หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

การประยุกต์โปรแกรมพลวัตในการเร่งโครงงาน

ในการควบคุมโครงงานโดยใช้โครงข่ายของงาน (Job Network) ตามหลักการของ PERT-CPM นั้น สายงานวิกฤติ (Critical Path) เป็นสิ่งสำคัญที่จะต้องเอาใจใส่อยู่ตลอดเวลา เพราะการที่จะควบคุมโครงงานให้เสร็จตามกำหนดเวลาได้ จะต้องควบคุมการทำงานในสายงานวิกฤติให้เสร็จตามกำหนดเวลาที่วางไว้และในทางกลับกัน เวลาการทำงานของโครงงานทั้งหมดจะลดลงได้ถ้าสามารถเร่งงานส่วนที่เป็นงานวิกฤติให้ใช้เวลาการทำงานน้อยลง

การเร่งงานวิกฤติอาจทำได้หลายวิธี เช่น

1. การใช้ทรัพยากร เช่นแรงงานและเครื่องจักรกลของงานที่ไม่ใช่งานวิกฤติมาใช้ในการทำงานวิกฤติ ซึ่งนอกจากจะเป็นการเร่งงานวิกฤติแล้วยังเป็นการลดการว่างงานของแรงงานและเครื่องจักรกลลงได้

2. แบ่งงานวิกฤติที่สามารถแบ่งเป็นสองงานหรือมากกว่าให้สามารถเริ่มงานและทำงานได้พร้อมกัน ซึ่งจะช่วยลดเวลาการทำงานของงานวิกฤตินั้น ๆ ลงได้

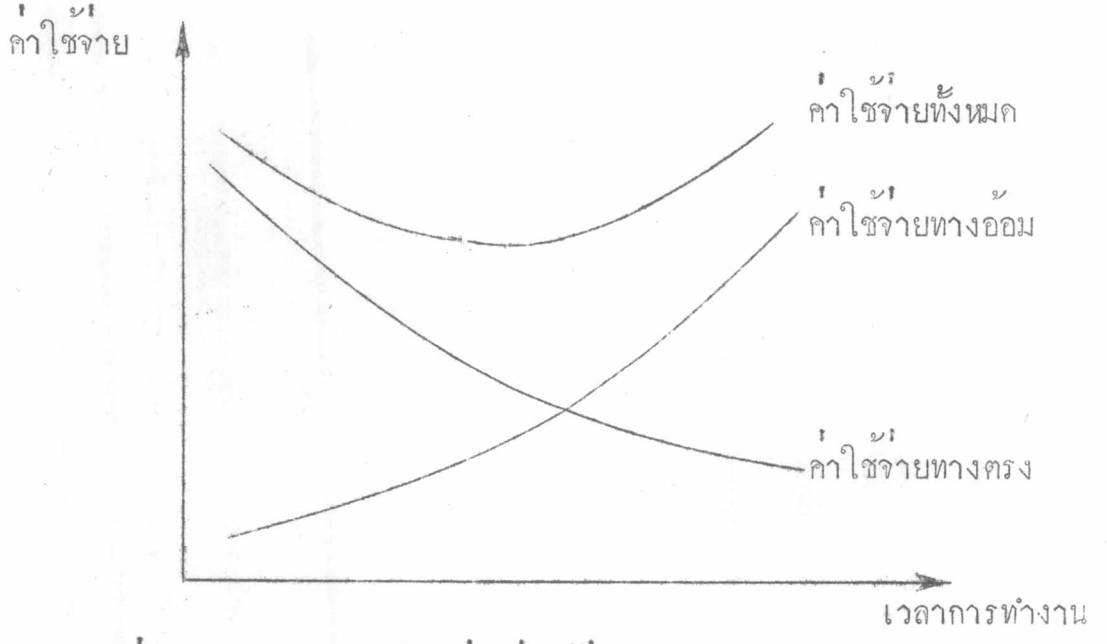
3. เพิ่มแรงงานหรือเครื่องจักรกลสำหรับงานวิกฤติเพื่อให้สามารถดำเนินการได้เร็วขึ้น

4. เพิ่มเวลาพิเศษ เช่น จัดทำงานล่วงเวลาสำหรับงานที่เป็นงานวิกฤติ

5. แบ่งเบางานวิกฤติ โดยวิธีว่าจ้างให้หน่วยงานอื่น ช่วยทำงานวิกฤตินั้นเสร็จสิ้นไปโดยเร็ว

การพิจารณาเร่งโครงงานด้วยวิธีต่าง ๆ เหล่านี้ บางวิธีก็ต้องเสียค่าใช้จ่ายเพิ่มมากขึ้น บางวิธีก็ไม่ต้องเสียค่าใช้จ่ายหรือเสียค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อย การเร่งโครงงานที่ดีคือ การเร่งโครงงานโดยไม่ต้องเสียค่าใช้จ่ายหรือเสียค่าใช้จ่ายน้อย

ที่สุด ค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากการเร่งโครงงานส่วนใหญ่เป็นค่าใช้จ่ายทางตรง (Direct Cost) เช่น ค่าแรงงาน เป็นต้น ผลจากการเร่งโครงงาน นอกจากจะทำให้ได้กำหนดการทำงานใหม่ที่ทำให้โครงงานแล้วเสร็จเร็วขึ้นแล้ว ยังทำให้ค่าใช้จ่ายทางอ้อม (Indirect Cost) เช่น ค่าใช้จ่ายในการบริหารงาน และค่าใช้จ่ายในการติดตามงาน เป็นต้น ลดลงอีกด้วย เพราะค่าใช้จ่ายทางอ้อมเหล่านี้แปรผันตามระยะเวลาการทำงาน รูปที่ 3.1 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายทางตรง ค่าใช้จ่ายทางอ้อม และค่าใช้จ่ายทั้งหมด (Total Cost) กับระยะเวลาการทำงานของโครงงาน



รูปที่ 3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายของโครงงานกับระยะเวลาการทำงาน

การเร่งโครงงาน

เมื่อมีความจำเป็นที่จะต้องเร่งโครงงานให้แล้วเสร็จเร็วกว่ากำหนดเดิมวิธีการที่จะเร่งโครงงานให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด (Optimal Solution) คือ วิธีการที่สามารถทำให้โครงงานเสร็จสิ้นลงภายในกำหนดเวลาที่ต้องการโดยเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด วิธีการที่ใช้กันอยู่โดยทั่วไปในการเร่งโครงงานก็คือ พยายามลดเวลาการทำงานของงานวิกฤติที่จะเสียค่าใช้จ่ายเพิ่มน้อยที่สุดให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ และถ้ามีสายงานวิกฤติมากกว่าสายงานเดียว ก็ต้องลดเวลาของสายงานวิกฤติทุกสายงานลงพร้อม ๆ กันเป็นจำนวนวันเท่า ๆ กันด้วย (ดูภาคผนวก ก.) การวางแผนการเร่งโครงงานด้วยวิธีนี้ จะต้องดำเนินการทีละขั้น โดยแต่ละขั้นจะลดเวลาการทำงานของโครงงานลงได้ทีละน้อย ถ้ามีความจำเป็นจะต้องลดเวลาการทำงานของโครงงานลงมาก ๆ ก็จำเป็นต้องดำเนินการหลายขั้น การที่ต้องดำเนินการเป็นขั้น ๆ เช่นนี้เพื่อให้การวางแผนการเร่งโครงงานเป็นไปได้อย่างถูกต้องแน่นอนไม่มีการผิดพลาด ถ้าโครงงานมีความยุ่งยากซับซ้อนมาก การวางแผนการเร่งโครงงานด้วยวิธีนี้จะต้องทำด้วยความระมัดระวังเป็นอย่างมาก เพราะจะเกิดความสับสนได้ง่าย

การเร่งโครงงานโดยการใช้โปรแกรมพลวัต

โปรแกรมพลวัตเป็นเทคนิคที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ต้องการหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดจากแนวความคิดของโปรแกรมพลวัตที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 จะเห็นได้ว่า ปัญหาที่จะใช้โปรแกรมพลวัตได้ จะต้อง

1. เป็นปัญหาที่สามารถแยกออกเป็นปัญหาย่อยได้
2. ปัญหาย่อยแต่ละปัญหาจะต้องสามารถคำนวณหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดของปัญหานั้น ๆ ได้
3. ปัญหาย่อยเหล่านี้มีการเชื่อมโยงกันเป็นพิเศษซึ่งจะทำให้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดที่คำนวณได้เป็นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible)

เมื่อพิจารณาปัญหาการเร่งโครงงาน จะเห็นว่าโครงงานสามารถแยกออกเป็นงานย่อยได้ และแต่ละงานก็มีทางเลือก (Alternatives) หรือตัวแปรการตัดสินใจ (Decision Variables) คือ จำนวนวันที่จะใช้ในการทำงานนั้น ๆ หรือจำนวนวันงาน

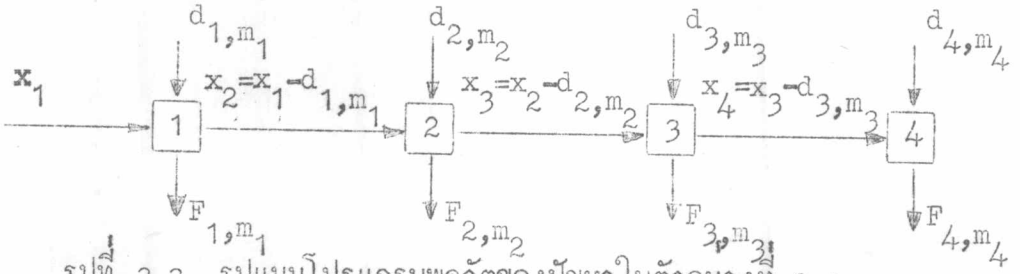
ที่จะลดลงของงานนั้น ๆ และสิ่งที่เป็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงงานย่อย ๆ เหล่านี้ก็คือลำดับขั้นการทำงานและเวลาการทำงานทั้งหมดที่ใช้ในการทำงานตามลำดับขั้นนั้นซึ่งจะต้องไม่มากกว่ากำหนดเวลาที่ต้องการสำหรับการทำงานของโครงงาน ด้วยเหตุนี้ การใช้โปรแกรมพลวัตในการเร่งโครงงานจึงเป็นสิ่งที่น่าจะทำได้

เช่นเดียวกับในบทที่ 2 การอธิบายโปรแกรมพลวัตด้วยการแสดงด้วยตัวอย่างจะช่วยให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น ตัวอย่างทั้งหลายต่อไปนี้จะอธิบายการประยุกต์โปรแกรมพลวัตในการเร่งโครงงาน

ตัวอย่างที่ 3.1

การพิจารณาเร่งโครงงานที่มีลักษณะง่ายที่สุด คือโครงงานที่มีเพียงสายงานเดียวซึ่งย่อมเป็นสายงานวิกฤติด้วย (ดูรูปที่ 3.2) ในโครงงานนี้ประกอบด้วยงาน 1-2, 2-3 3-4 และ 4-5 เมื่อพิจารณาปัญหานี้ในฐานะที่เป็นปัญหาของโปรแกรมพลวัต จะเห็นได้ว่าเป็นปัญหาที่มี 4 ขั้น คือ ขั้นที่ 1 เป็นปัญหาการเร่งงานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 1 คืองาน 1-2 และขั้นที่ 2, 3 และ 4 เป็นการเร่งงานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 2,3 และ 4 ตามลำดับ จำนวนทางเลือก (Alternatives) ของการเร่งงานในขั้นที่ i (i = 1, 2, 3, และ 4) คือ M_i จำนวนวันที่จะต้องใช้ในการทำงานของทางเลือก m_i (ของขั้นที่ i) คือ d_{i,m_i} ซึ่งจะต้องเสียค่าใช้จ่าย C_{i,m_i} โดยที่เวลาที่ใช้ในโครงการทั้งหมดต้องไม่เกิน D วัน

รูปที่ 3.2 โครงข่ายของงานที่มีสายงานเดียวในตัวอย่างที่ 3.1



รูปที่ 3.3 รูปแบบโปรแกรมพลวัตของปัญหาในตัวอย่างที่ 3.1

เมื่อใช้วิธีการคำนวณแบบย้อนกลับ

ให้ $f_i(x_i)$ เป็นผลตอบแทนที่ดีที่สุดสะสมของขั้นที่ i, i + 1,....., N-1 และ N โดยที่ภาวะ (State) ของระบบคือ x_i เมื่อ x_i เป็นจำนวนวันซึ่งมีให้สำหรับการทำงานของขั้นที่ i, i + 1,..., N-1 และ N

ในปัญหาการเร่งโครงงานนี้มีจุดมุ่งหมายในการเร่งโครงงานโดยเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ผลตอบแทนที่ดีที่สุด (Optimal Return) จึงเป็นค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดในการทำงานให้เสร็จสิ้นภายในระยะเวลาที่ต้องการ วิธีการแก้ปัญหานี้ด้วยการใช้โปรแกรมพลวัตแบบย้อนกลับ (Backward Dynamic Programming) สำหรับปัญหาที่มี N ขั้น เริ่มต้นด้วยการคำนวณหาค่า $f_N(x_N)$ ซึ่งเป็นผลตอบแทนที่ดีที่สุดในการทำงานในขั้น N ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลา x_N และต่อมาจึงทำการคำนวณค่า $f_{N-1}(x_{N-1})$ ซึ่งเป็นผลตอบแทนที่ดีที่สุดสะสมของการทำงานในขั้น N - 1 และ N ให้เสร็จสิ้นภายในระยะเวลา x_{N-1} แล้วจึงคำนวณหาค่าผลตอบแทนที่ดีที่สุดสะสมของขั้นอื่น ๆ ถัดมาจนถึง $f_1(x_1)$ ซึ่งเป็นผลตอบแทนที่ดีที่สุดสะสมในการทำงานในขั้นที่ 1, 2,.... N - 1 และขั้นที่ N ให้เสร็จสิ้นภายในระยะเวลา x_1

การแก้ปัญหาในตัวอย่างนี้จะเริ่มต้นการคำนวณที่ขั้นที่ 4 ซึ่งเป็นขั้นสุดท้ายและต่อมาจึงทำการคำนวณที่ขั้นที่ 3, 2 และ 1 ตามลำดับ

<u>ขั้นที่ 4</u> $(x_4 = 0, 1, 2,.....D)$

ในขั้นนี้เป็นการหาทางเลือกที่ดีที่สุดในการทำงาน 4-5 ซึ่งเริ่มต้นจากเหตุการณ์ 4 เมื่อเวลาที่ให้สำหรับการทำงาน (x_4) มีค่าต่าง ๆ กัน ตั้งแต่ 0 ถึง D วัน ดังนั้น จึงต้องคำนวณหาทางเลือกที่ดีที่สุด (m_4^*) และผลตอบแทนที่ดีที่สุด $(f_4(x_4))$ สำหรับค่า $x_4 = 0, 1, 2,.....,D$

การคำนวณในขั้นนี้ จะต้องพิจารณาทางเลือกต่าง ๆ ที่มีอยู่ในขั้นนี้ว่ามีทางเลือกใดบ้างที่ใช้เวลาในการทำงานไม่มากกว่า x_4 ทางเลือกที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดและใช้เวลา

ในการทำงานไม่มากกว่า x_4 จะเป็นทางเลือกที่ดีที่สุดและผลตอบแทนที่ดีที่สุด $f_4(x_4)$ ก็คือค่าใช้จ่ายในการทำงานของทางเลือกที่ดีที่สุดนั้น

$$f_4(x_4) = \min_{m_4} \{ C_{4,m_4} \}$$

$$x_4 \geq d_{4,m_4}$$

ด้วยวิธีนี้ จะสามารถหาทางเลือกที่ดีที่สุด (m_4^*) และผลตอบแทนที่ดีที่สุด $(f_4(x_4))$ สำหรับค่า $x_4 = 0, 1, 2, \ldots$ และ D

ขั้นที่ 3 $(x_3 = 0, 1, 2, \ldots\ldots\ldots, D)$

ในขั้นนี้ เป็นการหาทางเลือกที่ดีที่สุดในการทำงาน 3-4 ที่ทำให้ผลตอบแทนสะสมมีค่าน้อยที่สุด ดังนั้น ถึงแม้ว่าการหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดในขั้นนี้เป็นการพิจารณาทางเลือกของงานวิกฤติในขั้นนี้ก็ตาม แต่ผลตอบแทนที่ดีที่สุด $(f_3(x_3))$ ที่ยึดเป็นหลักในการพิจารณาเป็นผลรวมของค่าใช้จ่ายในการทำงานในขั้นนี้และขั้นที่ 4 ดังนั้น จึงต้องนำผลลัพธ์ที่ดีที่สุดจากขั้นที่ 4 มาใช้ในการ[illegible]ด้วย

พิจารณาทางเลือก[illegible]การทำงานในขั้นที่ 3 ว่ามีทางเลือกใดบ้างที่ใช้เวลาในการทำงานไม่มากกว่า x_3 จากนั้น จึงคำนวณค่าใช้จ่ายสะสมของทางเลือกนั้น ทางเลือกที่มีค่าใช้จ่ายสะสมน้อยที่สุดเป็นทางเลือกที่ดีที่สุด (m_3^*) และค่าใช้จ่ายสะสมของทางเลือกนี้คือ ผลตอบแทนที่ดีที่สุด $(f_3(x_3))$ เมื่อเวลาที่มีให้สำหรับการทำงานในขั้นที่ 3 และ 4 คือ x_3

ค่าใช้จ่ายสะสมที่เกิดจากทางเลือก m_3 $(F_{3,m_3}(x_3))$ เป็นผลรวมของค่าใช้จ่ายในการทำงานของทางเลือกนั้น (C_{3,m_3}) กับผลตอบแทนที่ดีที่สุดจากขั้นที่ 4 ซึ่งมีค่าเท่ากับผลต่างระหว่าง x_3 กับเวลาที่ใช้ในการทำงานของทางเลือกนั้น (d_{3,m_3})

นั่นคือ

$$F_{3,m_3}(x_3) = C_{3,m_3} + f_4(x_4)$$

$$x_3 \geq d_{3,m_3}$$

$$x_4 = x_3 - d_{3,m_3}$$

หรือ

$$F_{3,m_3}(x_3) = C_{3,m_3} + f_4(x_3 - d_{3,m_3})$$

$$x_3 \geq d_{3,m_3}$$

ทางเลือกที่ดีที่สุด (m_3^*) คือทางเลือกที่มีค่า $F_{3,m_3}(x_3)$ น้อยที่สุดและผลตอบแทนที่ดีที่สุด $f_3(x_3)$ คือค่า $F_{3,m_3}(x_3)$ ที่น้อยที่สุดนั่นเอง

<u>ขั้นที่ 2 และขั้นที่ 1</u>

การคำนวณหาทางเลือกที่ดีที่สุดของขั้นที่ 2 และขั้นที่ 1 (m_2^* และ m_1^*) และผลตอบแทนที่ดีที่สุด ($f_2(x_2)$ และ $f_1(x_1)$) ทำได้ด้วยวิธีเดียวกับในขั้นที่ 3 โดยทำการคำนวณในขั้นที่ 2 แล้วจึงทำการคำนวณในขั้นที่ 1 ในที่สุด ดังนี้

$$f_2(x_2) = \min_{m_2} \left\{ C_{2,m_2} + f_3(x_2 - d_{2,m_2}) \right\}$$

$$x_2 \geq d_{2,m_2}$$

และ

$$f_1(x_1) = \min_{m_1} \left\{ C_{1,m_1} + f_2(x_1 - d_{1,m_1}) \right\}$$

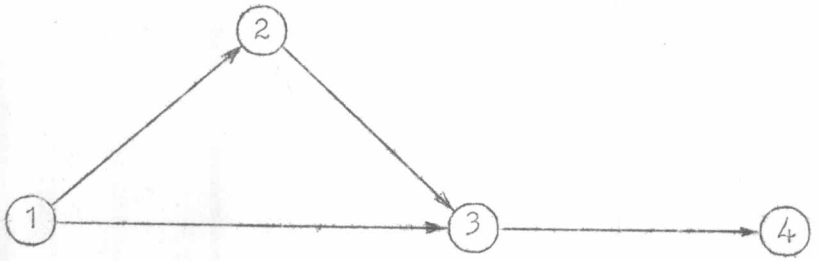
$$x_1 \geq d_{1,m_1}$$

ผลตอบแทนที่ดีที่สุดของโครงงานทั้งหมดซึ่งใช้เวลาในการทำงาน D วันคือ $f_1(x_1 = D)$

วิธีการข้างต้นเป็นการประยุกต์โปรแกรมพลวัตกับโครงข่ายของงานลักษณะที่ง่ายที่สุด ตามปกติโครงข่ายของงานทั่วไปจะไม่ง่ายเช่นนี้ การประยุกต์โปรแกรมพลวัตกับโครงข่ายของงานที่ยากขึ้นไปจะได้แสดงในตัวอย่างที่ 3.2 - 3.4

ตัวอย่างที่ 3.2

พิจารณาโครงข่ายของงานในรูปที่ 3.4 ซึ่งเป็นโครงข่ายของโครงงานที่มีความซับซ้อนกว่าโครงงานในตัวอย่างที่ 3.1 เล็กน้อย ในโครงข่ายนี้สายงานวิกฤติคือ สายงานที่ประกอบด้วยงาน 1-3 และ 3-4 การพิจารณาเร่งโครงงานนี้จะถืองานในสายงานวิกฤติเป็นหลัก ทั้งนี้เพราะเวลาการทำงานของโครงงานทั้งหมดจะลดลงไม่ได้ ถ้าเวลาการทำงานของสายงานวิกฤติมิได้ลดลง ดังนั้นในการพิจารณา



รูปที่ 3.4 โครงข่ายของโครงงานในตัวอย่างที่ 3.2

โครงข่ายของงานในฐานะที่เป็นปัญหาของโปรแกรมพลวัต จึงต้องยึดถือสายงานวิกฤติเมื่อก่อนจะมีการเร่งงานเป็นสำคัญ การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย (Subproblems) หรือขั้น (Stages) ก็แบ่งตามจำนวนงานวิกฤติที่มีอยู่ในสายงานวิกฤติ ด้วยเหตุนี้ โครงข่ายของงานในรูปที่ 3.4 จึงเป็นปัญหาของโปรแกรมพลวัตที่มี 2 ขั้น โดยขั้นที่ 1 คือ สายงานและงานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 1 ซึ่งเป็นเหตุการณ์เริ่มต้นของเหตุการณ์ 1-3 และขั้นที่ 2 ได้แก่งานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 3 ซึ่งเป็นเหตุการณ์เริ่มต้นของงานวิกฤติ 3-4 การแก้ปัญหาด้วยโปรแกรมพลวัตแบบย้อนกลับ เริ่มต้นที่ขั้นที่ 2 ซึ่งเป็นขั้นสุดท้ายและติดตามด้วยขั้นที่ 1 ในที่สุด ดังนี้

ขั้นที่ 2

ทำการคำนวณค่า $f_2(x_2)$ และ m_2^* ด้วยวิธีการเดียวกับการหาค่า $f_4(x_4)$ และ m_4^* ในตัวอย่างที่ 3.1

ขั้นที่ 1

ในขั้นนี้ โครงข่ายของงานมีลักษณะที่แตกต่างไปจากตัวอย่างที่ 3.1 โดยงานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 1 มีได้มีเพียงงาน 1-3 ในสายงานวิกฤติเท่านั้น แต่ยังมีงานในสายงาน 1-2-3 ซึ่งประกอบด้วยงาน 1-2 และ 2-3 อีกด้วย อย่างไรก็ตาม ด้วยเหตุที่งานวิกฤติมีความสำคัญต่อกำหนดแล้วเสร็จของโครงงานในขั้นนี้จึงยึดงาน 1-3 ซึ่งเป็นงานวิกฤติเป็นหลักในการพิจารณา โดยจะพิจารณาหาทางเลือกที่ดีที่สุดสำหรับการทำงาน 1-3 ที่จะทำให้โครงงานแล้วเสร็จภายในเวลาที่กำหนดโดยเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ค่าใช้จ่ายของทางเลือกต่าง ๆ เป็นค่าใช้จ่ายสะสมในการทำงาน คำนวณได้จากผลรวมของ

1. ค่าใช้จ่ายในการทำงาน 1-3 ของทางเลือกนั้น

2. ผลตอบแทนที่ดีที่สุดของสายงาน 1-2-3 ซึ่งหมายถึงค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดในการทำงานของสายงาน 1-2-3 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลาที่เท่ากับเวลาที่ใช้ในการทำงาน 1-3 ของทางเลือกนั้น

3. ผลตอบแทนที่ดีที่สุดของขั้นที่ 2 ในการทำงานโดยใช้เวลาเท่ากับผลต่างระหว่างระยะเวลาที่กำหนดให้สำหรับโครงงานกับเวลาที่ใช้ในการทำงาน 1-3 ด้วยทางเลือกนั้น ผลต่างนี้ คือระยะเวลาที่มีให้สำหรับการทำงานในขั้นที่ 2 นั่นเอง

ให้ $F_{1,m_1}(x_1)$ คือ ค่าใช้จ่ายสะสมในการทำงานตามทางเลือก m_1 เพื่อให้โครงงานแล้วเสร็จภายในระยะเวลา x_1

C_{1,m_1} คือ ค่าใช้จ่ายในการทำงาน 1-3 ของทางเลือก m_1

d_{1,m_1} คือ เวลาที่ใช้ในการทำงาน 1-3 ของทางเลือก m_1

$g_1(d_{1,m_1})$ คือ ผลตอบแทนที่ดีที่สุดในการทำงานของสายงาน 1-2-3 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลา d_{1,m_1}

ซึ่งได้จากการคำนวณโดยถือว่าสายงาน 1-2-3 เป็นปัญหาโปรแกรมพลวัตที่มี งาน 1-2 เป็นขั้นที่ 1 และงาน 2-3 เป็นขั้นที่ 2 และทำการคำนวณแบบย้อนกลับโดยวิธีเดียวกับในตัวอย่างที่ 3.1

$f_2(x_1 - d_{1,m_1})$ คือ ผลตอบแทนที่ดีที่สุดในการทำงานในขั้นที่ 2 โดยใช้เวลาเท่ากับ $x_1 - d_{1,m_1}$

$$F_{1,m_1}(x_1) = C_{1,m_1} + g_1(d_{1,m_1}) + f_2(x_1 - d_{1,m_1})$$

$$x_1 \geq d_{1,m_1}$$

ทางเลือกที่ดีที่สุด (m_1^*) คือทางเลือกที่มีค่าใช้จ่ายสะสมในการทำงานน้อยที่สุด ผลตอบแทนที่ดีที่สุดในขั้นนี้ คือค่าใช้จ่ายของทางเลือกที่ดีที่สุดนั่นเอง

ถ้า $f_1(x_1)$ คือ ผลตอบแทนที่ดีที่สุดจากการทำงานในขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 ให้แล้วเสร็จภายในเวลา x_1

$$f_1(x_1) = \min_{m_1} \left\{ F_{1,m_1}(x_1) \right\}$$

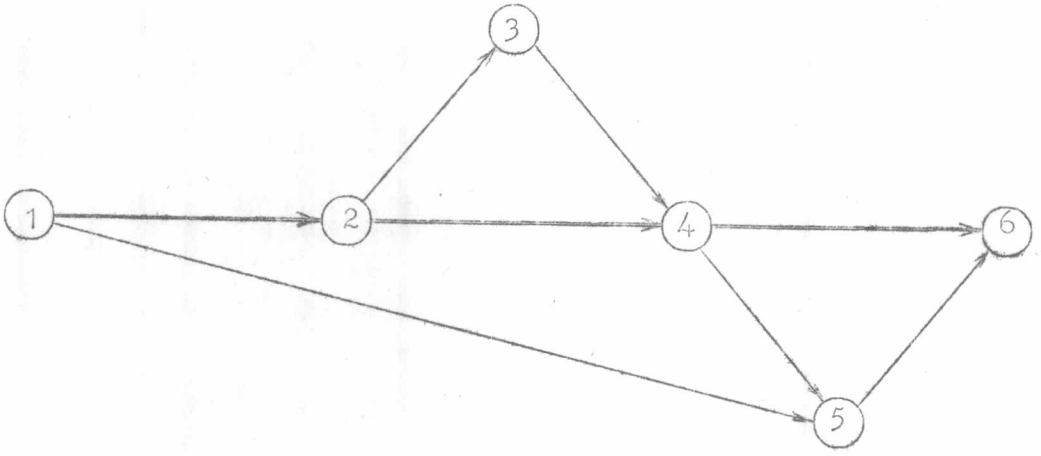
$$= \min_{m_1} \left\{ C_{1,m_1} + g_1(d_{1,m_1}) + f_2(x_1 - d_{1,m_1}) \right\}$$

$$x_1 \geq d_{1,m_1}$$

เมื่อต้องการเร่งงานเพื่อให้โครงงานแล้วเสร็จภายใน D วัน ทางเลือกที่ดีที่สุดคือทางเลือกที่มีค่า $F_{1,m_1}(x_1 = D)$ น้อยที่สุดและผลตอบแทนที่ดีที่สุดคือ $f_1(x_1 = D)$

ตัวอย่างที่ 3.3

การประยุกต์โปรแกรมพลวัตในการเร่งโครงงานที่มีความซับซ้อนขึ้น ก็จะต้องมีความยุ่งยากขึ้นไปบ้าง แต่หลักการก็ไม่ได้เปลี่ยนแปลงไป การจัดแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ยังคงยึดถือสายงานวิกฤติเป็นหลักโดยแบ่งขั้นตามงานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์เริ่มต้นของงานที่อยู่ในสายงานวิกฤติ และการแก้ปัญหาก็ยึดงานในสายงานวิกฤติเป็นหลักในการพิจารณา



รูปที่ 3.5 โครงข่ายของโครงงานในตัวอย่างที่ 3.3

เมื่อพิจารณาโครงงานในรูปที่ 3.5 ซึ่งมีสายงาน 1-2-4-6 เป็นสายงานวิกฤติในฐานะของปัญหาโปรแกรมพลวัต ก็สามารถแบ่งออกได้เป็น 3 ขั้น ซึ่งเมื่อใช้วิธีการคำนวณแบบย้อนกลับ งานในขั้นต่าง ๆ ได้แก่

ขั้นที่ 3 คือ งานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 4 ซึ่งเป็นเหตุการณ์เริ่มต้นของงาน 4-6 ซึ่งเป็นงานวิกฤติ นอกจากงาน 4-6 แล้วยังรวมสายงาน 4-5-6 ซึ่งประกอบด้วยงาน 4-5 และ 5-6 ด้วย

ขั้นที่ 2 คือ งานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 2 ซึ่งเป็นเหตุการณ์เริ่มต้นของงาน 2-4 ได้แก่งาน 2-4 และสายงาน 2-3-4 ที่ประกอบด้วยงาน 2-3 และงาน 3-4

ขั้นที่ 1 คือ งานต่าง ๆ ที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 1 ซึ่งเป็นเหตุการณ์เริ่มต้นของงานวิกฤติ 1-2 งานในขั้นนี้ได้แก่ งานวิกฤติ 1-2 และงาน 1-5 ซึ่งสิ้นสุดที่เหตุการณ์ 5 ในสายงาน 4-5-6 ของขั้นที่ 3

การคำนวณทางเลือกที่ดีที่สุดและผลตอบแทนที่ดีที่สุดจะเริ่มต้นที่ขั้นที่ 3 ติดตามด้วยขั้นที่ 2 และขั้นที่ 1 ตามลำดับ

ขั้นที่ 3

ทางเลือกที่ดีที่สุดได้จากการพิจารณาทางเลือกของงานในสายงานวิกฤติคืองาน 4-6 ทางเลือกที่ดีที่สุดของงาน 4-6 คือทางเลือกที่ทำให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ค่าใช้จ่ายของทางเลือกต่าง ๆ ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการทำงาน 4-6 ด้วยทางเลือกนั้น และค่าใช้จ่ายในการทำงานในสายงาน 4-5-6 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลาที่ใช้ในการทำงาน 4-6 ด้วยทางเลือกนั้น ซึ่งต้องเป็นค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดด้วย

การคำนวณในขั้นนี้จึงต้องแยกออกเป็นสองตอน โดยในเบื้องต้นจะทำการคำนวณหาการตัดสินใจที่ดีที่สุดและผลตอบแทนที่ดีที่สุดของสายงาน 4-5-6 เมื่อเวลาที่มีให้สำหรับการทำงานนี้มีค่าต่าง ๆ กันโดยใช้วิธีการเช่นเดียวกับในตัวอย่างที่ 3.1 หลังจากนั้นจึงทำการคำนวณค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการทำงานตามทางเลือกต่าง ๆ ดังนี้

ให้ $F_{3,m_3}(x_3)$ เป็น ค่าใช้จ่ายในการทำงานในขั้นที่ 3 ตามทางเลือก m_3 เมื่อมีเวลาในการทำงาน x_3

C_{3,m_3} เป็น ค่าใช้จ่ายในการทำงาน 4-6 ตามทางเลือก m_3

d_{3,m_3} เป็น เวลาที่ใช้ในการทำงาน 4-6 ตามทางเลือก m_3

$g_3(d_{3,m_3})$ เป็น ผลตอบแทนที่ดีที่สุด (ค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด) ในการทำงานในสายงาน 4-5-6 ภายในระยะเวลา d_{3,m_3}

$$F_{3,m_3}(x_3) = C_{3,m_3} + g_1(d_{3,m_3})$$

$$x_3 \geq d_{3,m_3}$$

ทางเลือกที่ดีที่สุด m_3^* คือทางเลือกที่มีค่าใช้จ่าย $F_{3,m_3}(x_3)$ น้อยที่สุด และผลตอบแทนที่ดีที่สุด $f_3(x_3)$ คือค่าใช้จ่ายของทางเลือกที่ดีที่สุด

$$f_3(x_3) = \min_{m_3} \left\{ F_{3,m_3}(x_3) \right\}$$

$$= \min_{m_3} \left\{ C_{3,m_3} + g_1(d_{3,m_3}) \right\}$$

ขั้นที่ 2

ในขั้นนี้ งานวิกฤติคืองาน 2-4 จึงต้องพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดของงาน 2-4 ค่าใช้จ่ายสะสม $(F_{2,m_2}(x_2))$ ซึ่งเกิดจากการทำงาน 2-4 ด้วยทางเลือก m_2 เพื่อให้งานในขั้นที่ 2 และ 3 แล้วเสร็จภายในระยะเวลา x_2 ประกอบด้วย

1. ค่าใช้จ่ายในการทำงาน 2-4 ด้วยทางเลือก $m_2(C_{2,m_2})$
2. ผลตอบแทนที่ดีที่สุดจากขั้นที่ 3 ในการทำงานโดยใช้เวลา $x_2 - d_{2,m_2}$ $(f_2(x_2 - d_{2,m_2}))$
3. ผลตอบแทนที่ดีที่สุดของสายงาน 2-3-4 ในการทำงานให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลาที่ใช้ในการทำงาน 2-4 ด้วยทางเลือก $m_2(g_1(d_{2,m_2}))$

ดังนั้น

$$F_{2,m_2}(x_2) = C_{2,m_2} + f_3(x_2 - d_{2,m_2}) + g_1(d_{2,m_2})$$

$$x_2 \geq d_{2,m_2}$$

ทางเลือกที่ดีที่สุด m_2^* คือทางเลือกที่มีค่าใช้จ่าย $F_{2,m_2}(x_2)$ น้อยที่สุดและผลตอบแทนที่ดีที่สุด $f_2(x_2)$ คือค่าใช้จ่ายของทางเลือกที่ดีที่สุดนั่น

$$f_2(x_2) = \min_{m_2} \left\{ F_{2,m_2}(x_2) \right\}$$

$$= \min_{m_2} \left\{ C_{2,m_2} + f_3(x_2 - d_{2,m_2}) + g_2(d_{2,m_2}) \right\}$$

$$x_2 \geq d_{2,m_2}$$

ขั้นที่ 1

งานวิกฤต์ในขั้นนี้คืองาน 1-2 ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดจึงได้จากการพิจารณาหาทางเลือกที่ดีที่สุดสำหรับการทำงาน 1-2 สิ่งที่น่าสนใจในขั้นนี้คืองาน 1-5 ซึ่งเริ่มต้นจากเหตุการณ์ 1 และสิ้นสุดที่เหตุการณ์ 5 ซึ่งอยู่ในสายงานที่ได้กล่าวถึงไปแล้วในขั้นที่ 3 การทำงาน 1-5 นี้จะต้องสอดกล้องกับงานอื่น ๆ ในโครงงานด้วย ซึ่งก็หมายความว่า งาน 1-5 จะต้องแล้วเสร็จลงก่อนที่งาน 5-6 เริ่มต้นขึ้น ดังนั้นงาน 1-5 จะต้องเสร็จลงภายในระยะเวลาที่เท่ากับผลรวมของเวลาการทำงานของงาน 1-2, 2-4 และงาน 4-5

ค่าใช้จ่ายสะสมที่เกิดจากการทำงาน 1-2 ด้วยทางเลือก เพื่อให้งานในขั้นที่ 1, 2 และ 3 แล้วเสร็จภายในระยะเวลา $x_1(F_{1,m_1}(x_1))$ ประกอบด้วย

1. ค่าใช้จ่ายในการทำงาน 1-2 ด้วยทางเลือก m_1 ซึ่งใช้เวลา $d_{1,m_1}(C_{1,m_1})$
2. ผลตอบแทนที่ดีที่สุดในการทำงานขั้นที่ 2 และ 3 ให้แล้วเสร็จภายในเวลา $x_1 - d_{1,m_1}$ $(f_2(x_1 - d_{1,m_1})$
3. ผลตอบแทนที่ดีที่สุดในการทำงาน 1-5 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลา

$$d_{1,m_1} + D_{(2-4),2}(x_1 - d_{1,m_1}) + D_{(4-5),2}(x_1 - d_{1,m_1})$$

$$(p_1(d_{1,m_1} + D_{(2-4),2}(x_1 - d_{1,m_1}) + D_{(4-5),2}(x_1 - d_{1,m_1})$$

เมื่อ $D_{(2-4),2}(x_1-d_{1,m_1})$ คือ เวลาที่ดีที่สุดของงาน 2-4 เมื่อเวลาการทำงานที่ให้แก่งานในขั้นที่ 2 และ 3 เป็น x_1-d_{1,m_1}

$D_{(4-5),2}(x_1-d_{1,m_1})$ คือ เวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 4-5 เมื่อเวลาการทำงานที่ให้แก่งานในขั้นที่ 2 และ 3 เป็น x_1-d_{1,m_1}

ดังนั้น

$$F_{1,m_1}(x_1) = C_{1,m_1} + f_2(x_1-d_{1,m_1}) + p_1(d_{1,m_1} + D_{(2-4),2}(x_1-d_{1,m_1}) + D_{(4-5),2}(x_1-d_{1,m_1}))$$

$$X_1 \geq d_{1,m_1}$$

ทางเลือกที่ดีที่สุด m_1^* เมื่อระยะเวลาการทำงานของโครงงานเป็น x_1 คือทางเลือกที่มีค่า $F_{1,m_1}(x_1)$ ต่ำที่สุด ผลตอบแทนที่ดีที่สุดของโครงงานเมื่อระยะเวลาการทำงานเป็น x_1 ก็คือ คาใช้จ่ายสะสมของทางเลือกที่ดีที่สุดนั่นเอง

นั่นคือ

$$f_1(x_1) = \min_{m_1} \{ C_{1,m_1} + f_2(x_1-d_{1,m_1}) + p_1(d_{1,m_1} + D_{(2-4),2}(x_1-d_{1,m_1}) + D_{(4-5),2}(x_1-d_{1,m_1})) \}$$

การทดสอบการเร่งโครงงานโดยใช้โปรแกรมพลวัต

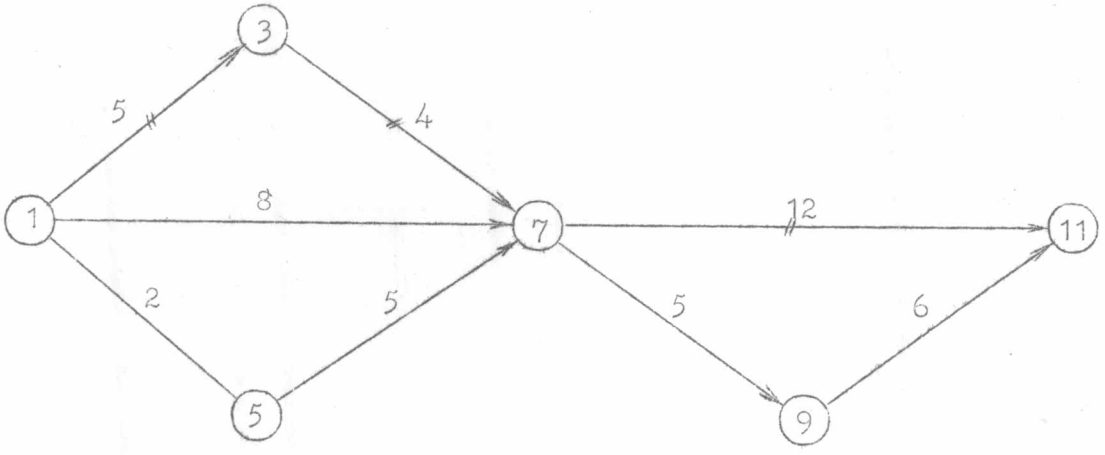
จากตัวอย่างในการประยุกต์โปรแกรมพลวัตในการเร่งโครงงานข้างต้นแสดงให้เห็นว่าสามารถนำเอาโปรแกรมพลวัตมาประยุกต์กับโครงงานได้ทุกลักษณะ อย่างไรก็ตาม เพื่อเป็นการพิสูจน์ให้เห็นชัดว่า ผลลัพธ์ที่ได้จากการเร่งโครงงานด้วยการประยุกต์โปรแกรมพลวัตเป็นผลลัพธ์ที่ดีที่สุด (Optimal Solution) จึงนำเอาปัญหาการเร่งโครงงานซึ่งใช้เป็นตัวอย่างการเร่งโครงงานด้วยวิธีธรรมดาในหนังสือ "การวิจัยการดำเนินงาน" โดยผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิจิตร ตัณฑสุทธิ์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วันชัย ริจิรวนิช และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศิริจันทร์ ทองประเสริฐ (ดูภาคผนวก ก.) มาทำการแก้ปัญหาโดยใช้โปรแกรมพลวัตในตัวอย่างที่ 3.4

ตัวอย่างที่ 3.4

ในโครงงานอย่างหนึ่ง สามารถกำหนดเวลาการทำงานของแต่ละงานพร้อมทั้งค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องในการทำงานตามปกติและการทำงานแบบเร่งได้ในตารางที่ 3.1 และมีโครงข่ายของโครงงานตามรูปที่ 3.6

ตารางที่ 3.1 เวลาการทำงานและค่าใช้จ่ายของโครงงานในตัวอย่าง 3.4

งาน	เวลาการทำงาน (วัน)		ค่าใช้จ่าย (บาท)	
	ปกติ	เร่ง	ปกติ	เร่ง
1-3	5	3	725	1,275
1-5	2	2	600	600
1-7	8	4	450	850
3-7	4	1	150	300
5-7	5	3	500	750
7-9	5	3	600	800
7-11	12	6	2,300	3,500
9-11	6	4	900	1,400



รูปที่ 3.6 โครงข่ายของโครงงานในตัวอย่างที่ 3.4

ตารางเวลาและค่าใช้จ่ายข้างต้น สามารถเขียนใหม่ในรูปของทางเลือกของการทำงานแต่ละงานได้ในตารางที่ 3.2 โดย d คือระยะเวลาในการทำงานของแต่ละทางเลือก และ c คือค่าใช้จ่ายในการทำงานของทางเลือกนั้น ในที่นี้ สมมติว่า c และ d แปรผันในอัตราส่วนโดยตรงต่อกัน

ตารางที่ 3.2 เวลาการทำงานและค่าใช้จ่ายของทางเลือกต่าง ๆ ในตัวอย่างที่ 3.4

งาน	ทางเลือก 1		ทางเลือก 2		ทางเลือก 3		ทางเลือก 4		ทางเลือก 5		ทางเลือก 6		ทางเลือก 7	
	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c
1-3	5	725	4	1000	3	1275								
1-5	2	600												
1-7	8	450	7	550	6	650	5	750	4	850				
3-7	4	150	3	200	2	250	1	300						
5-7	5	500	4	625	3	750								
7-9	5	600	4	700	3	800								
7-11	12	2300	11	2500	10	2700	9	2900	8	3100	7	3300	6	3500
9-11	6	900	5	1150	4	1400								

ในโครงงานนี้ สายงานวิกฤติคือสายงาน 1-3-7-11 ซึ่งประกอบด้วยงาน 1-3, 3-7 และงาน 7-11 ดังนั้น ปัญหานี้จึงเป็นปัญหาโปรแกรมพลวัตที่มีสามขั้น ซึ่งเมื่อพิจารณาแบบย้อนกลับแล้ว ขั้นที่สาม คือ งานและสายงานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 7 ได้แก่ งาน 7-11 และสายงาน 7-9-11 ขั้นที่สองได้แก่งานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 3 คืองาน 3-7 และขั้นที่ 1 คืองานและสายงานต่าง ๆ ที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 1 ได้แก่ งาน 1-3 งาน 1-7 และสายงาน 1-5-7 การแก้ปัญหานี้ดำเนินการเป็นขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 3 $(x_3 = 0, 1, 2, \ldots\ldots\ldots, 21)$

ทำการหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดจากทางเลือก m_3 ของงาน 7-11 ซึ่งมีอยู่ 7 ทางเลือก โดยมีเวลาการทำงานและค่าใช้จ่าย ดังนี้

m_3	d_{3,m_3}	C_{3,m_3}
1	12	2,300
2	11	2,500
3	10	2,700
4	9	2,900
5	8	3,100
6	7	3,300
7	6	3,500

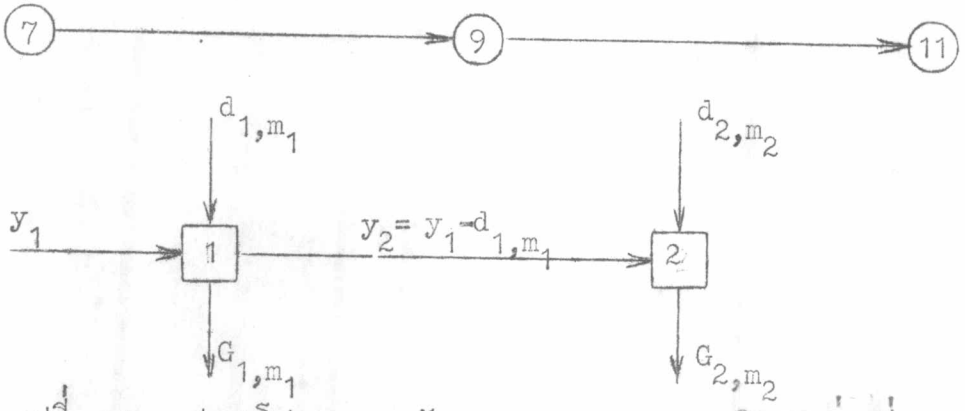
เมื่อมีเวลาการทำงานอยู่ x_3 ค่าใช้จ่ายในการทำงานตามทางเลือก m_3 ที่ใช้เวลา $d_{3,m_3} \leqslant x_3$ นอกจากค่าใช้จ่ายในการทำงาน 7-11 (C_{3,m_3}) แล้ว ยังมีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดในการทำงานในสายงาน 7-9-11 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลา d_{3,m_3} ทางเลือกที่ดีที่สุด (m_3^*) คือทางเลือกที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด และผลตอบแทนที่ดีที่สุด $(f_3(x_3))$ คือค่าใช้จ่ายของทางเลือกที่ดีที่สุดซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$f_3(x_3) = \min_{m_3} \left\{ C_{3,m_3} + g_1(d_{3,m_3}) \right\}$$

$$x_3 \geqslant d_{3,m_3}$$

เมื่อ $g_1(d_{3,m_3})$ คือ ผลตอบแทนที่ดีที่สุดจากการทำงานในสายงาน 7-9-11 ให้เสร็จสิ้นภายในระยะเวลา d_{3,m_3}

$g_1(d_{3,m_3})$ หาได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรมพลวัต โดยถือว่าสายงาน 7-9-11 เป็นปัญหาโปรแกรมพลวัตปัญหาหนึ่งต่างหากที่มี 2 ขั้น โดยขั้นที่ 1 คืองานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 7 และขั้นที่ 2 คืองานที่เริ่มต้นจากเหตุการณ์ 9 การแก้ปัญหากระทำได้ด้วยวิธีเดียวกับในตัวอย่างที่ 3.1



รูปที่ 3.7 รูปแบบโปรแกรมพลวัตของสายงาน 7-9-11 ในตัวอย่างที่ 3.4

ผลตอบแทนจากการทำงานในสายงาน 7-9-11 หาได้จากการแก้ปัญหาโปรแกรมพลวัตข้างต้นด้วยวิธีการคำนวณแบบย้อนกลับ ดังนี้

<u>ขั้นที่ 2 ของสายงาน 7-9-11</u> ($y_2 = 0, 1, 2, \ldots..21$)

ในขั้นนี้เป็นการหาทางเลือกที่ดีที่สุดของการทำงาน 9-11 ซึ่งมี 3 ทางเลือกดังนี้

ทางเลือก	d_{2,m_2}	C_{2,m_2}
1	6	900
2	5	1,150
3	4	1,400

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการทำงานในขั้นนี้ตามทางเลือก m_2 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลา $y_2(G_{2,m_2}(y_2))$ คือค่าใช้จ่ายในการทำงาน 9-11 ตามทางเลือก $m_2(C_{2,m_2})$ ทางเลือกที่ดีที่สุด (m_2^*) คือทางเลือกที่มีค่าใช้จ่าย $G_{2,m_2}(y_2)$ น้อยที่สุด และผลตอบแทนที่ดีที่สุด $(g_2(y_2))$ คือค่าใช้จ่ายของทางเลือกที่ดีที่สุดนั่นเอง

$$G_{2,m_2}(y_2) = C_{2,m_2} \qquad (y_2 \geq d_{2,m_2})$$

$$g_2(y_2) = \min_{m_2} \left\{ G_{2,m_2}(y_2) \right\}$$

การคำนวณหาค่า $g_2(y_2)$ ที่สะดวกเป็นการคำนวณโดยใช้ตารางดังในตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 การคำนวณโดยตารางสำหรับขั้นที่ 2 ของโปรแกรมพลวัตของสายงาน 7-9-11 ในตัวอย่างที่ 3.4

y_2	$G_{2,m_2}(y_2)$			ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด	
	$m_2 = 1$ $d_{2,1} = 6$	$m_2 = 2$ $d_{2,2} = 5$	$m_2 = 3$ $d_{2,3} = 4$	m_2^*	$g_2(y_2)$
0-3	-	-	-	-	-
4	-	-	1,400	3	1,400
5	-	1,150	1,400	2	1,150
6	900	1,150	1,400	1	900
7-21	900	1,150	1,400	1	900

<u>ขั้นที่ 1 ของสายงาน 7-9-11</u> ($y_1 = 0, 1, 2, \ldots\ldots 21$)

ในขั้นนี้เป็นการหาทางเลือกในการทำงาน 7-9 ซึ่งมี 3 ทางเลือกคือ

ทางเลือก	d_{1,m_1}	C_{1,m_1}
1	5	600
2	4	700
3	3	800

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการทำงาน 7-9 ด้วยทางเลือก m_1 เพื่อให้งานในสายงาน 7-9-11 แล้วเสร็จภายในระยะเวลา $y_1(G_{1,m_1}(y_1))$ เป็นค่าใช้จ่ายสะสมที่ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการทำงาน 7-9 ด้วยทางเลือก m_1 (C_{1,m_1}) และผลตอบแทนที่ดีที่สุดในการทำงาน 9-11 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลา $y_1 - d_{1,m_1}(g_2(y_1 - d_{1,m_1}))$ ผลตอบแทนที่ดีที่สุดสำหรับการทำงานในสายงานนี้ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลา $y_1(g_1(y_1))$ คือผลตอบแทนของทางเลือกที่ดีที่สุด (m_1^*) ซึ่งเป็นทางเลือกที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

ดังนั้น

$$G_{1,m_1}(y_1) = C_{1,m_1} + g_2(y_1 - d_{1,m_1})$$

$$y_1 \geq d_{1,m_1}$$

$$g_1(y_1) = \min_{m_1} \left\{ C_{1,m_1} + g_2(y_1 - d_{1,m_1}) \right\}$$

$$y_1 \geq d_{1,m_1}$$

การหาผลตอบแทนที่ดีที่สุดและการตัดสินใจที่ดีที่สุดในการทำงาน 7-9 เพื่อให้สายงาน 7-9-11 แล้วเสร็จภายในระยะเวลา y_1 เมื่อ y_1 มีค่าต่าง ๆ กันตั้งแต่ 0-21 วัน สามารถทำการคำนวณได้โดยใช้ตาราง ดังในตารางที่ 3.4 ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดที่ได้จากการคำนวณโดยตารางที่ 3.4 นี้ประกอบด้วยผลตอบแทนที่ดีที่สุด เวลาการทำงานที่ดีที่สุดในการทำงาน 7-9 และ 9-11 โดย

$D_{(7-9)}(y_1)$ คือ เวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 7-9 เมื่อเวลาที่มีให้สำหรับการทำงานในสายงาน 7-9-11 เป็น y_1

$D_{(9-11)}(y_1)$ คือ เวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 9-11 เมื่อเวลาที่มีให้สำหรับการทำงานในสายงาน 7-9-11 เป็น y_1

ตารางที่ 3.4 การคำนวณหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดสำหรับโปรแกรมพลวัตของสายงาน 7-9-11 ในตัวอย่างที่ 3.4

y_1	C_{1,m_1}	y_1-d_{1,m_1}	$f_2(y_1-d_{1,m_1})$	$G_{1,m_1}(y_1)$	ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด			
					m_1	$g_1(y_1)$	D_1	D_2
0-2	-	-	-	-	-	-	-	-
3	800	0	-	-	-	-	-	-
4	700	0	-	-	-	-	-	-
	800	1	-	-	-	-	-	-
5	600	0	-	-	-	-	-	-
	700	1	-	-	-	-	-	-
	800	2	-	-	-	-	-	-
6	600	1	-	-	-	-	-	-
	700	2	-	-	-	-	-	-
	800	3	-	-	-	-	-	-
7	600	2	-	-				
	700	3	-	-	3	2,220	3	4
	800	4	1,400	2,200				

ตารางที่ 3.4 (ต่อ)

y_1	C_{1,m_1}	y_1-d_{1,m_1}	$f_2(y_1-d_{1,m_1})$	$G_{1,m_1}(y_1)$	ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด			
					m_1	$g_1(y_1)$	D_1	D_2
8	600	3	-	-				
	700	4	1,400	2,100	3	1,950	3	5
	800	5	1,150	1,950				
9	600	4	1,400	2,000				
	700	5	1,150	1,850	3	1,700	3	6
	800	6	900	1,700				
10	600	5	1,150	1,750				
	700	6	900	1,600	2	1,600	4	6
	800	7	900	1,700				
11	600	6	900	1,500				
	700	7	900	1,600	1	1,500	5	6
	800	8	900	1,700				
21	600	16	900	1,500				
	700	17	900	1,600	1	1,500	5	6
	800	19	900	1,700				

$$D_1 = D_{(7-9)}(y_1)$$

$$D_2 = D_{(9-11)}(y_1)$$

การคำนวณข้างต้นเป็นการคำนวณหาผลตอบแทนที่ดีที่สุดของสายงาน 7-9-11 เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณหาผลตอบแทนที่ดีที่สุดของขั้นที่ 3 ของตัวอย่างที่ 3.4 นี้ ซึ่งคำนวณได้โดย

$$f_3(x_3) = \min_{m_3} \left\{ C_{3,m_3} + g_1(x_3) \right\}$$

เมื่อ C_{3,m_3} คือ ค่าใช้จ่ายในการทำงาน 7-11 ด้วยทางเลือก m_3

$g_1(x_3)$ คือ ผลตอบแทนที่ดีที่สุดจากการทำงานในสายงาน 7-9-11 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลา x_3 ซึ่งได้จากตารางที่ 3.4 โดย $g_1(x_3) = g_1(y_1 = x_3)$

ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดจากการคำนวณโดยใช้ตารางในตารางที่ 3.5 ประกอบด้วยผลตอบแทนที่ดีที่สุดและเวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 7-11, 7-9 และงาน 9-11 เมื่อเวลาที่มีให้สำหรับการทำงานในขั้นนี้มีค่าต่าง ๆ กัน โดย

$D_{(7-11),3}(x_3)$ คือ เวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 7-11 เมื่อเวลาสำหรับการทำงานในขั้นที่ 3 เป็น x_3

$D_{(7-9),3}(x_3)$ คือ เวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 7-9 เมื่อเวลาสำหรับการทำงานในขั้นที่ 3 นี้เป็น x_3

$D_{(9-11),3}(x_3)$ คือ เวลาการทำงานที่ดีที่สุดสำหรับงาน 9-11 เมื่อเวลาสำหรับการทำงานในขั้นที่ 3 เป็น x_3

ตารางที่ 3.5 การคำนวณหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดของขั้นที่ 3 ในตัวอย่างที่ 3.4

x_3	C_{3,m_3}	$g_{3,m_3}(x_3)$	$F_{3,m_3}(x_3)$	การตัดสินใจที่ดีที่สุด				
				m_3^*	$f_3(x_3)$	D1	D2	D3
0-6	-	-	-	-	-	-	-	-
7	3,300	2,200	5,500	6	5,500	7	3	4
	3,500	2,200	5,700					
8	3,100	1,950	5,050					
	3,300	1,950	5,250	5	5,050	8	3	5
	3,500	1,950	5,450					
9	2,900	1,700	4,600					
	3,100	1,700	4,800					
	3,300	1,700	5,000	4	4,600	9	3	6
	3,500	1,700	5,200					
10	2,700	1,600	4,300					
	2,900	1,600	4,500					
	3,100	1,600	4,700	3	4,300	10	4	6
	3,500	1,600	4,900					
	3,700	1,600	5,100					
11	2,500	1,500	4,000					
	2,700	1,500	4,200					
	2,900	1,500	4,400					
	3,100	1,500	4,600	2	4,000	11	5	6
	3,300	1,500	4,800					
	3,500	1,500	5,000					

ตารางที่ 3.5 (ต่อ)

x_3	C_{3,m_3}	$g_{3,m_3}(x_3)$	$F_{3,m_3}(x_3)$	การตัดสินใจที่ดีที่สุด				
				m_3^*	$f_3(x_3)$	D1	D2	D3
12	2,300	1,500	3,800					
	2,500	1,500	4,000					
	2,700	1,500	4,200					
	2,900	1,500	4,400	1	3,800	12	5	6
	3,100	1,500	4,600					
	3,300	1,500	4,800					
	3,500	1,500	5,000					
.				.	.	.	.	.
.				.	.	.	.	.
21	2,300	1,500	3,800					
	2,500	1,500	4,000					
	2,700	1,500	4,200					
	2,900	1,500	4,400	1	3,800	12	5	6
	3,100	1,500	4,600					
	3,300	1,500	4,800					
	3,500	1,500	5,000					

หมายเหตุ —

$$D1 = D_{(7-11),3}(x_3)$$

$$D2 = D_{(7-9),3}(x_3)$$

$$D3 = D_{(9-11),3}(x_3)$$

ขั้นที่ 2 ($x_2 = 0, 1, 2, \ldots\ldots 21$)

ทำการหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดจากทางเลือก m_2 ของงาน 3-7 ซึ่งมีอยู่ 4 ทางเลือก ดังนี้

ทางเลือก	d_{2,m_2}	C_{2,m_2}
1	4	150
2	3	200
3	2	250
4	1	300

ค่าใช้จ่ายจากการทำงาน 3-7 ด้วยทางเลือก m_2 เพื่อให้งานในขั้นที่ 2 และ 3 แล้วเสร็จในระยะเวลา x_2 คือ $F_{2,m_2}(x_2)$ ซึ่งประกอบด้วยค่าใช้จ่ายของการทำงาน 3-7 ด้วยทางเลือก m_2 และผลตอบแทนที่ดีที่สุดจากขั้นที่ 3 ที่ใช้เวลา x_2-d_{2,m_2} ผลตอบแทนที่ดีที่สุดในขั้นที่ 2 ($f_2(x_2)$) เป็นค่าใช้จ่ายของทางเลือกที่ดีที่สุด ซึ่งเป็นทางเลือกที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

$$f_2(x_2) = \min_{m_2} \left\{ F_{2,m_2}(x_2) \right\}$$

$$= \min_{m_2} \left\{ C_{2,m_2} + f_3(x_2-d_{2,m_2}) \right\}$$

การคำนวณหาการตัดสินใจที่ดีที่สุดสำหรับค่า x_2 ต่าง ๆ ตั้งแต่ 0-21 ใช้การคำนวณโดยตาราง ดังในตารางที่ 3.6

ตารางที่ 3.6 การคำนวณขั้นที่ 2 ของตัวอย่างที่ 3.4

x_2	C_{2,m_2}	x_2-d_{2,m_2}	FA	$F_{2,m_2}(x_2)$	ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด		
					m_2^*	$f_2(x_2)$	$D_{(3-7),2}(x_2)$
0-7	-	-	-	-	-	-	-
8	150	8-4=4					
	200	8-3=5					
	250	8-2=6			4	5,800	1
	300	8-1=7	5,500	5,800			
9	150	9-4=5					
	200	9-3=6					
	250	9-2=7	5,500	5,750	4	5,350	1
	300	9-1=8	5,050	5,350			
10	150	10-4=6					
	200	10-3=7	5,500	5,700			
	250	10-2=8	5,050	5,300	4	4,900	
	300	10-1=9	4,600	4,900			
11	150	11-4=7	5,500	5,650			
	200	11-3=8	5,050	5,250			
	250	11-2=9	4,600	4,850	4	4,600	1
	300	11-1=10	4,300	4,600			

หมายเหตุ –

$$FA = f_3(x_2 - d_{2,m_2})$$

ตารางที่ 3.6 (ต่อ)

x_2	C_{2,m_2}	x_2-d_{2,m_2}	FA	$F_{2,m_2}(x_2)$	ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด		
					m_2^*	$f_2(x_2)$	$D_{(3-7),2}(x_2)$
12	150	8	5,050	5,200			
	200	9	4,600	4,800			
	250	10	4,300	4,550	4	4,300	1
	300	11	4,000	4,300			
13	150	9	4,600	4,750			
	200	10	4,300	4,500			
	250	11	4,000	4,250	4	4,100	1
	300	12	3,800	4,100			
14	150	10	4,300	4,450			
	200	11	4,000	4,200			
	250	12	3,800	4,050	3	4,050	2
	300	13	3,800	4,100			
15	150	11	4,000	4,150			
	200	12	3,800	4,000			
	250	13	3,800	4,050	2	4,000	3
	300	14	3,800	4,100			
16	150	12	3,800	3,950			
	200	13	3,800	4,000			
	250	14	3,800	4,050	1	3,950	4
	300	15	3,800	4,100			

ตารางที่ 3.6 (ต่อ)

x_2	C_{2,m_2}	x_2-d_{2,m_2}	FA	$F_{2,m_2}(x_2)$	ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด		
					m_2^*	$f_2(x_2)$	$D_{(3-7),2}(x_2)$
•					•	•	•
•					•	•	•
•					•	•	•
•					•	•	•
•					•	•	•
•					•	•	•
21	150	17	3,800	3,950			
	200	18	3,800	4,000			
	250	19	3,800	4,050	1	3,950	4
	300	20	3,800	4,100			

ผลจากการคำนวณในตารางที่ 3.6 ทำให้สามารถหาการตัดสินใจที่ดีที่สุดที่จะใช้กำหนดการทำงานในขั้นที่ 2 และ 3 เมื่อมีเวลาสำหรับการทำงานทั้งสองขั้นนี้ต่าง ๆ กัน ตั้งแต่ 0 ถึง 21 วัน ได้ ดังในตารางที่ 3.7 โดย

$$D_{(7-11),2}(x_2) = D_{(7-11),3}(x_2 - D_{(3-7),2}(x_2))$$

$$D_{(7-9),2}(x_2) = D_{(7-9),3}(x_2 - D_{(3-7),2}(x_2))$$

$$D_{(9-11),2}(x_2) = D_{(9-11),3}(x_2 - D_{(3-7),2}(x_2))$$

ซึ่งหาได้จากตารางที่ 3.5

เมื่อ $D_{(7-11),2}(x_2)$, $D_{(7-9),2}(x_2)$ และ $D_{(9-11),2}(x_2)$ คือเวลาที่ดีที่สุดสำหรับการทำงาน 7-11 , 7-9 และ 9-11 ตามลำดับ ถา x_2 เป็นเวลาที่มีให้สำหรับการทำงานในขั้นที่ 2 และ 3

ตารางที่ 3.7 การตัดสินใจที่ดีที่สุดจากการคำนวณในขั้นที่ 2 ของตัวอย่างที่ 3.4

x_2	$D_{(3-7),2}(x_2)$	$D_{(7-11),2}(x_2)$	$D_{(7-9),2}(x_2)$	$D_{(9-11),2}(x_2)$	$f_2(x_2)$
0-7	-	-	-	-	-
8	1	7	3	4	5,800
9	1	8	3	5	5,350
10	1	9	3	6	4,900
11	1	10	4	6	4,600
12	1	11	5	6	4,300
13	1	12	5	6	4,100
14	2	12	5	6	4,050
15	3	12	5	6	4,000
16-21	4	12	5	6	3,950

ขั้นที่ 1 $(x_1 = 0, 1, 2, \ldots.21)$

ทำการคำนวณหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดจากทางเลือก m_1 ของงาน 1-3 ซึ่งมีอยู่ 3 ทางเลือก คือ

ทางเลือก	d_{1,m_1}	C_{1,m_1}
1	5	725
2	4	1,000
3	3	1,275

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการทำงานในขั้นที่ 1 ด้วยทางเลือก m_1 เพื่อให้งานทั้งหมดแล้วเสร็จภายในเวลา x_1 $(F_{1,m_1}(x_1))$ ประกอบด้วย

1. ค่าใช้จ่ายในการทำงาน 1-3 ด้วยทางเลือก m_1
2. ผลตอบแทนที่ดีที่สุดจากขั้นที่ 2 ที่ใช้เวลาเท่ากับ $x_1 - d_{1,m_1}$ $(f_2(x_1 - d_{1,m_1}))$
3. ผลตอบแทนที่ดีที่สุดในการทำงาน 1-7 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลาที่เท่ากับผลรวมของเวลาที่ใช้ในการทำงาน 1-3 ด้วยทางเลือก m_1 กับเวลาที่ใช้ในการทำงาน 3-7 เมื่อเวลาที่มีให้แก่ขั้นที่ 2 เป็น x_1-d_{1,m_1} $(h_1(d_{1,m_1} + D_{(3-7),2}\ (x_1-d_{1,m_1})))$
4. ผลตอบแทนที่ดีที่สุดในการทำงานในสายงาน 1-5-7 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลาที่เท่ากับผลรวมของเวลาที่ใช้ในการทำงาน 1-3 ด้วยทางเลือก m_1 กับเวลาที่ใช้ในการทำงาน 3-7 เมื่อเวลาที่ให้แก่ขั้นที่ 2 เป็น $x_1 - d_{1,m_1}$ $(p_1(d_{1,m_1} + D_{(3-7),2}\ (x_1-d_{1,m_1})))$

งาน 1-7 มีทางเลือก 5 ทางเลือก ผลตอบแทนที่ดีที่สุดในการทำงาน 1-7 ให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลาต่าง ๆ เป็นค่าใช้จ่ายในการทำงานของทางเลือกที่ดีที่สุด ซึ่งเป็นทางเลือกที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด การหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดของงาน 1-7 ใช้การคำนวณโดยตารางในตารางที่ 3.8

ตารางที่ 3.8 การหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดของงาน 1-7 ในตัวอย่างที่ 3.4

X	ค่าใช้จ่ายในการทำงาน					ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด		
	ทางเลือก 1	ทางเลือก 2	ทางเลือก 3	ทางเลือก 4	ทางเลือก 5	$m_{(1-7)}$	$h_1(x)$	$D_{(1-7)}(x)$
0-3	-	-	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	850	5	850	4
5	-	-	-	750	850	4	750	5
6	-	-	650	750	850	3	650	6
7	-	550	650	750	850	2	550	7
8-21	450	550	650	750	850	1	450	8

สายงาน 1-5-7 ประกอบด้วยงาน 1-5 และงาน 5-7 แต่งาน 1-5 เป็นงานที่ไม่อาจเร่งให้เร็วกว่าเดิมได้อีกแล้วคือ ใช้เวลาในการทำงาน 2 วันและเสียค่าใช้จ่าย 600 บาท ดังนั้น การหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดของสายงาน 1-5-7 สามารถทำได้ภายในขั้นเดียว โดยพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดของงาน 5-7 ซึ่งมีอยู่ 3 ทางเลือกคือ

ทางเลือก	$d_{(5-7)}, m_{(5-7)}$	$C_{(5-7)}, m_{(5-7)}$
1	5	500
2	4	625
3	3	750

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการทำงาน 5-7 ตามทางเลือก $m_{(5-7)}$ ให้สายงาน 1-5-7 แล้วเสร็จภายในระยะเวลา $x\ (P_{1,m_{(5-7)}}(x))$ ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการทำงาน 5-7 $(C_{(5-7),m_{(5-7)}})$ และค่าใช้จ่ายในการทำงาน 1-5 $(C_{(1-5)})$ โดยที่เวลาที่ใช้ในการทำงานของงานทั้งสอง $(d_{(5-7),m_{(5-7)}} + d_{(1-5)})$ ไม่มากกว่า x ทางเลือกที่ดีที่สุดคือทางเลือกที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดและผลตอบแทนที่ดีที่สุดของสายงาน 1-5-7 $(p_1(x))$ คือค่าใช้จ่ายของทางเลือกที่ดีที่สุด

$$P_1(x) = C_{(5-7),m_{(5-7)}} + C_{(1-5)}$$

$$x \geq d_{(5-7),m_{(5-7)}} + d_{(1-5)}$$

$$p_1(x) = \min_{m_{(5-7)}} \left\{ P_1(x) \right\}$$

การคำนวณหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดของสายงาน 1-5-7 ทำได้ง่าย ๆ ด้วยการคำนวณโดยตารางในตารางที่ 3.9

ตารางที่ 3.9 การหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดของสายงาน 1-5-7 ในตัวอย่างที่ 3.4

x	$C_{(1-5)}$ d = 2	$C_{(5-7),m_{(5-7)}}$ d = 5,4,3	$P_1(x)$	ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด			
				$m_{(5-7)}$	$p_1(x)$	$D_{(1-5)}(x)$	$D_{(5-7)}(x)$
0-4	--	-	-	-	-	-	-
5	600	750	1,350	3	1,350	2	3
6	600	625	1,225	2	1,225	2	4
		750	1,350				
7-21	600	500	1,100				
		625	1,225	1	1,100	2	5
		750	1,350				

ทางเลือกที่ดีที่สุดสำหรับขั้นที่ 1 คือ ทางเลือกในการทำงาน 1-3 ที่ทำให้ค่าใช้จ่ายสะสม ($F_{1,m_1}(x_1)$) น้อยที่สุด ในการทำงานทั้งโครงงานให้แล้วเสร็จภายในเวลา x_1 และผลตอบแทนที่ดีที่สุด ($f_1(x_1)$) คือค่าใช้จ่ายของทางเลือกที่ดีที่สุด

$$F_{1,m_1}(x_1) = C_{1,m_1} + f_2(x_1 - d_{1,m_1}) + h_1 (d_{1,m_1} + D_{(3-7),2}(x_1 - d_{1,m_1})) + p_1(d_{1,m_1} + D_{(3-7),2}(x_1 - d_{1,m_1}))$$

$$f_1(x_1) = \min_{m_1} \left\{ F_{1,m_1}(x_1) \right\}$$

การคำนวณหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดสำหรับระยะเวลาการทำงานต่าง ๆ กันตั้งแต่ 0 ถึง 21 วัน ใช้วิธีการคำนวณโดยตารางที่ 3.10 โดยที่ $D_{(1-3),1}(x_1)$ คือ เวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 1-3 เมื่อเวลาการทำงานที่มีให้แก่โครงงานเป็น x_1

ตารางที่ 3.10 การคำนวณหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดในขั้นที่ 1 ของตัวอย่างที่ 3.4

x_1	A	E	B	C_{1,m_1}	$f_2(A)$	$h_1(B)$	$p_1(B)$	$F_{1,m_1}(x_1)$	ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด		
									m_1^*	$f_1(x_1)$	d_1^*
0-10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	8	1	4	1,275	5,800	850	-	-	-	-	-
12	8	1	5	1,000	5,800	750	1,350	8,900			
	9	1	4	1,275	5,350	850	-	-	2	8,900	4
13	8	1	6	725	5,800	650	1,225	8,400			
	9	1	5	1,000	5,350	750	1,350	8,450	1	8,400	5
	10	1	4	1,275	4,900	850	-	-			
14	9	1	6	725	5,350	650	1,225	7,950			
	10	1	5	1,000	4,900	750	1,350	8,000	1	7,950	5
	11	1	4	1,275	4,600	850	-	-			
15	10	1	6	725	4,900	650	1,225	7,500			
	11	1	5	1,000	4,600	750	1,350	7,700	1	7,500	5
	12	1	4	1,275	4,300	850	-	-			

หมายเหตุ –

$$A = x_1 - d_{1,m_1}$$

$$E = D_{(3-7),2}(A)$$

$$B = d_{1,m_1} + E$$

ตารางที่ 3.10 (ต่อ)

x_1	A	E	B	C_{1,m_1}	$f_2(A)$	$h_1(B)$	$p_1(B)$	$F_{1,m_1}(x_1)$	ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด		
									m_1^*	$f_1(x_1)$	d_1^*
16	11	1	6	725	4,600	650	1,225	7,200			
	12	1	5	1,000	4,300	750	1,350	7,400	1	7,200	5
	13	1	4	1,275	4,100	850	-	-			
17	12	1	6	725	4,300	650	1,225	6,900			
	13	1	5	1,000	4,100	750	1,350	7,200	1	6,900	5
	14	2	5	1,275	4,050	750	1,350	7,425			
18	13	1	6	725	4,100	650	1,225	6,700			
	14	2	6	1,000	4,050	650	1,225	6,925	1	6,700	5
	15	3	6	1,275	4,000	650	1,225	7,150			
19	14	2	7	725	4,050	550	1,100	6,425			
	15	3	7	1,000	4,000	550	1,100	6,650	1	6,425	5
	16	4	7	1,275	3,950	550	1,100	6,875			
20	15	3	8	725	4,000	450	1,100	6,275			
	16	4	8	1,000	3,950	450	1,100	6,500	1	6,275	5
	17	4	7	1,275	3,950	550	1,100	6,875			
21	16	4	9	725	3,950	450	1,100	6,225			
	17	4	8	1,000	3,950	450	1,100	6,500	1	6,225	5
	18	4	7	1,275	3,950	550	1,100	6,875			

จากการคำนวณข้างต้น เมื่อได้มีการกำหนดว่าจะเร่งโครงงานให้แล้วเสร็จภายในระยะเวลาเท่าใด ก็จะสามารถหากำหนดเวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงานต่าง ๆ ได้ดังนี้

ถ้าต้องการให้โครงงานแล้วเสร็จภายในระยะเวลา 19 วัน

1. งาน 1-3 ได้จากค่า d_1^* ในตารางที่ 3.10 เมื่อ $x_1 = 19$ ซึ่งเวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 1-3 คือ 5 วัน

2. งาน 1-7 จากตารางที่ 3.10 หาค่า B ของทางเลือกที่ดีที่สุดเมื่อ $x_1 = 19$ ซึ่งได้ค่า $B = 7$ เวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 1-7 หาได้จากค่า $D_{(1-7)}(x)$ ในตารางที่ 3.8 เมื่อ $x = B$ ซึ่งจะได้เวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 1-7 เป็น 7 วัน

3. งาน 1-5 และ งาน 5-7 ด้วยค่า B ของทางเลือกที่ดีที่สุดข้างต้น ก็สามารถจะหาเวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 1-5 และ งาน 5-7 ได้จากตารางที่ 3.9 โดยได้จากค่า $D_{(1-5)}(x)$ และ $D_{(5-7)}(x)$ ตามลำดับ เมื่อ $x = B = 7$ เวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 1-5 คือ 2 วัน และเวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงาน 5-7 คือ 5 วัน

4. งาน 3-7, งาน 7-11, งาน 7-9 และงาน 9-11 หาค่า A หรือ $x_1 - d_{1,m_1}$ ของทางเลือกที่ดีที่สุดจากตารางที่ 3.10 เมื่อ $x_1 = 19$ ซึ่งจะได้ค่า $A = 14$ ต่อจากนั้น ก็จะสามารถหาค่าเวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงานต่าง ๆ ข้างต้นได้จากค่า $D_{(3-7),2}(x_2)$, $D_{(7-11),2}(x_2)$, $D_{(7-9),2}(x_2)$, $D_{(9-11),2}(x_2)$ ตามลำดับ เมื่อ $x_2 = A = 14$ ดังนั้น เวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงานต่าง ๆ จึงเป็นดังนี้ งาน 3-7 = 2 วัน งาน 7-11 = 12 วัน งาน 7-9 = 5 วัน งาน 9-11 = 6 วัน

ด้วยวิธีการเดียวกันนี้ ทำให้สามารถหากำหนดการทำงานที่ดีที่สุดของงานต่าง ๆ เพื่อให้โครงงานแล้วเสร็จภายในระยะเวลาต่าง ๆ ได้ดังแสดงไว้ในตารางที่ 3.11

ตารางที่ 3.11 กำหนดเวลาการทำงานที่ดีที่สุดของงานต่าง ๆ ในการเร่งโครงงานในตัวอย่างที่ 3.4

กำหนดเวลา (วัน)	ค่าใช้จ่ายทั้งหมด (บาท)	เวลาการทำงานที่ดีที่สุด							
		งาน* 1-3	งาน 1-7	งาน 1-5	งาน 5-7	งาน* 3-7	งาน* 7-11	งาน 7-9	งาน 9-11
0-11	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	8,900	4	5	2	3	1	7	3	4
13	8,400	5	6	2	4	1	7	3	4
14	7,950	5	6	2	4	1	8	3	5
15	7,500	5	6	2	4	1	9	3	6
16	7,200	5	6	2	4	1	10	4	6
17	6,900	5	6	2	4	1	11	5	6
18	6,700	5	6	2	4	1	12	5	6
19	6,425	5	7	2	5	2	12	5	6
20	6,275	5	8	2	5	3	12	5	6
21	6,225	5	8	2	5	4	12	5	6

*งานในสายงานวิกฤติ

เมื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ดีที่สุดในตารางที่ 3.11 กับผลลัพธ์ที่ดีที่สุดที่หาได้ด้วยวิธีการในภาคผนวก ก. จะเห็นได้ว่ามีผลลัพธ์เท่ากันทุกประการ จึงเป็นสิ่งที่ยืนยันว่าการประยุกต์โปรแกรมพลวัตในการเร่งโครงงานที่มีการควบคุมงานด้วย PERT - CPM เป็นวิธีการที่สามารถใช้ได้ผล