บทที่4

การคำนวณค่ายูนิตคอมมิตเมนต์โดยใช้วิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์

ในยุคแรกซึ่งเป็นช่วงต้นทศวรรษ 1960 วิธีการคำนวณค่ายูนิตคอมมิตเมนต์ที่เริ่มพัฒนาใช้กันคือ วิธี Priority List และในช่วงเวลาต่อมามีการพัฒนาเสนอใช้วิธีการโปรแกรมพลวัตร (Dynamic Programming) วิธี Mixed Integer Programming วิธี Benders Decomposition และวิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์ ตามลำดับ [12,18]

สำหรับวิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์ เริ่มมีการประยุกต์ใช้งานกับปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ โดย Muckstadt และ Koenig [3] แต่อัลกอริทึมที่เสนอนั้นใช้ เทคนิค Branch and Bound เป็นหลัก ดังนั้นแม้ว่าในส่วนที่ใช้วิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์จะทำให้ประสิทธิภาพการคำนวณดีขึ้น [12] แต่ในส่วนของวิธี Branch and Bound นั้นเพียงแต่ใช้ได้ผลดีกับระบบที่มีจำนวนยูนิตน้อยเนื่องจากต้องมีจำนวนโหนด (node) มากพอสำหรับทรี (tree) ที่ต้องใช้ในเทคนิคดังกล่าว[15] ต่อมาใน คศ. 1982 มีการพัฒนาใช้วิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์ สำหรับปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ในระบบไฟฟ้ากำลังขนาดใหญ่ ซึ่งเสนอโดย Merlin [6] และในช่วงเวลาต่อมา ได้มีการพัฒนาเพิ่มประสิทธิภาพของวิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์อีก ที่สำคัญคือการพัฒนาซึ่งเสนอโดย Aoki [9] และการพัฒนาซึ่งเสนอโดย Tong [13,14]

4.1 การกำหนดปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ (Problem Formulation)

ในหัวข้อนี้จะเป็นการกล่าวถึงการกำหนดรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการแทนปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ในระบบไฟฟ้าจริงด้วยรูปแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถใช้ในการคำนวณหาผลลัพธ์ที่ต้องการได้

4.1.1 สัญลักษณ์

i : ดัชนีของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

t : ดัชนีของเวลา

T : จำนวนของคาบเวลา สำหรับระยะเวลาที่กำหนด

N : จำนวนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทั้งหมด

P_i : กำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i

P_i^{min} : กำลังไฟฟ้าค่าน้อยที่สุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i

P_i^{max} : กำลังไฟฟ้าค่ามากที่สุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i

C_i (-) : ฟังก์ชัน ค่าเชื้อเพลิง (fuel cost function) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i

S_i (-) : ฟังก์ชัน ค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่อง (start-up cost function) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i

D_t : ความต้องการกำลังไฟฟ้า (demand) ในคาบเวลา t

R_t : กำลังผลิตสำรองที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ (spinning reserve) ในคาบเวลา t

mu_i : เวลาเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด (minimum up time) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i

md_i : เวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด (minimum down time) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i

x_i : ตัวแปรสถานะของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i

- เป็นเวลาเดินเครื่องสะสม (cumulative up time) ถ้า $x_i > 0$
- เป็นเวลาหยุดเดินเครื่องสะสม (cumulative down time) ถ้า $x_i < 0$

u_i : สถานะการคอมมิตเมนต์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i

$u_i = 0$ เครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i หยุดเดินเครื่อง (off)

$u_i = 1$ เครื่องกำเนิดไฟฟ้า หน่วยที่ i เดินเครื่อง (on)

λ : เวกเตอร์ขนาด T ประกอบด้วยชุดของตัวคูณแบบลากรองจ์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับ เงื่อนไขของการสมดุลย์กำลังไฟฟ้า

μ : เวกเตอร์ขนาด T ประกอบด้วยชุดของตัวคูณแบบลากรองจ์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับ เงื่อนไขของกำลังผลิตสำรองที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ

λ_t : ตัวคูณแบบลากรองจ์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับ เงื่อนไขของการสมดุลย์ กำลังไฟฟ้า ที่คาบเวลา t (เป็นสมาชิกที่ t ของ λ)

μ_t : ตัวคูณแบบลากรองจ์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับ เงื่อนไขของกำลังผลิตสำรอง ที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ ที่คาบเวลา t (เป็นสมาชิกที่ t ของ μ)

4.1.2 ค่าใช้จ่ายในการผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (unit operating costs)

ค่าใช้จ่ายในการผลิตไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า โดยปกติจะประกอบด้วย ค่าใช้จ่ายในด้านเชื้อเพลิง ด้านบำรุงรักษา และด้านการเริ่มเดินเครื่อง

ถ้าให้ $C_i(P_{it})$ เป็นค่าใช้จ่ายในด้านค่าเชื้อเพลิง สำหรับการผลิตกำลังไฟฟ้า P เมกกะวัตต์ของยูนิต i ในคาบเวลา t จะได้สมการดังนี้

$$C_i(P_{it}) = F_i * H_i(P_{it}) \tag{4.1.1}$$

โดยที่ $H_i(P_i)$ เป็นส่วนโค้งของอัตราความร้อน (heat rate curve) ของยูนิต i อาจใช้หน่วยเป็น MBTU/ชั่วโมง ส่วน F_i เป็นอัตราค่าเชื้อเพลิงของยูนิต i อาจใช้หน่วยเป็น $/MBTU หรือ บาท/MBTU ส่วนโค้งอัตราความร้อนของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ผลิตโดยผู้ผลิตที่ต่างกันมักแตกต่างกัน [7] ส่วนโค้งของอัตราความร้อนดังกล่าวมักมีลักษณะเป็น สมการเชิงเส้น (linear) สมการ piecewise linear สมการกำลังสอง (quadratic) หรือ สมการโพลีโนเมียล ถึงลำดับที่ห้า (fifth order) เนื่องจากเราถือว่า F_i มีค่าคงที่ ดังนั้นค่าเชื้อเพลิงในการผลิตไฟฟ้าตามสมการ (4.1.1) จึงจัดอยู่ในรูปของฟังก์ชันโพลีโนเมียล ได้ดังสมการ

$$C_i(P_{it}) = a_i + b_i P_{it} + c_i P_{it}^2 + d_i P_{it}^3 + \ldots\ldots \tag{4.1.2}$$

สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้ จะใช้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายด้านเชื้อเพลิง เป็นสมการกำลังสอง ซึ่งเชื่อว่ามีความถูกต้องเหมาะสมกว่า สมการแบบเชิงเส้น หรือแบบ piecewise linear

$$C_i(P_{it}) = a_i + b_i P_{it} + c_i P_{it}^2 \tag{4.1.3}$$

โดยที่ a_i b_i c_i เป็นสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ของยูนิต i

อุณหภูมิและความดัน (pressure) ภายในหม้อไอน้ำ (boiler) ของชุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังไอน้ำ (Thermal Unit) ต้องค่อยเพิ่มค่าให้มากขึ้นเป็นลำดับ ดังนั้นจะต้องใช้พลังงานส่วนหนึ่งในการทำให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ต้องการเดินเครื่อง มีอุณหภูมิและความดันของไอน้ำภายในหม้อไอน้ำเพียงพอต่อการขับเคลื่อนชุดกังหัน พลังงานที่ใช้นี้ถือเป็น ค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่อง (start up cost) ค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่องมีค่าแตกต่างกันขึ้นอยู่กับ อุณหภูมิของ

หม้อไอน้ำเป็นสำคัญ ค่าที่มากสุด เรียกว่าค่า Cold Start [2,6,11,16] ซึ่งจะเริ่มเดินเครื่องตั้งแต่หม้อไอน้ำมีค่าอุณหภูมิ ใกล้เคียง กับอุณหภูมิภายนอก ส่วนค่าใช้จ่ายเริ่มเดินเครื่องที่น้อยที่สุด ก็คือเมื่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเพิ่งจะหยุดเดินเครื่อง ดังนั้นหม้อไอน้ำและชุดกังหัน (turbine) ยังมีอุณหภูมิใกล้เคียง กับอุณหภูมิในการใช้งาน แต่ทั้งนี้ต้องคำนึงถึงขีดจำกัดของอุปกรณ์ซึ่งจะมีกำหนดในเงื่อนไขบังคับเป็นช่วงเวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด

ในทางปฏิบัติ สมมุติกันว่า อุณหภูมิของหม้อไอน้ำ ลดลงหรือเพิ่มขึ้น เป็นแบบเอ็กโปเนนเชียล ถ้าให้ $S_i\,(x_i)$ เป็นค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่องของยูนิต i เมื่อมี การหยุดเดินเครื่องมาแล้ว x_i ชั่วโมง จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$S_i\,(x_i) \;=\; b1_i\,[\,1 - \exp\,[-\,x_i\,/\,T_i]\,] + b2_i \qquad (4.1.4)$$

โดยที่ $b1_i$ เป็นค่าเชื้อเพลิงสำหรับ Cold Start ของยูนิต i และ $b2_i$ เป็นค่าใช้จ่ายที่รวมทั้งด้านการบำรุงรักษา และการปฏิบัติงานของยูนิต i ส่วน T_i อาจเรียกได้หลายแบบ คือ unit cooling speed [6] , boiler cool-down coefficient [7] , cooling constant [11] , thermal time constant [16] แต่มีความหมายคล้ายคลึงกัน คือเป็นค่าคงที่เวลาการเย็นลง ของหม้อไอน้ำหรือ ของชุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังไอน้ำนั่นเอง

4.1.3 <u>เงื่อนไขบังคับ (Constraints)</u>

เงื่อนไขบังคับของปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ อาจแบ่งให้สอดคล้องกับเทคนิคการคำนวณที่จะใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ ซึ่งอาศัยข้อดีของโครงสร้างพิเศษ (special structure) ของปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ โดยแบ่งเงื่อนไขบังคับเป็น 2 ประเภท ได้ดังนี้

4.1.3.1 เงื่อนไขบังคับร่วมกัน (Coupling Constraints)

เงื่อนไขบังคับประเภทนี้ เป็นเงื่อนไขบังคับที่มีผลร่วมกันต่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุกยูนิตในระบบ เงื่อนไขบังคับประการแรกคือ ความสมดุลย์กำลังไฟฟ้า (Power balance constraints) มีสาเหตุมาจาก เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะต้องจ่ายกำลังไฟฟ้าให้เพียงพอ กับความต้องการของระบบ (Demand) ซึ่งเป็นค่าโหลดและกำลังสูญเสียในระบบ ดังนั้นถ้าหากไม่คิดข้อจำกัดของระบบส่ง

แล้ว จะได้ว่ากำลังไฟฟ้าที่ผลิตรวมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุกยูนิตในระบบ ต้องเท่ากับความต้องการของระบบในแต่ละคาบเวลา t แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\sum_{i=1}^{N} P_{it} = D_t \qquad (4.1.5)$$

โดยที่ D_t เป็นความต้องการกำลังไฟฟ้าในคาบเวลา t

เนื่องจากในบางขณะเวลาอาจมีเหตุการณ์ในระบบ เช่น โหลดมีการเปลี่ยนแปลงโดยไม่ทราบล่วงหน้า (unforeseen load change) หรือเกิดเหตุขัดข้องที่ไม่คาดคิดขึ้นในระบบไฟฟ้า ซึ่งอาจทำให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้า ต้องถูกนำออกจากระบบทันที (Forced outage) ระบบไฟฟ้าจึงต้องมีกำลังผลิตสำรองที่พร้อมจะนำเข้าปฏิบัติงานได้ทันก่อนที่ความถี่ของระบบ (System frequency) จะต่ำลงมากจนเป็นอันตราย ต่ออุปกรณ์ภายในระบบไฟฟ้า หรือก่อนที่ความถี่ของระบบจะต่ำลงจนถึงระดับที่ระบบป้องกันความถี่ต่ำ (Under Frequency Relay) ทำงานปลดโหลดบางส่วนออกจากระบบ การสำรองลักษณะนี้ส่วนหนึ่งจะต้องใช้ กำลังผลิตสำรองที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ (Spinning Reserve) ซึ่งเป็นกำลังผลิตที่เหลือจากการจ่ายโหลดปกติของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุกยูนิตที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ โดยเมื่อมีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหลุดออกจากระบบ เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ยังคงอยู่ จะสามารถผลิตทดแทนภายในช่วงเวลาหนึ่ง

ดังนั้นถ้าหากไม่คิด การแบ่งกำลังผลิตสำรองระหว่างเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่มีอัตราการเพิ่มกำลังผลิตแตกต่างกัน และไม่คิดข้อจำกัดของระบบส่งแล้ว จะได้ความสัมพันธ์สำหรับเงื่อนไขบังคับของกำลังผลิตสำรองที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ (Spinning Reserve Constraints) ในแต่ละคาบเวลา t ดังสมการต่อไปนี้

$$\sum_{i=1}^{N} u_{it} P_i^{max} - D_t \geq R_t \qquad (4.1.6)$$

โดยที่ R_t เป็นกำลังผลิตสำรองที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ ในคาบเวลา t

4.1.3.2 เงื่อนไขบังคับของแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Unit Constraints)

เงื่อนไขบังคับประเภทนี้ เป็นเงื่อนไขบังคับที่เกี่ยวข้องเฉพาะ กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิต ประการแรกคือแต่ละยูนิตถูกออกแบบให้ปฏิบัติการจ่ายโหลดได้ ภายในขีดจำกัดที่กำหนด โดยจะสามารถจ่ายโหลดได้ไม่เกินหรือเท่ากับค่าๆหนึ่ง และจะสามารถจ่ายโหลดได้มาก

กว่าหรือเท่ากับค่าๆหนึ่ง เรียกว่าขีดจำกัดของกำลังการผลิต (Generating limits หรือ Capacity limits) เป็นเงื่อนไขบังคับแบบอสมการ (inequality constraint) แสดงดังต่อไปนี้

$$u_{it} P_i^{min} \leq P_{it} \leq u_{it} P_i^{max} \tag{4.1.7}$$

เงื่อนไขบังคับอีกประการเนื่องจากขีดจำกัดของอุปกรณ์ นั้นคือเมื่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเริ่มเดินเครื่องแล้ว ต้องยังคงเดินเครื่องอยู่อย่างน้อยที่สุดภายในช่วงเวลาหนึ่ง ก่อนที่จะสามารถหยุดเดินเครื่อง (shut down) ได้ เรียกช่วงเวลาดังกล่าวนี้ว่า เวลาเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด (minimum up time) แสดงความสัมพันธ์ของแต่ละยูนิต i ในคาบเวลา t ได้ดังต่อไปนี้

$$u_{it} = 1 \qquad \text{ถ้า} \quad 1 \leq x_{i(t-1)} < mu_i \tag{4.1.8}$$

โดยที่ $x_{i(t-1)}$ เป็นเวลาเดินเครื่องสะสมถึงคาบเวลา t-1 ของยูนิต i

ในทำนองเดียวกันเมื่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเริ่มหยุดเดินเครื่องแล้ว อย่างน้อยที่สุดต้องใช้เวลาหยุดเครื่องช่วงหนึ่ง ก่อนที่จะสามารถเริ่มเดินเครื่องขึ้นเพื่อจ่ายโหลดได้อีก เรียกช่วงเวลาดังกล่าวนี้ว่า เวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด (minimum down time) แสดงความสัมพันธ์ของแต่ละยูนิต i ในคาบเวลา t ได้ดังต่อไปนี้

$$u_{it} = 0 \qquad \text{ถ้า} \quad -md_i < x_{i(t-1)} \leq -1 \tag{4.1.9}$$

โดยที่ $x_{i(t-1)}$ เป็นเวลาหยุดเดินเครื่องสะสมถึงคาบเวลา t-1 ของยูนิต i

4.1.4 <u>ปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ (Unit Commitment Problem)</u>

เป้าหมายของปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ก็คือ ให้มีค่าใช้จ่ายในการผลิตไฟฟ้ามีค่าต่ำสุด ซึ่งก็คือ ค่าใช้จ่ายด้านเชื้อเพลิงในการผลิตไฟฟ้า และค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่อง โดยที่ผลลัพธ์ต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับต่างๆ

ดังนั้นปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ สามารถกำหนดรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ได้ดังต่อไปนี้

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{T} \left\{ \sum_{i=1}^{N} \left[u_{it} C_i(P_{it}) + u_{it} \left[1 - u_{i(t-1)} \right] S_i(x_{i(t-1)}) \right] \right\} \tag{4.1.10}$$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับ ดังต่อไปนี้

ก. เงื่อนไขบังคับร่วมกัน

ในสมการที่ (4.1.5),(4.1.6)

ข. เงื่อนไขบังคับของแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

ในสมการที่ (4.1.7),(4.1.8),(4.1.9)

ทั้งนี้ค่าเชื้อเพลิงในการผลิตไฟฟ้า $C_i(P_{it})$ เป็นฟังก์ชันแบบกำลังสอง ดังแสดงในสมการ (4.1.3) และค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่อง $S_i(x_{i(t-1)})$ เป็นฟังก์ชันแบบเอ็กโปเนนเชียล ดังแสดงในสมการ (4.1.4)

4.2 <u>ยูนิตคอมมิตเมนต์และปัญหาดูอัล</u>

ในหัวข้อนี้จะเป็นการกล่าวถึงการกำหนดรูปแบบของปัญหาพรีมัลและปัญหาดูอัล รวมทั้งกล่าวถึงกราฟสเตตซึ่งจะใช้ในการอธิบายลักษณะโครงสร้างของการคำนวณปัญหาย่อย

4.2.1 <u>ปัญหาพรีมัล (Primal Problem)</u>

ในที่นี้ต้องการคำนวณค่ายูนิตคอมมิตเมนต์ ดังนั้นปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ในสมการ (4.1.10) จะเป็นปัญหาพรีมัลซึ่งต้องการคำนวณหาผลลัพธ์ ทั้งนี้จะจัดรูปแบบของสมการดังกล่าวให้เหมาะสมต่อการกำหนดเป็นปัญหาดูอัลแบบลากรองจ์ ได้ดังต่อไปนี้

Min $F(P_{it}, u_{it})$

โดยที่

$$F(P_{it}, u_{it}) = \sum_{t=1}^{T} \{ \sum_{i=1}^{N} [u_{it} C_i(P_{it}) + u_{it} [1 - u_{i(t-1)}] S_i(x_{i(t-1)})] \} \tag{4.2.1}$$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับ ดังต่อไปนี้

ก. เงื่อนไขบังคับร่วมกัน

$$D_t - \sum_{i=1}^{N} P_{it} = 0 \tag{4.2.2}$$

$$D_t + R_t - \sum_{i=1}^{N} u_{it} P_i^{max} \leq 0 \quad (4.2.3)$$

ข. เงื่อนไขบังคับของแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

$$u_{it} P_i^{min} \leq P_{it} \leq u_{it} P_i^{max} \quad (4.2.4)$$

$$u_{it} = 1 \quad \text{ถ้า} \quad 1 \leq x_{i(t-1)} < mu_i \quad (4.2.5)$$

$$u_{it} = 0 \quad \text{ถ้า} \quad -md_i < x_{i(t-1)} \leq -1 \quad (4.2.6)$$

ปัญหาพรีมัลในสมการ (4.2.1) ถึงสมการ (4.2.6) เป็นการแทนการปฏิบัติการในระบบจริงอย่างง่าย โดยตัวแปรของปัญหาพรีมัลที่ต้องการทราบค่า คือ สถานะการคอมมิตเมนต์ u_{it} และระดับการจ่ายกำลังผลิต P_{it} ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิตในแต่ละคาบเวลา ปัญหาพรีมัลเป็นแบบไม่คอนเว็ก (non-convex) [6-15] เนื่องจากตัวแปรตัดสินใจ (decision variable) ในการคอมมิตเมนต์ u_{it} เป็นแบบดิสครีต (discrete)

4.2.2 ปัญหาดูอัลแบบลากรองจ์ (Lagrangian Dual Problem)

จากปัญหาพรีมัลในสมการ(4.2.1) จะได้ว่าเพียงแต่เงื่อนไขบังคับการสมดุลย์กำลังไฟฟ้าในสมการ (4.2.2) และเงื่อนไขบังคับกำลังผลิตสำรองที่เดินเครื่องอยู่ในระบบในสมการ (4.2.3) เท่านั้นที่เป็นเงื่อนไขบังคับร่วมกัน ซึ่งจะเชื่อมโยง (link) การปฏิบัติการของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุกยูนิต ดังนั้นเงื่อนไขบังคับร่วมกันนี้สามารถเชื่อมต่อกับปัญหาพรีมัลโดยใช้ตัวคูณแบบลากรองจ์สองชุดคือ λ และ μ จะได้ผลลัพธ์เป็นปัญหาดูอัลแบบลากรองจ์ ดังต่อไปนี้

Max $L(\lambda, \mu)$

ภายใต้เงื่อนไข $\mu \geq 0$

โดยที่

$$L(\lambda, \mu) = \min_{p,u} \sum_{t=1}^{T} \{ \sum_{i=1}^{N} [u_{it} C_i(P_{it}) + u_{it} [1 - u_{i(t-1)}] S_i(x_{i(t-1)})]$$

$$+ \lambda_t [D_t - \sum_{i=1}^{N} P_{it}] + \mu_t [D_t + R_t - \sum_{i=1}^{N} u_{it} P_i^{max}] \} \quad (4.2.7)$$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องในสมการ (4.2.4) ถึง (4.2.6)

เนื่องจาก $\mu_t \geq 0$ ดังนั้นจึงเป็นขอบเขตหลักของฟังก์ชันดูอัล L (λ , μ) ซึ่งหมายความว่าค่าฟังก์ชันดูอัลนี้จะไม่สามารถมีค่ามากกว่าค่าของฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในการผลิตของปัญหาพรีมัล ซึ่งค่ามากที่สุดของ L (λ , μ) จะเป็นขอบเขตล่างที่ใกล้ที่สุดที่จะให้ค่าที่เหมาะสมของปัญหาพรีมัลได้ ดังแสดงในทฤษฎีก่อนหน้านี้

จากปัญหาดูอัลแบบลากรองจ์ในสมการ (4.2.7) สามารถจัดรูปแบบของสมการ เพื่อความเหมาะสมในการหาค่าผลลัพธ์ โดยแยกพจน์ที่เป็นค่าคงที่ (Constant term) ออกไป จะได้สองสมการดังนี้

Max $L(\lambda, \mu)$

ภายใต้เงื่อนไข $\mu \geq 0$

โดยที่

$$L(\lambda, \mu) = \sum_{i=1}^{N} L_i(\lambda, \mu) + \sum_{t=1}^{T} [\lambda_t D_t + \mu_t [D_t + R_t]] \qquad (4.2.8)$$

$$L_i(\lambda, \mu) = \underset{p,u}{\text{Min}} \sum_{t=1}^{T} [u_{it} C_i(P_{it}) + u_{it}[1 - u_{i(t-1)}] S_i(x_{i(t-1)}) - \lambda_t P_{it} - \mu_t u_{it} P_i^{max}] \qquad (4.2.9)$$

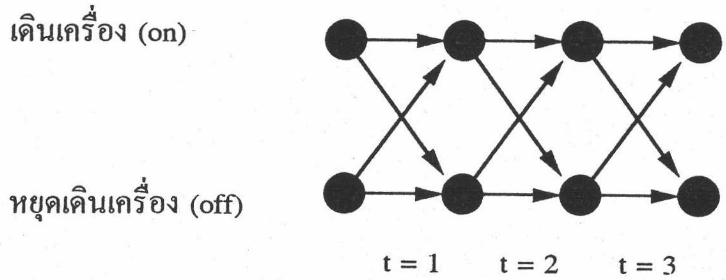
ภายใต้เงื่อนไขบังคับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องในสมการ (4.2.4) ถึง (4.2.6)

จะได้ว่า สมการ (4.2.9) และเงื่อนไขบังคับในสมการ (4.2.4) ถึง (4.2.6) เป็นปัญหาย่อยของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิต ซึ่งปัญหาย่อยนี้สามารถคำนวณหาผลลัพธ์โดยใช้วิธีการโปรแกรมพลวัตร รายละเอียดวิธีการคำนวณจะกล่าวในหัวข้อต่อๆไป

4.2.3 กราฟสเตต (State graph หรือ state transition diagram) [3,10,15]

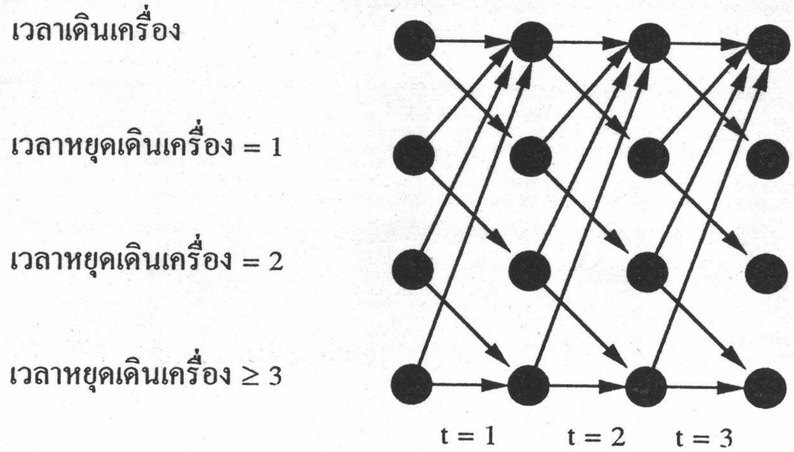
เมื่อแยกปัญหาดูอัลของยูนิตคอมมิตเมนต์ออกเป็น ปัญหาย่อยของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิต (single unit subproblems) แล้ว แต่ละปัญหาย่อยสามารถหาผลลัพธ์ได้ด้วย วิธีการโปรแกรมพลวัตร (dynamic programming) การหาสถานะสำหรับการคำนวณแบบ recursion ในวิธีการโปรแกรมพลวัตร ทำให้ได้แบบจำลองเป็นกราฟสเตต โดยกราฟนี้จะใช้แทนสถานะการปฏิบัติการของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแต่ละคาบเวลา ซึ่งกราฟจะมีหลายรูปแบบขึ้นอยู่กับเงื่อนไขบังคับที่จะใช้ในการคำนวณปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์

รูปแบบเบื้องต้น [3] สำหรับแสดงสถานะการปฏิบัติการของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิตในแต่ละคาบเวลาแสดงดังรูปที่ 4.1 โดยที่สถานะด้านบนใช้แทนการเดินเครื่อง และสถานะด้านล่างใช้แทนการหยุดเดินเครื่อง ส่วนเส้นที่แสดงทิศทางของกราฟสเตตใช้แทนการตัดสินใจที่เป็นไปได้



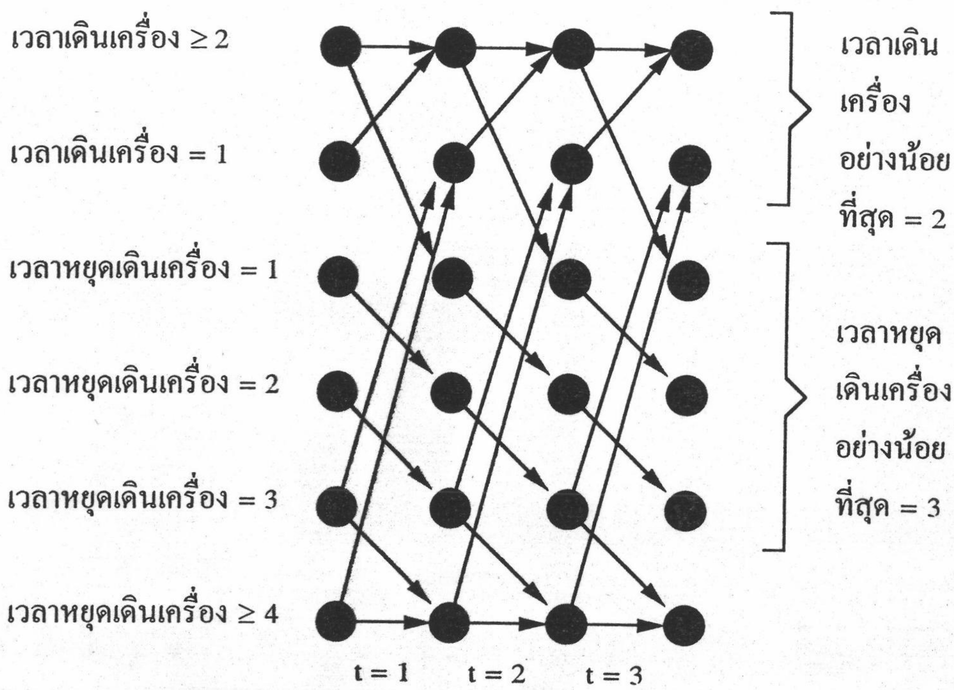
รูปที่ 4.1 กราฟสเตตสำหรับรูปแบบเบื้องต้น

จากรูปแบบเบื้องต้นในรูปที่ 4.1 อาจขยายกราฟสเตตด้วยการเพิ่มเงื่อนไขของปัญหาจริงโดยที่การเพิ่มนี้ต้องไม่มีกระทบกับการแยกปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ออกเป็นปัญหาย่อย เงื่อนไขที่จะเพิ่มคือค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่องที่ขึ้นกับเวลา (time dependent start-up cost) เนื่องจากค่าใช้จ่ายขึ้นอยู่กับจำนวนเวลาที่หยุดเดินเครื่อง ดังนั้นกราฟสเตตจึงต้องมีการขยายให้ทราบถึงจำนวนเวลาที่หยุดเดินเครื่องในแต่ละคาบเวลา รูปที่ 4.2 แสดงกราฟสเตตเมื่อรวมค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่องที่ขึ้นกับเวลา [3] โดยโหนดหรือสถานะในแต่ละคาบเวลาแทนการเดินเครื่องหรือหยุดเดินเครื่อง ส่วนเส้นแสดงทิศทางใช้แทนการตัดสินใจที่เป็นไปได้ในการเปลี่ยนสถานะ



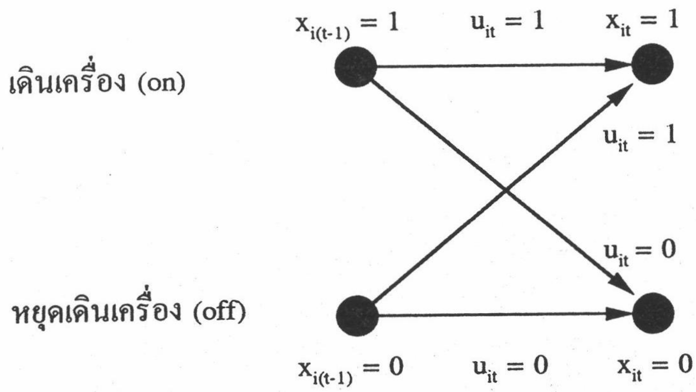
รูปที่ 4.2 กราฟสเตตเมื่อรวมค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่องที่ขึ้นกับเวลา

จากกราฟสเตตในรูปที่ 4.2 จะเพิ่มเงื่อนไขบังคับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า คือ เวลาเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุดและเวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด รูปที่ 4.3 แสดงตัวอย่างกราฟสเตตเมื่อรวมค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่องและรวมผลของเวลาเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด กับเวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด[10] ในรูปที่ 4.3 นี้สมมุติให้เวลาเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุดเท่ากับสองคาบเวลาและเวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุดเท่ากับสามคาบเวลา โดยที่โหนดในแต่ละคาบเวลาแทนจำนวนเวลาที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเดินเครื่องหรือหยุดเดินเครื่อง ส่วนเส้นแสดงทิศทางใช้แทนการตัดสินใจที่เป็นไปได้ในการเปลี่ยนสถานะ



รูปที่ 4.3 กราฟสเตตเมื่อรวมค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่องและรวมเงื่อนไขบังคับของเวลาเดินเครื่องกับเวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด

กราฟสเตตแสดงให้เห็น โครงสร้างเฉพาะของการหาค่าน้อยที่สุดของปัญหาย่อย (minimization subproblem) ซึ่งทำให้มองเห็นภาพได้อย่างชัดเจนว่า มีลักษณะคล้ายกับปัญหาเส้นทางที่สั้นที่สุด (shortest path problem) กราฟสเตตจะมีตัวแปรคือ u เป็นตัวแปรการตัดสินใจ (decision variable) และ x เป็นตัวแปรสถานะ (state variable) แสดงตัวอย่างการใช้ค่าตัวแปรของกราฟสเตตในรูปแบบเบื้องต้น [15] ในรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 ตัวอย่างการกำหนดค่าตัวแปรของกราฟสเตตในรูปแบบเบื้องต้น

โดยที่ u_{it} เป็นตัวแปรการตัดสินใจใช้บอกสถานะการคอมมิตเมนต์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i ในคาบเวลา t ว่าจะเดินเครื่อง (1 = on) หรือหยุดเดินเครื่อง (0 = off) ส่วน $x_{i(t-1)}$ เป็นตัวแปรสถานะใช้บอกสถานะที่ผ่านมาของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i ในคาบเวลา t ว่าเดินเครื่อง หรือหยุดเดินเครื่อง แต่ในกรณีที่เป็นกราฟสเตตที่รวมเงื่อนไขบังคับแล้ว $x_{i(t-1)}$ จะใช้บอกสถานะที่ผ่านมาของเครื่องที่ i ในคาบเวลา t ว่าเดินเครื่องหรือหยุดเดินเครื่องมาแล้วกี่คาบเวลา ซึ่งก็คือ เวลาเดินเครื่องหรือหยุดเดินเครื่องสะสม (cumulative) นั่นเอง

ความสัมพันธ์ระหว่าง x_{it} กับ u_{it} สำหรับกราฟสเตตในกรณีที่รวมค่าใช้จ่ายของการเริ่มเดินเครื่องที่ขึ้นกับเวลาและเงื่อนไขบังคับเวลาเดินเครื่องกับเวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด แสดงได้ดังนี้

ก) ความสัมพันธ์ทั่วไป

$$x_{it} = \begin{cases} x_{i(t-1)} + 1 & \text{ถ้า } x_{i(t-1)} \geq 1 \text{ และ } u_{it} = 1 \\ -1 & \text{ถ้า } x_{i(t-1)} \geq 1 \text{ และ } u_{it} = 0 \\ x_{i(t-1)} - 1 & \text{ถ้า } x_{i(t-1)} \leq -1 \text{ และ } u_{it} = 0 \\ 1 & \text{ถ้า } x_{i(t-1)} \leq -1 \text{ และ } u_{it} = 1 \end{cases} \qquad (4.2.10)$$

ข) เงื่อนไขบังคับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง

- เวลาเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด (mu_i)

$$u_{it} = 1 \quad \text{ถ้า} \quad 1 \leq x_{i(t-1)} < mu_i$$

- เวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด (md_i)

$$u_{it} = 0 \quad \text{ถ้า} \quad -md_i < x_{i(t-1)} \leq -1$$

4.3 การประยุกต์ใช้วิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์

ในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึงรายละเอียดของการประยุกต์ใช้วิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์ ตั้งแต่อัลกอริทึมที่เคยนำเสนอมาแล้วและอัลกอริทึมที่จะใช้ ตลอดจนถึงขั้นตอนและรายละเอียดการคำนวณในแต่ละส่วนของวิธีดังกล่าว

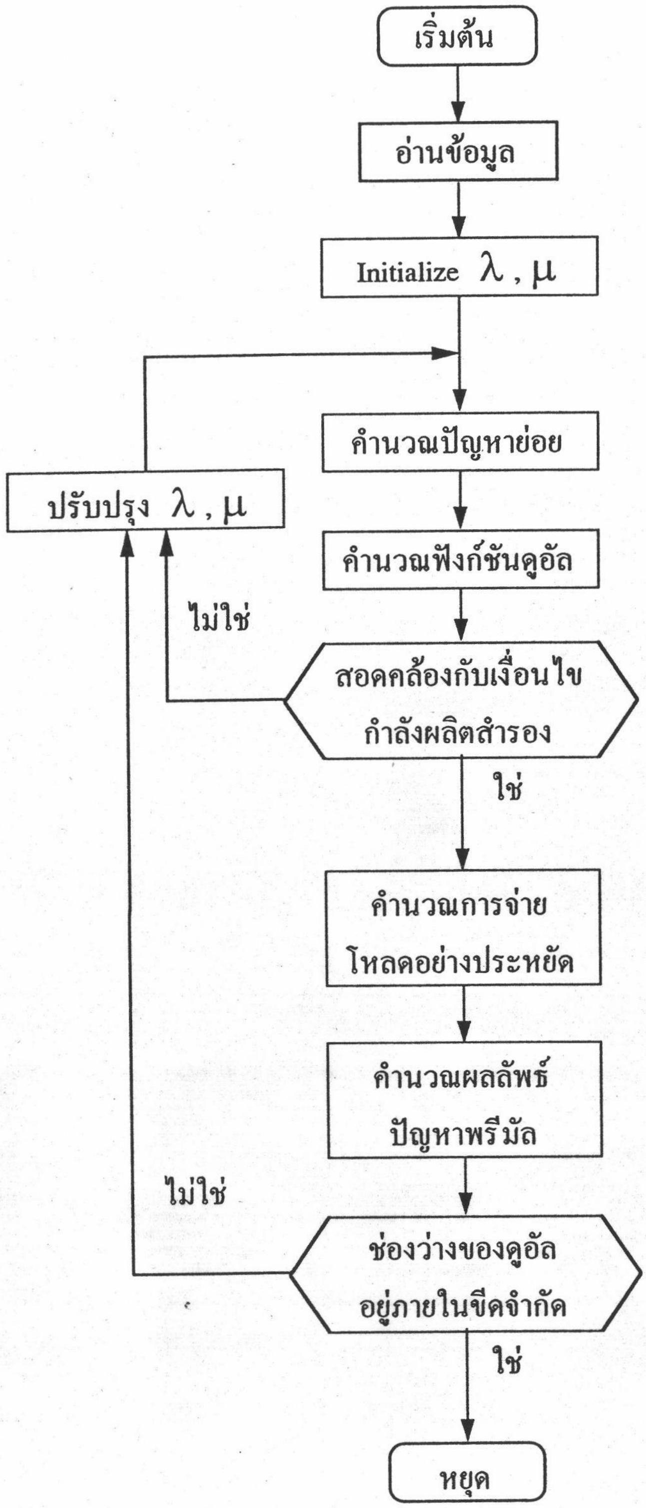
4.3.1 อัลกอริทึม

อัลกอริทึมที่ได้มีการเสนอใช้งานกันนั้น จากการศึกษาของผู้วิจัยเห็นว่า อาจแยกได้เป็นสองประเภท ตามรูปแบบการคำนวณที่คล้ายกัน ได้ดังนี้

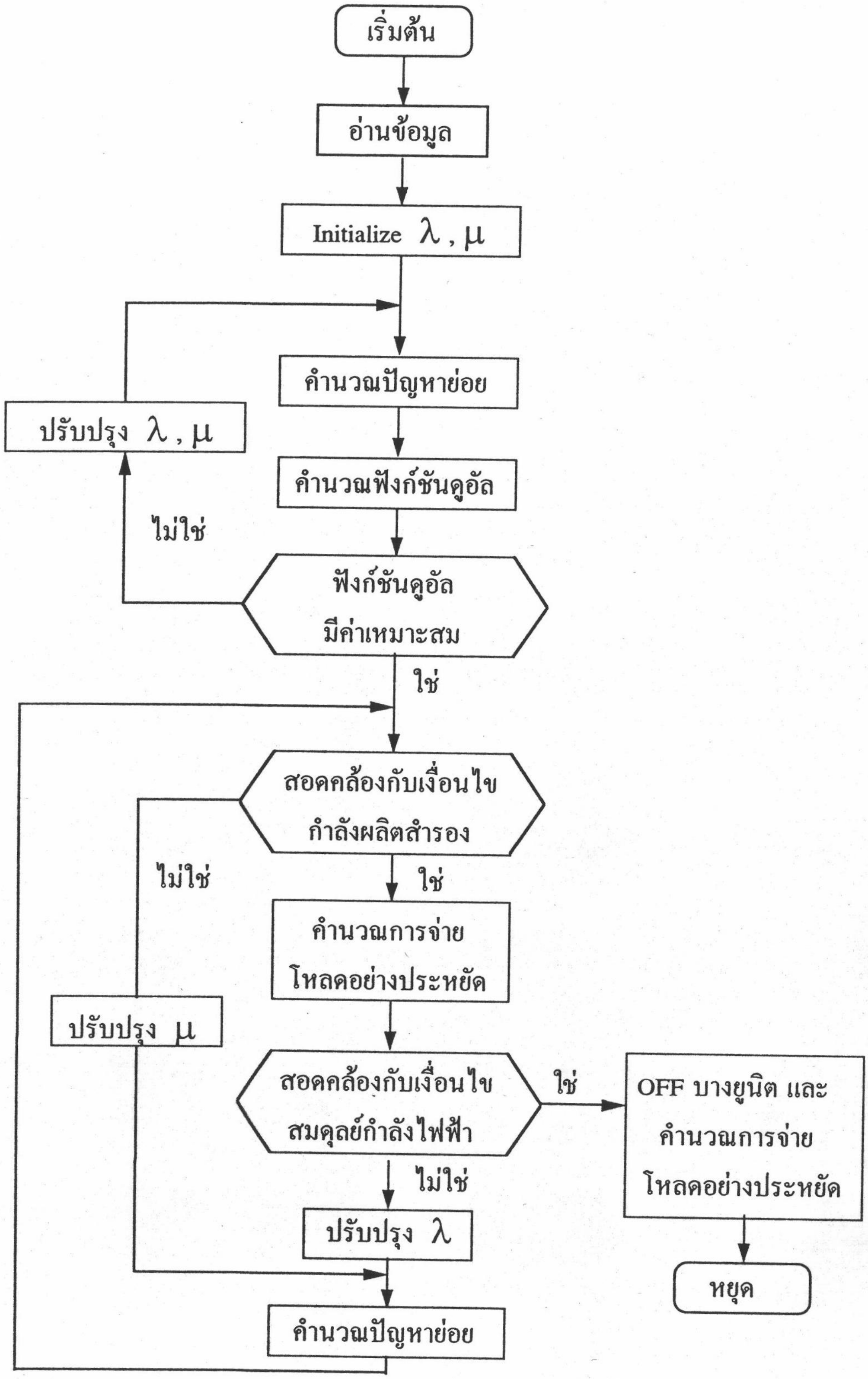
แบบแรก เป็นอัลกอริทึมที่ใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมของปัญหาพรีมัล ด้วยการตรวจสอบช่องว่างของดูอัล ซึ่งเป็นค่าแตกต่างระหว่างปัญหาดูอัลและปัญหาพรีมัล ผู้ที่ใช้อัลกอริทึมในรูปแบบนี้ ได้แก่ A. Merlin [6] , F. Bard [11] และ D.P. Bertsekas [15] แสดงตัวอย่างอัลกอริทึมของ A. Merlin ได้ดังรูปที่ 4.5

แบบที่สอง เป็นอัลกอริทึมที่ใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมของปัญหาพรีมัล ด้วยการตรวจสอบค่ามากที่สุดของปัญหาดูอัล ผู้ที่ใช้อัลกอริทึมในรูปแบบนี้ ได้แก่ K. Aoki [9] , Fulin Zhuang [10] และ S.K. Tong [13,14] แสดงตัวอย่างอัลกอริทึมของ S.K. Tong เมื่อพิจารณาเฉพาะเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อน ได้ดังรูปที่ 4.6

เมื่อเปรียบเทียบอัลกอริทึมทั้งสองรูปแบบ จะเห็นว่าแบบแรก ดังรูปที่ 4.5 มีการตรวจสอบช่องว่างของดูอัล ทั้งนี้ถ้ามีค่าอยู่ภายในขีดจำกัดที่กำหนด เช่น 0.5 เปอร์เซนต์ เป็นต้น ก็จะถือว่าได้ผลลัพธ์ของปัญหาพรีมัล หรือปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ ที่ใกล้ค่าเหมาะสมดีเพียงพอต่อการใช้งาน ซึ่งเป็นวิธีการหาผลลัพธ์ที่ดี แต่มีข้อเสียคือเป็นวิธีที่ไม่มีประสิทธิภาพ [12] เนื่องจากทุกครั้งที่ได้ผลลัพธ์ของปัญหาดูอัลที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับกำลังผลิตสำรองแล้ว จะต้องคำนวณการจ่ายโหลดอย่างประหยัดเพื่อหาผลลัพธ์ของปัญหาพรีมัล เพื่อใช้ตรวจสอบช่องว่างของดูอัลซึ่งเป็นค่าแตกต่างระหว่างปัญหาดูอัลและปัญหาพรีมัล ขบวนการกระทำซ้ำเช่นนี้ทำให้ใช้เวลาในการคำนวณเพิ่มขึ้น ส่วนอัลกอริทึมในแบบที่สอง ดังรูปที่ 4.6 จะแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนหลัก โดยในขั้นตอนแรกจะเป็นการหาค่าที่เหมาะสมของปัญหาดูอัลซึ่งเป็นค่ามากที่สุด ทั้งนี้ตามทฤษฎีแล้วจะให้ค่าที่ใกล้ค่าเหมาะสมของปัญหาพรีมัล แล้วจึงจะคำนวณค่าของปัญหาพรีมัลในขั้นตอนที่สองต่อไป อัลกอริทึมในแบบที่สองจึงเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพ กว่าแบบแรก ดังนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้อัลกอริทึมในแบบที่สอง



รูปที่ 4. 5 ผังงานแสดงอัลกอริทึมของ A.Merlin



รูปที่ 4.6 ผังงานแสดงอัลกอริทึมของ S.K. Tong

อัลกอริทึมของวิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์ ที่จะประยุกต์ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แสดงดังรูปที่ 4.7 เมื่อป้อนข้อมูลซึ่งประกอบด้วย เงื่อนไขของแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ฟังก์ชันค่าเชื้อเพลิงในการเดินเครื่อง ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่อง ความต้องการกำลังไฟฟ้า และกำลังผลิตสำรองที่เดินเครื่องอยู่ในระบบแล้ว ก็จะกำหนดค่าเริ่มต้นของ λ และ μ ต่อไปเป็นการคำนวณซึ่งจะประกอบด้วย 2 ขั้นตอนหลัก ดังต่อไปนี้

4.3.1.1 การคำนวณค่าที่เหมาะสมของปัญหาดูอัล

การคำนวณปัญหาดูอัลแบบลากรองจ์นี้ เป็นการหาค่ามากที่สุดของปัญหาดูอัลในสมการ (4.2.7) การคำนวณค่าของสมการนี้จะใช้กระบวนการกระทำซ้ำ (iterative process) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณปัญหาย่อย

การคำนวณปัญหาย่อย เป็นการหาค่าของสมการ (4.2.9) ภายใต้เงื่อนไขบังคับของสมการ (4.2.4) ถึง (4.2.6) ทั้งนี้ค่า λ และ μ มีค่าคงที่ในการคำนวณแต่ละครั้ง ซึ่งการคำนวณปัญหาย่อยนี้จะใช้วิธีการโปรแกรมพลวัตร ส่วนขั้นตอนและรายละเอียดจะแสดงในหัวข้อ 4.3.2

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณปัญหาดูอัล

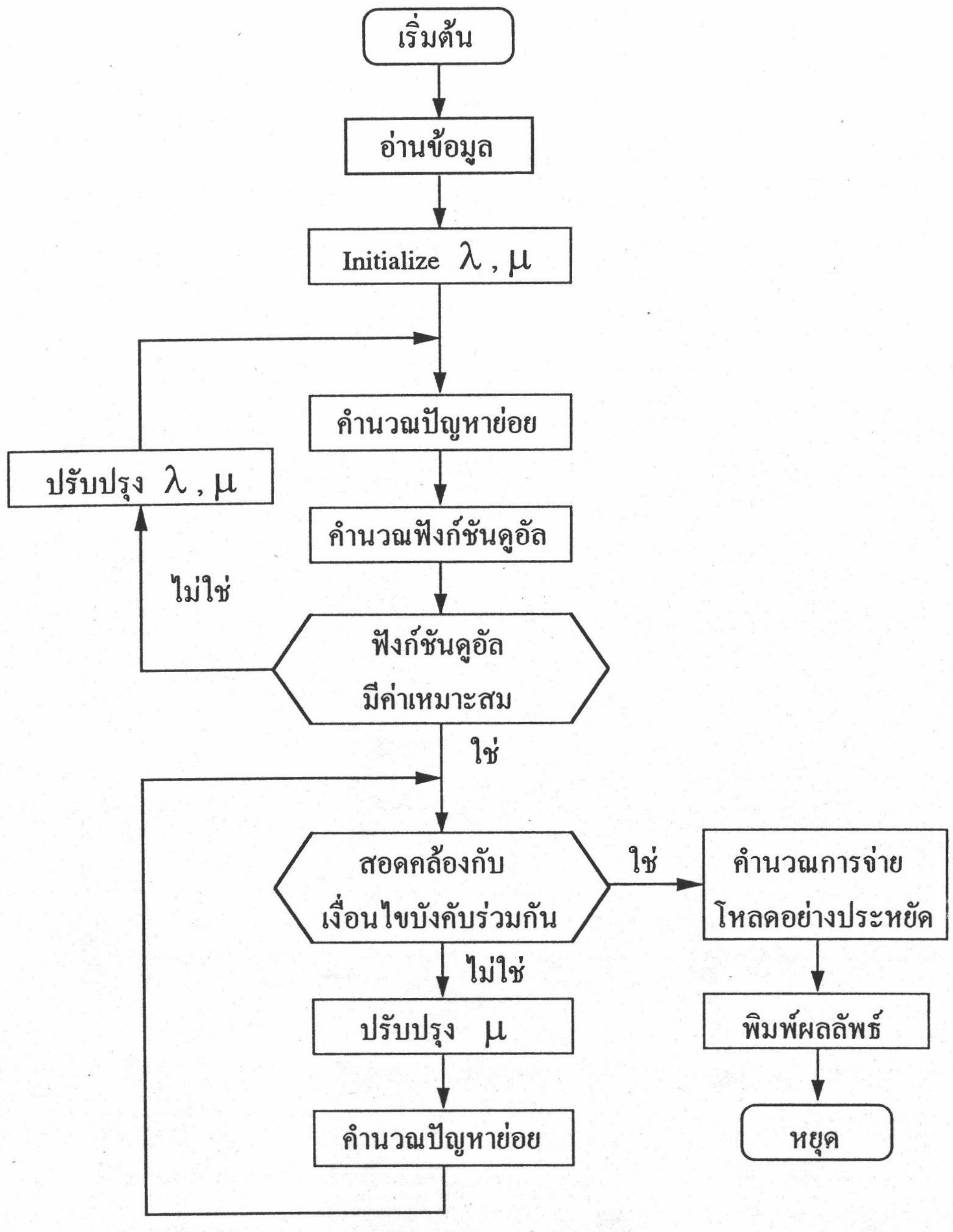
การคำนวณปัญหาดูอัลหรือฟังก์ชันดูอัล เป็นการหาค่าของสมการ (4.2.8) โดยจะใช้ผลลัพธ์ของปัญหาย่อยจากสมการ (4.2.9) มารวมกับเทอมที่เป็นค่าคงที่ซึ่งเป็นค่าความต้องการและกำลังผลิตสำรองที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ

ขั้นตอนที่ 3 ค่าที่เหมาะสมของปัญหาดูอัล

เป็นการตรวจสอบค่าที่เหมาะสมของปัญหาดูอัล ซึ่งถ้ายังไม่ได้ค่ามากที่สุดหรือค่าใกล้เคียงพอเพียงแล้วก็ไปยังขั้นตอนที่ 4 แต่ถ้าได้รับค่ามากที่สุดหรือค่าใกล้เคียงพอเพียงแล้วก็เสร็จสิ้นการคำนวณปัญหาดูอัล แล้วไปยังส่วนการคำนวณค่าที่เหมาะสมของปัญหาพรีมัลในหัวข้อ 4.3.1.2 ต่อไป

ขั้นตอนที่ 4 การปรับปรุง λ และ μ

ในวิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์แล้ว กฎเกณฑ์สำหรับการเลือกค่า λ และ μ ก็คือหาค่าที่ทำให้ฟังก์ชันดูอัลมีค่ามากที่สุด เมื่อปรับปรุง λ และ μ จากค่าเดิมแล้ว ก็กลับไปยังขั้นตอนที่ 1 อีกครั้ง สำหรับเทคนิคการปรับปรุง λ และ μ ที่จะใช้ในวิทยานิพนธ์นี้คือ วิธีซับเกรเดียนต์ ซึ่งขั้นตอนและรายละเอียดการคำนวณจะแสดงในหัวข้อ 4.3.3



รูปที่ 4. 7 ผังงานแสดงอัลกอริทึมของวิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์

4.3.1.2 การคำนวณหาผลลัพธ์ของปัญหาพรีมัล

การคำนวณปัญหาพรีมัลนี้ เป็นการหาค่าที่เหมาะสมของปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ในสมการ (4.2.1) โดยใช้ผลลัพธ์จากปัญหาดูอัลในหัวข้อ 4.3.1.1 เนื่องจากปัญหาพรีมัลเป็นแบบไม่คอนเว็ก (non-convex) [6-15] ดังนั้นผลลัพธ์ที่เหมาะสมของปัญหาดูอัลจะไม่เท่ากับผลลัพธ์ที่เหมาะสมของปัญหาพรีมัล แต่จะเป็นขอบเขตล่างโดยที่ค่าแตกต่างระหว่างปัญหาพรีมัลและปัญหาดูอัลเรียกว่า ช่องว่างของดูอัล (duality gap) การคำนวณในหัวข้อนี้จะใช้กระบวนการกระทำซ้ำ ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับร่วมกัน

ผลลัพธ์ของปัญหาดูอัลนั้น จะสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในสมการ (4.2.4) ถึง (4.2.6) เนื่องจากผลการคำนวณในลักษณะปัญหาย่อยของแต่ละยูนิต แต่อาจจะไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับร่วมกัน ดังนั้นจะนำสถานะของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุกยูนิตมาตรวจสอบการเชื่อมโยงโดยตรวจสอบกับเงื่อนไขบังคับร่วมกันในสมการ (4.2.2) และ (4.2.3) แต่เนื่องจากในคาบเวลา t ใดๆนั้น ถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เดินเครื่องในระบบสอดคล้องกับสมการ (4.2.3) แล้ว ก็หมายถึงมีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เดินเครื่องจำนวนเพียงพอ สำหรับค่าความต้องการและกำลังผลิตสำรองในระบบ ดังนั้นย่อมสอดคล้องกับสมการ (4.2.2) ด้วย โดยเพียงแต่ปรับกำลังการผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิตให้เหมาะสมเท่านั้น ฉะนั้นการสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับร่วมกันเพียงแต่ตรวจสอบกับเงื่อนไขบังคับกำลังผลิตสำรอง [6,10] ในสมการ (4.2.3) ก็เพียงพอแล้ว ดังนั้นสำหรับวิธีการที่ใช้ในขั้นตอนนี้จะใช้การตรวจสอบเงื่อนไขบังคับกำลังผลิตสำรอง ถ้าผลลัพธ์ที่ได้ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวก็ไปยังขั้นตอนที่สอง แต่ถ้าผลลัพธ์สอดคล้องแล้วก็ข้ามไปขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 2 ปรับปรุงค่า μ และคำนวณปัญหาย่อย

การปรับปรุง μ ในขั้นตอนนี้แตกต่างจากการปรับปรุง λ และ μ ในการคำนวณปัญหาดูอัล โดยรายละเอียดจะแสดงในหัวข้อ 4.3.3 เช่นกัน เมื่อปรับปรุง μ แล้ว ต้องคำนวณปัญหาย่อยอีกครั้งแล้วกลับไปขั้นตอนที่ 1

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณการจ่ายโหลดอย่างประหยัด

เมื่อได้สถานะการเดินเครื่องของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิต ที่เหมาะสมหรือใกล้เคียงค่าที่เหมาะสมแล้ว ก็นำสถานะดังกล่าวมาคำนวณว่าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เดินเครื่องนั้นยูนิตใดควรจะจ่ายโหลดเท่าไร จึงจะทำให้มีต้นทุนการผลิตต่ำสุด เรียกว่าการจ่ายโหลดอย่างประหยัด ซึ่งจะ

เป็นผลให้สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับการสมดุลย์กำลังไฟฟ้าในสมการ (4.2.2) ด้วย ขั้นตอนและรายละเอียดของวิธีการจะแสดงในหัวข้อ 4.3.4

เมื่อเสร็จสิ้นการคำนวณดังกล่าวทั้งสองขั้นตอนหลักแล้ว ผลลัพธ์ในส่วนของแผนการเดินเครื่องจะได้สถานะการเดินเครื่องหรือหยุดเดินเครื่องของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในระบบพร้อมปริมาณการจ่ายโหลดของแต่ละยูนิต และในส่วนของต้นทุนในการผลิตจะได้ค่าใช้จ่ายด้านเชื้อเพลิงในการผลิตจากการคำนวณการจ่ายโหลดอย่างประหยัด มารวมกับค่าใช้จ่ายในการเริ่มเดินเครื่องจากปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ ดังนั้นจะได้ต้นทุนในการผลิตรวมที่เหมาะสมในการผลิตพลังงานไฟฟ้าสำหรับช่วงเวลาที่กำหนด

4.3.2 <u>การคำนวณผลลัพธ์ของปัญหาย่อย</u>

จากการพัฒนาในเทคนิคด้านการโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ พบว่าปัญหาบางอย่างสามารถแก้ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ถ้าโครงสร้างพิเศษของปัญหาเหล่านี้จะถูกแยกออกและรวมเข้าในขั้นตอนการออปติไมเซชัน [12] วิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์อาศัยข้อดีของโครงสร้างเฉพาะในปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ดังกล่าวมาแล้ว ดังนั้นจึงได้แยกการคำนวณปัญหาดูอัลเป็นปัญหาย่อย การคำนวณปัญหาย่อยในลักษณะนี้ เนื่องจากขนาดที่ลดลงทำให้การคำนวณง่ายขึ้น และเนื่องจากเป็นการคำนวณของแต่ละยูนิตทำให้เป็นเรื่องง่ายในการที่จะเพิ่มเงื่อนไขบังคับต่างๆ ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิตได้ [7,12]

การคำนวณผลลัพธ์ของปัญหาย่อยในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึงรายละเอียดเกี่ยวกับรูปแบบของสมการ และขั้นตอนที่ใช้ในการคำนวณ ดังต่อไปนี้

4.3.2.1 รูปแบบของสมการ

จากปัญหาย่อยของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิต ในสมการ (4.2.9)

$$L_i(\lambda,\mu) = \min_{p,u} \sum_{t=1}^{T} \left[u_i C_i(P_{it}) + u_{it}[1 - u_{i(t-1)}] S_i(x_{i(t-1)}) - \lambda_t P_{it} - \mu_t u_{it} P_i^{max} \right]$$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง

การหาค่าน้อยที่สุดของปัญหาย่อยจำนวน N ปัญหานี้ แต่ละปัญหาจะใช้วิธีการโปรแกรมพลวัตรในการหาผลลัพธ์ เนื่องจากข้อดีที่สำคัญของวิธีการโปรแกรมพลวัตรก็คือสามารถดำเนินการกับเงื่อนไขบังคับเวลาเดินเครื่อง และเวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุดของแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้าได้อย่างถูกต้อง [13,14]

การหาผลลัพธ์ของสมการ (4.2.9) จะได้สมการของวิธีการโปรแกรมพลวัตรสำหรับการคำนวณค่า ดังต่อไปนี้

$$V(x_{it},t) = \underset{p,u}{\text{Min}} \{ u_{it} C_i(P_{it}) + u_{it}[1 - u_{i(t-1)}] S_i(x_{i(t-1)}) - \lambda_t P_{it} - \mu_t u_{it} P_i^{max} + V(x_{i(t-1)},t-1) \} \quad (4.3.1)$$

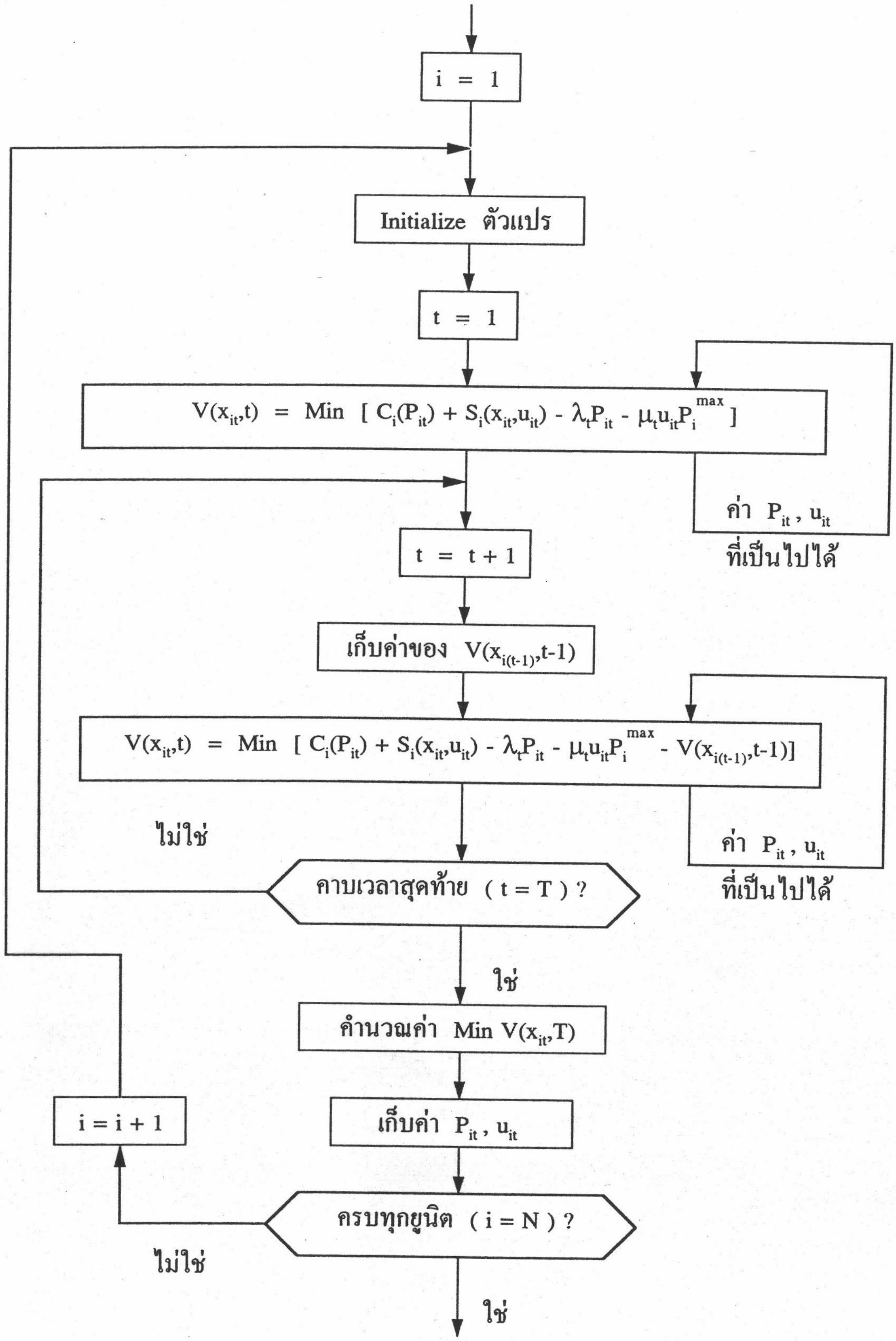
โดยที่ $V(x_{it},t)$ เป็นค่าใช้จ่ายรวมต่ำที่สุด ตั้งแต่จากสถานะและเวลาเริ่มต้นจนถึงสถานะและเวลา (x_{it},t) ส่วน $C_i(P_{it})$ เป็นค่าใช้จ่ายด้านเชื้อเพลิงในสถานะและเวลา (x_{it},t) เป็นฟังก์ชันแบบกำลังสองดังแสดงในสมการ (4.1.3) ส่วน $S_i(x_{i(t-1)})$ เป็นค่าใช้จ่ายเริ่มเดินเครื่องจากสถานะและเวลา $(x_{i(t-1)},t-1)$ ไปยังสถานะและเวลา (x_{it},t) เป็นฟังก์ชันแบบเอ็กโปเนนเชียลดังแสดงในสมการ (4.1.4) ส่วน $V(x_{i(t-1)},t-1)$ เป็นค่าใช้จ่ายรวมต่ำที่สุด ตั้งแต่สถานะและเวลาเริ่มต้นจนถึงสถานะและเวลา $(x_{i(t-1)},t-1)$ ส่วน (p,u) เป็นขอบเขตที่เป็นไปได้ของ P_{it},u_{it} ภายใต้เงื่อนไขบังคับของแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในสมการ (4.2.4) ถึง (4.2.6) ส่วน x_{it} กับ u_{it} มีความสัมพันธ์ดังแสดงในสมการ (4.2.10)

4.3.2.2 ขั้นตอนการคำนวณ

แสดงลำดับขั้นตอนการคำนวณหาผลลัพธ์ได้ในผังงาน ดังรูปที่ 4.8 และแสดงลักษณะการคำนวณในแบบการหาค่าน้อยที่สุดของปัญหาย่อยที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาเส้นทางที่สั้นที่สุดดังตัวอย่างในกราฟสเตต รูปที่ 4.3

สรุปขั้นตอนการหาผลลัพธ์ของปัญหาย่อย ได้ดังนี้

1) พิจารณาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทีละยูนิต เรียงตามลำดับ เริ่มจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้ายูนิตแรก (i = 1)
2) Initialize ค่าตัวแปร $V(x_{it},t)$
3) พิจารณาคำนวณสมการ (4.3.1) ทีละคาบเวลาเรียงตามลำดับ เริ่มจากคาบเวลาแรก



รูปที่ 4.8 ผังงานแสดงขั้นตอนการคำนวณค่าของปัญหาย่อย

4) คำนวณ $V(x_{it},t)$ ในสมการ (4.3.1) โดยที่ในการคำนวณนั้น

- ใช้ค่าตัวคูณ λ_t และ μ_t ที่กำหนดเป็นค่าคงที่มาแล้วในแต่ละคาบเวลา t
- ใช้ค่า P_{it} และ u_{it} ที่เป็นไปได้ ซึ่งค่านี้ต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ยูนิตที่ i นั้น

รายละเอียดการคำนวณของ P_{it} และ u_{it} ที่เป็นไปได้จะแสดงในหัวข้อ 4.3.2.3

5) เก็บค่า $V(x_{it},t)$ ที่คำนวณได้ในคาบเวลา t เพื่อใช้ในการคำนวณสำหรับคาบเวลาต่อไป

6) คำนวณ $V(x_{it},t)$ ในสมการ (4.3.1) ครบทุกคาบเวลาแล้วหรือไม่

- ถ้ายังไม่ครบทุกคาบเวลา ($t \neq T$) พิจารณาคาบเวลาต่อไป ($t = t + 1$) แล้วกลับไปขั้นตอนที่ 4)
- ถ้าครบทุกคาบเวลาแล้ว ($t = T$) ไปยังขั้นตอนต่อไป

7) เปรียบเทียบค่า $V(x_{it},T)$ ของแต่ละเส้นทาง (path) เพื่อหาค่าน้อยที่สุด

8) เก็บค่า P_{it} และ u_{it} จากเส้นทางที่ให้ค่าสมการ $V(x_{it},T)$ มีค่าน้อยที่สุด

9) คำนวณสมการครบทุกยูนิต แล้วหรือไม่

- ถ้ายังไม่ครบทุกยูนิต ($i \neq N$) พิจารณายูนิตต่อไป ($i = i + 1$) แล้วกลับไปขั้นตอนที่ 2)
- ถ้าครบทุกยูนิต ($i = N$) แล้วก็เสร็จสิ้นการคำนวณปัญหาย่อย ไปยังขบวนการอื่นต่อไป

การคำนวณปัญหาย่อยลักษณะนี้ เป็นการคำนวณเฉพาะของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิต โดยมีตัวคูณ λ และ μ เป็นตัวเชื่อมโยงการปฏิบัติการร่วมกันของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ทุกยูนิต ดังนั้นผลลัพธ์ P_{it} และ u_{it} ซึ่งแทนลักษณะการทำงานของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะเป็นค่าที่เหมาะสม ก็ต่อเมื่อค่า λ และ μ ที่นำมาใช้ในการคำนวณเป็นค่าที่เหมาะสม

4.3.2.3 ขั้นตอนการคำนวณของ P_{it} และ u_{it} ที่เป็นไปได้

การคำนวณค่า P_{it} และ u_{it} ที่เป็นไปได้นี้ จะใช้เงื่อนไขบังคับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง ในสมการ (4.2.4) ถึง (4.2.6) และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร x และ u ในสมการ (4.2.10) เป็นส่วนสำคัญในการคำนวณ

สรุปขั้นตอนการหาผลลัพธ์ของค่า P_{it} และ u_{it} ที่เป็นไปได้ สำหรับเครื่องกำเนิดไฟฟ้ายูนิต i ในคาบเวลา t ได้ดังนี้

1) พิจารณาสถานะเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ในคาบเวลาที่ผ่านมา ($x_{i(t-1)}$)
   ในกรณีเป็นคาบเวลาเริ่มต้น ค่านี้คือสถานะเริ่มต้น (x_{i0})
2) ตรวจสอบว่าสถานะ $x_{i(t-1)}$ อยู่ภายในขีดจำกัดของเวลาเดินเครื่อง
   อย่างน้อยที่สุด ($1 \leq x_{i(t-1)} < mu_i$) หรือไม่
   2.1) ถ้าสถานะมีค่าอยู่ภายในขีดจำกัดดังกล่าว จะได้ว่า
   - สถานะ $x_{it} = x_{i(t-1)} + 1$
   - ค่าที่เป็นไปได้ $u_{it} = 1$ และ $P_{it} = P_i^{min}, P_i^{max}$
   - คำนวณสมการ $V(x_{it}, t)$ และเก็บค่าที่น้อยที่สุด
     แล้วไปยังขั้นตอนที่ 5
   2.2) ถ้าสถานะไม่มีค่าอยู่ภายในขีดจำกัดดังกล่าว ไปยังขั้นตอนที่ 3 ต่อไป
3) ตรวจสอบว่าสถานะ $x_{i(t-1)}$ อยู่ภายในขีดจำกัดของเวลาหยุดเดินเครื่อง
   อย่างน้อยที่สุด ($md_i < x_{i(t-1)} \leq -1$) หรือไม่
   3.1) ถ้าสถานะมีค่าอยู่ภายในขีดจำกัดดังกล่าว จะได้ว่า
   - สถานะ $x_{it} = x_{i(t-1)} - 1$
   - ค่าที่เป็นไปได้ $u_{it} = 0$ และ $P_{it} = 0$
   - คำนวณสมการ $V(x_{it}, t)$ และเก็บค่าที่น้อยที่สุด
     แล้วไปยังขั้นตอนที่ 5
   3.2) ถ้าสถานะไม่มีค่าอยู่ภายในขีดจำกัดดังกล่าว ไปยังขั้นตอนที่ 4 ต่อไป
4) ตรวจสอบว่าสถานะ $x_{i(t-1)}$ เป็นเวลาสะสมของการเดินเครื่องหรือหยุดเดินเครื่อง
   4.1) กรณีเป็นเวลาเดินเครื่องสะสม ($x_{i(t-1)} \geq 1$)
   แยกคำนวณค่าเป็นสองกรณี คือ
   กรณีที่ 1 เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเดินเครื่องต่อไป จะได้ว่า
   - สถานะ $x_{it} = x_{i(t-1)} + 1$
   - ค่าที่เป็นไปได้ $u_{it} = 1$ และ $P_{it} = P_i^{min}, P_i^{max}$
   - คำนวณสมการ $V(x_{it}, t)$ และเก็บค่าที่น้อยที่สุด
   กรณีที่ 2 เครื่องกำเนิดไฟฟ้าหยุดเดินเครื่อง จะได้ว่า
   - สถานะ $x_{it} = -1$
   - ค่าที่เป็นไปได้ $u_{it} = 0$ และ $P_{it} = 0$
   - คำนวณสมการ $V(x_{it}, t)$ และเก็บค่าที่น้อยที่สุด
   คำนวณค่าทั้งสองกรณี แล้วไปยังขั้นตอนที่ 5

4.2) กรณีเป็นเวลาหยุดเดินเครื่องสะสม ($x_{i(t-1)} \leq -1$)

แยกคำนวณค่าเป็นสองกรณี คือ

กรณีที่ 1 เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเดินเครื่องขึ้นมา จะได้ว่า

- สถานะ $x_{it} = 1$
- ค่าที่เป็นไปได้ $u_{it} = 1$ และ $P_{it} = P_i^{min}, P_i^{max}$
- คำนวณสมการ V (x_{it},t) และเก็บค่าที่น้อยที่สุด

กรณีที่ 2 เครื่องกำเนิดไฟฟ้าหยุดเดินเครื่องต่อไปอีก จะได้ว่า

- สถานะ $x_{it} = x_{i(t-1)} - 1$
- ค่าที่เป็นไปได้ $u_{it} = 0$ และ $P_{it} = 0$
- คำนวณสมการ V (x_{it},t) และเก็บค่าที่น้อยที่สุด

คำนวณค่าทั้งสองกรณี แล้วไปยังขั้นตอนที่ 5

5) พิจารณาสถานะ $x_{i(t-1)}$ ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ยูนิต i ครบทุกสถานะแล้วหรือไม่

- ถ้ายังไม่ครบทุกสถานะ กลับไปขั้นตอนที่ 1
- ถ้าคำนวณครบทุกสถานะแล้ว ไปยังขบวนการอื่นต่อไป

ขั้นตอนการคำนวณค่าในหัวข้อ 4.3.2.3 นี้ เป็นรายละเอียดส่วนหนึ่งของขั้นตอนการคำนวณในหัวข้อ 4.3.2.2

4.3.3 การปรับปรุงค่า λ และ μ

ตัวคูณแบบลากรองจ์ λ และ μ เป็นส่วนสำคัญในการใช้วิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์ เพราะเป็นสิ่งที่เชื่อมโยงเงื่อนไขบังคับร่วมกัน ทำให้สามารถแยกคำนวณเป็นปัญหาย่อยได้ ซึ่ง λ และ μ อาจแปลความหมายเป็นเครื่องชี้ทางเศรษฐศาสตร์ (economic indicators) [6] โดยมีหน่วยเป็น บาท / MWH หรือ $ / MWH λ_t และ μ_t อาจจะอธิบายได้ว่าเป็น ราคาหน่วยสุดท้าย (marginal cost) ในคาบเวลา t [11] ซึ่งหมายถึง ค่าใช้จ่ายในการผลิตพลังงานไฟฟ้าเพิ่มหนึ่งหน่วยในคาบเวลา t สำหรับส่วนการจ่ายโหลดและส่วนกำลังผลิตสำรองตามลำดับ ดังนั้นในการคำนวณปัญหาย่อยของแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้า จะให้ผลลัพธ์ต้นทุนในการผลิตมีค่าต่ำที่สุดตามค่าของ λ_t และ μ_t

การปรับค่าของ λ และ μ ดังกล่าว จะแบ่งออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 การปรับเพื่อคำนวณค่าที่เหมาะสมของปัญหาดูอัล

เทคนิคการปรับปรุง λ และ μ ที่ได้มีการประยุกต์ใช้งานกันอยู่มี 2 วิธีการหลัก คือ วิธีซับเกรเดียนต์ (subgradient) [6,7,10,11,17] และวิธีวาเรียเบิลเมตริก (variable metric) [9,13,14] จากการศึกษาสามารถเปรียบเทียบข้อดีข้อเสียของแต่ละวิธีการได้ดังนี้ วิธีวาเรียเบิลเมตริก มีข้อดีคือในขั้นตอนการคำนวณจะใช้จำนวนกระบวนการกระทำซ้ำน้อย แต่มีข้อเสียคือผลลัพธ์ที่ได้ในบางคาบเวลามีความคลาดเคลื่อนมาก ส่วนวิธีซับเกรเดียนต์ มีข้อเสียคือในขั้นตอนการคำนวณจะใช้จำนวนกระบวนการกระทำซ้ำค่อนข้างมาก แต่มีข้อดีคือผลลัพธ์ที่ได้ในทุกคาบเวลามีความคลาดเคลื่อนน้อย

ในขั้นตอนการคำนวณจะปรับ λ และ μ แล้วจึงคำนวณปัญหาย่อย แต่เนื่องจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีขีดจำกัดเวลาเดินเครื่องและเวลาหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุดซึ่งสามารถคำนวณด้วยวิธีโปรแกรมพลวัตรในปัญหาย่อยเท่านั้น ดังนั้นด้วยผลของขีดจำกัดดังกล่าวทำให้ λ_t และ μ_t ในคาบเวลา t ใดๆมีผลกระทบต่อคาบเวลาอื่นด้วย การปรับ λ และ μ จึงจำเป็นต้องใช้จำนวนกระบวนการกระทำซ้ำที่มากพอเพื่อให้สามารถปรับค่าที่เหมาะสมได้ แต่ในวิธีวาเรียเบิลเมตริกใช้จำนวนกระบวนการกระทำซ้ำน้อยทำให้ในบางคาบเวลาผลลัพธ์มีความคลาดเคลื่อนมาก เนื่องจากผลของขีดจำกัดเวลาเดินเครื่องและหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด ซึ่งไม่สามารถนำไปคำนวณในวิธีการปรับ λ และ μ ได้โดยตรง

ดังนั้นการปรับ λ และ μ ให้ได้ค่าที่เหมาะสม สำหรับการหาค่ามากที่สุดของฟังก์ชันดูอัลนั้น ในวิทยานิพนธ์นี้จะประยุกต์ใช้อัลกอริทึมซับเกรเดียนต์ (subgradient) ซึ่งจะได้ว่า λ และ μ สามารถปรับค่าที่กระบวนการคำนวณซ้ำ (Iteration) ที่ k ด้วยความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$\lambda^{k+1} = \lambda^{k} + r^{k} [S1^{k} / | S^{k} |] \quad (4.3.2)$$

$$\mu^{k+1} = \mu^{k} + r^{k} [S2^{k} / | S^{k} |] \quad (4.3.3)$$

โดยที่ $S1^k$ และ $S2^k$ เป็นค่าซับเกรเดียนต์ของฟังก์ชันดูอัลที่ λ^k และ μ^k ตามลำดับ ส่วน r^k เป็นระยะในการเคลื่อนที่ของ λ^k และ μ^k ไปตามทิศทางของซับเกรเดียนต์ $S1^k$ และ $S2^k$ ซึ่งกำหนดค่าได้ดังนี้

$$r^{k} = 1 / [a + b*k] \quad (4.3.4)$$

ทั้งนี้ a และ b เป็นค่าคงที่บวก ซึ่งค่าคงที่นี้จะแตกต่างกันสำหรับข้อกำหนดที่แตกต่างกัน [7] และเป็นพารามิเตอร์ซึ่งจำเป็นต้องหาจากการสังเกตุและทดลอง (empirical) [10] จากสมการ (4.3.4) อาจเขียนได้อีกรูปแบบ [7,11] คือ $r^k \rightarrow 0$ ในขณะที่ $k \rightarrow \infty$ ซึ่งมีความหมายว่า เมื่อจำนวนกระบวนการกระทำซ้ำเพิ่มขึ้น จะทำให้ระยะในการเคลื่อนที่ครั้งต่อไปลดลง

จากการศึกษาพบว่าระยะในการเคลื่อนที่ของ λ^k และ μ^k ซึ่งกำหนดด้วย r^k นั้น ต้องกำหนดค่าคงที่ a และ b ของระยะ r^k ให้เหมาะสมกับแต่ละระบบ โดยระยะ r^k จะมีค่าลดลงเรื่อยๆตามจำนวนกระบวนการกระทำซ้ำที่ k ดังนั้นจะไม่มีปัญหาในการประยุกต์ใช้งานกับระบบหนึ่งๆ แต่จะมีปัญหาในการศึกษาระบบขนาดต่างๆ เพราะต้องเลือกค่าคงที่ a และ b ที่เหมาะสม

เพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าวในวิทยานิพนธ์นี้จึงปรับปรุงโดยใช้แฟกเตอร์ปรับค่าของระยะ r^k โดยมีหลักการว่า ในกรณีที่ผลลัพธ์ของปัญหาดูอัลในกระบวนการกระทำซ้ำที่ผ่านมามีค่าเปลี่ยนแปลงมากกว่าค่าๆหนึ่ง ซึ่งแสดงว่าผลลัพธ์ยังห่างจากค่ามากที่สุดของปัญหาดูอัลก็ใช้แฟกเตอร์ c1 ซึ่งมีค่ามากกว่า 1 คูณกับระยะ r^k เพื่อเพิ่มระยะให้เข้าใกล้ค่าที่ต้องการเร็วขึ้น ส่วนในกรณีที่ผลลัพธ์ของปัญหาดูอัลมีค่าเปลี่ยนแปลงน้อยกว่าค่าๆนั้น ซึ่งแสดงว่าผลลัพธ์เข้าใกล้ค่ามากที่สุดของปัญหาดูอัลแล้วก็ใช้แฟกเตอร์ c2 ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 1 คูณกับระยะ r^k เพื่อลดระยะให้สามารถปรับตัวเข้าใกล้ค่ามากที่สุดได้แม่นยำขึ้นดังแสดงในสมการ (4.3.5) ดังนั้นในโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจึงสามารถใช้ศึกษาระบบทดสอบทั้งสามขนาดดังแสดงในบทที่ 5 โดยไม่ต้องปรับค่าคงที่ a และ b สำหรับแต่ละระบบอีก

$$\begin{aligned} r^k &= c1 * r^k \\ r^k &= c2 * r^k \end{aligned} \tag{4.3.5}$$

สำหรับการประยุกต์ใช้ซับเกรเดียนต์กับฟังก์ชันดูอัลของยูนิตคอมมิตเมนต์ จะได้ว่าค่าซับเกรเดียนต์ในแต่ละคาบเวลาใด ก็คือ ค่าคลาดเคลื่อนของเงื่อนไขบังคับสมดุลย์กำลังไฟฟ้าและค่าคลาดเคลื่อนของเงื่อนไขบังคับกำลังผลิตสำรองในคาบเวลานั้น โดยสามารถคำนวณซับเกรเดียนต์จากฟังก์ชันดูอัล ได้ดังนี้

$$S1_t^k = D_t - \sum_{i=1}^{N} P_{it} \tag{4.3.6}$$

$$S2_t^k = D_t + R_t - \sum_{i=1}^{N} u_{it} P_i^{max} \qquad (4.3.7)$$

$$| S_t^k | = \sqrt{[S1_t^k]^2 + [S2_t^k]^2} \qquad (4.3.8)$$

ดังนั้นถ้าผลรวมกำลังการผลิตของ เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ มีค่าน้อยกว่าค่าความต้องการที่พยากรณ์ในแต่ละคาบเวลา t หรือค่ากำลังผลิตสำรองที่เดินเครื่องอยู่ในระบบมีค่าน้อยกว่าที่ระบุไว้แล้ว ซับเกรเดียนต์จะมีค่าเป็นบวก ดังนั้น λ และ μ จะมีค่าเพิ่มขึ้น ในทำ นองเดียวกันถ้าผลลัพธ์ดังกล่าวมีค่ามากกว่าที่ต้องการแล้ว ซับเกรเดียนต์จะมีค่าเป็นลบ ดังนั้น λ และ μ จะมีค่าลดลง การปรับปรุง λ และ μ จะเป็นเช่นนี้จนกระทั่งได้ค่าที่เหมาะสมซึ่งทำให้ฟังก์ชันดูอัลมีค่ามากที่สุด แต่ในทางปฏิบัติแล้วการปรับปรุง λ และ μ ให้ได้ค่าที่เหมาะสม จะใช้จำนวนกระบวนการกระทำซ้ำค่อนข้างมาก เพราะยังมีผลจากเงื่อนไขบังคับโดยที่การปรับสถานะการเดินเครื่องหรือหยุดเดินเครื่องของยูนิตใดๆในคาบเวลา t อาจจะมีผลกระทบต่อสถานะของยูนิตนั้นในคาบเวลาต่อไป เนื่องจากเงื่อนไขบังคับของเวลาในการเดินเครื่องและหยุดเดินเครื่องอย่างน้อยที่สุด หรือในทำนองเดียวกันการจะปรับสถานะของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ายูนิตใดยูนิตหนึ่งในคาบเวลา t อาจจะมีข้อจำกัดเนื่องจากผลของสถานะของยูนิตนั้นในคาบเวลาที่ผ่านมา

สถานะการคอมมิตเมนต์ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าของ λ และ μ อาจจะมีความไว (Sensitive) ต่อการเปลี่ยนแปลงของ λ และ μ โดยที่การปรับค่าเพียงเล็กน้อยอาจจะเป็นผลให้ต้องเดินเครื่องหรือหยุดเดินเครื่องหลายยูนิต ทั้งนี้ปัญหาเรื่องความไวนี้จะมีผลมากต่อระบบไฟฟ้าซึ่งเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวนหลายยูนิตมีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในการผลิตเหมือนกันหรือคล้ายกันมาก [12,13,14] ดังนั้นอาจจะต้องมีการปรับฟังก์ชันค่าเชื้อเพลิงที่เหมือนกันให้แตกต่างกันเล็กน้อยเพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว

สำหรับเครื่องหมายของ λ และ μ จากทฤษฎี [17] ของปัญหาดูอัล จะได้ว่าค่า μ ซึ่งเกี่ยวข้องกับเงื่อนไขบังคับแบบอสมการ มีเงื่อนไขว่า $\mu \geq 0$ ดังนั้นจึงต้องกำหนดความสัมพันธ์ส่วนนี้ในการคำนวณผลลัพธ์ด้วย เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง ส่วนค่า λ ซึ่งเกี่ยวข้องกับเงื่อนไขบังคับแบบสมการไม่จำกัดเครื่องหมายโดยจะเป็นค่าบวกหรือค่าลบก็ได้ แต่สำหรับปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์แล้ว λ มีความหมายเป็นราคาหน่วยสุดท้าย [11] ดังนั้นจะมีค่าเป็นบวกเสมอ

กรณีที่ 2 การปรับเพื่อคำนวณหาผลลัพธ์ของปัญหาพรีมัล

เมื่อได้รับค่ามากที่สุดของปัญหาดูอัลแล้ว ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นค่าใกล้เคียงกับค่าที่เหมาะสมของปัญหาพรีมัลตามทฤษฎีดูอัล แต่ผลลัพธ์ของปัญหาดูอัลที่ได้รับในบางคาบเวลาอาจจะไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับกำลังผลิตสำรอง [9,10,13,14] ดังนั้นจึงต้องปรับปรุง μ ซึ่งเป็นตัวคูณแบบลากรองจ์ที่เกี่ยวข้องกับเงื่อนไขดังกล่าว แล้วคำนวณผลอีกครั้ง โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาคาบเวลา t

เป็นการหาคาบเวลา t ที่ซึ่งเงื่อนไขบังคับกำลังผลิตสำรองในสมการ (4.2.3) มีความคลาดเคลื่อนมากที่สุด แล้วไปยังขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2 ปรับปรุง μ และคำนวณปัญหาย่อย

ปรับค่าที่ขบวนการกระทำซ้ำ k ด้วยความสัมพันธ์ดังนี้

$$\mu_t^{k+1} = \mu_t^k + \Delta \mu_t^k \tag{4.3.9}$$

โดยที่ $\Delta \mu_t^k \geq 0$ ส่วนตัวคูณแบบลากรองจ์ค่าอื่นๆไม่เปลี่ยนแปลงยังคงใช้ค่าที่ขบวนการกระทำซ้ำก่อนหน้านี้ ต่อไปจึงคำนวณปัญหาย่อยดังรายละเอียดในหัวข้อ 4.3.2 โดยใช้ λ และ μ ที่ปรับปรุงใหม่นี้ แล้วไปยังขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบเงื่อนไขกำลังผลิตสำรอง

นำผลลัพธ์ที่ได้ตรวจสอบ กับเงื่อนไขบังคับกำลังผลิตสำรอง ถ้าผลลัพธ์ที่ได้ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวก็กลับไปยังขั้นตอนที่ 1 แต่ถ้าผลลัพธ์ที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขแล้วก็จะได้สถานะการคอมมิตเมนต์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เหมาะสมแล้วสามารถนำไปคำนวณการจ่ายโหลดอย่างประหยัดได้

วิธีการปรับปรุง μ แล้วคำนวณผลดังกล่าวข้างต้นมีเหตุผลดังนี้ เนื่องจาก μ_t เกี่ยวข้องกับเงื่อนไขบังคับกำลังผลิตสำรอง ดังนั้นเมื่อปริมาณกำลังผลิตสำรองที่เดินเครื่องในระบบมีไม่เพียงพอในคาบเวลา t ก็ต้องปรับ μ_t ใหม่ให้มีค่าเพิ่มขึ้นเพื่อให้สามารถเดินเครื่องบางยูนิตซึ่งเดิมหยุดเดินเครื่องในคาบเวลา t จึงต้องคำนวณปัญหาย่อยอีกครั้ง แต่ขณะที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้ายูนิตนั้นเดินเครื่องขึ้นมาในคาบเวลา t อาจจะมีผลให้ต้องหยุดการเดินเครื่องในคาบเวลาอื่นโดยจะเป็นไปตามการคำนวณค่าน้อยที่สุดของปัญหาย่อย ดังนั้นการปรับค่าดังกล่าวจึงต้องทำเป็นขบวนการกระทำซ้ำ

4.3.4 <u>การจ่ายโหลดอย่างประหยัด (Economic Dispatch)</u>

ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดคือการที่จะให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องใดจ่ายโหลดเท่าไร จึงจะทำให้มีค่าใช้จ่ายในการผลิตรวมของระบบต่ำที่สุด ในวิทยานิพนธ์นี้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดเป็นปัญหาย่อยของปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ซึ่งต้องการทราบปริมาณการจ่ายโหลดของแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ เพื่อให้มีกำลังผลิตรวมเพียงพอกับความต้องการ (Demand) ของระบบซึ่งเป็นปริมาณโหลดกับกำลังสูญเสียในระบบ อย่างไรก็ดีกำลังการสูญเสียในระบบจะไม่ถูกนำมาพิจารณาในการคำนวณการจ่ายโหลดอย่างประหยัด

4.3.4.1 การกำหนดปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด

สำหรับปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดแล้ว ค่าใช้จ่ายในการผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ก็คือฟังก์ชันค่าใช้จ่ายด้านเชื้อเพลิงของปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์นั่นเอง ดังนั้นจะได้ว่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในการผลิต ก็คือ

$$C_i(P_{it}) = a_i + b_i P_{it} + c_i P_{it}^2 \qquad (4.3.10)$$

ค่าใช้จ่ายในการผลิตรวมของระบบในคาบเวลา t ก็คือผลรวมของค่าใช้จ่ายในการผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง ดังนี้

$$C_t = \sum_{i=1}^{N} u_{it} C_i(P_{it}) \qquad (4.3.11)$$

โดยที่ C_t เป็นค่าใช้จ่ายในการผลิตรวมของระบบในคาบเวลา t ดังนั้นปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดคือ การทำให้ค่าใช้จ่ายในการผลิตรวมของระบบในคาบเวลา t (C_t) มีค่าต่ำสุดนั่นเอง

เนื่องจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในระบบต้องจ่ายโหลดให้พอเพียง ดังนั้นกำลังไฟฟ้าที่ผลิตรวมของระบบในแต่ละคาบเวลา t จะต้องเท่ากับความต้องการในคาบเวลานั้น ดังนี้

$$\sum_{i=1}^{N} u_{it} P_{it} = D_t \qquad (4.3.12)$$

โดยที่ D_t เป็นความต้องการกำลังไฟฟ้าในคาบเวลา t

เครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิตจะมีขีดจำกัดในการจ่ายโหลด นั้นคือจะสามารถจ่ายโหลดได้ไม่เกินหรือเท่ากับค่าๆหนึ่ง และจะสามารถจ่ายโหลดได้มากกว่าหรือเท่ากับค่าๆหนึ่ง ดังนี้

$$u_{it} P_i^{min} \leq P_{it} \leq u_{it} P_i^{max} \tag{4.3.13}$$

4.3.4.2 หลักการคำนวณ

จากหัวข้อ 4.3.4.1 จะได้ว่าการจ่ายโหลดอย่างประหยัดเป็นการทำให้ค่าใช้จ่ายในการผลิตรวมของระบบในสมการ (4.3.11) มีค่าต่ำสุด โดยการปรับกำลังไฟฟ้าที่ผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องให้สอดคล้องกับสมการ (4.3.12) และมีเงื่อนไขบังคับตามสมการ (4.3.13)

ตามหลักคณิตศาสตร์แล้วสามารถเพิ่มฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ เข้ากับฟังก์ชันเป้าหมายโดยใช้ multiplier ดังนั้นจากสมการข้างต้นจะได้ฟังก์ชันลากรองจ์ ดังนี้

$$F = C_t - \lambda_t \left[\sum_{i=1}^{N} u_{it} P_{it} - D_t \right] \tag{4.3.14}$$

จากทฤษฎี Kuhn - Tucker จะได้ว่าเงื่อนไขจำเป็นสำหรับค่าต่ำสุดของฟังก์ชันเป้าหมายจะได้รับเมื่อได้ดิฟเฟอเรนเชียลฟังก์ชันลากรองจ์เทียบกับแต่ละตัวแปรอิสระ และให้สมการดิฟเฟอเรนเชียลนั้นเท่ากับศูนย์ ดังนั้นจากสมการ (4.3.14) เมื่อดิฟเฟอเรนเชียลเทียบกับค่ากำลังผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละยูนิต จะได้ดังนี้

$$\frac{\partial F}{\partial P_{it}} = \frac{\partial C_t}{\partial P_{it}} - \lambda_t \frac{\partial \left[\sum u_{it} P_{it} - D_t \right]}{\partial P_{it}} = 0 \tag{4.3.15}$$

เนื่องจาก C_t เป็นฟังก์ชันของตัวแปร P_{it} เท่านั้น ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_{it}} = \frac{d C_i}{d P_{it}} = IC_i \tag{4.3.16}$$

โดยที่ dC_i / dP_{it} เรียกว่าเป็น incremental cost ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ายูนิต i และกำหนดสัญลักษณ์เป็น IC_i และจากสมการที่ (4.3.15) เนื่องจากค่าความต้องการมีค่าคงที่ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{d C_i}{d P_{it}} = IC_i = u_{it} \lambda_t \tag{4.3.17}$$

ดังนั้นเงื่อนไขจำเป็นสำหรับค่าต่ำสุดของค่าใช้จ่ายในการผลิตรวมของระบบ ก็คือต้องให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เดินเครื่องอยู่ในระบบ ($u_{it} = 1$) จ่ายโหลดที่จุดซึ่งมีค่า incremental cost เท่ากัน และเมื่อรวมผลของเงื่อนไขบังคับแบบอสมการแล้ว เงื่อนไขจำเป็นสำหรับค่าต่ำสุดจะขยายเพิ่มเติม ดังนี้

$$dC_i / dP_{it} \leq IC_i \quad \text{แล้ว} \quad P_{it} = P_i^{max}$$
$$dC_i / dP_{it} \geq IC_i \quad \text{แล้ว} \quad P_{it} = P_i^{min} \qquad (4.3.18)$$

4.3.4.3 วิธีแลมบ์ดาอิทเทอร์เรชัน (Lambda Iteration Method)

การคำนวณค่ากำลังไฟฟ้าที่ผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ายูนิตต่างๆ ที่เดินเครื่องอยู่ในระบบตามหลักการคำนวณในหัวข้อที่แล้ว สามารถทำได้หลายวิธีแต่วิธีที่จะใช้ในวิทยานิพนธ์นี้คือ วิธีแลมบ์ดาอิทเทอร์เรชัน ซึ่งแสดงลำดับขั้นตอนการคำนวณหาผลลัพธ์ได้ในผังงาน รูปที่ 4.9

สรุปขั้นตอนการหาผลลัพธ์ของการจ่ายโหลดอย่างประหยัด โดยใช้วิธีแลมบ์ดาอิทเทอร์เรชัน ได้ดังต่อไปนี้

1.) คำนวณค่าทีละคาบเวลาเรียงตามลำดับ เริ่มจากคาบเวลาแรก ($t = 1$)

2.) ใช้ค่า λ_t จากผลลัพธ์ของปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ เป็นค่าเริ่มต้น

3.) คำนวณค่าทีละยูนิตเรียงตามลำดับ เริ่มจากยูนิตแรก ($i = 1$)

4.) ตรวจสอบว่า ยูนิต i เดินเครื่องหรือไม่

- ถ้ายูนิต i เดินเครื่อง ($u_{it} = 1$) ไปยังขั้นตอนที่ 5
- ถ้ายูนิต i หยุดเดินเครื่อง ($u_{it} = 0$) ไปยังขั้นตอนที่ 7

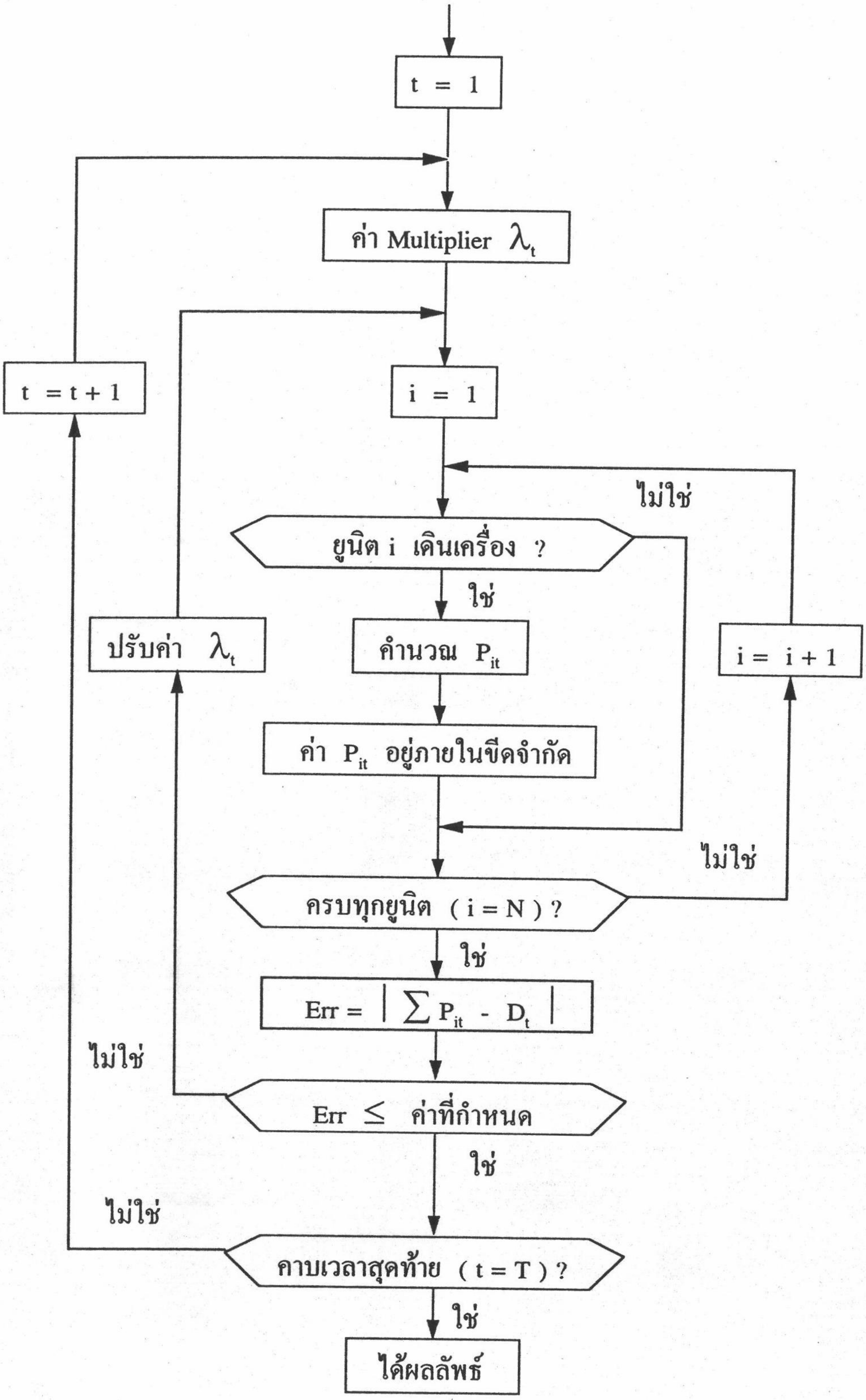
5.) คำนวณค่า P_{it} ที่สอดคล้องกับค่า λ_t

6.) ตรวจสอบค่า P_{it} กับขีดจำกัด ถ้าหาก P_{it} มีค่าเกิน P_i^{max} หรือน้อยกว่า P_i^{min} ก็ให้ P_{it} มีค่าเท่ากับขีดจำกัดนั้น

7.) คำนวณค่าครบทุกยูนิต แล้วหรือไม่

- ถ้ายังคำนวณไม่ครบทุกยูนิต ($i \neq N$) แล้ว พิจารณายูนิตต่อไป ($i=i+1$) แล้วกลับไปขั้นตอนที่ 4
- ถ้าคำนวณครบทุกยูนิต ($i = N$) แล้ว ไปขั้นตอนที่ 8

8.) หาผลรวมของ P_{it} แล้วเปรียบเทียบกับความต้องการ (D_t) ถ้าหากค่าผิดพลาดระหว่างผลรวมของ P_{it} และ D_t



รูปที่ 4. 9 ผังงานแสดงขั้นตอน คำนวณการจ่ายโหลดอย่างประหยัด

- มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าที่กำหนดไว้ แสดงว่าค่า λ_t มีค่าถูกต้อง และได้คำตอบแล้ว ไปยังขั้นตอนที่ 9
- มีค่ามากกว่าค่าที่กำหนดไว้ แสดงว่าค่า λ_t ยังไม่ถูกต้อง ให้ปรับค่า λ_t แล้วกลับไปยังขั้นตอนที่ 3

9.) คำนวณค่าครบทุกคาบเวลา แล้วหรือไม่
- ถ้ายังไม่ครบทุกคาบเวลา ($t \neq T$) แล้ว พิจารณาคาบเวลาต่อไป ($t = t+1$) แล้วกลับไปขั้นตอนที่ 2
- ถ้าครบทุกคาบเวลา ($t = T$) แล้ว เสร็จสิ้นการคำนวณการจ่ายโหลดอย่างประหยัด

4.3.5 ค่าที่เหมาะสมของปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์

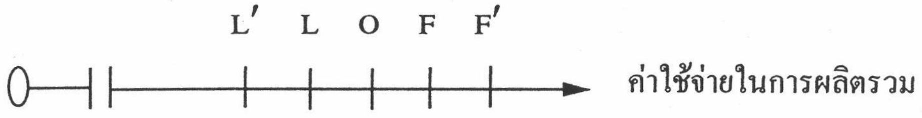
การหาผลลัพธ์ของปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ โดยใช้วิธีรีเล็กเซชันแบบลากรองจ์ เป็นลักษณะการหาผลลัพธ์ที่ใกล้ค่าที่เหมาะสม (suboptimum) [6-15] แต่ทั้งนี้ในความเป็นจริงแล้วยังไม่มีเทคนิควิธีในทางปฏิบัติ ที่จะใช้หาผลลัพธ์ที่เหมาะสมอย่างแท้จริง (true optimum) สำหรับปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ในระบบขนาดใหญ่ [13]

เนื่องจากปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์เป็นปัญหาแบบไม่คอนเว็ก (non-convex) ดังนั้นในการคำนวณหาผลลัพธ์ จะมีช่องว่างของดูอัล (Duality gap) ซึ่งแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\text{ช่องว่างของดูอัล} = \frac{F - L}{F} \times 100\ \% \qquad (4.3.19)$$

โดยที่ F เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมของปัญหาพรีมัล ส่วน L เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมของปัญหาดูอัลซึ่งตามทฤษฎีจะเป็นค่าขอบเขตล่างของปัญหาพรีมัล

แต่ในการคำนวณค่านั้น ความแม่นยำในการหาผลลัพธ์ของปัญหาดูอัล จะขึ้นอยู่กับค่าของ λ และ μ ที่ได้รับ [6] ส่วนความแม่นยำในการหาผลลัพธ์ของปัญหาพรีมัลจะขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่ได้จากปัญหาดูอัลเป็นส่วนสำคัญ ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์อาจจะสรุปได้ว่า มีลักษณะดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 4.10 แสดงลักษณะผลลัพธ์ของวิธีรีแล็กเซชันแบบลากรองจ์

โดยที่ L′ เป็นผลลัพธ์จากการคำนวณของปัญหาดูอัล O เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมอย่างแท้จริง (true optimum) และ F′ เป็นผลลัพธ์จากการคำนวณของปัญหาพรีมัล

ดังนั้นในทำนองเดียวกับสมการ (4.3.19) จะได้สมการสำหรับช่องว่างของดูอัลจากการคำนวณ ซึ่งจะมีค่าใกล้เคียงช่องว่างของดูอัลจริงเพียงใด ขึ้นอยู่กับอัลกอริทึมและวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ในการคำนวณ

$$\text{ช่องว่างของดูอัลจากการคำนวณ} = \frac{F' - L'}{F'} \times 100\,\% \qquad (4.3.20)$$

ช่องว่างของดูอัลจากการคำนวณโดยทั่วไปจะมีค่าน้อยกว่า 2 เปอร์เซนต์ [5] ถ้ามีค่าภายใน 0.7 เปอร์เซนต์ [13,17] หรือ ภายใน 0.5 เปอร์เซนต์ [6,15] ถือได้ว่าเป็นผลลัพธ์ที่ดีเพียงพอต่อการนำไปใช้งาน เนื่องจากผลลัพธ์ของปัญหาพรีมัลจะมีช่องว่างจริง (real gap) จากค่าที่เหมาะสมแท้จริงมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับช่องว่างของดูอัลจากการคำนวณ ดังแสดงในรูปที่ 4.10 และสมการต่อไปนี้

$$\text{ช่องว่างจริง} = \frac{F' - O}{F'} \times 100\,\% \qquad (4.3.21)$$

ในวิทยานิพนธ์นี้ ถ้าคำนวณปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ โดยใช้อัลกอริทึมที่เสนอแล้วได้ค่าช่องว่างของดูอัลมีค่าภายใน 0.5 เปอร์เซนต์ จะถือว่าผลลัพธ์มีความถูกต้องดีเพียงพอต่อการประยุกต์ใช้งานในระบบจริง