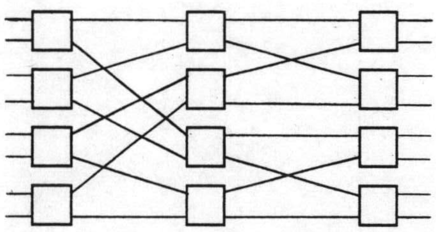
บทที่ 3

การวิเคราะห์แพ็คเก็ตสวิทช์ความเร็วสูงแบบแชร์บัฟเฟอร์กรณีนอนยูนิฟอร์มแทรฟฟิค

ในบทนี้จะกล่าวถึงลักษณะของแชร์บัฟเฟอร์แพ็คเก็ตสวิทช์และแนวคิดในการวิเคราะห์หา Queueing Model ของแชร์บัฟเฟอร์แพ็คเก็ตสวิทช์ภายใต้ภาวะนอนยูนิฟอร์มแทรฟฟิคอันนำไปสู่การวิเคราะห์สมรรถนะในการสวิทช์ของสวิทช์ชนิดนี้ โดยชี้ให้เห็นถึงแนวทางการพัฒนาการวิเคราะห์จากภายใต้ภาวะยูนิฟอร์มแทรฟฟิคโดย J.S.Turner[4] มาเป็นนอนยูนิฟอร์มแทรฟฟิคแบบฮอตสปอตแทรฟฟิคและพอยต์ทูพอยต์ดังต่อไปนี้

3.1 ลักษณะทั่วไป

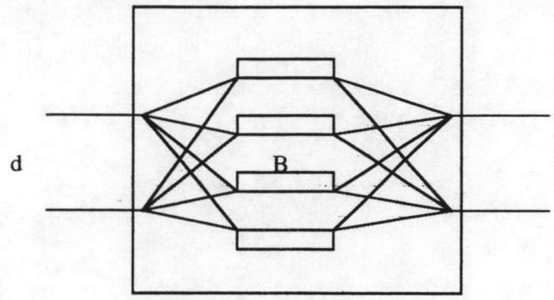
แชร์บัฟเฟอร์แพ็คเก็ตสวิทช์ของ J.S.Turner[4] มีลักษณะการจัดตัวของสวิทช์อีลิเมนต์ขึ้นเป็นสวิทชิ่งเน็ตเวอร์ค ดังรูปที่ 3.1

N  N

รูปที่ 3.1 แชร์บัฟเฟอร์แพ็คเก็ตสวิทช์ขนาด 8x8

จากรูปที่ 3.1 จะพบว่าสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คดังกล่าวเป็นแบบ baseline[3] มีอินพุท N ตัวและเอาท์พุท N ตัว สำหรับสวิทช์อีลิเมนต์ (SE) นั้นเป็นแบบแชร์บัฟเฟอร์สวิทช์อีลิเมนต์ มีลักษณะดังรูปที่ 3.2

แชร์บัฟเฟอร์สวิทช์อีลิเมนต์ ประกอบด้วยบัฟเฟอร์จำนวน B ตัว กับอินพุทพอร์ตและเอาท์พุทพอร์ตอย่างละ d ตัว ($B \geq d$) แพ็คเก็ตที่เข้ามาทางอินพุทจะถูกนำไปเก็บไว้ที่บัฟเฟอร์ที่ว่างผ่านทางครอสบาร์(crossbar) ขนาด dxB และแพ็คเก็ตที่อยู่ในบัฟเฟอร์จะถูกส่งออกไปยังเอาท์พุทเป้าหมายผ่านทางครอสบาร์ขนาด dxB เช่นกัน ทั้งนี้ส่วนควบคุมการทำงานจะสั่งให้สวิทช์อีลิเมนต์ส่งข้อมูลออกไปได้ก็ต่อเมื่อได้รับสัญญาณการส่งข้อมูล (flow control signal)จาก



รูปที่ 3.2 แชร์บัฟเฟอร์สวิทช์อีลิเมนต์ขนาด 2x2

สวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจถัดไปเสียก่อน ในการวิเคราะห์ครั้งนี้จะพิจารณาสัญญาณการส่งข้อมูลแบบ "Grant method"[4]

Grant method เป็นวิธีควบคุมการส่งข้อมูลวิธีหนึ่ง มีลักษณะคือสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจถัดไปจะส่งสัญญาณย้อนกลับมาบอกว่าตนเองอยู่ในสถานะ idle state สามารถรับข้อมูลได้โดยจะสุ่มให้สัญญาณแบบแรนดอม (random) ไปยังอินพุทของตนทั้งหมด

3.2 การวิเคราะห์

ในการวิเคราะห์การทำงานของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คชนิดนี้จะต้องวิเคราะห์แต่ละส่วนย่อยของระบบก่อนเป็นลำดับไป แล้วนำปัจจัยต่างๆมารวมกัน จึงจะสามารถจำลองการทำงานของมันโดยรวมได้ ดังนั้นเราจะเริ่มวิเคราะห์ในแต่ละสวิทช์อีลิเมนต์ก่อน

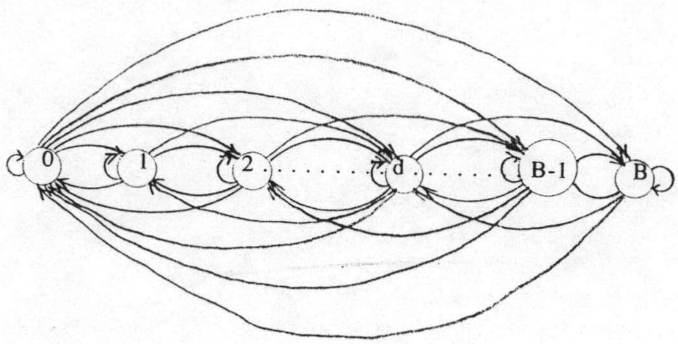
การวิเคราะห์หาสถานะของแต่ละสวิทช์อีลิเมนต์จะจำลองได้ด้วย State Markov Chain[5] ดังรูปที่ 3.3 ซึ่งเป็น State Markov Chain ของสวิทช์อีลิเมนต์ขนาด d x d และมีแชร์บัฟเฟอร์ขนาด B แพ็คเก็ต

ในการวิเคราะห์ State Markov Chain จะต้องใช้สมการ Chapman-Kolmogorov [5] ดังสมการที่ 3.1

$$\pi^{(n+1)} = \pi^{(n)}P(n) \qquad (3.1)$$

$\pi^{(n)}$ หมายถึง status matrix ของสวิทช์อีลิเมนต์ที่เวลาหรือ time slot n

$\pi(b)$ หมายถึง ความน่าจะเป็นที่บัฟเฟอร์ในสวิทช์อีลิเมนต์จะมีแพ็คเก็ตจำนวน b ตัว



รูปที่ 3.3 State Markov Chain ของสวิทช์อีลิเมนต์ขนาด d x d

$P(n)$ หมายถึง transition probability matrix[5] ของสวิทช์อีลิเมนต์ ที่เวลาหรือ time slot n

$$\pi^{(n)} = [\ \pi(0)\ ,\ \pi(1)\ ,\ \dots\dots\dots\ ,\ \pi(B)\ ]$$

$$P(n) = \begin{bmatrix} \lambda(0,0) & \lambda(0,1) & . & . & \lambda(0,B) \\ \lambda(1,0) & \lambda(1,1) & . & . & \lambda(1,B) \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & \lambda(B-1,B-1) & \lambda(B-1,B) \\ \lambda(B,0) & \lambda(B,1) & . & \lambda(B,B-1) & \lambda(B,B) \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

สิ่งที่จะบอกลักษณะหรือคุณสมบัติของสวิทช์อีลิเมนต์ได้ก็คือ transition probability matrix นั่นเอง โดย

$\lambda(s1,s2)$ หมายถึง ความน่าจะเป็นที่สวิทช์อีลิเมนต์จะมีแพ็คเก็ตอยู่ในบัฟเฟอร์จำนวน s1 ตัว เมื่อสิ้นสุด time slot ที่แล้ว และกลายเป็น s2 ตัว เมื่อสิ้นสุด time slot นี้

เมื่อมาวิเคราะห์ $\lambda(s1,s2)$ จะเห็นว่าการที่สวิทช์อีลิเมนต์จะมีจำนวนแพ็คเก็ตเปลี่ยนแปลงจาก s1 ไปเป็น s2 นั้นมีได้หลายกรณี

ให้ t หมายถึง จำนวนแพ็คเก็ตที่สามารถเข้าสู่สวิทช์อีลิเมนต์ได้ใน time slot นี้

x หมายถึง จำนวนแพ็คเก็ตที่ออกจากสวิทช์อีลิเมนต์ใน time slot นี้

ดังนั้นค่าของ x ที่สอดคล้องกับ t ซึ่งทำให้จำนวนแพ็คเก็ตในสวิทช์อีลิเมนต์เปลี่ยนจาก s1 เป็น s2 หาได้จาก

$$s2 = s1 + t - x$$

$$\therefore \quad x = t - (s2 - s1)$$

จะเห็นว่าค่าของ s1 และ s2 คู่หนึ่งๆ เกิดจาก t ได้หลายๆค่า

ให้

p(j,s) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะมีแพ็คเก็ตเข้าสู่สวิทช์อีลิเมนต์จำนวน j ตัว เมื่อสวิทช์อีลิเมนต์มีแพ็คเก็ตอยู่แล้วจำนวน S ตัว

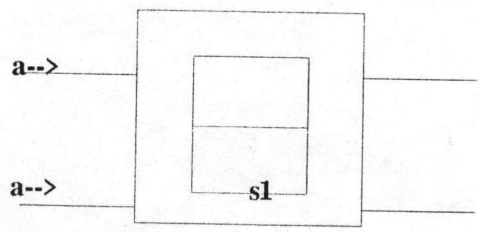
q(j,s) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะมีแพ็คเก็ตออกจากสวิทช์อีลิเมนต์จำนวน j ตัว เมื่อสวิทช์อีลิเมนต์มีแพ็คเก็ตอยู่แล้ว S ตัว

จะได้

$$\lambda(s1,s2) = \sum_{0,s2-s1 \le t \le d,s2,B-s1} p(t,s1)q(t-(s2-s1),s1) \tag{3.3}$$

การวิเคราะห์หาค่า p(j,s) ทำได้ดังนี้

พิจารณาแชร์บัฟเฟอร์สวิทช์อีลิเมนต์ในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แชร์บัฟเฟอร์สวิทช์อีลิเมนต์ขนาด 2 x 2

ให้

a หมายถึง โอกาสที่อินพุตพอร์ตของสวิทช์อีลิเมนต์จะมีแพ็คเก็ตเข้ามาใน time slot นี้

m หมายถึง จำนวนแพ็คเก็ตสูงสุดที่สามารถเข้าสู่สวิทช์อีลิเมนต์ได้โดยไม่ทำให้บัฟเฟอร์ล้น

$$m = \min\{d, B-s1\} \quad (3.4)$$

จะได้

$$p(j,s) = \binom{m}{j} a^{j}(1-a)^{m-j} \quad (3.5)$$

ปัญหาต่อไปคือ จะหาค่า a ได้อย่างไร ซึ่งจากนิยามของ a นั้นแพ็คเก็ตที่จะเข้ามายังสวิทช์อีลิเมนต์นี้ย่อมมาจากสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจก่อนหน้าสเตจนี้ (สเตจ i-1) โดยแพ็คเก็ตตัวที่เข้ามานี้จะต้องมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรส(output port address) ตรงกับอินพุตพอร์ตใดพอร์ตหนึ่งของสวิทช์อีลิเมนต์ที่เรากำลังพิจารณา (สเตจ i)

เอาท์พุตพอร์ตแอดเดรส (output port address) หมายถึง แอดเดรสของแพ็คเก็ตในสวิทช์อีลิเมนต์นั้นๆ เช่น หากสวิทช์อีลิเมนต์มีขนาด 2 x 2 แล้ว เอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสจะมีอยู่ 2 แอดเดรส ซึ่งต่างกับเอาท์พุตแอดเดรส (output address) ซึ่งจะหมายถึงแอดเดรสของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์ค เช่นหากสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คมีขนาด N x N แล้วจะมีเอาท์พุตแอดเดรสอยู่ N แอดเดรส

หมายความว่าโอกาสที่จะมีแพ็คเก็ตจากสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจ i-1 เข้าสู่สวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจ i นั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยสองอย่างคือ การมีอยู่ของแพ็คเก็ตของสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจ i-1 และเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสของแพ็คเก็ตเอง

ให้

p_add หมายถึง โอกาสที่แพ็คเก็ตตัวหนึ่งจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสที่กำลังพิจารณา

ในกรณียูนิฟอร์มแทรฟฟิคแล้วแพ็คเก็ตใดๆ จะมีโอกาสที่จะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็น 1,2, ... ,d เท่ากันหรือ

$$p\_add = 1/d \qquad ;\ \text{ยูนิฟอร์มแทรฟฟิค} \quad (3.6)$$

เมื่อสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจก่อนหน้ามีแพ็คเก็ตอยู่ j ตัวนั้น มิได้หมายความว่าแพ็คเก็ตทั้ง j ตัว จะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสตรงกับอินพุตพอร์ตของสวิทช์อีลิเมนต์ที่เรากำลังพิจารณา

ทั้งหมด นั่นคือในแพ็คเก็ตจำนวน j ตัวนั้น อาจจะมีแพ็คเก็ตที่มีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสตรงกับที่เรากำลังพิจารณาอยู่ 1 ตัวหรือ 2 ตัวไปจนถึง j ตัวเลยก็เป็นได้ ดังนั้นจะได้

$$a = \sum_{0\le j\le B} \pi_{i-1}(j).\left[\binom{j}{1}(p\_add)^{1}.(1-p\_add)^{j-1}+\binom{j}{2}(p\_add)^{2}.(1-p\_add)^{j-2}+...+\binom{j}{j}(p\_add)^{j}\right]$$

$$a = \sum_{0\le j\le B} \pi_{i-1}(j).\left[\ 1 - (1-p\_add)^{j}\ \right] \tag{3.7}$$

ในกรณีที่เกิดภาวะนอนยูนิฟอร์มแทรฟฟิค เช่น hot-spot traffic ขึ้นในสวิทช์อีลิเมนต์ตัวที่กำลังพิจารณาจะเห็นว่า p_add ในสมการ 3.6 จะไม่เท่ากันทั้งหมดหรือเท่ากับ l/d อีกต่อไป

ในการวิเคราะห์แชร์บัฟเฟอร์สวิทชิ่งเน็ตเวอร์คของ Turner[4] ในกรณียูนิฟอร์มแทรฟฟิคนั้นสมการต่างๆของ Turner จะใช้อธิบายได้เฉพาะในภาวะยูนิฟอร์มแทรฟฟิคเท่านั้น ดังนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงได้ศึกษาเพิ่มเติมปัจจัยของนอนยูนิฟอร์มแทรฟฟิคไว้ในสมการที่ใช้วิเคราะห์ดังนี้

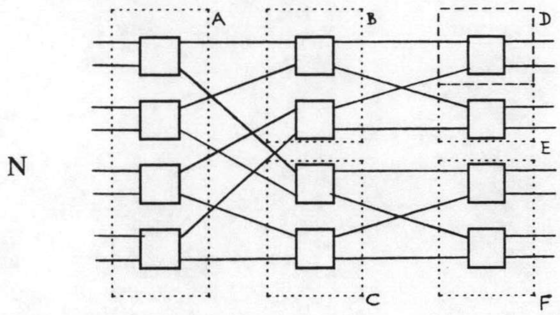
3.2.1 Hot-spot Traffic

เมื่อเกิด hot-spot traffic ขึ้น ความน่าจะเป็นที่แพ็คเก็ตตัวหนึ่งจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสไปยัง hot-spot พอร์ตแอดเดรสย่อมมากขึ้นกว่าในสภาวะปกติ พิจารณารูปที่ 3.5 แสดงการเกิด hot-spot ขึ้นที่เอาท์พุตแอดเดรสที่ 1 ของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คจะเห็นว่าแพ็คเก็ตที่อยู่ใน hot spot สวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจสุดท้าย (สวิทช์อีลิเมนต์ตัวบนสุดในสเตจ 3) จะมีโอกาสที่จะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตบน (แอดเดรส 1) มากกว่าพอร์ตล่างซึ่งต่างกับในกรณียูนิฟอร์มแทรฟฟิคที่จะเท่ากันเสมอในสเตจเดียวกัน โอกาสที่เอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสของแพ็คเก็ตใดๆจะเป็น hot-spot แอดเดรสมากน้อยเพียงใดนั้นจะบอกได้ด้วยตัวแปรที่ใช้บอกความรุนแรงของการเกิด hot spot หรือ hot-spot rate

ให้

h หมายถึง ความรุนแรงของการเกิด hot spot ของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์ค(0.00-1.00)

พิจารณา hot-spot สวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจสุดท้ายจะได้ว่า โอกาสที่แพ็คเก็ตตัวหนึ่งใน hot-spot สวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจสุดท้ายจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสไปยัง hot-spot พอร์ตแอดเดรสมีค่าเป็น h+(1-h)/d และโอกาสที่จะมีเอาท์พุตพอร์ต แอดเดรสเป็นแอดเดรสอื่นๆเท่ากับ (1-h)/d



รูปที่ 3.5 ตัวอย่างการแบ่งกลุ่มของสวิทช์อีลิเมนต์ที่มีภาวะของข้อมูลต่างกันในแชร์บัฟเฟอร์สวิทชิ่งเน็ตเวอร์คขนาด 8 x 8 ที่เกิด hot-spot traffic ที่เอาท์พุต 1

เมื่อพิจารณาเช่นเดียวกันแต่เป็นสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจที่ 1 จะเห็นว่า โอกาสต่างๆ จะคล้ายกับสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจสุดท้าย แต่ในสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจแรกนั้นแพ็คเก็ตที่เข้าสู่สวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจแรกจะมีเอาท์พุตแอดเดรสของระบบ เป็น 1,2,...,N ตัวใดก็ได้ ต่างกับสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจสุดท้ายที่ผ่านการสวิทช์มาจากสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจก่อนๆแล้ว ทำให้เหลือเอาท์พุตแอดเดรสของแพ็คเก็ตเพียงแค่ d แอดเดรส เท่านั้น ดังนั้นโอกาสที่แพ็คเก็ตตัวหนึ่งๆในสเตจที่ 1 จะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็น hot-spot พอร์ตแอดเดรสของสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจที่ 1 ตามรูปที่ 3.5 จะหาได้โดย

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรส 1
= โอกาสที่แพ็คเก็ตมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 1 +
โอกาสที่แพ็คเก็ตมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 2 +....
...+โอกาสที่แพ็คเก็ตมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 4

ในทำนองเดียวกัน

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรส 2
= โอกาสที่แพ็คเก็ตมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 5 +
โอกาสที่แพ็คเก็ตมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 6 +....
...+โอกาสที่แพ็คเก็ตมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 8

ดังนั้นจะได้ว่า

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรส j

$$= \sum_{1+(j-1)N/d^{stage} \leq i \leq jN/d^{stage}} \text{โอกาสที่แพ็คเก็ตมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น } i \qquad (3.8)$$

เมื่อระบบมีเอาท์พุตแอดเดรสจำนวน N แอดเดรส ดังนั้นโอกาสที่แพ็คเก็ตใดๆ จะมีเอาท์พุตแอดเดรสของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คเป็น hot-spot แอดเดรสมีค่าเท่ากับ h+(1-h)/N และโอกาสที่แพ็คเก็ตใดๆ จะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 1,2,...,N ซึ่งไม่ใช่ hot-spot แอดเดรสมีค่าเท่ากับ (1-h)/N ในกรณีทั่วไปเมื่อไม่เกิดภาวะ hot-spot traffic ขึ้น(h=0) จะได้ว่าแพ็คเก็ตแต่ละตัวจะมีโอกาสที่จะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็นแอดเดรสต่างๆเท่ากันซึ่งเท่ากับ 1/N

จะได้ว่า

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็น hot-spot พอร์ตแอดเดรส

$$= \underset{(1)}{h+(1-h)/N} + \underset{(2)}{(1-h)/N} + \underset{.....}{.....} + \underset{(N/d^{stage})}{(1-h)/N}$$

$$= h+(1-h)/d^{stage} \qquad (3.9)$$

ในทำนองเดียวกัน

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรสอื่นๆ

$$= \underset{(1)}{(1-h)/N} + \underset{(2)}{(1-h)/N} + \underset{.....}{.....} + \underset{(N/d^{stage})}{(1-h)/N}$$

$$= (1-h)/d^{stage} \qquad (3.10)$$

เมื่อ

พอร์ตแอดเดรสอื่นๆ หมายถึง เอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสอื่นๆที่ไม่ใช่ hot-spot พอร์ตแอดเดรสในสวิทช์อีลิเมนต์นั้น

แต่เมื่อพิจารณาแพ็คเก็ตในสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจที่ 2 จากรูปที่ 3.5 จะเห็นว่าจำนวนเอาท์พุตแอดเดรสของแพ็คเก็ตในสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจนี้จะลดลงมาเหลือแค่ 4 แอดเดรสหรือเหลือ 1/d เท่าของสเตจก่อนหน้า เนื่องจากแพ็คเก็ตที่อยู่ในสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจที่ 2 จะผ่านการสวิทช์โดยสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจแรกมาแล้ว

ในรูปที่ 3.5 ได้แสดงการแบ่งกลุ่มของสวิทช์อีลิเมนต์ในแต่ละสเตจเนื่องจากความแตกต่างกันของ traffic load อันเนื่องมาจากภาวะ hot-spot traffic จะเห็นว่าแพ็คเก็ตที่เข้าสู่สวิทช์ในแต่ละกลุ่มจะมีเอาท์พุตแอดเดรสที่ต่างกันเช่น จากรูปที่ 3.5 ในสเตจที่ 2 สวิทช์อีลิเมนต์ในกลุ่ม B จะครอบคลุมเอาท์พุตแอดเดรสที่ 1 ถึง 4 ในขณะที่กลุ่ม C จะครอบคลุมเอาท์พุตแอดเดรสที่ 5 ถึง 8 ดังนั้น

<u>กรณีกลุ่ม B</u>

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรส 1
= {โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 1 + โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 2}/
{โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 1 +... + โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 4}

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรส 2
= {โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 3 + โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 4}/
{โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 1 + ... + โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 4}

<u>กรณีกลุ่ม C</u>

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรส 1
= {โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 5 + โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 6}/
{โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 5 + ... + โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 8}

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรส 2
= {โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 7 + โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 8}/
{โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 5 + ... + โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น 8}

ให้

g หมายถึง ลำดับของกลุ่มของสวิทช์อีลิเมนต์ในแต่ละสเตจ

จะได้

โอกาสที่แพ็คเก็ตในสวิทช์อีลิเมนต์ในกลุ่ม g จะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรส j

$$= \frac{\left[\sum_{(g-1)N/d^{stage-1}+[1+(j-1)N/d^{stage}] \le i \le (g-1)N/d^{stage-1}+jN/d^{stage}} \text{โอกาสที่แพ็คเก็ตมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น } i \right]}{\left[\sum_{1+(g-1)N/d^{stage-1} \le i \le gN/d^{stage-1}} \text{โอกาสที่แพ็คเก็ตมีเอาท์พุตแอดเดรสเป็น } i \right]} \qquad (3.11)$$

จะได้ว่า

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็น hot-spot พอร์ตแอดเดรส

$$= \Big[\underset{(1)}{h+(1-h)/N} + \underset{(2)}{(1-h)/N} + \underset{.....}{.....} + \underset{(N/d^{stage})}{(1-h)/N} \Big] \Big/ \Big[\underset{(1)}{h+(1-h)/N} + \underset{(2)}{(1-h)/N} + \underset{.....}{.....} + \underset{(N/d^{stage-1})}{(1-h)/N} \Big]$$

$$= \big[h+(1-h)/d^{stage} \big] \big/ \big[h+(1-h)/d^{stage-1} \big] \qquad (3.12)$$

และ

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรสอื่นๆ

$$= \Big[\underset{(1)}{(1-h)/N} + \underset{(2)}{(1-h)/N} + \underset{.....}{.....} + \underset{(N/d^{stage})}{(1-h)/N} \Big] \Big/ \Big[\underset{(1)}{h+(1-h)/N} + \underset{(2)}{(1-h)/N} + \underset{.....}{.....} + \underset{(N/d^{stage-1})}{(1-h)/N} \Big]$$

$$= \big[(1-h)/d^{stage} \big] \big/ \big[h+(1-h)/d^{stage-1} \big] \qquad (3.13)$$

ในกรณีที่สวิทช์อีลิเมนต์นั้นไม่เป็น hot-spot สวิทช์อีลิเมนต์แล้วก็สามารถใช้สมการ (3.12) และ (3.13) ได้โดย h = 0.00 นั่นเอง

จะได้ว่า

$$p\_add = \begin{cases} \big[h+(1-h)/d^{stage}\big] \big/ \big[h+(1-h)/d^{stage-1}\big] & \text{; เอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสที่เป็น hot spot แอดเดรส} \\ \big[(1-h)/d^{stage}\big] \big/ \big[h+(1-h)/d^{stage-1}\big] & \text{; เอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสที่เป็นพอร์ตแอดเดรสอื่นๆ} \end{cases} \qquad (3.14)$$

เมื่อได้ค่า p_add แล้ว ก็จะสามารถหาค่า a ได้ แต่ทว่าหากพิจารณาสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจที่ 1 นั้นจะไม่มีสวิทช์อีลิเมนต์ตัวใดนำหน้าอยู่ ดังนั้นโอกาสที่จะมีแพ็คเก็ตเข้าสู่สวิทช์อีลิเมนต์ย่อมเท่ากับ traffic load จะได้

$$a = \rho \qquad ; \text{ สวิทช์อีลิเมนต์สเตจ 1} \qquad (3.15)$$

โดย ρ หมายถึง traffic load

เมื่อนำเงื่อนไขทั้งหมดมารวมกันจะได้

$$a = \begin{cases} \sum_{0 \le j \le B} \pi_{i-1}(j).\left[1 - (1\text{-p\_add})^j \right] \\ \rho & ; \text{ สวิทช์อีลิเมนต์สเตจ 1} \end{cases}$$

(3.16)

สำหรับสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจที่ 1 นั้น ในกรณีที่ a = 1 หากใช้สมการ (3.5) คำนวนหา p(j,s) จะได้ค่าเป็น 0 เมื่อสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจที่ 1 สามารถรับแพ็คเก็ตได้อีก m ตัว ในขณะที่ a = 1 นั่นคือ $\rho = 1$ ดังนั้นจำนวนแพ็คเก็ตที่จะเข้าสู่สวิทช์อีลิเมนต์ได้ต้องเท่ากับ m ตัวด้วยเสมอ จึงจะได้สมการที่สมบูรณ์ดังนี้

$$\text{p(j,s)} = \begin{cases} \binom{m}{j} a^j (1-a)^{m-j} & ;(a \neq 1) \vee (stage \neq 1) \\ 1 & ;(a = 1) \wedge (j = m) \wedge (stage = 1) \\ 0 & ;(a = 1) \wedge (j \neq m) \wedge (stage = 1) \end{cases} \qquad (3.17)$$

สำหรับการหาค่า q(j,s) ของสวิทช์อีลิเมนต์ใดๆ ทำได้ดังนี้

จากนิยาม

q(j,s) หมายถึง โอกาสที่จะมีแพ็คเก็ตออกจากสวิทช์อีลิเมนต์เมื่อสวิทช์อีลิเมนต์นั้นมีแพ็คเก็ตอยู่ s ตัว

การที่จะมีแพ็คเก็ตออกไปจากเอาท์พุตพอร์ตของสวิทช์อีลิเมนต์ใดๆได้นั้นจะประกอบไปด้วยปัจจัย 2 อย่างคือ

1. เอาท์พุตพอร์ตของสวิทช์อีลิเมนต์มีแพ็คเก็ตที่พร้อมจะออกไปจากสวิทช์อีลิเมนต์หากสวิทช์อีลิเมนต์นั้นได้รับสัญญาณควบคุมการส่ง
2. โอกาสที่เอาท์พุตพอร์ตของสวิทช์อีลิเมนต์จะได้รับสัญญาณควบคุมการส่ง

สำหรับโอกาสที่เอาท์พุตพอร์ตของสวิทช์อีลิเมนต์จะได้รับสัญญาณควบคุมการส่งจากอินพุตพอร์ตของสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจหลังนั้นเกิดจากการที่สวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจหลังมีจำนวนแพ็คเก็ตอยู่ในบัฟเฟอร์ไม่ถึง B ตัว(ขนาดทั้งหมดของบัฟเฟอร์ในสวิทช์อีลิเมนต์) ถ้าบัฟเฟอร์สามารถรับได้อีกมากกว่าหรือเท่ากับขนาดของสวิทช์อีลิเมนต์แล้วอินพุตพอร์ตทุกตัวก็จะสามารถรับแพ็คเก็ตได้ นั่นคืออินพุตพอร์ตทุกตัวจะส่งสัญญาณควบคุมการส่งไปยังเอาท์พุตพอร์ตของสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจหน้า

แต่ถ้าบัฟเฟอร์ไม่สามารถรับแพ็คเก็ตได้ถึง d ตัวแล้ว อินพุตพอร์ตจึงไม่สามารถส่งสัญญาณควบคุมการส่งออกไปได้ทุกตัว ซึ่งจะเป็นอินพุตพอร์ตใดบ้างที่ได้โอกาสส่งสัญญาณควบคุมการส่งก็ขึ้นอยู่กับผลจากการเลือก m แอดเดรสจาก d แอดเดรสทั้งหมดอย่างแรนดอม[4]

ให้

b หมายถึง โอกาสที่เอาท์พุตพอร์ตจะได้รับสัญญาณควบคุมการส่งจากสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจหลัง

t หมายถึง จำนวนแพ็คเก็ตในสวิทช์อีลิเมนต์

จะได้สมการสำหรับปัจจัยที่ 2 ดังนี้

$$b = \sum_{0 \le t \le B-d} \Pi_{i+1}(t) + \sum_{0 \le t \le d-1} \Pi_{i+1}(B-t)\frac{t}{d} \qquad (3.18)$$

หากพิจารณาที่เอาท์พุตพอร์ตขาใดขาหนึ่งของสวิทช์อีลิเมนต์จะพบว่าโอกาสที่จะมีแพ็คเก็ตออกมาจากเอาท์พุตพอร์ตใดๆสักตัวหนึ่งนั้นเกิดจากการที่แพ็คเก็ตที่อยู่ในสวิทช์อีลิเมนต์มีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ตแอดเดรสนั้นอย่างน้อย 1 ตัว ร่วมกับการที่เอาท์พุตพอร์ตนั้นได้รับสัญญาณควบคุมการส่ง

และการที่จะมีแพ็คเก็ตออกจากสวิทช์อีลิเมนต์จำนวน j ตัวได้นั้นแสดงว่าแพ็คเก็ตจำนวน s ตัวในสวิทช์อีลิเมนต์เมื่อแยกแยะดูแล้วจะต้องมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสมากกว่าหรือเท่ากับ j แอดเดรสและสวิทช์อีลิเมนต์ได้รับสัญญาณควบคุมการส่งเข้ามาเพียง j สัญญาณ

ให้

r หมายถึง จำนวนเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสของแพ็คเก็ตทั้งหมดในสวิทช์อีลิเมนต์

Yd(r,s) หมายถึง โอกาสที่แพ็คเก็ตจำนวน s ตัวในสวิทช์อีลิเมนต์จะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสจำนวน r แอดเดรส

ในกรณียูนิฟอร์มแทรฟฟิคจะได้ว่า

$$q(j,s) = \begin{cases} \sum_{j \le r \le d,s} Yd(r,s)\binom{r}{j} b^j (1-b)^{r-j} & ; 0 < r \le s \\ 1 & ; (r=0,s=0,j=0) \vee (j=r,stage=\log_d N) \\ 0 & ; (r=0,s\neq 0,j=0) \vee (j\neq r,stage=\log_d N) \end{cases} \quad (3.19)$$

การคำนวนหา $Y_d(r,s)$ มาจากหลักง่ายๆคือ

จาก $Y_d(r,s)$ หมายถึง โอกาสที่แพ็คเก็ตจำนวน s ตัวในสวิทช์อีลิเมนต์จะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสจำนวน r แอดเดรส

$Y_d(r,s) = Y_d(r,s-1)$*(โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสซ้ำกับ r แอดเดรสเดิม)

$+Y_d(r-1,s-1)$*(โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสไม่ซ้ำกับ r-1 แอดเดรสเดิม)

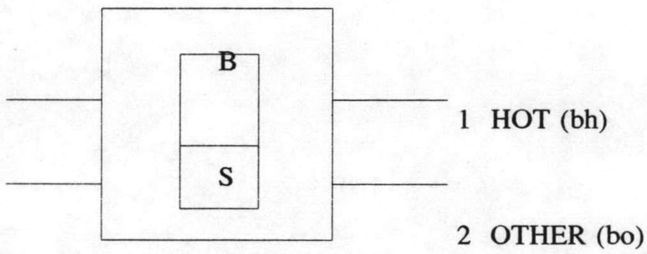
จะได้สมการที่ใช้คำนวนหา $Y_d(r,s)$ ของ Turner[4] ในกรณียูนิฟอร์มแทรฟฟิคคือ

$$Y_d(r,s) = \begin{cases} Y_d(r,s-1).\ r/d + Y_d(r-1,s-1).(d-(r-1))/d & ; 0<r\le s \\ 1 & ; s=r=0 \\ 0 & ; (r=0 \wedge s>0) \vee (s<r) \end{cases} \quad (3.20)$$

$Y_d(1,1) = 1$

ในกรณีเกิด hot spot traffic ขึ้นในสวิทช์อีลิเมนต์นั้น โอกาสที่แพ็คเก็ตในสวิทช์อีลิเมนต์จะมีจำนวนเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสอื่นๆน้อยกว่าในกรณีปกติ เนื่องจากแพ็คเก็ตทุกตัวจะมีโอกาสที่จะมี เอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็น hot spot พอร์ตแอดเดรสเพิ่มขึ้นและทำให้มีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสอื่นๆลดลงนั่นเอง ดังนั้นจะใช้สมการ (3.20) ในการหา $Y_d(r,s)$ ไม่ได้อีกต่อไปและต้องพิจารณาดังต่อไปนี้

พิจารณาสวิทช์อีลิเมนต์ขนาด 2x2 ที่เกิด hot spot traffic ที่เอาท์พุตพอร์ตแอดเดรส 1 (พอร์ตบน) ในรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 แชร์บัฟเฟอร์สวิทช์อีลิเมนต์ขนาด 2x2 ที่เกิด hot spot traffic ที่เอาท์พุตพอร์ตแอดเดรส 1

ในทำนองเดียวกับกรณี uniform traffic การที่จะมีแพ็คเก็ตออกจากสวิทช์อีลิเมนต์ได้ j ตัวนั้นแสดงว่าเมื่อนำแพ็คเก็ตจำนวน s ตัวมาแยกแล้วจะต้องมีจำนวนเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสจำนวนมากกว่าหรือเท่ากับ j แอดเดรสและได้รับสัญญาณควบคุมการส่งเข้ามาเพียง j สัญญาณ

โดยในกรณีเกิด hot spot ขึ้นนี้จำเป็นจะต้องวิเคราะห์แยกกันระหว่าง hot spot พอร์ตแอดเดรสกับพอร์ตแอดเดรสอื่นๆเนื่องจากมีภาวะของข้อมูลที่ต่างกัน

โอกาสที่พอร์ต 1 ซึ่งเป็น hot spot พอร์ตจะมีแพ็คเก็ตออกมาเกิดจากโอกาสที่แพ็คเก็ตในสวิทช์อีลิเมนต์จะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็นพอร์ต 1 อย่างน้อย 1 ตัวร่วมกับโอกาสที่พอร์ต 1 จะได้รับสัญญาณควบคุมการส่ง

ให้

$Y_{dh}(r,s)$ หมายถึง โอกาสที่สวิทช์อีลิเมนต์ที่มีแพ็คเก็ตอยู่ s ตัว จะมีจำนวนเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสอยู่เป็นจำนวน r แอดเดรสและ 1 ใน r แอดเดรสนั้นเป็น hot-spot พอร์ตแอดเดรส

$Y_{do}(r,s)$ หมายถึง โอกาสที่สวิทช์อีลิเมนต์ที่มีแพ็คเก็ตอยู่ s ตัว จะมีจำนวนเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสอยู่เป็นจำนวน r แอดเดรสและใน r แอดเดรสนั้นไม่มี hot-spot พอร์ตแอดเดรสรวมอยู่ด้วยเลย

จะได้

$Y_{dh}(r,s)$ = $Y_{dh}(r,s-1)$x(โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็น hot spot พอร์ตแอดเดรสหรือเป็น 1 ใน r-1 แอดเดรสที่เหลือ)
+ $Y_{dh}(r-1,s-1)$x(โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสไม่ซ้ำกับเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสจำนวน r-1 แอดเดรสเดิมซึ่งมี hot spot พอร์ตแอดเดรสรวมอยู่ด้วย)
+ $Y_{do}(r-1,s-1)$x(โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็น hot spot พอร์ตแอดเดรส)

(3.21)

$Y_{do}(r,s)$ = $Y_{do}(r,s-1)$x(โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็น 1 ใน r แอดเดรสเดิมซึ่งไม่มี hot spot พอร์ตแอดเดรสรวมอยู่ด้วย)
+ $Y_{do}(r-1,s-1)$x(โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสไม่ซ้ำกับ r-1 แอดเดรสเดิมและไม่ใช่ hot spot พอร์ตแอดเดรส)

(3.22)

และสามารถเขียนสมการที่ใช้แทนเทอมต่างๆในสมการ (3.21) และ (3.22) ได้ดังนี้

- โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสเป็น hot spot พอร์ตแอดเดรสหรือเป็น 1 ใน r-1 แอดเดรสที่เหลือ = $p\_add_h+(r-1).p\_add_o$ (3.23)

-โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรส ไม่ซ้ำกับเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสจำนวน r-1 แอดเดรส เดิมซึ่งมี hot spot พอร์ตแอดเดรส รวมอยู่ด้วย $= 1-(p\_add_h+(r-2).p\_add_o)$ (3.24)

-โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรส เป็น hot spot พอร์ตแอดเดรส $= p\_add_h$ (3.25)

-โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรส เป็น 1 ใน r แอดเดรสเดิมซึ่งไม่มี hot spot พอร์ตแอดเดรสรวมอยู่ด้วย $= r.p\_add_o$ (3.26)

-โอกาสที่แพ็คเก็ตจะมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรส ไม่ซ้ำกับ r-1 address เดิมและไม่ใช่ hot spot พอร์ตแอดเดรส $= (d-r).p\_add_o$ (3.27)

จะได้

$$\begin{aligned} Y_{dh}(r,s) &= Y_{dh}(r,s-1)\left[\, p\_add_h+(r-1).p\_add_o \,\right] \\ &\quad + Y_{dh}(r-1,s-1)\left[\, 1-(p\_add_h+(r-2).p\_add_o) \,\right] \\ &\quad + Y_{do}(r-1,s-1)\left[\, p\_add_h \,\right] \end{aligned} \tag{3.28}$$

$$\begin{aligned} Y_{do}(r,s) &= Y_{do}(r,s-1)\left[\, r.p\_add_o \,\right] \\ &\quad + Y_{do}(r-1,s-1)\left[\, (d-r).p\_add_o \,\right] \end{aligned} \tag{3.29}$$

โดย

$Y_d(0,0) = 1$

$Y_{dh}(1,1) = Y_d(0,0).\ p\_add_h$

$Y_{do}(1,1) = Y_d(0,0)\left[\, (d-1).\ p\_add_o \right]$

p_add_h หมายถึง p_add กรณี hot spot พอร์ตแอดเดรส

p_add_o หมายถึง p_add กรณีพอร์ตแอดเดรสอื่นๆ

นำสมการ (3.28) , (3.29) มาใช้ในการหาค่า q(j,s) ต่อไปโดย

$$q(j,s) = \sum_{j \le r \le d,s} Q(j,r) \qquad (3.30)$$

Q(j,r) หมายถึง โอกาสที่สวิทช์อีลิเมนต์จะมีแพ็คเก็ตออกจากสวิทช์อีลิเมนต์จำนวน j ตัว เมื่อมีเอาท์พุตพอร์ตแอดเดรสจำนวน r แอดเดรส

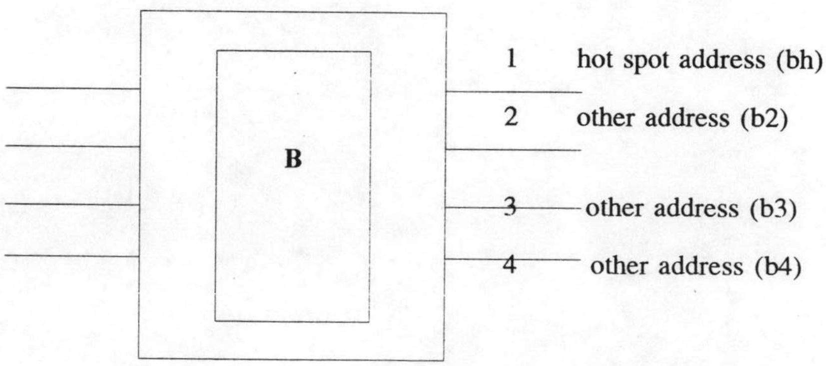
จะเห็นว่า Q(j,r) จะประกอบด้วยปัจจัย 2 ประการคือ

1 โอกาสที่จะมีแพ็คเก็ตพร้อมที่จะออกจากสวิทช์อีลิเมนต์ที่เอาท์พุตพอร์ตต่างๆ จำนวน r แอดเดรส

2 โอกาสที่เอาท์พุตพอร์ตจะได้รับสัญญาณควบคุมการส่งจำนวน j ตัว

Q(j,r) = (1) โอกาสที่จะมีแพ็คเก็ตพร้อมที่จะออกจากสวิทช์อีลิเมนต์ที่เอาท์พุตพอร์ตต่างๆ จำนวน r แอดเดรส
* (2) โอกาสที่เอาท์พุตพอร์ตจะได้รับสัญญาณควบคุมการส่งจำนวน j ตัว (3.31)

ทั้งนี้โอกาสของปัจจัยที่ 1 และ 2 จะต้องสอดคล้องกันด้วย ซึ่งจะอธิบายด้วยตัวอย่างของสวิทช์อีลิเมนต์ขนาด 4 x 4 ที่มี hot spot พอร์ตแอดเดรสเป็นแอดเดรส 1 ดังรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 แชร์บัฟเฟอร์สวิทช์อีลิเมนต์ขนาด 4 x 4 ในภาวะ hot-spot traffic ที่พอร์ตแอดเดรส 1

ให้

bh หมายถึง b ที่ hot-spot พอร์ต(ในที่นี้คือพอร์ต 1)ของสวิทช์อีลิเมนต์ (bh=b1)

b2 หมายถึง b ที่เอาท์พุตพอร์ตที่ 2 ของสวิทช์อีลิเมนต์

b3 หมายถึง b ที่เอาท์พุตพอร์ตที่ 3 ของสวิทช์อีลิเมนต์

b4 หมายถึง b ที่เอาท์พุตพอร์ตที่ 4 ของสวิทช์อีลิเมนต์

จะได้สมการที่ใช้คำนวนหา Q(j,r) ตามเงื่อนไขของ r และ j ดังต่อไปนี้

<u>j=0,r=0</u>

$$Q(j,r) = \begin{cases} 0 & ;\ (s\neq 0)V(j\neq r,stage=\log_d N) \\ 1 & ;\ (s=0)V(j=r,stage=\log_d N) \end{cases} \tag{3.32}$$

<u>j=0,r=1</u>

$$Q(j,r) = [Y_{dh}(r,s).(1-bh)]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1-b2)]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1-b3)]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1-b4)] \tag{3.33}$$

<u>j=1,r=1</u>

$$Q(j,r) = [Y_{dh}(r,s).bh]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b2]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b3]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b4] \tag{3.34}$$

<u>j=0,r=2</u>

$$\begin{aligned} Q(j,r) = {} & [Y_{dh}(r,s).(1-bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b2)]+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b3)]+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b4)] \\ & +[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1-b2).(1-b3)]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1-b2).(1-b4)]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1-b3).(1-b4)] \end{aligned} \tag{3.35}$$

j=1,r=2

$$Q(j,r) = [Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b2)]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b3)]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b4)]$$
$$+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b2]+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b3]+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b4]$$
$$+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b2.(1-b3)]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b2.(1-b4)]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b3.(1-b4)]$$
$$+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1-b2).b3]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1-b2).b4]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1-b3).b4] \tag{3.36}$$

j=2,r=2

$$Q(j,r) = [Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b2)]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b3)]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b4)]$$
$$+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b2.b3]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b2.b4]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b3.b4] \tag{3.37}$$

j=0,r=3

$$Q(j,r) = [Y_{dh}(r,s).(1-bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b2).(1-b3)]+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b2).(1-b4)]$$
$$+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1-b3).(1-b4)]$$
$$+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1-b2).(1-b3).(1-b4)] \tag{3.38}$$

j=1,r=3

$$
\begin{aligned}
Q(j,r) = {} & [Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1\text{-}b2).(1\text{-}b3)]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1\text{-}b2).(1\text{-}b4)] \\
& +[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1\text{-}b3).(1\text{-}b4)] \\
& +[Y_{dh}(r,s).(1\text{-}bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b2.(1\text{-}b3)]+[Y_{dh}(r,s).(1\text{-}bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b2(1\text{-}b4)] \\
& +[Y_{dh}(r,s).(1\text{-}bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b3.(1\text{-}b4)] \\
& +[Y_{dh}(r,s).(1\text{-}bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1\text{-}b2).b3]+[Y_{dh}(r,s).(1\text{-}bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1\text{-}b2).b4] \\
& +[Y_{dh}(r,s).(1\text{-}bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1\text{-}b3).b4] \\
& +[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b2.(1\text{-}b3).(1\text{-}b4)]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1\text{-}b2).b3.(1\text{-}b4)] \\
& +[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1\text{-}b2).(1\text{-}b3).b4]
\end{aligned}
\tag{3.39}
$$

j=2,r=3

$$
\begin{aligned}
Q(j,r) = {} & [Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b2.(1\text{-}b3)]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b2.(1\text{-}b4)]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b3.(1\text{-}b4)] \\
& +[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1\text{-}b2).b3]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1\text{-}b2).b4]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.(1\text{-}b3).b4] \\
& +[Y_{dh}(r,s).(1\text{-}bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b2.b3]+[Y_{dh}(r,s).(1\text{-}bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b2.b4]+[Y_{dh}(r,s).(1\text{-}bh).\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b3.b4] \\
& +[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b2.b3.(1\text{-}b4)]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b2.(1\text{-}b3).b4]+[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.(1\text{-}b2).b3.b4]
\end{aligned}
\tag{3.40}
$$

j=3,r=3

$$
\begin{aligned}
Q(j,r) = {} & [Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b2.b3]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b2.b4]+[Y_{dh}(r,s).bh.\frac{1}{\binom{d-1}{r-1}}.b3.b4] \\
& +[Y_{do}(r,s).\frac{1}{\binom{d-1}{r}}.b2.b3.b4]
\end{aligned}
\tag{3.41}
$$

<u>j=0,r=4</u>

$$Q(j,r) = [Y_{dh}(r,s).(1-bh).(1-b2).(1-b3).(1-b4)] \tag{3.42}$$

<u>j=1,r=4</u>

$$\begin{aligned} Q(j,r) = {} & [Y_{dh}(r,s).bh.(1-b2).(1-b3).(1-b4)]+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).b2.(1-b3).(1-b4)] \\ & +[Y_{dh}(r,s).(1-bh).(1-b2).b3.(1-b4)]+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).(1-b2).(1-b3).b4] \end{aligned} \tag{3.43}$$

<u>j=2,r=4</u>

$$\begin{aligned} Q(j,r) = {} & [Y_{dh}(r,s).bh.b2.(1-b3).(1-b4)]+[Y_{dh}(r,s).bh.(1-b2).b3.(1-b4)] \\ & +[Y_{dh}(r,s).bh.(1-b2).(1-b3).b4] \\ & +[Y_{dh}(r,s).(1-bh).b2.b3.(1-b4)]+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).b2.(1-b3).b4] \\ & +[Y_{dh}(r,s).(1-bh).(1-b2).b3.b4] \end{aligned} \tag{3.44}$$

<u>j=3,r=4</u>

$$\begin{aligned} Q(j,r) = {} & [Y_{dh}(r,s).bh.b2.b3.(1-b4)]+[Y_{dh}(r,s).bh.b2.(1-b3).b4] \\ & +[Y_{dh}(r,s).bh.(1-b2).b3.b4]+[Y_{dh}(r,s).(1-bh).b2.b3.b4] \end{aligned} \tag{3.45}$$

<u>j=4,r=4</u>

$$Q(j,r) = Y_{dh}(r,s).bh.b2.b3.b4 \tag{3.46}$$

ในทำนองเดียวกันก็สามารถหา Q(j,r) ตามเงื่อนไขของ j และ r ของสวิทช์อีลิเมนต์ขนาด 2 x 2 ในภาวะ hot-spot traffic ดังรูปที่ 3.6 ได้ดังนี้

$$Q(j,s) = \begin{cases} 0 & ;\ (r=0,\ s\neq 0,\ j=0)v(j\neq r, stage=\log_d N) \\ 1 & ;\ (r=0,\ s=0,\ j=0)v(j=r, stage=\log_d N) \\ Y_{dh}(r,s).(1-bh) + Y_{do}(r,s).(1-bo) & ;(r=1)\wedge(j=0) \\ Y_{dh}(r,s).bh + Y_{do}(r,s).bo & ;(r=1)\wedge(j=1) \\ Y_{dh}(r,s).(1-bh).(1-bo) & ;(r=2)\wedge(j=0) \\ Y_{dh}(r,s).[bh.(1-bo)+bo.(1-bh)] & ;(r=2)\wedge(j=1) \\ Y_{dh}(r,s).(bh.bo) & ;(r=2)\wedge(j=2) \end{cases} \tag{3.47}$$

โดย

bo หมายถึง b ที่เอาท์พุตพอร์ตอื่นๆที่ไม่ใช่ hot-spot พอร์ต(ในที่นี้คือพอร์ต 2)ของสวิทช์อีลิเมนต์

จะเห็นได้ว่าหากสวิทช์มีขนาดใหญ่ขึ้นก็จะทำให้ความยุ่งยากในการวิเคราะห์เพิ่มขึ้นไปด้วย ซึ่งหากขนาดของสวิทช์อีลิเมนต์และบัฟเฟอร์มีขนาดใหญ่กว่านี้ก็สามารถใช้หลักการในทำนองเดียวกันนี้ในการคำนวนหา Q(r,j) ได้

เมื่อได้สมการที่ใช้ในการคำนวนหา p(j,s) และ q(j,s) แล้ว จึงนำมาใช้ในการหา $\lambda(s1,s2)$ ตามสมการ (3.3) ก็จะได้ $\lambda(s1,s2)$ ออกมาเพื่อแทนค่าลงใน transition matrix (P) ของสวิทช์อีลิเมนต์แต่ละตัว จากสมการ (3.1)

$$\pi^{(n+1)} = \pi^{(n)}P(n) \tag{3.1}$$

เมื่อคูณ $P(n)$ ด้วย $\pi^{(n)}$ จาก time slot ก่อนหน้านี้ ก็จะได้ π ใหม่สำหรับสวิทช์อีลิเมนต์ตัวนี้เมื่อสิ้นสุด time slot ลง และทำเช่นเดียวกันกับสวิทช์อีลิเมนต์ทุกๆตัว ดังนั้นเมื่อสิ้นสุด time slot ลงก็จะได้ π ใหม่ ที่เปลี่ยนไปเรื่อยๆ แต่เมื่อถึงจุดหนึ่งระบบจะเริ่มเข้าสู่สภาวะ steady state กล่าวคือ π ทุกๆค่าจะเริ่ม converge เข้าสู่ค่าคงที่ค่าหนึ่ง

ให้

dif หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของ π

จะได้ว่า

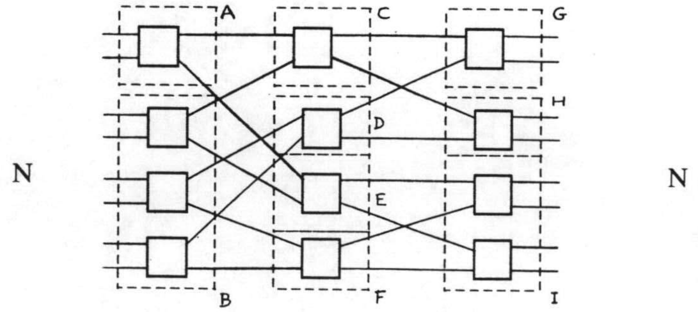
$$dif = \frac{\Pi_{new} - \Pi_{old}}{\Pi_{old}} \tag{3.48}$$

ในการทดลองครั้งนี้จะให้โปรแกรมทำการคำนวนจนกว่าค่า dif ของทุกๆ π จากทุกๆ สวิทช์อีลิเมนต์จะมีค่าน้อยกว่าค่าที่ยอมรับได้ซึ่งในที่ให้มีค่าเท่ากับ 0.01 จึงจะถือว่าค่า π เหล่านั้นเป็นค่าที่ converge เข้าสู่สภาวะ steady state ได้ เมื่อได้ค่า π ทุกตัวในภาวะ steady state แล้วก็สามารถนำค่า π เหล่านั้นมาใช้คำนวนหา throughput , delay time และ loss probability ได้

3.2.2 Point to Point Traffic

Point to Point traffic จัดเป็นกรณีหนึ่งของ hot-spot traffic กล่าวคือ ในกรณี hot-spot traffic นั้นจะมีแพ็คเก็ตที่มีเอาท์พุตแอดเดรสมีโอกาสเป็น hot-spot สามารถเข้าสู่สวิทชิ่งเน็ตเวอร์คจากทุกๆอินพุตพอร์ต ในขณะที่ Point to Point traffic จะมีเพียงอินพุตพอร์ตเดียวเท่านั้น พิจารณารูปที่ 3.8 แสดงการแบ่งกลุ่มของสวิทช์อีลิเมนต์ในสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คขนาด 8x8 ภายใต้ภาวะ Point to Point traffic จะเห็นว่าภาวะ Point to Point traffic จะส่งผลกระทบต่อระบบเป็นบริเวณน้อยกว่า hot-spot traffic

สำหรับการวิเคราะห์แชร์บัฟเฟอร์สวิทชิ่งเน็ตเวอร์คภายใต้ Point to Point traffic นั้นจะใช้วิธีการเหมือนกับการวิเคราะห์ภายใต้ hot-spot traffic แต่แตกต่างกันเล็กน้อยตรงที่การแบ่งกลุ่มของสวิทช์อีลิเมนต์ในแต่ละสเตจตามผลกระทบจากนอนยูนิฟอร์มแทรฟฟิคดังรูปที่ 3.8 หากสังเกตดูจะพบว่าในสวิทชิอีลิเมนต์ตัวที่ 1 ในสเตทที่ 2 นั้นโอกาสที่จะมีแพ็คเก็ตเข้าสู่อินพุทพอร์ทหรือค่าa ของทั้ง 2 พอร์ตจะมีค่าต่างกันเนื่องจากค่า a นี้ได้มาจากสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตทก่อนหน้าที่มี



รูปที่ 3.8 การแบ่งกลุ่มของสวิทช์อีลิเมนต์ที่มีภาวะของข้อมูลต่างกันในแชร์บัฟเฟอร์สวิทชิ่งเน็ตเวอร์คขนาด 8 x 8 ภายใต้ภาวะ Point to Point traffic จากอินพุต 1 สู่เอาท์พุต 1

สภาวะของข้อมูลต่างกัน แต่หากเป็นในภาวะ hot spot traffic แล้วค่า a จากทุกพอร์ตจะมีค่าเท่ากัน ดังนั้นเราจึงไม่สามารถใช้สมการ (3.17) ในการหาค่า p(j,s) ได้

จากนิยาม

p(j,s) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะมีแพ็คเก็ตเข้าสู่สวิทชิอีลิเมนต์จำนวน j แพ็คเก็ต เมื่อบัฟเฟอร์มีแพ็คเก็ตอยู่ s ตัว

ให้

E หมายถึง เหตุการณ์ที่อินพุตพอร์ตสามารถส่งสัญญาณควบคุมการส่งได้จำนวน m ตัว (m = min {d,B-s})

C หมายถึง เซ็ตของเหตุการณ์ที่อินพุตพอร์ตจำนวนที่สัมพันธ์กับจำนวนแพ็คเก็ตในบัฟเฟอร์ได้รับโอกาสส่งสัญญาณควบคุมการส่งข้อมูล

p_E หมายถึง โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ E

จะได้

$$p(j,s) = \sum_{E \in C} (p_E * \text{ โอกาสที่จะมีแพ็คเก็ตเข้าสู่อินพุตพอร์ตต่างๆที่สัมพันธ์กับเหตุการณ์ E เพื่อให้มีแพ็คเก็ตผ่านเข้าสู่สวิทช์อีลิเมนต์ได้เท่ากับ j ตัว }) \tag{3.49}$$

ดังนั้นสำหรับสวิทช์อีลิเมนต์ขนาด 2 x 2 จะได้

$$p(j,s)_{2x2} = \begin{cases} 1 & ; j=0,m=0 \\ \frac{1}{\binom{d}{m}}.[(1-a1)+(1-a2)] & ; j=0,m=1 \\ \frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1+a2] & ; j=1,m=1 \\ \frac{1}{\binom{d}{m}}.[(1-a1).(1-a2)] & ; j=0,m=2 \\ \frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1.(1-a2)+(1-a1).a2] & ; j=1,m=2 \\ \frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1.a2] & ; j=2,m=2 \end{cases} \tag{3.50}$$

a1 หมายถึง ค่า a ที่อินพุตพอร์ต 1

a2 หมายถึง ค่า a ที่อินพุตพอร์ต 2

และสำหรับสวิทช์อีลิเมนต์ขนาด 4x4 จะได้

$$p(j,s)_{4x4} = \begin{cases}
1 & ;\ j=0,m=0 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[(1-a1)+(1-a2)+(1-a3)+(1-a4)] & ;\ j=0,m=1 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1+a2+a3+a4] & ;\ j=1,m=1 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[(1-a1).(1-a2)+(1-a1).(1-a3)+(1-a1).(1-a4) & \\
\quad +(1-a2).(1-a3)+(1-a2).(1-a4)+(1-a3).(1-a4)] & ;\ j=0,m=2 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1.(1-a2)+a1.(1-a3)+a1.(1-a4)+a2.(1-a3)+a2.(1-a4)+a3.(1-a4) & \\
\quad +(1-a1).a2+(1-a1).a3+(1-a1).a4+(1-a2).a3+(1-a2).a4+(1-a3).a4] & ;\ j=1,m=2 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[(a1.a2)+(a1.a3)+(a1.a4)+(a2.a3)+(a2.a4)+(a3.a4)] & ;\ j=2,m=2 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[(1-a1).(1-a2).(1-a3)+(1-a1).(1-a2)(1-a4)+(1-a1).(1-a3).(1-a4) & \\
\quad +(1-a2).(1-a3).(1-a4)] & ;\ j=0,m=3 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1.(1-a2).(1-a3)+a1.(1-a2)(1-a4)+a1.(1-a3).(1-a4) & \\
\quad +a2.(1-a3).(1-a4) & \\
\quad +(1-a1).a2.(1-a3)+(1-a1).a2.(1-a4)+(1-a1).a3.(1-a4) & \\
\quad +(1-a2).a3.(1-a4) & \\
\quad +(1-a1).(1-a2).a3+(1-a1).(1-a2).a4+(1-a1).(1-a3).a4 & \\
\quad +(1-a2).(1-a3).a4] & ;\ j=1,m=3
\end{cases}$$

$$
p(j,s)_{4x4} = \begin{cases}
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1.a2.(1-a3)+a1.a2.(1-a4)+a1.a3.(1-a4)+a2.a3.(1-a4) \\
\quad +(1-a1).a2.a3+(1-a1).a2.a4+(1-a1).a3.a4+(1-a2).a3.a4 \\
\quad +a1.(1-a2).a3+a1.(1-a2).a4+a1.(1-a3).a4+a2.(1-a3).a4] & ;\ j=2,m=3 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1.a2.a3+a1.a2.a4+a1.a3.a4+a2.a3.a4] & ;\ j=3,m=3 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[(1-a1).(1-a2).(1-a3).(1-a4)] & ;\ j=0,m=4 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1.(1-a2).(1-a3).(1-a4)+(1-a1).a2.(1-a3).(1-a4) \\
\quad +(1-a1).(1-a2).a3.(1-a4)+(1-a1).(1-a2).(1-a3).a4] & ;\ j=1,m=4 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1.a2.(1-a3).(1-a4)+a1.(1-a2).a3.(1-a4)+a1.(1-a2).(1-a3).a4 \\
\quad +(1-a1).a2.a3.(1-a4)+(1-a1).a2.(1-a3).a4+(1-a1).(1-a2).a3.a4] & ;\ j=2,m=4 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1.a2.a3.(1-a4)+a1.a2.(1-a3).a4+a1.(1-a2).a3.a4+(1-a1).a2.a3.a4] \\
 & ;\ j=3,m=4 \\
\frac{1}{\binom{d}{m}}.[a1.a2.a3.a4] & ;\ j=4,m=4
\end{cases}
\tag{3.51}
$$

จากสมการ (3.50) และ (3.51) จะเห็นว่าในกรณียูนิฟอร์มแทรฟฟิคหรือ hot spot traffic นั้น a1=a2=a2=a3=a4=a สมการ (3.50) และ (3.51) จึงกลายเป็นสมการ (3.17) ได้ในที่สุด

ในการวิเคราะห์สวิทช์อีลิเมนต์ตัวใดๆ ก็จะต้องเลือกใช้สมการให้ถูกต้องกับภาวะของข้อมูลด้วย

3.3. คุณสมบัติของสวิทช์

3.3.1 Throughput

หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะมีแพ็คเก็ตออกจากเอาท์พุตพอร์ตของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คใน 1 time slot

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะมีแพ็คเก็ตออกจากเอาท์พุตพอร์ตของสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจสุดท้ายของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คนั่นเอง

ให้

$\pi_i(j)$ หมายถึง ค่า $\pi(j)$ ที่สเตจ i

k หมายถึง สเตจสุดท้ายของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์ค

$$k = \log_d N \tag{3.52}$$

จะได้

$$\text{throughput} = \sum_{0 \le j \le B} \pi_k(j).\left[1 - (1\text{-p\_add})^j\right] \tag{3.53}$$

เมื่อต้องการทราบ throughput ของเอาท์พุตใดของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คก็จะต้องใช้ $\pi_k(j)$ ของสวิทช์อีลิเมนต์ตัวที่สอดคล้องกับเอาท์พุตนั้นด้วย ส่วนค่า p_add นั้นได้จากสมการ (3.14)

3.3.2 Loss Probability

ลักษณะของแชร์บัฟเฟอร์สวิทชิ่งเน็ตเวอร์คในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้สัญญาณควบคุมการส่งแพ็คเก็ตแบบ grant method ส่งย้อนกลับไปในสเตจก่อนหน้าว่าสวิทช์อีลิเมนต์มีบัฟเฟอร์ที่ว่างอยู่ให้ส่งแพ็คเก็ตมาได้ ซึ่งสวิทช์อีลิเมนต์ในสเตจหน้าจะส่งแพ็คเก็ตมาได้ก็ต่อเมื่อมีที่ว่างเท่านั้น ดังนั้นแพ็คเก็ตจึงไม่มีโอกาส loss ภายในสวิทช์อีลิเมนต์เลย แต่การ loss จะเกิดขึ้นที่จุดเชื่อมระหว่างระบบกับสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คเท่านั้น กล่าวคือเมื่อมีแพ็คเก็ตเข้ามาทางสายส่งหากสายส่งนั้นได้รับ สัญญาณควบคุมการส่งแล้วแพ็คเก็ตตัวดังกล่าวจะสามารถผ่านเข้าสู่บัฟเฟอร์ของ

สวิทช์อีลิเมนต์ที่อยู่ในสเตจแรกได้ แต่หากไม่ได้รับสัญญาณควบคุมการส่งแล้วแพ็คเก็ตตัวดังกล่าวจะ loss ไปทันที

สวิทช์อีลิเมนต์จะส่งสัญญาณควบคุมการส่งออกไปได้ก็ต่อเมื่อมีบัฟเฟอร์ว่างอยู่ซึ่งจำนวนสัญญาณควบคุมการส่งจะเท่ากับจำนวนบัฟเฟอร์ที่ว่างนั่นเองแต่ทั้งนี้จะไม่เกินขนาดของสวิทช์อีลิเมนต์นั่นคือไม่เกิน d

จะได้ว่าแพ็คเก็ตที่เข้ามาทางอินพุตพอร์ตของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คจะมีโอกาส loss ได้ดังนี้

loss probability = โอกาสที่จะมีแพ็คเก็ตเข้ามาทางอินพุตพอร์ต
* โอกาสที่แพ็คเก็ตจะไม่ได้รับสัญญาณควบคุมการส่ง

โอกาสที่แพ็คเก็ตจะไม่ได้รับสัญญาณควบคุมการส่ง

$= \sum_{0 \le i \le d}$ (โอกาสที่สวิทช์อีลิเมนต์จะรับแพ็คเก็ตได้อีก i แพ็คเก็ต * โอกาสที่สัญญาณทั้ง i สัญญาณไม่ตรงกับพอร์ตที่มีแพ็คเก็ตเข้ามา)

$$= \sum_{0 \le i \le d} \pi_1 (B-i).(d-i)/d \tag{3.54}$$

จะได้

$$\text{loss probability} = a.\sum_{0 \le i \le d} \pi_1 (B-i).(d-i)/d \tag{3.55}$$

3.3.3 Delay Time

หมายถึง เวลาเฉลี่ยที่แพ็คเก็ตใช้ในการเดินทางผ่านสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คซึ่งในการวิเคราะห์จำเป็นจะต้องแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็นทีละสวิทช์อีลิเมนต์เพราะสวิทช์อีลิเมนต์แต่ละกลุ่มในแต่ละสเตจจะมีภาวะของข้อมูลที่แตกต่างกันออกไป การคำนวนหา delay time ของเอาท์พุตพอร์ตใดๆของสวิทชิ่งเน็ตเวอร์คจึงเกิดจากการรวม average delay จากแต่ละสวิทช์อีลิเมนต์ที่เป็นทางผ่านของแพ็คเก็ตนั่นเอง ปัญหาจึงมาอยู่ที่การคำนวนหา average delay ของสวิทช์อีลิเมนต์แต่ละตัว

เมื่อพิจารณาแต่ละสวิทช์อีลิเมนต์ในแต่ละ time slot จะมีแพ็คเก็ตเข้ามาและออกไปอยู่ตลอดเวลา แต่แพ็คเก็ตที่มีอยู่ทั้งหมดในสวิทช์อีลิเมนต์อาจจะไม่สามารถออกไปจากสวิทช์อีลิเมนต์

ทั้งหมดใน time slot เดียวก็ได้ ซึ่งเป็นสาเหตุของการ delay ดังนั้น average delay ของสวิทช์อีลิเมนต์จะหาได้จาก[4]

average delay ในสวิทช์อีลิเมนต์ = $\dfrac{\text{จำนวนแพ็คเก็ตเฉลี่ยในสวิทช์อีลิเมนต์ในภาวะ steady state}}{\text{จำนวนแพ็คเก็ตเฉลี่ยที่เข้าสู่สวิทช์อีลิเมนต์ในภาวะ steady state}}$

จะได้

$$\text{average delay}_{SE} = \frac{\sum_{s=0}^{B} s\Pi(s)}{\sum_{j=0}^{d}\sum_{s=0}^{B} jp(j,s)\Pi(s)} \tag{3.56}$$

และ

$$\text{total delay} = \sum_{stage=1}^{\log_d N} average\ delay_{SE} \tag{3.57}$$

จากที่กล่าวมาข้างต้นทั้งหมดสามารถสรุปเป็นชุดสมการ Queueing model สำหรับใช้ในการคำนวณหาค่า π(i) ภายใต้ภาวะข้อมูลแบบฮ็อตสปอตแทรฟฟิคและพอยต์ทูพอยต์แทรฟฟิคได้ดังตารางที่ 3.1

และเมื่อได้ค่า π(i) ในสภาวะ steady state แล้วจึงสามารถนำเอาค่า π(i) เหล่านี้ไปใช้ในการคำนวณหาค่า throughput , loss probability และ delay time ได้โดยใช้สมการ (3.53) , (3.55) และ (3.57) ตามลำดับต่อไป.

ตารางที่ 3.1 สมการที่ใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆในการวิเคราะห์แชร์บัฟเฟอร์สวิทช์

Parameter	Uniform Traffic by TURNER	Hot Spot Traffic	Point to Point Traffic
π(i)	3.1	3.1	3.1
P(n)	3.2	3.2	3.2
λ(s1,s2)	3.3	3.3	3.3
p(j,s)	3.5	3.17	3.49
p_add	3.6	3.14	3.14
a	3.7	3.16	3.16
b	3.18	3.18	3.18
q(j,s)	3.19	3.30	3.30
Q(j,r)	-	3.31-3.46	3.31-3.46
Yd(r,s)	3.20	-	-
Ydh(r,s)	-	3.21	3.21
Ydo(r,s)	-	3.22	3.22