย u) โดยจะให้ค่าเป็น 0 ถ้าสิ่งของนั้นไม่อยู่ในเซต A และให้ค่าเป็น 1 ถ้าสิ่งของนั้นอยู่ในเซต A เมื่อ u เป็นสิ่งของสิ่งหนึ่งซึ่งอยู่ในเซตที่เรียกว่า เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe) ซึ่งใหญ่พอที่จะครอบคลุมสิ่งของที่เราสนใจทั้งหมดได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แม้ว่าเซตจะมีประโยชน์มากในความหมายปกติแต่ก็มีข้อจำกัดเช่นเดียวกัน พบว่าในบางครั้งไม่สามารถกำหนดได้อย่างมั่นใจว่าสิ่งของสิ่งหนึ่งมีคุณสมบัติอย่างเพียงพอที่เราจะจัดให้เป็นสมาชิกของเซตนั้นๆ ได้หรือไม่ ตัวอย่างหนึ่งที่จะแสดงได้แก่การพยายามสร้างเซตของคนสูงขึ้นมาโดยใช้คุณสมบัติบางอย่างของคนเป็นตัวกำหนดว่าอยู่ในเซตหรือไม่ โดยใช้ความสูงของคนๆนั้นโดยอาจวัดหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตรหรือเป็นนิ้ว ดังนั้นจะได้ใช้ความสูงของคนเป็นคุณสมบัติที่ใช้เป็นตัวกำหนดดังกล่าว โดยกำหนดตัวเลขความสูงขึ้นมาค่าหนึ่งตัวอย่างเช่น 170 เซนติเมตร แล้วนับรวมคนที่มีความสูงมากกว่าค่ากำหนดไว้อยู่ในเซตที่พยายามจะสร้าง ในขณะที่ตัดคนที่มีความสูงน้อยกว่าตัวเลขดังกล่าวออกจากเซต

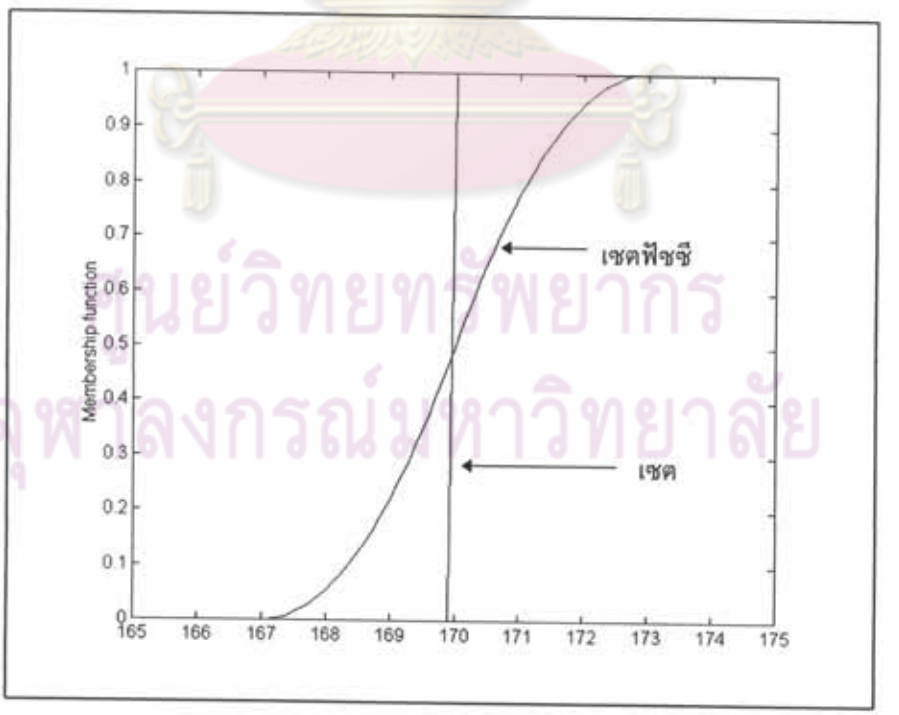
แม้ว่าการกำหนดเซตดังกล่าวเป็นการแบ่งกลุ่มได้อย่างชัดเจน แต่พบว่ามีความไม่เป็นธรรมชาติของเซต ประการแรกได้ว่าคนที่มีความสูง 169 เซนติเมตร ไม่จัดว่า "สูง" ในขณะที่คนมีความสูง 170.5 เซนติเมตร ซึ่งมีความสูงมากกว่า คนแรกเพียง 1.5 เซนติเมตรกลับถูกจัดว่า "สูง" ประการที่สอง คนที่มีความสูง 198 เซนติเมตร กับคนที่มีความสูง 172 เซนติเมตร ในกรณีนี้ถูกจัดว่า "สูง" เหมือนกันทั้งที่ความรู้สึกบอกว่าแตกต่างกันมากและนอกจากนี้ ประการที่สาม ถ้าให้คนแต่ละคนกำหนดความสูงที่ใช้แบ่งคือตัวเลข 170 เซนติเมตรดังกล่าว จะได้ตัวเลขที่ไม่เหมือนกันสำหรับในแต่ละคน ความไม่เป็นธรรมชาติที่กล่าวมานี้เกิดขึ้นเพราะคุณสมบัติที่พยายามสร้างเซตขึ้นมา เป็นคุณสมบัติที่กำหนดโดยคำในภาษาธรรมชาติ ตัวอย่างคำในภาษาธรรมชาติหรือแทนความรู้สึกต่างๆได้แก่ เร็ว ช้า ร้อน เย็น ฯลฯ ซึ่งคุณสมบัติดังกล่าวนี้มีความไม่แน่นอนอยู่ด้วยเสมอจึงสามารถบอกได้ว่าคนหนึ่งๆสูงหรือไม่ ก็โดยการเปรียบเทียบความสูงของคนๆนั้นกับความสูงที่เราได้ตั้งเอาไว้ ซึ่งความสูงดังกล่าวก็มีค่าไม่เท่ากันสำหรับในแต่ละคน นอกจากนั้นคุณสมบัติสูงที่เรารู้สึกจริงๆจะได้ไม่มีการเปลี่ยนแปลงระดับอย่างฉับพลันเหมือนในเซตที่ได้สร้างไว้ในข้างต้น ยิ่งมีความสูงมากเท่าไรก็จะยิ่งรู้สึกว่าคนที่มีความสูงดังกล่าวมีความสูงมากขึ้นเท่านั้น ดังนั้นการนำเอาเซตธรรมดาแทนความหมายของคุณสมบัติสูง ซึ่งเป็นคุณสมบัติกำหนดโดยคำในภาษาธรรมชาติจึงไม่เหมาะสม

แนวความคิดเรื่องเซตฟัซซีเป็นแนวความคิดที่ริเริ่มขึ้นมาในช่วงคริสตศักราชที่ 1960 โดย Prof. Lotfi A. Zadeh แห่ง University of California ar Berkeley ในบทความเชิงสมนาในเรื่องเกี่ยวกับการสร้างแบบจำลองของความไม่แน่นอนของภาษาธรรมชาติเซตฟัซซีช่วยให้แก้ปัญหาดังกล่าวได้ง่ายขึ้นเป็นอย่างมาก แทนถูกบังคับให้จัดคนที่มีความสูงต่างๆกันว่า "สูง"หรือ "ไม่สูง" เพียงสองทาง ในเซตฟัซซีมีทางเลือกมากขึ้น ในกรณีนี้คือการกำหนดตัวเลขที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1

ขึ้นสำหรับความสูงค่าหนึ่งเพื่อบอกว่าคนที่มีความสูงเท่ากับค่าที่กำหนดจะถูกจัดว่า "สูง" ในระดับมากน้อยเพียงใด ถ้ากำหนดค่าเป็น 0 นั่นหมายความว่าจัดคนที่มีความสูงค่านี้ว่า "สูงในระดับ 0" หรือจัดว่า "ไม่สูง"ในความหมายเดิม ถ้ากำหนดค่า 1/2 นั่นคือจัดคนที่มีความสูงค่านี้ว่า "สูงในระดับ 1/2" หรือถ้าเทียบเป็นคำพูดก็อาจได้ว่า "สูงพอสมควร" และถ้ากำหนดค่าเป็น 1 ก็เทียบได้กับการบอกว่าคนที่มีค่าความสูงนั้น"สูง" เป็นต้น

นิยามของเซตฟัซซี

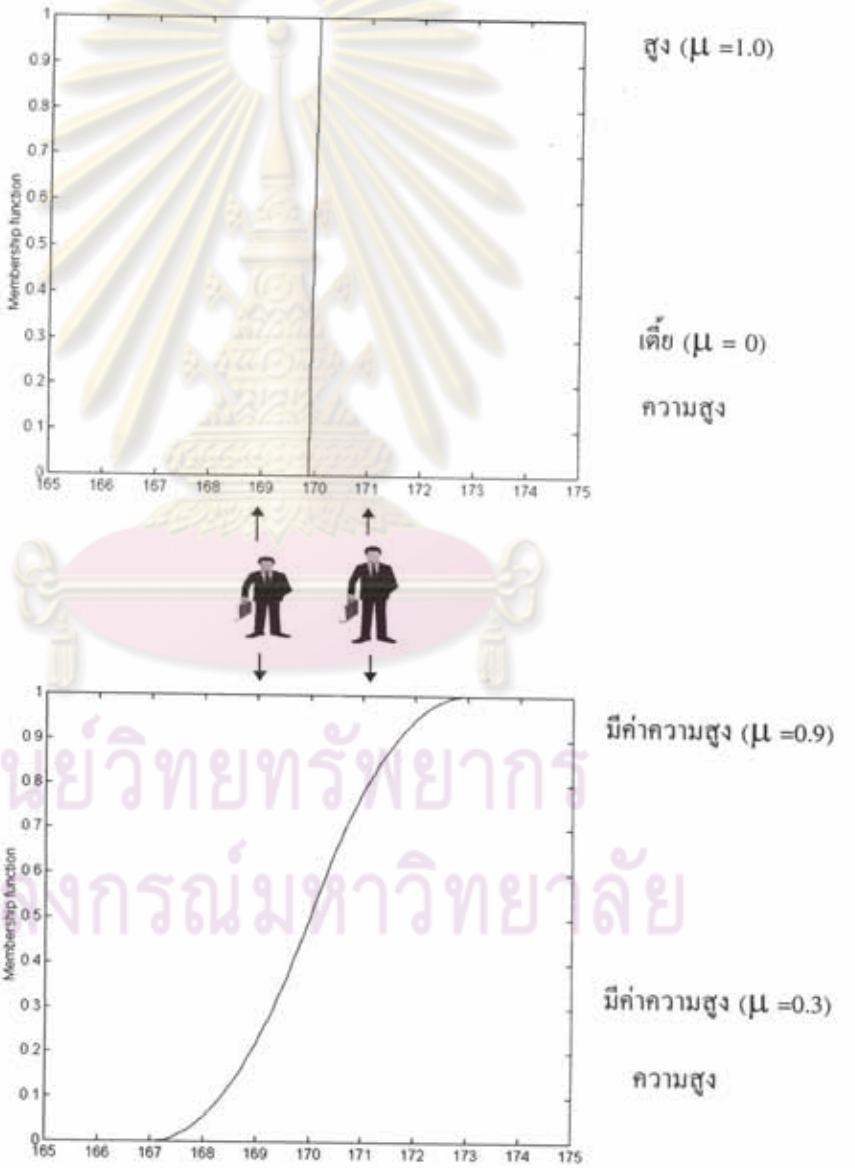
นิยาม 2.1 เซตฟัซซี : กำหนดให้ U เป็นเซตของสิ่งของชุดหนึ่งซึ่งแสดงโดย{u} โดย u แทนสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งของ U จะเรียก U ว่า เอกภพสัมพัทธ์แห่งการบรรยาย (Universe of Discourse: UOD) ซึ่งอาจมีสมาชิกเป็นค่าต่อเนื่อง (Continuous Universe of Discourse) หรือเป็นค่าระดับขั้น (Discrete Universe of Discourse) เซตฟัซซี F ในเอกภพสัมพัทธ์แห่งการบรรยาย U จะถูกกำหนดลักษณะสมบัติโดยฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (MembershipFunction) โดยเป็นค่าประจำตัวของแต่ละสมาชิก u ใน U ซึ่งแสดงระดับความเป็นสมาชิก (Grade of membership) ของ u ใน เซตฟัซซี F ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 การเปรียบเทียบระหว่างความเป็นสมาชิกของเซตและเซตฟัซซี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การพิจารณาเซตฟัซซีว่าเป็นการขยายแนวความคิดของเซตธรรมดา ซึ่งฟังก์ชันความเป็นสมาชิกเรียกว่า ฟังก์ชันลักษณะสมบัติ ในกรณีเซตธรรมดา ให้ค่าเพียง 2 ค่าคือ 0 และ 1 โดยค่า 0 และ 1 แสดงถึงความไม่เป็นสมาชิกและความเป็นสมาชิกในเซตธรรมดาตามลำดับในหัวข้อต่อไปจะใช้คำว่าเซตแทนความหมายของเซตธรรมดา และใช้คำว่าเซตฟัซซีหมายถึงเซตที่มีนิยามในนิยาม 2.1 สัญลักษณ์ F ใช้แทนเซตฟัซซีใดๆ และสัญลักษณ์ U แทนเอกภพสัมพัทธ์แห่งการบรรยาย (UOD) โดยได้แสดงตัวอย่างที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นของเซตแบบธรรมดาและเซตฟัซซีดังแสดงรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ความระดับความเป็นสมาชิกของเซตและเซตฟัซซี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากนิยามของเซตฟัซซีซึ่งอาศัยฟังก์ชันความเป็นสมาชิกเป็นตัวกำหนดคุณสมบัติเราสามารถแสดงเซตฟัซซี F ได้ด้วยเซตของคู่ลำดับของสมาชิก u และระดับความเป็นสมาชิกดังนี้

$$F = \{(u, \mu_F(u)) | u \in U\} \tag{2.3}$$

ในกรณีที่ U มีสมาชิกเป็นค่าต่อเนื่องเราจะแทน F โดยการใช้สัญลักษณ์

$$F = \int_u \mu_F(u) / u \tag{2.4}$$

และในกรณีที่ U มีสมาชิกเป็นค่าที่ไม่ต่อเนื่องเราจะแทน F ด้วยสัญลักษณ์

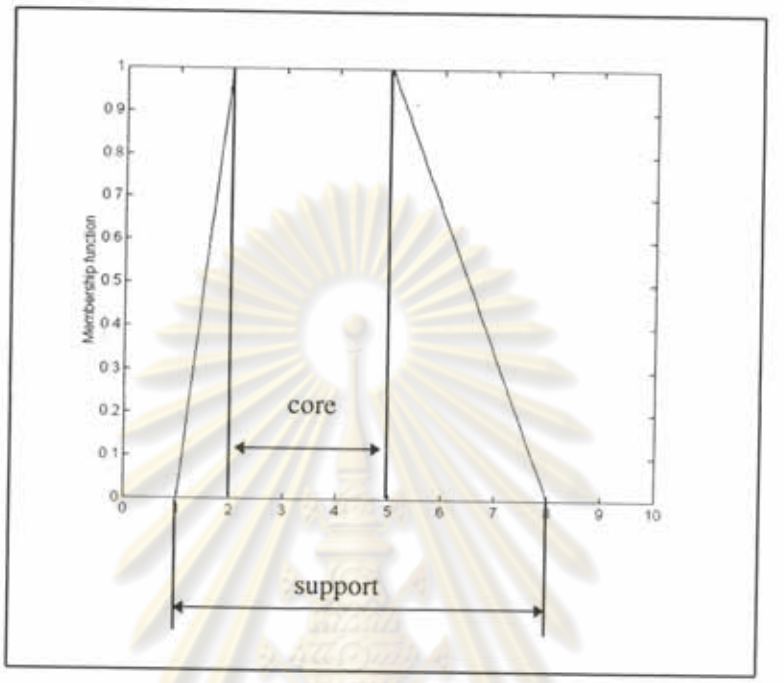
$$F = \sum_{i=1}^{n} \mu_F(u_i) / u_i \tag{2.5}$$

หมายเหตุ : เครื่องหมายผลรวมและเครื่องหมายอินทิกรัลในความสัมพันธ์ข้างต้นแทนการผนวกสมาชิก (u , F(u)) แต่ละตัวเข้าด้วยกันเป็นเซต ไม่ได้หมายถึงการหาผลรวมหรือการหาอินทิกรัลทางคณิตศาสตร์แบบปกติและเครื่องหมาย "/" เป็นเพียงเครื่องหมายคั่นเท่านั้นไม่ได้หมายถึงเครื่องหมายหาร

เซตฟัซซี ซึ่งเป็นการขยายแนวความคิดของเซตแบบธรรมดาเพื่อให้สามารถจัดการกับความไม่แน่นอนของระดับความเป็นสมาชิกของสิ่งของที่เราสนใจได้ เซตฟัซซีมีนิยามและคุณสมบัติที่คล้ายคลึงกับเซตธรรมดา โดยสามารถใช้ตัวดำเนินการต่างๆที่ใช้ในเซตธรรมดาไม่ว่าจะเป็นการอินเตอร์เซคชัน, การยูเนียน, การคอมพลีเมนท์ ฯลฯ บนเซตฟัซซีได้โดยตัวดำเนินการที่เรียกว่าตัวดำเนินการฟัซซี ความสัมพันธ์ฟัซซี เป็นฟัซซีซึ่งมีลักษณะคล้ายกับฟังก์ชัน หรือความสัมพันธ์ในเซตธรรมดา สามารถใช้ความสัมพันธ์ฟัซซีร่วมกับกฎการผสมแบบต่างๆ ในการหาค่าการแปลงของความสัมพันธ์ฟัซซีจากเซตฟัซซีที่กำหนดให้ในทำนองเดียวกับ การหาค่าฟังก์ชันเมื่อกำหนดอาร์กิวเมนต์ให้ได้อีกด้วย

นิยาม 2.2 ฟัซซีซิงเกิลตัน (Fuzzy Singleton) : ถ้าซัพพอร์ตของเซตฟัซซี F เป็นเพียงจุดๆเดียวโดยที่มีค่าระดับการเป็นสมาชิกเท่ากับ 1 จะเรียก F นี้ว่าเป็นฟัซซีซิงเกิลตัน

นิยาม 2.3 ความสูง (Hight) และนอร์มอล (Normal) : ความสูงของเซตฟัซซี F คือค่าสูงสุดของ $\mu_F(u)$ใน U และจะเรียกเซตฟัซซี F ว่าเป็นนอร์มอล ถ้าความสูงของ F เป็น 1.0 ดังรูป 2.3



รูปที่ 2.3 ซัพพอร์ต แกน และความสูงของเซตฟัซซี

นิยาม 2.4 ปริมาณฟัซซี (Fuzzy Quantity) : เซตฟัซซีที่นิยามบน UOD ซึ่งเป็นเซตของจำนวนจริง ดังนั้นถ้า F เป็นปริมาณฟัซซีจะได้ว่า

$$F = \{(u, \mu_F(u)) | u \in R\} \tag{2.6}$$

โดย R เป็นเซตของจำนวนจริง

นิยาม 2.5 จำนวนฟัซซี (Fuzzy Number) : หมายถึงช่วงฟัซซีที่มีสมาชิกที่มีค่าระดับความเป็นสมาชิก 1 เพียงตัวเดียว

นิยาม 2.6 ช่วงฟัซซี (Fuzzy Interval) : หมายถึงปริมาณฟัซซีนูน (Convex Fuzzy Quantity) นั่นคือถ้า F เป็นช่วงฟัซซีที่นิยามบน U แล้ว

$$\forall u_1,u_2 \in U\ ,\ \forall \lambda \in [\,0,1\,] \quad \mu_F(\lambda u_1 + 1(1-\lambda)u_2) \geq \min(\mu_F(u_1),\mu_F(u_2)) \tag{2.7}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นิยาม 2.7 เซตนูนฟัซซี (Convex Fuzzy Set) : เราจะเรียกเซตฟัซซี F ว่าเป็นเซตนูนฟัซซี เมื่อ $\forall u_1,u_2,u_3 \in U$ และ $u_1<u_2<u_3$ แล้ว $\mu_F(u_2) \geq \min(\mu_F(u_1),\mu_F(u_3))$ หรือหากซัพพอร์ตของมันเป็นเซตของจำนวนจริง และสำหรับทุกๆ u ในช่วง [u_1 , u_2] ใดๆ

$$\mu_F(u) \geq \min[\ \mu_F(u_1),\mu_F(u_2)\ ] \tag{2.8}$$

นิยาม 2.8 ความเท่ากัน (Equality) : เซตฟัซซีสองเซต F และ G จะเท่ากันก็ต่อเมื่อเซตฟัซซีทั้งสองมีค่าระดับความเป็นสมาชิกเท่ากันสำหรับสมาชิกทุกตัวใน UOD ที่เราใช้นิยามเซตฟัซซีทั้งสอง

$$F = G \leftrightarrow \forall u \in U\ ,\ \mu_F(u) = \mu_G(u) \tag{2.9}$$

นิยาม 2.9 ความเป็นส่วนหนึ่ง (Inclusion) : เซตฟัซซี F เป็นส่วนหนึ่งในเซตฟัซซี G ก็ต่อเมื่อระดับความเป็นสมาชิกของสมาชิกตัวใดๆของ UOD ในเซตฟัซซี F มีค่าน้อยกว่าระดับความเป็นสมาชิกของสมาชิกของสมาชิกตัวนั้นในเซตฟัซซี G

$$F \subset G \leftrightarrow \forall u \in U, \mu_F(u) \leq \mu_G(u) \tag{2.10}$$

เซตที่สัมพันธ์กับเซตฟัซซี

นิยาม 2.10 ซัพพอร์ต (Support) และแกน (Core) :ซัพพอร์ตของเซตฟัซซี F คือเซตแบบดั้งเดิมของทุกๆจุดบน $u \in U$ ที่มีค่าระดับการเป็นสมาชิกของเซตฟัซซี F มากกว่าศูนย์ และแกนของเซตฟัซซี F คือเซตแบบดั้งเดิมของทุกๆจุดบน $u \in U$ ที่มีค่าระดับการเป็นสมาชิกของเซตฟัซซี F เท่ากับหนึ่ง

$$\text{supp(F)} = \{u \in U | \mu_F(u) > 0\} \tag{2.11}$$

$$\text{supp(F)} = \{u \in U | \mu_F(u) = 1\} \tag{2.12}$$

นิยาม 2.11 อัลฟาคัท (α-cut) : α-cut ของเซตฟัซซี F เขียนแทนด้วย F_α คือเซตแบบดั้งเดิมของทุกจุด $u \in U$ ที่มีค่าระดับการเป็นสมาชิกมากกว่าหนึ่งหรือเท่ากับ α สังเกตว่าเซต α-cut จะตัดเอาจุดที่มีระดับการเป็นสมาชิกต่ำกว่าα ที่สนใจ ออกจากการพิจารณา α-cut ของเซต

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ฟัซซีบางครั้งเรียกว่า เซตระดับ(lever set) นอกจากนี้ strong α-cut เขียนแทนด้วย F_{α} นิยามได้เช่นเดียวกันแต่ให้ตัดกรณีที่ค่าระดับการเป็นสมาชิกเท่ากับ ออกไปด้วย

$$F_{\alpha} = \alpha - cut(F) = \left\{ u \in U \middle| \mu_F(u) \geq \alpha \right\} \tag{2.13}$$

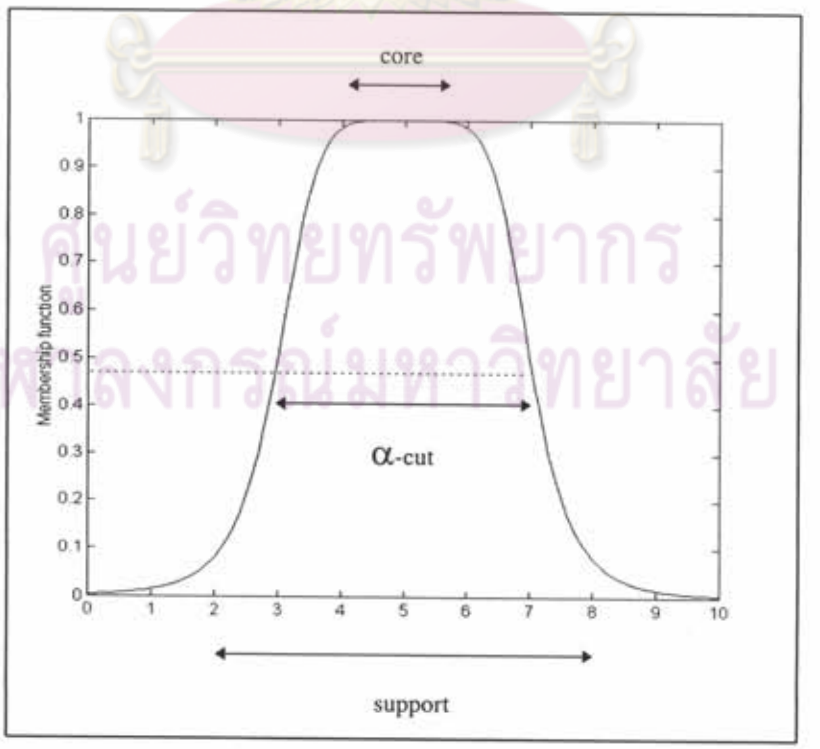
$$F_{\alpha} = \overline{\alpha} - cut(F) = \left\{ u \in U \middle| \mu_F(u) > \alpha \right\} \tag{2.14}$$

นิยาม 2.12 สตรองอัลฟาคัท (Strong α-cut) : ของเซตฟัซซี F เขียนแทนด้วย $F_{\overline{\alpha}}$ หมายถึงเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกใน UOD ที่มีระดับความเป็นสมาชิกในเซตฟัซซี F มากกว่า α

$$F_{\overline{\alpha}} = \left\{ u \middle| \mu_F(u) \alpha \right\} \tag{2.15}$$

นิยาม 2.13 แกน (Core) : หมายถึงอัลฟาคัทของเซตฟัซซี F ที่มีค่า α=1

$$F = \left\{ u \middle| \mu_F(u) \geq 1 \right\} = \left\{ u \middle| \mu_F(u) = 1 \right\} = F_1 \tag{2.16}$$



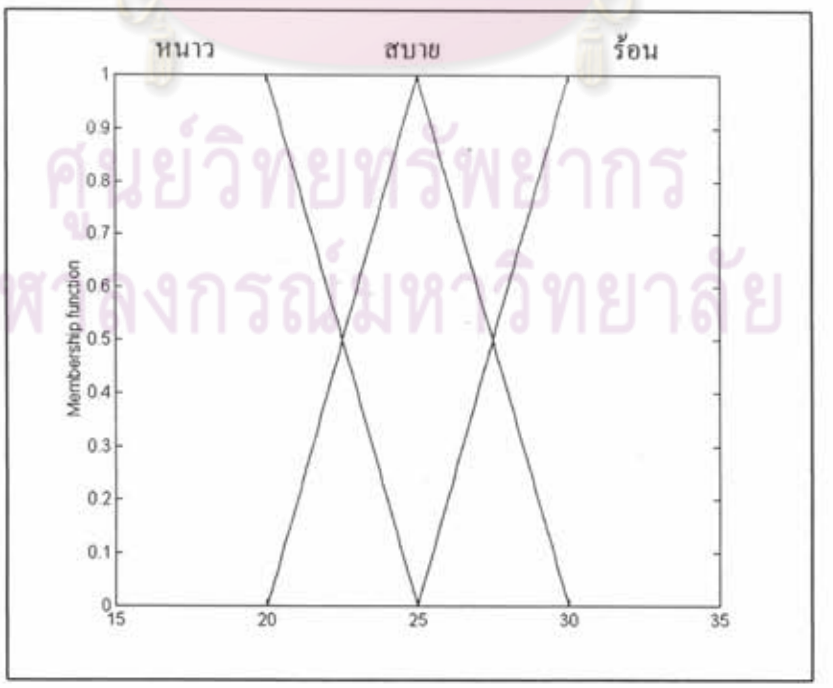
รูปที่ 2.4 เซตที่สัมพันธ์กับเซตฟัซซี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวแปรเชิงภาษา

นิยาม 2.14 ตัวแปรเชิงภาษา (Linguistic Variable) : ตัวแปรเชิงภาษานิยามได้จาก (x,T(x),U,G,M) โดยที่ x เป็นชื่อของตัวแปร; T(x)เป็นเทอมเซตของ x นั่นคือชุดของชื่อของค่าเชิงภาษาที่เป็นคำของ x โดยที่แต่ละค่าเป็นเซตฟัซซีกำหนดบนเอกภพสัมพัทธ์ U; G เป็นกฎวากยสัมพันธ์ที่ใช้ในการกำหนดชื่อของค่าตัวแปร x; M เป็นกฎทางความหมายเพื่อกำหนดความหมายของค่าเชิงภาษาแต่ละค่า

หากกล่าวอย่างง่ายๆคือว่าถ้าตัวแปรสามารถมีค่าของตัวแปรเป็นคำในภาษาหนึ่งๆที่มีความหมายก็ให้ตัวแปรนั้นเป็นตัวแปรเชิงภาษา คำที่ใช้เป็นค่าของตัวแปรภาษานี้ปกติก็จะใช้มาเป็นชื่อของเซตฟัซซีที่กำหนดความหมายของคำนั้นเอง ตัวอย่างเช่นให้อุณหภูมิ เป็นตัวแปรเชิงภาษา โดยมีค่าเชิงภาษาในเทอมเซตเป็นหนาว สบาย และร้อน กำหนดค่าอยู่ในช่วง 10°C ถึง 40°C นอกจากนี้ยังมีการกำหนดกฎวากยสัมพันธ์ G เช่นเทอม ร้อน ต้องมีความหมายว่ามีค่ามากกว่าค่าเทอม สบาย เป็นต้น โดยที่ความหมายของค่าเชิงภาษา M สามารถแสดงได้ด้วยฟังก์ชันการเป็นสมาชิกดังรูปที่ 2.3 ดังนั้นตัวแปรเชิงภาษานี้กำหนดลักษณะโดย (อุณหภูมิ,{หนาว,สบาย,ร้อน} [10°C,40°C],G,M)



รูปที่ 2.5 ตัวแปรเชิงภาษา " อุณหภูมิ "

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จะเห็นได้ชัดเจนว่าค่าจำนวน 27°C มีความง่ายกว่าฟังก์ชัน สบาย แต่ สบาย เป็นตัวเลือกหนึ่งจากทั้งหมดสามตัวเลือก ในขณะที่จำนวน 27 อาจเป็นตัวเลือกหนึ่งในค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมด 100 ตัวเลือกเป็นต้น จากตัวอย่างนี้แสดงให้เห็นรูปแบบการสรุปข้อมูลซึ่งรูปแบบนี้เรียกว่า granulation แม้ว่าการควอนไทซ์แบบปกติก็สามารถให้ผลการย่อข้อมูลดังข้างต้นได้เช่นกัน แต่ในกรณีของการควอนไทซ์ค่าจะเป็นช่วงในขณะที่ granulation ค่าเป็นฟัซซีที่มีการซ้อนเกยกัน ซึ่งมีข้อดีเหนือการควอนไทซ์คือ 1) มีความเป็นทั่วไปกว่า 2)เลียนแบบการตีความค่าเชิงภาษาของมนุษย์ 3)การเปลี่ยนแปลงจากค่าเชิงภาษาหนึ่งไปเป็นอีกค่าหนึ่งซึ่งอยู่ติดกัน จะมีความต่อเนื่องแทนที่จะเปลี่ยนแปลงอย่างเฉียบพลัน

ข้อสังเกตสำคัญประการหนึ่งที่พึงตระหนักในแนวคิดของทฤษฎีเซตฟัซซีในที่นี้คือ แม้ว่าเราสามารถที่จะแทนสารสนเทศที่ไม่ชัดเจนได้โดยกำหนดความหมายให้กับค่าเชิงภาษาด้วยเซตฟัซซีแต่ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกที่จะกำหนดให้เป็นความหมายนี้ จะเป็นลักษณะขึ้นกับผู้กำหนดหรือผู้สังเกต (Subjective) กล่าวคือ ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกที่กำหนดสำหรับแนวคิดถึงสิ่งเดียวกัน เช่นอุณหภูมิที่เย็นสบายของแต่ละบุคคลอาจจะแตกต่างกันออกไปตามเนื้อหาที่กล่าวถึง สถานการณ์ กิจกรรม หรือแม้แต่เวลาอีกด้วย แต่อย่างไรก็ตามแนวคิดของการใช้เซตฟัซซีในตัวแปรเชิงภาษายังคงเป็นเครื่องมือพื้นฐานสำคัญที่จะสามารถนำไปใช้งานได้อย่างมีประสิทธิผล

คำขยาย (Hedge)

ในการอธิบายความหมายทางภาษา มักใช้คำขยายเข้ามาช่วยในการขยายคำคุณศัพท์เพื่อให้เกิดคำที่มีความหมายต่างๆ มากขึ้น เช่นเราอาจใช้คำว่ามาก (very) หรือ พอประมาณ (more or less) เพื่อใช้ขยายคำอื่นๆเช่น ขยายคำว่า “เร็ว” ให้เป็นคำต่างๆ คือ “เร็ว” “เร็วปานกลาง” “เร็วมาก”, ฯลฯ โดยมีข้อสังเกตว่า คำว่า “เร็วมาก” จะมีความหมายชัดเจนกว่า “เร็ว” ส่วนคำว่า “เร็วปานกลาง” จะมีความหมายคลุมเครือกว่าคำว่า “เร็วธรรมดา” เป็นต้น ดังนั้นถ้าคำว่า “เร็ว”เป็นป้ายชื่อที่แทนความหมายของคำดังกล่าว คำว่า “มาก” และ “พอประมาณ” จะทำหน้าที่ในการเปลี่ยนแปลงเซตฟัซซีแทนที่ความหมายของคำว่า “เร็ว” ให้มีฟังก์ชันความเป็นสมาชิกเปลี่ยนไปตามความหมายของคำขยายต่างๆ เพื่อความชัดเจนในการอธิบายทำให้เราต้องการคำนิยามอย่างเป็นทางการ ของคำขยายต่างๆเหล่านี้ในการจำลองความหมายของภาษาด้วยเซตฟัซซี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

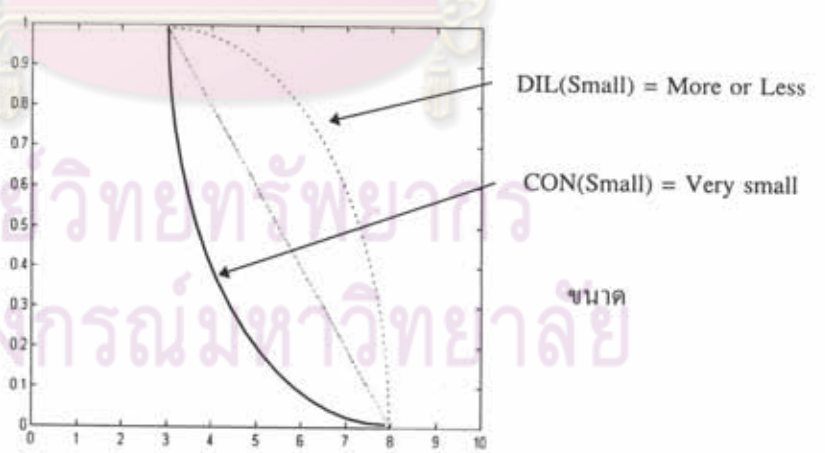
นิยาม 2.15 กำหนดให้ F เป็นเซตฟัซซีใน U ดังนั้น CON(F) ซึ่งทำหน้าที่แทนความหมายของคำว่า very จะมีนิยามเป็นเซตฟัซซีใน U ซึ่งมีฟังก์ชันความเป็นสมาชิก

$$\mu_{CON(F)} = (\mu_F(u))^2 \qquad (2.17)$$

และ DIL(F) ซึ่งใช้แทนความหมายของคำว่า More or Less จะเป็นเซตฟัซซีใน U ซึ่งมีฟังก์ชันความเป็นสมาชิก

$$\mu_{DIL(F)} = (\mu_F(u))^{1/2} \qquad \text{โดย } u \in U \qquad (2.18)$$

คำขยาย CON เสมือนทำให้เงื่อนไขในการเป็นสมาชิกของเซตฟัซซีเพิ่มมากขึ้น ในขณะที่ DIL เสมือนทำให้เงื่อนไขดังกล่าวลดลง พิจารณารูปที่ 2.6 สมมติเราต้องการหาค่าขนาดที่ทำให้ระดับความเป็นสมาชิกใน Small , CON(Small) , DIL(Small) เป็น 0.5 ค่าขนาดดังกล่าวของ CON(Small) จะมีค่าน้อยที่สุด รองลงมาคือ Small และค่าขนาดที่มากที่สุดเป็นของ DIL(Small) นั่นหมายความว่าเงื่อนไขการเป็นสมาชิกของ CON(Small) เข้มข้นที่สุด ในขณะที่เงื่อนไขการเป็นสมาชิกของ DIL(Small) เบาบางที่สุด



รูปที่ 2.6 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างเซตฟัซซี Small, CON (Small) และ DIL (Small)

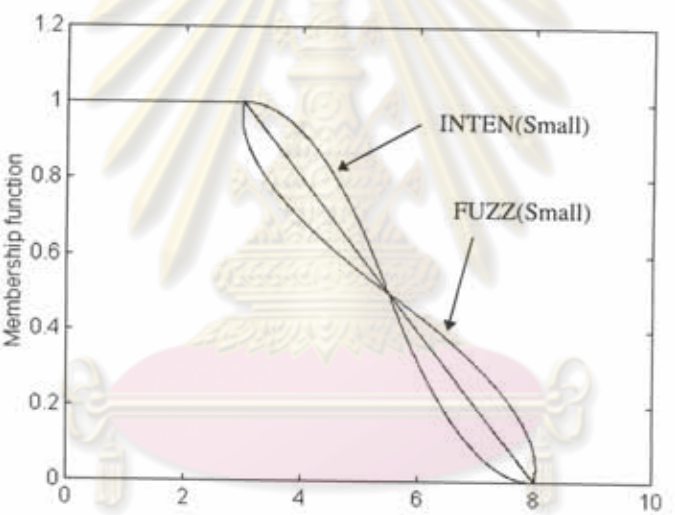
นิยาม 2.16 กำหนดให้ F เป็นเซตฟัซซีใน U ดังนั้น INTEN(F) จะมีนิยามเป็นเซตฟัซซีใน U ซึ่งมีความเป็นสมาชิก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\mu_{INTEN(F)}(u) = \begin{cases} 2(\mu_F(u))^2; \mu_F(u) < \frac{1}{2} \\ 1 - 2(1-\mu_F(u))^2; \mu_F(u) \geq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (2.19)$$

และ FUZZ(F) จะเป็นเซตฟัซซีใน U ซึ่งมีฟังก์ชันความเป็นสมาชิก

$$\mu_{FUZZY(F)}(u) = \begin{cases} \sqrt{\mu_F(u)/2}; \mu_F(u) < \frac{1}{2} \\ 1 - \sqrt{\mu_F(u)/2}; \mu_F(u) \geq \frac{1}{2} \end{cases} \text{ โดย } u \in U \quad (2.20)$$



รูปที่ 2.7 แสดงการเปรียบเทียบ ระหว่างเซตฟัซซี Small ,INTEN(Small) และ FUZZ(Small)

คำขยาย INTEN เสมือนทำให้เซตฟัซซีมีความไม่แน่นอนน้อยลง คือเข้าใกล้เซตมากขึ้น ในขณะที่คำขยาย FUZZ เสมือนทำให้เซตฟัซซีมีความไม่แน่นอนมากขึ้น คือห่างจากเซตมากขึ้น สังเกตได้จากใน INTEN(Small) สมาชิกส่วนใหญ่จะมีค่าระดับความเป็นสมาชิกเข้าใกล้ 0 หรือ 1 ในขณะที่ใน FUZZ(Small) สมาชิกส่วนใหญ่จะมีระดับความเป็นสมาชิกเข้าใกล้ 0.5 มากกว่า

การดำเนินการฟัซซี (Fuzzy Operation)

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตฟัซซี 2 เซตใน U โดยมีฟังก์ชันความเป็นสมาชิก μ_A และ μ_B ตามลำดับ เราสามารถให้นิยามการดำเนินการทางทฤษฎีเซต (Set-theoretic Operation) ของ ยูเนียน อินเตอร์เซคชัน และคอมพลีเมนท์ในกรณีของเซตฟัซซีได้ดังนี้

นิยาม 2.17 ยูเนียนของ A และ B เขียนแทนได้ด้วย $A \cup B$ เป็นเซตฟัซซีใน U ซึ่งได้มาโดยใช้การดำเนินการยูเนียนระหว่าง A และ B โดยมีฟังก์ชันความเป็นสมาชิกนิยามสำหรับทุกค่า $u \in U$ เป็น

$$\mu_{A \cup B}(u) = \max\{ \mu_A(u), \mu_B(u)\} \tag{2.21}$$

นิยาม 2.18 อินเตอร์เซคชันของ Aและ B เขียนแทนได้ด้วย A B เป็นเซตฟัซซีใน U ซึ่งได้มาโดยใช้การดำเนินการอินเตอร์เซคชันระหว่าง A และ B โดยมีฟังก์ชันความเป็นสมาชิกนิยามสำหรับทุกค่า $u \in U$ เป็น

$$\mu_{A \cap B}(u) = \min\{ \mu_A(u), \mu_B(u)\} \tag{2.22}$$

นิยาม 2.19 คอมพลีเมนท์ของ A เขียนแทนได้ด้วย A เป็นเซตฟัซซีใน U ซึ่งได้มาโดยการใช้การดำเนินการคอมพลีเมนท์กับ A โดยมีฟังก์ชันความเป็นสมาชิกนิยามสำหรับทุกค่า $u \in U$ เป็น

$$\mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u) \tag{2.23}$$

ความสัมพันธ์ฟัซซี (Fuzzy Relation)

นิยาม 2.20 ความสัมพันธ์ฟัซซี (Fuzzy Relation) : กำหนดให้ U และ V เป็นUOD 2 เซตความสัมพันธ์ฟัซซี R มีนิยามเป็นเซตฟัซซีในปริภูมิผลคูณ (Product Space) UxV นั่นคือ R มีฟังก์ชันความเป็นสมาชิก $\mu_R(u,v)$ สำหรับแต่ละ $u \in U$, $v \in V$

นิยาม 2.21 ฟัซซีคอนจังชัน (Fuzzy Conjunction) : ฟัซซีคอนจังชันของ A และ B เป็นความสัมพันธ์ฟัซซีบน $U \times V$ ที่กำหนดโดยฟังก์ชันความเป็นสมาชิก

$$\mu_{A \to B}(u,v) = \mu_A(u) * \mu_B(u) \tag{2.24}$$

นิยาม 2.22 ฟัซซีดิสจังชัน (Fuzzy Disjunction) : ฟัซซีดิสจังชันของ A และ B เป็นความสัมพันธ์ฟัซซีบน $U \times V$ ที่กำหนดโดยฟังก์ชันความเป็นสมาชิก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\mu_{A \to B}(u,v) = \mu_A(u) + \mu_B(u) \tag{2.25}$$

นิยาม 2.23 ฟัซซีอิมพลีเคชัน (Fuzzy Implication) : ฟัซซีอิมพลีเคชัน ของ A และ B เป็นความสัมพันธ์ฟัซซีบน U × V ประเภทหนึ่งซึ่งกำหนดโดยฟังก์ชันความเป็นสมาชิกแบบต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. Material Implication

$$\mu_{A \to B}(u,v) = \mu_{\bar{A}}(u) + \mu_B(v) \tag{2.26}$$

2. Propositional Calculus

$$\mu_{A \to B}(u,v) = \mu_{\bar{A}}(u) + \mu_{A=B}(v) \tag{2.27}$$

3. Extended Propositional Calculus

$$\mu_{A \to B}(u,v) = \mu_{\bar{A}}(u) * \mu_{\bar{B}}(v) + \mu_B(v) \tag{2.28}$$

4. Generalization of Modus Ponens

$$\mu_{A \to B}(u,v) = \sup\left\{c \in [0,1] \middle| \mu_A(u) * c \le \mu_B(v)\right\} \tag{2.29}$$

5. Generalization of Modus Tollen

$$\mu_{A \to B}(u,v) = \inf\left\{c \in [0,1] \middle| \mu_B(u) + c \le \mu_A(v)\right\} \tag{2.30}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การให้เหตุผลโดยประมาณ

การให้เหตุผลโดยประมาณเป็นวิธีการหาผลสรุปจากความรู้ที่กำหนดให้ ทั้งที่ผลสรุปและความรู้ดังกล่าวมีความไม่แน่นอนและความไม่แม่นยำเข้ามาเกี่ยวข้อง โดยมากเป็นการหาผลสรุปจากความรู้ที่แสดงในรูปของประโยคที่เป็นภาษาธรรมชาติ ซึ่งมักใช้แนวความคิดเกี่ยวกับตัวแปรเชิงภาษาในทฤษฎีตรรกศาสตร์ฟัซซีเพื่อทำการให้เหตุผลโดยประมาณ

กฎการนิรนัยฟัซซี

การให้เหตุผลโดยประมาณที่สนใจในที่นี้อยู่ในรูปแบบของการนิรนัยหรือการหาผลสรุปในรูปของข้อมูลขาออก จากความรู้ที่มีสองประการ ได้แก่ความรู้เกี่ยวกับข้อมูลขาเข้าซึ่งเป็นข้อมูลที่เราได้มาโดยวิธีการต่างๆไม่ว่าจะเป็นการวัดข้อมูลจากสภาวะแวดล้อมจริงหรือวิธีการอื่นๆ ซึ่งแสดงในรูปแบบของประโยคเงื่อนไข ถ้า-แล้ว (IF-THEN) คือ

IF (*ส่วนต้น*) **THEN** (*ส่วนปลาย*)

โดยส่วนต้นและส่วนปลายเป็นประโยคที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลขาเข้าหรือข้อมูลขาออกอย่างใดอย่างหนึ่ง โดยขึ้นอยู่กับรูปแบบการนิรนัยความจริง ซึ่งจะได้กล่าวต่อไป

ประโยคเงื่อนไขดังกล่าวจะถูกนำไปใช้ในการให้เหตุผลโดยประมาณ โดยถ้าในส่วนต้นเป็นจริง สามารถนิรนัยได้ผลลัพธ์ตามที่กำหนดไว้ในส่วนปลาย และนอกจากนี้แล้วตามหลักตรรกศาสตร์จะได้ว่าถ้าส่วนปลายไม่เป็นจริง ในกรณีนี้สามารถวินิจฉัยได้นิเสธของส่วนต้นเป็นผลลัพธ์แทน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นทำให้สรุปได้ว่าการให้เหตุผลโดยประมาณโดยอาศัยประโยคเงื่อนไข IF-THEN ดังกล่าวมามีใช้กัน 2 รูปแบบได้แก่แบบ Generalized Modus (GMP) และแบบ Generalized Modus Tollen (GMT) ซึ่งมีลักษณะการนิรนัยหาผลลัพธ์จากความรู้ที่กำหนดให้ 2 ชุด ดังนี้

1. Generalized Modus (GMP)

ความรู้ 1	: u is A'
ความรู้ 2	: IF u is A THEN v is B
ผลลัพธ์	: v is B'

2. Generalized Modus Tollen (GMT)

ความรู้ 1 : u is B'

ความรู้ 2 : IF u is A THEN v is B

ผลลัพธ์ : v is A'

โดยที่ A, A', B และ B' เป็นเซตฟัซซีที่ใช้เป็นค่าเชิงภาษา ของตัวแปรเชิงภาษา u และ v ซึ่งมีนิยามใน UOD U สำหรับ A, A', และ V สำหรับ B , B' ตามลำดับประโยคที่อยู่เหนือเส้นเป็นประโยคที่เกี่ยวข้องกับความรู้ซึ่งมีอยู่สองประโยคคือ ประโยคที่เกี่ยวข้องกับความรู้เกี่ยวกับข้อมูลขาเข้า และประโยคที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออก ในขณะที่ส่วนที่อยู่ใต้เส้นเป็นผลลัพธ์ที่เราต้องการสรุปจากประโยคความรู้ทั้งสองประโยคโดยอยู่ในรูปข้อมูลขาออก

การให้เหตุผลในลักษณะดังกล่าวเป็นการให้เหตุผลที่กว้างขวางครอบคลุมรูปแบบการให้เหตุผลในลักษณะต่างๆอีกมากมาย การศึกษาการให้เหตุผลในลักษณะของ GMP และ GMT จึงมีประโยชน์มากต่อการนำหลักการให้เหตุผลโดยประมาณไปประยุกต์ในด้านต่างๆ

สำหรับตรรกศาสตร์แบบดั้งเดิม การนิรนัยหาผลสรุปจากความรู้ที่มีอยู่ทำได้ตรงไปตรงมา แต่สำหรับในกรณีตรรกศาสตร์ฟัซซีซึ่งมีระดับความเป็นสมาชิกซึ่งมีค่าต่างๆมากกว่า 2 ค่านั้น การนิรนัยหาผลสรุปจากความรู้สามารถกระทำได้หลายรูปแบบมาก โดยแต่ละแบบอาจทำให้ผลลัพธ์ที่สมเหตุสมผลต่างกันไป ในการทดสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการนิรนัยในวิธีต่างๆนั้น จึงกำหนดประโยคเงื่อนไข IF u is A THEN v is B เป็นความรู้ที่เรามีเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออก และตั้งบรรทัดฐานเกี่ยวข้องกับผลลัพธ์ที่ได้จากการนิรนัยโดยอาศัยความรู้จากประโยคเงื่อนไขดังกล่าวกับความรู้เกี่ยวกับข้อมูลขาเข้าที่ต่างไปจากที่ปรากฏในประโยคเงื่อนไข บรรทัดฐานดังกล่าวเป็นกฎสามัญสำนึกในการให้เหตุผลที่มนุษย์ใช้กันทั่วไป

ฟัซซีอิมพลีเคชันฟังก์ชัน

จากข้างต้นประโยคเงื่อนไข IF-THEN แต่ละประโยคถูกกำหนดโดยเซตฟัซซีของข้อมูลขาเข้าและเซตฟัซซีของข้อมูลขาออก ดังนั้นเราจึงสามารถแทนประโยคเงื่อนไขแต่ละประโยคได้ในรูปของความสัมพันธ์ฟัซซีที่สร้างขึ้นมาจากเซตฟัซซีทั้งสองสามารถสร้างความสัมพันธ์ฟัซซีดังกล่าวได้หลายวิธี โดยการเลือกใช้ตัวดำเนินการสร้างความสัมพันธ์ฟัซซีแบบต่างๆ ซึ่งตัวดำเนิน

การที่ใช้สร้างความสัมพันธ์ฟัซซีดังกล่าวนี้เรารวมเรียกว่าฟัซซีอิมพลีเคชันฟังก์ชันตามนิยามที่ 2.20 - 2.23

หลังจากสร้างความสัมพันธ์ฟัซซีแล้ว สามารถนิรนัยหาผลลัพธ์ในรูปของเซตฟัซซีขาออกจากข้อมูลขาเข้าในรูปของเซตฟัซซีขาเข้า ซึ่งโดยทั่วไป ใช้การรวมแบบซูปรีมัมทีเป็นหลัก ความสัมพันธ์ที่ได้มาจากฟัซซีอิมพลีเคชันฟังก์ชันแต่ละแบบทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากข้อมูลเข้าชุดเดียวกันมีค่าแตกต่างกันออกไปนั่นคือจะมีคุณสมบัติในการตีความหมายของประโยคเงื่อนไขที่แตกต่างกัน

ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซี

ระบบฟัซซีเป็นระบบที่นำหลักการของตรรกศาสตร์ฟัซซี และการให้เหตุผลโดยประมาณเพื่อมาใช้งานในด้านต่างๆ ระบบฟัซซีที่ใช้งานกันทั่วไปมีหลายลักษณะ แต่ที่แพร่หลายมากที่สุดเป็นระบบฟัซซีแบบที่มีตัวแปลงฟัซซี และตัวแปลงกลับฟัซซี สิ่งที่ ให้ความสนใจเป็นพิเศษในหัวข้อนี้ได้แบ่งการออกแบบระบบฟัซซี ซึ่งจะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบต่างๆ ของระบบฟัซซีทั้งระบบทั้งส่วนที่เกี่ยวกับการให้เหตุผลโดยประมาณ ได้แก่ ฟัซซีอิมพิเคชันฟังก์ชัน ตัวเชื่อมประโยค ตัวดำเนินการผสม ฯลฯ และส่วนที่ไม่เกี่ยวกับการให้เหตุผลโดยประมาณ ได้แก่ ตัวแปลงฟัซซี การแปลงกลับฟัซซี การแบ่งช่วงของข้อมูล การสร้างฐานกฎ เป็นต้น

ประเภทของระบบตรรกศาสตร์ฟัซซี

ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีหรือเรียกสั้นๆว่า ระบบฟัซซี เป็นระบบที่ทำงานโดยอาศัยหลักการของตรรกศาสตร์ฟัซซี และการให้เหตุผลโดยประมาณ เป็นการนำหลักการทั้งสองมาช่วยในการนิรนัยความจริงจากความรู้เกี่ยวกับข้อมูลขาเข้าและความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่าง ข้อมูลขาเข้ากับข้อมูลขาออก เพื่อหาข้อสรุปเป็นผลลัพธ์นำไปใช้งานต่อไป ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีที่ปรากฏในบทความเชิงวิชาการมีด้วยกัน 3 ประเภทด้วยกัน ประเภทที่หนึ่งได้แก่ ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีล้วน ประเภทที่สองได้แก่ ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีของ Takagi และ Sugeno และประเภทที่สามได้แก่ ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีที่มีตัวแปลงฟัซซี (Fuzzifier) และตัวแปลงกลับฟัซซี (Defuzzier)

1. ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีล้วน

โครงสร้างพื้นฐานของระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีล้วนประกอบด้วยชุดของกฎฟัซซีอยู่ในรูปของประโยคเงื่อนไข IF-THEN โดยมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องเป็นตัวแปรเชิงภาษากฎดังกล่าวเรียกว่ากฎฟัซซี นอกจากนั้นแล้วยังมีตัวนิรนัยฟัซซี (Fuzzy Interface Engine) ซึ่งใช้กฎฟัซซีดังกล่าวในการแปลจากฐานข้อมูลเข้าซึ่งเป็นเซตฟัซซีใน UOD ขาเข้าคือ U ไปเป็นผลลัพธ์ซึ่งเป็นเซตฟัซซีใน UOD ขาออกคือ V โดยอาศัยหลักการของตรรกศาสตร์ฟัซซี กฎฟัซซีจะอยู่ในรูปของประโยคเงื่อนไข IF-THEN เช่น

Ri : IF U is Ai THEN V is Bi

โดย Ai และ Bi เป็นเซตฟัซซี U และ V เป็นตัวแปรเชิงภาษาขาเข้าและขาออกตามลำดับ i=1,2,3,...,n จากการปฏิบัติพบว่าผู้เชี่ยวชาญสามารถแสดงความรู้ของเขาออกมาในรูปของกฎฟัซซีได้อย่างสะดวกทำให้กฎในรูปประโยคเงื่อนไข IF-THEN ดังกล่าวเป็นที่นิยมอย่างมาก

ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีล้วนเป็นส่วนที่สำคัญที่สุดของระบบฟัซซีทั่วไป โดยเป็นส่วนที่รวมเอาความรู้ของผู้เชี่ยวชาญไว้ในรูปของตัวแปรเชิงภาษา และใช้หลักการตรรกศาสตร์ฟัซซีมาช่วยในการจัดการกับข้อมูลอย่างเป็นระบบ ข้อจำกัดของระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีล้วนก็คือข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออกต้องเป็นเซตฟัซซีในขณะที่ระบบเชิงวิศวกรรมทั่วไปข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออกเป็นจำนวนจริงค่าตายตัว (Crisp Value)

ศูนย์วิทยทรัพยากร

2. ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีที่เสนอโดย Takagi และ Sugeno

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Takagi และ Sugeno เสนอกฎฟัซซีในรูปแบบที่ต่างไปจากที่ใช้ในระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีล้วนก็คือ

Li : IF U is Ai THEN Vi is fi(u)

โดย Ai เป็นเซตฟัซซี fi เป็นฟังก์ชันค่าจริงและ V เป็นข้อมูลขาออกของระบบเนื่องมาจากกฎข้อที่ i โดย ii = 1,2,3,...,n นั่นคือในกฎข้างต้น ส่วนต้นเท่านั้นที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงภาษา และในส่วนปลายจะเกี่ยวข้องกับค่าตายตัวคือเป็นฟังก์ชันของข้อมูลขาเข้า U สัญญาณออก V

ของระบบฟัซซีที่เสนอโดย Takagi และ Sugeno เป็นค่าเฉลี่ยของ Vi โดยตัวประกอบน้ำหนัก (Weighting Factor) เป็นค่าความจริงของประโยคส่วนต้นของกฎแต่ละกฎซึ่งคำนวณได้โดยการใช้ตัวเชื่อมประโยค AND ในกรณีที่มีข้อมูลขาเข้ามากกว่าหนึ่งตัว

โครงสร้างของระบบฟัซซีที่เสนอโดย Takagi และ Sugeno นำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆมาแล้วมากมายวิธีนี้มีข้อได้เปรียบคือทำให้ได้สมการระบบที่กระชับรัดกุมช่วยให้สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์เพื่อนำไปใช้ในระบบฟัซซีได้ง่ายกว่าระบบฟัซซีล้วน ส่วนข้อจำกัดของวิธีนี้ก็คือส่วนผลลัพธ์ที่ไม่เป็นลักษณะของตัวแปรเชิงภาษาซึ่งเหมาะสมที่จะนำมาใช้อธิบายความรู้ที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญซึ่งจะอยู่ในรูปของตัวแปรเชิงภาษาทั้งหมด

3. ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีมีตัวแปลงฟัซซีและตัวแปลงกลับฟัซซี

วิธีนี้มีการเพิ่มตัวแปลงฟัซซีและตัวแปลงกลับเข้าไปที่ส่วนข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออกของระบบฟัซซีล้วน โครงสร้างพื้นฐานของระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีที่มีแปลงฟัซซีและตัวแปลงกลับฟัซซีแสดงในรูป ตัวแปลงฟัซซีจะทำการแปลงข้อมูลค่าตายตัวใน U ให้เป็นเซตฟัซซีขาเข้าใน U และตัวแปลงกลับฟัซซีจะแปลงเซตฟัซซีผลลัพธ์ใน V ให้เป็นข้อมูลค่าตายตัวใน V ฐานกฎและตัวนิรนัยมีลักษณะเหมือนที่ใช้ในระบบฟัซซีล้วนทุกประการ ในบทความวิชาการมักเรียกระบบฟัซซีในลักษณะนี้ว่าตัวควบคุมฟัซซี (Fuzzy Logic Control) เพราะมักใช้เป็นตัวควบคุมในการควบคุมกระบวนการ ระบบฟัซซีแบบนี้ถูกเสนอครั้งแรกโดย Mamdani และถูกใช้อย่างแพร่หลายในเวลาต่อมา

ระบบตรรกศาสตร์ฟัซซีที่มีตัวแปลงและมีตัวแปลงกลับฟัซซีมีข้อดีหลายประการ ประการแรกคือมีความเหมาะสมที่จะใช้งานกับระบบเชิงวิศวกรรมทั่วไป เพราะข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออกของระบบเป็นค่าจริงตายตัว ประการที่สองคือมีความเหมาะสมสำหรับใช้เก็บความรู้ของผู้เชี่ยวชาญทั้งส่วนต้นและส่วนปลายของระบบเกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงภาษา และประการที่สามคือมีความยืดหยุ่นในการออกแบบคือสามารถเปลี่ยนแปลงแก้ไขส่วนต่างๆ ของระบบได้หลายประการไม่ว่าจะเกี่ยวข้องกับตัวแปรฟัซซี, ตัวนิรนัยฟัซซี และตัวแปลงกลับฟัซซี เพื่อให้เราออกแบบระบบฟัซซีให้เหมาะสมกับปัญหาหนึ่งๆ ได้มากที่สุด

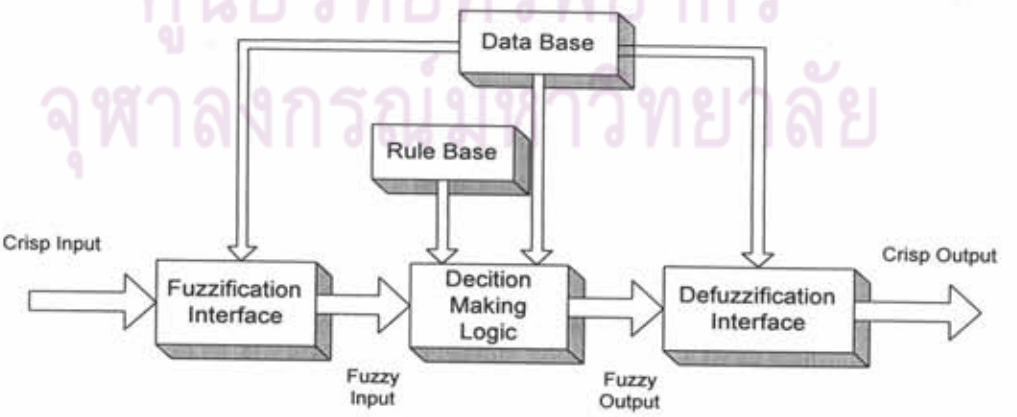
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ส่วนประกอบของระบบฟัซซี

ระบบฟัซซีประกอบด้วยส่วนประกอบที่สำคัญ 4 ส่วนคือ

1. ส่วนตัวแปลงฟัซซี (Fuzzification Interface) ซึ่งจะทำหน้าที่
   - วัดค่าของตัวแปลงขาเข้า
   - ทำการแปลง (Input Scale Mapping) ตัวแปรขาเข้าให้มีค่าอยู่ในย่านที่เหมาะสมในเอกภพสัมพัทธ์แห่งการบรรยาย (Universe Of Discourse)
   - แปลงข้อมูลขาเข้าให้อยู่ในรูปของค่าเชิงภาษาหรือเซตฟัซซี
2. ส่วนฐานความรู้ (Knowledge Base) ประกอบด้วยส่วนประกอบย่อยๆ 2 ส่วนคือ
   - ฐานความรู้ (Data Base) ให้ข้อมูลเกี่ยวกับนิยามซึ่งจำเป็นต่อการจัดการข้อมูล เช่นการแบ่งช่วงและการปรับ UOD การกำหนดเซตฟัซซีปฐมภูมิ การกำหนดฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของฟังก์ชันเซตปฐมภูมิ เป็นต้น
   - ฐานกฎ (Rule Base) กำหนดกฎที่ใช้การควบคุมโดยแสดงในรูปของกฎฟัซซี
3. ส่วนการนิรนัยฟังก์ชันหรือส่วนตัดสินใจ (Decition Making Logic) เป็นส่วนที่สำคัญที่สุดของระบบฟัซซีซึ่งมีความสามารถในการตัดสินใจเลียนแบบมนุษย์ส่วนนี้จะใช้แนวความคิดเกี่ยวกับตรรกศาสตร์ฟัซซีและทำหน้าที่ในการหาการควบคุม(Control Action) หรือผลลัพธ์จากข้อมูลขาเข้าและฐานกฎที่กำหนดได้โดยการใช้การนิรนัยฟัซซี
4. ส่วนตัวแปลงกลับฟัซซี (Defuzzifier Interface) ทำหน้าที่
   - แปลงผลลัพธ์ที่เป็นเซตฟัซซีให้เป็นค่าตายตัว
   - แปลงค่าสเกล (Output Scale Mapping) ค่าตายตัวที่ได้ให้มีค่าอยู่ในช่วงที่ใช้เป็นสัญญาณควบคุม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.8 โครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมฟัซซี

ประโยคเงื่อนไขฟังก์ชันและกฎฟัซซี

วิธีการตัดสินใจของระบบฟัซซีถูกแสดงในรูปของชุดของกฎเชิงภาษาซึ่งได้มาจากความรู้ของผู้เชี่ยวชาญโดยความรู้ของผู้เชี่ยวชาญมักอยู่ในรูปของประโยคเงื่อนไข IF-THEN คือ

IF (ชุดของเงื่อนไขเป็นจริง) THEN (นิรนัยได้ชุดของผลลัพธ์)

เนื่องจากส่วนต้นและส่วนต้นและส่วนปลายของกฎต่างๆ เกี่ยวข้องกับแนวคิดเกี่ยวกับตัวแปรเชิงภาษาซึ่งเป็นแนวความคิดที่ปรากฏในตรรกศาสตร์ฟัซซีเช่น ตัวแปรเชิงภาษาจึงมักเรียกกฎต่างๆเหล่านี้ว่ากฎฟัซซี โดยเป็นกฎที่ใช้แสดงวิธีการควบคุมในระบบฟัซซี

ตัวดำเนินการแปลงฟัซซี (Fuzzification Operator)

ตัวดำเนินการแปลงฟัซซีมีผลในการแปลงข้อมูลค่าตายตัวให้เป็นเซตฟัซซี นั่นคือ

$$u = \text{fuzzifier}(uo)$$

โดย Uo เป็นข้อมูลขาเข้าค่าตายตัว u เป็นเซตฟัซซีขาเข้า และ fuzzifier เป็นตัวดำเนินการแปลงฟัซซี

ตัวดำเนินการเชื่อมประโยค (Sentence Connective Operator)

ตัวดำเนินการ AND เป็นตัวดำเนินการเชื่อมประโยคในกรณีที่ระบบฟัซซีมีข้อมูลขาเข้ามากกว่าหนึ่งตัว ในขณะที่ตัวดำเนินการ AND เป็นตัวดำเนินการเชื่อมประโยคเงื่อนไข ฟัซซีหลายประโยคที่มีอยู่ในฐานกฎเข้าด้วยกัน

ตัวดำเนินการผสม (Compositional Operator)

เป็นตัวดำเนินการที่ช่วยให้เรานิรนัยหรือสรุปหาผลลัพธ์จากความรู้เกี่ยวกับข้อมูลขาเข้าและความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออก

ตัวดำเนินการแปลงกลับฟัซซี (Defuzzification Operator)

เป็นตัวดำเนินการที่แปลงผลลัพธ์ที่นิรนัยได้ ซึ่งอยู่ในรูปของเซตฟัซซีให้อยู่ในรูปของจำนวนจริงค่าตายตัวเพื่อใช้ในการควบคุม นั่นคือ

$$vo = \text{defuzzifier}(v)$$

โดย vo เป็นค่าของสัญญาณควบคุมที่เป็นค่าตายตัว v เป็นเซตฟัซซีขาออกและ defuzzifier เป็นตัวดำเนินการแปลงกลับฟัซซี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การออกแบบระบบฟัซซี

1. วิธีการแปลงฟัซซี (Fuzzification Strategy)
2. ฐานข้อมูล
    2.1 การแบ่งช่วง (Discretization)และการปรับ (Normalization) ของ UOD
    2.2 การแบ่งฟัซซี (Fuzzy Partition) ของปริภูมิขาเข้าและขาออกโดยการใช้เซตฟัซซีปฐมภูมิ
    2.3 ความสมบูรณ์ (Completeness) ของฐานข้อมูล
    2.4 การกำหนดฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเซตฟัซซีปฐมภูมิ
3. ฐานกฎ
    3.1 การเลือกตัวแปรขาเข้าและตัวแปรขาออกของกฎฟัซซี
    3.2 แหล่งที่มาและการได้มาของกฎการควบคุมฟัซซี
    3.3 ความสอดคล้อง ความเกี่ยวเนื่องและความสมบูรณ์ของฐานกฎ
4. ตรรกศาสตร์การตัดสินใจ
    4.1 นิยามของฟังก์ชันอิมพิเคชันฟังก์ชัน
    4.2 การตีความตัวเชื่อมประโยค ALSO
    4.3 การตีความตัวเชื่อมประโยค AND
    4.4 นิยามของตัวดำเนินการผสม
    4.5 กลไกการนิรนัยความจริง
5. วิธีการแปลงกลับฟัซซี (Defuzzification Strategy)

หลักการแปลงฟัซซี (Fuzzification Strategy)

ศูนย์วิทยทรัพยากร

การแปลงฟัซซีเป็นส่วนที่กระทำในส่วนต้นของระบบฟัซซีโดยต้องแปลงข้อมูลขาเข้าในรูปค่าตายตัวให้เป็นเซตฟัซซีเพื่อให้ระบบฟัซซีสามารถจัดการข้อมูลได้ หลักการทั่วไปในการกำหนดวิธีการแปลงกลับฟัซซีมี 3 วิธีดังต่อไปนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. ทำการแปลงค่าตายตัวให้เป็นฟัซซีซิงเกิลตันใน UOD วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมใช้กันทั่วไปในการประยุกต์ใช้งานในการควบคุมกระบวนการเพราะความสะดวกง่ายดาย โดยจะแปลงข้อมูลขาเข้า Uo ให้เป็นเซตฟัซซีที่มีฟังก์ชันความเป็นสมาชิกที่ให้ค่าเป็นศูนย์ทุกที่ยกเว้นมีค่าเป็นหนึ่งที่ Uo เพียงที่เดียว

2. ถ้าข้อมูลที่วัดได้ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน ตัวดำเนินการแปลงฟัซซีควรแปลงข้อมูลดังกล่าวให้เป็นเซตฟัซซีที่แสดงถึงความไม่แน่นอนในข้อมูลขาเข้าด้วย เช่น อาจเลือกเซตฟัซซี เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมยอดตรงกับค่าเฉลี่ยของข้อมูลขาเข้าและมีฐานเท่ากับสองเท่าของค่าเบี่ยงเบนมาตราฐาน เป็นต้น การจัดการกับข้อมูลที่มีลักษณะ Posibilistic Data ซึ่งก็คือเซตฟัซซีในวิธีนี้จะทำให้ง่ายกว่าการจัดการข้อมูลที่มีลักษณะของตัวแปรสุ่ม (Probabilistic Data) อย่างมากเราจึงนิยมใช้ฟัซซเซตในการแทนข้อมูลที่มีความไม่แน่นอนและจัดการข้อมูลดังกล่าวโดยการใช้ระบบฟัซซี

3. ในกรณีที่มีขนาดใหญ่หรือในการประยุกตร์ใช้งานอย่างอื่น ข้อมูลอาจมีลักษณะของ Possibilistic Data และ Probabilistic Data จึงอาจต้องใช้แนวความคิดของ Hybrid Number ซึ่งรวมเอาแนวความคิดของตัวแปรสุ่มและเซตฟัซซีเข้าด้วยกัน

ฐานข้อมูล (Data Base)

จากข้างต้นเราได้แสดงให้เห็นแล้วว่า เซตฟัซซี มีระดับความเป็นสมาชิกเป็นค่าระหว่าง 0 กับ 1 สามารถแทนข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับคำในภาษาได้อย่างเป็นธรรมชาติมากกว่าเซต ซึ่งมีระดับความเป็นสมาชิก 0 หรือ 1 อย่างไรก็ตามในการนำเซตฟัซซีมาใช้ในคอมพิวเตอร์เราก็ต้องมีการจัดโครงสร้างข้อมูลให้เหมาะสมด้วยโดยทั่วไปเราจะทำการแบ่ง UOD ที่เป็นแบบต่อเนื่องออกเป็นช่วงๆ เพราะเราไม่สามารถเก็บค่าระดับความเป็นสมาชิกทุกตัวใน UOD ได้ การแบ่งช่วงของ UOD ดังกล่าวก็เหมือนกับการแปลงสัญญาณแอนะลอกเป็นสัญญาณดิจิตอลใน A/D Converter นั่นเอง นอกจากการแบ่งช่วงแล้วบางครั้งเราอาจต้องปรับข้อมูลซึ่งอาจมีย่านที่ไม่เหมาะสมเช่น กว้างเกินไปหรือแคบเกินไปให้มาอยู่ในย่านที่เรากำหนดไว้ให้เราสามารถอ้างอิงได้อย่างสะดวกอีกด้วย

การแบ่งช่วง UOD

หรือเรียกอีกอย่างว่าการทำควอนไตเซชัน (Quantization) เป็นการแบ่ง UOD ซึ่งเป็นแบบต่อเนื่องออกเป็นช่วงๆ เพื่อความสะดวกในการเก็บข้อมูลแต่ละช่วงจะเป็นเสมือนกับสมาชิกหนึ่งตัวของ UOD ที่แบ่งช่วงแล้วคือมีระดับความเป็นสมาชิกเท่ากันหมดสำหรับแต่ละช่วง การนิยามเซตฟัซซีทำได้โดยการกำหนดค่าระดับความเป็นสมาชิกให้กับแต่ละช่วงดังกล่าว ด้วยวิธีการนี้ทำให้เราสามารถสร้างตารางอ่านค่า (Lookup-Table) เพื่อหาสัญญาณออกสำหรับสัญญาณเข้าใดๆ ที่กำหนด

ให้ได้โดยการประมาณผลออฟไลน์ (Off-line Processing) ซึ่งช่วยลดเวลาในการประมวณผลตัวควบคุม จำนวนช่วงที่ใช้ในการแบ่งควรมีจำนวนมากพอที่จะทำให้ประมาณสัญญาณเข้าได้ละเอียดพอ แต่ก็ไม่ควรมีจำนวนมากเกินไปเพื่อประหยัดหน่วยความจำ จำนวนช่วงที่ใช้แบ่งเป็นตัวกำหนดประสิทธิภาพของการควบคุมว่าทำได้ด้วยความละเอียดมากน้อยเพียงใด โดยยิ่งมีจำนวนช่วงมากขึ้นเพียงใดก็ทำให้การควบคุมที่ละเอียดขึ้นเพียงนั้น

การแบ่งสเกล (Scale Mapping) เป็นสิ่งจำเป็นในการใช้ UOD ที่ได้แบ่งช่วงเอาไว้โดยทำหน้าที่ในการแบ่งตัวแปรที่วัดได้ให้เป็นค่าใน UOD ที่ได้แบ่งช่วงไว้แล้วโดยการแปลงอาจเป็นแบบเชิงเส้น แบบไม่เชิงเส้นหรือทั้งสองแบบก็ได้ การเลือกแบ่งช่วง UOD ให้ละเอียดหรือหยาบนั้นสะท้อนถึงเหตุผลบางอย่างเช่น การเลือกช่วงแบบหยาบๆสำหรับสัญญาณคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่ๆ ในขณะที่เลือกแบ่งช่วงแบบละเอียดสำหรับสัญญาณคลาดเคลื่อนขนาดเล็ก

การปรับ UOD

การปรับ UOD เป็นการแบ่งช่วงโดยมีการแบ่งสเกลของแต่ละช่วงที่ถูกแบ่งให้เป็นช่วงที่กำหนดไว้ใน UOD ที่ปรับแล้วหลังจากนั้นจึงนิยามเซตฟัซซี โดยการกำหนดฟังก์ชันความเป็นสมาชิกแบบแจ้งชัด (Explicit Function) การแปลงสเกลอาจเป็นแบบเชิงเส้น, ไม่เชิงเส้น หรือทั้งสองแบบก็ได้

การแบ่งปริภูมิขาเข้าและขาออก

ตัวแปรที่ใช้เป็นตัวแปรขาเข้าและตัวแปรขาออกของระบบฟัซซีเป็นตัวแปรเชิงภาษานั้นเป็นตัวแปรที่มีค่าเป็นคำในภาษาซึ่งคำในภาษาที่นี้คือป้ายชื่อของเซตฟัซซีตัวหนึ่งนั่นเอง นอกจากนี้โดยทั่วไปแล้วตัวแปรขาเข้าและตัวแปรขาออกของระบบฟัซซีมักจะมีจำนวนมากกว่าหนึ่งตัวแปร ข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออกจึงมักถูกมองในรูปของเซตฟัซซีที่มีนิยามใน UOD ที่เป็นปริภูมิผลคูณของ UOD ย่อยๆของตัวแปรแต่ละตัว การแบ่งปริภูมิขาเข้าและขาออกในที่นี้หมายถึงการกำหนดจำนวนเซตฟัซซีปฐมภูมิเพื่อใช้เป็นค่าของตัวแปรเชิงภาษาแต่ละตัวโดยเซตฟัซซีปฐมภูมิดังกล่าวมีนิยามบน UOD ของตัวแปรแต่ละตัว จำนวนเซตฟัซซีปฐมภูมิเป็นตัวกำหนดความละเอียดของการควบคุมที่ได้จากกฎฟัซซี และยังเป็นตัวกำหนดจำนวนสูงสุดของกฎฟัซซีที่เราสามารถสร้างขึ้นได้ด้วย ในกรณีของระบบฟัซซี 2 สัญญาณเข้า 1 สัญญาณออก ถ้าจำนวนเซตฟัซซีปฐมภูมิของ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อมูลเข้าและข้อมูลออกมีค่าเท่ากับ 3 และ 7 ตามลำดับ เราจะได้จำนวนกฎฟัซซีที่สามารถตั้งได้สูงสุดเป็น 3x7 = 21 โดยทั่วไปมักตั้งชื่อของกฎฟัซซีปฐมภูมิให้มีความหมายที่เข้าใจง่ายเช่น NB = Negative Big ,NM = Negative Medium, NS =Negative Small , ZE = Zero , PS = Positive Small ,PM = Positive Medium ,PB = Positive Big

ความสมบูรณ์

ความสมบูรณ์ของฐานกฎหมายถึงความสามารถของฐานกฎในการนิรนัยหาสัญญาณควบคุมได้สำหรับสภาวะทุกสภาวะที่อาจเกิดขึ้นในกระบวนการ คุณสมบัติความสมบูรณ์ของฐานกฎขึ้นอยู่กับเงื่อนไขสองประการที่เกี่ยวข้องกับทั้งฐานข้อมูลและฐานกฎ

ฐานข้อมูล

การที่ฐานกฎจะมีความสมบูรณ์ได้นั้นฐานข้อมูลที่ใช้ในการนิยามฐานกฎจะต้องมีความสมบูรณ์เสียก่อนความสมบูรณ์ของฐานข้อมูลในที่นี้หมายถึงการที่เซตฟัซซีปฐมภูมิสามารถครอบคุม UOD ที่ใช้นิยามได้อย่างทั่วถึง เงื่อนไขที่ใช้ในการกำหนดความสมบูรณ์ของฐานข้อมูลก็คือยูเนียนของเซตฟัซซีปฐมภูมิทุกเซตจะต้องมีค่าระดับความเป็นสมาชิกไม่ต่ำกว่าระดับที่กำหนดไว้ค่าหนึ่ง โดยทั่วไปเราเลือกเราะดับความเป็นสมาชิกเป็น 0.5 เป็นระดับที่ใช้กำหนด ซึ่งหมายความว่าในการนิรนัยความจริงสำหรับข้อมูลเข้าค่าใดๆ ของตัวแปรขาเข้าตัวหนึ่งตัวแปร จะมีอยู่หนึ่งกฎเสมอที่ให้ระดับความเป็นสมาชิกสำหรับตัวแปรขาเข้าตัวนั้นมากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 โดยอาจมีกฎดังกล่าวมากกว่าหนึ่งกฎสำหรับข้อมูลขาเข้าบางค่า

ฐานกฎ

เงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกับความสมบูรณ์ของฐานกฎถูกกำหนดโดยอาศัยประสบการณ์การออกแบบและความรู้ทางวิศวกรรม โดยเราจะใส่กฎเพิ่มเติมเข้าไปในฐานกฎเมื่อใดก็ตามที่ฐานกฎดังกล่าวยังไม่ได้ครอบคุมเงื่อนไขที่อาจเกิดขึ้นบางประการ หรือใส่กฎเพิ่มเติมเข้าไปเมื่อใดที่ค่าความจริงสูงสุดสำหรับทุกกฎยังมีค่าต่ำกว่าค่าที่กำหนดไว้ค่าหนึ่งเช่น 0.5 ในกรณีแรกเป็นการแก้ไขฐานกฎให้สมบูรณ์ในแง่ที่อาจมีเหตุการณ์ที่ไม่มีกฎใดถูกเรียกใช้เลย ส่วนในกรณีที่สองเป็น

การแก้ไขฐานกฎสำหรับการเกิดเหตุการณ์ที่ไม่มีกฎใดเป็นกฎที่เด่น (ค่าความจริงมากกว่า 0.5) เลยแม้แต่กฎเดียว

ระบบฟัซซีที่มีคุณสมบัติที่กำหนดโดยชุดของประโยคเชิงภาษาซึ่งได้มาจากความรู้ของผู้เชี่ยวชาญความรู้ของผู้เชี่ยวชาญดังกล่าว มักถูกแสดงในรูปของ IF-THEN ซึ่งอยู่ในรูปแบบเดียวกับประโยคเงื่อนไข และชุดของประโยคเงื่อนไขทุกประโยคจะรวมกันเข้าเป็นฐานกฎในระบบฟัซซี

การเลือกตัวแปรเหมาะสมเพื่อใช้เป็นตัวแปรขาเข้าและตัวแปรขาออกในกฎฟัซซีมีผลอย่างมากต่อประสิทธิภาพการทำงานของระบบฟัซซี โดยทั่วไปนั้นใช้ประสบการณ์และความรู้ทางวิศวกรรมในการเลือกตัวแปรดังกล่าว ซึ่งตัวแปรที่เรามักเลือกคือ ตัวแปรสภาวะ (State Variable), สัญญาณคลาดเคลื่อนของสภาวะ (State Error) ,การเปลี่ยนแปลงของสัญญาณคลาดเคลื่อนของตัวแปรสภาวะ (State Error Derivertive) ,อินทีกรัลของสัญญาณคลาดเคลื่อนของตัวแปรสภาวะ (State Error Integral) เป็นต้น

ที่มาและการได้มาของกฎฟัซซี

จากบทความวิชาการพบว่าวิธีการสร้างกฎฟัซซีเพื่อนำมาใช้ในการควบคุมกระบวนการมีอยู่ 4 วิธีด้วยกัน โดยแต่ละวิธีไม่ได้แยกจากกันโดยสิ้นเชิง เราอาจใช้หลายวิธีร่วมกันเพื่อสร้างกฎฟัซซีที่มีประประสิทธิภาพมากขึ้นกว่ากฎที่ได้มาจากวิธีเพียงวิธีเดียวก็ได้ วิธีทั้ง 4 ในการสร้างกฎมีดังต่อไปนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. ประสบการณ์ของผู้เชี่ยวชาญและความรู้วิศวกรรมควบคุม

กฎฟัซซีเป็นประโยคเงื่อนไขเชิงภาษาที่กำหนดความสัมพันธ์ของตัวแปรขาเข้าในส่วนต้นและตัวแปรขาออกในส่วนปลาย เราจะพบว่าในชีวิตประจำวันของมนุษย์เรา ข้อมูลที่เรานำมาใช้ในการตัดสินใจมักมีลักษณะเป็นข้อมูลเชิงภาษามากกว่าจะเป็นข้อมูลเชิงตัวเลข ดังนั้นกฎฟัซซีจึงเป็นกรอบที่เป็นธรรมชาติสำหรับการแสดงการตัดสินใจของมนุษย์ ผู้เชี่ยวชาญในด้านต่างๆ พบว่ากฎฟัซซีเป็นวิธีที่เหมาะสมสำหรับการแสดงความรู้ของพวกเขาออกมาให้อยู่ในรูปที่นำไปใช้งานได้ วิธีการสร้างกฎฟัซซีโดยอาศัยประสบการณ์ของผู้เชี่ยวชาญและความรู้ทางวิศวกรรมจึงเป็นวิธีที่แพร่หลายในงานด้านต่างๆเป็นอย่างมาก

2. การควบคุมของผู้ปฏิบัติงาน

ในอุตสาหกรรมที่มีหลายประเภทเราไม่ทราบความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณเข้าและสัญญาณออกด้วยความแม่นยำที่มากพอที่จะใช้ทฤษฎีควบคุมดั้งเดิม (Classical Control Theoryt) สำหรับการจำลองแบบ(Modelling) และการจำลองสถานการณ์ (Simulation)ได้ แม้กระนั้นผู้ปฏิบัติงานที่มีความชำนาญก็ยังสามารถควบคุมระบบดังกล่าวได้เป็นอย่างดีโดยไม่ต้องใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ใดๆ โดยผู้ปฏิบัติงานดังกล่าวมีการใช้กฎเกณฑ์ต่างๆ ในการควบคุมกระบวนการซึ่งตัวเองเป็นคนตั้งขึ้นมาโดยอาจรู้ตัวหรือไม่รู้ตัว เราสามารถนำความสามารถดังกล่าวของผู้ปฏิบัติงานมาใช้ในการควบคุมกระบวนการแบบอัตโนมัติโดยการแสดงกฎการควบคุมของผู้ปฏิบัติงานในรูปของกฎฟัซซีและนำกฎดังกล่าวไปใช้ในการควบคุมโดยผ่านระบบฟัซซี กฎฟัซซีดังกล่าวได้มาจากการสังเกตการควบคุมของผู้ปฏิบัติงานสำหรับสถานการณ์ต่างๆ แล้วสรุปออกมาในรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออก

3. โดยการใช้แบบจำลองฟัซซี

แบบจำลองฟัซซีได้มาจากการใช้ประโยคเชิงภาษาในการอธิบายลักษณะสมบัติพลวัตของกระบวนการแทนการอธิบายโดยการใช้สมการดิฟเฟอเรนเชียลหรือทางคณิตศาสตร์อื่นๆ เราอาจมองประโยคเชิงภาษาดังกล่าวว่าเป็นแบบจำลองเชิงภาษาหรือแบบจำลองฟัซซีของกระบวนการ โดยจากแบบจำลองฟัซซีดังกล่าวเรามีวิธีในการสร้างชุดของกฎฟัซซีที่เพื่อใช้ในการควบคุมกระบวนการให้มีประสิทธิภาพที่ดีอย่างที่เราต้องการได้ วิธีนี้เป็นวิธีซับซ้อน แต่ก็ให้ประสิทธิสูงและให้ความเชื่อถือได้ นอกจากนี้ยังทำให้เราสามารถวิเคราะห์ระบบฟัซซีในแง่ของทฤษฎีได้ อย่างไรก็ตามวิธีที่การออกแบบระบบฟัซซีโดยการใช้แบบจำลองฟัซซีก็ยังไม่ได้รับการพัฒนาอย่างสมบูรณ์

4. โดยการใช้การเรียนรู้

เป็นวิธีการสร้างกฎฟัซซีโดยการให้คอมพิวเตอร์มีการเรียนรู้และสร้างกฎฟัซซีดังกล่าวขึ้นมาได้เอง มีระบบฟัซซีมากมายที่ถูกออกแบบให้เลียนแบบมนุษย์ในการตัดสินใจแต่มีเพียง

ไม่กี่ระบบที่ถูกออกแบบให้เลียนแบบการเรียนรู้ของมนุษย์ ซึ่งเป็นความสามารถในการสร้างกฎฟัซซีและเปลี่ยนแปลงกฎดังกล่าวได้โดยอาศัยประสบการณ์การสร้างกฎวิธีนี้เป็นวิธีที่ค่อนข้างซับซ้อน

ตรรกศาสตร์ในการตัดสินใจ

ตรรกศาสตร์การตัดสินในที่ใช้ในระบบฟัซซีเป็นการตัดสินใจในลักษณะของการให้เหตุผลโดยประมาณ ซึ่งเป็นการให้เหตุผลโดยการใช้ความรู้เกี่ยวกับข้อมูลขาเข้า ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีความไม่ชัดเจนมีความไม่แน่นอนโดยแสดงในรูปของเซตฟัซซี และความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออกในรูปของกฎ IF-THEN ซึ่งสามารถแสดงในรูปความสัมพันธ์ฟัซซีโดยสร้างมาจากการใช้ฟัซซีอิมพิเคชันแบบต่างๆ การนิรนัยหาผลลัพธ์ที่ได้จากกฎฟัซซีในการให้เหตุผลโดยประมาณจะทำได้โดยการใช้ตัวดำเนินการผสมซึ่งโดยมากใช้แบบซุปรีมัมทีเพื่อผสมข้อมูลขาเข้าในรูปของเซตฟัซซีกับความสัมพันธ์ฟัซซีที่ใช้แทนฐานกฎดังกล่าวเพื่อให้ได้เป็นเซตฟัซซีของข้อมูลขาออก

ฐานกฎที่ใช้ในระบบฟัซซีอยู่ในรูปชุดของกฎฟัซซีประกอบด้วยกฎย่อยๆหลายกฎ โดยแต่ละกฎจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลขาเข้าและข้อมูลขาออกเราใช้ตัวดำเนินการเชื่อมประโยค ALSO ในการเชื่อมประกฎแต่ละกฎเข้าด้วยกันเป็นฐานกฎรวม นอกจากนี้ในกรณีที่ข้อมูลขาเข้ามีมากกว่าหนึ่งตัวเราจะใช้ตัวเชื่อมประโยค AND ในการเชื่อมประโยคที่เกี่ยวกับข้อมูลขาเข้าแต่ละตัวเข้าด้วยกัน

การให้เหตุผลโดยประมาณสำหรับบางกรณีสามารถแสดงให้อยู่ในรูปภาพได้อย่างง่าย ซึ่งได้แก่การให้เหตุผลโดยประมาณที่ใช้กฎการนิรนัยแบบ Rc และ Rp เป็นกฎการสร้างความสัมพันธ์ฟัซซี,ใช้ตัวดำเนินการอินเตอร์เซคชันหรือตัวดำเนินการผลคูณพีชคณิตเป็นตัวดำเนินการในการเชื่อมประโยค AND ใช้ตัวดำเนินการยูเนียนเป็นตัวดำเนินการการเชื่อมประโยค ALSO และใช้ตัวดำเนินการ Sub-Min หรือ Sub-Product เป็นตัวดำเนินการผสม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิธีการแปลงกลับฟัซซี

การแปลงกลับฟัซซีเป็นการแปลงเซตฟัซซีที่ได้มาจากการวินิจฉัยของส่วนตรรกศาสตร์การตัดสินใจใน UOD หนึ่งๆให้เป็นค่าตายตัวเพื่อนำไปใช้ในการควบคุมกระบวนการ ในปัจจุบันวิธีในการแปลงกลับเซตฟัซซีที่ใช้กันอยู่ได้แก่วิธีค่ามากสุด, วิธีหาผลรวมค่ามากที่สุด, วิธีจุดศูนย์ถ่วง

1. วิธีค่ามากสุด จะให้ค่าที่เป็นจุดสูงสุดของเซตฟัซซีของข้อมูลขาออก วิธีนี้อาจมีปัญหาเกิดขึ้นเมื่อค่าสูงสุดของเซตฟัซซีดังกล่าวมีมากกว่า 1 ค่า

2. วิธีหาผลรวมค่ามากที่สุด (Mean of Maximum : MOM)
วิธีนี้จะแก้ไขข้อบกพร่องของวิธีแรกโดยจะให้ค่าเฉลี่ยของจุดสูงสุดของเซตฟัซซีข้อมูลขาออกในกรณีของ Discrete Universe ค่าที่ได้จะอยู่ในรูปของ

$$z = \sum_{i=1}^{l} \frac{v_i}{l}$$

โดย v_i เป็นจุดที่ให้ค่าระดับความเป็นสมาชิกในเซตฟัซซีข้อมูลออกมีค่าสูงสุด และ l เป็นจำนวนจุดสูงสุดดังกล่าว

3. วิธีจุดศูนย์ถ่วง (Center of Gravity : COG)
วิธีนี้จะให้ค่าที่ต้องการเป็นจุดศูนย์ถ่วงของเซตฟัซซีข้อมูลขาออกในกรณีของ Discrete Universe ค่าที่ได้จะอยู่ในรูปของ

$$z = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mu_z(v_i).v_i}{\sum_{i=1}^{n} \mu_z(v_i)}$$

โดย n เป็นจำนวนช่วงที่ใช้แบ่ง Universe of Discourse

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย