



บทที่ 4

ผลการวิจัย

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ต้องการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในสมการถดถอยโลจิสติก 3 วิธี คือ

- ก) วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation . (MLE))
- ข) ฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function . (DF))
- ค) วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares . (WLS))

โดยจะเปรียบเทียบเพื่อตัดสินใจว่า วิธีใดเป็นวิธีประมาณค่าที่ดีที่สุด โดยใช้เกณฑ์ในการตัดสินใจ คือ ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Square Root Mean Squares Error . (RMSE)) และเกณฑ์ที่ใช้ประกอบการพิจารณาอีกเกณฑ์หนึ่ง คือ Deviance (DV) . D

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\pi(\mathbf{x}_i) - \hat{\pi}(\mathbf{x}_i))^2}{N - m}}$$

และ

$$D = -2 \sum_{i=1}^N \{ \hat{\pi}(\mathbf{x}_i) \log \text{it}(\hat{\pi}(\mathbf{x}_i)) + \ln(1 - \hat{\pi}(\mathbf{x}_i)) \}$$

- เมื่อ
- $\pi(\mathbf{x}_i)$ หมายถึงค่าสังเกตที่ i
 - $\hat{\pi}(\mathbf{x}_i)$ หมายถึงค่าพยากรณ์ที่ i
 - N หมายถึงขนาดตัวอย่าง
 - m หมายถึงจำนวนพารามิเตอร์

ผลการวิจัยเมื่อมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 1 ตัว

1. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,0.25)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตารางที่ 4.1 ได้ดังนี้

1.1 พิจารณาด้วย **RMSE** ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF มีค่าเท่ากันในทุกสัดส่วน และ ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.75 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

ตารางที่ 4.1 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,0.25)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.5283	0.4973	0.4966	27.1211	26.6716	26.4578
	0.55	0.5178	0.4975	0.4974	26.7825	26.5606	26.4523
	0.60	0.5048	0.4901	0.4899	25.9694	25.8972	25.8315
	0.65	0.4894	0.4810	0.4812	25.6858	25.1211	25.0609
	0.70	0.4712	0.4633	0.4634	25.3787	23.7314	23.6996
	0.75	0.4499	0.4376	0.4377	25.0502	21.7230	21.7218
	0.80	0.4252	0.4089	0.4093	24.7112	19.7629	19.7269
	0.85	0.3966	0.3657	0.3659	24.3671	16.7265	16.7113
	0.90	0.3629	0.3075	0.3076	23.9956	12.8550	12.7493
	0.95	0.3235	0.2235	0.2236	23.6364	7.8588	7.8604
40	0.50	0.5215	0.4998	0.4997	54.9901	54.4721	54.3841
	0.55	0.5112	0.4979	0.4979	53.4754	54.1264	54.0669
	0.60	0.4984	0.4905	0.4905	52.9352	52.9093	52.8783
	0.65	0.4831	0.4793	0.4793	51.3612	51.0321	51.0168
	0.70	0.4651	0.4609	0.4610	50.7209	48.1834	48.1677
	0.75	0.4441	0.4357	0.4357	50.1009	44.2721	44.2849
	0.80	0.4197	0.4047	0.4047	49.4231	39.8142	39.7993
	0.85	0.3913	0.3614	0.3615	48.7042	33.6499	33.6446
	0.90	0.3580	0.3037	0.3038	47.9535	25.8904	25.8889
	0.95	0.3191	0.2207	0.2207	47.2489	15.8241	15.8256

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y = 1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน(Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.1 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,0.25)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.5193	0.5003	0.5003	83.4803	82.2989	82.2422
	0.55	0.5091	0.4980	0.4980	82.7065	81.7083	81.6724
	0.60	0.4963	0.4903	0.4903	79.8882	79.8444	79.8246
	0.65	0.4811	0.4784	0.4784	77.0109	76.9111	76.9012
	0.70	0.4632	0.4601	0.4601	76.1009	72.6141	72.6136
	0.75	0.4422	0.4350	0.4350	75.1186	66.8422	66.8471
	0.80	0.4179	0.4031	0.4031	74.1328	59.7968	59.7897
	0.85	0.3895	0.3599	0.3599	73.0016	50.5606	50.5570
	0.90	0.3567	0.3025	0.3025	71.9601	38.8857	38.8865
	0.95	0.3176	0.2198	0.2198	70.8492	23.7589	23.7602
80	0.50	0.5183	0.5002	0.5002	110.9888	110.0089	109.9699
	0.55	0.5079	0.4976	0.4976	109.9548	109.1435	109.1168
	0.60	0.4954	0.4900	0.4900	106.8102	106.7107	106.6970
	0.65	0.4801	0.4780	0.4780	103.6569	102.7801	102.7808
	0.70	0.4622	0.4595	0.4595	101.4475	96.9757	96.9781
	0.75	0.4412	0.4353	0.4354	100.0949	89.6225	89.6128
	0.80	0.4169	0.4023	0.4023	98.7556	79.8249	79.8175
	0.85	0.3888	0.3592	0.3592	97.3743	67.4541	67.4498
	0.90	0.3559	0.3019	0.3019	95.9426	51.8770	51.8769
	0.95	0.3169	0.2193	0.2193	94.4644	37.7064	31.7073

1.2 พิจารณาด้วย DV ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.75 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.60 . 0.70 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ค่า RMSE ของ DF ตั้งแต่สัดส่วน 0.65 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 และตั้งแต่สัดส่วน 0.85 ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ไม่แสดงความแตกต่างที่ขนาดตัวอย่าง 60 และ 80 ผลวิจัยสอดคล้องกับ ค่า DV ซึ่ง ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ที่สัดส่วน 0.75 .0.90 และ 0.95 ที่ทุกขนาดตัวอย่าง

สรุปได้เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ ความแปรปรวนน้อย วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า ที่ขนาดตัวอย่างเล็ก ที่สัดส่วนค่อนข้างสูง วิธี MLE และ วิธี DF ให้ค่า RMSE พอๆ กัน ที่ตัวอย่างขนาดใหญ่ และที่ทุกสัดส่วน

2. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,1)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตารางที่ 4.2 ได้ดังนี้

2.1 พิจารณาด้วย **RMSE** ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80 . 0.85 และ 0.90 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80 . 0.85 และ 0.90 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF มีค่าเท่ากันในทุกสัดส่วน และ ต่ำกว่า ของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

ตารางที่ 4.2 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.5284	0.4986	0.4985	27.4916	26.7194	26.5701
	0.55	0.5178	0.4947	0.4945	26.8453	26.4710	26.3498
	0.60	0.5049	0.4857	0.4854	25.9675	25.7575	25.6781
	0.65	0.4894	0.4749	0.4747	25.6753	24.7529	24.7102
	0.70	0.4712	0.4557	0.4555	25.3804	23.2846	23.2914
	0.75	0.4499	0.4311	0.4309	25.0419	21.4396	21.4396
	0.80	0.4252	0.4092	0.4095	24.7117	19.7864	19.7508
	0.85	0.3962	0.3656	0.3659	24.3363	16.7214	16.6988
	0.90	0.3628	0.3075	0.3077	23.9833	12.8871	12.8806
	0.95	0.3234	0.2236	0.2236	23.6298	7.8744	7.8774
40	0.50	0.5215	0.5004	0.5003	55.9779	54.5742	54.5005
	0.55	0.5112	0.4961	0.4960	54.4763	53.9787	53.9129
	0.60	0.4984	0.4872	0.4871	52.9483	52.6606	52.6165
	0.65	0.4831	0.4742	0.4742	51.3633	50.4497	50.4524
	0.70	0.4651	0.4561	0.4560	50.7319	47.6204	47.6493
	0.75	0.4441	0.4296	0.4295	50.1014	43.6232	43.6728
	0.80	0.4197	0.4045	0.4047	49.4099	39.7692	39.7448
	0.85	0.3913	0.3614	0.3615	48.6953	33.6427	33.6368
	0.90	0.3582	0.3037	0.3038	47.9731	25.8739	25.8708
	0.95	0.3190	0.2207	0.2207	47.2433	15.8182	15.8198

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y=1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน(Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.2 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.5194	0.4999	0.4999	82.4632	82.2207	82.1589
	0.55	0.5090	0.4964	0.4964	81.7143	81.4897	81.4357
	0.60	0.4964	0.4879	0.4879	79.8743	79.5454	79.5172
	0.65	0.4811	0.4751	0.4751	77.0291	76.4148	76.4132
	0.70	0.4631	0.4565	0.4564	76.1042	71.9974	72.0316
	0.75	0.4422	0.4302	0.4302	75.1239	66.0324	66.0861
	0.80	0.4178	0.4031	0.4032	74.0769	59.8377	59.8280
	0.85	0.3896	0.3599	0.3599	73.0327	50.5578	50.5515
	0.90	0.3565	0.3025	0.3025	71.9329	38.8919	38.8904
	0.95	0.3175	0.2198	0.2198	70.8414	23.7599	23.7608
80	0.50	0.5183	0.4995	0.4995	109.9514	109.8000	109.7511
	0.55	0.5080	0.4963	0.4963	108.9131	108.8989	108.8620
	0.60	0.4953	0.4883	0.4883	106.8619	106.4657	106.4453
	0.65	0.4801	0.4756	0.4756	102.7198	102.3307	102.3355
	0.70	0.4622	0.4558	0.4558	101.4360	96.2077	96.2489
	0.75	0.4413	0.4307	0.4307	100.1664	88.5625	88.6006
	0.80	0.4170	0.4023	0.4023	98.8178	79.8184	79.8085
	0.85	0.3887	0.3592	0.3592	97.3579	67.4559	67.4514
	0.90	0.3557	0.3019	0.3019	95.8922	51.8848	51.8834
	0.95	0.3167	0.2193	0.2193	94.4286	31.7014	31.7022

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ค่า RMSE ของ DF ตั้งแต่สัดส่วน 0.80 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 และ 40 ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ไม่แสดงความแตกต่างที่ขนาดตัวอย่าง 60 และ 80 ผลวิจัยสอดคล้องกับ ค่า DV ซึ่ง ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ที่สัดส่วน 0.70 และ 0.95 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 ที่สัดส่วน 0.65, 0.70, 0.75 และ 0.95 ที่ขนาดตัวอย่าง 40

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ ความแปรปรวนปานกลาง วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า ที่ขนาดตัวอย่างเล็ก สัดส่วนค่อนข้างสูง วิธี MLE และ วิธี DF ให้ค่า RMSE พอกๆ กัน ที่ตัวอย่างขนาดใหญ่ ที่ทุกสัดส่วน

3. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,4)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตารางที่ 4.3 ได้ดังนี้

3.1 พิจารณาด้วย **RMSE** ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85 และ 0.90 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF เล็กน้อย ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.60, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85 และ 0.90 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

ตารางที่ 4.3 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2.4)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.5279	0.4985	0.4979	27.0088	26.8295	26.6677
	0.55	0.5177	0.4951	0.4949	26.8540	26.4681	26.3299
	0.60	0.5048	0.4927	0.4928	26.2883	26.1323	26.0357
	0.65	0.4894	0.4823	0.4825	25.6895	25.2484	25.1639
	0.70	0.4712	0.4665	0.4669	25.3855	24.0258	23.9428
	0.75	0.4499	0.4413	0.4417	25.0605	22.0750	22.0185
	0.80	0.4251	0.4089	0.4093	24.6964	19.7391	19.7056
	0.85	0.3964	0.3655	0.3657	24.3495	16.6741	16.6543
	0.90	0.3629	0.3074	0.3076	23.9876	12.8382	12.8340
	0.95	0.3232	0.2235	0.2235	23.6193	7.8406	7.8433
40	0.50	0.5216	0.4993	0.4992	54.9836	54.4729	54.3781
	0.55	0.5109	0.4987	0.4987	54.5423	54.2318	54.1671
	0.60	0.4984	0.4917	0.4917	53.9601	53.0227	52.9722
	0.65	0.4831	0.4804	0.4805	52.3557	51.1996	51.1540
	0.70	0.4651	0.4626	0.4628	50.7341	48.4571	48.4162
	0.75	0.4441	0.4376	0.4377	50.1003	44.6322	44.6114
	0.80	0.4197	0.4044	0.4045	49.4082	39.7105	39.6971
	0.85	0.3914	0.3613	0.3614	48.7134	33.6154	33.6077
	0.90	0.3582	0.3037	0.3037	47.9715	25.8500	25.8504
	0.95	0.3188	0.2207	0.2207	47.2176	15.8022	15.8038

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y = 1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน(Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.3 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,4)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.5194	0.4997	0.4996	83.4608	82.1927	82.1279
	0.55	0.5089	0.4986	0.4986	82.7863	81.8073	81.7658
	0.60	0.4963	0.4913	0.4913	80.9064	79.9579	79.9248
	0.65	0.4810	0.4792	0.4792	77.0423	77.0374	77.0066
	0.70	0.4632	0.4612	0.4612	76.1187	72.8639	72.8376
	0.75	0.4422	0.4360	0.4361	75.1329	67.1085	67.0889
	0.80	0.4178	0.4029	0.4030	74.0767	59.7096	59.7011
	0.85	0.3896	0.3599	0.3599	73.0554	50.5083	50.5012
	0.90	0.3566	0.3025	0.3025	71.9479	38.8872	38.8855
	0.95	0.3174	0.2198	0.2198	70.8229	23.7595	23.7604
80	0.50	0.5183	0.4997	0.4997	109.9450	109.8798	109.8267
	0.55	0.5079	0.4981	0.4981	109.8255	109.2423	109.2080
	0.60	0.4924	0.4909	0.4910	106.8954	106.8819	106.8580
	0.65	0.4801	0.4788	0.4788	102.6936	103.0122	102.9918
	0.70	0.4622	0.4605	0.4605	101.4671	97.3031	97.2842
	0.75	0.4413	0.4353	0.4353	100.1565	89.5853	89.5711
	0.80	0.4169	0.4023	0.4023	98.7544	79.7504	79.7444
	0.85	0.3887	0.3592	0.3592	97.3572	67.4434	67.4408
	0.90	0.3557	0.3019	0.3019	95.8954	51.8756	51.8751
	0.95	0.3169	0.2193	0.2193	94.4593	31.7034	61.7042

N=60 ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF มีค่าเท่ากันในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.75 และ 0.80 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF เล็กน้อย ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วนสรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF มีค่าเท่ากันในทุกสัดส่วน และ ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

3.2 พิจารณาด้วย DV ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF เล็กน้อย ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วนสรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วนสรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF เล็กน้อย ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วนสรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.95

ค่า DV ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ค่า RMSE ของ DF ตั้งแต่สัดส่วน 0.65 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 และ 40 ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF มีค่าพอๆ กัน ที่ขนาดตัวอย่าง 60 และ 80 ส่วนค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ที่สัดส่วน 0.95 ที่ทุกขนาดตัวอย่าง

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ ความแปรปรวนสูง วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า ที่ขนาดตัวอย่างเล็ก สัดส่วนค่อนข้างสูง วิธี MLE และ วิธี DF ให้ค่า RMSE พอๆ กัน ที่ตัวอย่างขนาดใหญ่ ที่ทุกสัดส่วน

4. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x \sim \text{Exp}(0.5)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตารางที่ 4.4 ได้ดังนี้

4.1 พิจารณาด้วย **RMSE** ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.90 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

ตารางที่ 4.4 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x \sim Exp(0.5)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.5279	0.4878	0.4873	26.5136	26.1137	25.6792
	0.55	0.5176	0.4779	0.4772	26.2531	25.3947	25.1323
	0.60	0.5046	0.4874	0.4668	25.9715	24.5239	24.5141
	0.65	0.4892	0.4469	0.4462	25.6726	22.9773	22.1860
	0.70	0.4711	0.4384	0.4377	25.3788	22.3538	21.6141
	0.75	0.4498	0.4081	0.4079	25.0476	20.0803	20.5872
	0.80	0.4248	0.3798	0.3817	24.6881	17.7543	18.5271
	0.85	0.3963	0.3385	0.3413	24.3502	14.8259	15.7096
	0.90	0.3628	0.2604	0.2663	23.9894	9.2358	11.1846
	0.95	0.3208	0.2223	0.2432	21.2130	8.7281	9.0123
40	0.50	0.5213	0.4853	0.4854	53.0049	52.4938	51.8799
	0.55	0.5108	0.4816	0.4816	52.5308	51.9237	51.6061
	0.60	0.4983	0.4671	0.4668	51.9346	49.7208	49.7193
	0.65	0.4829	0.4495	0.4495	51.3782	47.4663	46.9838
	0.70	0.4651	0.4423	0.4417	50.7489	46.3866	46.0032
	0.75	0.4439	0.4132	0.4127	50.0759	41.6786	42.3324
	0.80	0.4196	0.3830	0.3824	49.4119	37.1174	37.8213
	0.85	0.3912	0.3454	0.3459	48.6788	31.7017	32.4145
	0.90	0.3580	0.2753	0.2793	47.9583	21.6804	23.7176
	0.95	0.3188	0.1838	0.1898	47.2245	10.7459	13.4653

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y = 1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน(Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.4 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x \sim Exp(0.5)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.5189	0.4846	0.4849	79.5073	78.9302	78.1249
	0.55	0.5088	0.4795	0.4796	78.7654	77.8071	77.3632
	0.60	0.4961	0.4705	0.4705	77.9498	75.7178	75.6914
	0.65	0.4809	0.4491	0.4491	77.0432	71.4882	70.6829
	0.70	0.4631	0.4488	0.4487	76.1121	71.0605	70.6153
	0.75	0.4422	0.4171	0.4166	75.1485	63.3433	64.4069
	0.80	0.4178	0.3864	0.3852	74.0929	56.8880	57.4733
	0.85	0.3895	0.3478	0.3459	73.0233	48.6569	48.9057
	0.90	0.3566	0.2775	0.2811	71.9693	33.4043	36.0252
	0.95	0.3171	0.1939	0.1983	70.7789	18.8370	21.1005
80	0.50	0.5178	0.4844	0.4846	106.0600	105.4604	104.3742
	0.55	0.5076	0.4782	0.4783	105.0134	103.5927	103.0327
	0.60	0.4951	0.4666	0.4666	103.8600	100.1343	100.0747
	0.65	0.4799	0.4508	0.4506	102.7374	95.8821	94.8395
	0.70	0.4621	0.4475	0.4475	101.4420	94.6783	94.0290
	0.75	0.4412	0.4215	0.4214	100.1666	86.0547	87.0021
	0.80	0.4169	0.3892	0.3889	98.8329	76.6632	77.5091
	0.85	0.3888	0.3478	0.3445	97.3957	65.1929	65.1986
	0.90	0.3558	0.2766	0.2805	95.9221	44.5101	48.0728
	0.95	0.3168	0.1949	0.1993	94.4498	25.6357	28.4127

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก
N=60 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ตั้งแต่สัดส่วน 0.80 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 ตั้งแต่สัดส่วน 0.85 ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ตั้งแต่สัดส่วน 0.90 ที่ขนาดตัวอย่าง 60 และ 80 และผลสอดคล้องกันกับเมื่อพิจารณาด้วย DV ซึ่ง ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ตั้งแต่ สัดส่วน 0.75 เป็นต้นไป ที่ทุกขนาดตัวอย่าง

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบซีกำลัง ความแปรปรวนต่ำ วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่าที่ตัวอย่างทุกขนาดที่สัดส่วนค่อนข้างสูง

5. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x \sim Exp(1)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตารางที่ 4.5 ได้ดังนี้

5.1 พิจารณาด้วย **RMSE** ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

ตารางที่ 4.5 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x \sim Exp(1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.5279	0.4575	0.4514	26.4989	24.4457	22.9797
	0.55	0.5175	0.4503	0.4433	26.2456	23.7426	22.7240
	0.60	0.5045	0.4069	0.3991	25.9747	20.2883	19.9602
	0.65	0.4892	0.3949	0.3882	25.6859	20.0129	19.4262
	0.70	0.4709	0.3847	0.3834	25.3873	19.6680	19.1681
	0.75	0.4497	0.3785	0.3757	25.0564	18.6672	18.5669
	0.80	0.4249	0.3656	0.3638	24.6964	16.3049	17.5592
	0.85	0.3963	0.3252	0.3293	24.3479	13.8379	15.1053
	0.90	0.3630	0.2667	0.2722	24.0005	9.9719	11.4573
	0.95	0.3521	0.2273	0.2492	23.853	8.345	9.723
40	0.50	0.5213	0.4519	0.4466	52.9940	49.0051	45.8748
	0.55	0.5109	0.4462	0.4412	52.4739	47.7038	45.7176
	0.60	0.4979	0.3967	0.3857	51.9343	40.2785	38.7794
	0.65	0.4829	0.3793	0.3689	51.3382	36.9863	36.9258
	0.70	0.4647	0.3726	0.3706	50.7378	36.7191	36.2569
	0.75	0.4439	0.3673	0.3653	50.1077	36.2052	36.0515
	0.80	0.4196	0.3633	0.3623	49.4109	33.0579	32.4591
	0.85	0.3914	0.3187	0.3232	48.7298	27.2524	30.0032
	0.90	0.3582	0.2663	0.2717	47.9878	20.5284	22.9998
	0.95	0.3192	0.1856	0.1913	47.2589	11.0360	13.5401

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y = 1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน(Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.5 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x \sim Exp(1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.5191	0.4516	0.4474	79.4732	73.8374	69.2268
	0.55	0.5088	0.4467	0.4428	78.7199	72.0079	69.1887
	0.60	0.4960	0.3995	0.3913	77.9067	61.3320	59.3700
	0.65	0.4806	0.3817	0.3726	77.0207	57.8489	56.3271
	0.70	0.4628	0.3764	0.3746	76.1208	56.8838	56.8701
	0.75	0.4420	0.3699	0.3699	75.1473	56.0373	55.7535
	0.80	0.4178	0.3674	0.3669	74.1117	50.8050	54.2265
	0.85	0.3896	0.3169	0.3214	73.0608	40.9869	44.9436
	0.90	0.3563	0.2635	0.2691	71.9013	30.5719	34.2347
	0.95	0.3177	0.1900	0.1938	70.8634	17.7281	20.5261
80	0.50	0.5180	0.4524	0.4488	105.9380	98.9241	92.8688
	0.55	0.5077	0.4455	0.4420	104.9409	96.0631	92.1175
	0.60	0.4949	0.4005	0.3919	103.8379	82.7914	79.4804
	0.65	0.4797	0.3813	0.3738	102.7086	77.3955	75.4246
	0.70	0.4619	0.3748	0.3738	101.4697	76.7891	75.8286
	0.75	0.4409	0.3694	0.3686	100.1420	74.6299	74.2323
	0.80	0.4168	0.3633	0.3625	98.7553	66.2739	71.4465
	0.85	0.3887	0.3147	0.3207	97.3678	53.9129	59.8711
	0.90	0.3557	0.2652	0.2713	95.9178	41.3890	46.2379
	0.95	0.3169	0.1873	0.1921	94.4629	23.3025	27.0504

5.2 พิจารณาด้วย DV ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ตั้งแต่สัดส่วน 0.85 เป็นต้นไป ที่ทุกขนาดตัวอย่าง และผลสอดคล้องกันกับเมื่อพิจารณาด้วย DV ซึ่ง ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ตั้งแต่สัดส่วน 0.80 เป็นต้นไป ที่ทุกขนาดตัวอย่าง

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ความแปรปรวนปานกลาง วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า ที่ทุกขนาดตัวอย่าง ที่สัดส่วนค่อนข้างสูง

6. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x \sim Exp(2)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตารางที่ 4.6 ได้ดังนี้

6.1 พิจารณาด้วย **RMSE** ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

ตารางที่ 4.6 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x \sim Exp(2)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.5278	0.4138	0.3995	26.5159	21.7767	19.4112
	0.55	0.5171	0.4056	0.3892	26.2536	20.8507	19.0569
	0.60	0.5041	0.3812	0.3669	25.9798	18.4610	17.8954
	0.65	0.4886	0.3692	0.3569	25.6834	17.9734	17.3956
	0.70	0.4704	0.3459	0.3414	25.3665	16.8339	16.3483
	0.75	0.4494	0.3343	0.3344	25.0426	14.6794	16.0661
	0.80	0.4247	0.3135	0.3185	24.7011	12.2030	14.9532
	0.85	0.3962	0.2969	0.3031	24.3534	11.4284	13.6999
	0.90	0.3627	0.2678	0.2731	23.9822	10.0933	11.5001
	0.95	0.3302	0.2350	0.2513	21.8241	9.3212	10.0146
40	0.50	0.5206	0.4017	0.3839	53.0102	43.3122	37.2870
	0.55	0.5104	0.3947	0.3735	52.4863	41.4079	36.6467
	0.60	0.4975	0.3629	0.3416	51.9105	35.6221	33.1551
	0.65	0.4824	0.3532	0.3336	51.3818	32.5313	32.4279
	0.70	0.4643	0.3260	0.3159	50.7202	30.3199	30.4066
	0.75	0.4434	0.3025	0.2964	50.0765	23.3345	28.0092
	0.80	0.4193	0.2861	0.2899	49.4247	21.0741	26.9034
	0.85	0.3909	0.2667	0.2746	48.6596	19.0987	24.5629
	0.90	0.3580	0.2438	0.2515	47.9716	17.1744	20.9195
	0.95	0.3189	0.1861	0.1922	47.2379	11.3072	13.6198

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y=1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.6 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x \sim Exp(2)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.5185	0.4015	0.3821	79.5390	66.0062	55.7895
	0.55	0.5081	0.3921	0.3705	78.7226	62.5632	54.4743
	0.60	0.4953	0.3618	0.3395	77.9447	54.0926	49.5019
	0.65	0.4802	0.3459	0.3239	77.0589	47.5681	47.0487
	0.70	0.4624	0.3173	0.3040	76.0801	43.6414	43.5433
	0.75	0.4417	0.2877	0.2779	75.1245	31.7403	38.7444
	0.80	0.4174	0.2769	0.2799	74.0924	29.6842	38.8066
	0.85	0.3892	0.2570	0.2657	73.0221	26.6214	35.4978
	0.90	0.3563	0.2362	0.2453	71.9163	24.5047	30.6217
	0.95	0.3174	0.1900	0.1941	70.8246	17.8765	20.5521
80	0.50	0.5175	0.4026	0.3855	106.0337	88.7359	75.3125
	0.55	0.5072	0.3923	0.3746	105.0306	83.4903	73.7341
	0.60	0.4945	0.3623	0.4103	103.9178	72.5331	66.4319
	0.65	0.4791	0.3453	0.3224	102.7541	63.9799	62.4531
	0.70	0.4614	0.3147	0.2998	101.4578	57.0167	52.0949
	0.75	0.4406	0.2829	0.2737	100.1309	40.7308	50.6815
	0.80	0.4165	0.2710	0.2739	98.7923	38.0482	50.2913
	0.85	0.3885	0.2498	0.2585	97.3988	33.4545	45.7917
	0.90	0.3559	0.2288	0.2392	95.9732	30.8547	39.6116
	0.95	0.3169	0.1893	0.1939	94.4641	24.0388	27.3551

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ตั้งแต่สัดส่วน 0.75 เป็นต้นไป ที่ขนาดตัวอย่าง 20 ตั้งแต่สัดส่วน 0.80 ที่ขนาดตัวอย่าง 40, 60 และ 80 ในขณะที่ ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ตั้งแต่ สัดส่วน 0.75 ที่ทุกขนาดตัวอย่าง

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบซีกำลัง ความแปรปรวนสูง วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า ที่ทุกขนาดตัวอย่าง ที่สัดส่วนค่อนข้างสูง

7. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x \sim W(2,0.5)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตาราง 4.7 ได้ดังนี้

7.1 พิจารณาด้วย RMSE ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

ตารางที่ 4.7 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x \sim W(2,0.5)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.5272	0.3545	0.3505	26.5032	18.1625	17.4917
	0.55	0.5169	0.3485	0.3449	26.2498	17.7099	17.3935
	0.60	0.5043	0.3443	0.3417	25.9680	17.3389	17.4770
	0.65	0.4887	0.3396	0.3389	25.6926	16.6158	17.3222
	0.70	0.4705	0.3466	0.3479	25.3499	17.3982	17.9474
	0.75	0.4494	0.3370	0.3393	25.0398	16.4901	17.2378
	0.80	0.4249	0.3258	0.3287	24.7043	15.4139	16.2222
	0.85	0.3965	0.3163	0.3189	24.3643	14.4348	14.9118
	0.90	0.3626	0.2961	0.2973	23.9689	12.4840	12.6383
	0.95	0.3527	0.2746	0.2762	23.3214	10.8314	11.0215
40	0.50	0.5203	0.2998	0.2892	53.0029	30.9783	28.4543
	0.55	0.5100	0.2965	0.2868	52.5045	30.0264	28.5455
	0.60	0.4974	0.2908	0.2825	51.9534	28.6188	28.2928
	0.65	0.4822	0.2818	0.2749	51.3864	26.4855	27.5308
	0.70	0.4644	0.2915	0.2928	50.7484	28.6007	29.7898
	0.75	0.4437	0.2756	0.2783	50.0674	26.0837	27.8704
	0.80	0.4194	0.2648	0.2686	49.4190	24.1095	26.1227
	0.85	0.3909	0.2667	0.2716	48.6822	23.9563	25.3120
	0.90	0.3579	0.2431	0.2486	47.9472	20.1229	21.3123
	0.95	0.3325	0.2314	0.2392	47.0215	18.7643	20.0213

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y = 1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน(Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.7(ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x \sim W(2,0.5)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.5180	0.2815	0.2671	79.5055	43.7892	38.8490
	0.55	0.5078	0.2766	0.2609	78.7475	42.0637	38.3039
	0.60	0.4952	0.2696	0.2544	77.8887	39.0318	37.3095
	0.65	0.4802	0.2639	0.2570	77.0709	38.1789	38.3512
	0.70	0.4624	0.2692	0.2693	76.1115	39.3975	40.6604
	0.75	0.4415	0.2551	0.2565	75.1256	35.6565	37.7940
	0.80	0.4175	0.2429	0.2452	74.1025	32.4649	35.1418
	0.85	0.3895	0.2506	0.2554	73.0743	33.6083	35.4352
	0.90	0.3566	0.2233	0.2289	71.9698	27.5479	29.1658
	0.95	0.3175	0.1888	0.1941	70.8437	20.0377	20.8273
80	0.50	0.5169	0.2755	0.2586	105.9876	57.2524	49.8515
	0.55	0.5067	0.2653	0.2456	105.0085	53.6859	47.3901
	0.60	0.4940	0.2633	0.2449	103.8556	51.0375	47.5492
	0.65	0.4790	0.2542	0.2449	102.7125	48.4980	47.9848
	0.70	0.4614	0.2618	0.2609	101.4898	51.0144	52.1182
	0.75	0.4407	0.2443	0.2441	100.1534	45.6823	47.6285
	0.80	0.4165	0.2337	0.2343	98.7758	41.5749	44.3285
	0.85	0.3885	0.2457	0.2507	97.3780	43.9547	46.2718
	0.90	0.3556	0.2147	0.2200	95.8899	35.0607	37.0559
	0.95	0.3169	0.1850	0.1897	94.4568	26.1119	26.9659

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก
N=80 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่าตั้งแต่สัดส่วน 0.70 เป็นต้นไป ที่ตัวอย่างขนาด 20 และ 40 ตั้งแต่สัดส่วน 0.75 ที่ตัวอย่างขนาด 60 และตั้งแต่สัดส่วน 0.80 ที่ตัวอย่างขนาด 80 ผลสอดคล้องกันกับเมื่อพิจารณาด้วย DV ซึ่ง ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ตั้งแต่สัดส่วน 0.60 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 ตั้งแต่สัดส่วน 0.65 ที่ขนาดตัวอย่าง 40 และ 60 ตั้งแต่สัดส่วน 0.70 ที่ขนาดตัวอย่าง 80

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไวบูลต์ ความแปรปรวนต่ำ วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า ที่ตัวอย่างขนาดเล็ก สัดส่วนค่อนข้างสูง และที่ตัวอย่างขนาดใหญ่ ที่สัดส่วนสูง

8. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงแบบไวบูลต์ ($x \sim W(2,1)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตารางที่ 4.8 ได้ดังนี้

8.1 พิจารณาด้วย RMSE ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง



ตารางที่ 4.8 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x \sim W(2,1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.5278	0.3704	0.3653	26.4944	19.1351	18.2931
	0.55	0.5173	0.3651	0.3621	26.2508	18.6253	18.3712
	0.60	0.5044	0.3553	0.3527	25.9860	17.9137	18.0671
	0.65	0.4889	0.3409	0.3402	25.6857	17.6474	17.5679
	0.70	0.4709	0.3322	0.3316	25.3846	17.0909	16.9884
	0.75	0.4496	0.3273	0.3267	25.0597	15.5714	16.5714
	0.80	0.4249	0.3237	0.3265	24.7048	15.3204	16.1531
	0.85	0.3964	0.3145	0.3172	24.3560	14.3373	14.8794
	0.90	0.3629	0.2986	0.2996	23.9915	12.5950	12.7204
	0.95	0.3813	0.2834	0.2905	23.1430	12.0731	12.4324
40	0.50	0.5209	0.3336	0.3261	52.9894	34.6435	32.5014
	0.55	0.5106	0.3307	0.3237	52.4888	33.7142	32.6618
	0.60	0.4979	0.3178	0.3098	51.9530	31.5865	31.4265
	0.65	0.4826	0.2774	0.2724	51.3583	27.9369	27.5089
	0.70	0.4646	0.2692	0.2668	50.7273	27.0844	26.7361
	0.75	0.4436	0.2602	0.2605	50.0684	26.6823	25.7692
	0.80	0.4194	0.2587	0.2587	49.4159	22.9135	25.1033
	0.85	0.3911	0.2504	0.2553	48.6972	22.0779	23.7996
	0.90	0.3582	0.2392	0.2441	47.9895	19.6320	21.0360
	0.95	0.3189	0.2135	0.2149	47.2383	15.3722	15.4944

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y = 1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน(Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.8 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x \sim W(2,1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.5187	0.3249	0.3158	79.4844	50.7206	47.1636
	0.55	0.5083	0.3159	0.3063	78.6859	48.5292	46.2536
	0.60	0.4956	0.2999	0.2901	77.8894	44.0085	43.6639
	0.65	0.4803	0.2493	0.2396	77.0349	35.8246	35.1261
	0.70	0.4625	0.2444	0.2362	76.1107	35.1608	34.3747
	0.75	0.4418	0.2446	0.2418	75.1409	34.0035	33.2557
	0.80	0.4174	0.2292	0.2299	74.0831	29.7177	32.5559
	0.85	0.3895	0.2249	0.2285	73.0641	29.0598	31.1914
	0.90	0.3565	0.2135	0.2186	71.9552	26.1655	27.7575
	0.95	0.3177	0.1859	0.1915	70.8734	19.8847	20.5993
80	0.50	0.5175	0.3249	0.3168	105.9491	67.8492	63.2686
	0.55	0.5073	0.3106	0.3004	104.9473	63.4354	60.1960
	0.60	0.4947	0.3053	0.2987	103.8605	60.7261	60.5265
	0.65	0.4794	0.2399	0.2255	102.7209	45.4847	43.2430
	0.70	0.4616	0.2333	0.2234	101.4448	42.9394	42.7236
	0.75	0.4408	0.2244	0.2238	100.1599	41.4939	41.3445
	0.80	0.4166	0.2265	0.2191	98.8039	41.1369	40.2445
	0.85	0.3885	0.2122	0.2138	97.3713	36.1468	38.0892
	0.90	0.3558	0.1997	0.2037	95.9489	32.1919	33.7633
	0.95	0.3168	0.1686	0.1754	94.4550	23.4719	27.7444

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ตั้งแต่สัดส่วน 0.80 เป็นต้นไป ที่ทุกขนาดตัวอย่าง และผลสอดคล้องกันกับเมื่อพิจารณาด้วย DV ซึ่ง ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ตั้งแต่สัดส่วน 0.75 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 และ ตั้งแต่สัดส่วน 0.80 ที่ขนาดตัวอย่าง 40, 60 และ 80

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า ที่ทุกขนาดตัวอย่าง ที่สัดส่วนค่อนข้างสูง

9. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x \sim W(2,2)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตาราง 4.9 ได้ดังนี้

9.1 พิจารณาด้วย **RMSE** ผลการวิจัยมีดังนี้

ตารางที่ 4.9 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x \sim W(2,2)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.5272	0.3502	0.3456	26.5092	17.9888	17.2689
	0.55	0.5171	0.3478	0.3441	26.2544	17.8186	17.4904
	0.60	0.5042	0.3429	0.3409	25.9710	17.3072	17.4722
	0.65	0.4889	0.3421	0.3421	25.6875	17.2172	17.6875
	0.70	0.4705	0.3437	0.3447	25.3691	17.2319	17.7855
	0.75	0.4496	0.3368	0.3388	25.0393	16.4475	17.2076
	0.80	0.4249	0.3297	0.3326	24.7110	15.6689	16.4021
	0.85	0.3965	0.3199	0.3219	24.3643	14.5928	15.0719
	0.90	0.3629	0.2975	0.2985	23.9928	12.5539	12.6787
	0.95	0.3450	0.2901	0.2913	23.6514	10.7365	10.9721
40	0.50	0.5203	0.2948	0.2852	53.0161	30.3881	28.0468
	0.55	0.5101	0.2881	0.2784	52.5270	29.2946	27.7314
	0.60	0.4972	0.2849	0.2748	51.9478	28.2837	27.5609
	0.65	0.4825	0.2837	0.2806	51.3637	28.0177	28.5017
	0.70	0.4644	0.2801	0.2802	50.7542	27.2759	28.3671
	0.75	0.4436	0.2729	0.2743	50.0679	25.8426	27.4082
	0.80	0.4194	0.2632	0.2667	49.4159	24.3272	25.9376
	0.85	0.3912	0.2539	0.2585	48.6995	22.4340	24.1424
	0.90	0.3579	0.2469	0.2519	47.9441	20.5473	21.6291
	0.95	0.3189	0.2134	0.2148	47.2340	15.3743	15.4811

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y = 1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.9 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x \sim W(2,2)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.5177	0.2699	0.2533	79.5255	42.3195	36.6099
	0.55	0.5078	0.2663	0.2497	78.7608	40.6928	36.4268
	0.60	0.4947	0.2598	0.2459	77.9489	37.7654	35.9385
	0.65	0.4801	0.2599	0.2529	77.0381	38.1330	37.6446
	0.70	0.4623	0.2573	0.2548	76.0852	37.5801	38.2006
	0.75	0.4417	0.2484	0.2476	75.1365	34.6518	36.2688
	0.80	0.4175	0.2390	0.2411	74.0886	32.6089	34.4643
	0.85	0.3895	0.2294	0.2318	73.0432	29.7815	31.7162
	0.90	0.3565	0.2227	0.2276	71.9444	27.5057	28.9496
	0.95	0.3171	0.1918	0.1959	70.7814	20.4375	21.1037
80	0.50	0.5167	0.2604	0.2422	106.0384	54.2585	46.2128
	0.55	0.5064	0.2563	0.2371	105.0164	51.9363	45.3231
	0.60	0.4939	0.2469	0.2268	103.8906	48.0001	43.3443
	0.65	0.4789	0.2459	0.2371	102.7535	47.5187	46.1852
	0.70	0.4613	0.2448	0.2408	101.5130	47.1163	47.0853
	0.75	0.4407	0.2324	0.2295	100.1984	42.7661	43.9777
	0.80	0.4166	0.2303	0.2311	98.8402	41.5511	43.4741
	0.85	0.3884	0.2152	0.2166	97.3625	36.6393	38.7647
	0.90	0.3556	0.2088	0.2137	95.8966	33.9808	35.8471
	0.95	0.3168	0.1832	0.1876	94.4394	25.7556	26.7074

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ตั้งแต่สัดส่วน 0.70 เป็นต้นไป ที่ตัวอย่างขนาด 20 และ 40 และตั้งแต่สัดส่วน 0.80 ที่ตัวอย่างขนาด 60 และ 80 ผลสอดคล้องกันกับเมื่อพิจารณาด้วย DV ซึ่ง ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ตั้งแต่ สัดส่วน 0.60 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 ตั้งแต่สัดส่วน 0.65 ที่ขนาดตัวอย่าง 40 และตั้งแต่สัดส่วน 0.70 ที่ขนาดตัวอย่าง 60 และ 80

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไวบูลล์ ความแปรปรวนสูง วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า ที่ตัวอย่างขนาดเล็ก สัดส่วนค่อนข้างสูง และที่ตัวอย่างขนาดใหญ่ ที่สัดส่วนสูง

ผลการวิจัยเมื่อมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 2 ตัว

1. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x_1 \sim N(2,1)$ และ $x_2 \sim Exp(1)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตารางที่ 4.10 ได้ดังนี้

1.1 พิจารณาด้วย RMSE ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่า ของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

ตารางที่ 4.10 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 2 ตัว มีการแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบซ์กำลัง ($x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.4857	0.3684	0.3534	26.1071	19.2343	16.7576
	0.55	0.4739	0.3632	0.3507	25.8648	18.2618	16.6272
	0.60	0.4619	0.3601	0.3483	25.6263	17.3506	16.7043
	0.65	0.4493	0.3592	0.3502	25.3832	16.9352	16.5871
	0.70	0.4344	0.3479	0.3429	25.1288	16.0819	16.0569
	0.75	0.4184	0.3379	0.3362	24.8683	13.1545	15.3063
	0.80	0.4022	0.3268	0.3276	24.6084	12.1793	14.5222
	0.85	0.3833	0.3130	0.3149	24.3339	11.5873	13.1564
	0.90	0.3714	0.2937	0.3012	23.4217	12.0533	12.3622
	0.95	0.3523	0.2831	0.2902	22.8235	11.1244	11.0242
40	0.50	0.4742	0.3264	0.2909	52.1109	35.6628	27.6511
	0.55	0.4622	0.3190	0.2896	51.6293	33.4869	28.2362
	0.60	0.4492	0.3122	0.2806	51.1292	30.8028	27.1543
	0.65	0.4349	0.3058	0.2823	50.6212	27.2808	26.7064
	0.70	0.4189	0.2944	0.2749	50.0948	26.1652	25.3993
	0.75	0.4039	0.2879	0.2746	49.5962	20.3636	24.9203
	0.80	0.3859	0.2708	0.2652	49.0629	16.8854	22.8826
	0.85	0.3675	0.2539	0.2539	48.5317	14.6372	20.7986
	0.90	0.3465	0.2359	0.2393	47.9705	13.2653	18.1446
	0.95	0.3243	0.2215	0.2219	40.0436	12.2148	18.0023

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ y = 1

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.10 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 2 ตัว มีการแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.4695	0.3071	0.2580	78.0909	51.3269	36.9441
	0.55	0.4576	0.3006	0.2533	77.3676	48.2822	36.6948
	0.60	0.4447	0.2945	0.2489	76.6279	44.2469	35.9995
	0.65	0.4312	0.2900	0.2567	75.8843	39.6330	36.6139
	0.70	0.4157	0.2803	0.2517	75.1060	35.6782	35.0498
	0.75	0.3996	0.2703	0.2503	74.3361	33.3469	33.0768
	0.80	0.3815	0.2529	0.2405	73.5345	22.9791	30.9574
	0.85	0.3625	0.2351	0.2331	72.7331	18.9018	27.8941
	0.90	0.3411	0.2116	0.2117	71.8909	15.4698	23.4463
	0.95	0.3104	0.2000	0.2002	68.4371	14.0413	23.1314
80	0.50	0.4679	0.3005	0.2408	104.0918	67.8928	45.6651
	0.55	0.4556	0.2934	0.2363	103.1153	63.3154	45.1021
	0.60	0.4426	0.2879	0.2330	102.1243	57.5847	44.3887
	0.65	0.4286	0.2792	0.2361	101.1179	50.9470	44.3148
	0.70	0.4139	0.2714	0.2354	101.1178	44.6639	43.8229
	0.75	0.3968	0.2581	0.2308	99.0513	42.6015	41.3904
	0.80	0.3790	0.2435	0.2284	97.9973	28.3846	38.9438
	0.85	0.3599	0.2236	0.2197	96.9298	22.9320	34.5976
	0.90	0.3389	0.2009	0.1996	95.8233	18.6810	29.1342
	0.95	0.3211	0.1821	0.1812	94.2033	18.1023	23.4813

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ตั้งแต่สัดส่วน 0.80 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 และที่สัดส่วน 0.90 ที่ขนาดตัวอย่าง 40 และ 60 ผลสอดคล้องกันกับเมื่อพิจารณาด้วย DV ซึ่ง ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ตั้งแต่ สัดส่วน 0.75 ที่ทุกขนาดตัวอย่าง

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ และ แบบชี้กำลัง วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า ที่ตัวอย่างขนาดเล็ก และที่สัดส่วนค่อนข้างสูง และที่ขนาดตัวอย่างใหญ่ที่สัดส่วนสูงมาก วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า

2. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x_1 \sim N(2,1)$ และ $x_2 \sim W(2,1)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตารางที่ 4.11 ได้ดังนี้

2.1 พิจารณาด้วย RMSE ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

ตารางที่ 4.11 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 2 ตัว มีการแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.4912	0.3874	0.3812	26.1772	20.2379	19.6215
	0.55	0.4811	0.3857	0.3795	25.9494	20.0789	19.6247
	0.60	0.4709	0.3830	0.3765	25.7229	19.9806	19.6500
	0.65	0.4596	0.3821	0.3762	25.4866	19.5358	19.4359
	0.70	0.4468	0.3782	0.3730	25.2388	18.9818	18.9721
	0.75	0.4318	0.3691	0.3654	24.9749	18.3113	18.2249
	0.80	0.4133	0.3556	0.3544	24.6878	16.5404	16.9089
	0.85	0.3911	0.3389	0.3395	24.3810	14.8663	15.0616
	0.90	0.3612	0.2939	0.2959	24.0393	11.8912	11.8983
	0.95	0.3124	0.2591	0.2623	23.8761	9.4932	10.2111
40	0.50	0.4734	0.3139	0.3001	52.1601	34.1989	32.0297
	0.55	0.4629	0.3093	0.2952	51.7052	33.8435	31.7382
	0.60	0.4520	0.3071	0.2938	51.2455	33.0138	31.5320
	0.65	0.4418	0.3095	0.2964	50.8021	32.9562	31.7615
	0.70	0.4299	0.3089	0.2972	50.3265	31.9986	31.4421
	0.75	0.4148	0.2989	0.2890	49.8015	29.8819	29.7836
	0.80	0.3989	0.2919	0.2835	49.2709	28.9301	28.3156
	0.85	0.3790	0.2807	0.2763	48.6873	24.8998	25.7769
	0.90	0.3540	0.2621	0.2623	48.0542	21.3402	22.0154
	0.95	0.3401	0.2124	0.2125	46.8841	19.8315	20.3141

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y=1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน(Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.11 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 2 ตัว มีการแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.4647	0.2754	0.2554	78.0646	45.6244	40.3741
	0.55	0.4549	0.2744	0.2559	77.4031	45.4789	40.6524
	0.60	0.4445	0.2734	0.2548	76.7339	44.9757	40.7431
	0.65	0.4341	0.2750	0.2578	76.0732	44.6119	41.2821
	0.70	0.4229	0.2789	0.2621	75.3821	43.9035	41.4098
	0.75	0.4079	0.2684	0.2526	74.6065	40.6323	38.9279
	0.80	0.3922	0.2605	0.2469	73.8152	37.3838	36.8643
	0.85	0.3736	0.2521	0.2427	72.9708	34.7162	34.1374
	0.90	0.3497	0.2357	0.2327	72.0410	29.3394	29.4383
	0.95	0.3173	0.2007	0.2031	71.0101	20.5628	21.0478
80	0.50	0.4606	0.2560	0.2328	103.9686	56.7917	48.1426
	0.55	0.4509	0.2572	0.2348	103.0997	57.0944	48.9436
	0.60	0.4404	0.2568	0.2342	102.2028	56.3105	48.8852
	0.65	0.4297	0.2567	0.2353	101.3214	55.5443	49.1198
	0.70	0.4173	0.2540	0.2337	100.3734	53.3147	48.0687
	0.75	0.4035	0.2473	0.2274	99.3819	50.0669	46.0308
	0.80	0.3882	0.2409	0.2234	98.3441	46.1874	43.8574
	0.85	0.3709	0.2369	0.2237	97.2526	42.5911	41.7182
	0.90	0.3475	0.2221	0.2167	96.0261	36.3434	36.4069
	0.95	0.3159	0.1873	0.1891	94.6675	25.0867	26.1167

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่าของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

2.2 พิจารณาด้วย DV ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=40 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=60 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ตั้งแต่สัดส่วน 0.85 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 ตั้งแต่สัดส่วน 0.90 ที่ขนาดตัวอย่าง 40 ค่า RMSE ของ MLE เริ่มสูงกว่าที่สัดส่วน 0.95 ที่ขนาดตัวอย่าง 60 และ 80 ผลสอดคล้องกันกับเมื่อพิจารณาด้วย DV ซึ่ง ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ตั้งแต่ สัดส่วน 0.80 ที่ทุกขนาดตัวอย่าง

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ และ แบบไวบูลล์ วิธี DF ให้ค่า RMSE ต่ำกว่า ที่ตัวอย่างขนาดเล็ก สัดส่วนค่อนข้างสูง และตัวอย่างขนาดใหญ่ ที่มีสัดส่วนสูงมาก

3. กรณีตัวแปรอธิบายมีการแจกแจงแบบซีกำลัง และการแจกแจงแบบไวบูลล์

($x_1 \sim Exp(1)$ และ $x_2 \sim W(2,1)$) ผู้เขียนสรุปผลจากตารางที่ 4.12 ได้ดังนี้

3.1 พิจารณาด้วย **RMSE** ผลการวิจัยมีดังนี้

N=20 ค่า RMSE ของ MLE ต่ำกว่าทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 ค่า RMSE ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า RMSE ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

ตารางที่ 4.12 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 2 ตัว มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง และการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
20	0.50	0.4818	0.3476	0.3394	26.0822	17.7771	16.8729
	0.55	0.4725	0.3471	0.3400	25.8659	17.7520	17.2133
	0.60	0.4611	0.3417	0.3366	25.6322	17.6183	17.1614
	0.65	0.4494	0.3397	0.3375	25.3990	17.2615	17.1548
	0.70	0.4364	0.3336	0.3330	25.1557	15.6346	16.8404
	0.75	0.4228	0.3321	0.3319	24.9074	14.9195	16.3936
	0.80	0.4064	0.3237	0.3254	24.6414	13.9207	15.5501
	0.85	0.3868	0.3138	0.3162	24.3558	12.9334	14.2303
	0.90	0.3801	0.2947	0.3012	23.8942	11.2484	12.4564
	0.95	0.3642	0.2891	0.2997	23.0120	9.8345	10.4123
40	0.50	0.4674	0.2937	0.2666	52.0019	30.7509	26.1195
	0.55	0.4559	0.2856	0.2649	51.5394	29.1712	26.4393
	0.60	0.4445	0.2818	0.2630	51.0750	27.8054	26.3679
	0.65	0.4325	0.2761	0.2640	50.6179	26.5879	26.5869
	0.70	0.4193	0.2689	0.2594	50.1366	26.0491	25.9993
	0.75	0.4061	0.2654	0.2603	49.6608	25.8461	25.7368
	0.80	0.3889	0.2527	0.2501	49.1249	19.9307	23.8639
	0.85	0.3709	0.2478	0.2477	48.5842	17.7551	22.2269
	0.90	0.3490	0.2341	0.2359	48.0005	15.6949	19.5007
	0.95	0.3188	0.2065	0.2099	47.3407	13.6204	14.3392

N = ขนาดตัวอย่าง

P(y=1) = สัดส่วนที่ $y=1$

RMSE = ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน(Square Root Mean Squares Error)

DV = ค่าสถิติ Deviance

WLS = วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

DF = วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (Discriminant Function)

MLE = วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

ตารางที่ 4.12 (ต่อ) แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 2 ตัว มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง และการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$)

N	P(y=1)	RMSE			DV		
		WLS	DF	MLE	WLS	DF	MLE
60	0.50	0.4623	0.2739	0.2372	77.9084	43.1232	34.0074
	0.55	0.4511	0.2677	0.2349	77.2226	41.3592	34.3452
	0.60	0.4389	0.2602	0.2333	76.5191	38.6424	34.2127
	0.65	0.4264	0.2539	0.2324	75.8149	36.0389	34.0140
	0.70	0.4131	0.2448	0.2286	75.1036	33.4008	33.3016
	0.75	0.3990	0.2385	0.2276	74.3740	32.4002	31.6583
	0.80	0.3834	0.2299	0.2208	73.6132	26.9619	30.9500
	0.85	0.3659	0.2247	0.2187	72.8169	23.4757	29.1138
	0.90	0.3439	0.2110	0.2095	71.9447	19.3163	25.4755
	0.95	0.3156	0.1862	0.1868	70.9875	15.9804	19.2237
80	0.50	0.4603	0.2662	0.2217	103.8329	56.3859	41.7455
	0.55	0.4484	0.2563	0.2139	102.8917	53.2415	40.5221
	0.60	0.4365	0.2517	0.2165	101.9652	49.9279	41.3426
	0.65	0.4241	0.2441	0.2190	101.0416	46.7207	41.9879
	0.70	0.4097	0.2308	0.2107	100.0575	41.5990	39.7866
	0.75	0.3956	0.2242	0.2093	99.0935	38.9881	38.9354
	0.80	0.3801	0.2173	0.2062	98.0855	33.3364	37.3154
	0.85	0.3622	0.2065	0.1966	97.0195	28.0256	33.8909
	0.90	0.3414	0.1964	0.1904	95.8904	23.2513	30.4270
	0.95	0.3138	0.1739	0.1729	94.6311	18.5620	23.4206

N=60 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.85 .
0.90 และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS
ทุกสัดส่วน สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

N=80 ค่า DV ของ MLE ต่ำกว่า ทุกวิธีในทุกสัดส่วน ยกเว้นที่สัดส่วน 0.85 . 0.90
และ 0.95 ค่า DV ของ MLE สูงกว่า ของ DF ค่า DV ของ DF ต่ำกว่าของ WLS ทุกสัดส่วน
สรุปแนวโน้มของแต่ละวิธีดังนี้

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ MLE มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ DF มีแนวโน้มลดลง

เมื่อสัดส่วนเพิ่มขึ้น ค่า DV ของ WLS มีแนวโน้มลดลงแต่ไม่แตกต่างกันมากนัก

สรุปโดยรวม การเพิ่มขนาดตัวอย่างมีผลทำให้ค่า RMSE ของทุกวิธีมีค่าลดลง
ค่าของ DV ของทุกวิธีมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS
ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน ค่า DV ของ MLE และ ของ DF ต่ำกว่าของ WLS
ทุกขนาดตัวอย่าง และ ทุกสัดส่วน

เมื่อพิจารณา ค่า RMSE ของ MLE และ ของ DF พบว่า ค่า RMSE ของ
MLE เริ่มเปลี่ยนเป็นสูงกว่า ตั้งแต่สัดส่วน 0.80 ที่ขนาดตัวอย่าง 20 และ 40 และที่สัดส่วน
0.95 ที่ขนาดตัวอย่าง 60 ในขณะที่ค่า DV ของ MLE เริ่มสูงกว่า ค่า DV ของ DF ตั้งแต่
สัดส่วน 0.70

สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบชี้กำลัง และ แบบไวบูลล์ วิธี DF ให้ค่า
RMSE ต่ำกว่า ที่ตัวอย่างขนาดเล็ก ที่มีสัดส่วนค่อนข้างสูง