

การประมาณความน่าจะเป็นของ
ผลบวกของตัวแปรสุ่มเต็มหน่วยที่เป็นอิสระต่อกัน

นาย กฤษณะ เนียมมณี



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2532

ISBN 974 - 576 - 300 - 4

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

015315

1111111111

APPROXIMATION OF PROBABILITIES OF
SUM OF INDEPENDENT DISCRETE RANDOM VARIABLES

Mr. Kritsana Neammanee

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1989

ISBN 974 - 576 - 300 - 4

Thesis Title Approximation of Probabilities of Sum of
Independent Discrete Random Variables
By Mr. Kritsana Neammanee
Department Mathematics
Thesis Advisor Associate Professor Virool Boonyasombat Ph.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in
partial fulfillment of the requirement for the Master's degree.

Thavorn Vajrabhaya
..... Dean of Graduate School
(Professor Thavorn Vajrabhaya Ph.D.)

Thesis Committee

Subha Sutichitpongsa Chairman
.....
(Associate Professor Subha Sutichitpongsa Ph.D.)

Virool Boonyasombat
..... Thesis Advisor
(Associate Professor Virool Boonyasombat Ph.D.)

Yati Krisnangkura
..... Member
(Dr. Yati Krisnangkura Ph.D.)



พิมพ์ต้นฉบับบทความวิจัยในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

ลักษณะ เฉยมนต์ : การประมาณค่าความน่าจะเป็นของผลบวกของตัวแปรสุ่มเต็มหน่วยที่เป็นอิสระต่อกัน (APPROXIMATION OF PROBABILITIES OF SUM OF INDEPENDENT DISCRETE RANDOM VARIABLES) อ.ที่ปรึกษา : รศ.ดร.วิรุฬห์ บุญสมบัติ, 74 หน้า.

กำหนดให้ $X_j, j = 1, 2, \dots, n$ เป็นตัวแปรสุ่มเต็มหน่วยที่เป็นอิสระต่อกัน โดยที่แต่ละ X_j มีโมเมนต์ ถึงอันดับที่ $2p_0 + 2$ ให้

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

ในงานวิจัยนี้เราศึกษาหาเงื่อนไขที่พอเพียงสำหรับการประมาณค่าความน่าจะเป็น $P(k_1 \leq S_n \leq k_2)$ ด้วยความน่าจะเป็นภายใต้การแจกแจงปกติกับพจน์แก้ไขบางพจน์ พร้อมทั้งเราได้ขอบเขตของความคลาดเคลื่อนของการประมาณดังกล่าวด้วย

ในกรณีที่ $X_j, j = 1, 2, \dots, n$ มีการแจกแจงเดียวกันด้วยความแปรปรวนที่มากกว่าศูนย์ และสอดคล้องเงื่อนไขบางประการ เราจะเขียน $P(k_1 \leq S_n \leq k_2)$ ได้ในรูป

$$P(k_1 \leq S_n \leq k_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{k_2 - E(S_n) - \frac{1}{2}}{\sqrt{\text{var}(S_n)}}}^{\frac{k_1 - E(S_n) + \frac{1}{2}}{\sqrt{\text{var}(S_n)}}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \sum_{p=1}^{6p_0-5} \frac{K_p}{(\sqrt{n})^p} + \Delta$$

โดยที่ $K_1, K_2, \dots, K_{6p_0-5}$ เป็นพหุนามของค่าลิมิตของการอินทิเกรตและ Δ เป็นพจน์บอกความคลาดเคลื่อนซึ่งเราแสดงได้ว่า

$$|\Delta| < \frac{A}{n^{p_0}} + B e^{-C\sqrt{n}}$$

โดยที่ A, B และ C เป็นค่าคงที่ที่มากกว่าศูนย์

ภาควิชา คณิตศาสตร์
สาขาวิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2531

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

KRITSANA NEAMMANEE : APPROXIMATION OF PROBABILITIES OF SUM OF INDEPENDENT DISCRETE RANDOM VARIABLES. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. VIROOL BOONYASOMBAT, Ph.D. 74 pp.

Let $X_j, j = 1, 2, \dots, n$ be independent integral-valued random variables such that each X_j has moments up to order $2p_0 + 2$. Let

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n.$$

In this study, we find a sufficient condition under which $P(k_1 \leq S_n \leq k_2)$ can be approximated by normal probability with some correction terms. We also obtain bounds on errors of the approximation.

In case $X_j, j = 1, 2, \dots, n$, are identically distributed with a positive variance and satisfy certain conditions, $P(k_1 \leq S_n \leq k_2)$ can be written as

$$P(k_1 \leq S_n \leq k_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{k_2 - E(S_n) - \frac{1}{2}}{\sqrt{\text{var}(S_n)}}}^{\frac{k_1 - E(S_n) + \frac{1}{2}}{\sqrt{\text{var}(S_n)}}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \sum_{p=1}^{6p_0-5} \frac{K_p}{(\sqrt{n})^p} + \Delta$$

where $K_1, K_2, \dots, K_{6p_0-5}$ are polynomials in the limits of integration and Δ is the error term. It is shown that

$$|\Delta| < \frac{A}{p_0 n} + B e^{-C\sqrt{n}}$$

where A, B and C are positive constants.

ภาควิชา คณิตศาสตร์
 สาขาวิชา คณิตศาสตร์
 ปีการศึกษา 2531

ลายมือชื่อนิสิต
 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

ACKNOWLEDGEMENT

I am greatly indebted to Asso. Prof. Dr. Virool Boonyasombat my thesis supervisor, for his untired offering me some thoughtful and helpful advice in preparing and writing my thesis. Also, I would like to thank all of the lecturers for their previous valuable lectures while studying.

In particular, I would like to express my deep gratitude to my father and mother for their encouragement throughout my graduate study.

CONTENTS

	page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	v
ACKNOWLEDGEMENT	vi
CHAPTER	
I INTRODUCTION	1
II PRELIMINARIES	3
III MAIN RESULT	10
IV APPLICATION TO THE CASE OF IDENTICALLY DISTRIBUTED RANDOM VARIABLES	49
APPENDIX	71
REFERENCES	73
VITA	74