หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บรรณานุกรม

หนังสือ

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. " ความหมายของบทเรียนแบบโปรแกรม. " คำบรรยายวิชา Programmed Instruction. กรุงเทพมหานคร : แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2516.

_____ " นวกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษา. " ใน สัมมนาการศึกษาเรื่องแนวคิดและแนวปฏิบัติใหม่ทางการศึกษา, หน้า 20 – 21. แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 11 มกราคม – 11 กุมภาพันธ์ 2521.

ไชยยศ เรืองสุวรรณ. หลักการทฤษฎีเทคโนโลยีและนวกรรมทางการศึกษา. กาฬสินธุ์ : ประสานการพิมพ์, 2521.

นิพนธ์ สุขปรีดี. นวกรรมเทคโนโลยีการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์พิฆเนศ, 2519.

ปรัชญา ใจสอาด. บทเรียนสำเร็จรูปและเครื่องช่วยสอน. ลพบุรี : หัตถโกศลการพิมพ์, 2522.

ประทีป สยามชัย. " Pragrammed Learning " ใน ชุมทางวิชาการ รายงานการประชุมทางวิชาการ 2510, หน้า 222. พระนคร : โรงพิมพ์สหกรณ์ขายส่ง, 2510.

ประสาท อิศรปรีดา. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์กราฟิคอาร์ต, 2522.

เปรื่อง กุมุท. การสร้างบทเรียนสำเร็จรูป. พระนคร : ศูนย์โสตทัศนศึกษา วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร, 2516.

ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : กรุงเทพการพิมพ์, 2519.

วารินทร์ สายโอบเอื้อ และ สุณีย์ ธีรดากร. จิตวิทยาการศึกษา. นนทบุรี : โรงพิมพ์สถานสงเคราะห์หญิงปากเกร็ด, 2522.

วิเชียร เกตุสิงห์. สถิติวิเคราะห์สำหรับการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ : สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2523.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. บทคัดย่องานวิจัยทางการศึกษา. พระนคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2513.

สุชา จันทน์เอม และ สุรางค์ จันทน์เอม. จิตวิทยาเด็กพิเศษ. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แพร่พิทยา, 2521.

สุชาติ ประสิทธิ์รัฐสินธุ์ และ บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. ระเบียบวิธีการวิจัยทางสังคมศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะสังคมศาสตร์และมนุษยศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล, 2521.

อุทุมพร ทองอุไทย. แบบสอบถาม : การสร้างและการใช้. กรุงเทพฯ : สมาพันธ์มิตรการพิมพ์, 2520.

_____ แผนวิเคราะห์ข้อมูลพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพฯ : แผนกวิชาวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.

บทความ

ชม ภูมิภาค. " การวิจัยเกี่ยวกับการสอนแบบโปรแกรม." วารสารการศึกษา 15 (เมษายน - พฤษภาคม 2522) : 44.

ดวงเดือน ออนน้อม. ". คณิตศาสตร์แนวใหม่หรือคณิตศาสตร์แนวปัจจุบันในชั้นประถมศึกษา." วารสารคณิตศาสตร์ 22 (กรกฎาคม - สิงหาคม 2520) : 35.

เอกสารอื่นๆ

ชนิกา พิทักษ์สกุล. " การผลิตและการใช้สื่อการสอนของวิทยาลัยครูอุดรธานี." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.

ดนยา วงศ์ธนะชัย. " การสร้างบทเรียนสำเร็จรูปวิชาภาษาไทยเรื่อง คำสนธิ ในระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2522.

นิกร วริรักษ์. " การเปรียบเทียบผลการเรียนสะกดคำภาษาอังกฤษจากบทเรียนแบบโปรแกรมระหว่างแบบบอกคำตอบทันทีกับแบบบอกคำตอบล่าช้า." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร, 2515.

ผ่องศรี คุ้มจอหอ. " การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสถิติโดยวิธีสอนแบบบรรยายกับวิธีสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมประกอบการอภิปรายในระดับประโยควิชาชีพเกษตร." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.

พลรัตน์ ลักษณียนาวิน. " การทดลองสอนพีชคณิตโดยใช้แบบเรียนสำเร็จรูป." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2513.

พินัทย์ เสงี่ยมสิน. " การทดลองสอนวิชาตรีโกณมิติโดยการใช้บทเรียนโปรแกรม." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชาวิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.

พิมพ์ใจ สิทธิสุรศักดิ์. " การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องผลของความร้อนสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2516.

พิเชษฐ ศรีวรกุล. " การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง การเปลี่ยนสถานะของสาร สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 7." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2517.

เรไร แหวนเกตุ. " การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องสมบกลมทะเลสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 7." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2515.

วสันต์ อติศัพท์. " ประวัตินวกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษาในประเทศไทย." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2522.

สถิตมาส สีหสิทธิ์. " การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมวิชาภาษาไทยเรื่อง กาพย์ สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.

BIBLIOGRAPHY

Books

Branca, Albert A. Phychology : The Science of Behavior. U.S.A. : Allyn and Bacon, 1966.

Callender, Patecia. Programmed Learning : Its Development and Structure. London : Longman, 1969.

Cronbach, Lee J. Essentials of Psychological Testing. 3d ed. New York : Harper & Row, 1970.

Fry, Edward B. Teaching Machines and Programmed Instruction. New York : McGraw-Hill Books Co., 1963.

Glaser, Robert. Teaching Machines and Programmed Learning II. Washington D.C., 1965.

Good, Carter V. Dictionary of Education. New York : McGraw-Hill, 1973.

Hamer, J.W. Program Learning Practice with Particular Reference to the Developing Countries. Enfield : Enfield College of Technology, 1973.

Hunt, Maurice P. Teaching High School Social Studies. New York : Harper & Brothers, 1955.

Krishnamurthy, V. " Styles in Programming." A Handbook of Programmed Learning. Gujarat : Anand Press, 1970.

Leith, G.O.M. A Handbook of Programmed Learning. 2d ed. Birmingham : University of Birmingham, 1966.

คือ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย และน้อยที่สุด ตามความคิดเห็นเกี่ยวกับตัวบทเรียน ความรู้สึกของผู้เรียน กิจกรรมการเรียนการสอน และความสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียน

ตอนที่ 3 เป็นคำถามแบบปลายเปิด (Open-Ended) เพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นโดยเสรี

2.3 ทำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นไปหาความตรงเฉพาะหน้า (Face Validity) โดยผู้ทรงคุณวุฒิ[1] 5 ท่าน ตรวจสอบ วิเคราะห์ และเสนอแนะเพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

2.4 นำแบบสอบถาม[2] ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนที่มิใช่กลุ่มตัวอย่างประชากรซึ่งเคยเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรมมาแล้ว จำนวน 20 คน แล้วนำข้อมูลที่ได้มาคำนวณหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบสอบถามตามแบบ Coefficient Alpha ของครอนบาค (Cronbach) โดยใช้สูตร[3]

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\Sigma \sigma_i^2}{\sigma_x^2}\right]$$

เมื่อ α คือ ความเที่ยงของแบบสอบถาม

σ_i^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ

σ_x^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนทั้งหมด

n คือ จำนวนข้อของแบบสอบถาม

จากการคำนวณปรากฏว่าความเที่ยงของแบบสอบถามเท่ากับ[4] 0.92

---

[1] ดูรายละเอียดในภาคผนวก ช

[2] ดูรายละเอียดในภาคผนวก ฉ

[3] Lee J. Cronbach, Essentials of Psychological Testing, 3 d ed. (New York: Harper & Row, 1970), p.161.

[4] ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก

Markle, Susan Meyer. Good Frames and Bad. 2d ed. New York : John Wiley and Sons Inc., 1969.

Porter, Douglas. " An Application of Reinforcement Principle to Classroom Teaching." The Research on Programmed Instruction : An Annotated Bibliography. Washington : U.S. Goverment Printing Office, 1962.

Schramm, Wilbur. The Research on Programmed Instruction : An Annotated Bibliography. Washington D.C. : U.S. Dept. of Health Education and Welfare, 1964.

Thomas, C.A., and Others. Programmed Learning in Perspective. Chicago : Educational Methods, 1964.

Wallis, W. Allen and Roberts, Harry V. Statistics : A New Approach. 3d ed. New York : The Book Production Co., 1965.

Wittich, Walter Arno, and Schuller, Charles Francis. Audiovisual Materials. New York : Harper & Row, 1968.

Articles

Beane, Donald G. " A Comparison of Linear and Branching Techniques of Programmed Instruction in Plane Geometry." The Journal of Education Research 58 (March 1965).

Conroy, David E. " The Effect of Age and Sex Upon a Comparison Between Achievement Gains in Programmed Instruction and Conventional Instruction in Remedial Algebra I at Northern Virginia Community College." Dissertation Abstracts 32 (March 1972) : 5102-A.

Moses, John Irvin. " A Comparison of the Result of Achievement with Programmed Learning and Traditional Classroom Techniques in First Year Algebra at Spring Branch Junior High School." Dissertation Abstracts 25 (April 1965) : 5793-A.

Nelson, Marvin Nels. " Individual and Paired Learning of Selected Mathemetical Concepts Presented by Programmed Instruction to Pre-Service Teacher." Dissertation Abstracts 36 (August 1975) : 834-A - 835-A.

Powel, Virginia P. " Programmed Instruction in High School Chemistry." Chemistry Education 40 (1963) : 23-24.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

แสดงการคำนวณหาค่าความเที่ยงของแบบสอบถาม

1. หาค่าความแปรปรวน (Variance) ของคะแนน โดยใช้สูตร[1]

$$\sigma^2 = \frac{N\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ σ^2 = ความแปรปรวนของคะแนน

x = คะแนนแต่ละตัว

N = จำนวนคนทั้งหมด

จากการคำนวณ ได้ค่าความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ (σ_x^2) = 423.2737 และได้ค่าความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ (σ_i^2) ดังนี้

ข้อที่	ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ (σ_i^2)	ข้อที่	ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ (σ_i^2)
1	0.6421	11	0.7868
2	0.3447	12	1.0947
3	0.6605	13	0.8000
4	1.1868	14	0.9368
5	1.0105	15	0.8421
6	0.6316	16	1.9447
7	1.3974	17	0.3026
8	0.6737	18	0.5158
9	0.7658	19	0.5553
10	0.9579	20	0.5368

[1]George A. Ferguson, Statistical Analysis in Psychology and Education (New York : McGraw-Hill Book Co., 1968), p.45.

ข้อที่	ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ (σ_i^2)	ข้อที่	ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ (σ_i^2)
21	0.5789	35	0.6421
22	0.5553	36	0.8947
23	0.3658	37	1.8842
24	0.6816	38	0.7789
25	0.6947	39	0.9763
26	0.4842	40	1.8000
27	0.4842	41	1.6711
28	0.7658	42	0.1684
29	0.8711	43	0.5684
30	1.0105	44	0.9579
31	0.6316	45	0.9974
32	0.9368	46	0.5763
33	0.8000	47	1.0105
34	1.5158	48	0.8711

2. หาค่าความเที่ยงของแบบสอบถามจากสูตร

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\Sigma\sigma_i^2}{\sigma_x^2}\right]$$

เมื่อ n = จำนวนข้อกระทง

$\Sigma\sigma_i^2$ = ผลรวมค่าความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ

σ_x^2 = ค่าความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

ค่าความเที่ยงของแบบสอบถามปรากฏดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบสอบถามความคิดเห็น

หมวดความคิดเห็น	n	$\Sigma\sigma_i^2$	σ_x^2	α
ก.บทเรียน	23	18.0866	86.2737	0.8263
ข.ตัวผู้เรียน	9	6.5605	32.5763	0.8984
ค.กิจกรรมการเรียนการสอน	8	9.2920	37.0632	0.8563
ง.ความสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียน	8	6.8211	14.3026	0.5978
รวมทั้งฉบับ	48	40.7602	423.2737	0.9229

ภาคผนวก ข

แสดงการวิเคราะห์ข้อมูลจากผลการสอบ

ตารางที่ 9 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนจากการทดสอบก่อนและหลังการเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรมของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มสูง			กลุ่มกลาง			กลุ่มต่ำ		
คะแนนสอบก่อนเรียน x_1	คะแนนสอบหลังเรียน x_2	$x=x_2-x_1$	คะแนนสอบก่อนเรียน x_1	คะแนนสอบหลังเรียน x_2	$x=x_2-x_1$	คะแนนสอบก่อนเรียน x_1	คะแนนสอบหลังเรียน x_2	$x=x_2-x_1$
9	40	31	18	42	24	19	32	13
27	48	21	19	32	13	13	19	6
29	36	7	25	43	18	11	26	15
30	38	8	17	23	6	10	27	17
38	46	8	27	35	8	11	17	6
37	46	9	11	22	11	19	33	14
31	45	14	20	38	18	11	18	7
28	39	11	13	31	18	22	34	12
39	49	10	25	42	17	15	27	12
30	43	13	19	43	24	20	31	11
16	36	20	10	19	9	16	25	9
15	31	16	21	34	13	10	27	17
23	42	19	23	30	7	18	28	10
23	48	25	20	38	18	9	27	16
21	49	28	19	33	14	25	43	18
9	30	21	25	39	14	19	31	12
20	46	26	16	26	10	13	30	17
13	32	19	18	33	15	14	30	16

ตารางที่ 9 (ต่อ)

กลุ่มสูง			กลุ่มกลาง			กลุ่มต่ำ		
คะแนนสอบก่อนเรียน x_1	คะแนนสอบหลังเรียน x_2	$x=x_2-x_1$	คะแนนสอบก่อนเรียน x_1	คะแนนสอบหลังเรียน x_2	$x=x_2-x_1$	คะแนนสอบก่อนเรียน x_1	คะแนนสอบหลังเรียน x_2	$x=x_2-x_1$
29	46	17	20	42	22	15	38	23
22	41	19	21	31	10	14	30	16
25	47	22	29	38	9	12	33	21
13	29	16	27	38	11	12	35	23
18	40	22	32	43	11	17	40	23
23	48	25	19	29	10	18	41	23
28	47	19	18	28	10	16	32	16
16	34	18	11	29	18	15	36	21
16	43	27	24	36	12	15	42	27
24	37	13	35	44	9	17	34	17
31	48	17	20	28	8	11	38	27
24	45	21	31	38	7	16	25	9
24	46	22	21	36	15	10	16	6
21	35	14	19	40	21	15	22	7
20	48	28	35	44	9	16	22	6
29	49	20	15	31	16	20	29	9
20	48	28	28	37	9	17	33	16
26	44	18	27	37	10	9	33	24
19	45	26	16	33	17	6	28	22
20	42	22	21	28	7	9	36	27
24	44	20	11	35	24	5	33	28
21	49	28	11	27	16	8	30	22
$\Sigma x = 768$			$\Sigma x = 538$			$\Sigma x = 641$		

จากข้อมูลในตารางที่ 9 หาค่ามัชฌิมเลขคณิตของผลต่างของคะแนนสอบก่อนและหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่างได้ดังนี้

ก. หาค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มสูง

จากสูตร $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{N}$

$= \frac{768}{40}$

$= 19.20$

ข. หาค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มกลาง

จากสูตร $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{N}$

$= \frac{538}{40}$

$= 13.45$

ค. หาค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มต่ำ

จากสูตร $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{N}$

$= \frac{641}{40}$

$= 16.025$

ทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่างด้วยสถิติวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวได้ดังนี้

	กลุ่มสูง	กลุ่มกลาง	กลุ่มต่ำ
$\bar{X}_j$	19.20	13.45	16.025
n_j	40	40	40
T_j	768	538	641
$\sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}^2$	16,278	8,266	12,001
T_j^2	589,824	289,444	410,881
$\frac{T_j^2}{n_j}$	14,745.6	7,236.1	10,272.025

$N = 120$

$T = 1,947$

$\frac{T^2}{N} = \frac{3,790,809}{120} = 31,590.075$

$\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}^2 = 36,545$

$\sum_{j=1}^{k} \frac{T_j^2}{n_j} = 32,253.725$

$SS_{between} = \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{T_j^2}{n_j} \right) - \frac{T^2}{N} = 663.65$

$SS_{within} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}^2 - \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{T_j^2}{n_j} \right) = 4,291.275$

$SS_{Total} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}^2 - \frac{T^2}{N} = 4,954.925$

$$MS_b = \frac{SS_b}{k-1}$$

$$= \frac{663.65}{3-1}$$

$$= 331.825$$

$$MS_w = \frac{SS_w}{N-k}$$

$$= \frac{4,291.275}{120-3}$$

$$= 36.6776$$

$$F = \frac{MS_b}{MS_w}$$

$$= \frac{331.825}{36.6776}$$

$$= 9.0471$$

ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

$$F = 3.07$$

$$\because 3.07 < 9.0471$$

∴ค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่างแตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 อย่างน้อย 1 คู่

ทำการเปรียบเทียบค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่างทีละคู่โดยการทดสอบ HSD ของ Tukey

$\alpha = .05$

$v = 117$

$q_{\alpha, v} = q_{.05, 117} = 3.36$

$MS_e = MS_w = 36.6776$

$$HSD = q_{\alpha, v}\sqrt{\frac{MS_e}{n}}$$

$$= 3.36\sqrt{\frac{36.6776}{40}}$$

$$= 3.36\sqrt{0.91694}$$

$$= 3.36 \times 0.9576$$

$$= 3.2175$$

$\bar{X}_{ต่ำ} - \bar{X}_{กลาง} = 16.025 - 13.45 = 2.575 < 3.2175$

$\bar{X}_{สูง} - \bar{X}_{กลาง} = 19.20 - 13.45 = 5.75 > 3.2175$ *

$\bar{X}_{สูง} - \bar{X}_{ต่ำ} = 19.20 - 16.025 = 3.175 < 3.2175$

∴ ค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มสูงและกลุ่มกลางเท่านั้นที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ภาคผนวก ค

แสดงการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสอบถาม

ตารางที่ 10 แสดงคะแนนจากการตอบแบบสอบถามความคิดเห็นของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มสูง		กลุ่มกลาง		กลุ่มต่ำ	
220	198	220	189	211	170
184	179	201	163	195	192
180	149	198	160	174	148
178	167	143	173	181	183
187	157	182	174	185	183
158	193	180	187	159	159
192	169	198	182	169	155
179	179	184	176	184	178
181	162	209	196	150	169
177	190	188	186	139	170
177	195	160	164	145	163
182	157	183	215	148	163
169	189	175	170	170	177
189	175	178	183	140	189
170	183	178	184	200	190
188	183	230	200	199	172
164	184	189	168	142	168
185	175	172	195	185	150
173	179	207	173	154	151
180	178	158	184	171	169
Σx = 7,154		Σx = 7,355		Σx = 6,800	

จากข้อมูลในตารางที่ 10 หาค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความคิดเห็นของกลุ่มตัวอย่างได้ดังนี้

ก. หาค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มสูง

จากสูตร $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{N}$

$= \frac{7,154}{40}$

$= 178.85$

ข. หาค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มกลาง

จากสูตร $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{N}$

$= \frac{7,355}{40}$

$= 183.875$

ค. หาค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มต่ำ

จากสูตร $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{N}$

$= \frac{6,800}{40}$

$= 170$

ทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่างด้วยสถิติวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวได้ดังนี้

	กลุ่มสูง	กลุ่มกลาง	กลุ่มต่ำ
$\bar{X}_j$	178.85	183.875	170
n_j	40	40	40
T_j	7,154	7,355	6,800
$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^2$	1,286,080	1,364,739	1,168,758
T_j^2	51,179,716	54,096,025	46,240,000
$\frac{T_j^2}{n_j}$	1,279,492.9	1,352,400.625	1,156,000

$N = 120$

$T = 21,309$

$\frac{T^2}{N} = \frac{454,073,481}{120} = 3,783,945.675$

$\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}^2 = 3,819,577$

$\sum_{j=1}^{k} \frac{T_j^2}{n_j} = 3,787,893.525$

$SS_{between} = \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{T_j^2}{n_j} \right) - \frac{T^2}{N} = 3,947.85$

$SS_{within} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}^2 - \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{T_j^2}{n_j} \right) = 31,683.475$

$SS_{Total} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}^2 - \frac{T^2}{N} = 35,631.325$

$$MS_b = \frac{SS_b}{k-1}$$

$$= \frac{3,947.85}{3-1}$$

$$= 1,973.925$$

$$MS_w = \frac{SS_w}{N-k}$$

$$= \frac{31,683.475}{120-3}$$

$$= 270.7989$$

$$F = \frac{MS_b}{MS_w}$$

$$= \frac{1,973.925}{270.7989}$$

$$= 7.2893$$

ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

$$F = 3.07$$

$$\because 3.07 < 7.2893$$

$\therefore$ ค่ามัธยมเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่างแตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 อย่างน้อย 1 คู่

ทำการเปรียบเทียบค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่างที่ละคู่โดยการทดสอบ HSD ของ Tukey

$\alpha = .05$

$v = 117$

$q_{\alpha, v} = q_{.05, 117} = 3.36$

$MS_e = MS_w = 270.7989$

$$HSD = q_{\alpha, v}\sqrt{\frac{MS_e}{n}}$$

$$= 3.36\sqrt{\frac{270.7989}{40}}$$

$$= 3.36\sqrt{6.769973}$$

$$= 3.36 \times 2.6019$$

$$= 8.7424$$

$\because \bar{X}_{สูง} - \bar{X}_{ต่ำ} = 178.85 - 170 = 8.85 > 8.7424$ *

$\bar{X}_{กลาง} - \bar{X}_{ต่ำ} = 183.875 - 170 = 13.875 > 8.7424$ *

$\bar{X}_{กลาง} - \bar{X}_{สูง} = 183.875 - 178.85 = 5.025 < 8.7424$

$\therefore$ ค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มสูงกับกลุ่มต่ำ และกลุ่มกลางกับกลุ่มต่ำ แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

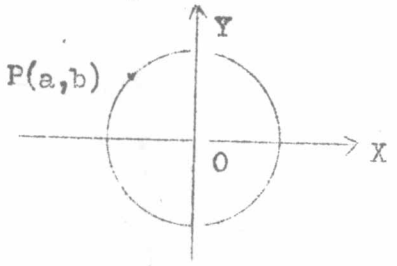
ภาคผนวก ง

แบบสอบวิชาคณิตศาสตร์

แบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ

คำสั่ง เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยทำเครื่องหมาย × ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับตัวอักษร ก, ข, ค หรือ ง

1. ข้อใดเป็นข้อสรุปของวงกลมหนึ่งหน่วย ?



ก. $a^2 - b^2 = 1$

ข. $b^2 = 1 - a^2$

ค. $a^2 + b^2 = r^2$

ง. $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$

2. จุดโคออร์ดิเนตที่วงกลมหนึ่งหน่วยตัดแกน x มีค่าเท่าไร ?

ก. (1,0) และ (−1,0)

ข. (1,0) และ (0,−1)

ค. (0,1) และ (0,−1)

ง. (0,1) และ (−1,0)

3. จุดโคออร์ดิเนตในข้อใดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ?

ก. $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

ข. $(\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$

ค. $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

ง. $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{2}{\sqrt{2}})$

4. จุด $(3^x, 4^x)$ อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย x เท่ากับเท่าไร ?

ก. $\pm\frac{1}{3}$

ข. $\pm\frac{1}{5}$

ค. $\pm\frac{1}{2}$

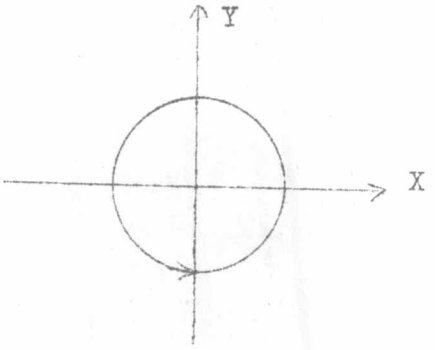
ง. $\pm\frac{1}{4}$

5. ถ้า θ และ α เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่งเมื่อแทน θ และ α ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้มีจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกัน α เท่ากับจำนวนจริงในข้อใด ?

ก. $\theta + 2\pi r$ ค. $\theta + 4\pi$

ข. $\theta + 3\pi r$ ง. $\theta + 3\pi$

6. จากรูป แสดงการแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย θ เท่ากับจำนวนจริงในข้อใด ?



ก. π

ข. $\frac{\pi}{2}$

ค. $-\frac{3\pi}{2}$

ง. $\frac{3\pi}{2}$

7. ถ้าแทน π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ π มีโคออร์ดิเนตเท่ากับเท่าไร ?

ก. $(-1,0)$ ค. $(0,-1)$

ข. $(1,0)$ ง. $(0,1)$

8. ถ้าแทน $\frac{\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{4}$ มีโคออร์ดิเนตเท่ากับเท่าไร ?

ก. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ ค. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

ข. $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ ง. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

9. ถ้าแทน $\frac{\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลาย. ความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ มีโคออร์ดิเนตเท่ากับเท่าไร ?

ก. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ ค. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$

ข. $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ง. $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

10. ถ้าแทน $\frac{\pi}{6}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{6}$ มีโคออร์ดิเนตเท่ากับเท่าไร ?

ก. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ ค. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

ข. $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ง. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

11. ถ้าแทน 6 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวของส่วนโค้งของ 6 อยู่ในควอดรันต์ที่เท่าไร ?

ก. 1 ค. 3

ข. 2 จ. 4

12. ถ้าแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวของส่วนโค้งของ θ มีโคออร์ดิเนตเท่ากับข้อใด ?

ก. $(\sin\theta, \cos\theta)$ ค. $(\theta, \sin\theta)$

ข. $(\cos\theta, \sin\theta)$ ง. $(\theta, \cos\theta)$

13. sin5 มีเครื่องหมายเท่ากับในข้อใด ?

ก. บวก ค. บวกและลบ

ข. ลบ ง. เป็นศูนย์

14. ลักษณะที่สำคัญของฟังก์ชันรายน์และฟังก์ชันโครายน์คือข้อใด ?

ก. โดเมนต์ของฟังก์ชันคือ เซ็ตของจำนวนจริงบวก

ข. เรนจ์ของฟังก์ชันคือ เซ็ตของจำนวนจริงลบ

ค. โดเมนต์ของฟังก์ชันคือ เซ็ตของจำนวนจริง

ง. เรนจ์ของฟังก์ชันคือ เซ็ตของจำนวนจริงที่น้อยกว่า 1

15. ถ้า $\cos \Theta = 1$ และแทน Θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ Θ เท่ากับเท่าไร ?

ก. $(1,-1)$

ข. $(-1,1)$

ค. $(1,0)$

ง. $(0,1)$

16. ข้อใดเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ?

ก. $\cos^2\theta + \sin^2\alpha = 1$

ข. $\cos^2\alpha + \sin^2\Theta = 1$

ค. $\cos^2\Theta + \sin\Theta^2 = 1$

ง. $\cos^2\Theta + \sin^2\Theta = 1$

17. $\sin\pi$ มีค่าเท่าไร ?

ก. 0

ข. .50

ค. 1

ง. -1

18. ค่าของ $\cos\frac{3\pi}{2}$ คือข้อใด ?

ก. $\cos\pi$

ข. $\cos 2\pi$

ค. $\sin 2\pi$

ง. $\sin\frac{3\pi}{2}$

19. ค่าของ $\sin\frac{\pi}{6}$ คือข้อใด ?

ก. $\sin\frac{\pi}{3}$

ข. $\cos\frac{\pi}{3}$

ค. $\cos\frac{\pi}{6}$

ง. $\sin\frac{\pi}{4}$

20. $\cos \frac{\pi}{4}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{1}{2}$ ค. $\sqrt{2}$

ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ง. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

21. ค่าของ $\sin 0$ คือข้อใด ?

ก. $\cos 0$ ค. $\sin \pi$

ข. $\cos \pi$ ง. $\sin \frac{\pi}{2}$

22. $\sin \frac{\pi}{6} \sin 2\pi - \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3}$ เท่ากับเท่าไร ?

ก. $\frac{1}{2}$ ค. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ข. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ง. 1

23. ข้อใดคือข้อที่ถูกต้อง ?

ก. $\sin(-5) = \sin 5$ ค. $\cos(-5) = \sin 5$

ข. $\sin(-5) = -\sin 5$ ง. $\cos(-5) = -\cos 5$

24. $\cos \frac{5\pi}{6}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ค. $\frac{1}{2}$

ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ง. $-\frac{1}{2}$

25. $\sin \frac{4\pi}{3}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $-\frac{1}{2}$ ค. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ข. $\frac{1}{2}$ ง. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

26. $\cos \frac{5\pi}{4}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{1}{2}$ ค. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ข. $-\sqrt{2}$ ง. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

27. $\sin(-\frac{\pi}{3})$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ค. $\frac{1}{2}$

ข. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ง. $-\frac{1}{2}$

28. ข้อใดเป็นการเขียน $\sin(-5)$ ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันซายน์ของจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$?

ก. $\sin(2\pi - 5)$ ค. $\sin(-2\pi - 5)$

ข. $-\sin(2\pi - 5)$ ง. $-\sin(\pi - 5)$

29. ถ้ากำหนดให้ $\sin \frac{\pi}{5} = 0.5878$ แล้ว ค่าของ $\sin \frac{21\pi}{5}$ เท่ากับเท่าไร ?

ก. 0.4122 ค. 0.5878

ข. $-$ 0.4122 ง. $-$ 0.5878

30. ถ้า $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ แล้ว ข้อที่ถูกต้องคือข้อใด ?

ก. $\cos\theta \neq 0$ ค. $\cos\theta = 0$

ข. $\sin\theta \neq 0$ ง. $\sin\theta = 0$

31. ถ้า $\sin\theta = a$ และ $\cos\theta = b$ แล้ว $\cot\theta$ คือข้อใด ?

ก. $\frac{1}{b}$ ค. $\frac{a}{b}$

ข. $\frac{1}{a}$ ง. $\frac{b}{a}$

32. ข้อที่ถูกต้องคือข้อใด ?

ก. $\tan\theta \cot\alpha = 1$

ข. $\cos^2\alpha = \sin^2\alpha - 1$

ค. $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

ง. $1 + \cot^2\alpha = \operatorname{cosec}^2\theta$

33. $\tan\frac{\pi}{4}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. -1

ข. 1

ค. 0

ง. หาค่าไม่ได้

34. $\sec\frac{5\pi}{2}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. 0

ข. 1

ค. -1

ง. หาค่าไม่ได้

35. $\tan(-\frac{\pi}{3})$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $-\sqrt{3}$

ข. $\sqrt{3}$

ค. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

ง. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

36. $\operatorname{cosec}(-\frac{\pi}{4})$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

ข. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

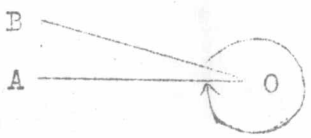
ค. $-\sqrt{2}$

ง. $\sqrt{2}$

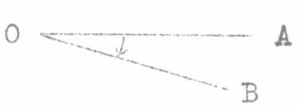
37. ข้อใดแสดงความหมายของมุมในวิชาตรีโกณมิติได้ถูกต้องที่สุด ?

ก.

ข.



ค.



ง.

38. ถ้ามุม A กวาง $-\frac{11\pi}{5}$ เรเดียนแล้ว มุม A จะเป็นกี่องศา ?

ก. -594 องศา
ค. -198 องศา
ข. -794 องศา
ง. -396 องศา

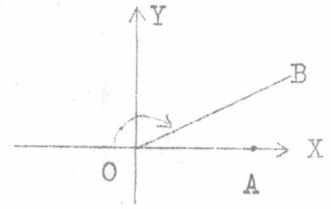
39. ถ้าสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีมุมยอดกาง 36° แล้ว มุมที่ฐานกางมุมละเท่าไร ?

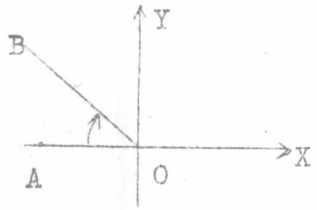
ก. $\frac{\pi}{5}$ เรเดียน
ค. $\frac{3\pi}{5}$ เรเดียน
ข. $\frac{2\pi}{5}$ เรเดียน
ง. $\frac{4\pi}{5}$ เรเดียน

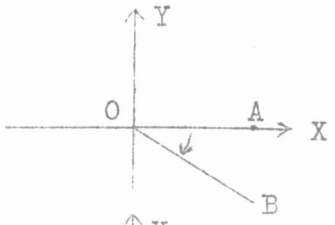
40. ข้อใดเท่ากับ $30\frac{5}{48}$ องศา ?

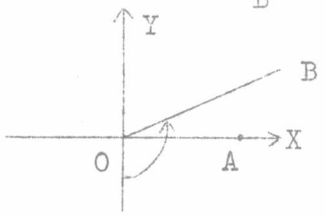
ก. $30^\circ\ 5'48''$
ค. $30^\circ\ 6'15''$
ข. $30^\circ\ 48'5''$
ง. $30^\circ\ 15'6''$

41. ข้อใดแสดงความหมายของมุมในตำแหน่งมาตรฐานได้ถูกต้องที่สุด ?

ก.


ข.


ค.


ง.


42. $\sin 120^\circ$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
ค. $-\frac{1}{2}$
ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
ง. $\frac{1}{2}$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

43. $\sec(-30^\circ)$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ค. -2

ข. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ง. 2

44. $\cos 0^\circ$ มีค่าเท่าไร ?

ก. 1 ค. 0

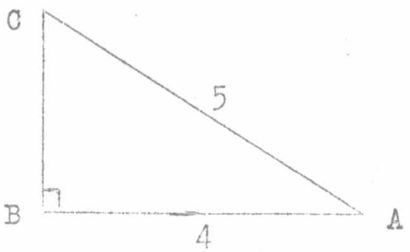
ข. -1 ง. หาค่าไม่ได้

45. $\cot 30^\circ \tan 60^\circ - \sec^2 45^\circ$ เท่ากับเท่าไร ?

ก. 2 ค. 0

ข. 3 ง. 1

จงใช้รูปข้างล่างนี้ตอบคำถามข้อ 46 – 48



46. $\sin A$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{3}{5}$ ค. $\frac{4}{5}$

ข. $\frac{3}{4}$ ง. $\frac{4}{3}$

47. $\cos C$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{3}{5}$ ค. $\frac{4}{5}$

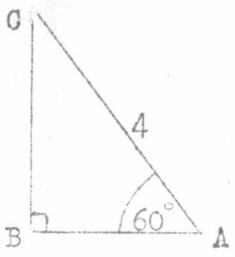
ข. $\frac{3}{4}$ ง. $\frac{5}{3}$

48. tan A มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{5}{3}$ ค. $\frac{4}{3}$

ข. $\frac{4}{5}$ ง. $\frac{3}{4}$

49. จากรูป AB ยาวเท่ากับเท่าไร ?



ก. $2\sqrt{3}$ ค. 3

ข. 2 ง. $4\sqrt{3}$

50. ถ้า $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ แล้ว θ เท่ากับจำนวนจริงในข้อใด ?

ก. $2\pi + \frac{\pi}{4}$ ค. $\pi + \frac{\pi}{4}$

ข. $2\pi - \frac{\pi}{4}$ ง. $-\frac{\pi}{4}$

ภาคผนวก จ

บทเรียนแบบโปรแกรม

บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง "ฟังก์ชันตรีโกณมิติ"

คำแนะนำในการใช้บทเรียน

1. ให้นักเรียนปิดคำตอบซึ่งอยู่ทางซ้ายมือด้วยกระดาษที่แจกให้

2. อ่านข้อความในแต่ละกรอบโดยละเอียดและคิดตาม เมื่ออ่านจบกรอบหนึ่งๆแล้ว จงตอบคำถามโดยการเติมคำหรือข้อความลงในช่องว่างที่กำหนดให้

3. ตรวจคำตอบของนักเรียนได้จากเฉลยที่อยู่ด้านซ้ายหน้ากรอบถัดไป ถ้านักเรียนตอบถูกต้องแล้วให้ทำกรอบต่อไป

4. ขอให้นักเรียนคิดหาคำตอบเอง อย่าไปลอกเฉลยมาตอบ ถ้านักเรียนคิดได้คำตอบไม่ตรงกับเฉลยก็ไม่เป็นไร ให้ขีดทับคำตอบเดิม ไม่ต้องใช้ยางลบลบ แล้วอ่านคำอธิบายซ้ำอีก เขียนคำตอบใหม่ใกล้คำตอบเดิม

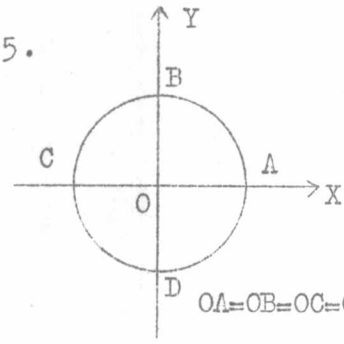
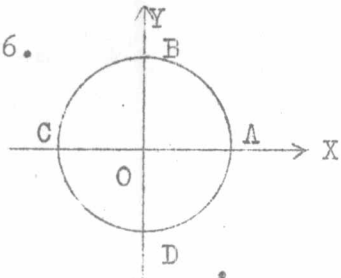
5. ให้นักเรียนทำทุกกรอบ เรียงตามลำดับ อย่าข้ามกรอบใดกรอบหนึ่ง

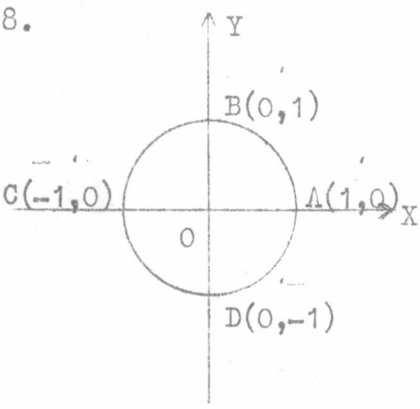
6. คำถามในแต่ละกรอบไม่ใช่ข้อสอบ แต่เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนคิดและเรียนรู้ ซึ่งเหมือนกับครูถามนักเรียนในขณะที่ครูอธิบายในห้องเรียน นั่นเอง

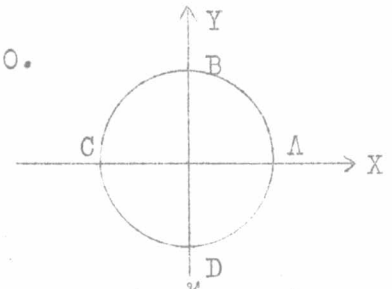
7. นักเรียนจะต้องอ่านข้อความทุกวรรคทุกตอน ซึ่งแทนคำอธิบายของครู แล้วคิดและเขียนตอบ คำอธิบายในบางกรอบ จะสรุปกฎเกณฑ์ไว้ ซึ่งนักเรียนจะต้องนำมาใช้ตอบคำถามในกรอบต่อๆไป

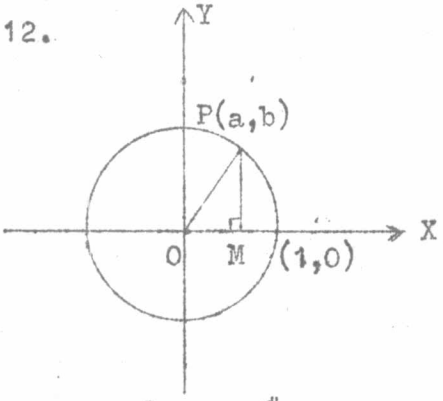
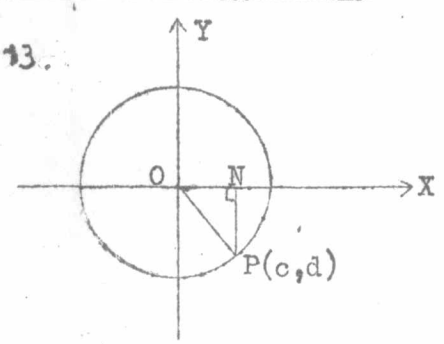
8. เมื่อจบบทเรียนแล้ว จะมีแบบสอบให้นักเรียนทำ เพื่อวัดความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	
1. วงกลมหนึ่งหน่วย	
	1. <u>วงกลมหนึ่งหน่วย</u> คือ วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดเริ่มต้น และมีรัศมียาว 1 หน่วย <u>จุดเริ่มต้น</u> คือ จุดที่มีโคออร์ดิเนตเป็น (0,0) ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า วงกลมหนึ่งหน่วยคือวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดโคออร์ดิเนต (....) และมีรัศมียาว 1 .....
0,0 หน่วย	2. ความยาว 1 หน่วย คือ ระยะทางที่ยาว 1 หน่วยของหน่วยที่ใช้วัดความยาว เช่น ความยาว 1 นิ้ว, 1 ฟุต ฯลฯ ดังนั้นความยาว 1 ไมล์, 1 หลา, 1 เมตร และ 1 เซ็นติเมตร เรียกว่าความยาว.....
1 หน่วย	3. เนื่องจากความยาว 1 หน่วยมีขนาดต่างๆกัน เช่น 1 นิ้ว, 1 เซ็นติเมตร, 1 ฟุต ฯลฯ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า ก. วงกลมหนึ่งหน่วยทุกวงมีขนาดเท่ากันหมด..... (ใช่ ไม่ใช่) ข. วงกลมหนึ่งหน่วยมีขนาดต่างๆกัน ขึ้นอยู่กับความยาวของหน่วยที่ใช้เป็นรัศมี ..... (ใช่ ไม่ใช่)

ไม่ใช่ ใช่	4. ก. วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0,1) และมีรัศมียาว 1 นิ้ว ข. วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0,0) และมีรัศมียาว 1 เซ็นติเมตร ค. วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0,0) และมีรัศมียาว 2 นิ้ว จากวงกลมในข้อ ก, ข และ ค ดังกล่าวข้างต้น วงกลมในข้อใดเป็นวงกลมหนึ่งหน่วย .....
ข.	5.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย โคออร์ดิเนตของจุด O คือ... OA, OB, OC และ OD คือ... ของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น OA=OB=OC=OD= ....หน่วย
(0,0) รัศมี 1	6.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย เนื่องจาก OA=OB=OC=OD= ...หน่วย ดังนั้นโคออร์ดิเนตที่จุด A, x = ... และ y = ... โคออร์ดิเนตที่จุด B, x = ... และ y = ... โคออร์ดิเนตที่จุด C, x = ... และ y = ... โคออร์ดิเนตที่จุด D, x = ... และ y = ...

1 1 0 0 1 −1 0 0 −1	7. จากกรอบที่ 6 นั่นคือ จะสรุปได้ว่า โคออร์ดิเนตของ A คือ (....) โคออร์ดิเนตของ B คือ (....) โคออร์ดิเนตของ C คือ (....) โคออร์ดิเนตของ D คือ (....)
1,0 0,1 −1,0 0,−1	8.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย จะเห็นได้ว่า ก. วงกลมหนึ่งหน่วยตัดแกน x ที่จุดโคออร์ดิเนต(...) และ (....) ข. วงกลมหนึ่งหน่วยตัดแกน y ที่จุดโคออร์ดิเนต(...) และ (....)
1,0 −1,0 0,1 0,−1	9. ถ้าวงกลมมีรัศมียาว r หน่วยแล้ว เส้นรอบวงของวงกลมยาว $2\pi r$ หน่วย แต่วงกลมหนึ่งหน่วยมีรัศมียาว ... หน่วย ดังนั้น เส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว....× 1 หน่วย = ... หน่วย

1 2π 2π	10.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย CA และ BD เรียกว่า เส้น..... ของวงกลมหนึ่งหน่วย CA เป็นเส้นตรงเดียวกันกับแกน ... BD เป็นเส้นตรงเดียวกันกับแกน ... ดังนั้น จะสรุปได้ว่าแกน X และแกน Y ..... (เป็น/ไม่เป็น) เส้นตรงเดียวกันกับเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมหนึ่งหน่วย
ผ่าศูนย์กลาง X Y เป็น	11. เนื่องจากวงกลมทุกวงมีเส้นผ่าศูนย์กลางเป็นแกนสมมาตร และทราบแล้วว่า แกน X และแกน Y เป็นเส้นตรงเดียวกันกับเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น จะสรุปได้ว่า แกน X และแกน Y เป็นแกน.....ของวงกลมหนึ่งหน่วย

สมมาตร	12.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย P(a,b) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย a และ b เป็นจำนวนจริง OP คือ ..... ของวงกลมหนึ่งหน่วย OP = ... หน่วย PM = b หน่วย และ OM = ... หน่วย เนื่องจาก △ OPM เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น $OM^2 + MP^2$ = ... นั่นคือ ... + b^2 = ...
รัศมี 1 a OP^2 a^2 1	13.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย P(c,d) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย c และ d เป็นจำนวน .... OP = ... หน่วย ON = ... หน่วย และ PN = ... หน่วย เนื่องจาก △ OPN เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น ON^2 + ... = OP^2 นั่นคือ c^2 + ... = ...

จริง 1 o $\tilde{d}$ PW^2 d^2 1	14. ในทำนองเดียวกัน ถ้านักเรียนกำหนดให้ P เป็นจุดใดๆบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ซึ่งมีโคออร์ดิเนตเป็น (m,n) แล้ว จะได้ว่า m,n เป็นจำนวนจริง และ $m^2 + n^2 = 1$ เสมอ ดังนั้นจะสรุปว่า (x,y) เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย เมื่อ ก. x,y เป็น ..... ข. ... + ... = 1
จำนวนจริง x^2 y^2	15. เนื่องจาก $(0)^2 + (-1)^2 = 0 + 1 =$ .... ดังนั้น (0,−1) ..... บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย (อยู่/ไม่อยู่)
1 อยู่	16. เนื่องจาก $(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2 =$ ..... = ... ดังนั้น $(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2$ ... 1 (=/≠) นั่นคือจุด $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ..... บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย (อยู่/ไม่อยู่)
$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ ≠ ไม่อยู่	17. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}), (1,1), (-1,1), (-1,0)$ จากจุดโคออร์ดิเนตดังกล่าวข้างต้น จุดใดบ้างอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ..... จุดใดบ้างไม่อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย .....

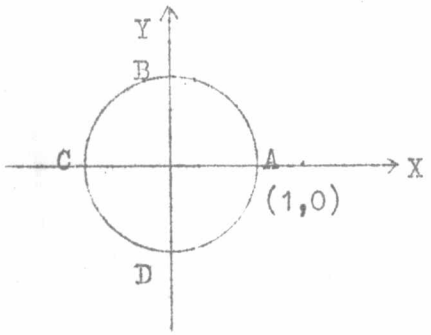
$(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}),(-1,0)$ $(1,1),(-1,1)$	18. ถ้าจุด (x,x) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้ว จะหาค่าของ x ได้โดยวิธีการดังนี้ เนื่องจาก .... + ... = 1 $2x^2 = 1$ $x^2 = \cdots$ $x = \cdots$
x^2 x^2 $\frac{1}{2}$ $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$	19. ถ้าจุด $(y,2y)$ อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะหาค่าของ y ได้โดยวิธีการดังนี้ เนื่องจาก .... + ... = 1 .... + ... = 1 .... = 1 y^2 = ... y = ...
y^2 $(2y)^2$ y^2 $4y^2$ $5y^2$ $\frac{1}{5}$ $\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$	20. ถ้า x,y เป็นจำนวนจริงแล้ว เรียก (x,y) ว่า คู่ลำดับของจำนวนจริง แต่โคออร์ดิเนตของจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยอยู่ในรูป (a,b) เมื่อ a,b เป็น..... ดังนั้น โคออร์ดิเนตของจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยเป็น ..... ของจำนวนจริง

จำนวนจริง คู่ลำดับ	21. ให้ R แทนเซ็ตของจำนวนจริง ให้ x,y เป็นจำนวนจริง x เป็นจำนวนจริง เขียนแทนด้วย $x \in R$ y เป็นจำนวนจริง เขียนแทนด้วย..... ดังนั้น (x,y) เป็น..... เขียนแทนด้วย $(x,y) \in R \times R$
$y \in R$ คู่ลำดับของจำนวนจริง	22. นั่นคือ ถ้า (x,y) เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะได้ว่า ก. (x,y) เป็นคู่ลำดับของจำนวนจริง เขียนแทนด้วย $(x,y) \in$ ..... ข. $x^2 + y^2$ = ...
$R \times R$ 1	23. ดังนั้นจะสรุปได้ว่า เซ็ตของจุดโคออร์ดิเนตบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ เซ็ตของจุด (x,y) ซึ่ง $(x,y) \in$ ..... และ ... + ... = ...
$R \times R$ x^2 y^2 1	24. เซ็ตของจุด (x,y) ซึ่ง $(x,y) \in R \times R$ และ $x^2 + y^2 = 1$ เขียนแทนด้วยความสัมพันธ์ $\{(x,y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 = 1\}$ ดังนั้น เซ็ตของจุดโคออร์ดิเนตบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยคือความสัมพันธ์ $\{(x,y) \in .... \mid ... + ... = ...\}$

$R \times R \quad x^2 \; y^2 \; 1$	25. ความสัมพันธ์ $\{(x,y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 = 1\}$ เรียกว่า วงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น วงกลมหนึ่งหน่วยคือ ความสัมพันธ์ .....
$\{(x,y) \in R \times R \mid x^2+y^2=1\}$	26. ดังนั้น ลักษณะที่สำคัญของวงกลมหนึ่งหน่วยที่กล่าวมาแล้วทั้งหมดคือ ก. มีจุดศูนย์กลางที่จุดโคออร์ดิเนต..... และมีรัศมียาว....หน่วย ข. เส้นรอบวงยาว ... หน่วย ค. ตัดแกน x ที่จุดโคออร์ดิเนต..... และ ..... ง. ตัดแกน y ที่จุดโคออร์ดิเนต..... และ ..... จ. มี.....เป็นแกนสมมาตร ฉ. วงกลมหนึ่งหน่วยคือความสัมพันธ์.....
(0,0) 1 2π (1,0) (−1,0) (0,1) (0,−1) แกนx , แกน y $\{(x,y) \in R \times R \mid x^2+y^2=1\}$	

2. การแทนจำนวนจริงด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย

27. ในการวัดความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ถ้าวัดทวนเข็มนาฬิกาแล้ว ความยาวของส่วนโค้งเป็นบวก และในทางกลับกัน ถ้าวัดตามเข็มนาฬิกาแล้ว ความยาวของส่วนโค้งเป็นลบ



นั่นคือ ความยาวของ $\overset{\frown}{AB}$ เป็นบวก เพราะวัดทวนเข็มนาฬิกา ความยาวของ $\overset{\frown}{BA}$ เป็น..... เพราะ (บวก/ลบ)

วัด..... เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)

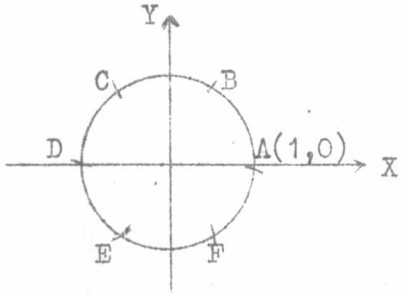
วัดความยาวของ $\overset{\frown}{BCD}$ เป็น..... เพราะวัด (บวก/ลบ)

..... เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)

ลบ
ตาม
บวก
ทวน

28. ให้ $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{EF}$ = 1 หน่วย

โคออร์ดิเนตของ A คือ.....

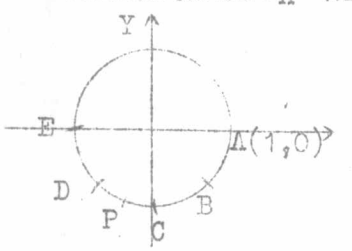


$\overset{\frown}{ABC}$ = ...หน่วย

$\overset{\frown}{ABCD}$ = ...หน่วย

$\overset{\frown}{ABCDE}$ = ...หน่วย

$\overset{\frown}{ABCDEF}$ = ...หน่วย

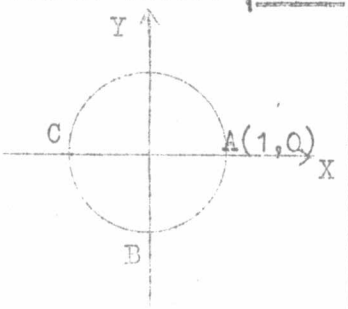
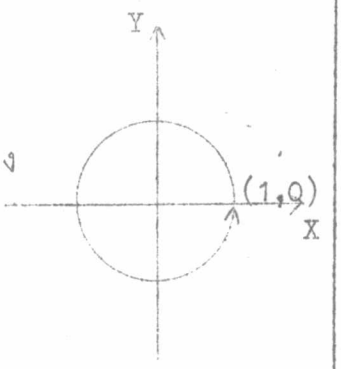
(1,0) 2 3 4 5	29. จากกรอบที่ 28 จำนวนจริง 1,2,3,4 และ 5 เป็นจำนวนจริง ..... (บวก/ลบ) การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด(1,0) ให้ส่วนโค้งยาว 1 หน่วย, 2 หน่วย, 3 หน่วย, 4 หน่วย และ 5 หน่วย จะต้องวัด.....เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)
บวก ทวน	30. นั่นคือ ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวกแล้ว การวัดส่วนโค้ง ของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด(1,0) ให้ส่วนโค้งยาว θ หน่วย จะต้องวัด.....เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)
ทวน	31. ให้ $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE} = 1$ หน่วย โคออร์ดิเนตของ A คือ .....  $\overset{\frown}{ABC}$ = ... หน่วย $\overset{\frown}{ABCP}$ = ... หน่วย $\overset{\frown}{ABCPD}$ = ... หน่วย
(1,0) −2 −2.5 −3	32. จากกรอบที่ 31 จำนวนจริง −2,−2.5 และ −3 เป็น จำนวนจริง..... (บวก/ลบ) การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด(1,0) ให้ส่วนโค้งยาว −2 หน่วย, −2.5 หน่วย และ −3 หน่วย จะต้องวัด.....เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)

ลบ ตาม	33. นั่นคือ ถ้า $-\theta$ เป็นจำนวนจริงลบแล้ว การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด(1,0)ให้ส่วนโค้งยาว $-\theta$ หน่วย จะต้องวัด.....เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)
ตาม	34. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใดๆ การแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด(1,0)ให้ส่วนโค้งยาว θ หน่วย นั่นคือ การแทนจำนวนจริง 4.5 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด(1,0)ให้ส่วนโค้งยาว 4.5 หน่วย และการแทนจำนวนจริง -3 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ.....ของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด.....ให้ส่วนโค้งยาว ..... หน่วย
การวัดส่วนโค้ง (1,0) -3	35. 3 เป็นจำนวนจริง..... (บวก/ลบ) ดังนั้น การแทน 3 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ .....ของวงกลมหนึ่งหน่วย.....เข็มนาฬิกา จากจุด.....ให้ส่วนโค้งยาว....หน่วย (ทวน/ตาม)

บวก การวัดส่วนโค้ง ทวน (1,0) 3	36. –10.5 เป็นจำนวนจริง..... (บวก/ลบ) ดังนั้น การแทน –10.5 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ .....ของวงกลมหนึ่งหน่วย.....เข็มนาฬิกาจากจุด..... (ทวน/ตาม) ให้ส่วนโค้งยาว....หน่วย
ลบ การวัดส่วนโค้ง ตาม (1,0) –10.5	37. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ก. การแทนจำนวนจริงบวก θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ.....ของวงกลมหนึ่งหน่วย.....เข็มนาฬิกาจากจุด (ทวน/ตาม) .....ให้ส่วนโค้งยาว.....หน่วย ข. การแทนจำนวนจริงลบ $-\theta$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ.....ของวงกลมหนึ่งหน่วย.....เข็มนาฬิกาจากจุด (ทวน/ตาม) .....ให้ส่วนโค้งยาว.....หน่วย
การวัดส่วนโค้ง ทวน (1,0) θ การวัดส่วนโค้ง ตาม (1,0) $-\theta$	38. เนื่องจากเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว 2π หน่วย ดังนั้น ส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยซึ่งวัดทวนเข็มนาฬิกาจากจุด(1,0)ครบ 1 รอบพอดียาว....หน่วย และส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยซึ่งวัดตามเข็มนาฬิกาจากจุด(1,0)ครบ 1 รอบพอดียาว....หน่วย

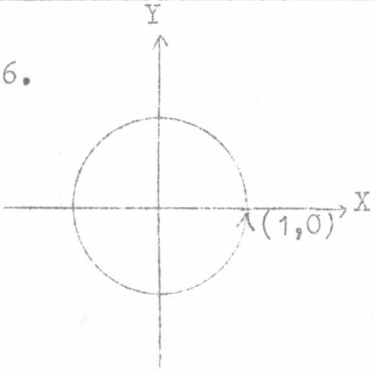
2π -2π	39. ดังนั้น ถ้า $\theta = 2\pi$ แล้ว จะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวเท่ากับ...รอบ และ $\theta = -2\pi$ แล้ว จะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวเท่ากับ...รอบ
1 1	40. เนื่องจาก $\lvert\theta\rvert = 2\pi$ หมายถึง $\theta = 2\pi$ หรือ $\theta = -2\pi$ นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า $\lvert\theta\rvert = 2\pi$ แล้ว จะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวเท่ากับ...รอบ
1	41. ดังนั้น ถ้า $\lvert\theta\rvert < 2\pi$ แล้ว จะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว.....กว่า 1 รอบ (มาก/น้อย) และถ้า $\lvert\theta\rvert > 2\pi$ แล้ว จะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว.....กว่า 1 รอบ (มาก/น้อย)
น้อย มาก	42. เนื่องจาก $\pi \approx 3.1416$ (อ่านว่า π มีค่าประมาณ 3.1416) ดังนั้น $2\pi \approx$ ..... นั่นคือจะสรุปได้ว่า ก. ถ้า $\lvert\theta\rvert = 6.2832$ แล้ว จะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว.....1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า) ข. ถ้า $\lvert\theta\rvert < 6.2832$ แล้ว จะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว.....1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า) ค. ถ้า $\lvert\theta\rvert > 6.2832$ แล้ว จะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว.....1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า)

6.2832 เท่ากับ น้อยกว่า มากกว่า	43. เนื่องจาก $\|-3\pi\| = 3\pi$ และ $3\pi > 2\pi$ ดังนั้น $\|-3\pi\|$ ..... 2 (=/>/<) นั่นคือ -3π จะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ..... ใน 1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า)
> มากกว่า	44. เนื่องจาก $\|-\pi\| =$ ..... ดังนั้น $\|-\pi\|$ ..... 2π (=/>/<) นั่นคือ $-\pi$ จะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ..... 1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า)
π < น้อยกว่า	45. เนื่องจาก $\|5\| =$ ..... ดังนั้น $\|5\|$ ..... 6.2832 (=/>/<) นั่นคือ 5 จะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ..... 1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า)
5 < น้อยกว่า	46. 7, -6, 4π, -9, -2π, $\frac{3\pi}{2}$ จากจำนวนจริงดังกล่าวข้างต้น จำนวนจริงใดบ้างจะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว เท่ากับ 1 รอบ ..... จำนวนจริงใดบ้างจะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวน้อยกว่า 1 รอบ ..... จำนวนจริงใดบ้างจะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวมากกว่า 1 รอบ .....

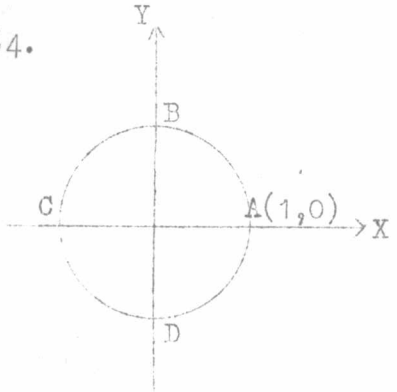
-2π $-6, \frac{3\pi}{2}$ $7, 4\pi, +9$	47. เมื่อแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด $(1,0)$ ให้ส่วนโค้งยาว θ หน่วย จุดปลายของส่วนโค้งที่ยาว θ หน่วย เรียกว่า <u>จุดปลาย</u> <u>ความยาวส่วนโค้งของ θ</u> $\overset{\frown}{ABC} = -3.1416$ หน่วย ดังนั้น C คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ..... 
-3.1416	48. ถ้าแทน $1(2\pi) = 2\pi$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยทวนเข็มนาฬิกาจากจุด .....ให้ส่วนโค้งยาว... หน่วย หรือเท่ากับ...รอบ ดังนั้น จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $1(2\pi)$ คือ..... 

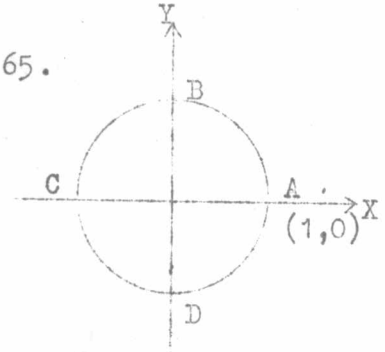
(1,0) 2π 1 (1,0)	49. ในทำนองเดียวกัน ถ้าแทน $2(2\pi)$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยทวนเข็มนาฬิกาจากจุด(1,0)ให้ส่วนโค้งยาวเท่ากับ ...รอบ และจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $2(2\pi)$ คือ ..... ถ้าแทน $3(2\pi)$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยทวนเข็มนาฬิกาจากจุด(1,0)ให้ส่วนโค้งยาวเท่ากับ ...รอบ และจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $3(2\pi)$ คือ..... ฯลฯ
2 (1,0) 3 (1,0)	50. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้าแทน $n(2\pi)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยทวนเข็มนาฬิกาจากจุด(1,0)ให้ส่วนโค้งยาวเท่ากับ...รอบ และจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $n(2\pi)$ คือ.....
n (1,0)	51. ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวก จำนวนจริง $n(2\pi)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก เป็นจำนวนจริง..... (บวก/ลบ) ดังนั้น $n(2\pi) + \theta$ เป็นจำนวนจริง..... (บวก/ลบ)

บวก บวก	52. ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวก ดังนั้น การแทนจำนวนจริง $n(2\pi)+\theta$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทวนเข็มนาฬิกาจากจุด (1, 0) ให้ส่วนโค้งยาว $n(2\pi)$ หน่วย แล้ววัดต่อไปอีก...หน่วย
θ	53. จากกรอบที่ 52 จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $n(2\pi)$ คือ..... การแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จะต้องเริ่มวัดส่วนโค้งจากจุด (1, 0) นั่นคือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ และ $n(2\pi)+\theta$ .....จุดเดียวกัน (เป็น/ไม่เป็น)
(1, 0) เป็น	54. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวกแล้ว จำนวนจริงที่มีจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันกับ θ เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ จำนวนจริง $n(...)+...$ เมื่อ n เป็นจำนวน.....

2π Θ เต็มบวก	55. เนื่องจาก 5 เป็นจำนวนจริงบวก ดังนั้น จำนวนจริงที่มีจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันกับ 5 เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ $1(2\pi)+5 = 2\pi+5$ $2(2\pi)+5 = \ldots\ldots$ $3(2\pi)+\ldots = \ldots\ldots$ $\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots$ ฯลฯ
$4\pi+5$ 5 $6\pi+5$ $4(2\pi)+5$ $8\pi+5$	56.  ถ้าแทน $1(-2\pi) = -2\pi$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย.....เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม) จากจุด.... ให้ส่วนโค้งยาวเท่ากับ...รอบ ดังนั้น จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $1(-2\pi)$ คือ .....
ตาม (1,0) 1 (1,0)	57. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้าแทน $n(-2\pi)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย.....เข็มนาฬิกาจากจุด... (ทวน/ตาม) ให้ส่วนโค้งยาวเท่ากับ...รอบ และจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $n(-2\pi)$ คือ .....

ตาม (1,0) n (1,0)	58. ให้ θ เป็นจำนวนจริงลบ จำนวนจริง $n(-2\pi)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก เป็นจำนวนจริง..... (บวก/ลบ) ดังนั้น $n(-2\pi)+\theta$ เป็นจำนวนจริง..... (บวก/ลบ)
ลบ ลบ	59. ให้ θ เป็นจำนวนจริงลบ ดังนั้น การแทนจำนวนจริง $n(-2\pi)+\theta$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย.....เข็มนาฬิกาจากจุด(1,0)ให้ส่วนโค้งยาว $n(-2\pi)$ หน่วย แล้ววัดต่อไปอีก...หน่วย (ทวน/ตาม)
ตาม θ	60. จากกรอบที่ 59 จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $n(-2\pi)$ คือ..... การแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จะต้องเริ่มวัดจากจุด(1,0) นั่นคือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ และ $n(-2\pi)+\theta$ .....จุดเดียวกัน (เป็น/ไม่เป็น)
(1,0) เป็น	61. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงลบแล้ว จำนวนจริงที่มีจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันกับ θ เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือ n (....)+.... เมื่อ n เป็นจำนวน.....

-2π Θ เก็มบวก	62. เนื่องจาก $-\frac{\pi}{4}$ เป็นจำนวนจริงลบ ดังนั้น จำนวนจริงที่มีจุดปลายความยาวส่วนโค้ง เป็นจุดเดียวกันกับ $-\frac{\pi}{4}$ เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ $1(-2\pi)+(-\frac{\pi}{4}) = -2\pi-\frac{\pi}{4}$ $2(-2\pi)+(-\frac{\pi}{4}) = ...$ $3(-2\pi)+..... = -6\pi-\frac{\pi}{4}$ $..... = ...$ ฯลฯ
$-4\pi-\frac{\pi}{4}$ $(-\frac{\pi}{4})$ $4(-2\pi)+(-\frac{\pi}{4})$ $-8\pi-\frac{\pi}{4}$	63. $-3\pi-\frac{\pi}{6}$, $-7\pi-\frac{\pi}{6}$, $-12\pi-\frac{\pi}{6}$ จากจำนวนจริงดังกล่าวข้างต้น จำนวนจริงใดบ้างที่มีจุดปลายความยาวส่วนโค้ง เป็นจุดเดียวกันกับ $-\frac{\pi}{6}$ เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย.....
$-12\pi-\frac{\pi}{6}$	64.  เนื่องจาก AC คือเส้น .....ของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น AC จะแบ่งเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน ยาวส่วนละ $\frac{1}{2}(....) = ...$ หน่วย นั่นคือ $\overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{CDA} = ...$ หน่วย

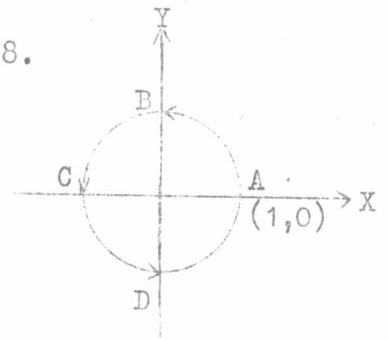
ผ่าศูนย์กลาง 2π π π	65.  เนื่องจาก แกน Y เป็นแกนสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น ถ้าพับวงกลมหนึ่งหน่วยตามแนวแกน Y แล้ว จุด A จะทับจุด... นั่นคือ B เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overset{\frown}{A}$... และ D เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overset{\frown}{C}$...
C BC DA	66. จากกรอบที่ 65 เนื่องจาก $\overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{CDA} = \pi$ หน่วย ดังนั้น B จะแบ่ง $\overset{\frown}{ABC}$ ออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆกันยาวส่วนละ $\frac{1}{2}(\ldots) = \ldots$ หน่วย และ D จะแบ่ง $\overset{\frown}{CDA}$ ออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน ยาวส่วนละ $\frac{1}{2}(\ldots) = \ldots$ หน่วย นั่นคือ $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DA} = \ldots$ หน่วย
π $\frac{\pi}{2}$ π $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$	67. จากกรอบที่ 65 นั่นคือ จะสรุปได้ว่า $\overset{\frown}{AB}$ = ... หน่วย $\overset{\frown}{ABC}$ = ... หน่วย $\overset{\frown}{ABCD}$ = $\overset{\frown}{ABC}$ + ... = π + ... = ... หน่วย

$\frac{\pi}{2}$

π

(ก) $\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2}$

68.



จากรูป จะสรุปได้ว่า

B คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง...

C คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง...

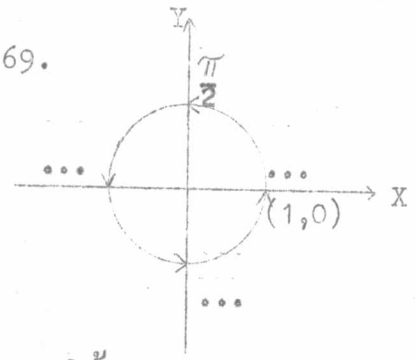
D คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง...

$\frac{\pi}{2}$

π

$\frac{3\pi}{2}$

69.



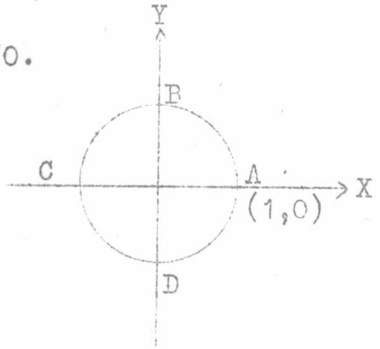
จากรูป เป็นการแสดงการแทนจำนวนจริง $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$ และ 2π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย

ให้นักเรียนเขียนจำนวนจริง π, $\frac{3\pi}{2}$ และ 2π ที่จุดปลายความยาวส่วนโค้งของแต่ละจำนวนจริง

π 2π

$\frac{3\pi}{2}$

70.



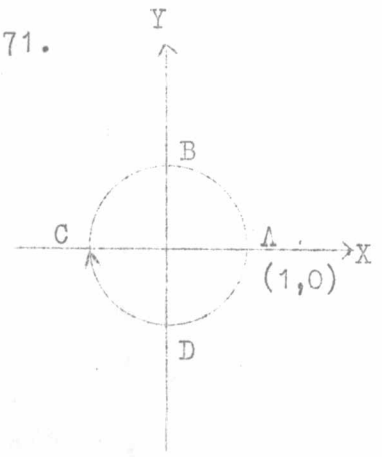
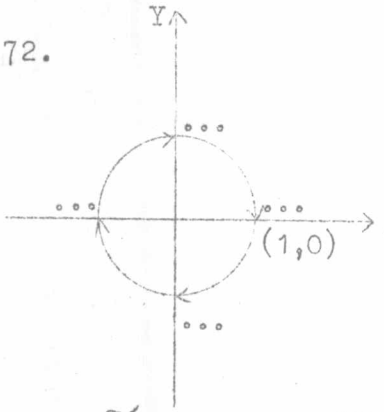
เนื่องจาก

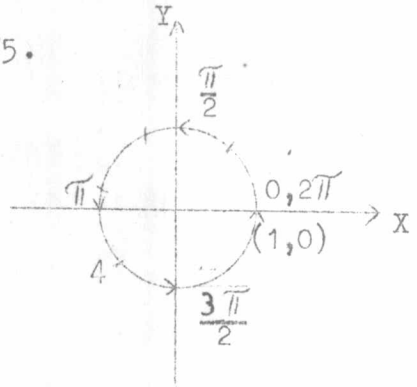
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DA} = \frac{\pi}{2}$ หน่วย และการวัด $\overset{\frown}{BA}$, $\overset{\frown}{CB}$, $\overset{\frown}{AD}$, $\overset{\frown}{DC}$ เป็นการวัด.....เช็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)

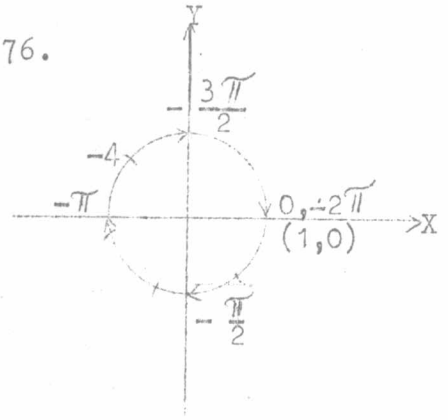
ดังนั้น $\overset{\frown}{DA} = \overset{\frown}{CB} = \overset{\frown}{DC} = \overset{\frown}{AD}$ = ... หน่วย

นั่นคือ $\overset{\frown}{AD}$ = ... หน่วย $\overset{\frown}{ADC}$ = ...หน่วย

$\overset{\frown}{ADCB}$ = ... หน่วย

ตาม $-\frac{\pi}{2}$ $-\frac{\pi}{2}$ $-\pi$ $-\frac{3\pi}{2}$	71.  จากรูป จะสรุปได้ว่า D คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง... C คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง... B คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง...
$-\frac{\pi}{2}$ $-\pi$ $-\frac{3\pi}{2}$	72.  จากรูป เป็นการแสดงการแทนจำนวนจริง $-\frac{\pi}{2}$, $-\pi$, $-\frac{3\pi}{2}$ และ -2π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ให้นักเรียนเขียนจำนวนจริง $-\frac{\pi}{2}$, $-\pi$, $-\frac{3\pi}{2}$, และ -2π ที่จุดปลายความยาวส่วนโค้งของแต่ละจำนวนจริง
$-\frac{3\pi}{2}$ $-\pi$ -2π $-\frac{\pi}{2}$	73. เนื่องจาก $\pi \approx 3.1416$ ดังนั้น $\frac{\pi}{2} \approx$ ..... $\frac{3\pi}{2} \approx$ ..... $2\pi \approx$ .....

1.5708 4.7124 6.2832	74. ถ้าแทนจำนวนจริง 0 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด.....ให้ส่วนโค้งยาว....หน่วย นั่นคือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 0 คือ .....
(1,0) 0 (1,0)	75.  การแทน 4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย.....:. (ทวน/ตาม) เขียนมาพิกาจากจุด.... ให้ส่วนโค้งยาว...หน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 4 อยู่ระหว่างจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง...และ..... นั่นคือ ถ้าแทน 4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 4 อยู่ในควอดรันต์ที่...

ทวน (1,0) 4 π $\frac{3\pi}{2}$ 3	76.  การแทน –4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย..... (ทวน/ตาม) เข็มนาฬิกาจากจุด.... ให้ส่วนโค้งยาว...หน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ –4 อยู่ระหว่างจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง....และ..... นั่นคือ ถ้าแทน –4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ –4อยู่ในควอดรันต์ที่....
ตาม (1,0) –4 $-\pi$ $-\frac{3\pi}{2}$ 2	77. $-\frac{3\pi}{4}$, 6 , 7 , $\frac{4\pi}{3}$, –5 เมื่อแทนจำนวนจริงดังกล่าวข้างต้นด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริงใดที่ ก. อยู่ในควอดรันต์ที่ 1 ได้แก่..... ข. อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 ได้แก่..... ค. อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 ได้แก่..... ง. อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 ได้แก่.....

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

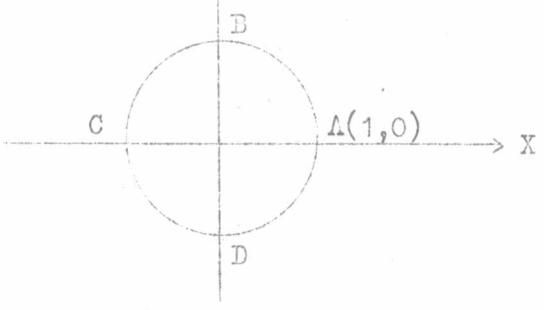
7. -5

ไม่มี

$-\frac{3\pi}{4}, \frac{4\pi}{3}$

6

78.



จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 0 คือจุด A

" " $\frac{\pi}{2}$ " ...

" " π " ...

" " $\frac{3\pi}{2}$ " ...

" " 2π " ...

โคออร์ดิเนตของจุด A คือ (1,0)

" " B " .....

" " C " .....

" " D " .....

B

C

D

A

(0,1)

(−1,0)

(0.−1)

79. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า

ถ้าแทน 0, $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$ และ 2π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว

โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 0 คือ....

" " " $\frac{\pi}{2}$ "....

" " " π "....

" " " $\frac{3\pi}{2}$ "....

" " " 2π "....

(1,0)

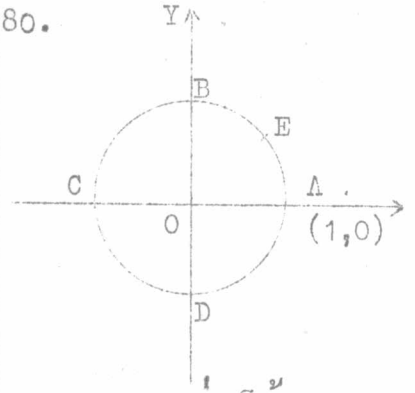
(0,1)

(−1,0)

(0,−1)

(1,0)

80.



E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overset{\frown}{AB}$

$\overset{\frown}{AB}$ = ... หน่วย

ดังนั้น $\overset{\frown}{AE} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$

$= \frac{1}{2}(\ldots.)$

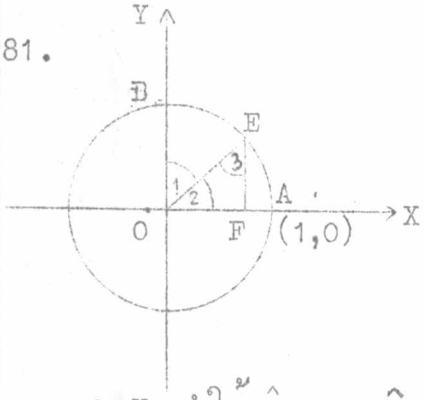
= ....หน่วย

นั่นคือ E คือ จุดปลาย

ความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง.....

$\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{4}$

81.



E เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{4}$

$\overset{\frown}{AE}$ ..... $\overset{\frown}{EB}$ (=/≠)

ดังนั้น $\hat{1}$ ..... $\hat{2}$ (=/≠)

เนื่องจาก FE ขนานกับแกน Y ทำให้ $\hat{1}$ .... $\hat{3}$ (=/≠) ดังนั้น $\hat{2}$ ... $\hat{3}$ (=/≠)

นั่นคือ △OEF .....สามเหลี่ยมหน้าจั่ว และ (เป็น/ไม่เป็น)

OF = ...

=

=

= =

เป็น

FE

82. จากกรอบที่ 81 โคออร์ดิเนตของ E คือ (OF,FE)

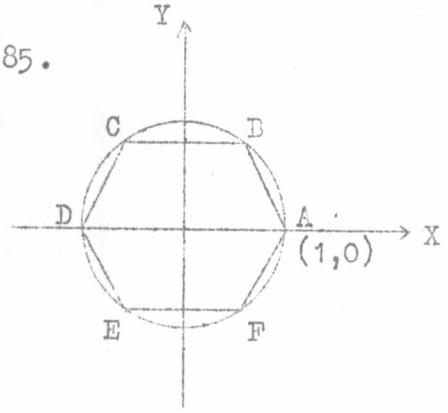
เนื่องจาก (OF,FE) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น $OF^2 + FE^2 = ...$

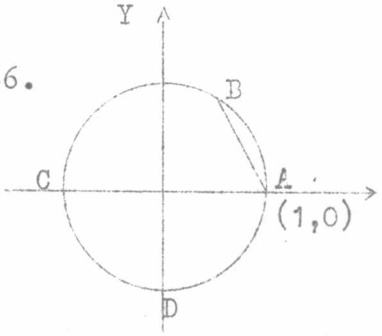
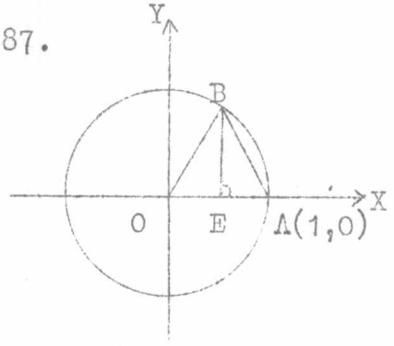
$OF^2 + OF^2 = ...$ (OF = FE)

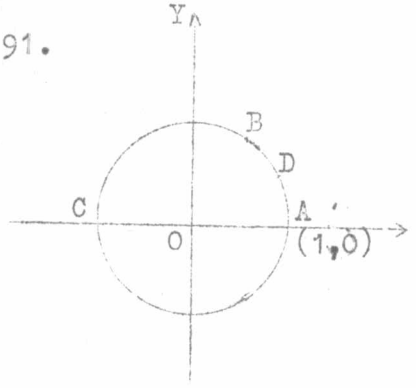
$2(OF^2) = ...$

$CF^2 = ...$

OF = ...

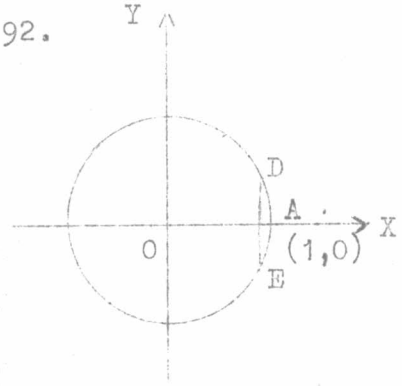
1 1 1 $\frac{1}{2}$ $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$	83. จากกรอบที่ 82 เนื่องจากจุด E เป็นจุดในควอดรันต์ที่ 1 ดังนั้น OF และ EF มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) นั่นคือ OF = FE = ... หน่วย และโคออร์ดิเนตของ E คือ .....
บวก $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$	84. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้าแทน $\frac{\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{4}$ มีโคออร์ดิเนตเป็น.....
$(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$	85.  ให้คอร์ด AB = BC = CD = DE = EF = 1 หน่วย จากทฤษฎีบทในวิชาเรขาคณิตจะได้ว่า ถ้าคอร์ด AB,BC,CD,DE และ EF = 1 หน่วย แล้ว FA = 1 หน่วยด้วย ดังนั้น รูป ABCDEF เป็นรูป..... เหลี่ยมด้านเท่า และเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยถูกแบ่งออกเป็น....ส่วนเท่าๆ กัน นั่นคือ $\overset{\frown}{AB}$ = $\frac{1}{6}$(....) หน่วย = ... หน่วย

6 6 2π $\frac{\pi}{3}$	86.  B เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ นั่นคือ $\overset{\frown}{AB}$ = ... หน่วย และ AB = ... หน่วย
$\frac{\pi}{3}$ 1	87.  B เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ OA = OB = AB = ... หน่วย ดังนั้น $\triangle$ AOB .....สาม (เป็น/ไม่เป็น) เหลี่ยมด้านเท่า และ OE = EA = ... หน่วย
1 เป็น $\frac{1}{2}$	88. จากกรอบที่ 87 โคออร์ดิเนตของ B คือ (OE,EB) เนื่องจากจุด (OE,EB) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น $OE^2 + EB^2 = ...$ $\frac{1}{4} + EB^2 = ...$ ($OE = \frac{1}{2}$ หน่วย) $EB^2 = ...$ นั่นคือ EB = ... หน่วย

1 1 $\frac{3}{4}$ $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$	89. จากกรอบที่ 88 เนื่องจากจุด B เป็นจุดในควอดรันต์ที่... ดังนั้น OE และ EB มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) นั่นคือ EB = ... หน่วย และ OE = ... หน่วย และโคออร์ดิเนตของ D คือ .....
1 บวก $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{2}$ $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$	90. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้าแทน $\frac{\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ มีโคออร์ดิเนตเป็น.....
$(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$	91.  $\overset{\frown}{ADB} = \frac{\pi}{3}$ หน่วย D เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overset{\frown}{ADB}$ ดังนั้น $\overset{\frown}{AD} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{ADB}$ $= \frac{1}{2}(...)$ = ... หน่วย นั่นคือ D คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง.....

$\frac{\pi}{3}$ $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{6}$

92.



D เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{6}$

ดังนั้น $\overset{\frown}{AD}$ = ...หน่วย

ถ้าพับวงกลมหนึ่งหน่วยในรูป ตามแนวแกนX แล้ว จุด D จะทับจุด...

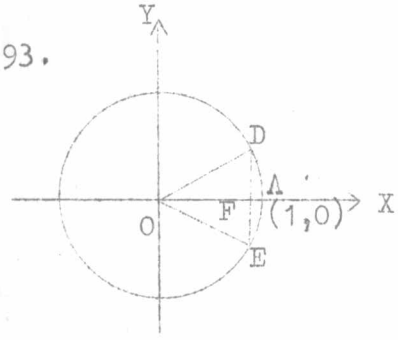
ดังนั้น $\overset{\frown}{EA}$ = $\overset{\frown}{AD}$ = ... หน่วย

$\overset{\frown}{EAD}$ = ... หน่วย

และ DE = ... หน่วย

$\frac{\pi}{6}$ E $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{3}$ 1

93.



D เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{6}$

DO = OE = DE =... หน่วย ดังนั้น DOE .....สาม (เป็น/ไม่เป็น) เหลี่ยมด้านเท่า และ FD = FE = ... หน่วย

1 เป็น $\frac{1}{2}$

94. จากกรอบที่ 93

โคออร์ดิเนตของ D คือ (OF,FD)

เนื่องจากจุด (OF,FD) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น $OF^2 + FD^2$ = ...

$OF^2 + \frac{1}{4}$ = ... ($FD = \frac{1}{2}$ หน่วย)

OF^2 = ...

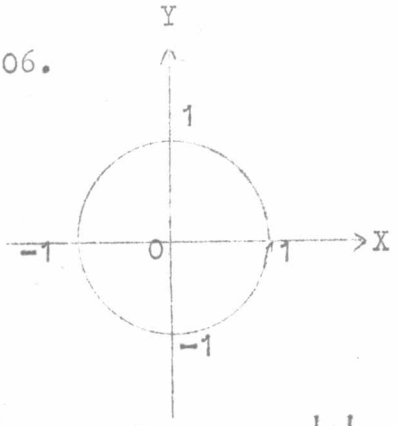
นั่นคือ OF = ... หน่วย

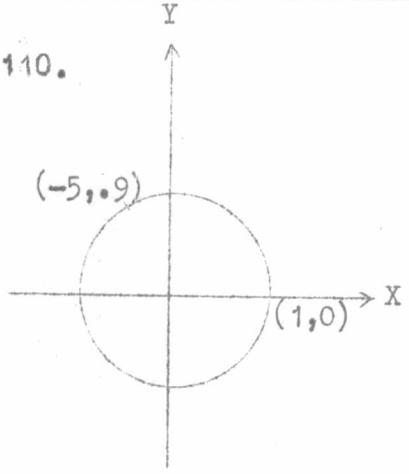
1 1 $\frac{3}{4}$ $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$	95. จากกรอบที่ 94 เนื่องจากจุด D เป็นจุดในควอดรันต์ที่... ดังนั้น OF และ ED มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) นั่นคือ OF = ... หน่วย และ ED = ... หน่วย และโคออร์ดิเนตของ D คือ .....
1 บวก $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{2}$ $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$	96. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้าแทน $\frac{\pi}{6}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลม หนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{6}$ มีโคออร์ดิเนตเป็น.....
$(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$	97. ดังนั้น ถ้าแทน $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ และ $\frac{\pi}{6}$ ด้วยความยาวของ ส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{4}$ คือ.... " " " $\frac{\pi}{3}$ ".... " " " $\frac{\pi}{6}$ "...
$(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$	

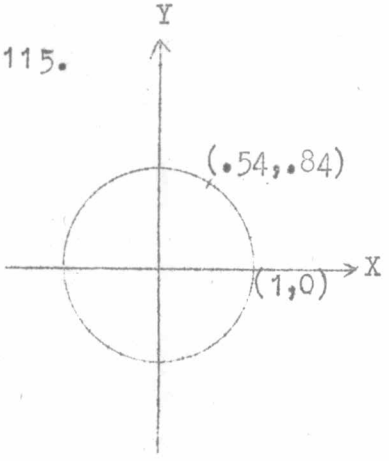
3. ฟังก์ชันซายน์ และ ฟังก์ชันโคซายน์	
	98. ในการแทนจำนวนจริงด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยทุกครั้ง จะสังเกตเห็นได้ว่าจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริงหนึ่งๆมีจุดเดียวเสมอ ดังนั้น ถ้าแทนจำนวนจริง θ_1 และ θ_2 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ_1 และ θ_2 เป็น (x_1,y_1) และ (x_2,y_2) ตามลำดับ และ $\theta_1 = \theta_2$ แล้ว จะสรุปได้ว่า ..... = ...
(x_1,y_1) (x_2,y_2)	99. เนื่องจาก ถ้า $(x_1,y_1) = (x_2,y_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$ และ $y_1 = y_2$ ดังนั้น ถ้าแทนจำนวนจริง θ_1 และ θ_2 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ_1 และ θ_2 เป็น (x_1,y_1) และ (x_2,y_2) ตามลำดับ และ $\theta_1 = \theta_2$ แล้ว x_1 = ... และ y_1 = ...

x_2 y_2	100. ให้ Θ_1 และ Θ_2 เป็นจำนวนจริง และเมื่อแทน Θ_1 และ Θ_2 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ Θ_1 และ Θ_2 คือ (x_1,y_1) และ (x_2,y_2) ตามลำดับ พิจารณาคู่ลำดับ (Θ_1,x_1) และ (Θ_2,x_2) ถ้า $\Theta_1 = \Theta_2$ แล้ว $x_1 \underset{(=/\neq)}{\ldots} x_2$ พิจารณาคู่ลำดับ (Θ_1,y_1) และ (Θ_2,y_2) ถ้า $\Theta_1 = \Theta_2$ แล้ว $y_1 \underset{(=/\neq)}{\ldots} y_2$
= =	101. ดังนั้น ถ้า Θ เป็นจำนวนจริงใดๆ และเมื่อแทน Θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ Θ มีโคออร์ดิเนต เป็น (x,y) แล้วจะได้ว่า เซ็ตของคู่ลำดับ (Θ,y) .....ฟังก์ชัน เซ็ตของคู่ลำดับ (Θ,x) .....ฟังก์ชัน (เป็น/ไม่เป็น) (เป็น/ไม่เป็น)
เป็น เป็น	102. จากกรอบที่ 1c1 ฟังก์ชันซึ่งเป็นเซ็ตของคู่ลำดับ (Θ,y) เรียกว่า sine (อ่านว่า ฟังก์ชันซายน์) ฟังก์ชันซึ่งเป็นเซ็ตของคู่ลำดับ (Θ,x) เรียกว่า cosine (อ่านว่า ฟังก์ชันโคซายน์) ดังนั้น sine คือ เซ็ตของคู่ลำดับ ..... และ cosine คือ เซ็ตของคู่ลำดับ .....

(θ,y) (θ,x)	103. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงใดๆ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ มีโคออร์ดิเนตเป็น (x,y) แล้ว sine คือ ..... cosine คือ .....
เซ็ตของคู่ลำดับ (θ,y) เซ็ตของคู่ลำดับ (θ,x)	104. ให้ sine คือ เซ็ตของคู่ลำดับ (θ,y) cosine คือ เซ็ตของคู่ลำดับ (θ,x) นั่นคือ θ เป็น..... (x,y) เป็น.....ของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ เมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย
จำนวนจริง โคออร์ดิเนต	105. ถ้า sine คือ เซ็ตของคู่ลำดับ (θ,y) และ cosine คือ เซ็ตของคู่ลำดับ (θ,x) แล้ว โดเมนต์ของ sine และ cosine คือ เซ็ตของ... ดังนั้น โดเมนต์ของ sine และ cosine คือ เซ็ตของจำนวน....

θ จริง	106.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย ให้ (x,y) เป็นโคออร์ดิเนตใดๆบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย x เป็นจำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง...ถึง... y เป็นจำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง...ถึง... นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้า (x,y) เป็นจุดโคออร์ดิเนตบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว ทั้ง x และ y เป็นจำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง...ถึง...
1 —1 1 —1 1 —1	107. ถ้า sine คือ เซ็ตของคู่ลำดับ (θ,y) และ cosine คือ เซ็ตของคู่ลำดับ (θ,x) แล้ว เรนจ์ของ sine คือ เซ็ตของ... เรนจ์ของ cosine คือ เซ็ตของ... (x,y) .....(อยู่/ไม่อยู่) บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น เรนจ์ของ sine และ cosine คือ จำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง...ถึง...
y x อยู่ 1 —1	108. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ก. โดเมนต์ของ sine และ cosine คือ..... ข. เรนจ์ของ sine และ cosine คือ..... .....

เซตของจำนวนจริง จำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง 1 ถึง −1	109. ถ้า (θ,y) อยู่ใน sine เขียนแทนด้วย $\text{sine}\,\theta = y$ หรือเขียนสั้นๆว่า $\sin\theta = y$ (อ่านว่า ซายน์ของจำนวนจริง θ เท่ากับ y) ถ้า (θ,x) อยู่ใน cosine เขียนแทนด้วย $\text{cosine}\,\theta = \ldots$ หรือเขียนสั้นๆว่า $\cos\theta = x$ (อ่านว่า คอสของจำนวนจริง θ เท่ากับ x)
x	110.  ถ้าแทน 2 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 2 คือ (−5,.9) ดังนั้น (2,.9) อยู่ใน.....(sine/cosine) และ (2,−.5) อยู่ใน.....(sine/cosine)
sine cosine	111. นั่นคือ $\sin 2 = \ldots$ $\cos 2 = \ldots$
.9 −.5	112. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้าแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ คือ (x,y) แล้ว $\sin\theta = \ldots$ $\cos\theta = \ldots$

y x	113. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใดๆ การหาค่า $\sin\theta$ และ $\cos\theta$ ทำได้ดังนี้คือ ก. แทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลม..... ข. หา.....ของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ
1 หน่วย โคออร์ดิเนต	114. การหา $\sin 1$ และ $\cos 1$ ทำได้ดังนี้คือ ก. แทน 1 ด้วยความยาวส่วนโค้งของ..... ข. หา.....ของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 1
วงกลมหนึ่งหน่วย โคออร์ดิเนต	115.  เมื่อแทน 1 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 1 คือ (.54,.84) ดังนั้น $\sin 1$ = ... $\cos 1$ = ...
.84 .54	116. เนื่องจากเรนจ์ของ sine และ cosine คือ จำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง 1 ถึง -1 ดังนั้น ค่าของ $\sin\theta$ และ $\cos\theta$ เมื่อ θ เป็นจำนวนจริงใดๆ จะมีค่าระหว่าง...ถึง....

1 −1	117. ถ้าแทนจำนวนจริง α และ θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย และโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ α และ θ คือ (x,y) แล้ว $\sin\theta = \sin\alpha = \ldots$ $\cos\theta = \cos\alpha = \ldots$
y x	118. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้าแทนจำนวนจริง α และ θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ α และ θ เป็นจุดเดียวกันแล้ว $\sin\theta \underset{(=/\neq)}{\ldots\ldots} \sin\alpha$ $\cos\theta \underset{(=/\neq)}{\ldots\ldots} \cos\alpha$
= =	119. เมื่อแทน 5 และ $2\pi + 5$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 5 และ $2\pi + 5$ เป็นจุดเดียวกัน ดังนั้น $\sin 5 = \underset{(\sin/\cos)}{\ldots\ldots} (2\pi+5)$ $\cos 5 = \underset{(\sin/\cos)}{\ldots\ldots} (2\pi+5)$

sin cos	120. เมื่อแทน $-\frac{\pi}{5}$ และ $-4\pi-\frac{\pi}{5}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $-\frac{\pi}{5}$ และ $-4\pi-\frac{\pi}{5}$ เป็นจุดเดียวกัน ดังนั้น $\sin(-\frac{\pi}{5}) =$ (sin/cos) $(-4\pi-\frac{\pi}{5})$ $\cos(-\frac{\pi}{5}) =$ (sin/cos) $(-4\pi-\frac{\pi}{5})$
sin cos	121. ให้ θ เป็นจำนวนจริง เมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 1 (x,y) เป็นโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ ดังนั้น x มีเครื่องหมาย..... และ y มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) (บวก/ลบ) แต่ $\sin\theta$ = ... และ $\cos\theta$ = ... นั่นคือ $\sin\theta$ มีเครื่องหมาย..... และ $\cos\theta$ มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) (บวก/ลบ)
บวก บวก y x บวก บวก	122. จากกรอบที่ 121 ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้ง θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 ดังนั้น x มีเครื่องหมาย..... และy มีเครื่องหมาย ..... (บวก/ลบ) (บวก/ลบ) นั่นคือ $\sin\theta$ มีเครื่องหมาย..... และ $\cos\theta$ มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) (บวก/ลบ)

ลบ บวก บวก ลบ	123. จากกรอบที่ 121 ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ Θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 ดังนั้น x มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) และ y มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) นั่นคือ $\sin\Theta$ มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) และ $\cos\Theta$ มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ)
ลบ ลบ ลบ ลบ	124. จากกรอบที่ 121 ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ Θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 ดังนั้น x มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) และ y มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) นั่นคือ $\sin\Theta$ มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) และ $\cos\Theta$ มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ)
บวก ลบ ลบ บวก	125. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า เมื่อแทนจำนวนจริง Θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ก. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 แล้ว $\sin\Theta$ มีเครื่องหมาย.... และ $\cos\Theta$ มีเครื่องหมาย.... ข. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 2 แล้ว $\sin\Theta$ มีเครื่องหมาย.... และ $\cos\Theta$ มีเครื่องหมาย....

	ค. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 3 แล้ว $\sin\theta$ มีเครื่องหมาย.... และ $\cos\theta$ มีเครื่องหมาย.... ง. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 4 แล้ว $\sin\theta$ มีเครื่องหมาย.... และ $\cos\theta$ มีเครื่องหมาย....
บวก บวก บวก ลบ ลบ ลบ ลบ บวก	126. เนื่องจาก เมื่อแทน -5.4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ -5.4 อยู่ในควอดรันต์ที่ 1 ดังนั้น $\sin(-5.4)$ มีเครื่องหมาย.... $\cos(-5.4)$ มีเครื่องหมาย....
บวก บวก	127. เนื่องจาก เมื่อแทน $\frac{4\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{4\pi}{3}$ อยู่ในควอดรันต์ที่... ดังนั้น $\sin\frac{4\pi}{3}$ = ... $\cos\frac{4\pi}{3}$ = ...
3 ลบ ลบ	128. เนื่องจาก เมื่อแทน 2.1 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 2.1 อยู่ในควอดรันต์ที่... ดังนั้น $\sin 2.1$ มีเครื่องหมาย.... $\cos 2.1$ มีเครื่องหมาย....

2 บวก ลบ	129. $\cos^2\theta$ หมายถึง $(\cos\theta)^2$ หรือ $(\cos\theta)(\cos\theta)$ กล่าวคือ $\cos^2 5 = (\cos 5)^2 = (\cos 5)(\cos 5)$ ดังนั้น $\cos^2\frac{\pi}{5}$ = ... = ...
$(\cos\frac{\pi}{5})^2$ $(\cos\frac{\pi}{5})(\cos\frac{\pi}{5})$	130. $\cos\theta^2$ หมายถึงค่า cosine ของจำนวนจริง θ^2 กล่าวคือ $\cos 5^2 = \cos 25$ ดังนั้น $\cos(-6)^2$ = ...
cos36	131. ในทำนองเดียวกัน $\sin^2\theta$ หมายถึง $(\sin\theta)^2$ หรือ $(\sin\theta)(\sin\theta)$ กล่าวคือ $\sin^2 7 = (\sin 7)^2 = (\sin 7)(\sin 7)$ ดังนั้น $\sin^2(-\frac{\pi}{12})$ = ... = ...
$(\sin(-\frac{\pi}{12}))^2$ $(\sin(-\frac{\pi}{12}))(\sin(-\frac{\pi}{12}))$	132. $\sin\theta^2$ หมายถึง ค่า sine ของจำนวนจริง θ^2 กล่าวคือ $\sin 8^2 = \sin 64$ ดังนั้น $\sin(-12)^2$ = ...
sin144	133. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใดๆ เมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ คือ (x,y) ดังนั้น $\sin\theta$ = ... และ $\cos\theta$ = ... แต่ (x,y) เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น x^2+y^2 = ... นั่นคือ $(\cos\theta)^2+(\sin\theta)^2$ = ...

y	x	
1		134. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใดๆ นั่นคือ จะสรุปได้ว่า $\cos^2\theta + \sin^2\theta = \ldots$
1		135. ถ้า $\sin\alpha = 1$ ให้นักเรียนหาว่า $\cos\alpha = ?$ เนื่องจาก $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ ดังนั้น $\cos^2\alpha + (\ldots)^2 = 1$ $\cos^2\alpha = \ldots$ นั่นคือ $\cos\alpha = \ldots$
1 0 0		136. ถ้า $\cos\frac{\pi}{3} = 0.5$ ให้นักเรียนหาว่า $\sin\frac{\pi}{3} = ?$ เนื่องจาก $\cos^2\frac{\pi}{3} + \sin^2\frac{\pi}{3} = 1$ ดังนั้น $(\ldots)^2 + \sin^2\frac{\pi}{3} = 1$ $\sin^2\frac{\pi}{3} = \ldots$ $\sin\frac{\pi}{3} = \ldots$ $= \pm .8660$
.5 .75 $\pm\sqrt{.75}$		137. จากกรอบที่ 136 เมื่อแทน $\frac{\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ อยู่ในควอดรันต์ที่... ดังนั้น $\sin\frac{\pi}{3}$ มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) นั่นคือ $\sin\frac{\pi}{3} = \ldots$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1 0 .8660	138. ถ้า $\sin\frac{3\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ให้นักเรียนหาว่า $\cos\frac{3\pi}{4}$ = ? เนื่องจาก ..... + ... = 1 ดังนั้น ..... + ... = 1 ..... + ... = 1 ..... = ... $\cos\frac{3\pi}{4}$ = ... แต่ $\cos\frac{3\pi}{4}$ มีเครื่องหมาย..... (บวก/ลบ) นั่นคือ $\cos\frac{3\pi}{4}$ = ...
$\cos^2\frac{3\pi}{4}$ $\sin^2\frac{3\pi}{4}$ $\cos^2\frac{3\pi}{4}$ $(\frac{1}{\sqrt{2}})^2$ $\cos^2\frac{3\pi}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\cos^2\frac{3\pi}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ ลบ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$	

4. การใช้วงกลมหนึ่งหน่วยหาค่าฟังก์ชันซายน์ และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ และ 2π

	139. ถ้าแทน 5 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 5 มีโคออร์ดิเนตเป็น (.96,−.28) ดังนั้น sin 5 = ... cos5 = ...
−.28 .96	140. ถ้าแทน 0 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 0 คือ ..... ดังนั้น sin 0 = ... cos0 = ...
(1,0) 0 1	141. ถ้าแทน $\frac{\pi}{2}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{2}$ คือ ..... ดังนั้น sin $\frac{\pi}{2}$ = ... cos $\frac{\pi}{2}$ = ...
(0,1) 1 0	142. ถ้าแทน π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ π คือ ..... ดังนั้น sin π = ... cos π = ...

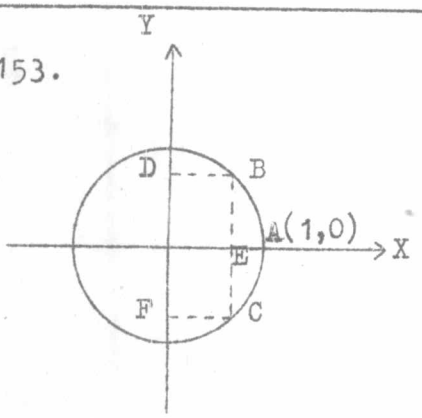
$(-1,0)$ $0 \qquad -1$	143. ถ้าแทน $\frac{3\pi}{2}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{3\pi}{2}$ คือ ..... ดังนั้น $\sin \frac{3\pi}{2}$ = ... $\cos \frac{3\pi}{2}$ = ...
$(0,-1)$ $-1 \qquad 0$	144. ถ้าแทน 2π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 2π คือ ..... ดังนั้น $\sin 2\pi$ = ... $\cos 2\pi$ = ...
$(1,0)$ $0 \qquad 1$	145. นั่นคือ จะสรุปค่าฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ และ 2π ได้คือ $\sin 0$ = ... และ $\cos 0$ = ... $\sin \frac{\pi}{2}$ = ... และ $\cos \frac{\pi}{2}$ = ... $\sin \pi$ = ... และ $\cos \pi$ = ... $\sin \frac{3\pi}{2}$ = ... และ $\cos \frac{3\pi}{2}$ = ... $\sin 2\pi$ = ... และ $\cos 2\pi$ = ...

0 1 1 0 0 −1 −1 0 0 1	146. ถ้าแทน $\frac{\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{4}$ คือ ..... ดังนั้น $\sin\frac{\pi}{4}$ = ... $\cos\frac{\pi}{4}$ = ...
$(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$	147. ถ้าแทน $\frac{\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ คือ ..... ดังนั้น $\sin\frac{\pi}{3}$ = ... $\cos\frac{\pi}{3}$ = ...
$(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{2}$	148. ถ้าแทน $\frac{\pi}{6}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{6}$ คือ ..... ดังนั้น $\sin\frac{\pi}{6}$ = ... $\cos\frac{\pi}{6}$ = ...
$(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ $\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$	149. นั่นคือ จะสรุปค่าฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ และ $\frac{\pi}{6}$ ได้คือ $\sin\frac{\pi}{4}$ = ... และ $\cos\frac{\pi}{4}$ = ... $\sin\frac{\pi}{3}$ = ... และ $\cos\frac{\pi}{3}$ = ... $\sin\frac{\pi}{6}$ = ... และ $\cos\frac{\pi}{6}$ = ...

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$	150. $\sin 0.\cos\frac{3\pi}{2} - \sin\frac{\pi}{6}.\cos\frac{\pi}{3}$ = ... = ... = ...
$0.0 - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}$ $0 - \frac{1}{4}$ $-\frac{1}{4}$	151. $\sin^2\frac{\pi}{4}.\cos\frac{\pi}{3} + \sin 2\pi.\cos\frac{\pi}{6}$ = ... = ... = ...
$(\frac{1}{\sqrt{2}})^2.\frac{1}{2} + 0.\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{4} + 0$ $\frac{1}{4}$	152. $\sin\pi.\cos\frac{3\pi}{2} + \cos^2\frac{\pi}{4}.\cos\pi$ = ... = ... = ...
$0.0 + (\frac{1}{\sqrt{2}})^2.(-1)$ $0 - \frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	

5. การแสดงค่าฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริงใดๆในเทอมของค่าของฟังก์ชันของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$

153.



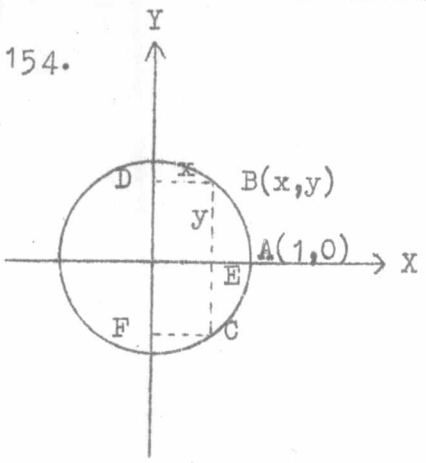
เนื่องจากแกน X เป็นแกนสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น ถ้าพับวงกลมหนึ่งหน่วยในรูปตามแนวแกนX แล้วจุด B จะทับจุด... นั่นคือ

AB = ... BE = ... และ BD = ...

C

CA EC CF

154.



จากรูป โคออร์ดิเนตของ B คือ (x,y) ดังนั้น DB = x หน่วย และ BE = ..หน่วย นั่นคือ CF = ..หน่วย EC = ..หน่วย และโคออร์ดิเนตของ C คือ .....

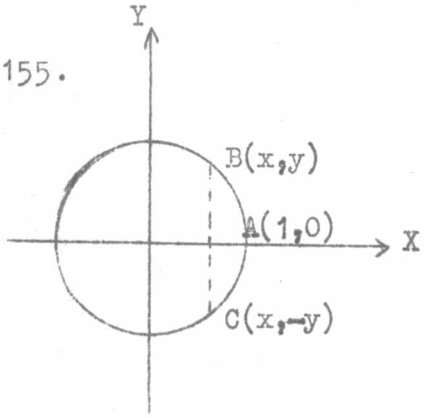
y

x

-y

(x,-y)

155.



ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวก

ใดๆ B เป็นจุด ปลาย

ความยาวส่วนโค้งของ θ

$\overset{\frown}{AB}$ = ...หน่วย

$\overset{\frown}{AB}$ ... $\overset{\frown}{CA}$ ดังนั้น

(=/≠)

$\overset{\frown}{AC}$ = ...หน่วย

นั่นคือ C เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ....

θ

=

$-\theta$

$-\theta$

156. จากกรอบที่ 155

ดังนั้น $\sin\theta$ = ... และ $\cos\theta$ = ...

$\sin(-\theta)$ = ... และ $\cos(-\theta)$ = ...

นั่นคือ $\sin(-\theta)$ = ...

(sinθ/-sinθ)

= .....

(cosθ/-cosθ)

y x

-y x

$-\sin\theta$

$\cos\theta$

157. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า

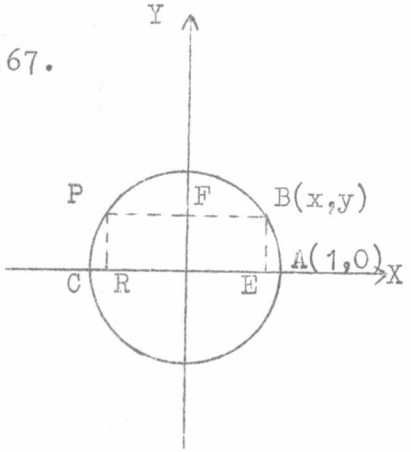
ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวกแล้ว $-\theta$เป็น.....

และ $\sin(-\theta)$ = ...

$\cos(-\theta)$ = ...

จำนวนจริงลบ $-\sin\theta$ $\cos\theta$	158. $\sin(-5)$ = ... $\cos(-5)$ = ... $\sin(-\frac{\pi}{10})$ = ... $\cos(-\frac{\pi}{10})$ = ...
$-\sin 5$ $\cos 5$ $-\sin\frac{\pi}{10}$ $\cos\frac{\pi}{10}$	159. ให้นักเรียนหาค่า $\sin(-\frac{\pi}{4})$ และ $\cos(-\frac{\pi}{4})$ $\sin(-\frac{\pi}{4}) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos(-\frac{\pi}{4}) = \cos\frac{\pi}{4} =$ ....
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	160. ให้นักเรียนหาค่า $\sin(-\frac{\pi}{3})$, $\cos(-\frac{\pi}{6})$, $\sin(-\pi)$ และ $\cos(-2\pi)$ $\sin(-\frac{\pi}{3})$ = ... = ... $\cos(-\frac{\pi}{6})$ = ... = ... $\sin(-\pi)$ = ... = ... $\cos(-2\pi)$ = ... = ...
$-\sin\frac{\pi}{3}$ $\quad -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos\frac{\pi}{6}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{2}$ $-\sin\pi$ $\quad 0$ $\cos 2\pi$ $\quad 1$	161. ถ้า θ เป็นจำนวนบวก ซึ่ง $\theta > 2\pi$ แล้ว $\theta = n(2\pi)+\alpha$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $0 \leq \alpha < 2\pi$ เช่น $5\pi = 2(2\pi)+\pi$ ดังนั้น 9π = ...(2π)+.... $\frac{5\pi}{2}$ = ...(2π)+.... $\frac{25\pi}{4}$ = ...(2π)+....

4 π 1 $\frac{\pi}{2}$ 3 $\frac{3\pi}{4}$	162. ให้ $\theta = n(2\pi) + \alpha$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $0 \leq \alpha < 2\pi$ ถ้าแทน $n(2\pi)+\alpha$ และ α ด้วยความยาวของส่วน โค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วน โค้งของ $n(2\pi)+\alpha$ และ α .....(เป็น/ไม่เป็น) จุดเดียว กัน ดังนั้นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ และ α .....(เป็น/ไม่เป็น) จุดเดียวกัน นั่นคือ $\sin\theta$ .....(=/≠) $\sin\alpha$ และ $\cos\theta$ .....(=/≠) $\cos\alpha$
เป็น เป็น = =	163. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\theta > 2\pi$ แล้ว ก. $\theta = n(2\pi)+\alpha$ เมื่อ n เป็น..... และ ... $\leq \alpha <$ .... ข. $\sin\theta$ = ... $\cos\theta$ = ...
จำนวนเต็มบวก 0 2π $\sin\alpha$ $\cos\alpha$	164. ให้นักเรียนหาค่า $\sin 5\pi$ และ $\cos 5\pi$ เนื่องจาก $5\pi > 2\pi$ ดังนั้น $5\pi = 2(2\pi)+\pi$ นั่นคือ $\sin 5\pi = \sin\pi = 0$ $\cos 5\pi =$ .... = ...

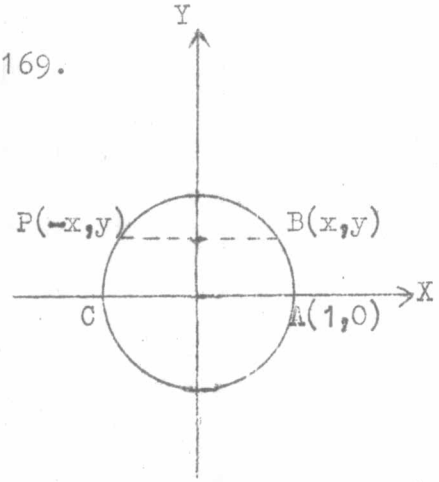
$\cos\pi$ $\quad -1$	165. ให้นักเรียนหาค่า $\sin\frac{7\pi}{3}$ และ $\cos\frac{7\pi}{3}$ เนื่องจาก $\frac{7\pi}{3}$ ..... 2π $(>/<)$ ดังนั้น $\frac{7\pi}{3}$ = ...(2π)+.... นั่นคือ $\sin\frac{7\pi}{3}$ = ... = ... $\cos\frac{7\pi}{3}$ = ... = ...
$>$ 1 $\quad \frac{\pi}{3}$ $\sin\frac{\pi}{3} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos\frac{\pi}{3} \quad \frac{1}{2}$	166. ให้นักเรียนหาค่า $\sin\frac{25\pi}{6}$ และ $\cos\frac{25\pi}{6}$ เนื่องจาก ..... ดังนั้น ..... นั่นคือ .....
$\frac{25\pi}{6} > 2\pi$ $\frac{25\pi}{6} = 2(2\pi)+\frac{\pi}{6}$ $\sin\frac{25\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ $\cos\frac{25\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	167.  ถ้าพับวงกลมหนึ่งหน่วยในรูปตามแกน Y แล้ว จุด P จะทับจุด... นั่นคือ $\overset{\frown}{AB}$ = $\overset{\frown}{\quad}$ .... PF = ... และ PR = ...
B PC FB BE	168. จากกรอบที่ 167 โคออร์ดิเนตของ B คือ (x,y) ดังนั้น FB = x หน่วย และ BE = ... หน่วย นั่นคือ PF = ...หน่วย , PR = ... หน่วย และโคออร์ดิเนต P คือ .....

y

-x y

(-x,y)

169.



ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 2

P เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ

$\overset{\frown}{ABP}$ = ... หน่วย $\overset{\frown}{ABPC}$ = ... หน่วย

ดังนั้น $\overset{\frown}{PC}$ = ... หน่วย

นั่นคือ $\overset{\frown}{AB}$ = ... หน่วย

θ π

$\pi - \theta$

$\pi - \theta$

170. จากกรอบที่ 169

การวัดส่วนโค้ง AB เป็นการวัด.....เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)

ดังนั้น $\pi - \theta$ เป็นจำนวนจริง..... (บวก/ลบ)

ซึ่ง $\pi - \theta$ ..... 0 (>/<) และ $\pi - \theta$ ..... $\frac{\pi}{2}$ (>/<)

นั่นคือ 0 ..... $\pi - \theta$ ..... $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<)

ทวน บวก $>$ $<$ $<$ $<$	171. จากกรอบที่ 169 P คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง θ B คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง.... ดังนั้น $\sin\theta$ = ... และ $\cos\theta$ = ... $\sin(\pi-\theta)$ = ... และ $\cos(\pi-\theta)$ = ... นั่นคือ $\sin\theta$ = ...(ก)/-.....(ข) $\cos\theta$ = ...(ค)/-.....(ง)
$\pi-\theta$ y -x y x $\sin(\pi-\theta)$ $-\cos(\pi-\theta)$	172. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้ง θ อยู่ในควอดรันต์ที่2 แล้ว ก. $0 \ldots\ldots \pi-\theta \ldots\ldots \frac{\pi}{2}$ $(>/<)$ $(>/<)$ ข. $\sin\theta$ = ... $\cos\theta$ = ...
$<$ $<$ $\sin(\pi-\theta)$ $-\cos(\pi-\theta)$	173. การเขียนค่าฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง 3 ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$ มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจากเมื่อแทน 3 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 3 อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 ดังนั้น $0 \ldots\ldots \pi-3 \ldots\ldots \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $(>/<)$ $(>/<)$ $\sin 3$ = ... $\cos 3$ = ...

< <

$\sin(\pi-3)$ $-\cos(\pi-3)$

174. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin\frac{3\pi}{4}$ และ $\cos\frac{3\pi}{4}$

เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{3\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{3\pi}{4}$ อยู่ในควอดรันต์ที่ 2

ดังนั้น $0 \ldots\ldots \pi - \frac{3\pi}{4} \ldots\ldots \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ

($>$ / $<$) ($>$ / $<$)

$\sin\frac{3\pi}{4} = \sin(\pi-\frac{3\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\frac{3\pi}{4} = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots$

< <

$-\cos(\pi-\frac{3\pi}{4})$

$-\cos\frac{\pi}{4}$ $-\frac{1}{2}$

175. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin\frac{2\pi}{3}$ และ $\cos\frac{2\pi}{3}$

เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{2\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{2\pi}{3}$ อยู่ในควอดรันต์ที่...

ดังนั้น $0 < \ldots\ldots < \frac{\pi}{2}$

นั่นคือ $\sin\frac{2\pi}{3} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\cos\frac{2\pi}{3} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

2

$\pi - \frac{2\pi}{3}$

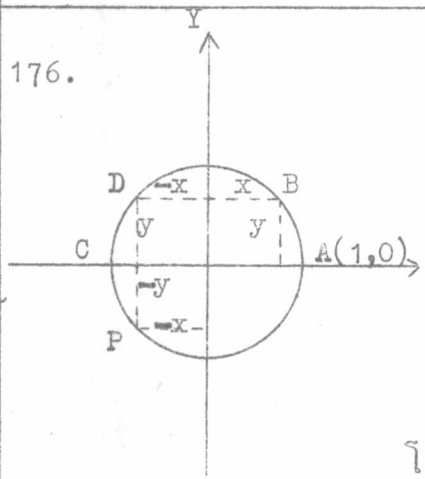
$\sin(\pi-\frac{2\pi}{3}) = \sin\frac{\pi}{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$-\cos(\pi-\frac{2\pi}{3}) = -\cos\frac{\pi}{3}$

$= -\frac{1}{2}$

176.



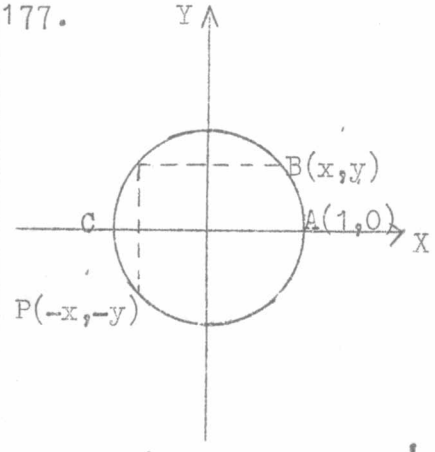
เนื่องจาก แกน x และแกน Y เป็นแกนสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{\ldots} = \overset{\frown}{\ldots}$

แต่โคออร์ดิเนตของ B คือ (x,y) นั่นคือ

โคออร์ดิเนตของP คือ .....

DC CP

$(-x,-y)$

177. 

ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3

P เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ

$\overset{\frown}{ABCP}$ = ... หน่วย $\overset{\frown}{ACB}$ = ... หน่วย

ดังนั้น $\overset{\frown}{CP}$ = ... หน่วย นั่นคือ $\overset{\frown}{AB}$ = ...หน่วย

θ π

$\theta-\pi$ $\theta-\pi$

178. จากกรอบที่ 177

การวัดส่วนโค้ง AB เป็นการวัด.....เข็มนาฬิกา
(ทวน/ตาม)

ดังนั้น $\theta-\pi$ เป็นจำนวนจริง.....
(บวก/ลบ)

ซึ่ง $\theta-\pi$ ..... 0 และ $\theta-\pi$ ..... $\frac{\pi}{2}$
(>/<) (>/<)

นั่นคือ 0 ..... $\theta-\pi$ ..... $\frac{\pi}{2}$
(>/<) (>/<)

ทวน

บวก

> <

< <

179. จากกรอบที่ 177

P คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง θ

B คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง....

ดังนั้น $\sin\theta$ = ... และ $\cos\theta$ = ...

$\sin(\theta-\pi)$ = ... และ $\cos(\theta-\pi)$ = ...

นั่นคือ $\sin\theta$ = ...
($\sin(\theta-\pi)$/$-\sin(\theta-\pi)$)

$\cos\theta$ = ...
($\cos(\theta-\pi)$/$-\cos(\theta-\pi)$)

$\theta-\pi$ $-y$ $-x$ y x $-\sin(\theta-\pi)$ $-\cos(\theta-\pi)$	180. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 แล้ว ก. $0 \underset{(>/<)}{\ldots\ldots} \theta-\pi \underset{(>/<)}{\ldots\ldots} \frac{\pi}{2}$ ข. $\sin\theta = \ldots\ldots$ $\cos\theta = \ldots\ldots$
$<$ $<$ $-\sin(\theta-\pi)$ $-\cos(\theta-\pi)$	181. การเขียนค่าฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง 4 ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$ มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจากเมื่อแทน 4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 4 อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 ดังนั้น $0 \underset{(>/<)}{\ldots\ldots} 4-\pi \underset{(>/<)}{\ldots\ldots} \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin 4 = \ldots\ldots$ $\cos 4 = \ldots\ldots$
$<$ $<$ $-\sin(4-\pi)$ $-\cos(4-\pi)$	182. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin\frac{5\pi}{4}$ และ $\cos\frac{5\pi}{4}$ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{5\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{5\pi}{4}$ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 ดังนั้น $0 \underset{(>/<)}{\ldots\ldots} \frac{5\pi}{4}-\pi \underset{(>/<)}{\ldots\ldots} \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin\frac{5\pi}{4} = -\sin(\frac{5\pi}{4}-\pi) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos\frac{5\pi}{4} = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots$

< <

$-\cos(\frac{5\pi}{4} - \pi)$ $-\cos\frac{\pi}{4}$

$-\frac{1}{2}$

183. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin\frac{7\pi}{6}$ และ $\cos\frac{7\pi}{6}$

เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{7\pi}{6}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{7\pi}{6}$ อยู่ในควอดรันต์ที่...

ดังนั้น $0 < \ldots\ldots < \frac{\pi}{2}$

นั่นคือ $\sin\frac{7\pi}{6}$ = ...

$\cos\frac{7\pi}{6}$ = ...

3

$\frac{7\pi}{6} - \pi$

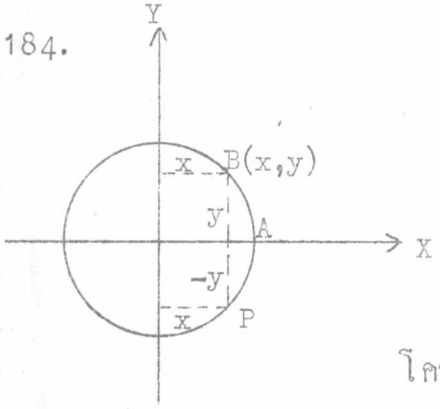
$-\sin(\frac{7\pi}{6} - \pi) = -\sin\frac{\pi}{6}$

$= -\frac{1}{2}$

$-\cos(\frac{7\pi}{6} - \pi) = -\cos\frac{\pi}{6}$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$

184.

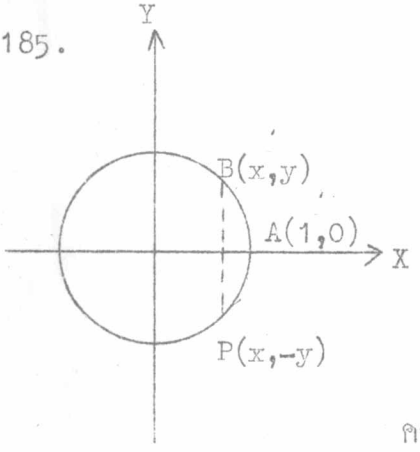


เนื่องจากแกน X เป็นแกนสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{\ldots}$ แต่โคออร์ดิเนตของ B คือ (x,y) นั่นคือ โคออร์ดิเนตของ P คือ.....

PA

(x,-y)

185.



ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4

P คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ

$\overset{\frown}{ABP}$ = ...หน่วย $\overset{\frown}{ABPA}$ = ...หน่วย

ดังนั้น $\overset{\frown}{PA}$ = ...หน่วย นั่นคือ $\overset{\frown}{AB}$ = ...หน่วย

θ 2π $2\pi-\theta$ $2\pi-\theta$	186. จากกรอบที่ 185. การวัดส่วนโค้ง AB เป็นการวัด.....เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม) ดังนั้น $2\pi-\theta$ เป็นจำนวนจริง..... (บวก/ลบ) ซึ่ง $2\pi-\theta$ ..... 0 และ $2\pi-\theta$ ..... $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<) นั่นคือ 0 ..... $2\pi-\theta$ ..... $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<)
ทวน บวก > < < <	187. จากกรอบที่ 185 P คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง θ B คือ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง.... ดังนั้น $\sin\theta$ = ... และ $\cos\theta$ = ... $\sin(2\pi-\theta)$= ... และ $\cos(2\pi-\theta)$ = ... นั่นคือ $\sin\theta$ = ($\sin(2\pi-\theta)$/$-\sin(2\pi-\theta)$) $\cos\theta$ = ($\cos(2\pi-\theta)$/$-\cos(2\pi-\theta)$)
$2\pi-\theta$ $-y$ x y x $-\sin(2\pi-\theta)$ $\cos(2\pi-\theta)$	188. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทนθ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้ จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 แล้ว ก. 0 ..... $2\pi-\theta$ ..... $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<) ข. $\sin\theta$ = ... $\cos\theta$ = ...

$<$ $<$ $-\sin(2\pi-\theta)$ $\cos(2\pi-\theta)$	189. การเขียนค่าฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง $\frac{15\pi}{8}$ ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$ มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{15\pi}{8}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{15\pi}{8}$ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 ดังนั้น $0 \underset{(>/<)}{\ldots\ldots} 2\pi-\frac{15\pi}{8} \underset{(>/<)}{\ldots\ldots} \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin\frac{15\pi}{8}$ = ... $\cos\frac{15\pi}{8}$ = ...
$<$ $<$ $-\sin(2\pi-\frac{15\pi}{8})$ $\cos(2\pi-\frac{15\pi}{8})$	190. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin\frac{7\pi}{4}$ และ $\cos\frac{7\pi}{4}$ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{7\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{7\pi}{4}$ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 ดังนั้น $0 \underset{(>/<)}{\ldots\ldots} 2\pi-\frac{7\pi}{4} \underset{(>/<)}{\ldots\ldots} \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin\frac{7\pi}{4} = -\sin(2\pi-\frac{7\pi}{4}) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos\frac{7\pi}{4}$ = ... = ... = ...

$<$ $<$ $\cos(2\pi - \frac{7\pi}{4})$ $\cos\frac{\pi}{4}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$	191. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin\frac{5\pi}{3}$ และ $\cos\frac{5\pi}{3}$ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{5\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{5\pi}{3}$ อยู่ในควอดรันต์ที่... ดังนั้น $0 <$ ..... $< \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin\frac{5\pi}{3}$ = ... $\cos\frac{5\pi}{3}$ = ...
4 $2\pi - \frac{5\pi}{3}$ $-\sin(2\pi - \frac{5\pi}{3}) = -\sin\frac{\pi}{3}$ $= -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos(2\pi - \frac{5\pi}{3}) = \cos\frac{\pi}{3}$ $= \frac{1}{2}$	192. ให้นักเรียนเขียนค่าฟังก์ชันซายน์และโคซายน์ของจำนวนจริง -6 ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันซายน์และโคซายน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$ $\sin(-6)$ = ... $\cos(-6)$ = ... และเนื่องจากเมื่อแทน 6 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 6 อยู่ในควอดรันต์ที่... ดังนั้น $\sin 6$ = ... $\cos 6$ = ...
$-\sin 6$ $\cos 6$ 4 $-\sin(2\pi - 6)$ $\cos(2\pi - 6)$	193. จากกรอบที่ 192 นั่นคือ จะได้ว่า $\sin(-6)$ = ...(sin(2π−6)/−sin(2π−6)) $\cos(-6)$ = ...(cos(2π−6)/−cos(2π−6))

$\sin(2\pi - 6)$

$\cos(2\pi - 6)$

194. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin\frac{11\pi}{6}$, $\cos\frac{4\pi}{3}$ และ $\cos\frac{5\pi}{6}$

$\sin\frac{11\pi}{6}$ = ...

$\cos\frac{4\pi}{3}$ = ...

$\cos\frac{5\pi}{6}$ = ...

$-\sin(2\pi - \frac{11\pi}{6})$

$= -\sin\frac{\pi}{6}$

$= -\frac{1}{2}$

$-\cos(\frac{4\pi}{3} - \pi)$

$= -\cos\frac{\pi}{3}$

$= -\frac{1}{2}$

$-\cos(\pi - \frac{5\pi}{6})$

$= -\cos\frac{\pi}{6}$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

195. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $\cos\theta \neq 0$ แล้ว จะสามารถหาค่าของ tangent θ ซึ่งเขียนแทนด้วย $\tan\theta$ และ secant θ ซึ่งเขียนแทนด้วย $\sec\theta$ ได้ดังนี้คือ

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad \text{และ} \quad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

ดังนั้น ถ้า $\sin\alpha = a$ และ $\cos\alpha = b$

ซึ่ง $b \neq 0$

$\tan\alpha =$ ..... และ $\sec\alpha =$ .....

196. เนื่องจาก $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ดังนั้น $\cos\frac{\pi}{4} (=/\neq) 0$

นั่นคือ $\tan\frac{\pi}{4} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}} =$ .... $=$ ...

$\sec\frac{\pi}{4} =$ .... $=$ .... $=$ ...

197. เนื่องจาก $\cos\frac{\pi}{2} = 0$

ดังนั้น $\tan\frac{\pi}{2}$ หาค่า.(ได้/ไม่ได้)

และ $\sec\frac{\pi}{2}$ หาค่า.(ได้/ไม่ได้)

$\frac{a}{b}$ $\frac{1}{b}$

$\neq$ $\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{1}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 1

$\frac{1}{\cos\frac{\pi}{4}}$ — $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ $\sqrt{2}$

ไม่ได้ ไม่ได้	198. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใดๆ ถ้า $\sin\theta \neq 0$ แล้ว จะสามารถหาค่าของ cotangent θ ซึ่งเขียนแทนด้วย $\cot\theta$ หรือ $\operatorname{cnt}\theta$ และ cosecant θ ซึ่งเขียนแทนด้วย $\operatorname{cosec}\theta$ หรือ $\csc\theta$ ได้ดังนี้คือ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ และ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ ดังนั้นถ้า $\sin\alpha = a$ และ $\cos\alpha = b$ ซึ่ง $a \neq 0$ แล้ว $\cot\alpha =$ ... และ $\operatorname{cosec}\alpha =$ ...
$\frac{b}{a}$ $\frac{1}{a}$	199. เนื่องจาก $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ดังนั้น $\sin\frac{\pi}{4}$ (...) 0 นั่นคือ $\cot\frac{\pi}{4} = \frac{\cos\frac{\pi}{4}}{\sin\frac{\pi}{4}} =$ .... = ... $\operatorname{cosec}\frac{\pi}{4} =$ .... = ... = ...
$\neq$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 1 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\frac{1}{\sin\frac{\pi}{4}}$ $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ $\sqrt{2}$	200. เนื่องจาก $\sin 0 = 0$ ดังนั้น $\cot 0$ หาค่า... (ได้/ไม่ได้) $\operatorname{cosec} 0$ หาค่า... (ได้/ไม่ได้)
ไม่ได้ ไม่ได้	201. นั่นคือ เมื่อ θ เป็นจำนวนจริงใดๆ จะสรุปได้ว่า ก. ถ้า $\cos\theta \neq 0$ แล้ว $\tan\theta =$ ..... และ $\sec\theta =$ ..... ข. ถ้า $\sin\theta \neq 0$ แล้ว $\cot\theta =$ ..... และ $\operatorname{cosec}\theta =$ .....

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\qquad$ $\frac{1}{\cos\theta}$

$\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ $\qquad$ $\frac{1}{\sin\theta}$

202. เนื่องจาก $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ และ $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $\tan\frac{\pi}{3} = \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3}$

$\sec\frac{\pi}{3}$ = ... = ... = ... = ...

$\cot\frac{\pi}{3}$ = ... = ... = ... = ...

$\operatorname{cosec}\frac{\pi}{3}$ = ... = ... = ... = ...

$\frac{1}{\cos\frac{\pi}{3}}$ $\frac{1}{\frac{1}{2}}$ $1 \times \frac{2}{1}$ 2

$\frac{\cos\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}}$ $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $\frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{1}{\sin\frac{\pi}{3}}$ $\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $1 \times \frac{2}{\sqrt{3}}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

203. เนื่องจาก $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ และ $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ดังนั้น $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sec\frac{\pi}{6}$ = ...

$\cot\frac{\pi}{6}$ = ...

$\operatorname{cosec}\frac{\pi}{6}$ = ...

$\frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\frac{\cos\frac{\pi}{6}}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3}$

$\frac{1}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 \times \frac{2}{1} = 2$

204. เนื่องจาก $\sin\pi = 0$ และ $\cos\pi = -1$

ดังนั้น $\tan\pi = \frac{\sin\pi}{\cos\pi} = \frac{0}{-1} = 0$

$\sec\pi$ = ...

$\cot\pi$ = หาค่าไม่ได้

$\operatorname{cosec}\pi$ = ...

$\frac{1}{\cos\pi} = \frac{1}{-1} = -1$

205. ให้นักเรียนหาค่าของ $\tan\frac{7\pi}{6}$, $\cot\frac{2\pi}{3}$ และ $\sec\frac{11\pi}{6}$

$\tan\frac{7\pi}{6}$ = ...

$\cot\frac{2\pi}{3}$ = ...

$\sec\frac{11\pi}{6}$ = ...

$\frac{\sin\frac{7\pi}{6}}{\cos\frac{7\pi}{6}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{\cos\frac{2\pi}{3}}{\sin\frac{2\pi}{3}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{1}{\cos\frac{11\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

206. $\cos\frac{\pi}{2} - \sin\frac{5\pi}{3} + \tan\frac{9\pi}{4} + \cos\frac{5\pi}{6}$

= .....

= .....

= .....

$0-(-\frac{\sqrt{3}}{2})+1-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0+\frac{\sqrt{3}}{2}+1-\frac{\sqrt{3}}{2}$

1

207. $\sin\frac{5\pi}{6} + \tan^2\frac{7\pi}{6} - \cos^2\frac{3\pi}{4}$

= .....

= .....

= .....

$\frac{1}{2} + (\frac{1}{\sqrt{3}})^2 - (-\frac{1}{\sqrt{2}})^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

208. เนื่องจาก $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ และ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

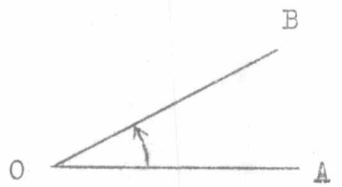
ดังนั้น $\tan\theta \cdot \cot\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot$ ..... = ...

$\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$	1	209. เนื่องจาก $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ และ $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ ดังนั้น $\sin\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = \sin\theta \cdot$ ..... $=$ ... $\cos\theta \cdot \sec\theta = \cos\theta \cdot$ ..... $=$ ...
$\frac{1}{\sin\theta}$ $\frac{1}{\cos\theta}$	1 1	210. ให้ $\cos\theta \neq 0$ เนื่องจาก $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ หารตลอดด้วย $\cos^2\theta$ จะได้ว่า $\frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$ $1 + (\frac{\sin\theta}{\cos\theta})^2 = (\frac{1}{\cos\theta})^2$ ดังนั้น $1+(.....)^2 = (.....)^2$
$\tan\theta$	$\sec\theta$	211. ถ้าแทน $(\tan\theta)^2$ ด้วย $\tan^2\theta$ และแทน $(\sec\theta)^2$ ด้วย $\sec^2\theta$ นั่นคือ $1 + \tan^2\theta =$ .....
$\sec^2\theta$		212. ให้ $\sin\theta \neq 0$ เนื่องจาก $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ หารตลอดด้วย $\sin^2\theta$ จะได้ว่า $\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} + \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta}$ $(\frac{\cos\theta}{\sin\theta})^2 + 1 = (\frac{1}{\sin\theta})^2$ ดังนั้น $(.....)^2 + 1 = (.....)^2$

$\cot\theta$ $\operatorname{cosec}\theta$	213. ถ้าแทน $(\cot\theta)^2$ ด้วย $\cot^2\theta$ และแทน $(\operatorname{cosec}\theta)^2$ ด้วย $\operatorname{cosec}^2\theta$ นั่นคือ $\cot^2\theta + 1$ = ...
$\operatorname{cosec}^2\theta$	214. นั่นคือ เมื่อ θ เป็นจำนวนจริงใดๆจะสรุปได้ว่า ก. $\tan\theta \cdot \cot\theta$ = ... ข. $\sin\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$ = ... ค. $\cos\theta \cdot \sec\theta$ = ... ง. $1 + \tan^2\theta$ = ... จ. $\cot^2\theta + 1$ = ...
1 1 1 $\sec^2\theta$ $\operatorname{cosec}^2\theta$	

7. ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม

215. มุมในวิชาตรีโกณมิติ เกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงในแนวนอน ซึ่งเรียกว่า ด้านเริ่มต้นของมุม โดยใช้จุดปลายสุดทางซ้ายของด้านเริ่มต้นของมุมเป็นจุดหมุน และมีลูกศรแสดงการหมุนด้วย เมื่อส่วนของเส้นตรงนี้หยุด ณ ที่ใดก็ตาม จะทำให้เกิดมุม เรียกส่วนของเส้นตรงนี้ว่า ด้านสิ้นสุดของมุม และเรียกจุดหมุนว่า จุดยอดของมุม เช่น จากรูป มุม AOB



OA เรียกว่าด้าน.....ของมุม

O เรียกว่า.....ของมุม

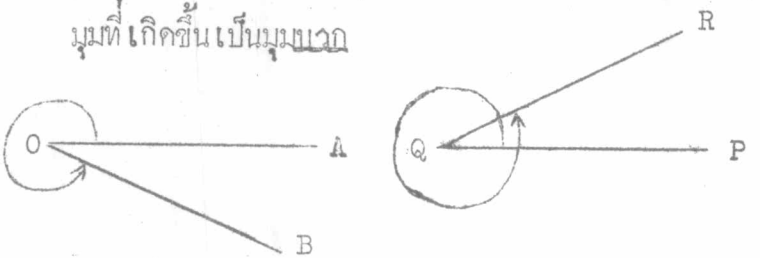
OB เรียกว่าด้าน.....ของมุม

เริ่มต้น

จุดยอด

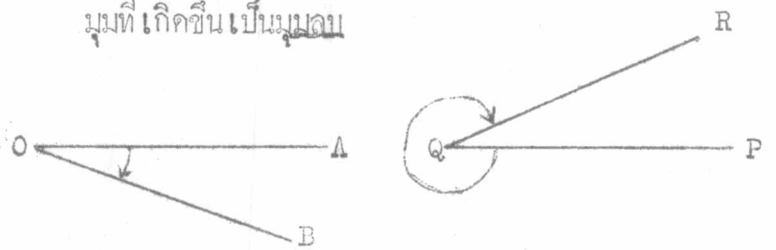
สิ้นสุด

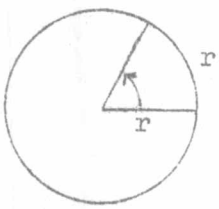
216. ถ้ามุมในวิชาตรีโกณมิติเกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงซึ่งเป็นด้านเริ่มต้นของมุม ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา มุมที่เกิดขึ้นเป็นมุมบวก



มุม AOB เป็นมุม..... (บวก/ลบ) เพราะหมุน..... (ทวน/ตาม) เข็มนาฬิกา

มุม PQR เป็นมุม..... (บวก/ลบ) เพราะหมุน..... (ทวน/ตาม) เข็มนาฬิกา

บวก ทวน บวก ทวน	217. ถ้ามุมในวิชาตรีโกณมิติเกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรง ซึ่งเป็นด้านเริ่มต้นของมุม ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา มุมที่เกิดขึ้นเป็นมุมลบ  มุม AOB เป็นมุม..... เพราะหมุน.....เข็มนาฬิกา (บวก/ลบ) (ทวน/ตาม) มุม PQR เป็นมุม..... เพราะหมุน.....เข็มนาฬิกา (บวก/ลบ) (ทวน/ตาม)
ลบ ตาม ลบ ตาม	218. หน่วยในการวัดมุมที่เคยเรียนมาแล้ว คือ องศา($^\circ$) และจะแบ่งหน่วยองศาออกเป็นหน่วยย่อย คือ ลิบดา($'$) และวิลิบดา($''$) ได้ดังนี้คือ $1^\circ = 60'$ $1' = 60''$ ดังนั้น $\frac{1}{2}^\circ = \frac{1}{2}(..)' = ...'$ $\frac{1}{3}' = \frac{1}{3}(..)'' = ...''$
60 30 60 20	219. $10\frac{27}{80}^\circ = 10^\circ + \frac{27}{80}^\circ$ $= 10^\circ + \frac{27}{80}(...)'$ $= 10^\circ + 20\frac{5}{16}'$ $= 10^\circ + 20' + \frac{5}{16}'$ $= 10^\circ + 20' + \frac{5}{16}(...)''$ $= 10^\circ + 20' + 15''$ นั่นคือ $10\frac{27}{80}^\circ = 10^\circ\ 20'\ 15''$

60 60	220. ให้นักเรียนเขียนขนาดของมุม 20.2625° เป็น องศา, ลิบดา, และวิลิบดา 20.2625° = ... = ... = ... = ... = ... = ... นั่นคือ 20.2625° = ...
$20^\circ + .2625^\circ$ $20^\circ + .2625(60)'$ $20^\circ + 15.75'$ $20^\circ + 15' + .75'$ $20^\circ + 15' + .75(60)''$ $20^\circ + 15' + 45''$ $20^\circ\ 15'\ 45''$	221. หน่วยในการวัดมุมที่สำคัญอีกชนิดหนึ่ง คือ การวัดมุมเป็น<u>เรเดียน</u>  <u>มุมที่มีขนาด 1 เรเดียน</u> คือ มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลมที่ยาวเท่ากับรัศมีของวงกลม ดังนั้น ถ้าวงกลมมีรัศมียาว r หน่วยแล้ว มุม 1 เรเดียน คือ มุมที่.....ของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลมยาว...หน่วย

จุดศูนย์กลาง x	222. ให้วงกลมมีรัศมียาว x หน่วย ดังนั้น เส้นรอบวงของวงกลมยาว $2\pi x$ หน่วย จากความหมายของมุม 1 เรเดียน จะได้ว่า เส้นรอบวงยาว x หน่วย เป็นมุมที่จุดศูนย์ กลาง 1 เรเดียน ดังนั้น " " $2\pi x$ " " $\frac{2\pi x}{x}$ " " ..... นั่นคือมุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม = ...เรเดียน
2π 2π	223. เนื่องจาก มุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม = 360° และมุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม = 2π เรเดียน ดังนั้น 360° = ... เรเดียน 180° = ... เรเดียน นั่นคือ ..... เรเดียน = 180°
2π π π	224. การเปลี่ยนมุม $\frac{1}{2}$ เรเดียน เป็น องศา มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจาก π เรเดียน = 180° องศา ดังนั้น $\frac{1}{2}$ เรเดียน = $\frac{1}{2} \times$ ..... องศา $\approx \frac{90}{3.1416}$ องศา = 28.65 องศา = 28° ...′ นั่นคือ $\frac{1}{2}$ เรเดียน $\approx$ 28° ...′

พระมงกุฎเกล้า สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$\frac{180}{\pi}$ 39 39	225. ให้นักเรียนเปลี่ยนมุม $\frac{2\pi}{5}$ เรเดียนเป็นองศา เนื่องจาก..... ดังนั้น .... นั่นคือ $\frac{2\pi}{5}$ เรเดียน = ...
π เรเดียน = 180 องศา $\frac{2\pi}{5}$ " $= \frac{2\pi}{5} \times \frac{180}{\pi}$ " $= 72^\circ$ 72°	226. การเปลี่ยนมุม 75° เป็นเรเดียน มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจาก $180^\circ = \pi$ เรเดียน ดังนั้น $75^\circ = 75 \times ....$ เรเดียน $= .....$ เรเดียน นั่นคือ $75^\circ = ...$ เรเดียน
$\frac{\pi}{180}$ $\frac{5\pi}{12}$ $\frac{5\pi}{12}$	227. ให้นักเรียนเปลี่ยนมุม -60° เป็นเรเดียน เนื่องจาก ..... ดังนั้น .... นั่นคือ -60° = ... เรเดียน

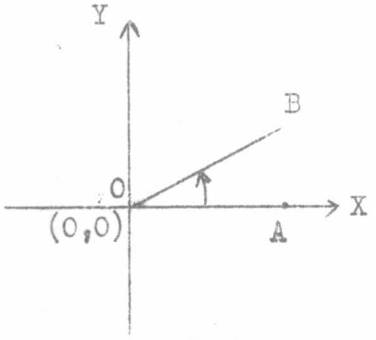
$180^\circ = \pi$

$-60^\circ = -60 \times \frac{\pi}{180}$ "

$= -\frac{\pi}{3}$ "

$-\frac{\pi}{3}$

เรเดียน 228. มุมที่อยู่ในตำแหน่งมาตรฐาน คือ มุมที่จุดยอดของมุมอยู่ที่จุด(0,0) และด้านเริ่มต้นของมุมทาบไปตามแกนx ทางบวก



จากรูป

มุม AOB เป็นมุมในตำแหน่งมาตรฐาน

ดังนั้น จุดยอดของมุมคือจุด.....

ด้านเริ่มต้นของมุมคือ.....

ด้านสิ้นสุดของมุมคือ.....

0

OA

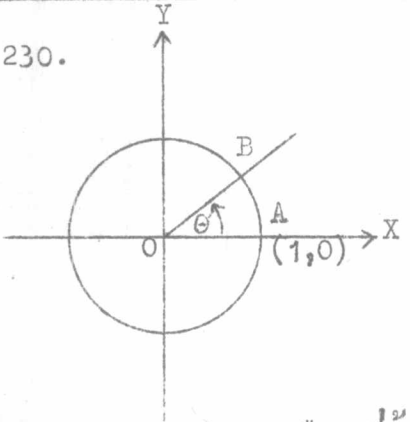
OB

229. เนื่องจากวงกลมหนึ่งหน่วยมีรัศมียาว 1 หน่วย ดังนั้น ส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง 1 เรเดียนจะต้องยาว...หน่วย นั่นคือ ส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง θ เรเดียนจะต้องยาว...หน่วย

1

θ

230.



มุม AOB เป็นมุมในตำแหน่งมาตรฐาน และมุม AOB กวาง θ เรเดียน ดังนั้น $\overset{\frown}{AB}$ = ...หน่วย นั่นคือB คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง... และB คือจุดที่ด้านสิ้นสุดของมุม AOB ซึ่งกวาง...เรเดียน ตัดวงกลมหนึ่งหน่วย

θ θ θ	231. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง θ เมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย.....จุดเดียวกันกับจุดที่ด้านสิ้นสุดของ (เป็น/ไม่เป็น) มุมในตำแหน่งมาตรฐานซึ่งกาง θ เรเดียน ตัดวงกลมหนึ่งหน่วย
เป็น	232. เนื่องจาก ไม่ว่าจะใช้วิธีวัดมุมในตำแหน่งมาตรฐานให้กาง θ เรเดียน หรือวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยให้ยาว θ หน่วยแล้ว จุดที่ด้านสิ้นสุดของมุมตัดวงกลมหนึ่งหน่วยและจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันเสมอ ดังนั้น ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กาง θ เรเดียนและฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง θ มีค่าเท่ากัน นั่นคือ $\sin\theta$ เรเดียน = $\sin\theta$ $\cos\theta$ เรเดียน = ... $\tan\theta$ เรเดียน = ... $\sec\theta$ เรเดียน = ... $\cot\theta$ เรเดียน = ... $\operatorname{cosec}\theta$ เรเดียน = ...

$\cos\theta$ $\tan\theta$ $\sec\theta$ $\cot\theta$ $\operatorname{cosec}\theta$	233. การหาค่าของ $\sin\frac{\pi}{4}$ เรเดียน, $\cos\frac{\pi}{4}$ เรเดียน และ $\tan\frac{\pi}{4}$ เรเดียน มีวิธีทำดังนี้คือ $\sin\frac{\pi}{4}$ เรเดียน = $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos\frac{\pi}{4}$ เรเดียน = ... $\tan\frac{\pi}{4}$ เรเดียน = ...
$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\tan\frac{\pi}{4} = 1$	234. การหาค่าของ $\sin60^\circ$, $\cos60^\circ$, $\tan60^\circ$ มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจาก $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ เรเดียน ดังนั้น $\sin60^\circ = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos60^\circ$ = ... $\tan60^\circ$ = ...
$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ $\tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$	235. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin30^\circ$, $\cos30^\circ$ และ $\tan30^\circ$ เนื่องจาก ..... ดังนั้น $\sin30^\circ$ = ... $\cos30^\circ$ = ... $\tan30^\circ$ = ...

$30^\circ = \frac{\pi}{6}$ เรเดียน $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	236. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sec 135^\circ$, $\cot 120^\circ$, $\operatorname{cosec} -315^\circ$ และ $\tan 225^\circ$ $\sec 135^\circ = \sec\frac{3\pi}{4} = -\sqrt{2}$ $\cot 120^\circ =$ ..... $\operatorname{cosec} -315^\circ =$ ..... $\tan 225^\circ =$ .....
$\cot\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\operatorname{cosec}(-\frac{7\pi}{4}) = \sqrt{2}$ $\tan\frac{5\pi}{4} = 1$	

8. ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมของสามเหลี่ยมมุมฉาก

237. ให้มุม A กาง θ เรเดียน

ดังนั้น $\sin A = \sin\theta$ เรเดียน

$= \ldots\ldots\ldots$

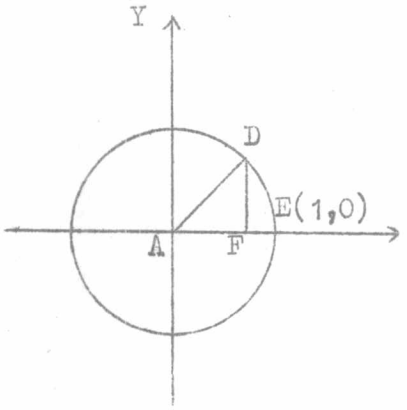
$\cos A = \cos\theta$ เรเดียน

$= \ldots\ldots\ldots$

$\sin\theta$

$\cos\theta$

238. เนื่องจาก ถ้าส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่ปิดมุมที่จุดศูนย์กลางยาว θ หน่วยแล้ว มุมที่จุดศูนย์กลางกาง θ เรเดียน



จากรูป ส่วนโค้งที่ปิดมุม A ยาวเท่ากับความยาว $\overset{\frown}{ED}$ หน่วย ดังนั้น มุม A กาง ..... เรเดียน

$\sin A = \sin(\ldots\ldots\ldots)$

$\cos A = \cos(\ldots\ldots\ldots)$

ความยาว $\overset{\frown}{ED}$

ความยาว $\overset{\frown}{ED}$

ความยาว $\overset{\frown}{ED}$

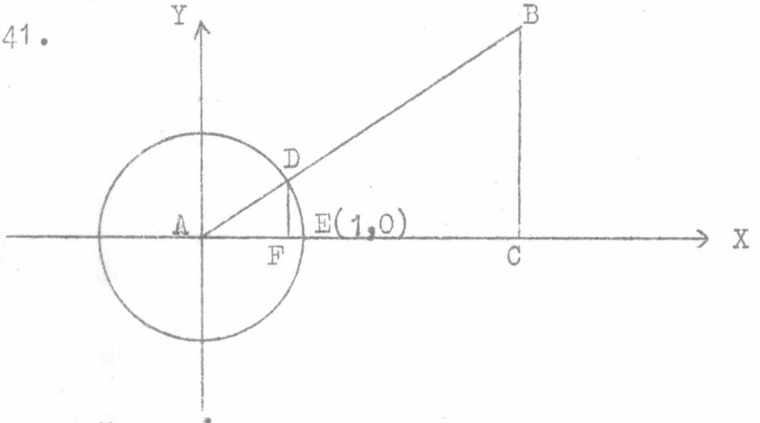
239. จากกรอบที่ 238

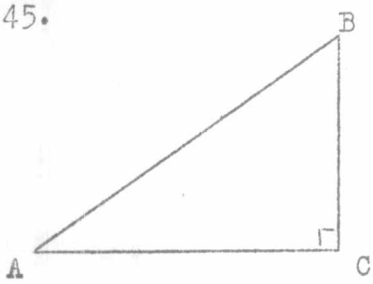
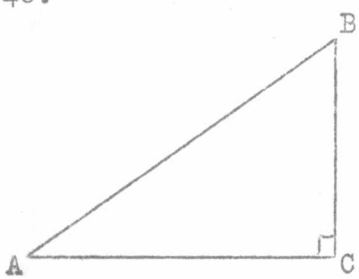
โคออร์ดิเนตของ D คือ (AF,...)

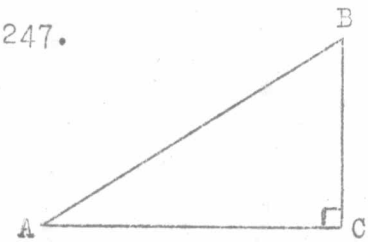
ความยาว $\overset{\frown}{ED}$ ..... จำนวนจริง
(เป็น/ไม่เป็น)

ดังนั้น $\sin$ (ความยาว $\overset{\frown}{ED}$) = $\frac{\ldots\ldots}{(AF/FD)}$

$\cos$ (ความยาว $\overset{\frown}{ED}$) = $\frac{\ldots\ldots}{(AF/FD)}$

FD เป็น FD AF	240. จากกรอบที่ 239 นั่นคือ จะได้ว่า sin A = ... (AF/FD) และ cos A = ... (AF/FD)
FD AF	241.  ให้สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุมC เป็นมุมฉาก และวางรูปสามเหลี่ยม ABCให้มุม CBA เป็นมุมในตำแหน่งมาตรฐาน ดังนั้น ส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่ปิดมุม A คือ.... นั่นคือ sin A = ... cos A = ...
$\overset{\frown}{ED}$ DF AF	242. จากกรอบที่ 241 เนื่องจาก $\triangle$ ABC และ $\triangle$ ADF เป็นสามเหลี่ยมคล้าย ดังนั้น $\frac{AD}{AB}$ = ... = ...

$\frac{DF}{BC}$ $\frac{AF}{AC}$	243. จากกรอบที่ 242 พิจารณาสัดส่วน $\frac{AD}{AB} = \frac{DF}{BC}$ จะได้ว่า $\frac{BC}{AB}$ = ... และพิจารณาสัดส่วน $\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AC}$ จะได้ว่า $\frac{AC}{AB}$ = ...
$\frac{DF}{AD}$ $\frac{AF}{AD}$	244. จากกรอบที่ 243 AD = ... หน่วย ดังนั้น $\frac{BC}{AB}$ = ... และ $\frac{AC}{AB}$ = ... นั่นคือ sin A = ... และ cos A = ...
1 DF AF $\frac{BC}{AB}$ $\frac{AC}{AB}$	245.  นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้าสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉากแล้ว sin A = ... cos A = ...
$\frac{BC}{AB}$ $\frac{AC}{AB}$	246.  สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี มุม C เป็นมุมฉาก AB เรียกว่าด้านตรงข้ามมุมฉาก <u>พิจารณามุม B</u> AC เรียกว่าด้านตรงข้ามมุม B BC เรียกว่าด้านประชิดมุม B <u>พิจารณามุม A</u> BC เรียกว่า ด้าน.....มุม A AC เรียกว่า ด้าน.....มุม A

ตรงข้าม ประชิด	247.  สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก เนื่องจาก $\sin A = \frac{BC}{AB}$ และ $\cos A = \frac{AC}{AB}$ ดังนั้น $\sin A = \frac{\text{ด้าน.....มุม A}}{\text{ด้าน.....}}$ $\cos A = \frac{\text{ด้าน.....มุม A}}{\text{ด้าน.....}}$
ตรงข้าม ตรงข้ามมุมฉาก ประชิด ตรงข้ามมุมฉาก	248. จากกรอบที่ 247 $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านประชิดมุม A}}$ $\sec A = \frac{1}{\cos A} = ...$ $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = ...$ $\text{cosec } A = \frac{1}{\sin A} = ...$
$\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ด้านประชิดมุม A}}$ $\frac{\text{ด้านประชิดมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมA}}$ $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}$	249. นั่นคือ จะสรุปได้ว่า ถ้าสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉากแล้ว $\sin A = ...$ $\cos A = ...$ $\tan A = ...$ $\sec A = ...$ $\cot A = ...$ $\text{cosec } A = ...$

ด้านตรงข้ามมุม A / ด้านตรงข้ามมุมฉาก

ด้านประชิดมุม A / ด้านตรงข้ามมุมฉาก

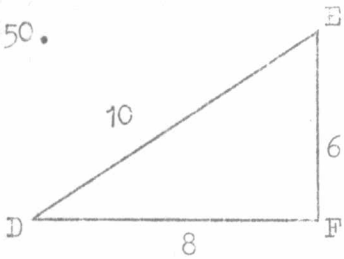
ด้านตรงข้ามมุม A / ด้านประชิดมุม A

ด้านตรงข้ามมุมฉาก / ด้านประชิดมุม A

ด้านประชิดมุม A / ด้านตรงข้ามมุม A

ด้านตรงข้ามมุมฉาก / ด้านตรงข้ามมุม A

250.



สามเหลี่ยมมุมฉาก DEF มีมุม F เป็นมุมฉาก DE = 10 , DF = 8 และ EF = 6 ดังนั้น

$\sin D = \frac{EF}{DE} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

cos D = ...

tan D = ...

sec D = ...

cot D = ...

cosec D = ...

$\frac{DF}{DE} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

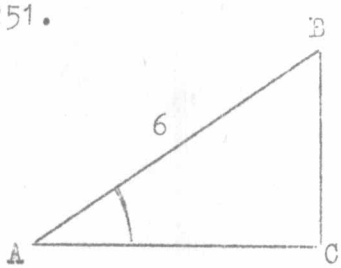
$\frac{EF}{DF} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\frac{DE}{DF} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

$\frac{DF}{EF} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$\frac{DE}{EF} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

251.



สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก $\hat{A} = 30^\circ$ และ AB = 6 หน่วย ให้หาว่า BC ยาวกี่หน่วย

เนื่องจาก $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{6}$

และ $\sin A = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $\frac{BC}{6} = \frac{1}{2}$

นั่นคือ BC = ... หน่วย

ภาคผนวก ฉ

แบบสอบถาม

คำชี้แจง

แบบสอบถามนี้เป็นส่วนหนึ่งของโครงการวิจัยเรื่อง " การทดลองใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน " เพื่อประกอบการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตร์มหาบัณฑิต ของ นางกัญญา โพธิวัฒน์

ความคิดเห็นของท่านที่ตอบในแบบสอบถามนี้ จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการค้นคว้าวิจัยเพื่อการพัฒนาการเรียนการสอน และเป็นแนวทางในการสร้าง การใช้ และการปรับปรุงแก้ไขบทเรียนแบบโปรแกรมให้มีคุณภาพสูงขึ้น อันจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนของนักเรียนในโอกาสต่อไป

การตอบแบบสอบถามของนักเรียนในครั้งนี้ ผู้วิจัยจะเก็บข้อมูลของแต่ละท่านไว้เป็นความลับ แล้วนำเสนอผลเป็นส่วนรวมมิใช่เป็นรายบุคคล ซึ่งจะไม่มีผลกระทบกระเทือนต่อตัวนักเรียน การเรียนของนักเรียน หรือคะแนนการสอบของนักเรียนแต่อย่างใด ดังนั้น ขอได้โปรดตอบแบบสอบถามทุกข้อตามความคิดเห็นที่เป็นจริงด้วยความคิดอันเป็นอิสระและด้วยความบริสุทธิ์ใจ ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

กัญญา โพธิวัฒน์

แบบสอบถาม

ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง "ฟังก์ชันตรีโกณมิติ"

แบบสอบถามชุดนี้มีทั้งหมด 3 ตอน คือ

ตอนที่ 1 เกี่ยวกับสถานภาพของผู้ตอบแบบสอบถาม
ตอนที่ 2 เกี่ยวกับความคิดเห็นของท่านต่อการเรียนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม
ตอนที่ 3 เกี่ยวกับความคิดเห็นและข้อเสนอแนะของท่านต่อการเรียนการสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

ตอนที่ 1

สถานภาพของผู้ตอบแบบสอบถาม

คำชี้แจง โปรดเติมข้อความลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้ หรือทำเครื่องหมาย ✓ ลงใน ◯ ซึ่งตรงกับข้อความที่ท่านต้องการจะตอบตามความเป็นจริง

1. เพศ ◯ ชาย ◯ หญิง
2. คะแนนเฉลี่ยสะสม .....
3. ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 1 ได้รับระดับคะแนน

◯ ก ◯ ค ◯ จ
◯ ข ◯ ง ◯ ร

ตอนที่ 2

ความคิดเห็นของท่านต่อการเรียนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

คำชี้แจง โปรดอ่านข้อความแต่ละข้ออย่างถี่ถ้วน แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องของแต่ละข้อตามระดับความคิดเห็นของท่าน

ข้อ	ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
	ก ความคิดเห็นของผู้เรียนต่อตัวบทเรียนแบบโปรแกรม					
1	บทเรียนแต่ละบทเรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปหายาก					
2	เนื้อหาในบทเรียนมีความต่อเนื่องกัน					
3	เนื้อหาในบทเรียนมีความยากง่ายเหมาะสม					
4	ภาพประกอบเนื้อเรื่องเหมาะสม					
5	ภาพประกอบช่วยให้เกิดความเข้าใจในบทเรียน					
6	คำอธิบายวิธีการเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรมชัดเจน					
7	มีการนำเข้าสู่บทเรียนในบทเรียนแบบโปรแกรม					
8	การนำเข้าสู่บทเรียนทำให้สนใจที่จะศึกษาบทเรียน					
9	คำอธิบายในบทเรียนมีความชัดเจน					
10	ตัวอย่างในบทเรียนช่วยให้เข้าใจในเนื้อหา					
11	จำนวนตัวอย่างในบทเรียนเหมาะสม					
12	ให้นิยามก่อนแล้วจึงยกตัวอย่างประกอบ					
13	คำสั่งในบทเรียนมีความชัดเจน					
14	คำถามในบทเรียนมีความชัดเจน					
15	มีการสรุปบทเรียนเป็นตอนๆ					

ข้อ	ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
16	เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สรุปบทเรียนด้วยตนเอง					
17	แบบฝึกหัดในบทเรียนตรงตามเนื้อหา					
18	แบบฝึกหัดในบทเรียนเหมาะสม					
19	บทเรียนแบบโปรแกรมมีจำนวนกรอบเหมาะสม					
20	บทเรียนแบบโปรแกรมมีรายละเอียดน่าสนใจ					
21	บทเรียนแบบโปรแกรมส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนตามความสามารถของตนเอง					
22	ลักษณะของบทเรียนกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็น					
23	บทเรียนแบบโปรแกรมเป็นของใหม่ที่น่าสนใจ					
	ข <u>ความรู้สึกของผู้เรียนหลังจากเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรม</u>					
24	รู้สึกสนุกและเพลิดเพลินกับการเรียน					
25	มีความสนใจที่จะเรียนจากบทเรียนแบบโปรแกรม					
26	สามารถเรียนรู้จากบทเรียนแบบโปรแกรมได้					
27	สามารถทำความเข้าใจบทเรียนได้					
28	มีความตั้งใจเรียน					
29	มีสมาธิในการเรียน					
30	มีความมั่นใจในการเรียนมากกว่าการเรียนตามปกติ					
31	ทุกคนสามารถเรียนจากบทเรียนแบบโปรแกรม					
32	เรียนรู้หลักเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ได้เร็วกว่าการเรียนตามปกติ					

ข้อ	ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
	ค กิจกรรมของครูและนักเรียนในการเรียนการสอนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรม					
33	ปฏิบัติตามคำแนะนำในบทเรียนอย่างสม่ำเสมอ					
34	ทบทวนบทเรียนล่วงหน้าก่อนที่จะถึงชั่วโมงเรียน					
35	เรียนได้เร็วหรือช้าตามความสามารถของตน					
36	ตรวจดูคำตอบทันที หลังจากทำแต่ละกรอบเสร็จ					
37	ไม่ดูคำตอบก่อนทำบทเรียน					
38	ทำแบบสอบก่อนและหลังการเรียนด้วยความซื่อสัตย์					
39	ทดสอบก่อนและหลังการเรียนทำให้ทราบความก้าวหน้าของตน					
40	ครูอธิบายเป็นรายบุคคลเฉพาะเมื่อมีปัญหา					
	ง ความสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียนในการเรียนการสอนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรม					
41	ผู้เรียนมีโอกาสช่วยเหลือกันในด้านการเรียนการสอน					
42	ผู้เรียนมีความเป็นตัวของตัวเอง					
43	ผู้เรียนไม่ถูกรบกวนในการเรียนจากเพื่อนๆ					
44	ครูสนใจผู้เรียนเป็นรายบุคคล					
45	ครูเป็นกันเองกับผู้เรียน					
46	ครูให้กำลังใจในการเรียน					
47	ครูให้ความช่วยเหลืออย่างใกล้ชิด					
48	บรรยากาศในการเรียนดีกว่าการเรียนตามปกติ					

ตอนที่ 3

ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะของท่านต่อการเรียนการสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

คำชี้แจง โปรดเขียนข้อความลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้ ตามความคิดเห็นของท่าน

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ฐ

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจความตรงเฉพาะหน้าของแบบสอบถาม

1. รองศาสตราจารย์ ดร.สุจริต เพียรชอบ
2. รองศาสตราจารย์ ดร.ทิศนา แขมมณี
3. รองศาสตราจารย์ ประคอง กรรณสูตร
4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัจฉรา ประไพตระกูล
5. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน

ประวัติผู้เขียน

นางกัญญา โพธิวัฒน์ เกิดเมื่อวันที่ 24 ตุลาคม พ.ศ.2493 ที่จังหวัดพระนคร สำเร็จปริญญาการศึกษาบัณฑิต สาขามัธยมศึกษา (คณิตศาสตร์) จากวิทยาลัยวิชาการศึกษาพระนคร เมื่อปีการศึกษา 2515 ปัจจุบันรับราชการตำแหน่งอาจารย์ 1 ระดับ 4 ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะวิชาครุศาสตร์ วิทยาลัยครูสุรินทร์ กระทรวงศึกษาธิการ