

เซมิกรุปผกผันแท้และคอนกรู เอนซ์แท้ที่เล็กที่สุด



นางสาวพัชนี อุดมกะวานิช

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

แผนกวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2520

001988

116649394

PROPER INVERSE SEMIGROUPS AND MINIMUM PROPER CONGRUENCES

MISS PATANEE UDOMKAVANICH

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1977

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต



.....
(ศาสตราจารย์ ดร. วิศิษฐ์ ประจวบเหมาะ)

คณบดี

คณะกรรมการตรวจวิทยานิพนธ์



..... ประธานกรรมการ

(ผศ. เจียมใจ บุญสมบัติ)



..... กรรมการ

(อาจารย์ ศักดา บุญโต)



..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร. ยุพารณ์ ธีระศุภะ)

อาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัย

อาจารย์ ดร. ยุพารณ์ ธีระศุภะ

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์เรื่อง

เคมีกรุปผกผันแท้และอนกรูเออนซ์แท้ที่ เล็กที่สุด

โดย

นางสาว พัฒน์ อุตมกะวานิช

แผนกวิชา

คณิตศาสตร์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ เซมิกรุปผกผันแท้และคอนกรูเอนซ์แท้ที่เล็กที่สุด

ชื่อ นางสาว พัฒณี อุดมกะวานิช

แผนกวิชา คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา ๒๕๑๔



บทคัดย่อ

โอแคโรลได้สร้างเซมิกรุปผกผันเอฟ $M(S)$ จากเซมิกรุปผกผันแท้ S ที่กำหนดให้ ซึ่งสามารถเอบเบต S ชนิด ซิกม่า พูลส์ ใน $M(S)$ ได้ และเซมิกรุปทั้งสองมีไฮโมมอร์ฟิซึมเมจกรุปที่ใหญ่ที่สุดอันเดียวกันด้วย เราศึกษาคุณสมบัติของ $M(S)$ เมื่อ S เป็นเซมิแลตติสของกรุปและเมื่อ S เป็นเซมิแลตติสของเซมิกรุปผกผัน และพิสูจน์ได้ว่า ถ้าเซมิกรุปผกผันแท้ S เป็นเซมิแลตติสของกรุปแล้ว $M(S)$ ก็จะเป็นเซมิแลตติสของกรุปด้วย และได้ผลทำนองเดียวกันนี้ ถ้า S เป็นเซมิแลตติสของเซมิกรุปผกผัน

โอแคโรลได้แสดงว่าทุก ๆ เซมิกรุปผกผัน มีคอนกรูเอนซ์แท้ที่เล็กที่สุด เราแสดงถึงความสัมพันธ์อย่างเหมาะสมกันระหว่างคอนกรูเอนซ์แท้ที่เล็กที่สุดของเซมิกรุปผกผันใด ๆ และไอเดียลของเซมิกรุปผกผันนั้น พิสูจน์ได้ว่า คอนกรูเอนซ์แท้ที่เล็กที่สุดบนไอเดียลของเซมิกรุปผกผันใด ๆ ก็คือ คอนกรูเอนซ์แท้ที่เล็กที่สุดของเซมิกรุปผกผันนั้น เมื่อคิดแต่ส่วนบนไอเดียลนั้น นอกจากนั้น ยังได้แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างคอนกรูเอนซ์รูปที่เล็กที่สุด σ คอนกรูเอนซ์ที่กระจายไอเดมโพเทนต์ที่ใหญ่ที่สุด μ และคอนกรูเอนซ์แท้ที่เล็กที่สุด τ อันหนึ่งคือ $\mu \cap \tau = \mu \cap \sigma$.

สำหรับเซมิกรุปผกผัน S ใด ๆ ถ้า S มีคอนกรูเอนซ์แท้ที่เล็กที่สุด τ เป็นคอนกรูเอนซ์ผกผันเอฟแล้ว τ จะเป็นคอนกรูเอนซ์ผกผันเอฟที่เล็กที่สุด อย่างไรก็ตามมีตัวอย่างที่แสดงว่า โดยทั่วไปแล้ว เซมิกรุปผกผันไม่จำเป็นจะต้องมีคอนกรูเอนซ์ผกผันเอฟที่เล็กที่สุด เราได้แนะนำให้รู้จักเซมิกรุปผกผันบางชนิดที่มีคอนกรูเอนซ์

ผกผันเอฟที่เล็กที่สุดเสมอ และยังแสดงได้อีกด้วยว่า ถ้าเซมิกรุปผกผันใด ๆ ที่มีคอนกรูเอนซ์ผกผันเอฟที่เล็กที่สุดแล้ว คอนกรูเอนซ์ใด ๆ ที่อยู่ระหว่างคอนกรูเอนซ์ผกผันเอฟที่เล็กที่สุดกับคอนกรูเอนซ์กรุปที่เล็กที่สุดจะเป็นคอนกรูเอนซ์ผกผันเอฟ

ท้ายสุดเราแสดงวิธีสร้างเซมิแลตติส Y ของเซมิกรุปผกผันแท้จากเซมิแลตติส Y ของเซมิกรุปผกผันซึ่งมีคุณสมบัติบางอย่าง และเซมิกรุปที่สร้างขึ้นนี้ เป็นโฮโมมอร์ฟิซึมเมจของเซมิแลตติส Y ของเซมิกรุปผกผันเดิม ยิ่งไปกว่านั้น ยังพิสูจน์ได้ว่า เซมิกรุปทั้งสองยังมีโฮโมมอร์ฟิซึมเมจกรุปที่ใหญ่ที่สุดอันเดียวกัน

Thesis Title	Proper Inverse Semigroups and Minimum Proper Congruences
Name	Miss Patanee Udomkavanich
Department	Mathematics
Academic Year	1976

ABSTRACT

O' Carroll has given a construction of the F-inverse semigroup $M(S)$ from a given proper inverse semigroup S such that S can be fully σ -embedded into $M(S)$, and the two semigroups have the same maximum group homomorphic image. The F-inverse semigroup $M(S)$ is studied if S is a semilattice of groups, and if S is a semilattice of inverse semigroups. It is shown that if the proper inverse semigroup S is a semilattice of groups, then the F-inverse semigroup $M(S)$ is also a semilattice of groups. It is also true for the case of semilattices of inverse semigroups.

It has been shown by O' Carroll that any inverse semigroup has the minimum proper congruence. A natural relation between the minimum proper congruence on an inverse semigroup and the minimum proper congruence on any of its ideal is given. If A is an ideal of an inverse semigroup S , then the minimum proper congruence on A is the restriction of the minimum proper congruence of S to A . Moreover, a relation among the minimum group congruence σ , the maximum

idempotent-separating congruence μ and the minimum proper congruence τ on an inverse semigroup S is given. It is proved that $\mu \cap \tau = \mu \cap \sigma$.

For any inverse semigroup S , if its minimum proper congruence τ is an F-inverse congruence, then τ is the minimum F-inverse congruence on S . However, the minimum F-inverse congruence on an inverse semigroup need not exist. An example is given. Some kinds of inverse semigroups whose minimum F-inverse congruence exist are introduced. It is shown that in any inverse semigroup S whose minimum F-inverse congruence exists, any congruence of S which lies between the minimum F-inverse congruence and the minimum group congruence of S is an F-inverse congruence.

Finally, we construct a semilattice Y of proper inverse semigroups from a given semilattice Y of inverse semigroups, with a certain condition, such that the semilattice Y of proper inverse semigroups so constructed is a homomorphic image of the given semilattice Y of inverse semigroups, and the two semigroups have isomorphic maximum group homomorphic images.

ACKNOWLEDGEMENT

In writing this thesis, the author is greatly indebted to Dr. Yupaporn Tirasupa, her thesis supervisor who kindly and untiredly offer her the thoughtful, helpful and sometimes brutal criticism to her preparing and writing. Also the author would like to express her gratitude to all lecturers and professors of the Graduate School for their invaluable knowledges while studying. Appreciation is also due all friends for many helpful assistance in obtaining information.

Special acknowledgement of the success of this thesis is to her most beloved father and mother whom she owes more than she can say.



TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	vi
ACKNOWLEDGEMENT	viii
INTRODUCTION	1
CHAPTER	
I PROPER INVERSE SEMIGROUPS	14
II MINIMUM PROPER CONGRUENCES	22
III MINIMUM F-INVERSE CONGRUENCES	33
iv SEMILATTICES OF PROPER INVERSE SEMIGROUPS	40
REFERENCES	47
VITA	49

