

## บทที่ 7

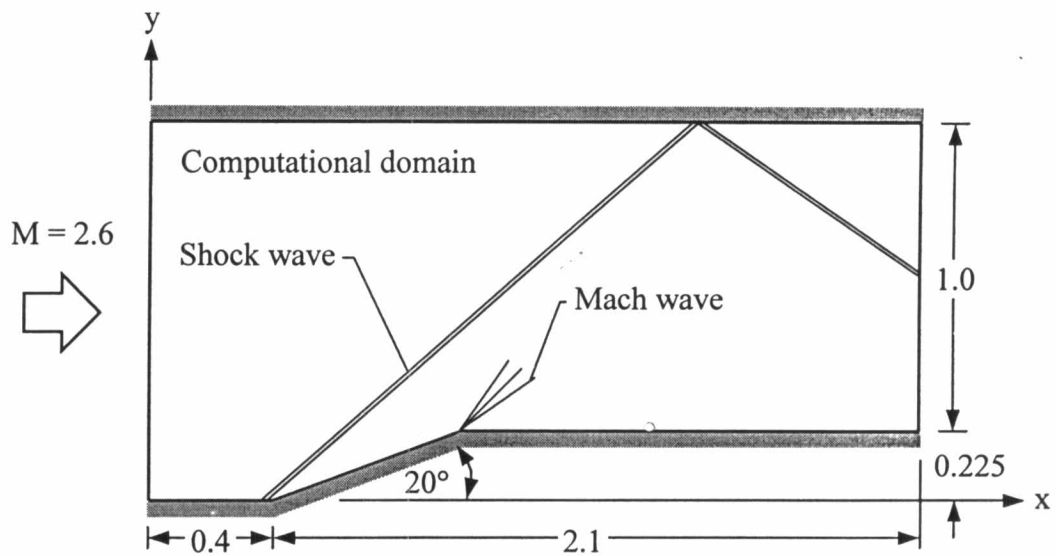
### ปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบต่างๆ

หลังจากที่ได้ทำการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นและประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์เข้ากับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นดังที่ได้เสนอมานในบทที่ 5 และ 6 แล้ว เพื่อแสดงถึงประสิทธิภาพของไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการแก้ปัญหาการไหลความเร็วสูงที่มีรูปร่างและสภาวะการไหลที่ซับซ้อน ในบทนี้จะนำเสนอการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบต่างๆ 7 ปัญหาดังนี้

1. ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.6 เท่าในช่องแคบที่มีพื้นเอียงมุม  $20^\circ$
2. ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.0 เท่าในช่องแคบที่มีพื้นเอียงมุม  $10^\circ$
3. ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.0 เท่าในช่องแคบที่มีเนินสามเหลี่ยม
4. ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.0 เท่าในช่องแคบที่มีเนินโค้ง
5. ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 3.0 เท่าผ่านทรงกระบอก
6. ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 6.57 เท่าผ่านสองทรงกระบอก
7. ปัญหาการกระทบกันคลื่นช็อคเอียงและคลื่นช็อคโค้งหน้าทรงกระบอก

#### 7.1 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.6 ในช่องแคบที่มีพื้นเอียงมุม $20^\circ$

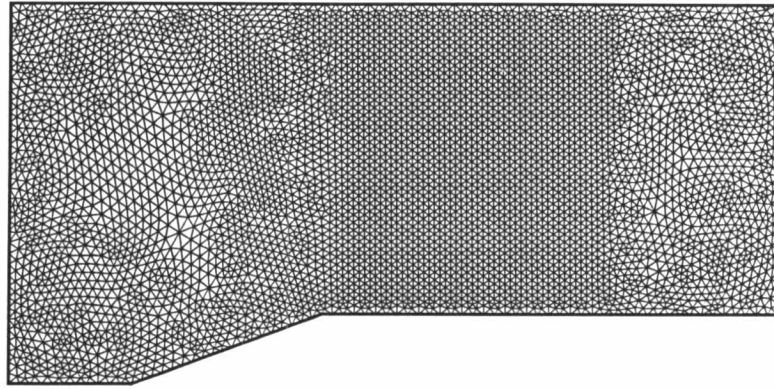
ลักษณะของปัญหาการไหลความเร็วสูงในช่องแคบที่มีพื้นเอียงมุม  $20^\circ$  [37] ได้แสดงในรูปที่ 7.1 เป็นการไหลของไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.6 เท่า ผ่านเข้ามาในช่องที่มีพื้นที่หน้าตัดลดลงทำมุม  $20^\circ$  กับพื้นราบ การหักมุมอย่างฉับพลันตรงพื้นเอียงนี้ก่อให้เกิดคลื่นช็อคพุ่งขึ้นไปกระทบผนังด้านบนและสะท้อนกลับลงมาด้านล่าง สำหรับจุดหักมุมที่สองของช่องแคบก่อให้เกิดการขยายตัว เกิดการกระจายตัวของคลื่นช็อคคล้ายกับที่เกิดกับปัญหาการไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดขยายและพุ่งไปกระทบกับคลื่นช็อคที่สะท้อนกลับลงมาจากด้านบน ทำให้สภาวะการไหลบริเวณหลังคลื่นช็อคที่สะท้อนกลับลงมามีความซับซ้อน ในส่วนของเงื่อนไขขอบเขตของการไหลเข้าทางด้านซ้ายมือจะเป็นดังนี้ ค่าความหนาแน่น  $\rho = 1.0$ , ความเร็ว  $u = 1.0$ ,  $v = 0.0$ , พลังงานรวม  $\epsilon = 0.764160$  และอัตราส่วนความร้อนจำเพาะ  $\gamma = 1.4$



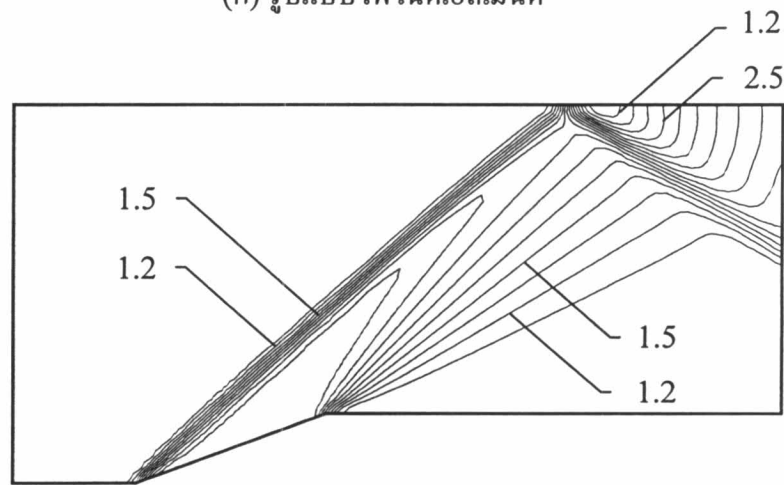
รูปที่ 7.1 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.6 เท่าในช่องแคบที่มีพื้นเอียงมุม  $20^\circ$

ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลนี้เริ่มจากการใช้โปรแกรม FEMESH สร้างรูปร่างของปัญหาและแบ่งโดเมนการคำนวณออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมที่มีค่อนข้างสม่ำเสมอจำนวน 9,665 เอลิเมนต์ 4,937 จุดต่อ ดังแสดงในรูปที่ 7.2(ก) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่นและความดันที่คำนวณได้จากโปรแกรม CBSHIFLOW ได้แสดงในรูปที่ 7.2(ข)-(ค) จะเห็นได้ว่าคลื่นช็อคทั้งก่อนและหลังตกกระทบผนังมีลักษณะเป็นแนวตรงแต่ยังมีความหนาอยู่มาก และบริเวณจุดหักมุมของช่องแคบซึ่งเกิดคลื่นช็อคแบบขยายตัวยังไม่รวมเป็นจุดเดียวกัน ดังนั้นจึงนำผลลัพธ์ที่ได้ไปคำนวณหาขนาดเอลิเมนต์ที่เหมาะสมเพื่อปรับขนาดเอลิเมนต์ พบว่าจะมีการวางตัวของเอลิเมนต์ขนาดเล็กจำนวนมากตามแนวของคลื่นช็อคและมีเอลิเมนต์ขนาดเล็กไปกระจุกตัวอยู่ที่จุดหักมุม ส่วนบริเวณหลังคลื่นช็อคกระทบผนังจะมีเอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่กว่า เนื่องจากลักษณะการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นในบริเวณที่เกิดคลื่นช็อคแบบขยายตัว หลังจากผ่านจุดหักมุมแล้วจะเป็นแบบค่อยเป็นค่อยไป รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์หลังปรับขนาดเอลิเมนต์และเส้นชั้นของความหนาแน่นที่คำนวณด้วยโปรแกรม CBSHIFLOW แสดงดังรูปที่ 7.3

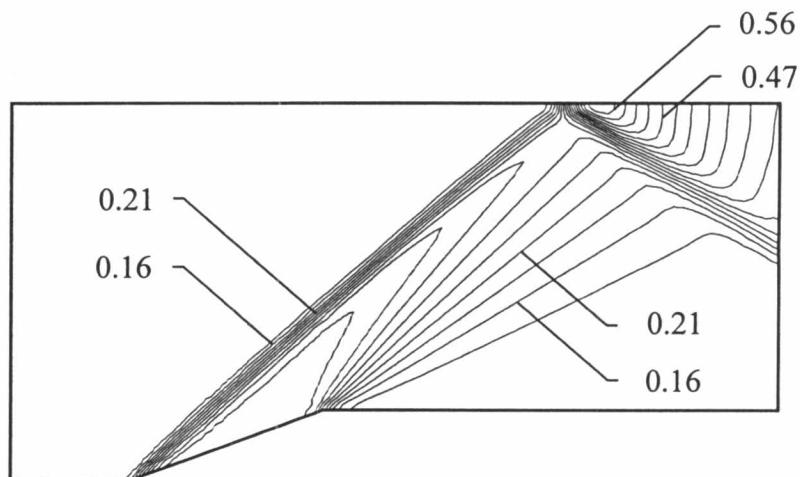
ในรูปที่ 7.4(ก) แสดงลักษณะการกระจายของค่าความดันตลอดผนังด้านบนซึ่งมีค่าต่ำและคงที่มาโดยตลอดแล้วเพิ่มขึ้นอย่างฉับพลัน ณ ตำแหน่งที่คลื่นช็อคตกกระทบผนัง จากนั้นค่าความดันจึงค่อยๆ ลดลง ในรูปที่ 7.4(ข) แสดงลักษณะการกระจายของค่าความดันตลอดผนังด้านล่างค่าความดันนี้คงที่และเพิ่มขึ้นทันทีที่จุดหักมุมของพื้นเอียง จากนั้นจะมีค่าคงที่ตลอดพื้นเอียงแล้วจึงค่อยลดลงอย่างรวดเร็วที่จุดหักมุมที่สองซึ่งเป็นตำแหน่งของการไหลแบบขยายตัว



(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

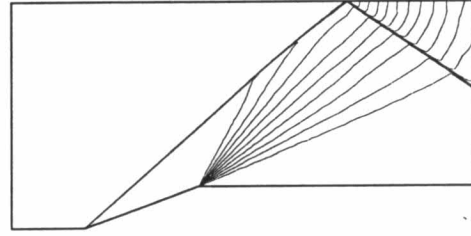
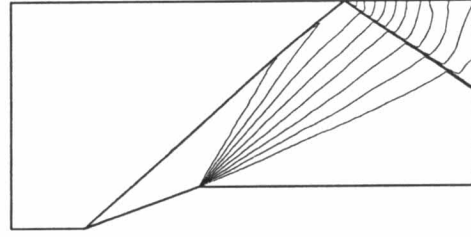
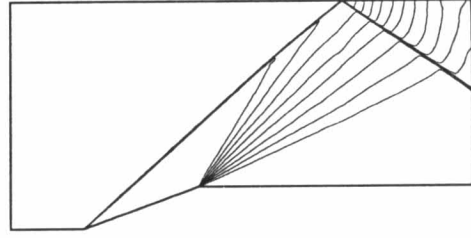
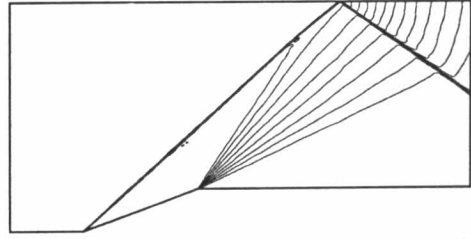
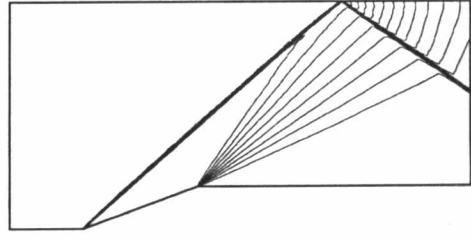
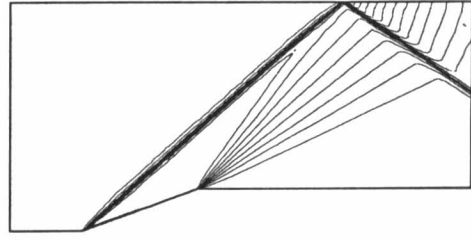
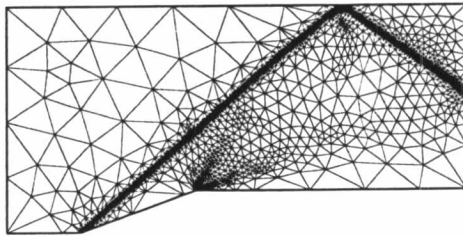
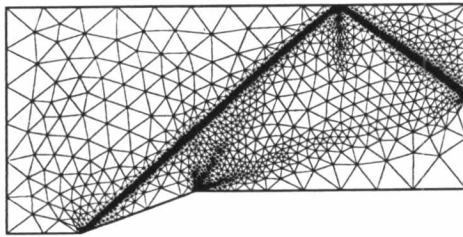
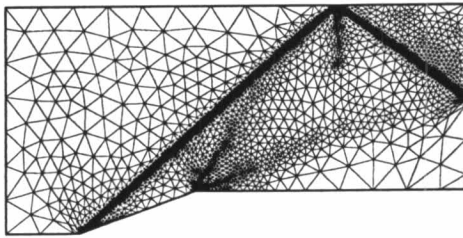
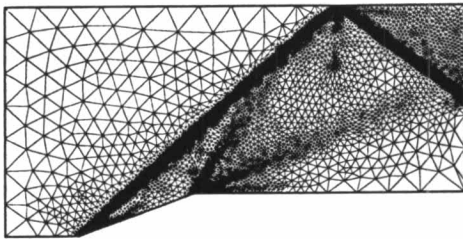
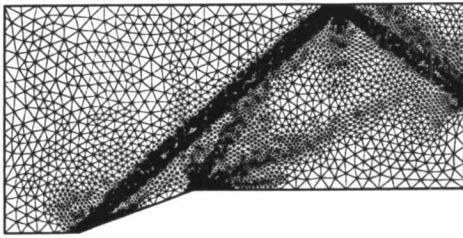
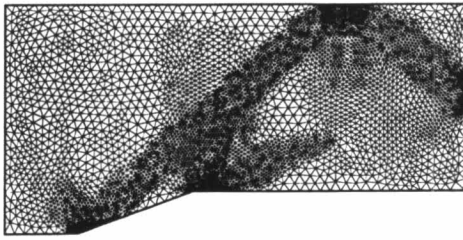


(ข) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น



(ค) เส้นชั้นของค่าความดัน

รูปที่ 7.2 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้น เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น ความดัน สำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.6 เท่า ในช่องแคบที่มีพื้นเอียงมุม  $20^\circ$



(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

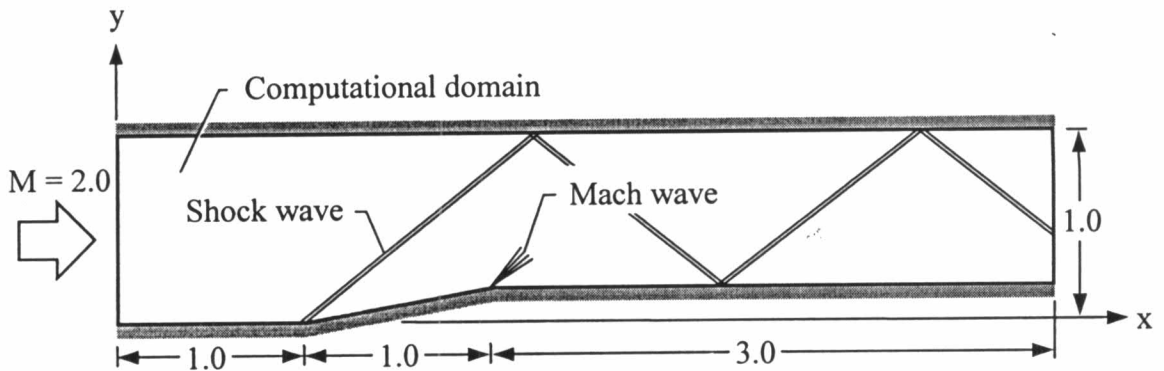
(ข) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น

รูปที่ 7.3 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเส้นชั้นของค่าความหนาแน่นสำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.6 เท่า ในช่องแคบที่มีพื้นเอียงมุม  $20^\circ$



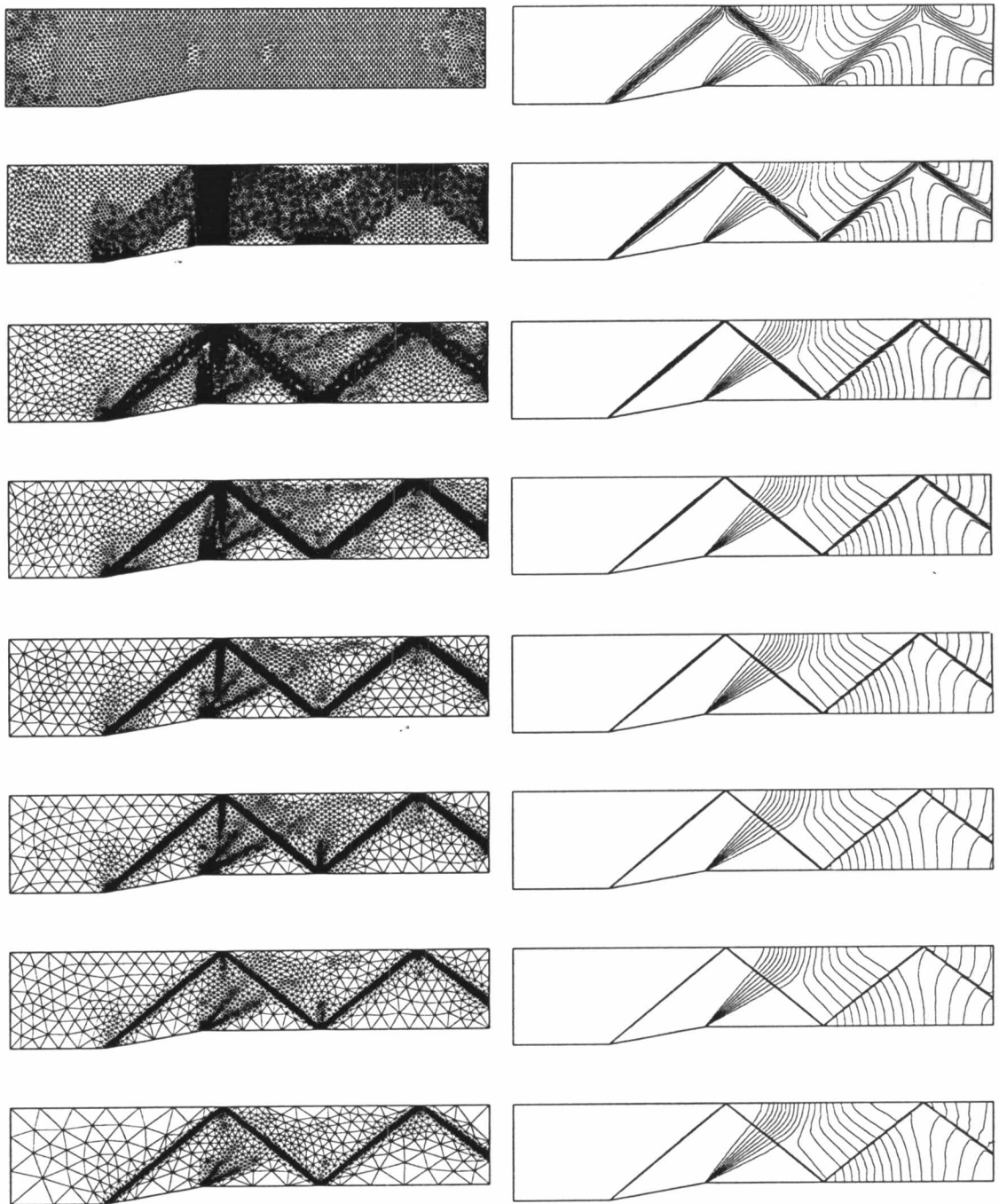
## 7.2 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.0 เท่าในช่องแคบที่มีพื้นเอียงมุม $10^\circ$

ลักษณะของปัญหาคือ มีของไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.0 เท่า ผ่านเข้ามาทางด้านซ้ายมือ และไหลผ่านช่องที่มีพื้นเอียงทำมุม  $10^\circ$  กับแนวราบ การหักมุมอย่างฉับพลันก่อให้เกิดคลื่นช็อกเอียงพุ่งขึ้นไปกระทบผนังด้านบนและสะท้อนกลับลงมาด้านล่าง คลื่นช็อกที่สะท้อนกลับลงมาจะกระทบผนังด้านล่างอีกครั้งและสะท้อนสู่ผนังด้านบนก่อนที่จะไหลออกทางด้านขวามือของปัญหา บริเวณจุดหักมุมที่สองของปัญหาจะเกิดคลื่นการขยายตัวพุ่งไปกระทบกับคลื่นช็อกที่เกิดจากการสะท้อนทางด้านหลัง ทำให้การไหลด้านหลังจุดหักมุมมีความซับซ้อนขึ้นดังแสดงในรูปที่ 7.5 สำหรับเงื่อนไขขอบเขตของการไหลเข้าเป็นดังนี้ ค่าความหนาแน่น  $\rho = 1.0$ , ความเร็ว  $u = 1.0$ ,  $v = 0.0$ , พลังงานรวม  $\varepsilon = 0.946429$  และอัตราส่วนความร้อนจำเพาะ  $\gamma = 1.4$



รูปที่ 7.5 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2.0 เท่าในช่องแคบที่มีพื้นเอียงมุม  $10^\circ$

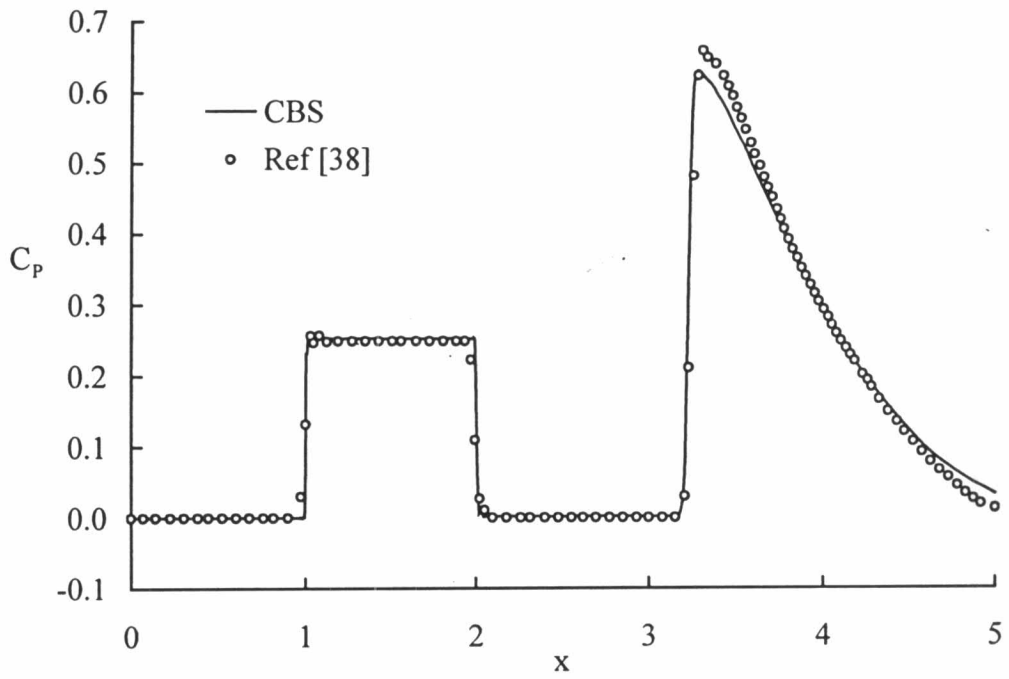
การวิเคราะห์ปัญหาการไหลนี้เริ่มด้วยการสร้างรูปร่างของปัญหาและแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมที่มีขนาดค่อนข้างสม่ำเสมอ แล้วทำการประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติเข้ากับปัญหา ดังแสดงในรูปที่ 7.6 จะเห็นว่าเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความแม่นยำมากขึ้น โดยสังเกตจากเอลิเมนต์ขนาดเล็กจำนวนมากวางตัวตามแนวคลื่นช็อกทำให้ความหนาของคลื่นช็อกลดลง ในขณะที่เดียวกันมีการกระจุกตัวของเอลิเมนต์ที่จุดหักมุมที่สองทำให้คลื่นช็อกแบบขยายตัวเป็นเส้นตรงและรวมกันเป็นจุดเดียวที่จุดหักมุมนี้ สำหรับการเปรียบเทียบความเที่ยงตรงของคำตอบที่ได้จะแสดงในรูปที่ 7.7 พบว่ามีความสอดคล้องกับระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มในเอกสารอ้างอิง [38]



(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

(ข) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น

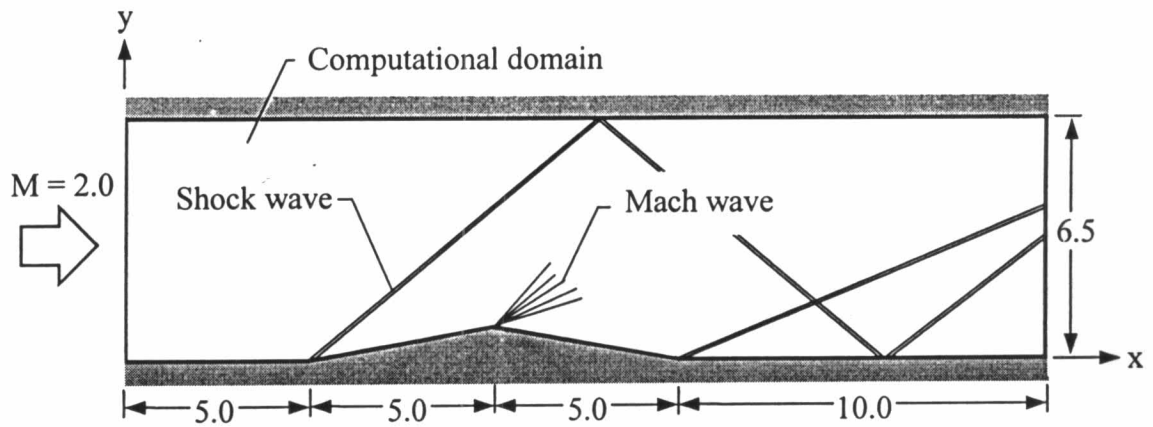
รูปที่ 7.6 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเส้นชั้นของค่าความหนาแน่นสำหรับการไหล  
ความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่าในช่องแคบที่มีพื้นเอียงทำมุม  $10^\circ$



รูปที่ 7.7 กระจายของค่าสัมประสิทธิ์ความดันตลอดผนังด้านล่างสำหรับปัญหาการไหล  
ความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่าในช่องแคบที่มีพื้นเอียงทำมุม  $10^\circ$



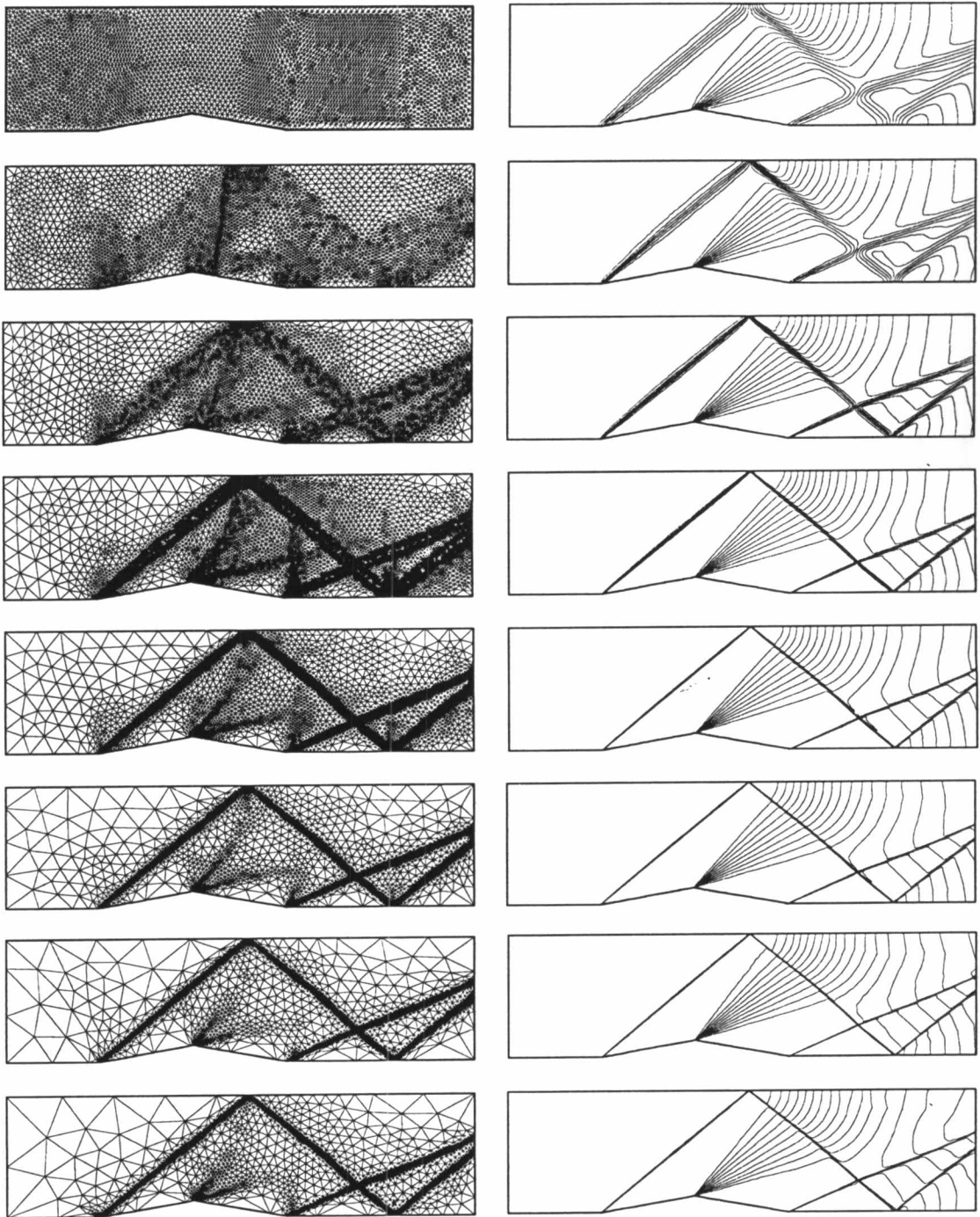
### 7.3 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่า ในช่องแคบที่มีเนินสามเหลี่ยม



รูปที่ 7.8 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่าในช่องแคบที่มีเนินสามเหลี่ยม

ลักษณะของปัญหาเป็นการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่า ไหลเข้ามาทางด้านซ้ายมือผ่านช่องแคบที่มีเนินสามเหลี่ยมทำมุม  $10^\circ$  ดังแสดงในรูปที่ 7.8 เมื่อการไหลความเร็วสูงผ่านหักมุมแรกจะเกิดเป็นคลื่นช็อกเฉียงพุ่งขึ้นไปกระทบผนังด้านบนและสะท้อนลงมาสู่ผนังด้านล่าง และสะท้อนที่ผนังด้านล่างอีกครั้ง สำหรับบริเวณจุดยอดของเนินสามเหลี่ยม จะเกิดเป็นคลื่นช็อกแบบขยายตัวและพุ่งไปกระทบกับคลื่นช็อกที่สะท้อนลงมาจกผนังด้านบน จุดหักมุมที่สองทางด้านหลังจะเกิดเป็นคลื่นช็อกเฉียงซึ่งจะพุ่งไปกระทบกับคลื่นช็อกที่สะท้อนลงมาอันเกิดจากจุดหักมุมจุดแรกก่อนจะไหลออกทางด้านขวามือ เงื่อนไขขอบเขตของการไหลเข้าเป็นดังนี้ ค่าความหนาแน่น  $\rho = 1.0$ , ความเร็ว  $u = 1.0$ ,  $v = 0.0$ , พลังงานรวม  $\epsilon = 0.946429$  และอัตราส่วนความร้อนจำเพาะ  $\gamma = 1.4$

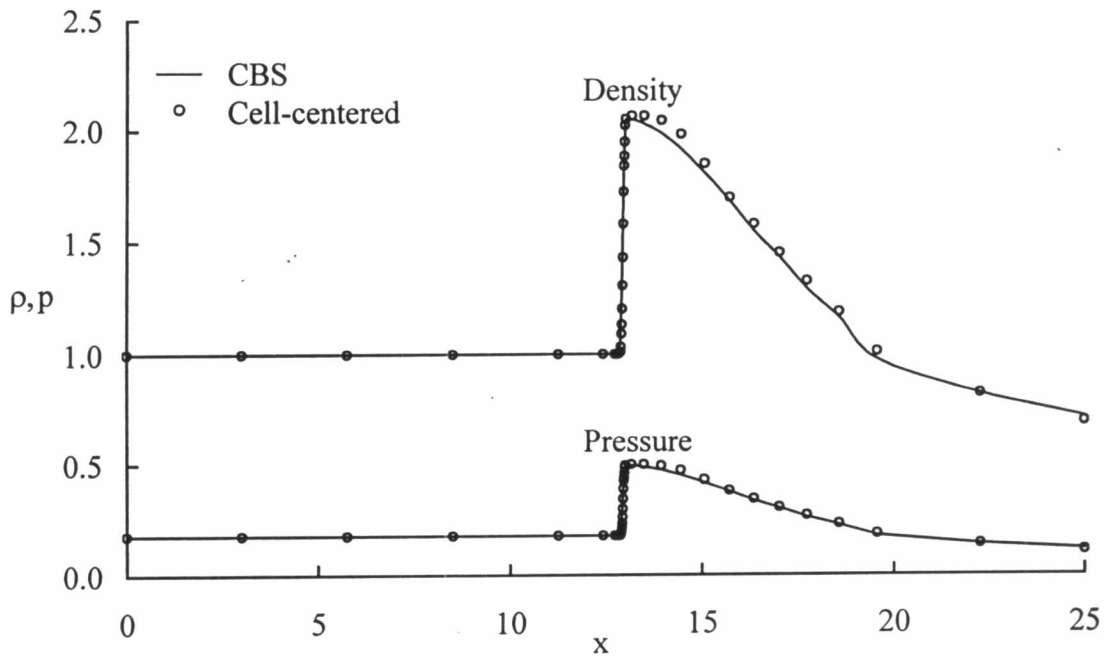
ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลนี้ด้วยโปรแกรม CBSHIFLOW และเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ อย่างเป็นขั้นเป็นตอนดังแสดงในรูปที่ 7.9 จะทำให้ได้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำมากขึ้น โดยสังเกตจากความหนาของคลื่นช็อกที่ลดลงเป็นอย่างมากและการรวมตัวเป็นจุดเดียวของคลื่นช็อกแบบขยายตัวที่จุดยอดของสามเหลี่ยม เมื่อทำการตรวจสอบผลลัพธ์ที่คำนวณได้จากโปรแกรม CBSHIFLOW กับวิธีอัปวินเซลเซนเตอร์ [4] พบว่าได้ผลที่สอดคล้องกัน ดังแสดงในรูปที่ 7.10(ก) และ(ข)



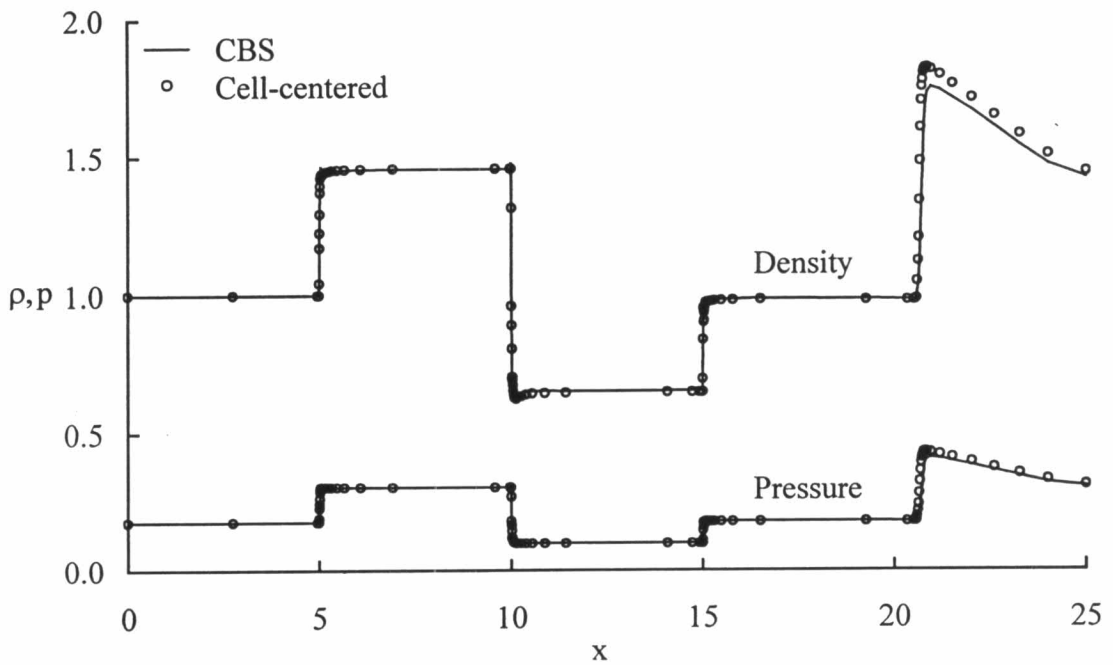
(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

(ข) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น

รูปที่ 7.9 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเส้นชั้นของค่าความหนาแน่นสำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่า ในช่องแคบที่มีเนินสามเหลี่ยม



(ก) ผนังด้านบน



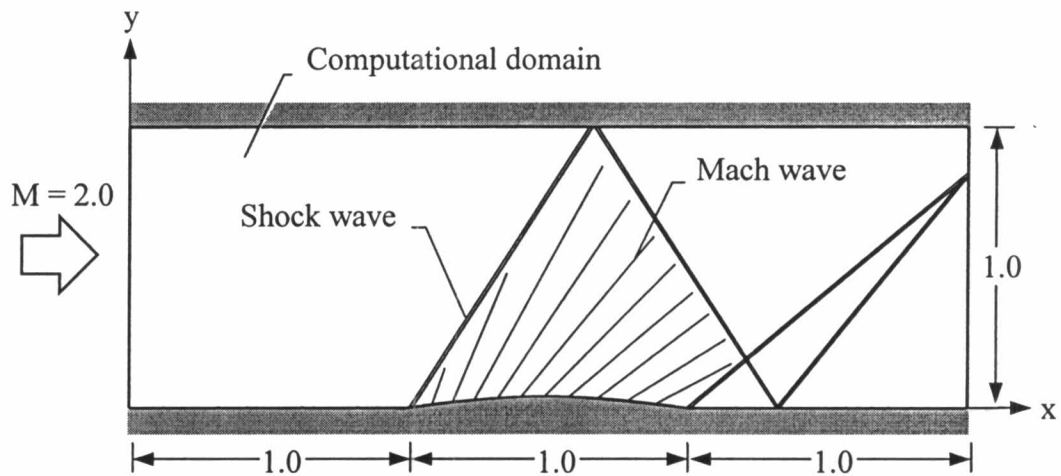
(ข) ผนังด้านล่าง

รูปที่ 7.10 การกระจายของค่าความหนาแน่นและค่าความดันตลอดผนังสำหรับปัญหา  
การไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่า ในช่องแคบที่มีเนินสามเหลี่ยม

#### 7.4 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่าในช่องแคบที่มีเนินโค้ง

การไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่าในช่องแคบที่มีเนินโค้ง ดังรูปที่ 7.11 ความสูงส่วนโค้งที่อยู่ในช่องทางการไหลมีความสัมพันธ์ดังนี้

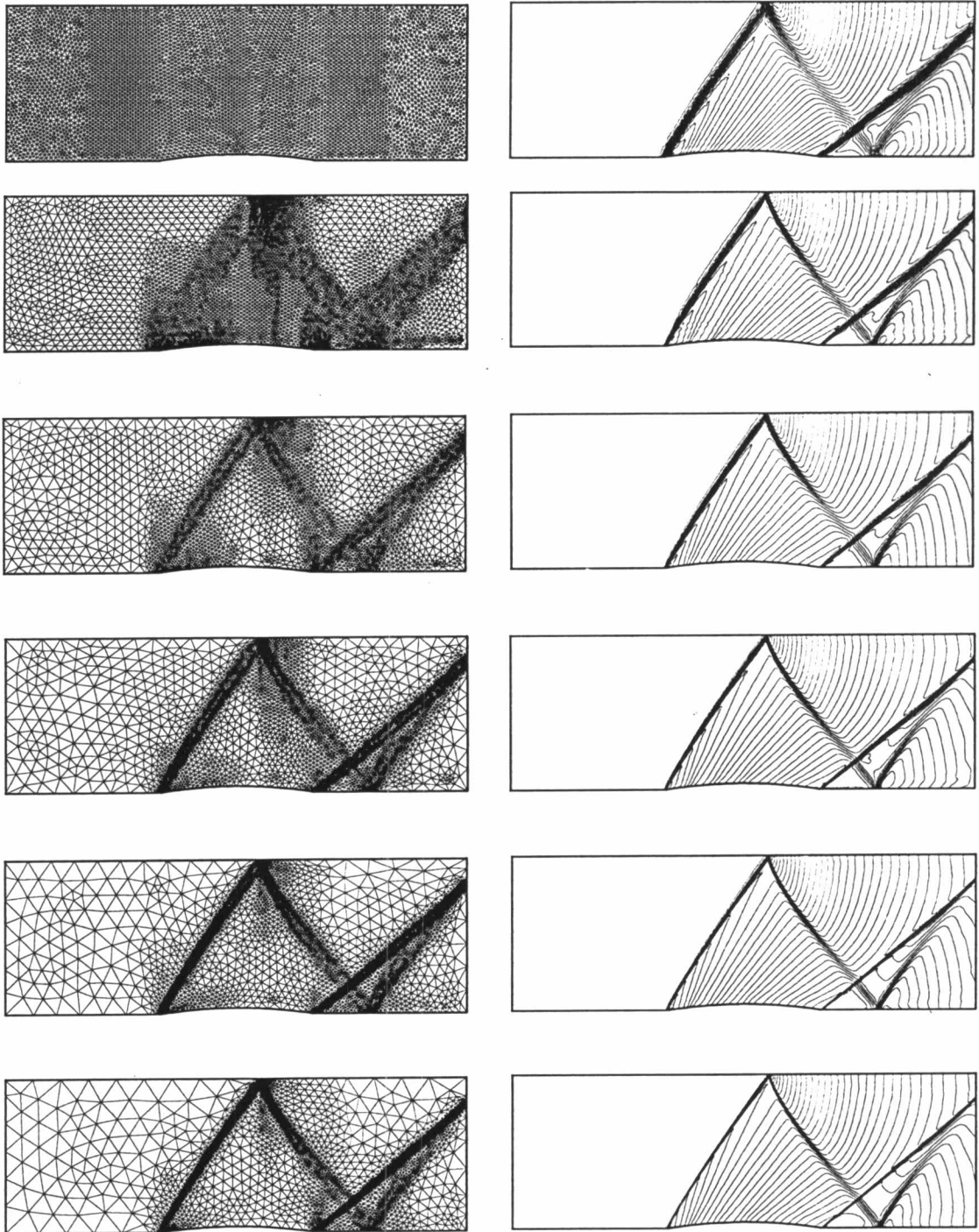
$$y = 0.04[1 - 4(x - 1.5)^2] \quad \text{โดยที่} \quad 1 \leq x \leq 2 \quad (7.1)$$



รูปที่ 7.11 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่าในช่องแคบที่มีเนินโค้ง

เมื่อการไหลผ่านหักมุมแรกของส่วนโค้งก่อให้เกิดเป็นคลื่นช็อกเฉียงพุ่งขึ้นไปกระทบผนังด้านบนและสะท้อนลงมาสู่ผนังด้านล่าง จากนั้นก็จะสะท้อนที่ผนังด้านล่างอีกครั้ง ในส่วนของการไหลผ่านส่วนโค้งจะเกิดเป็นคลื่นช็อกแบบขยายตัวตลอดผิวโค้ง เหมือนกับว่าเป็นการไหลที่มีพื้นที่หน้าตัดที่เพิ่มขึ้นตลอดผิวโค้ง คลื่นช็อกแบบขยายตัวจะพุ่งไปกระทบกับคลื่นช็อกที่สะท้อนลงมาจากผนังด้านบนทำให้ปรากฏการณ์การไหลมีความซับซ้อนขึ้น และที่จุดหักมุมที่สองทางด้านหลังจะเกิดเป็นคลื่นช็อกเฉียงซึ่งจะพุ่งไปกระทบกับคลื่นช็อกที่สะท้อนลงมาอันเกิดจากจุดหักมุมจุดแรกก่อนจะไหลออกทางด้านขวามือเงื่อนไขขอบเขตของการไหลเข้าเป็นดังนี้ ค่าความหนาแน่น  $\rho = 1.0$  , ความเร็ว  $u = 1.0$  ,  $v = 0.0$  , พลังงานรวม  $\epsilon = 1.41108$  และอัตราส่วนความร้อนจำเพาะ  $\gamma = 1.4$

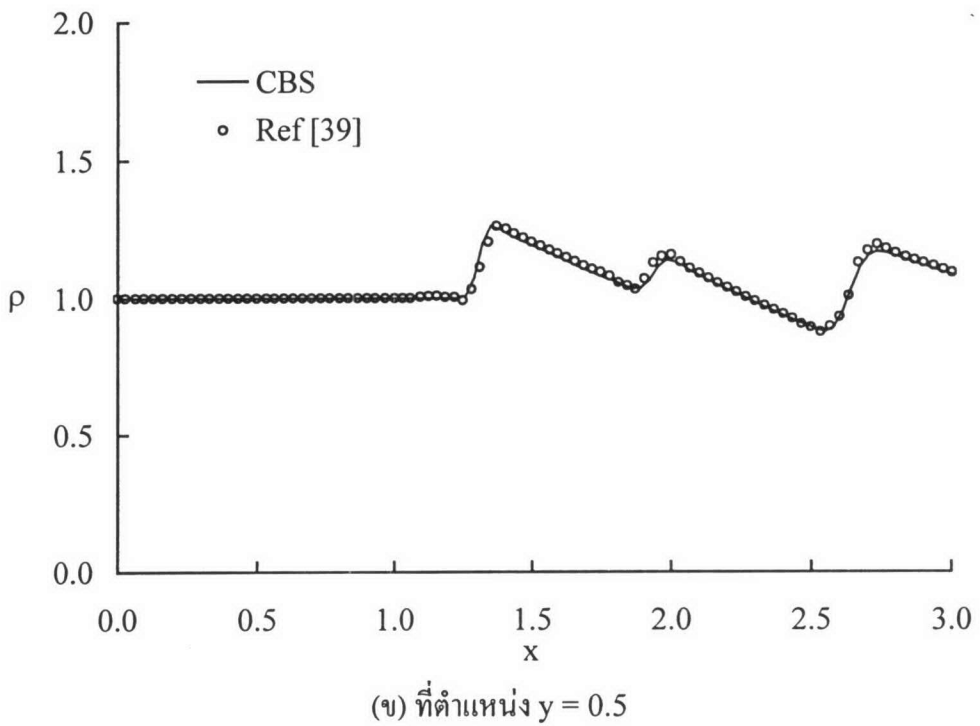
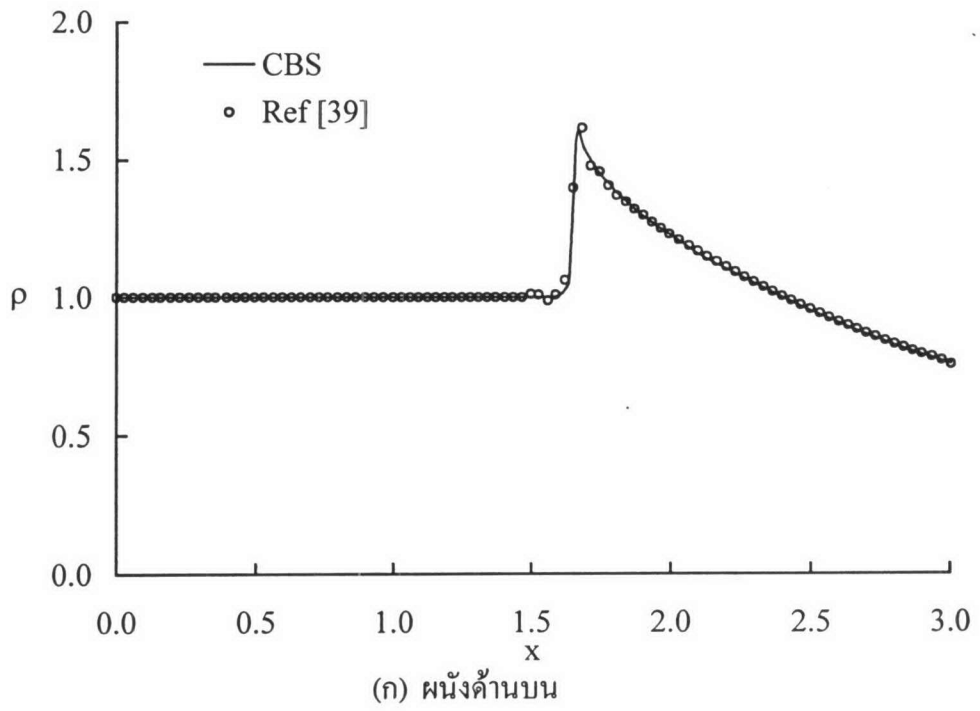
เมื่อทำการประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติอย่างเป็นขั้นเป็นตอน จะทำให้ได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเส้นชั้นของความหนาแน่นดังรูปที่ 7.12 เมื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับผลการคำนวณในเอกสารอ้างอิง [39] พบว่ามีความสอดคล้องกันดังรูปที่ 7.13



(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

(ข) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น

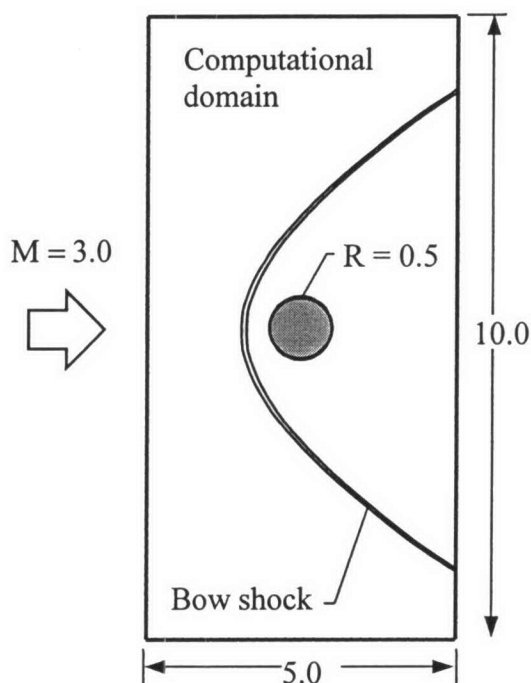
รูปที่ 7.12 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเส้นชั้นของค่าความหนาแน่นสำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่า ในช่องแคบที่มีนินโค้ง



รูปที่ 7.13 การกระจายของค่าความหนาแน่นสำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 2 เท่า ในช่องแคบที่มีเนินโค้ง

### 7.5 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 3 เท่าผ่านทรงกระบอก

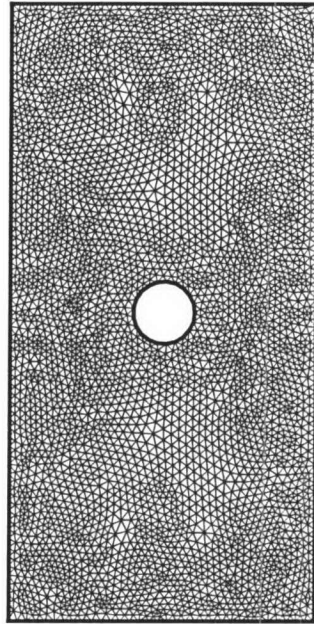
ลักษณะของปัญหาเป็นการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 3 เท่า เข้ามาทางด้านซ้ายของโดเมน การไหลและปะทะกับผิวโค้งของทรงกระบอก ก่อให้เกิดคลื่นช็อคโค้ง (bow shock) ทางด้านหน้า ห่างจากผิวทรงกระบอกดังรูปที่ 7.14 นอกจากนี้ยังเป็นปัญหาที่มีลักษณะพิเศษที่แตกต่างจากปัญหาที่ผ่านมา คือ คุณสมบัติของของไหลบริเวณด้านหลังคลื่นช็อคโค้งจะมีค่าไม่คงที่ เงื่อนไขของเขตของการไหลเข้าทางด้านซ้ายมือคือ ค่าความหนาแน่น  $\rho = 1.0$ , ความเร็ว  $u = 1.0$ ,  $v = 0.0$ , พลังงานรวม  $\epsilon = 0.698412$  และอัตราส่วนความร้อนจำเพาะ  $\gamma = 1.4$



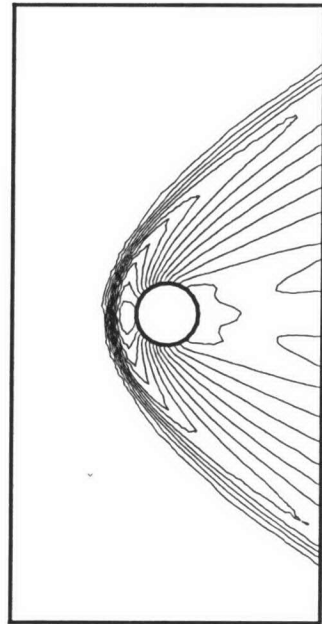
รูปที่ 7.14 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 3 เท่า ผ่านทรงกระบอก

การวิเคราะห์ปัญหาการไหลความเร็วสูงนี้ด้วยโปรแกรม CBSHIFLOW ร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ เริ่มด้วยการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นซึ่งประกอบด้วยเอลิเมนต์สามเหลี่ยมที่มีขนาดสม่ำเสมอทั่วทั้งโดเมน ดังแสดงในรูปที่ 7.15(ก) ผลการคำนวณสำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นแสดงในรูปที่ 7.15(ข)-(ง) ซึ่งได้แก่ความหนาแน่น ความดัน และแมกนัมเบอร์ ตามลำดับ เมื่อทำประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติเข้ากับปัญหาการไหลนี้ ด้วยการนำผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณไปหาขนาดของเอลิเมนต์ที่เหมาะสมโดยใช้ค่าแมกนัมเบอร์เป็นตัวบ่งชี้ในการปรับขนาดเอลิเมนต์ รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์หลังการปรับ

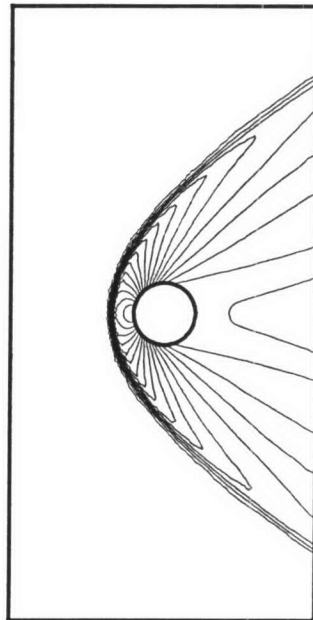
ขนาดโดยอัตโนมัติครั้งที่ 5 และเส้นชั้นของค่าความหนาแน่น ความดัน และมัคนัมเบอร์แสดงในรูปที่ 7.16



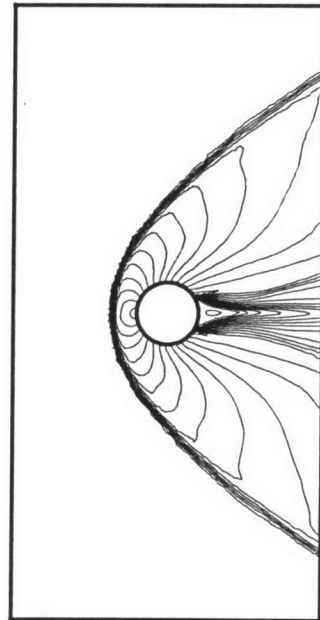
(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์



(ข) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น



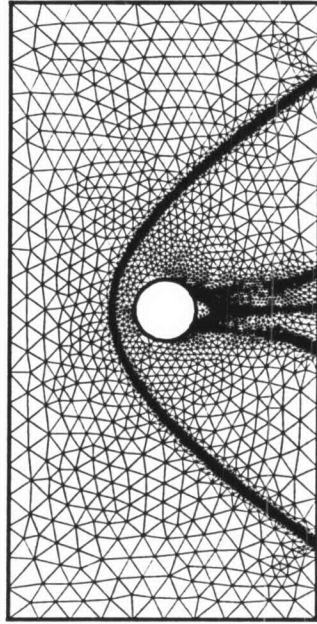
(ค) เส้นชั้นของค่าความดัน



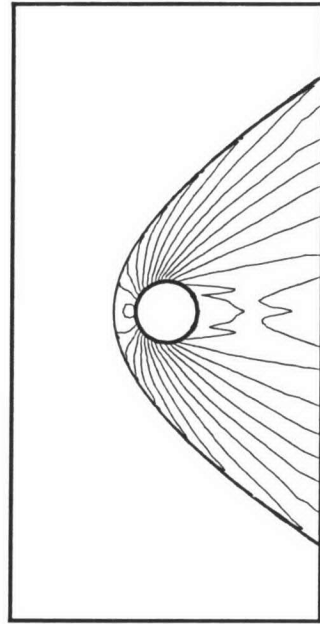
(ง) เส้นชั้นของค่ามัคนัมเบอร์

รูปที่ 7.15 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้น เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น ความดัน มัค  
นัมเบอร์สำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 3 เท่าผ่านทรงกระบอก

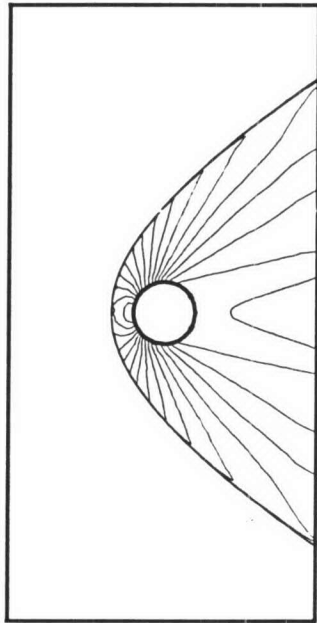




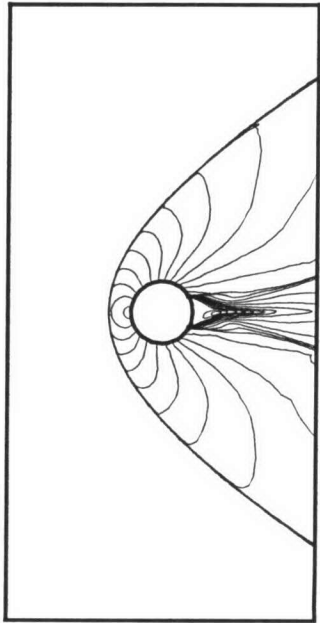
(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์



(ข) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น

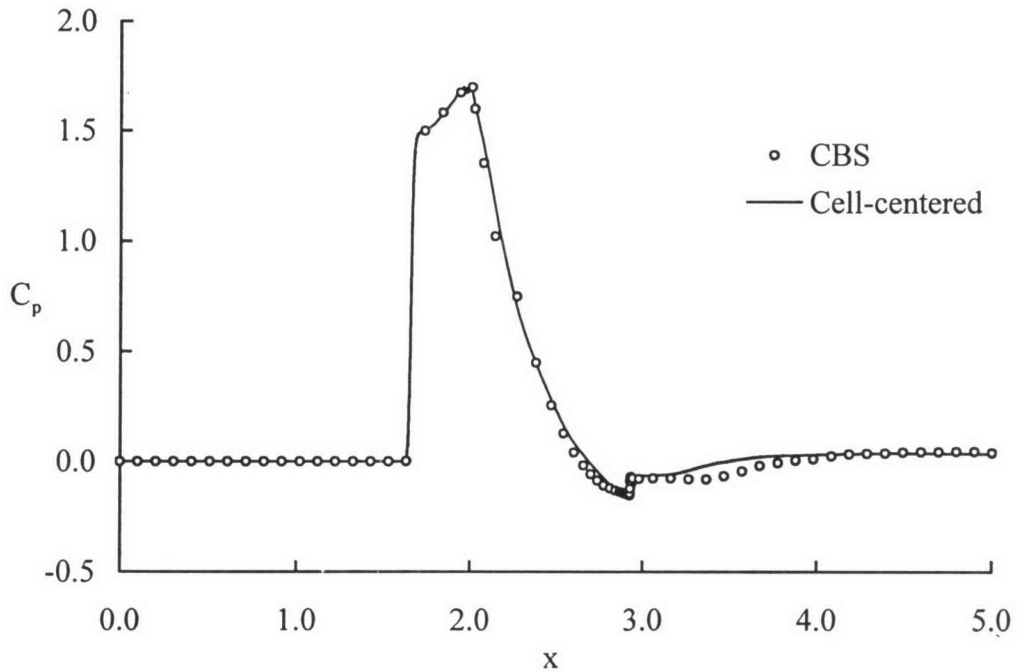


(ค) เส้นชั้นของค่าความดัน



(ง) เส้นชั้นของค่ามัคนัมเบอร์

รูปที่ 7.16 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น ความดัน มัคนัมเบอร์  
สำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 3 เท่าผ่านทรงกระบอก

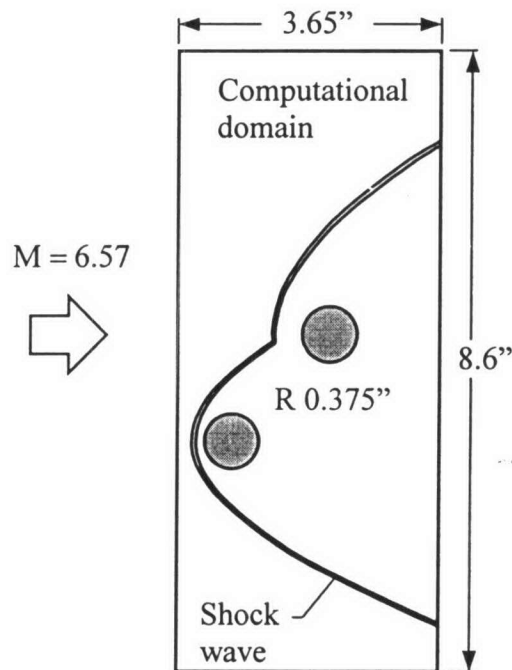


รูปที่ 7.17 การกระจายของสัมประสิทธิ์ความดันที่กึ่งกลางโดเมนและผิวทรงกระบอก สำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 3 เท่า ผ่านทรงกระบอก

ผลการคำนวณด้วยโปรแกรม CBSHIFLOW สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดครั้งที่ 5 ได้นำมาเปรียบเทียบกับผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีอัปวินด์เซลล์เซนเตอร์[4] โดยได้ทำการเปรียบเทียบการกระจายของสัมประสิทธิ์ความดันตลอดกึ่งกลางโดเมนการคำนวณและที่ผิวด้านบนของทรงกระบอก ดังแสดงในรูปที่ 7.17 พบว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องกัน

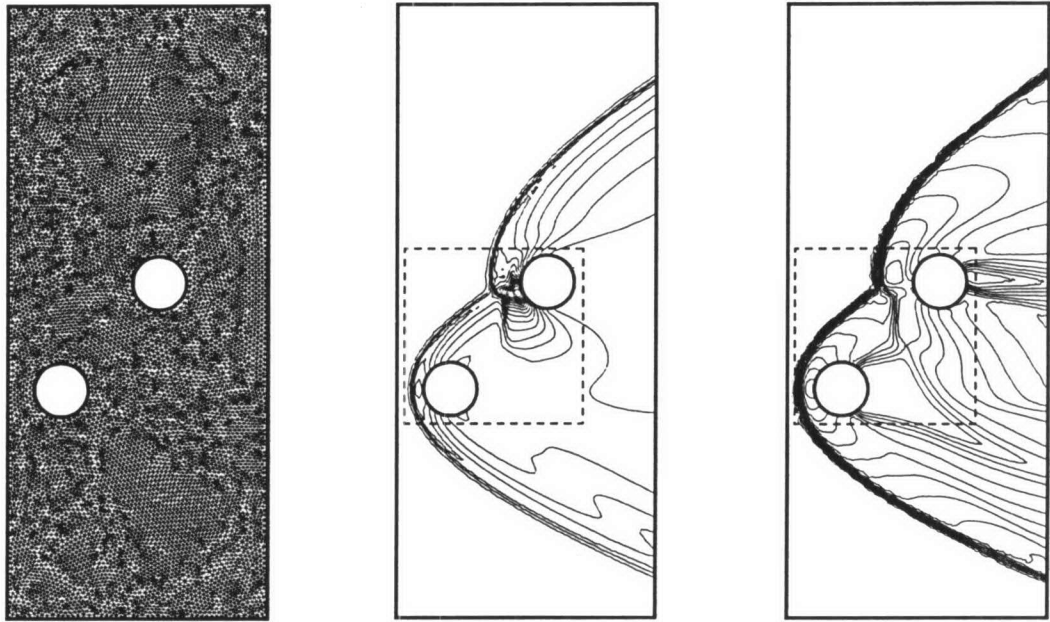
## 7.6 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 6.57 เท่าผ่านสองทรงกระบอก

ลักษณะของปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 6.57 เท่า ผ่านสองทรงกระบอก [17] ดังรูปที่ 7.18 เป็นปัญหาที่เกิดการกระทบกันของคลื่นช็อค (shock-shock interaction) อันเกิดจากคลื่นช็อคโค้งจากทรงกระบอกที่อยู่ด้านหน้ากับคลื่นช็อคโค้งจากทรงกระบอกด้านหลัง ก่อให้เกิดการแปรปรวนของสภาวะการไหลอย่างมากและมีผลกระทบโดยตรงต่อทรงกระบอกด้านหลัง



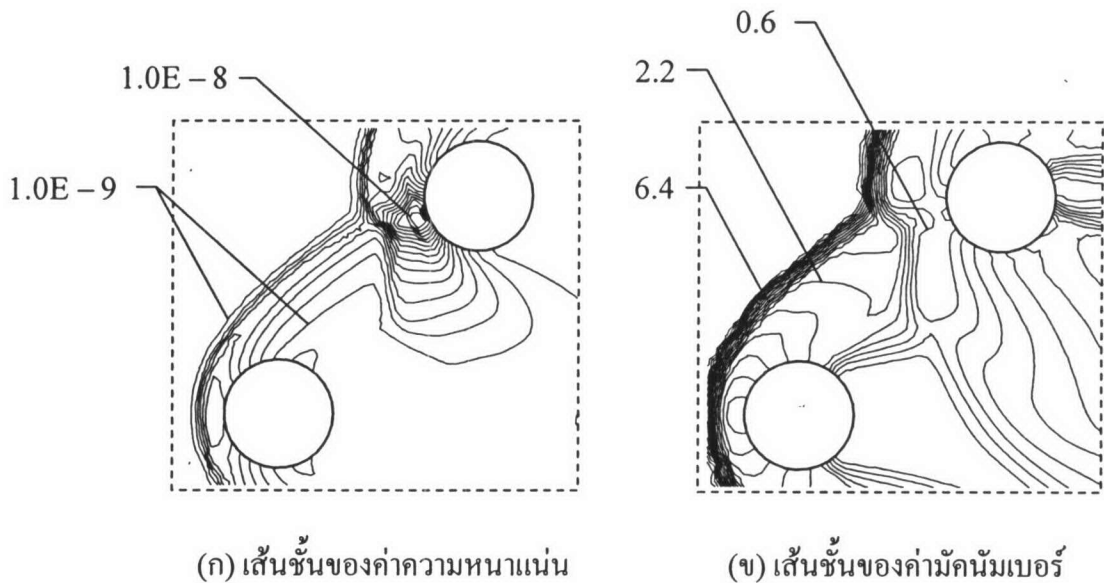
รูปที่ 7.18 ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 6.57 เท่า ผ่านสองทรงกระบอก

การวิเคราะห์ปัญหาการไหลนี้ด้วยโปรแกรม CBSHIFLOW ร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ เริ่มด้วยการแบ่งโดเมนการคำนวณออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมที่มีขนาดสม่ำเสมอแสดงในรูปที่ 7.19(ก) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่นและค่ามัคกัมเบอร์แสดงในรูปที่ 7.19(ข)-(ค) จากผลลัพธ์ที่ได้พบว่า ในบริเวณที่เกิดการกระทบกันของคลื่นช็อคมีความแปรปรวนสูงจึงได้แสดงรายละเอียดการกระทบกันของคลื่นช็อคในดังรูปที่ 7.20(ก)-(ข) และเมื่อประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์อย่างเป็นขั้นเป็นตอน จะได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์หลังจากทำการปรับขนาดครั้งที่ 5 และเส้นชั้นของค่าความหนาแน่นและค่ามัคกัมเบอร์ดังรูปที่ 7.21(ก)-(ค) รายละเอียดในบริเวณที่คลื่นช็อคเกิดการกระทบกันแสดงในรูปที่ 7.22(ก)-(ข)



(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ (ข) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น (ค) เส้นชั้นของค่ามัคนัมเบอร์

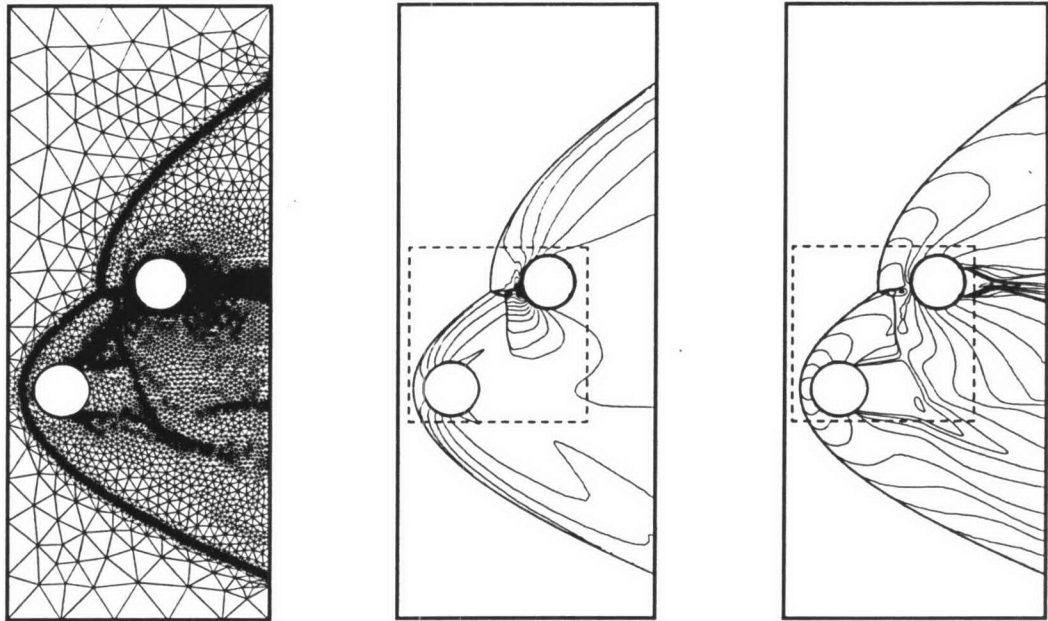
รูปที่ 7.19 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้น เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น มัคนัมเบอร์สำหรับ  
ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 6.57 เท่า ผ่านสองทรงกระบอก



(ก) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น

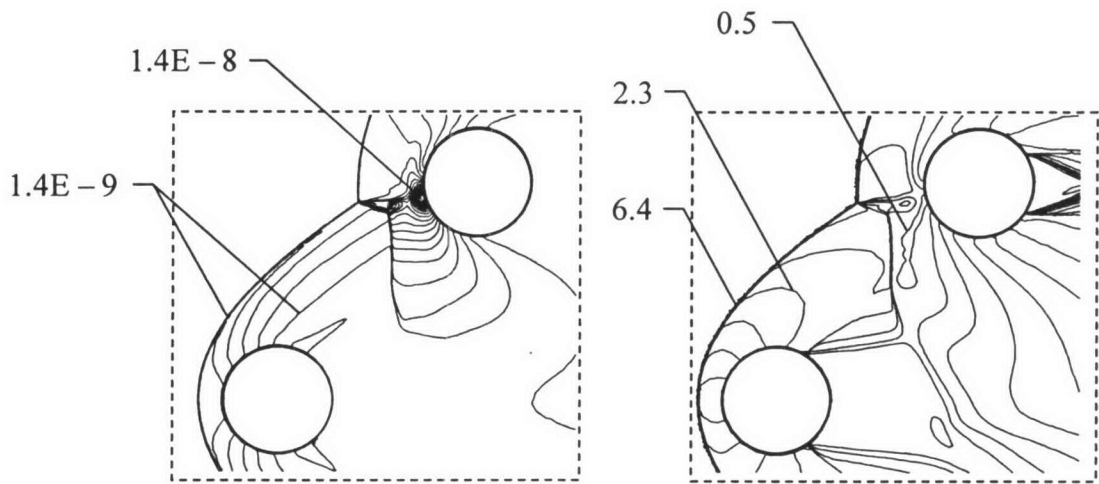
(ข) เส้นชั้นของค่ามัคนัมเบอร์

รูปที่ 7.20 เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น มัคนัมเบอร์สำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่า  
เสียง 6.57 เท่า ผ่านสองทรงกระบอก ของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้น



(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ (ข) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น (ค) เส้นชั้นของค่ามัคนัมเบอร์

รูปที่ 7.21 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น มัคนัมเบอร์สำหรับ ปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 6.57 เท่า ผ่านสองทรงกระบอก



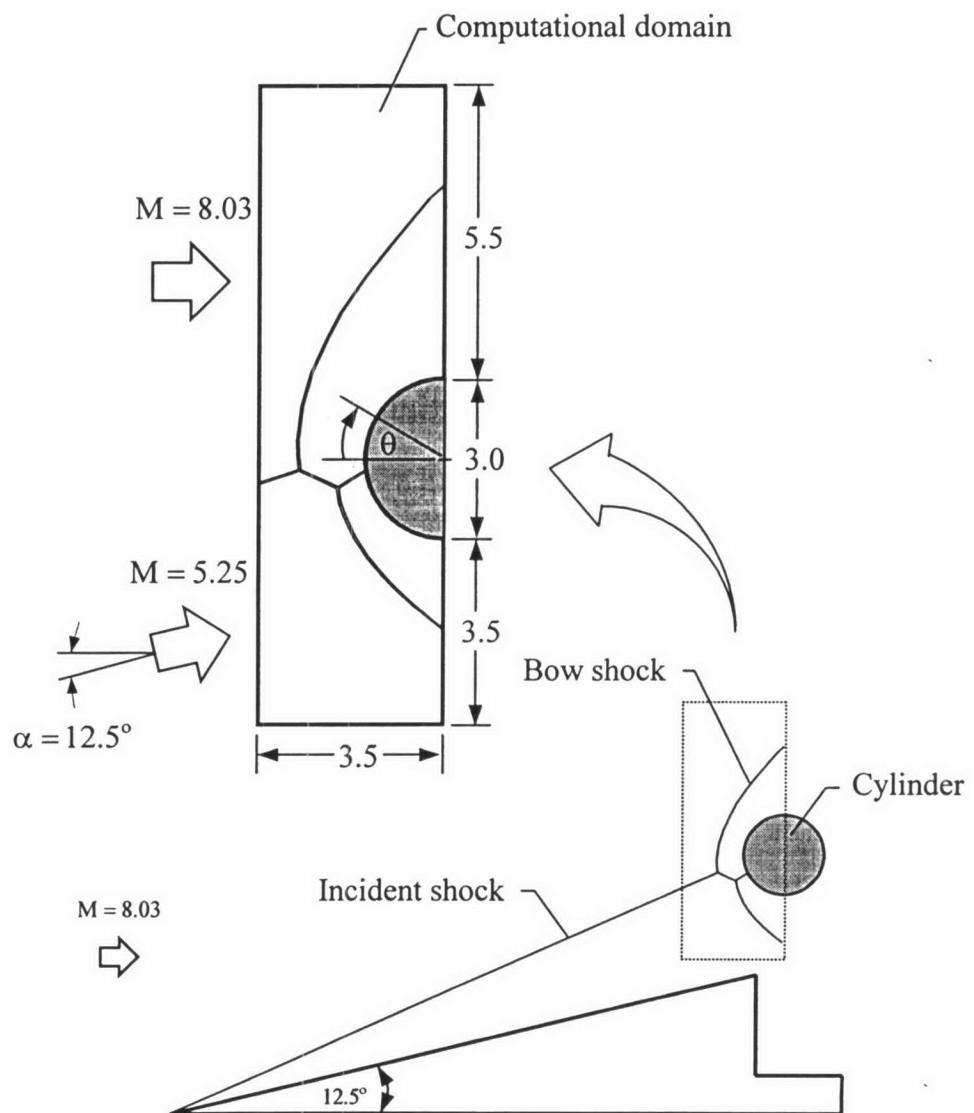
(ก) เส้นชั้นของค่าความหนาแน่น

(ข) เส้นชั้นของค่ามัคนัมเบอร์

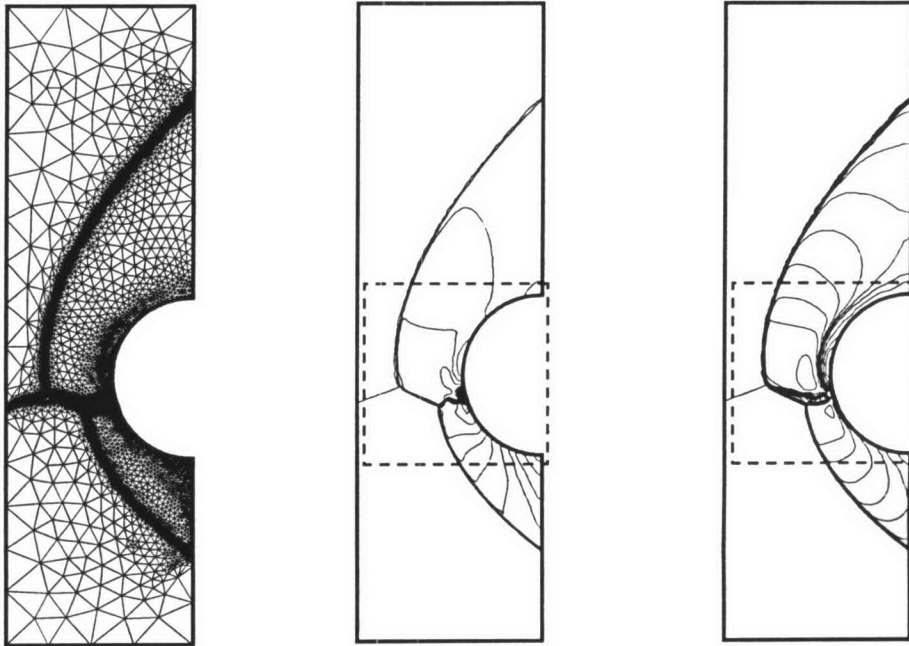
รูปที่ 7.22 เส้นชั้นของค่าความหนาแน่นและมัคนัมเบอร์สำหรับสำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 6.57 เท่า ผ่านสองทรงกระบอก

### 7.7 ปัญหาการกระทบกันของคลื่นช็อกเอียงและคลื่นช็อกโค้งหน้าทรงกระบอก

ลักษณะของปัญหาเป็นการกระทบกันของคลื่นช็อกที่เกิดจากการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 8.03 เท่า ผ่านพื้นเอียงและทรงกระบอก เมื่อของไหลกระทบพื้นเอียง ก่อให้เกิดคลื่นช็อกเอียงพุ่งไปกระทบกับคลื่นช็อกโค้งที่เกิดจากทรงกระบอก เป็นผลให้เกิดความแปรปรวนอย่างมากในบริเวณดังกล่าว ลักษณะของปัญหาประเภทนี้มักเกิดกับอากาศยานความเร็วสูงกว่าเสียงซึ่งโครงสร้างของยานจะก่อให้เกิดคลื่นช็อกเอียงพุ่งไปกระทบกับคลื่นช็อกโค้งที่เกิดจากโครงสร้างของยานบริเวณอื่นๆ โดเมนการคำนวณและรูปแบบของปัญหา ได้แสดงในรูปที่ 7.23

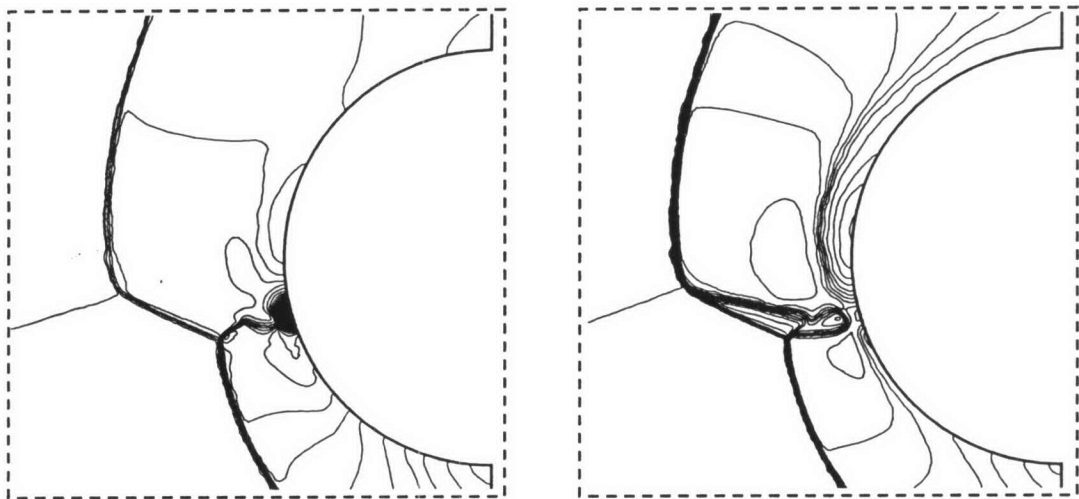


รูปที่ 7.23 รูปแบบของปัญหาการกระทบกันของคลื่นช็อกเอียงและคลื่นช็อกโค้งหน้าทรงกระบอก



(ก) รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ (ข) เส้นชั้นของค่าความดัด (ค) เส้นชั้นของค่าพลังงานภายใน

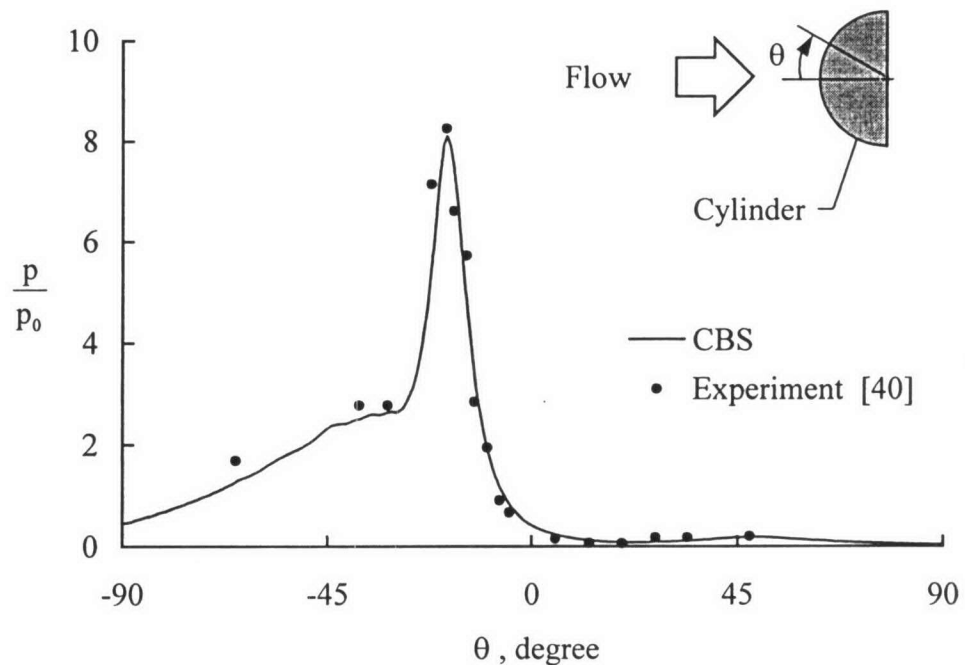
รูปที่ 7.24 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ เส้นชั้นของค่าความดัด เส้นชั้นของค่าพลังงานภายใน สำหรับปัญหาการกระทบกันของคลื่นช็อคเอียงและคลื่นช็อคโค้งหน้าทรงกระบอก



(ก) เส้นชั้นของค่าความดัด

(ข) เส้นชั้นของค่าพลังงานภายใน

รูปที่ 7.25 เส้นชั้นของค่าความดัด เส้นชั้นของค่าพลังงานภายใน ด้านหน้าทรงกระบอก



รูปที่ 7.26 การกระจายตัวของความดันที่ผิวทรงกระบอก

การวิเคราะห์ปัญหานี้ด้วยการประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติเข้ากับโปรแกรม CBSHIFLOW อย่างเป็นขั้นเป็นตอนจะได้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ เส้นชั้นของค่าความดันและเส้นชั้นค่าพลังงานภายใน ดังแสดงในรูปที่ 7.24(ก)-(ค) จะเห็นได้ว่าบริเวณด้านหน้าทรงกระบอกมีปรากฏการณ์การไหลที่ซับซ้อนมาก จึงได้แสดงรายละเอียดของเส้นชั้นความดันและพลังงานภายในดังแสดงในรูปที่ 7.25(ก)-(ข)

ในรูปที่ 7.26 ได้ทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้กับผลการทดลองในเอกสารอ้างอิง [40] พบว่ามีความสอดคล้องกัน โดยในรูปได้แสดงการกระจายตัวของความดันที่ผิวต่อความดันที่ผิวทรงกระบอกที่สูงที่สุดของการไหลความเร็วสูงกว่าเสียง 8.03 เท่าผ่านท่อทรงกระบอกอย่างเดียว ซึ่งจะพบว่าในกรณีที่มีการกระทบกันของคลื่นช็อก ความดันที่กระทำต่อโครงสร้างจะเพิ่มขึ้นอย่างมาก อุณหภูมิของของไหลบริเวณดังกล่าวก็จะมีค่าสูงมากเช่นเดียวกัน



## บทที่ 8

### บทสรุป ปัญหาที่พบ และข้อเสนอแนะ

#### 8.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการศึกษาปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้โดยไร้ความหนืดใน 2 มิติ ซึ่งถูกควบคุมโดยระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยนาเวียร์-สโตกส์ และสมการสถานะของก๊าซ ในอุดมคติ โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่ผ่านมามีผู้เสนอระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ หลายแบบเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลนี้ สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกใช้ วิธีการแยกด้วย คุณลักษณะ (Characteristic-Based Split algorithm) หรือที่เรียกกันโดยย่อว่าวิธีซีบีเอส (CBS algorithm) ด้วยเหตุผลที่ว่าเป็นวิธีการที่สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาการไหลได้หลายๆ รูปแบบ และเพื่อปรับปรุงผลลัพธ์ให้มีความถูกต้องมากขึ้น จึงได้นำเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดย อัตโนมัตินำมาร่วมด้วย เนื้อหาของวิทยานิพนธ์ได้อธิบายการทำงานอย่างเป็นขั้นเป็นตอน เริ่มตั้งแต่ การกล่าวถึงที่มาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้ชี้ให้เห็นความจำเป็นในการหาผลลัพธ์โดย ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ตลอดจนงานวิจัยในอดีตที่งานมา ดังแสดงไว้ในบทที่ 1

ในบทที่ 2 เป็นเนื้อหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่อธิบายหลักความจริงของการไหล ซึ่งประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของการอนุรักษ์มวล สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของการอนุรักษ์ โมเมนตัม และสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของการอนุรักษ์พลังงาน ต่อจากนั้นจึงเป็นการอธิบายเกี่ยวกับเงื่อนไขขอบเขตสำหรับปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้ ในส่วนของบทที่ 3 ได้แสดง ถึงขั้นตอน โดยทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และอธิบายถึงภาพรวมของวิธีการแยกด้วย คุณลักษณะ แล้วดำเนินการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับระบบสมการเชิง อนุพันธ์ย่อยโดยใช้วิธีการแยกด้วยคุณลักษณะ หลังจากได้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์แล้ว จึงทำการ ประดิษฐ์รายละเอียดของไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ทั้งหมดที่เกี่ยวข้องต่อไป

ต่อจากนั้นจึงได้ประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกับสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ซึ่ง ให้ชื่อว่า CBSHIFLOW โดยรายละเอียดขั้นตอนการทำงาน ลักษณะเพิ่มข้อมูลนำเข้า และเพิ่ม ข้อมูลผลลัพธ์ ได้แสดงไว้ในบทที่ 4 การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้ทำ การวิเคราะห์ปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้ ที่มีผลเฉลยแม่นยำตรงทั้งหมด 4 ปัญหา โดย ได้แสดงไว้ในบทที่ 5 ผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องกัน เนื่องจากในปัญหาการไหลความเร็วสูง แบบอัดตัวได้โดยส่วนใหญ่จะมีการเปลี่ยนแปลงสภาวะการไหลอย่างฉับพลันผ่านแนวคลื่นช็อก

การที่จะให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำสูง จำเป็นต้องใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กๆ วางตัวตามแนวคลื่นช็อกเพื่อจับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอย่างฉับพลันให้ได้ แต่โดยทั่วไปตำแหน่งของคลื่นช็อกไม่ทราบล่วงหน้า จึงได้นำเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติเข้ามาประยุกต์ใช้ร่วมด้วย ซึ่งจะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น โดยไม่จำเป็นต้องใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กจำนวนมากทั่วทั้งโดเมน ดังนั้นเนื้อหาในบทที่ 6 จึงประกอบด้วยการอธิบายหลักการของเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ และอธิบายขั้นตอนการประยุกต์โปรแกรม CBSHIFLOW เข้ากับโปรแกรม FEMESH ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ใช้ในการปรับขนาดเอลิเมนต์ในวิทยานิพนธ์นี้ ส่วนท้ายของบทได้แสดงตัวอย่างการวิเคราะห์ปัญหาการไหลความเร็วสูงอย่างง่ายๆ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่เพิ่มขึ้น

บทที่ 7 เป็นการแสดงประสิทธิภาพของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ ด้วยการวิเคราะห์ปัญหาการไหลความเร็วสูงโดยทั่วไปที่มีความซับซ้อนมากขึ้น โดยผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณได้นำมาเปรียบเทียบกับผลการคำนวณที่ได้มีผู้ทำมาก่อนหน้านี้พบว่ามีความสอดคล้องกัน

## 8.2 ปัญหาที่พบในขณะที่ทำวิทยานิพนธ์

8.2.1 ปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้ มักมีการเปลี่ยนแปลงของสภาวะการไหลอย่างฉับพลันผ่านแนวคลื่นช็อก ซึ่งอาจเกิดการสั่นของผลลัพธ์ในบริเวณใกล้แนวคลื่นช็อกได้จึงต้องมีการเพิ่มความหนืดเทียมเข้าไปเพื่อลดการสั่น โดยจำเป็นต้องมีการกำหนดค่าคงที่ ซึ่งหมายถึงปริมาณของความหนืดเทียมที่เพิ่มเข้าไปให้กับปัญหา ซึ่งถ้าเลือกไม่เหมาะสมจะทำให้ความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้ลดลง หรืออาจจะเกิดการลู่ออกได้

8.2.2 ในการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติการกำหนดค่าความยาวของเอลิเมนต์ที่น้อยที่สุด  $h_{\min}$  มีความสำคัญมากต่อความแม่นยำและเวลาที่ใช้ในการคำนวณ กล่าวคือถ้ากำหนด  $h_{\min}$  น้อยไปจะทำให้มีเอลิเมนต์ขนาดเล็กจำนวนมากซึ่งจะส่งผลโดยตรงต่อเวลาในการคำนวณ แต่ถ้ากำหนด  $h_{\min}$  มากไปจะทำให้มีเอลิเมนต์มีขนาดใหญ่และส่งผลโดยตรงต่อความแม่นยำในการคำนวณ ซึ่งการกำหนดค่า  $h_{\min}$  ที่เหมาะสมสำหรับแต่ละปัญหาการไหลนั้นขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของผู้ใช้

### 8.3 ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับวิทยานิพนธ์นี้คือ ทำการศึกษาวิธีเพิ่มพจน์ความหนืดเทียมแบบอื่นๆ เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันของผลลัพท์และลดการสั่นของผลลัพท์บริเวณแนวคลื่นช็อก และในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลความเร็วสูงในวิทยานิพนธ์นี้เป็นการศึกษาการไหลแบบไร้ความหนืดเท่านั้น หากทำการเพิ่มพจน์ที่ความหนืดลงไปในสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ก็จะทำให้การวิเคราะห์การไหลมีความใกล้เคียงกับสถานะที่เกิดจริงมากยิ่งขึ้น