บทที่ 4

การพัฒนาระบบพิสูจน์ลายมือชื่อ โดยกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์

การพัฒนาระบบพิสูจน์ลายมือชื่อนี้ จำเป็นต้องอาศัยระบบไมโครคอมพิวเตอร์ เพื่อเป็นเครื่องมือในการหาค่าตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบอยู่ในลายมือชื่อ ดังที่แสดงในบทที่ 3 โดยระบบไมโครคอมพิวเตอร์ที่ใช้ประกอบด้วย

1) หน่วยประมวลผลกลาง (Central Processing Unit หรือ CPU) คือ Intel 80386 ทำงานที่ความถี่ 33 เมกะเฮิรตซ์ (MHz)

2) หน่วยความจำหลัก 640 กิโลไบต์ (Kbyte)

3) ส่วนแสดงผล คือ จอภาพวีจีเอมาตรฐาน (Standard VGA) พร้อมวงจรควบคุมการแสดงภาพวีจีเอ (VGA card)

4) สแกนเนอร์ (Scanner) ที่สามารถอ่านภาพด้วยระดับความละเอียด 150 จุดต่อนิ้ว เป็นอย่างต่ำ โดยมีระดับความเข้มสีเทา (Gray level) คือ 256 ระดับ

สาเหตุที่ทำการพัฒนาระบบพิสูจน์ลายมือชื่อ บนระบบไมโครคอมพิวเตอร์ดังที่กล่าวมานี้ เนื่องจาก เป็นระบบไมโครคอมพิวเตอร์ที่แพร่หลาย มีราคาถูก สามารถใช้ร่วมกับอุปกรณ์ประกอบอื่นๆได้มาก นอกจากนี้ยังง่ายต่อการบำรุงรักษา และมีค่าใช้จ่ายที่ต่ำในการซ่อมบำรุง ระบบไมโครคอมพิวเตอร์ที่ใช้นี้ มีความรวดเร็วเพียงพอที่จะนำมาใช้ในการพัฒนาระบบพิสูจน์ลายมือชื่อ โดยเวลาที่ใช้ในการคำนวนหาตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในลายมือชื่อ จะใช้เวลาประมาณ 1 นาที หากใช้ระบบไมโครคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพต่ำกว่า ก็สามารถทำงานได้เช่นกัน แต่จะใช้เวลาในการคำนวนที่นานกว่ามาก เช่น ใช้เวลา 3 นาทีสำหรับระบบไมโครคอมพิวเตอร์ที่ใช้หน่วยประมวลผลกลาง คือ Intel 80386Sx ซึ่งทำงานที่ความถี่ 16 เมกะเฮิรตซ์ เป็นต้น ส่วนการใช้ระบบไมโครคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงกว่า สามารถทำการคำนวนได้เช่นกัน โดยจะลดเวลาในการคำนวนลงได้มาก เช่น ใช้เวลา 30 วินาที สำหรับระบบไมโครคอมพิวเตอร์ที่ใช้หน่วยประมวลผลกลาง คือ Intel 80486 ซึ่งทำงานที่ความถี่ 33 เมกะเฮิรตซ์ ถึงแม้ว่าเวลาที่ใช้จะลดลงได้ประมาณ 30 วินาที แต่ระดับราคาของระบบไมโครคอมพิวเตอร์นี้ ยังคงมีราคาที่สูงมาก ในอนาคตระบบพิสูจน์ลายมือชื่อด้วยคอมพิวเตอร์นี้ สามารถใช้ได้กับระบบคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าที่เป็นอยู่ในปัจจุบันได้ตามความเหมาะสม

สำหรับการพิสูจน์ลายมือชื่อด้วยระบบไมโครคอมพิวเตอร์นี้ จำเป็นต้องกำหนดคำจำกัดความของลายมือชื่อ เพิ่มเติมจากคำจำกัดความที่ได้กล่าวในบทที่ 3 คือ

1) ภาพของลายมือชื่อ จะถูกนำมาแบ่งเป็นส่วนย่อย ตามแถว (row) และ สดมภ์ (column) ด้วยระดับความละเอียดที่กำหนดขึ้น แต่ละส่วนย่อยจะเรียกว่า ธาตุมูล (element)

2) แต่ละธาตุมูล จะอ้างอิงด้วยแถว และ สดมภ์ ซึ่งเรียงอย่างเป็นลำดับ

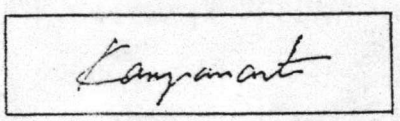
3) ธาตุมูลใดๆ คือ ค่าระดับความเข้มสีเทา (gray level of intensity) ในตำแหน่งนั้นๆ บนลายมือชื่อ โดยที่ค่าระดับความเข้มสีเทานี้ จะมีค่าระหว่าง 0 ถึง 255

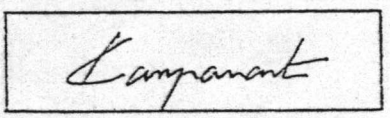
จากคำจำกัดความนี้ ลายมือชื่อจึงเปรียบได้ คือ เมทริกซ์ของค่าความเข้ม (Matrix of intensity level) และในการพัฒนาระบบพิสูจน์ลายมือชื่อด้วยคอมพิวเตอร์ จะทำการกำหนดข้อจำกัดของลายมือชื่อที่ใช้ในกระบวนการพิสูจน์ คือ

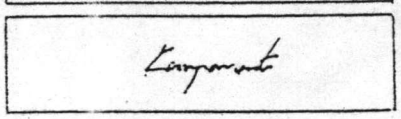
1) ขนาดของลายมือชื่อที่ใช้ อยู่ในขอบเขตความกว้างคือ 2.0 นิ้ว และความสูงคือ 0.5 นิ้วซึ่งเป็นขอบเขตที่สามารถยอมรับได้ในภาคปฏิบัติ

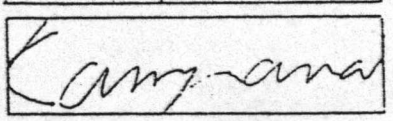
2) การสแกน (Scan) ภาพลายมือชื่อ ใช้ระดับความละเอียดในการสแกน คือ 150 จุดต่อนิ้ว โดยมีระดับความเข้มคือ 256 ระดับความเข้มสีเทา

3) ลายมือชื่อที่นำมาใช้ในการพิสูจน์ จะต้องใช้พื้นที่ในการเขียนระดับใกล้เคียงกับลายมือชื่อที่ต้องการพิสูจน์ ดังภาพประกอบที่ 4.1


ภาพที่ 4.1ก


ภาพที่ 4.1ข


ภาพที่ 4.1ค


ภาพที่ 4.1ง

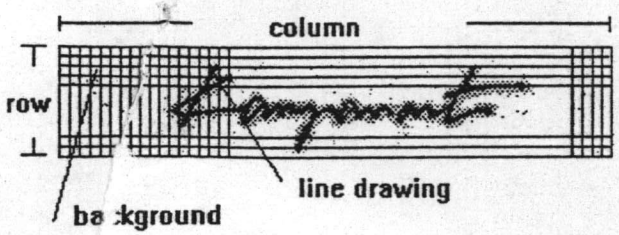
ภาพที่ 4.1 แสดงขนาดของภาพลายมือชื่อที่สามารถนำมาใช้งาน

กำหนดให้ ภาพที่ 4.1ก เป็นลายมือชื่อที่ต้องการพิสูจน์ ภาพที่ 4.1ข 4.1ค และ 4.1ง เป็นลายมือชื่อที่เก็บรวบรวมมา ลายมือชื่อจากภาพที่ 4.1ข สามารถนำมาใช้งานได้ ในขณะที่ภาพที่ 4.1ค และ 4.1ง ไม่สามารถนำมาใช้งาน เนื่องจากภาพที่ 4.1ค มีสัดส่วนของภาพเล็กมากเมื่อเทียบกับพื้นที่ในการเขียนทั้งหมด ขณะเดียวกันภาพที่ 4.1ง มีสัดส่วนของภาพใหญ่มากเมื่อเทียบกับพื้นที่ในการเขียนทั้งหมด

4) ลายมือชื่อที่นำมาใช้ในการพิสูจน์ จะต้องเขียนโดยใช้ปากกาประเภทเดียวกันทั้งหมด รวมถึงสีของหมึกที่ใช้ กำหนดให้เป็นสีเดียวกัน ข้อกำหนดนี้เพื่อต้องการให้ลายเส้นของลายมือชื่อ มีขนาดความกว้างเท่ากันทั้งหมด เมื่อผ่านการอ่านจากสแกนเนอร์

5) กระดาษที่ใช้เขียนลายมือชื่อ จะต้องไม่มีลายเส้นหรือสัญญลักษณ์อื่นใดปรากฏ นอกจากนี้กระดาษที่ใช้ กำหนดให้เป็นแบบเดียวกันทุกชุดของลายมือชื่อ เพื่อให้ฉากหลัง (background) ของลายมือชื่อมีค่าของระดับความเข้มเท่ากัน

จากข้อกำหนดข้างต้นสามารถกำหนดรูปแบบของลายมือชื่อ เมื่อผ่านการอ่านจากสแกนเนอร์ เพื่อเตรียมพร้อมในการใช้งานกับกระบวนการพิสูจน์ได้ดังภาพที่ 4.2



ภาพที่ 4.2 แสดงข้อกำหนดของลายมือชื่อเพื่อใช้ในการพิสูจน์

เมื่อทำการอ่านภาพลายมือชื่อด้วยสแกนเนอร์ โดยใช้ความละเอียดในการอ่านภาพ คือ 150 จุดต่อนิ้ว ลายมือชื่อใดๆจะแสดงด้วยเมทริกซ์ ซึ่งมีจำนวน แถวเท่ากับ 75 และ จำนวนสดมภ์เท่ากับ 300 แต่ละธาตุมูล(element) จะแทนค่า ระดับความเข้มของฉากหลัง(background) หรือลายเส้น (line drawing)ซึ่งเป็นค่าจำนวนเต็มระหว่าง 0-255 การอ่านภาพของลายมือชื่อด้วยความละเอียดมากกว่า 150 จุดต่อนิ้ว เช่น การอ่านด้วยความละเอียด 300 จุดต่อนิ้ว จะได้เมทริกซ์ที่มีจำนวน แถวเท่ากับ 150 และจำนวนสดมภ์เท่ากับ 600 ซึ่งจะให้คุณสมบัติของภาพที่ดีกว่า แต่จะใช้เวลาในการคำนวนที่สูงกว่ามาก คือ ประมาณ 2 ชั่วโมงต่อการหาตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของลายมือชื่อแต่ละภาพ และเมื่อเป็นการหาตัวแทนของลายมือชื่อเป็นจำนวนนับร้อยๆภาพ ทำให้ไม่อาจยอมรับได้ในทางปฏิบัติ การอ่านภาพด้วยระดับความละเอียด150 จุดต่อนิ้ว ผู้เชี่ยวชาญได้ยอมรับว่ายังคงสามารถแสดงคุณสมบัติของลายเส้นได้อย่างครบถ้วน ในขณะที่การอ่านภาพด้วยระดับความละเอียดต่ำกว่านี้ จะทำให้ใช้เวลาในการคำนวนที่ลดลงมาก แต่ก็เสียคุณสมบัติของลายเส้นบางส่วนไป ทำให้ไม่สามารถใช้พิสูจน์ได้อย่างถูกต้อง ดังนั้นระดับความละเอียดที่ใช้ คือ 150 จุดต่อนิ้ว จึงเป็นระดับที่เหมาะสมต่อการนำมาใช้ในกระบวนการพัฒนาระบบพิสูจน์ลายมือชื่อ

ขั้นตอนของการหาค่าตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบอยู่ในลายมือชื่อ ดังที่แสดงในบทที่ 3 สามารถทำได้ดังนี้

4.1 ขั้นตอนการหาตัวแทนของภาพรวม ของลายมือชื่อ

ตัวแทนภาพรวมของลายมือชื่อ สามารถใช้การแก้ปัญหาด้วยค่าเจาะจงของเมทริกซ์เป็นตัวแทนได้ ดังที่แสดงไว้ในบทที่ 3

สำหรับเมทริกซ์จัตุรัสอันดับ n ใดๆการแปลงเชิงเส้นบนปริภูมิเวกเตอร์ V เหนือสนามK กำหนดให้ A คือ เมทริกซ์จัตุรัสอันดับ n การแปลงบน K^n จะได้ความสัมพันธ์ คือ

$$AV = \lambda V \qquad (4.1)$$

โดยที่ V คือ เวกเตอร์ แถวตั้งที่ไม่เป็นศูนย์ใน K^n

λ คือ สเกลาร์ และ $\lambda \in K$

ในที่นี้เราต้องการหาว่า เวกเตอร์ V ใดบ้างที่ถูกแปลงโดย เมทริกซ์ A แล้วได้ผลเป็นค่าคงตัว λ คูณกับ V เราเรียก λ ว่า ค่าเจาะจง (Characteristic value หรือ Eigen value) และเรียก V ว่า เวกเตอร์เจาะจง (Characteristic vector หรือ Eigen vector)

กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์อันดับ n x n และ X เป็นเมทริกซ์อันดับ n x1 คือ

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots & a_{2n} \\ . & . \quad \cdots & . \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ . \\ v_n \end{bmatrix}$$

เราสามารถหาเวกเตอร์ V และ λ ได้เมื่อ $(A - \lambda I)V = 0$ (4.2)

ซึ่งจะให้ผลเฉลยมีคุณค่า(nontrivial solution) เมื่อ $|(A - \lambda I)| = 0$ (4.3)

โดยการกระจายตัวจากสมการ(4.3) จะได้

$$|(A - \lambda I)| = (-1)^n [\lambda^n - \beta_1 \lambda^{n-1} + \ldots + (-1)^{n-1} \beta_{n-1} \lambda + (-1)^n \beta_n] = 0 \quad (4.4)$$

สมการ 4.4) จะให้ค่ารากเป็นค่าเจาะจง n ค่า คือ $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ โดยที่ค่าเจาะจงที่มากที่สุดจะใช้เป็นตัวแทนของภาพรวมของลายมือชื่อ ดังที่อธิบายในบทที่ 3 แต่การแก้ปัญหาของค่าเจาะจงโดยวิธีการเช่นนี้ จำเป็นต้องใช้วิธีการหาเมทริกซ์ผกผัน (inverse matrix)ซึ่งจะใช้การคำนวนที่สูงมาก จึงต้องอาศัยวิธีการต่อไปนี้ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการคำนวน สามารถแสดงได้ คือ

1) กระบวนการแปรรูปเมทริกซ์ (Matrix transformation)
2) เมทริกซ์สหสัมพันธ์ (Covariance Matrix)
3) กระบวนการแปรรูปเฮาส์โฮลเดอร์ (Householder transformation)
4) กระบวนการซ้ำรูปคิวอาร์ (QR Iteration)

4.1.1 กระบวนการแปรรูปเมทริกซ์

การวิเคราะห์ข้อมูลของเมทริกซ์ระดับแรกคือ การแปรรูปเมทริกซ์ เพื่อเป็นการลดขนาดของข้อมูล (scale down)ภายในเมทริกซ์ ทำได้โดยการลบค่าของธาตุมูลใดๆบนเมริกซ์ตัวค่าเฉลี่ยตามแถวที่ ธาตุมูลนั้นๆสังกัด (Jenning.A,1977)

กำหนดให้ $S_{m \times n}$ คือ เมทริกซ์ของลายมือชื่อ ซึ่งมีจำนวน m แถวและ n หลัก

$T_{m \times n}$ คือ เมทริกซ์ที่แปรรูปแล้ว ซึ่งสามารถหาได้จาก

$$t_{mn} = S_{mn} - \bar{S}_m \qquad \text{โดยที่} \quad \bar{S}_m = \sum_{i=1}^{n} (S_{mi})/n \qquad (4.5)$$

4.1.2 เมทริกซ์สหสัมพันธ์

ขั้นตอนต่อไปของการวิเคราะห์เมทริกซ์ของลายมือชื่อ คือ การแปรรูปให้เป็นเมทริกซ์สหสัมพันธ์ ซึ่งทำได้โดยกระบวนการต่อไปนี้

กำหนดให้ C คือ เมทริกซ์สหสัมพันธ์ ซึ่งหาได้จาก

$$C = (1/n-1)T.T^T \qquad (4.6)$$

โดยที่ T^T คือ transpose Matrix ของเมทริกซ์ T ทั้งนี้เนื่องจากเมทริกซ์ T มิได้เป็นเมทริกซ์จัตุรัส ดังนั้นจึงต้องทำการปรับให้เป็น เมทริกซ์จัตรัสก่อนโดยที่เมทริกซ์ C ที่ได้นี้ นอกจากจะเป็นเมทริกซ์จัตุรัสแล้ว ยังมีขนาดของมิติ (dimension) ที่เล็กที่สุด (75x75) ซึ่งเป็นการประหยัดเวลาคำนวน ในขั้นต่อไปให้ลดลงมาก

4.1.3 กระบวนการแปรรูปเฮาส์โฮลเดอร์

การแปรรูปเฮาส์โฮลเดอร์ คือ กระบวนการลดรูปเมทริกซ์จุดตุรัส ให้มีรูปแบบทแยงมุม โดยที่ประสิทธิภาพในการคำนวนจะสูงมาก (Jenning.A.1977) ทั้งนี้ ธาตุมูลทั้งหมดของสดมภ์ที่เหมาะสม จะถูกกำจัดออกในการแปรรูปแต่ละครั้ง ซึ่งการแปรรูปของเมทริกซ์นี้ จะอยู่ในรูปแบบ

$$H = I - 2WW^T \qquad (4.7)$$

เมทริกซ์จัตุรัสที่ได้ จะถูกนำมาแปรรูปให้เป็นเมทริกซ์ทแยงมุม (tridiagonal matrix) ซึ่งกรรมวิธีนี้นอกจากจะเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพในการคำนวนแล้ว ยังเป็นการลดเวลาในการคำนวนในขั้นตอนต่อไปเช่นกัน(Schawarz.H.R,Rutishauser.H,Stiefel,1973) สามารถแสดงได้ คือ

กำหนดให้

A คือ เมทริกซ์ต้นกำเนิด (original matrix) อันดับ m

H คือ เมทริกซ์ซึ่งผ่านการแปรรูปเฮาส์โฮลเดอร์แล้ว

W คือ เวกเตอร์แถวตั้ง (column vector) ซึ่งค่ายูคลิเดียนนอร์ม เป็นเอกภาพ (Unity Uclidean norm) หรือ $W^TW = 1$ (4.8)

การแปรรูปเมทริกซ์นี้ จะถูกปรับให้เป็นเมทริกซ์ทแยงมุม เมื่อ

$$H^TH = (I- 2WW^T) (I- 2WW^T) = I \qquad (4.9)$$

และ เป็นเมทริกซ์สมมาตร เนื่องจาก

$$H = H^T = H^{-1} \qquad (4.10)$$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สำหรับขั้นตอนของการแปรรูป ให้เป็นเมทริกซ สามเหลี่ยมทแยงมุม (Tridiagonalization) แสดงได้ คือ

$$A^{(2)} = H_1 A H_1 \tag{4.11}$$

เวกเตอร์ W ที่มีรูปแบบเป็น $W = \{ 0 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_m \}$ จะถูกเลือก ฉะนั้นจึงได้

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1-2\omega_2^2 & -2\omega_2\omega_3 & \cdots & -2\omega_2\omega_m \\ \cdot & -2\omega_2\omega_3 & 1-2\omega_3^2 & \cdots & -2\omega_3\omega_m \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -2\omega_2\omega_m & -2\omega_3\omega_m & \cdots & 1-2\omega_m^2 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

ธาตุมูลต่างๆ ที่อยู่นอกแนวทแยงมุม ในตำแหน่งแถวที่หนึ่ง(first row) จะต้องมีค่าเป็นศูนย์ ยกเว้นสำหรับ ธาตุมูล $a_{12}^{(2)}$ ที่อยู่เหนือแนวทแยงมุม(superdiagonal) ซึ่งเป็นการกระจายของธาตุมูล จากสมการ (4.11) จะได้

$$\begin{aligned} a_{12}^{(2)} &= a_{12} - 2\omega_2 b = r \ (\text{กำหนด}) \\ a_{13}^{(2)} &= a_{13} - 2\omega_3 b = 0 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{1m}^{(2)} &= a_{1m} - 2\omega_m b = 0 \end{aligned} \tag{4.13}$$

โดยที่

$$b = a_{12}\omega_2 + a_{13}\omega_3 + \ldots + a_{1m}\omega_m \tag{4.14}$$

จากสมการ (4.8) จะได้ผล คือ

$$\omega_2^2 + \omega_3^2 + \ldots + \omega_m^2 = 1 \tag{4.15}$$

สมการที่ได้แสดงมานี้ เพียงพอที่จะกำหนด เวกเตอร์ W และ ค่า r ดังนั้นจึงสามารถกำหนดสมการได้ คือ

โดยการยกกำลังสอง กับสมการที่ (4.13) จะได้

$$r^2 = a_{12}^2 + a_{13}^2 + \ldots + a_{1m}^2 \tag{4.16}$$

และโดยการปรับขนาด(scaling) สมการที่ (4.13) ด้วย $a_{12}, a_{13}, \ldots, a_{1m}$ ตามลำดับ จะได้

$$2b^2 = r^2 - a_{12}r \tag{4.17}$$

กระบวนการแปรรูปตัวแปรต่างๆ หาได้จากการคำนวนค่า r ในสมการที่ (4.16)และค่า b ในสมการที่ (4.17) โดยการใช้สมการที่(4.13) ในการคำนวนค่า เวกเตอร์ W ค่าของเครื่องหมายของ r จะถูกเลือกใช้ เพื่อที่จะหลีกเลี่ยงการผิดพลาดในการหาค่าของ b เช่น r จะต้องมีค่าของเครื่องหมายที่ตรงกันข้ามกับ a_{12}

กำหนดให้ เวกเตอร์ v สามารถหาได้จาก

$$v = 2bW = \{ 0, a_{12} - r, a_{13}, \ldots, a_{1m} \} \quad (4.18)$$

ดังนั้น เมทริกซ์ H ซึ่งเป็นเมทริกซ์ที่ผ่านการแปรรูปเฮาส์โฮลเดอร์แล้ว หาได้จาก

$$H = I - (1/2b^2) vv^T \quad (4.19)$$

สามารถแสดงรูปของ เมทริกซ์ผ่านการแปรรูปเฮาส์โฮลเดอร์ ได้ คือ

$$H_{mxm} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ b_1 & a_2 & b_2 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & b_2 & a_3 & b_3 & & 0 \\ . & . & . & . & \ldots & b_{m-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{m-1} & a_m \end{bmatrix}$$

สรุปการแปรรูปเฮาส์โฮลเดอร์ คือกระบวนการแปรแบบคล้าย (similarity transformation) ซึ่งเป็นการแปรรูปที่กระทำต่อเมทริกซ์จัตุรัส แล้วให้ผลเป็นเมทริกซ์อีกตัวหนึ่งซึ่งคล้าย(similarity) กับเมทริกซ์เดิม

4.1.4 <u>กระบวนการซ้ำรูปคิวอาร์</u>

การซ้ำรูปคิวอาร์ คือ ลำดับของการแปรรูปคล้าย (similarity transformations) ที่กระทำกับเมทริกซ์จัตุรัส แต่ละขั้นของการซ้ำรูปคือการแตกตัวของเมทริกซ์ตามรูปแบบคิวอาร์ (QR form) กำหนดให้ A_0 คือ เมทริกซ์ตั้งต้น (initial matrix) ในขณะที่ A คือ เมทริกซ์ต้นกำเนิด (Original matrix) ที่สามารถหาค่าเจาะจงได้ เมทริกซ์ A_0 เกิดจากการแตกตัว (decompose) ของ

$$A_0 = Q_0 R_0 \quad (4.20)$$

โดยที่ Q_0 คือ ออทอร์นอร์มอล เมทริกซ์ (Orthornomal matrix) และ

R_0 คือ เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน (upper triangular matrix)

การแปลงแบบคล้าย สามารถแสดงได้ คือ

$A_1 = Q_0^{-1} A_0 Q_0$ หรือเทียบเท่า (equivalent) กับ

$$A_1 = R_0 Q_0 \quad (4.21)$$

ลำดับขั้นของการซ้ำรูปย่อย (subsequent iteration) จะเทียบเท่ากับ

$$A_k = Q_k R_k$$

$$A_{k+1} = R_k Q_k \quad (4.22)$$

เพื่อที่จะเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพของการคำนวน สมการที่(4.22) จึงถูกปรับปรุง คือ

$$A_k - \alpha_k I = Q_k R_k$$

$$A_{k+1} = R_k Q_k + \alpha_k I \qquad (4.23)$$

การเปลี่ยนแปลงนี้เรียกว่า การเหลื่อมล้ำ (shift) เนื่องจาก การลบ A_k ด้วย $\alpha_k I$ เป็นการเหลื่อมค่าเจาะจงไปทางขวาด้วยขนาด α_k ในขณะเดียวกัน การบวกค่า $\alpha_k I$ เข้ากับ $R_k Q_k$ เป็นการเหลื่อมค่าเจาะจง ของ A_{k+1} กลับเข้าสู่ค่ากำเนิด (Original value)

สำหรับการเขียนโปรแกรม เพื่อทำการคำนวนกระบวนการซ้ำรูปคิวอาร์ แนะนำให้ใช้กรรมวิธีของ Martin,Peters and Wilkinson (Nakamura.S,1991)

การซ้ำรูปคิวอาร์จะทำการแปรรูปเมทริกซ์จัตุรัส จนกระทั่งในที่สุด จะได้ผล คือ

$$Q_{mxm} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}$$

โดยที่ **d** คือ ธาตุมูลที่มีค่าไม่เป็น 0 นอกจากนี้ **d** อาจเป็นรูปเหลี่ยมทแยงมุม (diagonal block) ซึ่งมีขนาดมิติเป็น 1x1 หรือ 2x2

ค่าเจาะจง (Eigen value) ของเมทริกซ์รูปเหลี่ยมทแยงมุม (block-diagonal matrix)มีค่าเท่ากับ ค่าเจาะจงของรูปเหลี่ยมทแยงมุม โดยที่รูปเหลี่ยมทแยงมุมเดียว (single diagonal block) เช่น ตำแหน่งแรก ตำแหน่งที่สองและตำแหน่งสุดท้ายของเมทริกซ์คิวอาร์จะให้ค่าเจาะจงด้วยตัวเองในขณะที่ ค่าเจาะจงของรูปเหลี่ยมทแยงมุม2x2จะคำนวนได้จากรากของควอดราติกโพลีโนเมียล (quadratic polynomial) (Nakamura.S,1991)

4.2 ขั้นตอนการหาค่าเฉลี่ยความเข้มของลายเส้น

กำหนดให้ $A_{i\,x\,j}$ คือ เมทริกซ์ของค่าความเข้มของลายเส้น i แถว และ j สดมภ์

Sum คือ ผลรวมของค่าความเข้มส่วนที่เป็นลายเส้น

threshold คือ ช่วงของระดับความเข้มที่เป็นลายเส้น

n คือ จำนวนธาตุมูลที่เป็นลายเส้น

I คือ ค่าเฉลี่ยความเข้มของลายเส้น

ดังนั้นจะได้

$$Sum = \sum_{i=1}^{row}\sum_{j=1}^{column} a_{ij} \quad \text{เมื่อ} \quad a_{ij} \leq threshold$$

$$\text{และจะได้} \quad I = \frac{Sum}{n} \qquad (4.24)$$

โดยที่ค่าเฉลี่ยความเข้มของลายเส้น (I) สามารถเป็นตัวแทนของค่าเฉลี่ยความเข้มของลายเส้นได้เช่นกัน

4.3 ขั้นตอนการหาความยาวโดยเปรียบเทียบ

ในการพัฒนาระบบพิสูจน์ลายมือชื่อด้วยคอมพิวเตอร์นี้ สามารถใช้กรรมวิธีของการประมวลผลภาพ ในการหาความยาวของลายเส้นได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ โดยต้องกำหนดเส้นมาตรฐาน เพื่อคำนวนอัตราส่วนเปรียบเทียบสำหรับแต่ละปากกาที่ทำการเขียน

สมมติ เส้นมาตรฐาน มีความยาว 1 นิ้ว เมื่อนับจำนวนจุดจะได้เท่ากับ X จุด และเมื่อทำการนับจำนวนจุดของส่วนที่เป็นลายเส้นของลายมือชื่อได้ Y จุด ดังนั้นลายเส้นที่เขียนโดยปากกานี้ จะมีขนาดความยาว คือ Y/X นิ้ว

กำหนดให้ L คือ ความยาวของลายเส้นทั้งหมดของลายมือชื่อ

W คือ ความกว้างของลายมือชื่อ

Length_to_Width ratio คือ ความยาวโดยเปรียบเทียบ

ซึ่งหาได้จาก

$$\text{Length_to_Width ratio} = L / W \qquad (4.25)$$

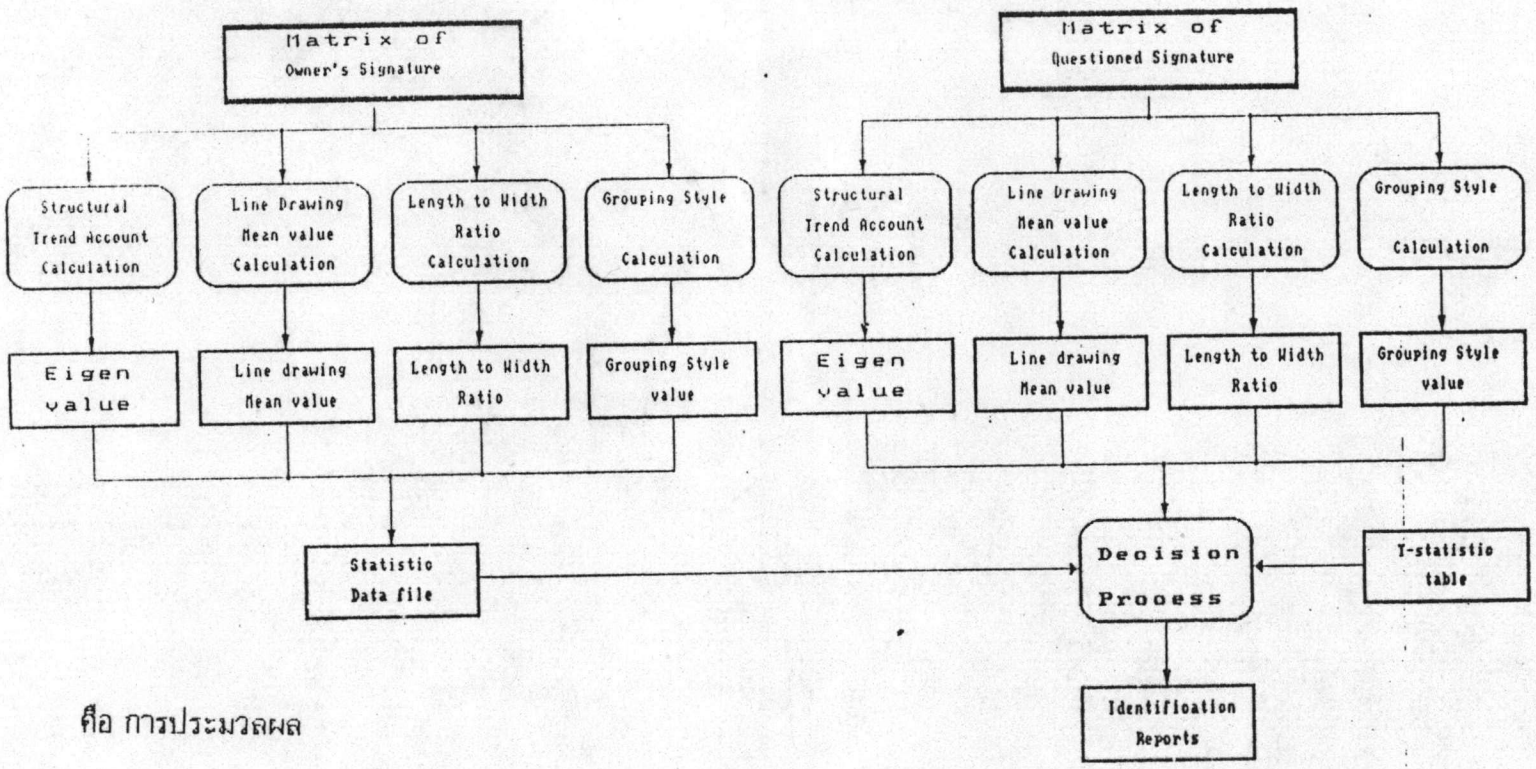
ดังนั้นจึงสามารถใช้ค่าความยาวโดยเปรียบเทียบ (Length_to_Width ratio) นี้เป็นตัวแทนของความยาวโดยเปรียบเทียบของลายมือชื่อได้เช่นกัน

4.4 ขั้นตอนของการหาการแบ่งกลุ่มของลายมือชื่อ

ทำได้โดยการตรวจสอบทุกๆธาตุมูลบนลายมือชื่อ ตามแต่ละแถว จากสดมภ์แรกถึงสดมภ์สุดท้าย ถ้าเกิดการขาดตอนของลายเส้น จะทำการนับเพื่อแบ่งแยกจำนวนกลุ่มของลายมือชื่อ ตัวแทนการแบ่งกลุ่มของลายมือชื่อนี้ จะแสดงจำนวนกลุ่มของลายมือชื่อที่แบ่งได้

แผนภาพแสดงขั้นตอนของกรรมวิธีพิสูจน์ลายมือชื่อ

แผนภาพแสดงขั้นตอนของการพิสูจน์ลายมือชื่อด้วยคอมพิวเตอร์ดังภาพ 4.3 จะแบ่ง



ภาพที่ 4.3 แผนภาพแสดงขั้นตอนของการพิสูจน์ลายมือชื่อ ด้วยคอมพิวเตอร์

ออกเป็นสองระดับ คือ ระดับแรกจะเป็นส่วนของการบันทึกข้อมูลของเอกลักษณ์ต่างๆ จากลายมือชื่อที่เก็บรวบรวมมาทั้งหมด ระดับที่สองเป็นส่วนของการวิเคราะห์ โดยจะทำการเปรียบเทียบแต่ละเอกลักษณ์ของลายมือชื่อที่ต้องการพิสูจน์ กับขอบเขตความเชื่อมั่นของแต่ละเอกลักษณ์ของลายมือชื่อที่แท้จริง

โดยที่แผนภาพขั้นตอนการพิสูจน์ลายมือชื่อนี้ จะแบ่งออกเป็นหน่วยย่อย(module) คือ

1) Structure Trend Account Calculation

วัตถุประสงค์ : หาค่าตัวแทนของภาพโดยรวมของลายมือชื่อ

ข้อมูลนำเข้า : เมทริกซ์ของค่าความเข้ม

ข้อมูลส่งออก : Eigen value

สำหรับหน่วยย่อยนี้ ยังคงแยกหน่วยย่อยๆ ดังภาพที่ 4.4 คือ

(1) Matrix transformation

วัตถุประสงค์ : ทำการแปรรูปเมทริกซ์ของค่าความเข้ม

ข้อมูลนำเข้า : เมทริกซ์ของค่าความเข้ม

ข้อมูลส่งออก : เมทริกซ์ที่แปรรูปแล้ว

(2) Covariance Matrix Calculation

วัตถุประสงค์ : คำนวนเมทริกซ์สหสัมพันธ์

ข้อมูลนำเข้า : เมทริกซ์ที่แปรรูปแล้ว

ข้อมูลส่งออก : เมทริกซ์สหสัมพันธ์

(3) Householder methods

วัตถุประสงค์ : ทำการแปรรูปเฮาส์โฮลเดอร์

ข้อมูลนำเข้า : เมทริกซ์สหสัมพันธ์

ข้อมูลส่งออก : เฮาส์โฮลเดอร์เมทริกซ์

(4) QR iteration

วัตถุประสงค์ : คำนวนการซ้ำรูปคิวอาร์

ข้อมูลนำเข้า : เฮาส์โฮลเดอร์เมทริกซ์

ข้อมูลส่งออก : Eigen value

2) Line drawing Mean value Calculation

วัตถุประสงค์ : หาค่าตัวแทนของค่าเฉลี่ยความเข้มของลายเส้น

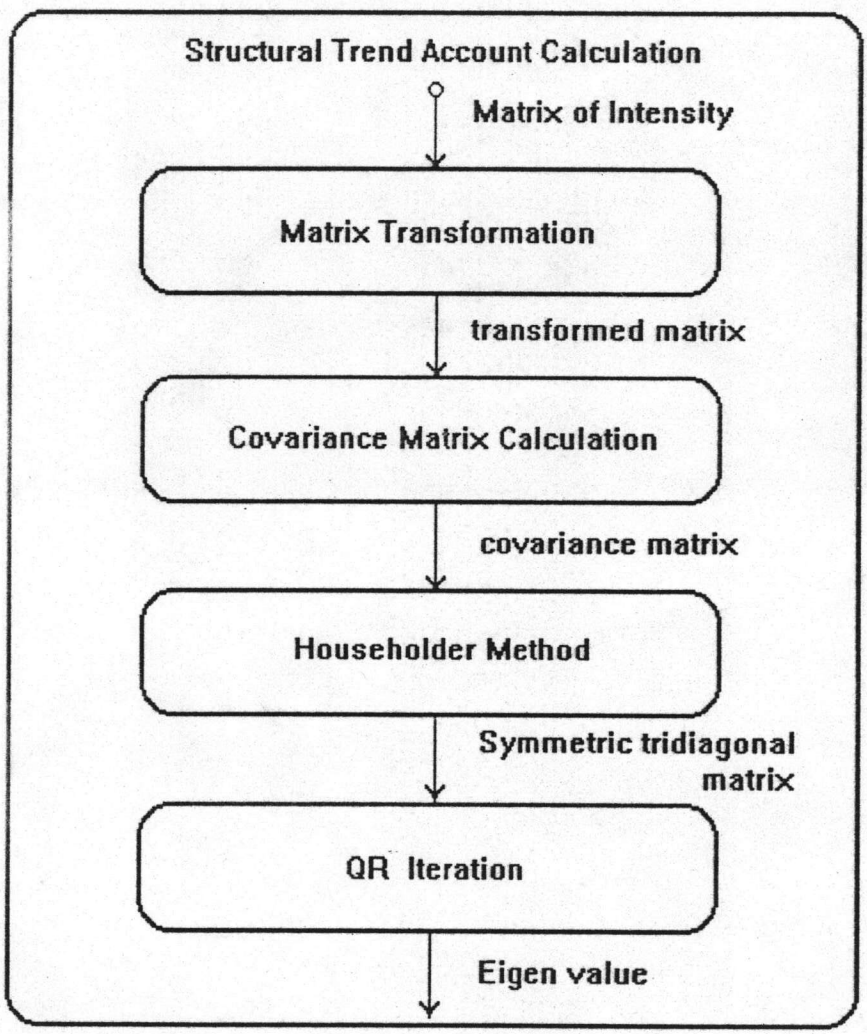
ข้อมูลนำเข้า : เมทริกซ์ของค่าความเข้ม

ข้อมูลส่งออก : ค่าเฉลี่ยความเข้มของลายเส้น

3) Length to Width ratio Calculation

วัตถุประสงค์ : หาค่าตัวแทนของความยาวโดยเปรียบเทียบของลายมือชื่อ

ข้อมูลนำเข้า : เมทริกซ์ของค่าความเข้ม



ภาพที่ 4.4 แผนภาพแสดงขั้นตอนการทำงานของ หน่วยย่อย Structural Trend Account Calculation

ข้อมูลส่งออก : ความยาวโดยเปรียบเทียบของลายมือชื่อ

4) Grouping Style Calculation

วัตถุประสงค์ : หาค่าตัวแทนของการแบ่งกลุ่มของลายเส้น

ข้อมูลนำเข้า : เมทริกซ์ของค่าความเข้ม

ข้อมูลส่งออก : จำนวนการแบ่งกลุ่มของลายเส้น