หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดในสองมิติและสามมิติ

นายว. เวียงสมุทร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิทยาการคณนา   ภาควิชาคณิตศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2553

PIVOT RULE OF SIMPLEX METHOD WITH THE DIRECTION OF APPROXIMATED MINIMAL NUMBER OF EXTREME POINTS IN TWO DIMENSIONS AND THREE DIMENSIONS

Mr. Wor Weangsamoot

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Computational Science
Department of Mathematics
Faculty of Science
Chulalongkorn University
Academic Year 2010

หัวข้อวิทยานิพนธ์	หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดในสองมิติและสามมิติ
โดย	นาย ว. เวียงสมุทร
สาขาวิชา	วิทยาการคณนา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กรุง สินอภิรมย์สราญ

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ หารหนองบัว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. พรชัย สาตรวาหา)

.... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กรุง สินอภิรมย์สราญ)

.... กรรมการ

(อาจารย์ ดร. กิตติพัฒน์ วอง)

.... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร. พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล)

ว. เวียงสมุทร : หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดในสองมิติและสามมิติ. (PIVOT RULE OF SIMPLEX METHOD WITH THE DIRECTION OF APPROXIMATED MINIMAL NUMBER OF EXTREME POINTS IN TWO DIMENSIONS AND THREE DIMENSIONS) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผศ. ดร. กรุง สินอภิรมย์สราญ, 103 หน้า.

ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หลักเกณฑ์การหมุนถูกใช้เพื่อเลือกทิศทางในการค้นหาค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น ใน 2 มิติและ 3 มิติ หลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณของจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติและ 3 มิติ กำหนดค่าของการประมาณสำหรับแต่ละทิศทางที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ไม่ต่ำกว่าเดิม จากการนับจำนวนจุดสุดขีดที่คาดว่าวิธีซิมเพล็กซ์จะเคลื่อนที่ผ่านสำหรับแต่ละทิศทาง จากนั้นเลือกทิศทางการค้นหาค่าที่เหมาะที่สุดสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ในทิศทางที่มีจำนวนค่าของการประมาณของจำนวนจุดสุดขีดน้อยที่สุด ในปัญหา 2 มิติหลักเกณฑ์การหมุนที่สร้างขึ้นมีจำนวนการทำซ้ำน้อยกว่าหรือเท่ากับหลักเกณฑ์การหมุนอื่นเนื่องจากหลักเกณฑ์การหมุนที่สร้างขึ้นเลือกทิศทางที่มีจำนวนจุดสุดขีดน้อยที่สุดเสมอ เมื่อนำแนวคิดดังกล่าวมาใช้กับปัญหา 3 มิติการเลือกดังกล่าวมีความซับซ้อนมาก เนื่องจากทิศทางที่ให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ดีขึ้นมีจำนวนมากแบบนับไม่ถ้วน อย่างไรก็ตามหลักเกณฑ์การหมุนที่สร้างขึ้นใช้จำนวนการทำซ้ำน้อยกว่าหลักเกณฑ์การหมุนอื่นที่รู้จักในบางปัญหา

ภาควิชา ....คณิตศาสตร์............. ลายมือชื่อนิสิต......ว. เวียงสมุทร..........................
สาขาวิชา ......วิทยาการคณนา.......... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก..................
ปีการศึกษา ....2553..................

5172429023 : MAJOR COMPUTATIONAL SCIENCE

KEYWORDS : LINEAR PROGRAMMING / GRADIENT VECTOR / SIMPLEX METHOD / / EXTREME POINT / PIVOT RULE

WOR WEANGSAMOOT : PIVOT RULE OF SIMPLEX METHOD WITH THE DIRECTION OF APPROXIMATED MINIMAL NUMBER OF EXTREME POINTS IN TWO DIMENSIONS AND THREE DIMENSIONS. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. KRUNG SINAPIROMSARAN, 103 pp.

Pivot rule of the simplex method with the direction of approximated minimal number of extreme points in two dimensions and three dimensions determines the search direction to the new extreme point in the simplex algorithm. The new pivot rule selects the direction by considering the least expected number of extreme points of the improved objective directions. In two-dimensional problem, the new pivot rule leads the simplex method to use the minimum iterations direction since there are at most two improved directions. To apply the same method to a three-dimensional problem is more complex due to uncountable many directions. Nevertheless, the new pivot rule selects a direction which tends to find the small number of iterations comparing to the former known pivot rules on some problems.

Department : ......Mathematics.............. Student's Signature ....

Field of Study : ...Computational Science.. Advisor's Signature ....

Academic Year : ....2010...............

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กรุง สินอภิรมย์สราญ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้ความรู้ คำแนะนำ และคำปรึกษาต่างๆที่ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. พรชัย สาตรวาหา ประธานกรรมการ อาจารย์ ดร. กิตติพัฒน์ วอง กรรมการ และ รองศาสตราจารย์ ดร. พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล คณะกรรมการจากภายนอกมหาวิทยาลัย ที่ได้ให้คำปรึกษา คำแนะนำและแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณบิดาและมารดา ตลอดจนพี่น้องในครอบครัวและเพื่อนๆ ทุกคนที่คอยเป็นกำลังใจและช่วยเหลือผู้วิจัยมาโดยตลอด

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

บทที่ 1
บทนำ

1.1 หลักการและเหตุผล

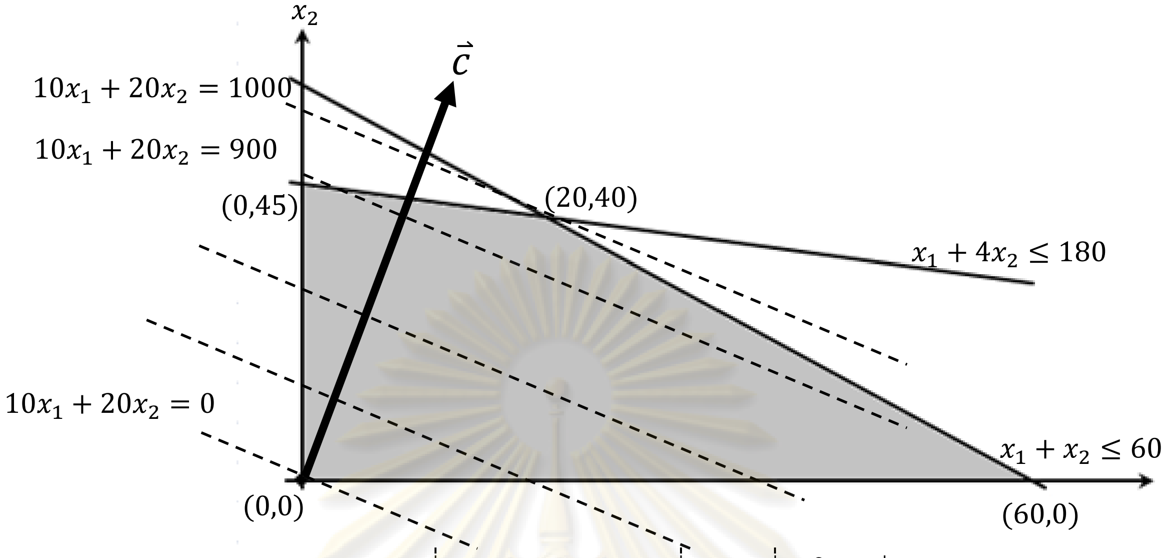
ปัญหากำหนดการเชิงเส้นเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกคิดค้นเพื่อหาผลเฉลยที่ให้ค่าตามฟังก์ชันจุดประสงค์ (Objective function) ดีที่สุดตามทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด ได้อย่างคุ้มค่ามากที่สุด เช่น ปัญหาการผลิตสินค้าเพื่อให้เกิดกำไรสูงสุด [1] หรือการขนส่งสินค้าเพื่อให้เกิดค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด [2] เป็นต้น

จากอดีตนักคณิตสาสตร์ได้คิดค้นวิธีเพื่อแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นหลายวิธี เช่น

วิธีทางกราฟ(Graphical method) [1,3,4,5,6] การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีทางกราฟ เริ่มจากการวาดกราฟแสดงขอบเขตจากสมเงื่อนไขบังคับทั้งหมด และทำการระบุบริเวณที่เป็นไปได้ซึ่งเป็นบริเวณที่สอดคล้องเงื่อนไขบังคับทั้งหมด จากนั้นกำหนดเส้นค่าคงที่ให้กับฟังก์ชันจุดประสงค์ (เส้นที่ตั้งฉากกับเวกเตอร์เกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์) เคลื่อนเส้นดังกล่าวให้ขนานกับเส้นเดิมในทิศทางที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ดีขึ้น จนกระทั่งเส้นค่าคงที่ของฟังก์ชันจุดประสงค์ตัดกับจุดสุดท้ายของบริเวณที่เป็นไปได้ ซึ่งจุดดังกล่าวคือผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหา ดังรูปที่ 1.1

ตัวอย่าง1.1 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีทางกราฟ

$$\begin{aligned} Maximize\ & 10x_1 + 20x_2 \\ subject\ to\ & x_1 + x_2 \le 60 \\ & x_1 + 4x_2 \le 180 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

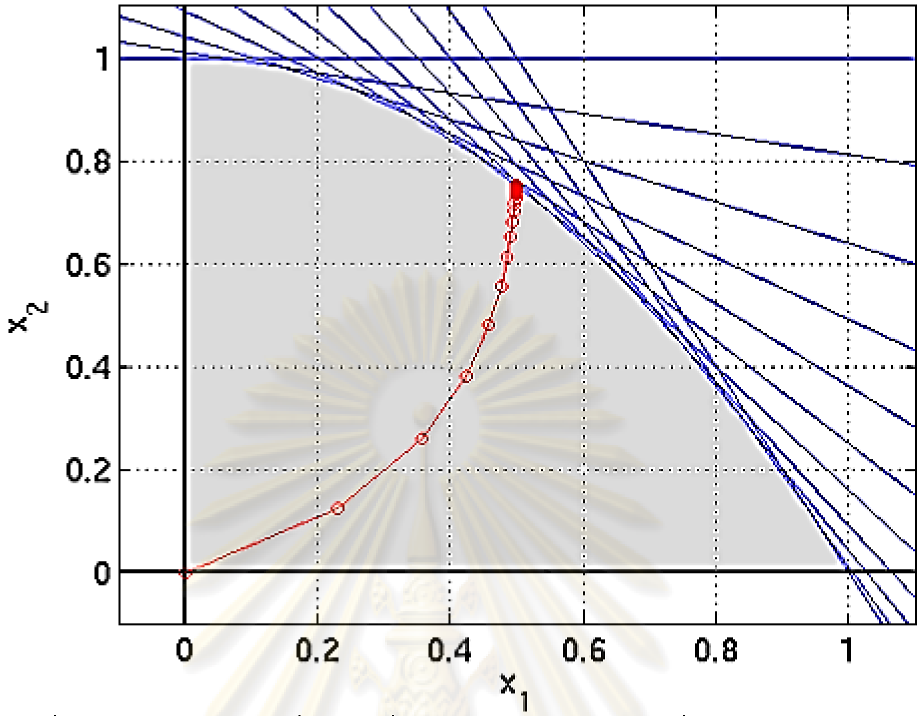


รูปที่ 1.1 การหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดโดยวิธีทางกราฟ

จากรูปจะเห็นว่าจุดที่เส้นค่าคงที่ของฟังก์ชันจุดประสงค์ตัดเป็นจุดสุดท้ายหรือจุดที่เป็นผลเฉลยที่เหมาะที่สุดคือ จุด (20,40) ซึ่งให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์มากที่สุดคือ 1000

เนื่องจากการหาค่าที่เหมาะที่สุดสำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีทางกราฟจำเป็นต้องทราบบริเวณที่เป็นไปได้ซึ่งได้จากการวาดกราฟแสดงขอบเขตของเงื่อนไขบังคับทั้งหมด เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่หรือปัญหามีมิติที่มากกว่า 2 มิติทำให้เกิดความยุ่งยากในการระบุบริเวณที่เป็นไปได้ ดังนั้นวิธีทางกราฟจึงเหมาะกับปัญหาขนาดเล็กหรือปัญหา 2 มิติ

วิธีจุดภายใน (Interior point method) [1] แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น จากการเริ่มต้นจากจุดจุดหนึ่งของบริเวณที่เป็นไปได้ กล่าวคือเริ่มจากจุดที่เป็นผลเฉลยของเงื่อนไขบังคับทั้งหมด และเคลื่อนที่ผ่านบริเวณที่เป็นไปได้จนลู่เข้าสู่ผลเฉลยที่เหมาะที่สุด ดังรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 การหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของวิธีจุดภายในโดยเริ่มต้นจากจุดกำเนิด (ภาพจาก http://en.wikipedia.org/wiki/Interior_point_method)

วิธีการทำมุมน้อยสุดสำหรับแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ [7] การแก้ปัญหาด้วยวิธีทำมุมน้อยสุดใน 2 มิติ จะแบ่งเงื่อนไขบังคับออกเป็นสองกลุ่ม ตามขนาดของมุมระหว่างเวกเตอร์เกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับกับเวกเตอร์เกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ ในแต่ละรอบการทำซ้ำจะเลือกเงื่อนไขบังคับมาเป็นตัวแทนของแต่ละกลุ่มโดยที่สองเงื่อนไขบังคับดังกล่าวจะนำไปสู่ผลเฉลยที่เหมาะที่สุด แต่วิธีการทำมุมน้อยสุดแก้ได้เพียงปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติ

วิธีมุมน้อยที่สุดสำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ [8] แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติจากการเลือกเงื่อนไขบังคับทีละเงื่อนไขและทำการโปรเจคชันทุกเงื่อนไขบังคับลงบนเงื่อนไขบังคับที่ถูกเลือก โดยวิธีดังกล่าวเป็นวิธีการลดมิติจากปัญหา 3 มิติ ไปเป็นปัญหา 2 มิติ จากนั้นใช้วิธีการทำมุมน้อยสุดสำหรับแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นดังกล่าว และเลือกเงื่อนไขบังคับใหม่จนกระทั่งพบผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหา แต่การโปรเจคชันทำได้เพียงปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มี 3 มิติ

สำหรับวิธีที่เป็นที่นิยมใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในปัจจุบันคือ วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex method) [1,3,4,5,9,10] ซึ่งพัฒนาขึ้นโดย จอร์จ บี. แดนท์ซิก (George B. Dantzig) ตามหลักเกณฑ์การหมุน (Pivot Rule)ของแดนท์ซิกเมื่อปี ค.ศ. 1947 [1,3] เพื่อแก้ปัญหาการใช้ทรัพยากรภายในกองทัพอากาศสหรัฐอเมริกา หลักการของวิธีซิมเพล็กซ์อาศัยการแบ่งตัวแปรออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวแปรพื้นฐาน (Basic variable) และ ตัวแปรไม่พื้นฐาน (Nonbasic variable) ในระหว่างการหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุด วิธีซิมเพล็กซ์จะสลับตัวแปรไม่พื้นฐานกับตัวแปรพื้นฐานที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ดีขึ้น และ ทำซ้ำกระทั่งพบผลเฉลยที่เหมาะที่สุด

วิธีซิมเพล็กซ์จะเรียกตัวแปรไม่พื้นฐานที่ถูกเปลี่ยนไปเป็นตัวแปรพื้นฐานว่า ตัวแปรเข้า (Entering variable) และตัวแปรพื้นฐานที่ถูกตัวแปรไม่พื้นฐานเข้ามาแทนที่เรียกว่าตัวแปรออก (Leaving variable) ตัวแปรเข้าถูกเลือกโดยหลักเกณฑ์การหมุนซึ่งเป็นหลักเกณฑ์ที่มีผลกระทบต่อจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์

ในมุมมองทางเรขาคณิตการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่บริเวณที่เป็นไปได้ไม่เป็นเซตว่างกล่าวคือ บริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับทั้งหมดไม่เป็นเซตว่าง วิธีซิมเพล็กซ์จะเริ่มต้นค้นหาผลเฉลยจากจุดสุดขีด (Extreme point) ที่อยู่ในบริเวณที่เป็นไปได้ (Feasible region) หรือเซตคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับทั้งหมด จากนั้นเลื่อนไปสู่จุดสุดขีดที่อยู่ติดกัน (Adjacent extreme point) ที่มีค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ดีขึ้นหรือเท่าเดิม และตรวจสอบผลเฉลย ถ้าผลเฉลยไม่ใช่ผลเฉลยที่เหมาะที่สุด (Optimal solution) วิธีซิมเพล็กซ์จะเลื่อนไปสู่จุดสุดขีดถัดไป จนกว่าจะพบผลเฉลยที่เหมาะที่สุดสำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้น หรืออาจจะพบว่าปัญหากำหนดการเชิงเส้นดังกล่าวไม่มีขอบเขต (Unbounded solution) การทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ในแต่ละครั้งจะนำหลักเกณฑ์การหมุนมาใช้เพื่อเลือกจุดสุดขีดที่อยู่ติดกับจุดสุดขีดที่สนใจ กล่าวคือในแต่ละการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ หลักเกณฑ์การหมุนเป็นหลักเกณฑ์สำหรับเลือกทิศทางในการค้นหาค่าที่เหมาะที่สุดสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ ดังนั้นหลักเกณฑ์การหมุนจึงเป็นส่วนสำคัญในการกำหนดการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์

ในปี ค.ศ. 1947 แดนท์ซิก (Dantzig) ได้คิดค้นหลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิก (Dantzig's Rule) [1,3] พร้อมกับวิธีซิมเพล็กซ์ โดยพยายามเลือกทิศทางที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์มีอัตราปรับปรุงดีขึ้นมากที่สุด ณ การทำซ้ำปัจจุบัน จากการพิจารณาเพียงสัมประสิทธิ์

ของตัวแปรไม่พื้นฐานในฟังก์ชันจุดประสงค์ ดังนั้นในทางปฏิบัติหลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิกไม่ได้เลือกทิศทางที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์มีอัตราปรังปรุงที่ดีขึ้นมากที่สุดจริงในบางการทำซ้ำ ต่อมาในปี 1992 โดนัลด์ โกลด์ฟาร์บ (Donald Goldfarb) ได้คิดหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุด (Steepest-Edge Pivot Rule) [11,12] โดยพิจารณาจากทิศทางที่มีอัตราส่วนที่น้อยที่สุดของระยะห่างกับนอร์มของทุกตัวแปรตัดสินใจ เนื่องจากหลักเกณฑ์การหมุนดังกล่าวมีการคำนวณที่ซับซ้อนจึงทำให้ใช้เวลาในการหาค่าที่เหมาะที่สุดมากขึ้นตามความซับซ้อน ต่อมาในปี ค.ศ. 2008 พิง-ชี แพน (Ping-Qi Pan) ได้คิดหลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุด (A largest-distance pivot rule) [13] โดยอาศัยหลักการคล้ายกับหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุด และเลือกทิศทางจากการพิจารณากับปัญหาควบคู่ (Dual Problem) เนื่องจากหลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุดมีการคำนวณที่ซับซ้อนน้อยกว่าหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดจึงทำให้ใช้เวลาน้อยกว่าในการหาค่าที่เหมาะที่สุดถึงแม้ว่าจะมีจำนวนการทำซ้ำที่เท่ากัน

เนื่องจากหลักเกณฑ์การหมุนที่มีอยู่ในปัจจุบัน เลือกตัวแปรเข้าจากการพิจารณาตัวแปรไม่พื้นฐานที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์มีอัตราการปรับปรุงมากที่สุด เฉพาะรอบจุดสุดขีดปัจจุบัน (พิจารณาเฉพาะจุดสุดขีดที่อยู่ติดกับจุดสุดขีดปัจจุบัน) ในงานวิจัยนี้นำเสนอหลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของจำนวนจุดสุดขีดน้อยที่สุด ซึ่งเลือกตัวแปรเข้าจากการพิจารณาทิศทางที่มีจำนวนจุดสุดขีดน้อยที่สุดของทั้งบริเวณที่เป็นไปได้ โดยผู้วิจัยสนใจปัญหาใน 2 มิติและ 3 มิติ ที่บริเวณเป็นไปได้ไม่เป็นเซตว่าง และทุกเงื่อนไขบังคับเป็นส่วนประกอบหนึ่งของบริเวณที่เป็นไปได้

ในบทที่ 2 ของวิทยานิพนธ์นี้จะกล่าวถึงวิธีซิมเพล็กซ์และหลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ในบทที่ 3 จะกล่าวถึงหลักเกณฑ์การหมุนด้วยทิศทางของการประมาณของจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ และ 3 มิติ อธิบายวิธีการทำงาน และตัวอย่าง และในบทที่ 4 จะแสดงผลการทดสอบผลการทดลองเปรียบเทียบเวลาและจำนวนการทำซ้ำระหว่างหลักเกณฑ์การหมุนที่สร้างขึ้นและหลักเกณฑ์การหมุนที่มีอยู่ในปัจจุบันที่ใช้ร่วมกับวิธีซิมเพล็กซ์โดยใช้ซอฟต์แวร์ SCILAB [14] ในการเขียนชุดคำสั่ง จำลองปัญหากำหนดการเชิงเส้น และสุดท้ายจะกล่าวถึงข้อสรุป ปัญหาและงานวิจัยที่สนใจในอนาคต

1.2 ข้อตกลงเกี่ยวกับเมทริกซ์

ในงานวิจัยนี้ตัวแปรที่เป็นเวกเตอร์ทั้งหมดอยู่ในรูปของเวกเตอร์หลัก (column vector)

กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด $m \times n$ สัญลักษณ์ที่ใช้อ้างถึงหลักของเมทริกซ์ A คือ $\boldsymbol{a}_i$ เมื่อ $i = 1,2,\dots,n$ เช่น $\boldsymbol{a}_1$ หมายถึง สมาชิกทุกตัวในหลักที่ 1 ของเมทริกซ์ A

ตัวอย่าง 1.1 กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 9 & 3 & 6 \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

จะได้ว่า

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \end{bmatrix}, \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

เราจะเรียกเวกเตอร์ $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับทั้งหมดว่าเป็นผลเฉลยที่เป็นไปได้หรือ จุดที่เป็นไปได้ (feasible solution หรือ feasible point) และเรียกเซตของผลเฉลยที่เป็นไปได้ทั้งหมดว่าเป็นบริเวณที่เป็นไปได้ (feasible region)

เกรเดียนต์ (Gradient)

เกรเดียนต์ของฟังก์ชัน $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$ คือเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$

เวกเตอร์ $\boldsymbol{e}$ คือ เวกเตอร์หลักที่มีสมาชิกเป็น 1 ทั้งหมด กล่าวคือ $\boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{n\times 1}$

เวกเตอร์ $\boldsymbol{e}_i$ คือ เวกเตอร์หลักที่มีสมาชิกตำแหน่งที่ i เป็น 1 และตำแหน่งที่เหลือมีค่าเป็น 0 หรือ

$$\boldsymbol{e}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1_{i^{th}} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{n\times 1}$$

ตัวอย่าง 1.2 พิจารณาเวกเตอร์ใน 3 มิติ

ได้ว่า $\boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

และ $\boldsymbol{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

บทที่ 2
ปัญหากำหนดการเชิงเส้นและวิธีซิมเพล็กซ์

ในบทนี้จะกล่าวถึงปัญหากำหนดการเชิงเส้นในรูปแบบมาตรฐาน พีชคณิตของวิธีซิมเพล็กซ์ และการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

2.1 ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

ปัญหากำหนดการเชิงเส้น (Linear programming problem)[1,3,4,5,6,9,10] จัดเป็นปัญหาการหาค่าที่เหมาะที่สุด (Optimization problem) ซึ่งความสัมพันธ์ของฟังก์ชันที่สนใจ และเงื่อนไขบังคับอยู่ในรูปของความสัมพันธ์เชิงเส้น ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 2.1.1 บริษัทแห่งหนึ่งผลิตประตูและหน้าต่าง หน้าต่างหนึ่งบานใช้เวลาในการตัดไม้ 1 ชั่วโมง ประกอบ 1 ชั่วโมง และขายได้กำไรบานละ 10 บาท ส่วนประตูหนึ่งบานใช้เวลาในการตัดไม้ 1 ชั่วโมง ประกอบ 4 ชั่วโมง และขายได้กำไรบานละ 20 บาท โรงงานสำหรับตัดไม้และประกอบทำงานสัปดาห์ละไม่เกิน 60 และ 180 ชั่วโมงตามลำดับ ถ้าบริษัทต้องการผลิตประตูและหน้าต่างให้ขายได้กำไรมากที่สุด บริษัทจะต้องผลิตสินค้าทั้งสองชนิดอย่างละกี่ชิ้นต่อสัปดาห์

ให้ x_1 แทนจำนวนหน้าต่างที่ผลิต หน่วยเป็นบาน / สัปดาห์

x_2 แทนจำนวนประตูที่ผลิต หน่วยเป็นบาน / สัปดาห์

สามารถเขียนปัญหาในรูปปัญหากำหนดการเชิงเส้น คือ

หาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ $10x_1 + 20x_2$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับ

เงื่อนไขของโรงงานสำหรับการตัดไม้ $x_1 + x_2 \leq 60$ หน่วยเป็นชั่วโมง

เงื่อนไขของโรงงานสำหรับการประกอบ $x_1 + 4x_2 \leq 180$ หน่วยเป็นชั่วโมง

$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 \geq 0$$

2.1.1 ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในรูปทั่วไป

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีมิติมากกว่า 2 มิติ หรือมีตัวแปรมากกว่า 2 ตัว จะมีรูปแบบทั่วไปเป็น

การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ $\boldsymbol{c}^T x$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับ $\boldsymbol{Ax} \leq \boldsymbol{b}$

$\boldsymbol{x} \geq 0$

เมื่อ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{11} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{21} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots \; \vdots \\ a_{m1} & a_{m1} & \cdots a_{mn} \end{bmatrix}_{m\times n}$ $\in \mathbb{R}^{m\times n}$ คือ เมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์

$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$ $\in \mathbb{R}^{m\times 1}$ คือ เวกเตอร์ค่าคงที่ทางขวามือ

$\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$ $\in \mathbb{R}^{n\times 1}$ คือ เวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันจุดประสงค์

$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$ $\in \mathbb{R}^{n\times 1}$ คือ เวกเตอร์ของตัวแปรตัดสินใจ

หรือเขียนในรูป

การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ $c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับ

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad & \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &\leq b_m \\ x_i \geq 0, i = 1,2,\dots,n \end{aligned}$$

2.2 วิธีซิมเพล็กซ์

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ปัญหากำหนดการเชิงเส้นต้องถูกแปลงให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน และในรูปแบบมาตรฐานตัวแปรตัดสินใจทุกตัวจำเป็นต้องมีค่าไม่เป็นลบ ดังนั้นในส่วนเริ่มต้นจะกล่าวถึงการแปลงปัญหากำหนดการเชิงเส้นให้สมมูลกับปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรทุกตัวไม่เป็นลบ พร้อมการแปลงปัญหากำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ใน

รูปแบบมาตรฐานที่มีเงื่อนไขบังคับเป็นสมการเท่านั้น จากนั้นจะกล่าวถึงหลักการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

2.2.1 **การแปลงปัญหาให้มีเฉพาะค่าตัวแปรไม่เป็นลบ**

เนื่องจากปัญหาในรูปมาตรฐานจำเป็นต้องมีตัวแปรตัวสินใจ x ที่มีค่าไม่ติดลบและมีค่าต่ำที่สุดที่เป็นไปได้คือ 0 ดังนั้น หากมีตัวแปรที่เป็นลบหรือมีค่าต่ำที่สุดไม่ใช่ 0 จึงจำเป็นต้องแปลงตัวแปรให้กลายเป็นตัวแปรที่มากกว่าหรือเท่า 0 ก่อนการเขียนปัญหากำหนดการเชิงเส้นในรูปแบบมาตรฐาน

กรณี $x_j \leq 0$

ทำงานแปลงโดยให้ $x_j' = -x_j$

กรณี $x_j \leq a$

ทำการแปลงโดยให้ $x_j' = a - x_j$

กรณี $x_j \geq b$

ทำการแปลงโดยให้ $x_j' = x_j - b$

กรณี $x_j \in \mathbb{R}$

ทำการแปลงโดยให้ $x_j = x_j'' - x_j'$ โดยที่ $x_j', x_j'' \geq 0$

2.2.2 **ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในรูปแบบมาตรฐาน**

ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เงื่อนไขบังคับที่อยู่ในรูปอสมการจะถูกเปลี่ยนให้อยู่ในรูปแบบสมการโดยการใช้ตัวแปรช่วย กล่าวคือ เงื่อนไขบังคับที่ i ในปัญหากำหนดการเชิงเส้น n มิติ $a_{i1}x_{i1} + a_{i2}x_{i2} + a_{i3}x_{i3} + \cdots + a_{in}x_{in} \leq$ (หรือ$\geq$) b_i สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของสมการด้วย $a_{i1}x_{i1} + a_{i2}x_{i2} + a_{i3}x_{i3} + \cdots + a_{in}x_{in} + s_i$ (หรือ$-s_i$) $= b_i$ เมื่อ $s_i \geq 0$ และ $b_i \in \mathbb{R}$ ดังนั้นปัญหากำหนดการเชิงเส้น n มิติ มี m เงื่อนไขบังคับ เขียนในรูปแบบมาตรฐานดังนี้

$$\begin{gathered} Maximize\ \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \\ subject\ to\ A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x} \geq 0, \end{gathered}$$

เมื่อ $A \in \mathbb{R}^{m\times(m+n)}$,$rank(A) = m$ และ $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^{m\times 1}$, $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \\ s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_m \end{bmatrix}_{(n+m)\times 1}$, $\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{(n+m)\times 1}$

, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}_{m\times 1}$ และ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots & a_{1n} & k & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} \dots & a_{2n} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots & a_{mn} & 0 & \dots & k \end{bmatrix}_{m\times(m+n)}$ เมื่อ $k = 1, -1$

ดังนั้นปัญหากำหนดการเชิงเส้นในรูปแบบมาตรฐานจะมีจำนวนตัวแปรเท่ากับ $n + m$ มิติ

2.2.2 หลักการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในรูปมาตรฐานด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

ให้ A เป็นเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของสมการเงื่อนไขบังคับทั้งหมดของปัญหากำหนดการเชิงเส้นในรูปแบบมาตรฐาน เมทริกซ์ A ประกอบไปด้วยสัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่พื้นฐาน และสัมประสิทธิ์ของตัวแปรพื้นฐาน

กำหนดให้ J เป็นเซตของดัชนีของตัวแปรไม่พื้นฐานที่มีสัมประสิทธิ์ในฟังก์ชันจุดประสงค์ปรับปรุงที่ไม่เป็นลบ

$$J = \{j | z_j - c_j > 0\}$$

ในการหาค่าที่เหมาะที่สุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ วิธีซิมเพล็กซ์ไม่จำเป็นต้องพิจารณาจำนวนจุดสุดขีดที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น สมมติให้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นมีผลเฉลยที่เหมาะที่สุด ไม่มีเงื่อนไขบังคับเกิน (เงื่อนไขบังคับที่ไม่เป็นส่วนหนึ่งของบริเวณที่เป็นไปได้) พิจารณาปัญหากำหนดการเชิงเส้นรูปแบบมาตรฐาน

วีธีซิมเพล็กซ์แบ่งตัวแปรออกเป็นสองกลุ่มคือ ตัวแปรพื้นฐาน$(\boldsymbol{x}_B)$ และตัวไม่แปรไม่พื้นฐาน(x_N) โดยที่

$$\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}_B \\ \boldsymbol{c}_N \end{bmatrix}$$

เมื่อ $\boldsymbol{c}_B$ และ $\boldsymbol{c}_N$ คือ เซตของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรพื้นฐานและสัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่พื้นฐานในฟังก์ชันจุดประสงค์ตามลำดับ

$$A = [B \quad N]$$

เมื่อ B และ N คือ เมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรพื้นฐานและตัวแปรไม่พื้นฐานตามลำดับ

$$x = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_B \\ \boldsymbol{x}_N \end{bmatrix}$$

เมื่อ $\boldsymbol{x}_B$ และ $\boldsymbol{x}_N$ คือ กลุ่มของตัวแปรพื้นฐานและตัวแปรไม่พื้นฐานตามลำดับ

ในขั้นเริ่มต้น ผลเฉลยที่เป็นไปได้ของปัญหากำหนดการเชิงเส้นคือ $\begin{bmatrix} B^{-1}\boldsymbol{b} \\ 0 \end{bmatrix}$ และ ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์คือ z_0 ซึ่งคำนวณได้จาก

$$z_0 = \boldsymbol{c}^T \begin{bmatrix} B^{-1}\boldsymbol{b} \\ 0 \end{bmatrix} [\boldsymbol{c}_B^T \quad \boldsymbol{c}_N^T] \begin{bmatrix} B^{-1}\boldsymbol{b} \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{c}_B^T B^{-1}\boldsymbol{b} \tag{2.1}$$

พิจารณาเงื่อนไขบังคับ

$$\begin{aligned} A\boldsymbol{x} &= \boldsymbol{b} \\ [B \quad N]\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_B \\ \boldsymbol{x}_N \end{bmatrix} &= \boldsymbol{b} \\ B\boldsymbol{x}_B + N\boldsymbol{x}_N &= \boldsymbol{b} \\ B\boldsymbol{x}_B &= \boldsymbol{b} - N\boldsymbol{x}_N \\ \boldsymbol{x}_B &= B^{-1}\boldsymbol{b} - B^{-1}N\boldsymbol{x}_N \\ \boldsymbol{x}_B &= B^{-1}\boldsymbol{b} - \sum_{j\in J} B^{-1}\boldsymbol{a}_j x_j \end{aligned} \tag{2.2}$$

เมื่อ J คือ เซตของดัชนีของตัวแปรไม่พื้นฐาน ณ การทำซ้ำปัจจุบัน

$$\boldsymbol{x}_B = \overline{\boldsymbol{b}} - \sum_{j\in J} y_j x_j$$

เมื่อ $\boldsymbol{y}_j = B^{-1}\boldsymbol{a}_j$ และ $\overline{\boldsymbol{b}} = B^{-1}\boldsymbol{b}$

พิจารณา

$$\begin{aligned} z &= \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \\ &= [\boldsymbol{c}_B^T \quad \boldsymbol{c}_N^T]\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_B \\ \boldsymbol{x}_N \end{bmatrix} \\ &= \boldsymbol{c}_B^T\boldsymbol{x}_B + \boldsymbol{c}_N^T\boldsymbol{x}_N \end{aligned}$$

แทนค่า $\boldsymbol{x}_B$ จากสมการ (2.2)

$$\begin{aligned} &= \boldsymbol{c}_B^T\left(B^{-1}\boldsymbol{b} - \sum_{j\in J} B^{-1}\boldsymbol{a}_j x_j\right) + \sum_{j\in J} c_j x_j \\ &= \boldsymbol{c}_B^T B^{-1}\boldsymbol{b} - \sum_{j\in J} \boldsymbol{c}_B^T B^{-1}\boldsymbol{a}_j x_j + c_j x_j \end{aligned}$$

แทนค่า z_0 จากสมการ (2.1)

$$= z_0 - \sum_{j\in J}\left(\boldsymbol{c}_B^T B^{-1}\boldsymbol{a}_j - c_j\right)x_j$$

$$= z_0 - \sum_{j \in J} (z_j - c_j) x_j \qquad (2.3)$$

เมื่อ $z_j = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1} \boldsymbol{a}_j$ สำหรับตัวแปรไม่พื้นฐานแต่ละตัว

จากสมการ 2.1 ถึง 2.3 ได้ว่าปัญหากำหนดการเชิงเส้นในรูปแบบมาตรฐานสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$Maximize\ z = z_0 - \sum_{j \in J} (z_j - c_j) x_j$$
$$subject\ to\ \sum_{j \in J} (y_j) x_j + \boldsymbol{x}_B = \overline{\boldsymbol{b}}$$
$$x_j \geq 0, \boldsymbol{x}_B \geq 0$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหากำหนดการเชิงเส้นถูกเขียนในรูปของตัวแปรไม่พื้นฐาน ดังนั้นการทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ดีขึ้นสามารถพิจาณาจากค่าของ $(z_j - c_j) < 0$ สำหรับทุก $j \in J$

ถ้า $(z_j - c_j) \geq 0$ สำหรับทุก $j \in J$ ผลเฉลยปัจจุบันเป็นผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น เพราะ $z_0 \geq z$

2.2.3 ขั้นตอนการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในรูปมาตรฐานด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

พิจารณาปัญหากำหนดการเชิงเส้นรูปแบบมาตรฐานนิยามโดย

$$Maximize\ \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x}$$
$$subject\ to\ A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$$
$$\boldsymbol{x} \geq 0,$$

เมื่อ $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $rank(A) = m$ และ $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$

ขั้นเริ่มต้น

กำหนดจุดเริ่มต้นของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยผลเฉลยของปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ขึ้นอยู่กับเมทริกซ์พื้นฐาน B ที่มีอินเวอร์ส

ขั้นหลัก

1. หาคำตอบของระบบ $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$ (กำหนดให้ $\boldsymbol{x}_B = B^{-1}\boldsymbol{b} = \overline{\boldsymbol{b}}$ ซึ่งมีผลเฉลยเดียว) ให้ $\boldsymbol{x}_B = \overline{\boldsymbol{b}}, \boldsymbol{x}_N = 0$ และ $z = \boldsymbol{c}_B^T \boldsymbol{x}_B$
2. หาคำตอบของระบบ $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$ (กำหนดให้ $\boldsymbol{w}^T = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1}$ ซึ่งมีผลเฉลยเดียว) คำนวณหาค่า $z_j - c_j = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{a}_j - c_j$

โดยหลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิกเลือกตัวแปร $\boldsymbol{x}_k$ เป็นตัวแปรเข้าจาก

$z_k - c_k = minimize\{z_j - c_j\}$ สำหรับทุก $j \in J$

เมื่อ J คือ เซตของดัชนีของตัวแปรไม่พื้นฐาน ณ การทำซ้ำปัจจุบัน

ถ้า $z_k - c_k \geq 0$ ผลเฉลยที่ได้เป็นผลเฉลยที่เหมาะที่สุด หยุดการทำซ้ำ

ถ้า $z_k - c_k < 0$ ทำต่อขั้นตอนที่ 3

3. หาคำตอบของระบบ $B\boldsymbol{y}_k = \boldsymbol{a}_k$ (กำหนดให้ $\boldsymbol{y}_k = B^{-1}\boldsymbol{a}_k$ ซึ่งมีผลเฉลยเดียว)

   ถ้า $\boldsymbol{y}_k \leq 0$ ปัญหากำหนดการเชิงเส้นนี้ไม่มีขอบเขต หยุดการทำซ้ำ

   ถ้าไม่ใช่ ทำต่อขั้นตอนที่ 4

4. ให้ $\boldsymbol{x}_k$ เป็นตัวแปรไม่พื้นฐานที่ถูกเลือกเป็นตัวแปรเข้า (ถูกเลือกในขั้นตอนที่ 2) เลือกตัวแปรพื้นฐาน $\boldsymbol{x}_{B_r}$ เป็นตัวแปรออก โดยดัชนี r ถูกเลือกจากเซตของตัวแปรพื้นฐานจากการทดสอบด้วยอัตราส่วนต่ำสุด (minimum ratio test)

   $\frac{\bar{\boldsymbol{b}}}{\boldsymbol{y}_{rk}} = minimum\left\{\frac{\bar{\boldsymbol{b}}}{\boldsymbol{y}_{ik}} :\ \boldsymbol{y}_{ik} > 0\right\}$ เมื่อ $1 \leq i \leq m$

   ปรับค่าเมทริกซ์ B โดยแทนค่า $\boldsymbol{a}_{B_r}$ ด้วย $\boldsymbol{a}_k$ ปรับเซตดัชนีของตัวแปรไม่พื้นฐาน J จากนั้นทำซ้ำในขั้นตอนที่ 1

2.2.4 **หลักเกณฑ์การหมุนที่ใช้ในปัจจุบัน**

หลักเกณฑ์การหมุนเป็นหลักเกณฑ์ที่ใช้เลือกทิศทางการค้นหาค่าที่เหมาะที่สุดสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ซึ่งถือเป็นส่วนสำคัญที่มีผลต่อจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์

2.2.4.1 **หลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิก** (Dantzig's rule)

หลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิกพิจารณาตัวแปรเข้าจากตัวแปรไม่พื้นฐานที่ทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ ลดลงมากที่สุดต่อหน่วย กล่าวคือ หลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิกเลือกตัวแปรเข้าดัชนี k ที่ให้ค่าของ $z_j - c_j$ มีค่าลบมากที่สุดสำหรับทุก $j \in J$

$$z_k - c_k = \min\{z_j - c_j | j \in J\}$$

2.2.4.2 **หลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุด** (Steepest edge rule)

หลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดเลือกตัวแปรเข้าจากการพิจารณาอัตราส่วนของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่พื้นฐานในฟังก์ชันจุดประสงค์กับนอร์มของสัมประสิทธิ์ตัวแปรไม่พื้นฐานในทุกเงื่อนไขบังคับ ณ การทำซ้ำปัจจุบัน

หลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดเลือกตัวแปรเข้าดัชนี k ที่ให้ค่าของ $\frac{z_j-c_j}{\|\boldsymbol{d}_j\|_2}$ มีค่าเป็นลบมากที่สุด สำหรับทุก $j \in J$

$$\frac{z_k - c_k}{\|\boldsymbol{d}_k\|_2} = \min\{\frac{z_j - c_j}{\|\boldsymbol{d}_j\|_2} | j \in J\}$$

โดยที่ $\boldsymbol{d}_j$ คือ

$$\boldsymbol{d}_j = \begin{bmatrix} B^{-1}N \\ I \end{bmatrix} \boldsymbol{e}_j, \qquad j \in J$$

และ $\boldsymbol{e}_j$ เป็นเวกเตอร์หลักที่มีตำแหน่ง j เป็น 1 และตำแหน่งอื่นๆ เป็น 0 สำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้น n มิติและ $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ถูกเพิ่มเข้ามาเพื่อให้ค่า $\boldsymbol{d}_j$ ไม่มีโอกาสเป็น 0

2.3 **หลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุด** (Largest distance rule)

หลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุดเลือกตัวแปรเข้าจากการพิจารณาค่าอัตราส่วนของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่พื้นฐานในฟังก์ชันจุดประสงค์กับนอร์มของเวกเตอร์สัมประสิทธิ์เริ่มต้นของตัวแปรไม่พื้นฐานในเงื่อนไขบังคับทั้งหมด

หลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุดเลือกตัวแปรเข้าดัชนี k ที่ให้ค่าของ $\frac{z_j-c_j}{\|\boldsymbol{a}_j\|_2}$ เป็นลบมากที่สุดสำหรับทุก $j \in J$

$$\frac{z_k - c_k}{\|\boldsymbol{a}_k\|_2} = \min\{\frac{z_j - c_j}{\|\boldsymbol{a}_j\|_2} | j \in J\}$$

เมื่อ $\boldsymbol{a}_j$ เป็นหลักที่ j ของเมทริกซ์ A

ตัวอย่าง 2.1 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยหลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิก

$$\begin{aligned} Maximize\ & 10x_1 + 20x_2 \\ subject\ to\ & x_1 + x_2 \le 60 \\ & x_1 + 4x_2 \le 180 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานด้วยการเติมตัวแปรช่วย(slack variable) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Maximize\ 10x_1 + 20x_2 + 0x_3 + 0x_4 \\ subject\ to\ x_1 + x_2 + x_3 = 180 \\ x_1 + 4x_2 + x_4 = 60 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

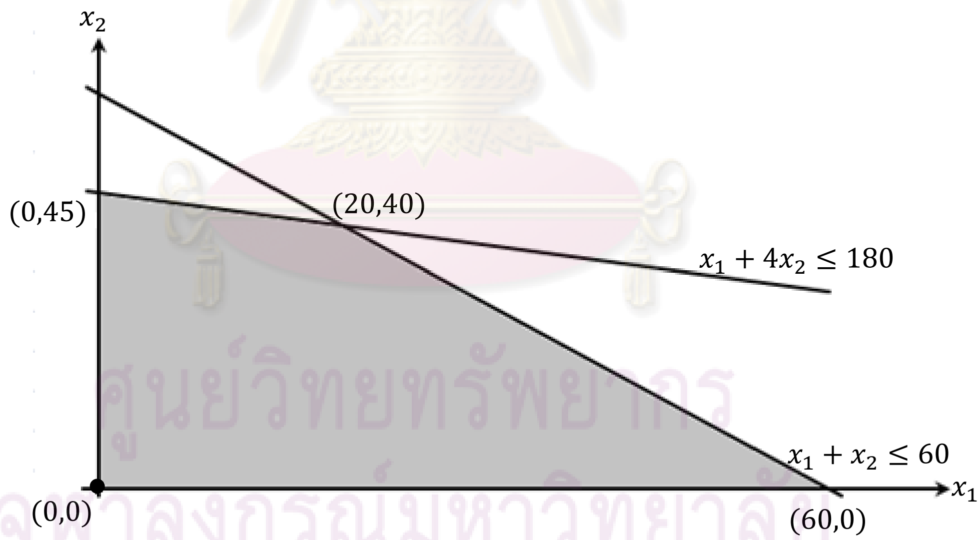
เมื่อ x_3, x_4 คือตัวแปรช่วย

จากปัญหาในรูปมาตรฐานได้ว่า

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 60 \\ 180 \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

เริ่มต้นแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

บริเวณที่เป็นไปได้ของปัญหากำหนดการเชิงเส้น (พื้นที่แรเงา) และจุดกำเนิดเป็นจุดเริ่มต้นของวิธีซิมเพล็กซ์ในการหาค่าที่เหมาะที่สุด ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 บริเวณที่เป็นไปได้ของตัวอย่าง 2.1

การทำซ้ำครั้งที่ 1

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ {3,4} และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ {1,2}

กำหนดให้ $B = [\boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{a}_4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ และ $N = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{x}_B$ จาก $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$

$$\overline{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{x}_B = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 60 \\ 180 \end{bmatrix}$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $\boldsymbol{c}_B^T \boldsymbol{x}_B = [0 \quad 0] \begin{bmatrix} 60 \\ 180 \end{bmatrix} = 0$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{w}$ จาก $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$

$$\boldsymbol{w}^T = [w_1 \quad w_2] = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1} = [c_3 \quad c_4] B^{-1} = [0 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 0]$$

พิจารณา $z_j - c_j = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{a}_j - c_j$ สำหรับ j ที่เป็นสมาชิกในเซตตัวแปรไม่พื้นฐาน

$$z_1 - c_1 = [0 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 10 = -10$$

$$z_2 - c_2 = [0 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} - 20 = -20$$

ดังนั้น ตัวแปรไม่พื้นฐาน x_2 ถูกเลือกเป็นตัวแปรเข้า พิจารณา $B\boldsymbol{y}_2 = \boldsymbol{a}_2$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_{12} \\ y_{22} \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

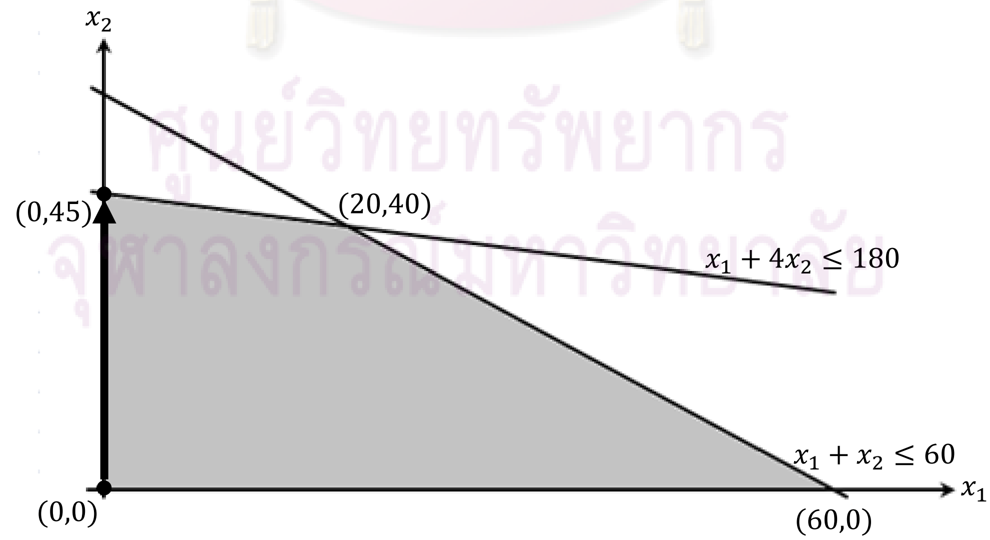
เลือกตัวแปรพื้นฐานเป็นตัวแปรออกจากการพิจารณา

$$minimum \left\{ \frac{\overline{b_1}}{y_{12}}, \frac{\overline{b_2}}{y_{22}} \right\} = minimum \left\{ \frac{180}{1}, \frac{60}{4} \right\} = 15$$

เพราะฉะนั้นตัวแปรพื้นฐาน x_4 ถูกเลือกเป็นตัวแปรออก

ทำการปรับเซตของตัวแปรพื้นฐานและตัวแปรไม่พื้นฐานโดยการสลับตัวแปรเข้ากับตัวแปรออก ได้เป็นเซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ {3,2} และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ {1,4}

จบการทำซ้ำครั้งที่ 1 ของวิธีซิมเพล็กซ์ เลื่อนจุดสุดขีดที่สนใจจากจุดกำเนิดเป็นจุด (0,45) ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 หลังจบการทำซ้ำครั้งที่ 1 ของวิธีซิมเพล็กซ์กับตัวอย่าง 2.1

การทำซ้ำครั้งที่ 2

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{3,2\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{1,4\}$

กำหนดให้ $B = [\boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{a}_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ และ $N = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{x}_B$ จาก $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$

$$\bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{x}_B = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 & -0.25 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 60 \\ 180 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 45 \end{bmatrix}$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $\boldsymbol{c}_B^T \boldsymbol{x}_B = [0 \quad 20] \begin{bmatrix} 15 \\ 45 \end{bmatrix} = 900$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{w}$ จาก $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$

$$\boldsymbol{w}^T = [w_1 \quad w_2] = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1} = [0 \quad 20] \begin{bmatrix} 1 & -0.25 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} = [0 \quad 5]$$

พิจารณา $z_j - c_j = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{a}_j - c_j$ สำหรับ j ที่เป็นสมาชิกในเซตตัวแปรไม่พื้นฐาน

$$z_1 - c_1 = [0 \quad 5] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 10 = -5$$

$$z_4 - c_4 = [0 \quad 5] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - 0 = 5$$

ดังนั้น ตัวแปรไม่พื้นฐาน x_1 ถูกเลือกเป็นตัวแปรเข้า พิจารณา $B\boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{a}_1$

$$y = \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \end{bmatrix} = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 1 & -0.25 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

เลือกตัวแปรพื้นฐานเป็นตัวแปรออกจากการพิจารณา

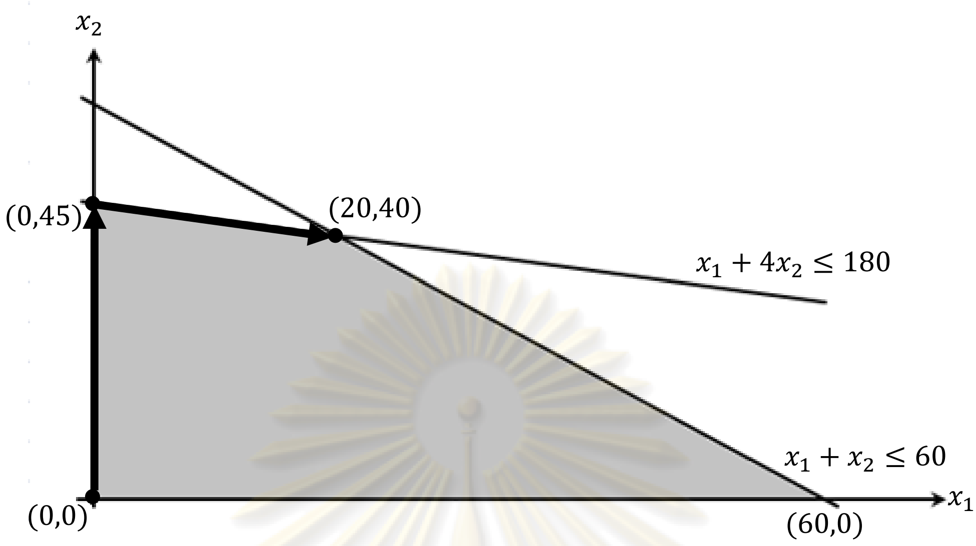
$$minimum\left\{\frac{\bar{b}_1}{y_{11}}, \frac{\bar{b}_2}{y_{21}}\right\} = minimum\left\{\frac{15}{0.75}, \frac{45}{0.25}\right\} = 20$$

เพราะฉะนั้นตัวแปรพื้นฐาน x_3 ถูกเลือกเป็นตัวแปรออก

ทำการปรับเซตของตัวแปรพื้นฐานและตัวแปรไม่พื้นฐาน ได้เป็น

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{1,2\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{3,4\}$

จบการทำซ้ำครั้งที่ 2 ของวิธีซิมเพล็กซ์ เลื่อนจุดสุดขีดที่สนใจจาก $(0,45)$ เป็นจุด $(20,40)$ ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 หลังจบการทำซ้ำครั้งที่ 2 ของวิธีซิมเพล็กซ์กับตัวอย่าง 2.1

การทำซ้ำครั้งที่ 3

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{1,2\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{3,4\}$

กำหนดให้ $B = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ และ $N = [\boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{a}_4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{x}_B$ จาก $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$

$$\bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{x}_B = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1.33 & -0.33 \\ -0.33 & 0.33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 60 \\ 180 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 40 \end{bmatrix}$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $\boldsymbol{c}_B^T \boldsymbol{x}_B = [10 \quad 20] \begin{bmatrix} 20 \\ 40 \end{bmatrix} = 1000$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{w}$ จาก $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$

$$\boldsymbol{w} = [w_1 \quad w_2] = \boldsymbol{c}_B B^{-1} = [10 \quad 20] \begin{bmatrix} 1.33 & -0.33 \\ -0.33 & 0.33 \end{bmatrix} = [6.67 \quad 3.33]$$

พิจารณา $z_j - c_j = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{a}_j - c_j$ สำหรับ j ที่เป็นสมาชิกในเซตตัวแปรไม่พื้นฐาน

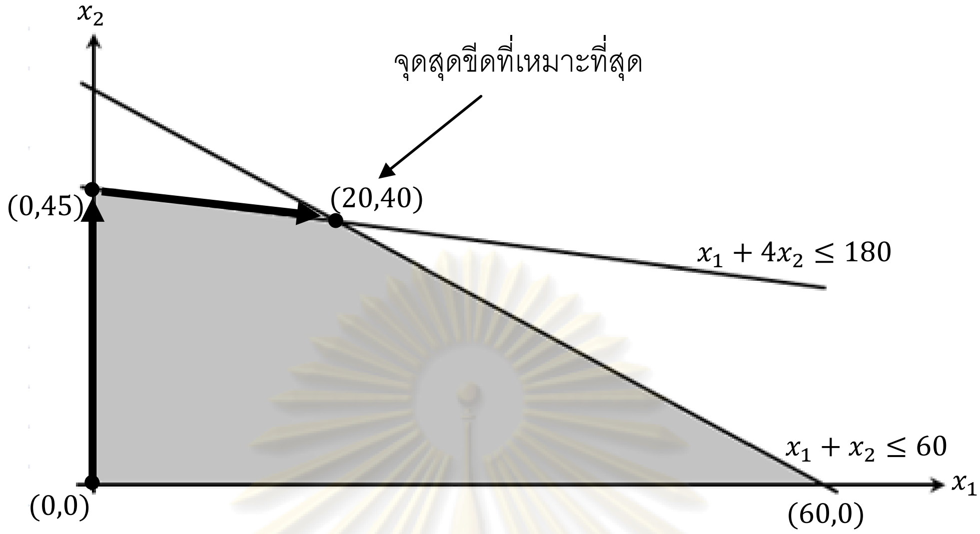
$$z_3 - c_3 = [6.67 \quad 3.33] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 6.67$$

$$z_4 - c_4 = [6.67 \quad 3.33] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - 0 = 3.33$$

ได้ว่า $z_j - c_j \geq 0$ สำหรับทุก j ที่เป็นดัชนีของตัวแปรไม่พื้นฐาน

ดังนั้น จุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดคือ $x_1 = 20$ และ $x_2 = 40$ และค่าที่เหมาะที่สุดคือ $z = 1000$

พบจุดสุดขีดที่เป็นผลเฉลยที่เหมาะที่สุดดังแสดงในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 จุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดของตัวอย่าง 2.1

ตัวอย่าง 2.2 การเลือกทิศทางสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุด (Steepest edge rule)

พิจารณาการทำซ้ำครั้งที่ 1 จากตัวอย่างที่ 2.1

การทำซ้ำครั้งที่ 1

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{3,4\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{1,2\}$

เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

หลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดมีการคำนวณอัตราส่วนของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่พื้นฐานในฟังก์ชันจุดประสงค์กับนอร์มของสัมประสิทธิ์ตัวแปรไม่พื้นฐานในทุกเงื่อนไขบังคับ ณ การทำซ้ำปัจจุบัน

ซึ่งสัมประสิทธิ์ตัวแปรไม่พื้นฐานในทุกเงื่อนไขบังคับ ณ การทำซ้ำปัจจุบัน กำหนดโดย

$$\boldsymbol{d}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{d}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

กำหนดให้ $B = [\boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{a}_4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ และ $N = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{x}_B$ จาก $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$

$$\bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{x}_B = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 60 \\ 180 \end{bmatrix}$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $\boldsymbol{c}_B^T \boldsymbol{x}_B = [0 \quad 0] \begin{bmatrix} 60 \\ 180 \end{bmatrix} = 0$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{w}$ จาก $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$

$$\boldsymbol{w}^T = [w_1 \quad w_2] = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1} = [c_3 \quad c_4] = [0 \quad 0]$$

พิจารณา $\frac{(z_j - c_j)}{\|\boldsymbol{d}_j\|_2} = \frac{\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{a}_j - c_j}{\|\boldsymbol{d}_j\|_2}$ สำหรับ j ที่เป็นสมาชิกในเซตตัวแปรไม่พื้นฐาน

$$\frac{z_1 - c_1}{\|\boldsymbol{d}_1\|_2} = \frac{[0 \quad 0]\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} - 10}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2}} = -\frac{10}{\sqrt{3}} = -5.7735$$

$$\frac{z_2 - c_2}{\|\boldsymbol{d}_2\|_2} = \frac{[0 \quad 0]\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix} - 20}{\sqrt{1^2 + 4^2 + 0^2 + 1^2}} = -\frac{20}{\sqrt{18}} = -4.7140$$

ดังนั้น ตัวแปรไม่พื้นฐาน x_1 ถูกเลือกเป็นตัวแปรเข้า

ตัวอย่าง 2.3 การเลือกทิศทางสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยหลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุด (Largest distance rule)

จากตัวอย่างที่ 2.1

การทำซ้ำครั้งที่ 1

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{3,4\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{1,2\}$

เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ $A = \begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 0\\1 & 4 & 0 & 1\end{bmatrix}$

คำนวณนอร์มของแต่ละหลักของเมทริกซ์ A ได้ $\sqrt{2}, \sqrt{17}, 1, 1$ ตามลำดับ

กำหนดให้ $B = [\boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{a}_4] = \begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$ และ $N = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2] = \begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{x}_B$ จาก $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$

$$\bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{x}_B = \begin{bmatrix}x_3\\x_4\end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix}60\\180\end{bmatrix}$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $\boldsymbol{c}_B^T \boldsymbol{x}_B = [0 \quad 0]\begin{bmatrix}60\\180\end{bmatrix} = 0$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{w}$ จาก $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$

$$\boldsymbol{w}^T = [w_1 \quad w_2] = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1} = [c_3 \quad c_4] = [0 \quad 0]$$

พิจารณา $\frac{z_j - c_j}{\|\boldsymbol{a}_j\|_2} = \frac{\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{a}_j - c_j}{\|\boldsymbol{a}_j\|_2}$ สำหรับ j ที่เป็นสมาชิกในเซตตัวแปรไม่พื้นฐาน

$$\frac{z_1 - c_1}{\|\boldsymbol{a}_1\|_2} = \frac{[0 \quad 0]\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} - 10}{\sqrt{2}} = -\frac{10}{\sqrt{2}} = -7.071$$

$$\frac{z_2 - c_2}{\|\boldsymbol{a}_2\|_2} = \frac{[0 \quad 0]\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix} - 20}{\sqrt{17}} = -\frac{20}{\sqrt{17}} = -4.851$$

ดังนั้น ตัวแปรไม่พื้นฐาน x_1 ถูกเลือกเป็นตัวแปรเข้า

2.3 วิธีซิมเพล็กซ์แบบสองเฟส

เนื่องจากการหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จำเป็นต้องทราบจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้อย่างน้อยหนึ่งจุด (Basic feasible solution) เพื่อกำหนดเป็นจุดเริ่มต้นสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ ดังนั้นนักวิจัยจึงนำเสนอแนวคิดการหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ที่เรียกว่า วิธีซิมเพล็กซ์เฟส 1 จากขั้นตอนวิธีซิมเพล็กซ์แบบ 2 เฟส

วิธีซิมเพล็กซ์แบบ 2 เฟส มีการเพิ่มตัวแปรเทียมในเฟสแรก ในส่วนของเงื่อนไขบังคับที่จุดกำเนิดไม่สอดคล้องทำให้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นมีจุดกำเนิดเป็นจุดสุดขีดที่เป็นไปได้ของปัญหาใหม่นี้และทำการหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น โดยกำหนดผลบวกของตัวแปรเทียมเป็นฟังก์ชันจุดประสงค์

2.3.1 ขั้นตอนการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์แบบสองเฟส

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นรูปแบบทั่วไปโดยที่ $b \geq 0$ ในกรณี $b_i < 0$ ปรับเปลี่ยนโดยคูณ -1 ทั้งสมการ

$$\begin{gathered} Maximize\ \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ subject\ to\ A\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq 0 \end{gathered}$$

เฟส 1

กำหนดให้ x_a คือ ตัวแปรเทียม หาค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้นหลังจากเพิ่มตัวแปรเทียมทำให้จุด $(0, x_a)$ เป็นจุดสุดขีดที่เป็นไปได้ของปัญหา

$$\begin{gathered} Minimize\ x_0 \equiv \mathbf{e}^T x_a \\ subject\ to\ Ax + x_a = b \\ x \geq 0, x_a \geq 0 \end{gathered}$$

การพิจารณาผลเฉลยในเฟส 1 แบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณี 1 : ถ้าผลเฉลยที่เหมาะที่สุดในเฟส 1 ไม่เป็น 0 ปัญหากำหนดการเชิงเส้นนี้ไม่มีบริเวณที่เป็นไปได้

กรณี 2 : ถ้าผลเฉลยที่เหมาะที่สุดในเฟส 1 เป็น 0 และ x_a ทุกตัวเป็นตัวแปรไม่พื้นฐาน ตัดตัวแปร x_a ในเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานออก กำหนดให้ ตัวแปรพื้นฐานคือ x_B และ x_N ทำต่อในเฟส 2

กรณี 3 : ถ้าผลเฉลยที่เหมาะที่สุดในเฟส 1 เป็น 0 และ x_a บางตัวเป็นตัวแปรพื้นฐาน ใช้หลักเกณฑ์การหมุน ณ ตำแหน่งที่ไม่เป็น 0 จนกระทั่ง x_a ทุกตัวเป็นตัวแปรไม่พื้นฐานจากนั้น ตัดตัวแปร x_a ในเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานออก กำหนดให้ตัวแปรพื้นฐานคือ x_B และ x_N ทำต่อในเฟส 2

เฟส 2

แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

$$\begin{aligned} Maximize\ c_B^T x_B + c_N^T x_N \\ subject\ to\ x_B + B^{-1}N x_N = B^{-1}b \\ x_B \geq 0, x_N \geq 0 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 2.2

$$\begin{aligned} Maximize\ x_1 + 2x_2 \\ subject\ to\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

จากรูปที่ 2.5 บริเวณที่เป็นไปได้ของของตัวอย่างปัญหากำหนดการเชิงเส้น (บริเวณที่แรเงา) เห็นได้ว่าจุดกำเนิดไม่ได้เป็นผลเฉลยของบริเวณที่เป็นไปได้ ดังนั้นจึงต้องแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานด้วยการเติมตัวแปรช่วย (slack variable) และตัวแปรเกิน (surplus variable) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Maximize\ x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\ subject\ to\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_5 = 3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

เมื่อ x_3, x_4 คือตัวแปรเกิน และ x_5 คือ ตัวแปรช่วย

เริ่มต้นแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

เริ่มต้นเฟส 1 (หาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้)

แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยการหาค่าต่ำสุด โดยการเพิ่มตัวแปรเทียมเข้าไปในเงื่อนไขบังคับของปัญหารูปแบบมาตรฐานที่มีเครื่องหมายมากกว่าเท่ากับหรือเท่ากับของปัญหา

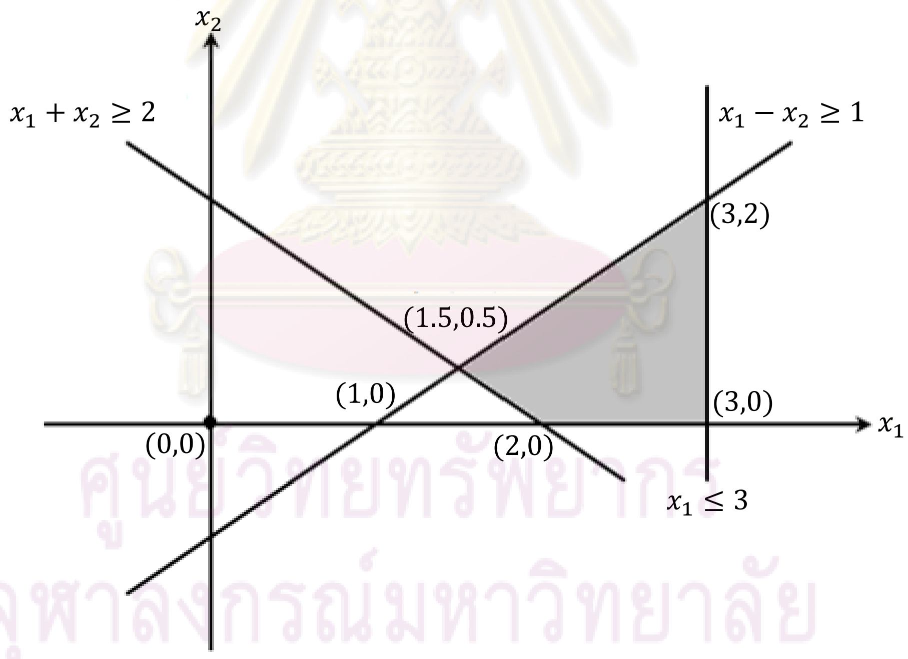
เริ่มต้น เปลี่ยนฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเทียม และทำการหาค่าต่ำสุดของปัญหา เพราะฉะนั้นปัญหากำหนดการเชิงเส้นในรูปแบบมาตรฐานสามารถแปลงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Minimize\ & 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 + x_7 \\ subject\ to\ & x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 2 \\ & x_1 - x_2 - x_4 + x_7 = 1 \end{aligned}$$

เมื่อ x_6, x_7 เป็นตัวแปรเทียม เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ที่ได้จากการเพิ่มหลักของตัวแปรเทียมได้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

เริ่มต้นวิธีซิมเพล็กซ์แบบเฟส 1 มีจุดกำเนิดเป็นจุดเริ่มต้น และแสดงบริเวณที่เป็นไปได้ของปัญหากำหนดการเชิงเส้น(พื้นที่แรเงา) ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 บริเวณที่เป็นไปได้ของตัวอย่าง 2.2

การทำซ้ำครั้งที่ 1 (**เฟส** 1)

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ {5,6,7} และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ {1,2,3,4}

กำหนดให้ $B = [\boldsymbol{a}_5, \boldsymbol{a}_6, \boldsymbol{a}_7] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

และ $N = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{a}_4] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{x}_B$ จาก $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$

$$\overline{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{x}_B = \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $\boldsymbol{c}_B^T\boldsymbol{x}_B = [0 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 2$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{w}$ จาก $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$

$$\boldsymbol{w}^T = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1} = [1 \quad 1 \quad 0]$$

พิจารณา $z_j - c_j = \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{a}_j - c_j$ สำหรับ j ที่เป็นสมาชิกในเซตตัวแปรไม่พื้นฐาน

$$z_1 - c_1 = [1 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 0 = 2$$

$$z_2 - c_2 = [1 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 0$$

$$z_3 - c_3 = [1 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = -1$$

$$z_4 - c_4 = [1 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = -1$$

เนื่องจากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน เฟส 1 เป็นการหาค่าต่ำสุดของปัญหาดังนั้น ตัวแปรเข้าพิจารณาจากตัวแปรไม่พื้นฐานที่มีค่าเป็นบวกมากที่สุด

ดังนั้น ตัวแปรไม่พื้นฐาน x_1 ถูกเลือกเป็นตัวแปรเข้า พิจารณา $B\boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{a}_1$

$$\boldsymbol{y}_1 = \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ y_{31} \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

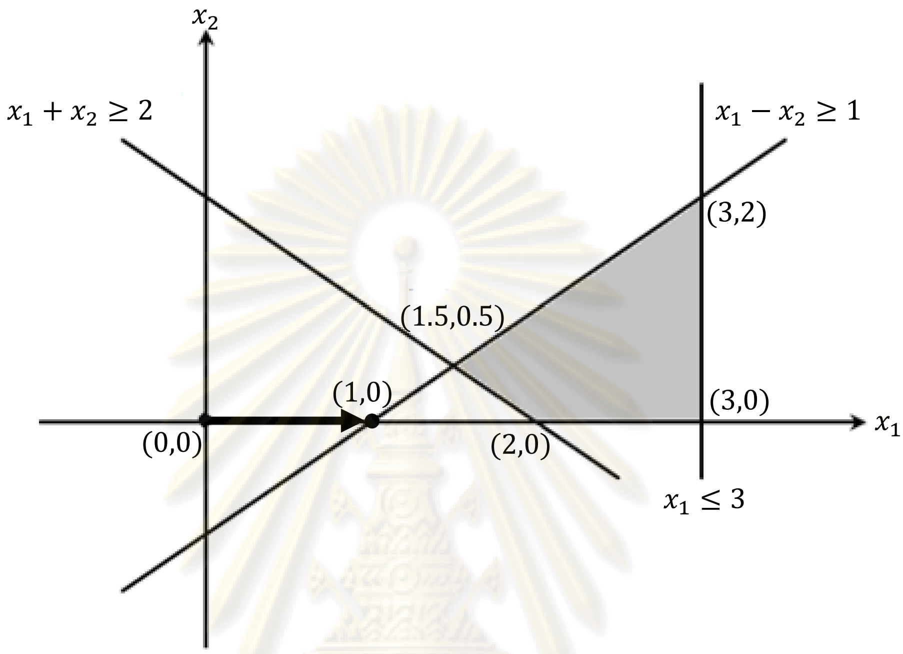
เลือกตัวแปรพื้นฐานเป็นตัวแปรออกจากการพิจารณา

$$minimum\left\{\frac{\bar{b}_1}{y_{11}}, \frac{\bar{b}_2}{y_{21}}, \frac{\overline{b_3}}{y_{31}}\right\} = minimum\left\{\frac{3}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{1}\right\} = 1$$

เพราะฉะนั้นตัวแปรพื้นฐาน x_6 ถูกเลือกเป็นตัวแปรออก

ทำการปรับเซตของตัวแปรพื้นฐานและตัวแปรไม่พื้นฐานโดยการสลับตัวแปรเข้ากับตัวแปรออก ได้เป็น เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{1,5,6\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{2,3,4,7\}$

จบการทำซ้ำครั้งที่ 1 ของวิธีซิมเพล็กซ์เฟส 1 จุดสุดขีดที่สนใจเลื่อนจากจุดกำเนิดไปเป็นจุด $(1,0)$ ดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 หลังการทำซ้ำครั้งที่ 1 ของตัวอย่าง 2.2

การทำซ้ำครั้งที่ 2 (เฟส 1)

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{1,5,7\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{2,3,4,6\}$

กำหนดให้ $B = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_5, \boldsymbol{a}_7] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

และ $N = [\boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{a}_4, \boldsymbol{a}_6] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{x}_B$ จาก $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$

$$\overline{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{x}_B = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_5 \\ x_7 \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $\boldsymbol{c}_B^T \boldsymbol{x}_B = [0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 1$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{w}$ จาก $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$

$$\boldsymbol{w}^T = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

พิจารณา $z_j - c_j = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{a}_j - c_j$ สำหรับ j ที่เป็นสมาชิกในเซตตัวแปรไม่พื้นฐาน

$$z_2 - c_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 2$$

$$z_3 - c_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = -1$$

$$z_4 - c_4 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 1 = 0$$

$$z_7 - c_7 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 1 = -2$$

ดังนั้น ตัวแปรไม่พื้นฐาน x_2 ถูกเลือกเป็นตัวแปรเข้า พิจารณา $B\boldsymbol{y}_2 = \boldsymbol{a}_2$

$$\boldsymbol{y}_2 = \begin{bmatrix} y_{12} \\ y_{22} \\ y_{32} \end{bmatrix} = B^{-1} a_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

เลือกตัวแปรพื้นฐานเป็นตัวแปรออกจากการพิจารณา

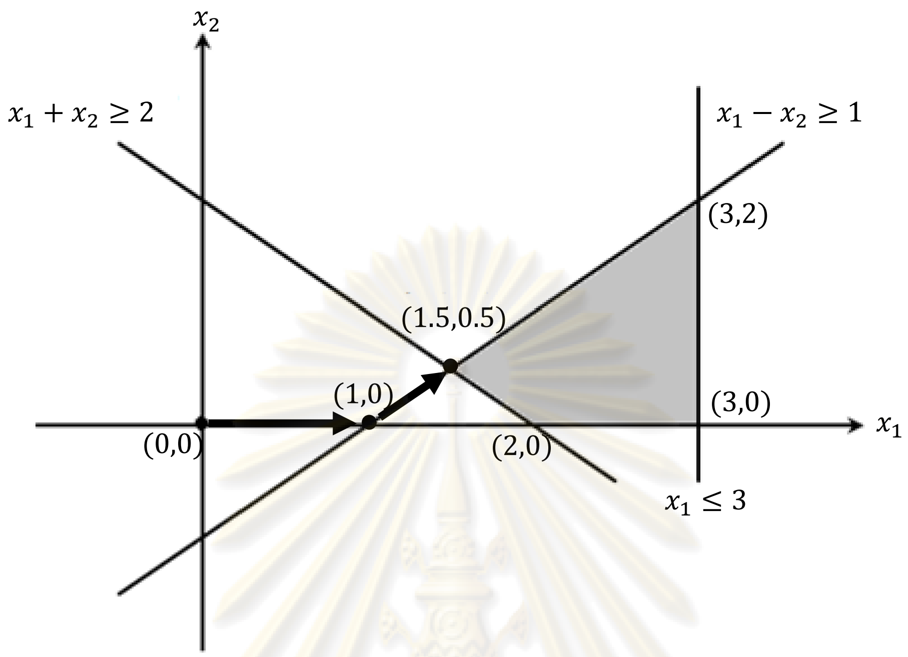
$$minimum \left\{ \frac{\bar{b}_2}{y_{22}}, \frac{\bar{b}_3}{y_{32}} \right\} = minimum \left\{ \frac{2}{1}, \frac{1}{2} \right\} = 0.5$$

เพราะฉะนั้นตัวแปรพื้นฐาน x_6 ถูกเลือกเป็นตัวแปรออก

ทำการปรับเซตของตัวแปรพื้นฐานและตัวแปรไม่พื้นฐาน ได้เป็น

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{1,2,5\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{3,4,6,7\}$

จบการทำซ้ำครั้งที่ 2 ของวิธีซิมเพล็กซ์เฟส 1 จุดสุดขีดที่สนใจเลื่อนจากจุด $(1,0)$ ไปเป็นจุด $(1.5,0.5)$ ดังแสดงในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 หลังการทำซ้ำครั้งที่ 2 ของตัวอย่าง 2.2

การทำซ้ำครั้งที่ 3 (**เฟส** 1)

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{1,2,5\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{3,4,6,7\}$

กำหนดให้ $B = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_5] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

และ $N = [\boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{a}_4, \boldsymbol{a}_6, \boldsymbol{a}_7] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{x}_B$ จาก $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$

$$\overline{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{x}_B = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.5 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $\boldsymbol{c}_B^T \boldsymbol{x}_B = [0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.5 \\ 1.5 \end{bmatrix} = 0$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{w}$ จาก $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$

$$\boldsymbol{w}^T = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1} = [0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 0]$$

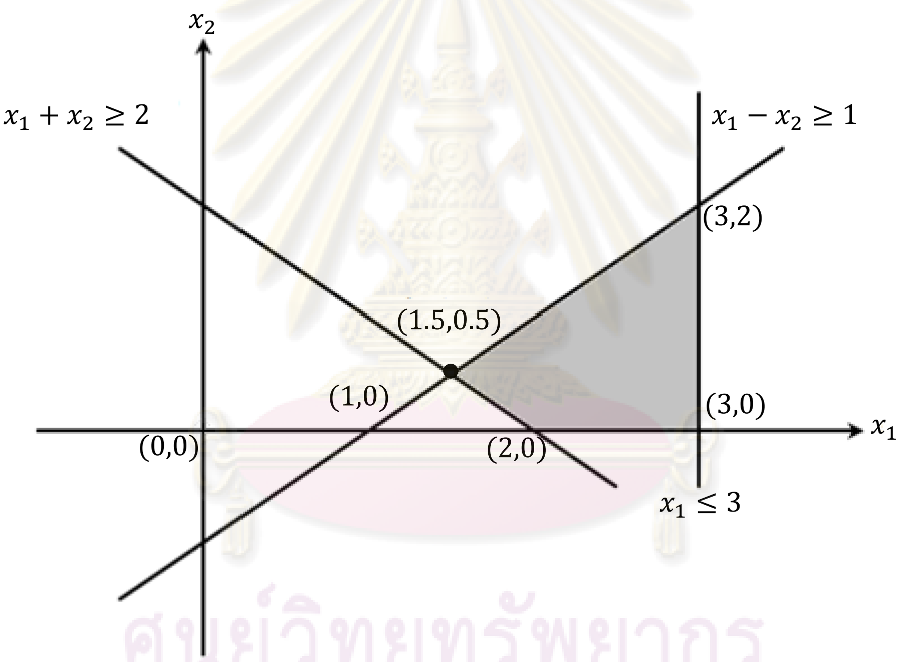
พิจารณา $z_j - c_j = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{a}_j - c_j$ สำหรับ j ที่เป็นสมาชิกในเซตตัวแปรไม่พื้นฐาน

$$z_3 - c_3 = [0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 0$$

ได้ว่า $z_j - c_j \leq 0$ สำหรับทุก j ที่เป็นดัชนีของตัวแปรไม่พื้นฐาน

ดังนั้น ผลเฉลยปัจจุบันคือผลเฉลยที่เหมาะที่สุด และค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์เป็น 0 กล่าวคือ เราพบจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ คือจุด $(x_1, x_2) = (1.5, 0.5)$ ตัดตัวแปรเทียมออกจากเซตของตัวแปรไม่พื้นฐาน จากนั้นทำการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยชุดของตัวแปรพื้นฐานและตัวแปรไม่พื้นฐานจากเฟส 1 กำหนด $\boldsymbol{c}^T = [1 \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

จบการทำงานของวิธีซิมเพล็กซ์เฟส 1 พบจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ คือจุด $(1.5,0.5)$ กำหนดเป็นจุดเริ่มต้นของวิธีซิมเพล็กซ์เฟส 2 ดังแสดงในรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 จุดสุดขีดบนบริเวณที่เป็นไปได้ของตัวอย่าง 2.2

เฟส 2

$$
\begin{aligned}
Maximize\ & x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\
subject\ to\ & x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\
& x_1 - x_2 - x_4 = 1 \\
& x_1 + x_5 = 2 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{1,2,5\}$ เซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{3,4\}$

ได้ว่า $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{c}^T = [1 \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

การทำซ้ำครั้งที่ 1 (**เฟส** 2)

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{1,2,5\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{3,4\}$

กำหนดให้ $B = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_5] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ และ $N = [\boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{a}_4] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{x}_B$ จาก $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$

$$\bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{x}_B = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.5 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $\boldsymbol{c}_B^T \boldsymbol{x}_B = [1 \quad 2 \quad 0] \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.5 \\ 1.5 \end{bmatrix} = 2.5$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{w}$ จาก $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$

$$\boldsymbol{w}^T = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1} = [1 \quad 2 \quad 0] \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} = [1.5 \quad -0.5 \quad 0]$$

พิจารณา $z_j - c_j = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{a}_j - c_j$ สำหรับ j ที่เป็นสมาชิกในเซตตัวแปรไม่พื้นฐาน

$$z_3 - c_3 = [1.5 \quad -0.5 \quad 0] \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = -1.5$$

$$z_4 - c_4 = [1.5 \quad -0.5 \quad 0] \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 0.5$$

ดังนั้น ตัวแปรไม่พื้นฐาน x_3 ถูกเลือกเป็นตัวแปรเข้า พิจารณา $B\boldsymbol{y}_3 = \boldsymbol{a}_3$

$$\boldsymbol{y}_3 = \begin{bmatrix} y_{13} \\ y_{23} \\ y_{33} \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

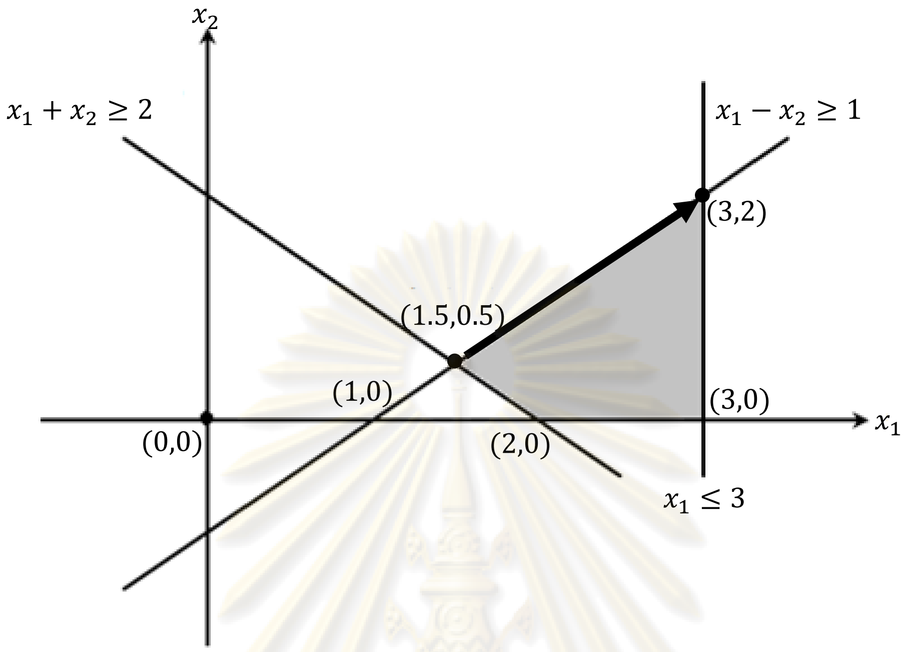
เลือกตัวแปรพื้นฐานเป็นตัวแปรออกจากการพิจารณา

$$minimum \left\{ \frac{\bar{b}_3}{y_{33}} \right\} = minimum \left\{ \frac{1.5}{0.5} \right\} = 3$$

เพราะฉะนั้นตัวแปรพื้นฐาน x_5 ถูกเลือกเป็นตัวแปรออก

ทำการปรับเซตของตัวแปรพื้นฐานและตัวแปรไม่พื้นฐานโดยการสลับตัวแปรเข้ากับตัวแปรออก ได้เป็นเซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{1,2,3\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{4,5\}$

จบการทำซ้ำครั้งที่ 1 วิธีซิมเพล็กซ์เฟส 2 จุดสุดขีดที่สนใจเลื่อนจาก $(1.5,0.5)$ ไปเป็นจุด $(3,2)$ ดังแสดงในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 หลังการทำซ้ำครั้งที่ 1(เฟส 2) ของตัวอย่าง 2.2

การทำซ้ำครั้งที่ 2 **(เฟส** 2)

เซตดัชนีของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{1,2,3\}$ และเซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{4,5\}$

กำหนดให้ $B = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ และ $N = [\boldsymbol{a}_4, \boldsymbol{a}_5] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{x}_B$ จาก $B\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{b}$

$$\bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{x}_B = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $\boldsymbol{c}_B^T \boldsymbol{x}_B = [1 \quad 2 \quad 0] \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 7$

พิจารณาค่า $\boldsymbol{w}$ จาก $\boldsymbol{w}^T B = \boldsymbol{c}_B^T$

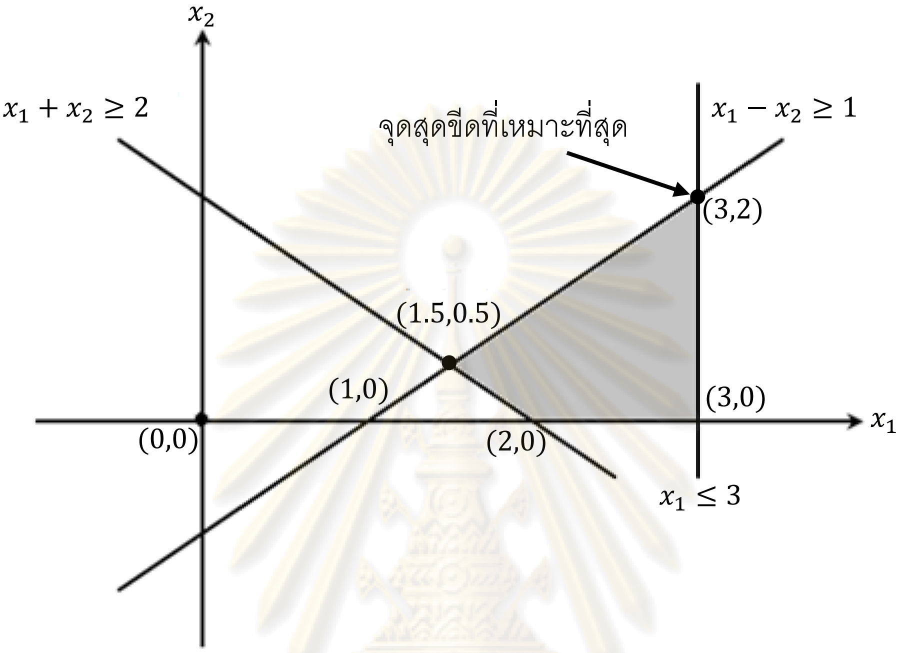
$$\boldsymbol{w}^T = \boldsymbol{c}_B^T B^{-1} = [1 \quad 2 \quad 0] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} = [0 \quad -1 \quad 3]$$

พิจารณา $z_j - c_j = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{a}_j - c_j$ สำหรับ j ที่เป็นสมาชิกในเซตตัวแปรไม่พื้นฐาน

$$z_4 - c_4 = [0 \quad -2 \quad 3] \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 2$$

ได้ว่า $z_j - c_j \geq 0$ สำหรับทุก j ที่เป็นดัชนีของตัวแปรไม่พื้นฐาน

ดังนั้น พบจุดผลเฉลยที่เหมาะที่สุดคือจุด $(x_1, x_2) = (3,2)$ และค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์คือ 7 ดังแสดงในรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 จุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดของตัวอย่าง 2.2

บทที่ 3
หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุด

ในบทนี้จะกล่าวถึงหลักเกณฑ์การหมุนใหม่ที่สร้างขึ้นเพื่อลดจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ในการหาค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติและ 3 มิติ ที่บริเวณที่เป็นไปได้ไม่เป็นเซตว่าง และทุกเงื่อนไขบังคับเป็นส่วนประกอบหนึ่งของบริเวณที่เป็นไปได้ เรียกหลักเกณฑ์การหมุนที่สร้างขึ้นว่า หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทาง ของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุด

หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุด กำหนดทิศทางสำหรับการค้นหาค่าที่เหมาะที่สุดสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยค่าของการประมาณของจำนวนสุดขีดคำนวณได้จาก การนับจำนวนจุดสุดขีดที่คาดว่าวิธีซิมเพล็กซ์จะเคลื่อนที่ผ่านในการหาค่าที่เหมาะที่สุด เนื่องจากจุดสุดขีดเกิดจากการตัดกันของเงื่อนไขบังคับ ดังนั้นการนับสุดขีดสามารถทำได้จากการนับจำนวนเงื่อนไขบังคับ โดยการแบ่งกลุ่มเงื่อนไขบังคับออกเป็นกลุ่มตามทิศทางที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ไม่ต่ำกว่าเดิม และในขั้นตอนต่อไปจะกำหนดทิศทางการค้นหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ในด้านที่มีจำนวนค่าของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยที่สุด

ในส่วนต่อไปจะกล่าวถึง หลักการของหลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดในสองมิติ

3.1 หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ

หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ แบ่งการพิจารณาปัญหากำหนดการเชิงเส้นออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

กลุ่มที่ 1 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุด (0,0) สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขบังคับและเป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ค่าของตัวแปรตัดสินใจมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

กลุ่มที่ 2 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุด (0,0) สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขบังคับและไม่เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

กลุ่มที่ 3 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จุด (0,0) ไม่สอดคล้องกับบางเงื่อนไขบังคับ

3.1.1 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ กลุ่มที่ 1

รูปแบบปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติที่ใช้ในงานวิจัยนี้

$$
\begin{gathered}
Maximize\ c_1x_1 + c_2x_2 \\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \le b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \le b_2 \\
\vdots \qquad\qquad \vdots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 \le b_n
\end{gathered}
$$

โดย $b_i \in \mathbb{R}$ กล่าวคือ b_i สามารถเป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบ

ดังนั้น เกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับที่ i คือ $\begin{bmatrix} a_{i1} \\ a_{i2} \end{bmatrix}$

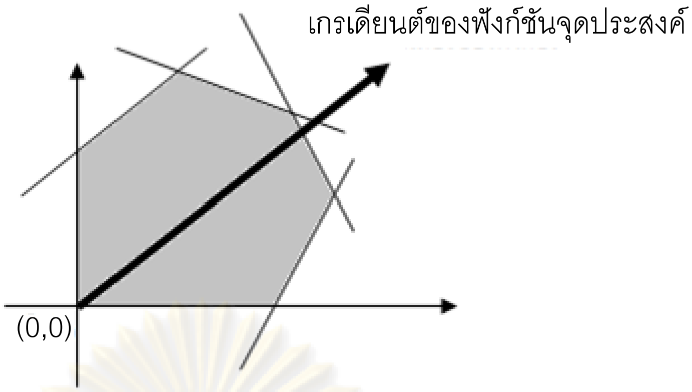
และมีรูปแบบมาตรฐานที่ใช้แก้โดยวิธีซิมเพล็กซ์ คือ

$$
\begin{gathered}
Maximize\ c_1x_1 + c_2x_2 + 0x_3 + \cdots + 0x_n \\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + x_3 \le b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + x_4 \le b_2 \\
\vdots \qquad\qquad \vdots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + x_{m+2} \le b_n \\
x_1, x_2, \ldots, x_{m+2} \ge 0
\end{gathered}
$$

โดยแนวคิดของวิธีซิมเพล็กซ์เซตของตัวแปรพื้นฐานคือ $\{x_1, x_2\}$ และ เซตของตัวแปรไม่พื้นฐานคือ $\{x_3, x_4, \ldots, x_{m+2}\}$

กลุ่มที่ 1 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุด (0,0) สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขบังคับและเป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ค่าของตัวแปรตัดสินใจมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่มที่ 1 ได้รับการตีพิมพ์ในงานประชุมวิชาการ AMM^{15th} ในชื่อ “กระบวนการก่อนวิธีซิมเพล็กซ์จากจุดกำเนิดด้วยทิศทางจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ[15]”



รูปที่ 3.1 ปัญหาที่มีจุด (0,0) สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขบังคับและเป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

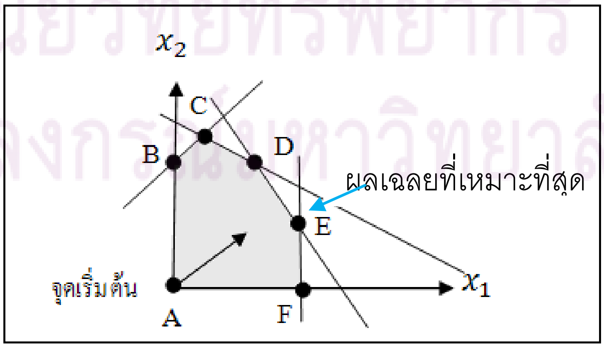
การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติกลุ่มที่ 1 ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เนื่องจากจุด (0,0) เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ ดังนั้นกำหนดให้จุด (0,0) เป็นจุดเริ่มต้นของวิธีซิมเพล็กซ์ในการหาค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น เนื่องจากตัวแปรไม่พื้นฐานของปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติมีเพียง 2 ตัว ดังนั้นโดยแนวคิดของวิธีซิมเพล็กซ์ได้ว่ามีทิศทางที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ดีขึ้นได้ไม่เกิน 2 ทิศทาง

จากรูปที่ 3.2 วิธีซิมเพล็กซ์จะค้นหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดได้ 2 ทิศทาง คือ

ทิศทางที่ 1 ค้นหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดโดยเริ่มต้นจากจุด A และค้นหาต่อไปยัง B, C, D และ E ซึ่งเป็นผลเฉลยที่เหมาะที่สุด

ทิศทางที่ 2 ค้นหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดโดยเริ่มต้นจากจุด A ไปยังจุด F และ E

จะเห็นได้ว่าปัญหากำหนดการเชิงเส้นในสองมิติการเลือกทิศทางการค้นหาในครั้งแรกเป็นตัวกำหนดจำนวนการทำซ้ำทั้งหมดของวิธีซิมเพล็กซ์ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติกลุ่มที่ 1



รูปที่ 3.2 ทิศทางการค้นหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของวิธีซิมเพล็กซ์ในการหาค่าที่เหมาะที่สุดสำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติกลุ่มที่ 1

ดังนั้นก่อนการหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ ทำการกำหนดค่าของการประมาณจำนวนจุดสุดขีด สำหรับแต่ละทิศทางที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ไม่ต่ำกว่าเดิม จากการนับจำนวนเงื่อนไขบังคับในแต่ละด้านของบริเวณที่เป็นไปได้ ซึ่งถูกแบ่งออกเป็นสองส่วนด้วยเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ โดยการจัดกลุ่มเงื่อนไขบังคับสามารถทำได้จากการพิจารณาลักษณะของเวกเตอร์บอกทิศทางของเงื่อนไขบังคับตามฟังก์ชันจุดประสงค์

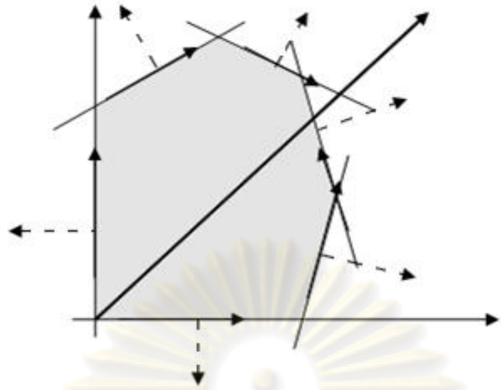
นิยาม เวกเตอร์บอกทิศทางของเงื่อนไขบังคับตามฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ เวกเตอร์ที่ทำมุมฉากกับเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับ และทำมุมแหลมกับเกรเดียนต์ของฟังชันจุดประสงค์

กล่าวคือ สำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้นในสองมิติมีเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์คือ $c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$ และ เงื่อนไขบังคับอยู่ในรูป $\alpha x_1 + \beta x_2 \leq \gamma$ เมื่อ α, β เป็นจำนวนจริงและ $\gamma > 0$ จะได้ว่าเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับ คือ $\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$ มีเวกเตอร์บอกทิศทางของเงื่อนไขบังคับตามฟังก์ชันจุดประสงค์ที่เป็นไปได้สองเวกเตอร์ คือ $\begin{bmatrix} -\beta \\ \alpha \end{bmatrix}$ หรือ $\begin{bmatrix} \beta \\ -\alpha \end{bmatrix}$

เงื่อนไขบังคับสามารถจัดกลุ่มได้จากการพิจารณาเวกเตอร์บอกทิศทางของเงื่อนไขบังคับตามฟังก์ชันจุดประสงค์ ดังนี้

- มีเวกเตอร์บอกทิศทางของเงื่อนไขบังคับตามฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} -\beta \\ \alpha \end{bmatrix}$ เมื่อ $\begin{bmatrix} -\beta \\ \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = -\beta c_1 + \alpha c_2 \geq 0$ เงื่อนไขบังคับถูกจัดอยู่ในกลุ่มล่าง
- มีเวกเตอร์บอกทิศทางของเงื่อนไขบังคับตามฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} \beta \\ -\alpha \end{bmatrix}$ เมื่อ $\begin{bmatrix} \beta \\ -\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \beta c_1 + (-\alpha) c_2 \geq 0$ เงื่อนไขบังคับถูกจัดอยู่ในกลุ่มบน

ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 เกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์(เส้นทึบหนา), เกรเดียนต์ ของเงื่อนไขบังคับ (เส้นประ)และเวกเตอร์บอกทิศทางของเงื่อนไขบังคับตามฟังก์ชันจุดประสงค์(เส้นทึบ) ในกลุ่มบนและกลุ่มล่าง

ตัวอย่าง 3.1 การจัดกลุ่มของเงื่อนไขบังคับ

กำหนดให้เกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

พิจารณาสมการเงื่อนไขบังคับ $2x_1 + x_2 \leq 3$ มีเกรเดียนต์ คือ $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

เวกเตอร์ที่ทำมุมฉากกับเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับคือ $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ และ $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

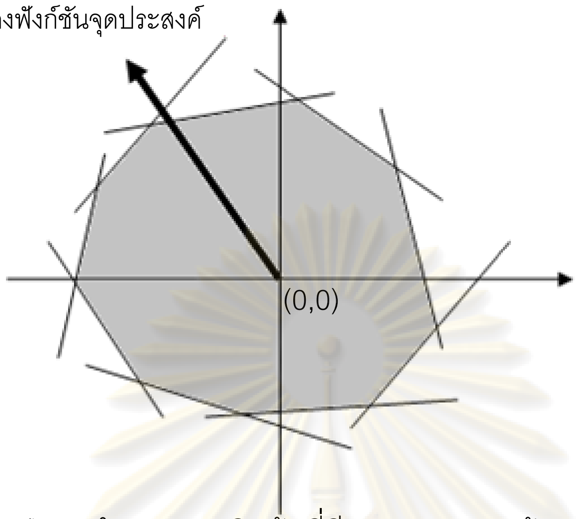
$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = (-1) \times 1 + 2 \times 1 = 1$ ทำมุมแหลมกับเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์

$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 1 \times 1 + (-2) \times 1 = -1$ ทำมุมป้านกับเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์

เพราะฉะนั้น เวกเตอร์บอกทิศทางตามฟังก์ชันจุดประสงค์ของเงื่อนไขบังคับ $2x_1 + x_2 \leq 3$ คือเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ และเงื่อนไขบังคับถูกจัดให้อยู่ในกลุ่มล่าง

3.1.2 **การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ กลุ่มที่ 2**

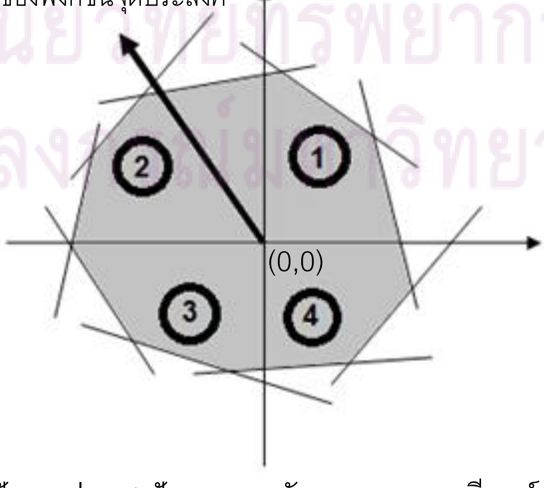
กลุ่มที่ 2 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุด (0,0) สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขบังคับและไม่เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้



รูปที่ 3.4 ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุด (0,0) สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขบังคับและไม่เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

หลักการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่มที่ 2

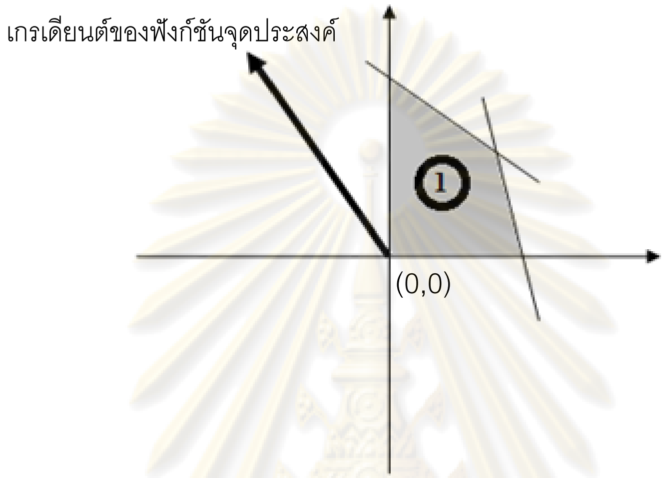
การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นสองมิติกลุ่มที่ 2 ก่อนการเริ่มวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุด ทำการแบ่งปัญหาเดิมออกเป็น 4 ปัญหาย่อยตามลักษณะของเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับ ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 ปัญหาย่อย 4 ปัญหาตามลักษณะของเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับ

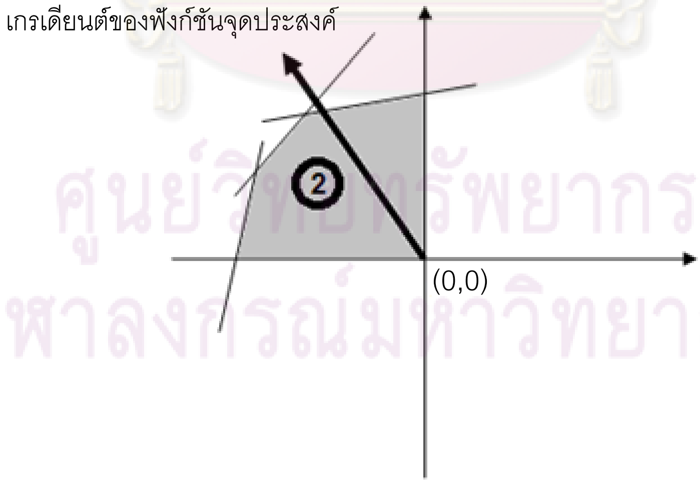
กล่าวคือ สำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้นในสองมิติมีเงื่อนไขบังคับอยู่ในรูป $\alpha x_1 + \beta x_2 \leq \gamma$ เมื่อ α, β เป็นจำนวนจริงและ $\gamma > 0$ จะได้ว่าเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับ คือ $\begin{bmatrix}\alpha \\ \beta\end{bmatrix}$ สามารถจัดกลุ่มได้ดังนี้

- $\alpha \geq 0$ และ $\beta > 0$ เงื่อนไขบังคับ ถูกจัดให้เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 1



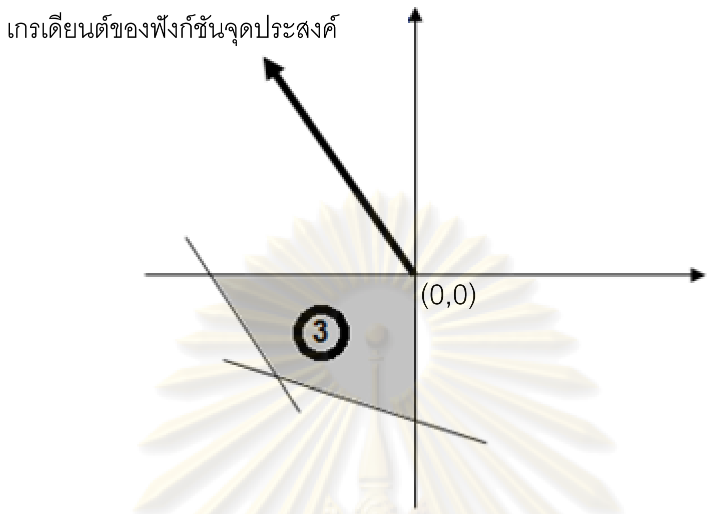
รูปที่ 3.6 ปัญหาย่อยกลุ่มที่ 1

- $\alpha < 0$ และ $\beta \geq 0$ เงื่อนไขบังคับ ถูกจัดให้เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 2



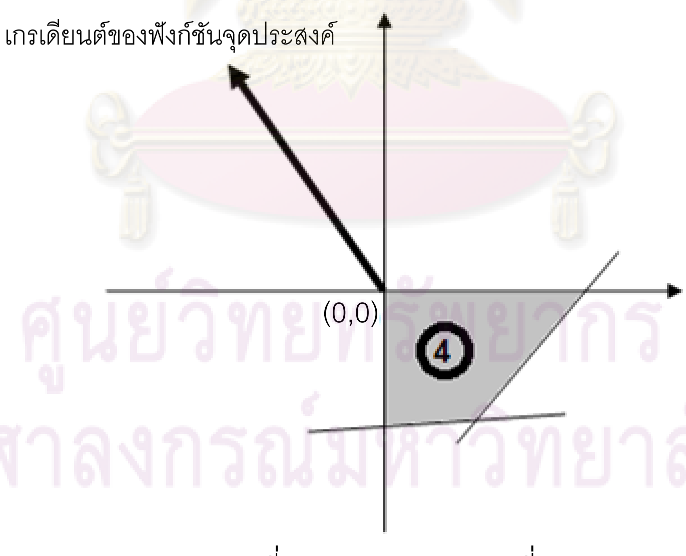
รูปที่ 3.7 ปัญหาย่อยกลุ่มที่ 2

- $\alpha \leq 0$ และ $\beta < 0$ เงื่อนไขบังคับ ถูกจัดให้เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 3



รูปที่ 3.8 ปัญหาย่อยกลุ่มที่ 3

- $\alpha > 0$ และ $\beta \leq 0$ เงื่อนไขบังคับ ถูกจัดให้เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 4



รูปที่ 3.9 ปัญหาย่อยกลุ่มที่ 4

จากรูปเห็นได้ว่า แต่ละปัญหาย่อยมีจุด (0,0) สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขบังคับและเป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ของปัญหาย่อย กล่าวคือแต่ละปัญหาย่อยสามารถแปลงเป็นปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติ กลุ่มที่ 1 ได้ จากนั้นเลือกปัญหาย่อยตามลักษณะเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ทำการหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุด

กล่าวคือ สำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ ที่มีเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$ การเลือกปัญหาย่อยมาทำการหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดสามารถทำได้ดังนี้

- ถ้า $c_1 \geq 0$ และ $c_2 > 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 1 มาทำการหาค่าที่เหมาะที่สุด
- ถ้า $c_1 < 0$ และ $c_2 \geq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 2 มาทำการหาค่าที่เหมาะที่สุด
- ถ้า $c_1 \leq 0$ และ $c_2 < 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 3 มาทำการหาค่าที่เหมาะที่สุด
- ถ้า $c_1 > 0$ และ $c_2 \leq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 4 มาทำการหาค่าที่เหมาะที่สุด

การพิจารณาลักษณะผลเฉลยของปัญหาย่อย

กำหนดให้ปัญหาย่อยที่ถูกเลือกมีจุดผลเฉลยเป็น (x, y) การพิจารณาผลเฉลยของปัญหาย่อยที่ถูกเลือกสามารถทำได้ดังนี้

กรณี $x \neq 0$ และ $y \neq 0$ ผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยที่ถูกเลือกเป็นผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาเริ่มต้น

กรณี $x = 0$ และ $y = 0$ ผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยที่ถูกเลือกเป็นผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาเริ่มต้น

กรณี $x = 0$ หรือ $y = 0$ แต่ไม่เป็น 0 พร้อมกัน เลือกปัญหาย่อยที่อยู่ติดกันมารวมกับปัญหาย่อยที่ถูกเลือกในครั้งแรก จากนั้นทำการหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดโดยกำหนดจุดเริ่มต้นสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ในการค้นหาค่าที่เหมาะที่สุดสำหรับปัญหาใหม่เป็นผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยแรกที่ถูกเลือก ถ้าผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาใหม่ไม่มีตัวใดเป็นศูนย์ได้ว่าผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาใหม่เป็นจุดที่เหมาะที่สุดของปัญหาตั้งต้น ถ้าผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยใหม่มีตัวใดตัวหนึ่งเป็นศูนย์ทำการเลือกปัญหาย่อยที่อยู่ติดกันต่อไปจนกว่าจะพบผลเฉลยที่ไม่เป็นศูนย์หรือปัญหาย่อยถูกเลือกจนครบทั้ง 4 ปัญหา

กล่าวคือ ถ้าปัญหาย่อยมีผลเฉลยอยู่ในรูป $(a, 0)$ หรือ $(0, a)$ เมื่อ $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ การเลือกปัญหาย่อยที่อยู่ติดกันสามารถทำได้ดังนี้

กรณีปัญหาย่อยแรกที่ถูกเลือก เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 1

- กรณี $x = 0, y \neq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 2 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า
- กรณี $x \neq 0, y = 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 4 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า

กรณีปัญหาย่อยแรกที่ถูกเลือก เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 2

- กรณี $x = 0, y \neq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 1 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า
- กรณี $x \neq 0, y = 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 3 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า

กรณีปัญหาย่อยแรกที่ถูกเลือก เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 3

- กรณี $x = 0, y \neq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 4 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า
- กรณี $x \neq 0, y = 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 2 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า

กรณีปัญหาย่อยแรกที่ถูกเลือก เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 4

- กรณี $x = 0, y \neq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 3 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า
- กรณี $x \neq 0, y = 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 1 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า

บทแทรก ถ้าผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยไม่เป็นศูนย์ แล้วผลเฉลยที่ได้เป็นผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาเริ่มต้น

พิสูจน์ สมมติให้จุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยที่ถูกเลือกคือ (x, y) โดยที่ $x \neq 0, y \neq 0$ และไม่ใช่จุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดของปัญหาเริ่มต้น เนื่องจาก (x, y) เป็นจุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยโดยหลักการของซิมเพล็กซ์ได้ว่า ไม่มีตัวแปรไม่พื้นฐานที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดีขึ้น หรือไม่มีตัวแปรไม่พื้นฐานที่ทำให้วิธีซิมเพล็กซ์เปลี่ยนจุดจุดขีดที่สนใจจากจุด (x, y) กล่าวคือ ไม่มีจุดสุดขีดในปัญหาย่อยที่ให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ดีกว่าจุด (x, y)

กำหนดให้จุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดของปัญหาตั้งต้นไม่ได้อยู่บนปัญหาย่อยที่ถูกเลือกได้ว่า จากจุด (x, y) จะมีตัวแปรไม่พื้นฐานที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ดีขึ้น กล่าวคือมีตัวแปรไม่พื้นฐานที่ทำให้วิธีซิมเพล็กซ์เปลี่ยนจุดสุดขีดที่สนใจจากจุด (x, y) ไปเป็นจุดอื่นเพื่อให้วิธีซิมเพล็กซ์เลื่อนไปสู่จุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดได้ เกิดข้อขัดแย้ง เนื่องจาก (x, y) เป็นจุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อย ดังนั้น จึงไม่มีตัวแปรไม่พื้นฐานที่ทำให้วิธีซิมเพล็กซ์เปลี่ยนจุดสุดขีดที่สนใจจาก (x, y) ดังนั้นจุด (x, y) เป็นจุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดของปัญหาเริ่มต้น

กรณีคำตอบที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยมีค่าใดค่าหนึ่งเป็นศูนย์ กล่าวคือ $x = 0$ หรือ $y = 0$ โดยที่ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน ทำการเลือกปัญหาย่อยที่อยู่ติดกันมารวมกับปัญหาย่อยเดิม หาค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยหลังจากรวมปัญหา ทำซ้ำจนกว่าจะพบจุดสุดขีดที่เหมาะที่สุดที่ค่า $x \neq 0$ และค่า $y \neq 0$ หรือปัญหาย่อยถูกเลือกจนครบทั้งหมด 4 ปัญหาย่อย กลับเป็นปัญหาเริ่มต้น

กรณีคำตอบที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยเป็น $x = 0$ และ $y = 0$ พบคำตอบที่เหมาะที่สุดของปัญหาเริ่มต้น

ตัวอย่าง 3.2 การแบ่งกลุ่มเงื่อนไขบังคับออกเป็น 4 กลุ่ม

$2x_1 + x_2 \leq 3$ มีเกรเดียนต์คือ $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ถูกจัดเป็นปัญหาย่อยในกลุ่มที่ 1

$-3x_1 + 2x_2 \leq 4$ มีเกรเดียนต์คือ $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ ถูกจัดเป็นปัญหาย่อยในกลุ่มที่ 2

$x_1 - x_2 \leq 6$ มีเกรเดียนต์คือ $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ถูกจัดเป็นปัญหาย่อยในกลุ่มที่ 3

$x_1 - 2x_2 \leq 5$ มีเกรเดียนต์คือ $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ ถูกจัดเป็นปัญหาย่อยในกลุ่มที่ 4

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติ ในกลุ่ม LP2 สามารถสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. จำแนกเงื่อนไขบังคับ $(a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \leq b_i)$ ออกเป็นกลุ่มตามลักษณะของสัมประสิทธิ์ของ x_1 และ x_2

   - ถ้า $a_{i1} \geq 0$ และ $a_{i2} > 0$ ถูกจัดเป็นกลุ่มที่ 1

   - ถ้า $a_{i1} < 0$ และ $a_{i2} \geq 0$ ถูกจัดเป็นกลุ่มที่ 2

   - ถ้า $a_{i1} \leq 0$ และ $a_{i2} < 0$ ถูกจัดเป็นกลุ่มที่ 3

   - ถ้า $a_{i1} > 0$ และ $a_{i2} \leq 0$ ถูกจัดเป็นกลุ่มที่ 4

2. เลือกปัญหาย่อยตามลักษณะของ $\vec{c}$

   - ถ้า $c_1 \geq 0$, $c_2 > 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 1

   - ถ้า $c_1 < 0$, $c_2 \geq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 2

   - ถ้า $c_1 \leq 0$, $c_2 < 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 3

   - ถ้า $c_1 > 0$, $c_2 \leq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 4

   ทำการหาค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยที่ถูกเลือก

3. พิจารณาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยที่ถูกเลือกในขั้นตอนที่ 2

   สมมติให้ผลเฉลยที่เหมาะที่สุดที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 คือ (x, y)

   - ถ้า $x \neq 0$ และ $y \neq 0$ พบผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของปัญหาเริ่มต้น หยุดการทำซ้ำ

   - ถ้าปัญหาย่อยถูกเลือกมารวมกันจนครบทุกปัญหาย่อย หยุดการทำซ้ำ ค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยปัจจุบันเป็นค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหาย่อยเริ่มต้น

   - ถ้า $x = 0$ หรือ $y = 0$ โดยไม่เป็น 0 พร้อมกัน พิจารณาตามกรณี ดังนี้

   กรณีปัญหาย่อยที่ถูกเลือก เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 1

- กรณี $x = 0, y \neq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 2 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า
- กรณี $x \neq 0, y = 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 4 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า

กรณีปัญหาย่อยที่ถูกเลือก เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 2

- กรณี $x = 0, y \neq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 1 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า
- กรณี $x \neq 0, y = 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 3 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า

กรณีปัญหาย่อยที่ถูกเลือก เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 3

- กรณี $x = 0, y \neq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 4 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า
- กรณี $x \neq 0, y = 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 2 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า

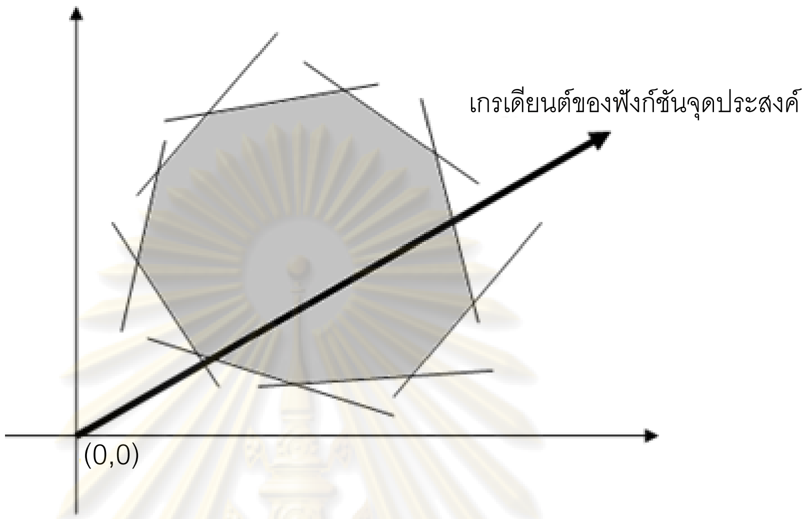
กรณีปัญหาย่อยที่ถูกเลือก เป็นปัญหาย่อยกลุ่มที่ 4

- กรณี $x = 0, y \neq 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 3 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า
- กรณี $x \neq 0, y = 0$ เลือกปัญหาย่อยกลุ่มที่ 1 มารวมกับปัญหาย่อยก่อนหน้า

4. แปลงปัญหาย่อยที่รวมกันในขั้นตอนที่ 3 ตามปัญหาย่อยที่ถูกเลือกมารวมในขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้ค่าของปัญหาย่อยที่ถูกเลือกมารวมในขั้นตอนที่ 3 ทำการหาค่าที่เหมาะที่สุดหลังจากรวมปัญหาย่อยแล้ว ทำซ้ำในขั้นตอนที่ 3

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ กลุ่มที่ 3

กลุ่มที่ 3: ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จุด (0,0) ไม่สอดคล้องกับบางเงื่อนไขบังคับ

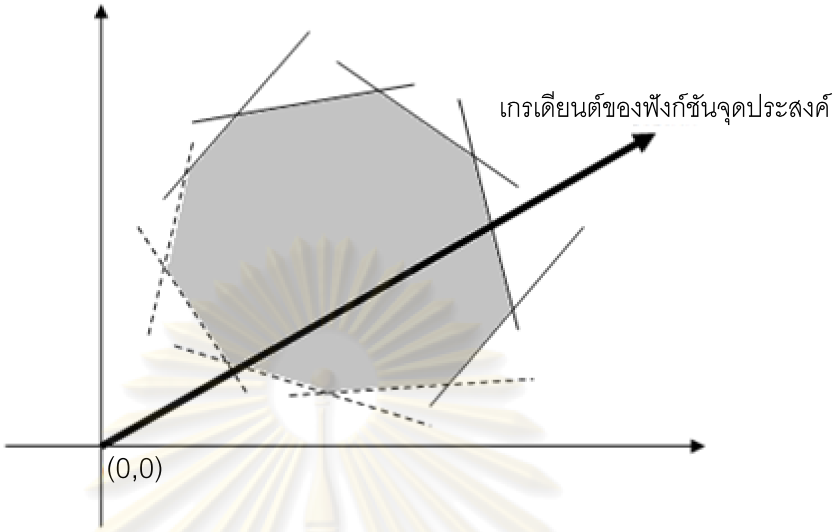


รูปที่ 3.10 ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จุด (0,0) ไม่สอดคล้องกับบางเงื่อนไขบังคับ

เนื่องจากการหาค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์จำเป็นต้องทราบจุดสุดขีดอย่างน้อยหนึ่งจุดของบริเวณที่เป็นไปได้ เพื่อกำหนดเป็นจุดเริ่มต้นของวิธีซิมเพล็กซ์สำหรับการค้นหาค่าที่เหมาะที่สุด ดังนั้นการแก้ปัญหากลุ่มที่ 3 แบ่งเป็น 2 ส่วนคือ การหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ และ การหาค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น

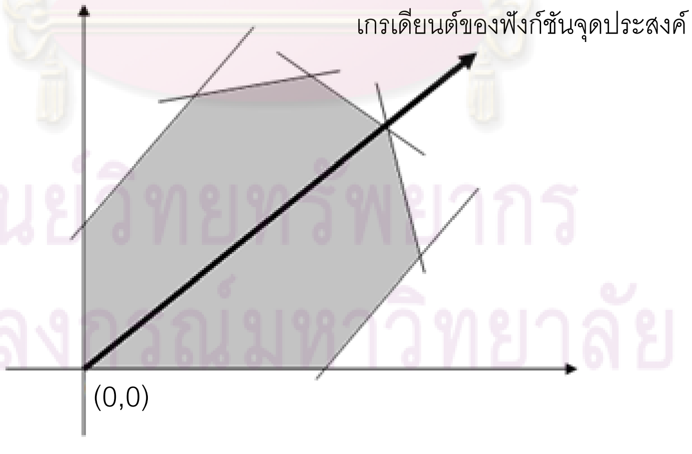
การหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

การหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ของหลักเกณฑ์การหมุนด้วยทิศทางของการประมาณจุดขีดน้อยสุด เริ่มจากการแบ่งกลุ่มเงื่อนไขบังคับออกเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มที่จุด (0,0) สอดคล้อง และกลุ่มที่จุด (0,0) ไม่สอดคล้อง ดังรูป 3.11



รูปที่ 3.11 เงื่อนไขบังคับกลุ่มที่จุด (0,0) สอดคล้อง (เส้นทึบ) เงื่อนไขบังคับกลุ่มที่จุด (0,0) ไม่สอดคล้อง (เส้นประ)

จากนั้นเลือกกลุ่มที่มีจุด (0,0) สอดคล้องมาทำการหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้สำหรับปัญหาเริ่มต้น โดยกำหนดเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ใหม่เป็นเวกเตอร์ $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ ดังรูป 3.12



รูปที่ 3.12 ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่มที่มีจุด (0,0) สอดคล้องและกำหนดเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นเวกเตอร์ $c = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$

จากนั้นในแต่ละการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ทำการตรวจสอบจุดสุดขีดที่เป็นผลเฉลยปัจจุบัน(จุดสุดขีดที่สนใจ) สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับทุกเงื่อนไขในกลุ่มที่จุด (0,0) ไม่สอดคล้อง

หรือไม่ ถ้าไม่สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขบังคับทำซ้ำจนกว่าจะพบจุดสุดขีดที่สอดคล้องทุกเงื่อนไขบังคับทุกเงื่อนไขในกลุ่มที่จุด (0,0) ไม่สอดคล้อง หรือหยุดการทำซ้ำเมื่อจำนวนการทำซ้ำเท่ากับจำนวนเงื่อนไขบังคับในกลุ่มที่มีจุด (0,0) สอดคล้อง

การหยุดการทำซ้ำสามารถพิจารณาได้เป็น 2 กรณีดังนี้

กรณีที่ 1: พบจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ กำหนดจุดสุดขีดที่พบให้เป็นจุดเริ่มต้นของวิธีซิมเพล็กซ์ในการหาค่าที่เหมาะที่สุด

กรณีที่ 2: ไม่พบจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ ทำการค้นหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์แบบสองเฟส โดยกำหนดจุดเริ่มต้นในการค้นหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของวิธีซิมเพล็กซ์แบบสองเฟสเป็น ผลเฉลยสุดท้ายก่อนหยุดการทำซ้ำของการค้นหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ด้วยกลุ่มที่มีจุด (0,0) สอดคล้อง

กรณีที่ปัญหากลุ่มที่จุดกำเนิดสอดคล้องเป็นปัญหาที่ไม่มีขอบเขต สามารถพิจารณาเป็นกรณีได้ดังนี้

กรณี 1: เซตของปัญหากลุ่มที่จุดกำเนิดสอดคล้องเป็นเซตว่าง สามารถสรุปได้ว่าปัญหาดังกล่าวไม่มีขอบเขต

กรณี 2: เซตของปัญหากลุ่มที่จุดกำเนิดสอดคล้องไม่เป็นเซตว่างและเป็นปัญหาไม่มีขอบเขต ทำการค้นหาผลเฉลยที่เป็นไปได้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์โดยกำหนดทิศทางสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ในทิศทางที่มีขอบเขต กล่าวคือ ทิศทางที่พบจุดสุดขีดที่เป็นไปได้ของปัญหากลุ่มที่จุดกำเนิดสอดคล้อง ทำซ้ำจนกว่าจะพบจุดสุดขีดสุดท้ายก่อนที่วิธีซิมเพล็กซ์จะพบว่าปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาไม่มีขอบเขต จากนั้นกำหนดจุดสุดขีดจากขั้นก่อนหน้านี้เป็นจุดเริ่มต้นในการค้นหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดของวิธีซิมเพล็กซ์แบบสองเฟส

ตัวอย่าง 3.3 การแบ่งกลุ่มเงื่อนไขบังคับที่จุด (0,0) สอดคล้องและจุด (0,0) ไม่สอดคล้อง

$x_1 + x_2 \leq 10$ แทนค่า $x_1 = 0$ และ $x_2 = 0$ ได้ว่า $0 + 0 \leq 10$ เงื่อนไขบังคับถูกจัดอยู่ในกลุ่มที่มีจุด (0,0) สอดคล้อง

$x_1 + x_2 \geq 3$ แทนค่า $x_1 = 0$ และ $x_2 = 0$ ได้ว่า $0 + 0 \ngeq 3$ เงื่อนไขบังคับถูกจัดอยู่ในกลุ่มที่มีจุด (0,0) ไม่สอดคล้อง

การแบ่งปัญหากำหนดการเชิงเส้นออกเป็น 3 กลุ่มด้วยหลักการดังกล่าวข้างต้นทำให้หลักเกณฑ์การหมุนด้วยจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ สามารถแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติ ที่บริเวณที่เป็นไปได้ไม่เป็นเซตว่างและทุกเงื่อนไขบังคับเป็นส่วนประกอบของบริเวณที่เป็นไปได้ ในส่วนต่อไปจะกล่าวถึงการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ ด้วยหลักเกณฑ์การหมุนด้วยจำนวนจุดสุดขีดใน 3 มิติ

3.2 หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 3 มิติ

รูปแบบปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติที่ใช้ในงานวิจัยนี้

$$\begin{gathered} Maximize\ c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 \leq b_n \end{gathered}$$

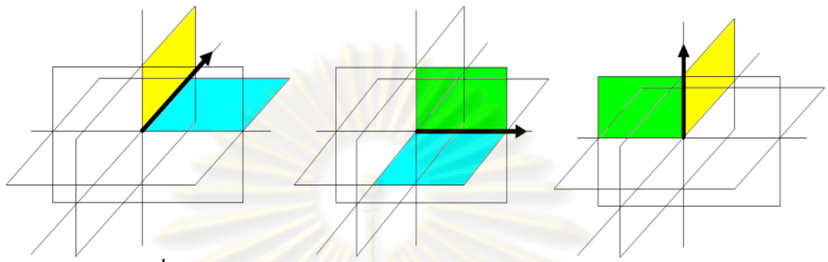
โดย $b_i \in \mathbb{R}$ กล่าวคือ b_i สามารถเป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบ

ดังนั้น เกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับที่ i คือ $\begin{bmatrix} a_{i1} \\ a_{i2} \\ a_{i3} \end{bmatrix}$

หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดในสามมิติ มีหลักการคล้ายกับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ แต่เนื่องจากการหาค่าที่เหมาะที่สุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์สำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 3 มิติไม่สามารถแบ่งกลุ่มเงื่อนไขบังคับออกเป็นสองกลุ่มได้อย่างชัดเจนเหมือนกับปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ ดังนั้นการกำหนดค่าของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดสำหรับทิศทางใน 3 มิติ ทำได้จากการประมาณจำนวนจุดสุดขีดในทิศทางที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ไม่ต่ำกว่าเดิมชี้ไป

นิยาม ทิศทางในปัญหากำหนดการเชิงเส้นสามมิติ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ทำมุมฉากกับเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับสองเงื่อนไข ณ ผลเฉลยปัจจุบัน และทำมุมแหลมกับเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์

กล่าวคือ ทิศทางในปัญหากำหนดการเชิงเส้นสามมิติ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่เกิดจากผลคูณไขว้ของเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับ 2 เงื่อนไข และทำมุมแหลมกับเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์



รูปที่ 3.13 ทิศทางในปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ

สำหรับเวกเตอร์ในสามมิติ $A = \alpha_1\vec{\imath} + \beta_1\vec{\jmath} + \gamma_1\vec{k}$ และ $B = \alpha_2\vec{\imath} + \beta_2\vec{\jmath} + \gamma_2\vec{k}$ มีผลคูณไขว้คือ

$$A \times B = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \end{vmatrix} = \beta_1\gamma_1\vec{\imath} + \gamma_1\alpha_2\vec{\jmath} + \alpha_1\beta_2\vec{k} - \alpha_2\beta_1\vec{k} - \beta_2\gamma_1\vec{\imath} - \gamma_2\alpha_1\vec{\jmath}$$

$$= (\beta_1\gamma_2 - \beta_2\gamma_1)\vec{\imath} + (\gamma_1\alpha_2 - \gamma_2\alpha_1)\vec{\jmath} + (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1)\vec{k}$$

ดังนั้นทิศทางสามารถคำนวณได้จาก $\frac{A\times B}{|A\times B|}$

ตัวอย่าง 3.4 การคำนวณทิศทาง

สำหรับจุดกำเนิดใน 3 มิติ ที่เกิดจากการตัดกันของระนาบ 3 ระนาบ ดังนี้

เงื่อนไขบังคับที่ (1) $\quad x_1 + 0x_2 + 0x_3 \le 0$

เงื่อนไขบังคับที่ (2) $\quad 0x_1 + x_2 + 0x_3 \le 0$

เงื่อนไขบังคับที่ (3) $\quad 0x_1 + 0x_2 + x_3 \le 0$

และมีเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ $c = [1 \quad 1 \quad 1]^T$

ทิศทางที่เกิดจากการตัดกันของเงื่อนไขบังคับที่ 1 และเงื่อนไขบังคับที่ 2 คือ

เวกเตอร์ตั้งฉากกับเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับ คือ

$$[0\cdot 0 - 1\cdot 0 \quad 0\cdot 0 - 0\cdot 1 \quad 1\cdot 1 - 0\cdot 0]^T = [0 \quad 0 \quad 1]^T$$

หรือ เวกเตอร์ $[0 \quad 0 \quad -1]^T$

พิจารณา

$$[0 \quad 0 \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 1 \geq 0$$

$$[0 \quad 0 \quad -1] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = -1 < 0$$

ทิศทางที่เกิดจากการตัดกันของเงื่อนไขบังคับที่ 1 และเงื่อนไขบังคับที่ 2 คือ เวกเตอร์ $\frac{[0 \quad 0 \quad 1]^T}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}}$

ในทำนองเดียวกันเราสามารถคำนวณทิศทางที่เหลืออีก 2 ทิศทาง

ทิศทางที่เกิดจากการตัดกันของเงื่อนไขบังคับที่ 1 และเงื่อนไขบังคับที่ 3 คือ เวกเตอร์ $\frac{[0 \quad 1 \quad 0]^T}{\sqrt{0^2+1^2+0^2}}$

ทิศทางที่เกิดจากการตัดกันของเงื่อนไขบังคับที่ 2 และเงื่อนไขบังคับที่ 3 คือ เวกเตอร์ $\frac{[1 \quad 0 \quad 0]^T}{\sqrt{1^2+0^2+0^2}}$

ได้ว่า ทิศทางที่วิธีซิมเพล็กซ์จะเคลื่อนที่ออกจากจุดกำเนิดเป็นไปได้ 3 ทิศทางคือ

$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ และ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 3 มิติ แบ่งการพิจารณาปัญหากำหนดการเชิงเส้นออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

กลุ่มที่ 1: ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุด (0,0,0) สอดคล้องทุกเงื่อนไขบังคับและเป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ค่าของตัวแปรตัดสินใจมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

กลุ่มที่ 2: ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุด (0,0,0) สอดคล้องทุกเงื่อนไขบังคับและไม่เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

กลุ่มที่ 3: ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จุด (0,0,0) ไม่สอดคล้องบางเงื่อนไขบังคับ

3.2.1 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 3 มิติ กลุ่มที่ 1

กลุ่มที่ 1: ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุด (0,0,0) สอดคล้องทุกเงื่อนไขบังคับและเป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ค่าของตัวแปรตัดสินใจมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติกลุ่มที่ 1 ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เนื่องจากจุด (0,0,0) เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ ดังนั้นกำหนดให้จุด (0,0,0) เป็นจุดเริ่มต้นของวิธีซิมเพล็กซ์ในการหาค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น

ค่าของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดสำหรับแต่ละทิศทางในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ กำหนดโดยนับจำนวนเงื่อนไขบังคับที่มีระยะห่างระหว่างจุดปลายของเวกเตอร์หนึ่ง

หน่วยของเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับกับทิศทาง น้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดปลายของทิศทางนั้นกับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์

กล่าวคือ สำหรับเงื่อนไขบังคับที่ i

กำหนดโดย $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 \leq b_i$

มีเกรเดียนต์ คือ $G_i = [a_{i1} \quad a_{i2} \quad a_{i3}]^T$ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับกำหนดโดย $\widehat{G_i} = \frac{[a_{i1} \quad a_{i2} \quad a_{i3}]^T}{\sqrt{(a_{i1})^2+(a_{i2})^2+(a_{i3})^2}}$

เกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $C = [c_1 \quad c_2 \quad c_3]^T$ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์กำหนดโดย $\hat{C} = \frac{[c_1 \quad c_2 \quad c_3]^T}{\sqrt{(c_1)^2+(c_2)^2+(c_3)^2}}$

และ เงื่อนไขที่ i ถูกจัดอยู่ในกลุ่มของทิศทาง D เมื่อ

$$\left[\widehat{G_i} - D\right] \cdot \left[\widehat{G_i} - D\right]^T \leq \left[D - \hat{C}\right] \cdot \left[D - \hat{C}\right]^T$$

ด้วยหลักการดังกล่าวข้างต้น ทำให้สามารถกำหนดค่าของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดสำหรับแต่ละทิศทางได้ จากนั้นกำหนดทิศทางสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางที่มีค่าของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุด

ตัวอย่าง 3.5 การจัดกลุ่มเงื่อนไขบังคับ

สมมติให้ทิศทาง $D = [1 \quad 0 \quad 0]^T$ เกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $c = [1 \quad 1 \quad 1]^T$

และเงื่อนไขบังคับ $G_1: x_1 + 0.5x_2 + x_3 \leq 3$, $G_2: -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 4$

พิจารณาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเกรเดียนต์เงื่อนไขบังคับคือ

$$\hat{c} = \frac{[1 \quad 1 \quad 1]^T}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = [0.577 \quad 0.577 \quad 0.577]$$

เงื่อนไขบังคับ $G_1: x_1 + 0.5x_2 + x_3 \leq 3$ มีเกรเดียนต์คือ $[1 \quad 0.5 \quad 1]^T$ แปลงเป็นเวกเตอร์ขนาด 1 หน่วยได้เป็น $[0.667 \quad 0.333 \quad 0.667]^T$

พิจารณา ระยะห่างระหว่าง จุดปลายของ D และ $\hat{c}$ มีค่า 0.919

พิจารณา ระยะห่างระหว่าง จุดปลายของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับ G_1 และ D มีค่า 0.816 ดังนั้น เงื่อนไขบังคับ G_1 ถูกจัดอยู่ในกลุ่มของทิศทาง D

เงื่อนไขบังคับ $G_2: -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 4$ มีเกรเดียนต์คือ $[-1 \quad 2 \quad 3]^T$ แปลงเป็นเวกเตอร์ขนาด 1 หน่วยได้เป็น $[-0.267 \quad 0.534 \quad 0.802]^T$

พิจารณา ระยะห่างระหว่าง จุดปลายของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับ G_2 และ D มีค่า 1.592 ดังนั้นเงื่อนบังคับ G_2 ไม่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มของทิศทาง D

3.2.2 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 3 มิติ กลุ่มที่ 2

กลุ่มที่ 2 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุด (0,0,0) สอดคล้องทุกเงื่อนไขบังคับและไม่เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

เนื่องจากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ตัวแปรตัวสินใจ x ต้องมีค่าไม่เป็นลบแต่ปัญหาในกลุ่มที่ 2 ค่าของตัวแปรตัดสินใจ x เป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบ ดังนั้นการแก้ปัญหาในกลุ่มนี้จึงต้องการการแปลงปัญหา

สำหรับทุกตัวแปร $x \in \mathbb{R}$ สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$x = x' - x''$$

เมื่อ $x', x'' \geq 0$

โดยหลักการดังกล่าวข้างต้นทำให้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นเดิมมีมิติเพิ่มขึ้นทำให้ทิศทางของหลักเกณฑ์การหมุนด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดใน 3 มิติจึงไม่สามารถคำนวณได้จากผลคูณไขว้ของเกรเดียนต์ของระนาบที่ตัดกัน

ทิศทางสำหรับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 3 มิติ กลุ่มที่ 2 นิยามได้จาก เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับที่ไม่ขึ้นอยู่กับทิศทางนั้น และทำมุมแหลมกับเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์ จากนั้นใช้หลักการเดียวกันในการกำหนดค่าของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่มที่ 1

กล่าวคือ ทิศทางสำหรับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 3 มิติกลุ่มที่ 2 กำหนดโดยเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเกรเดียนต์ของเงื่อนไขบังคับที่ตัวแปรช่วยของเงื่อนไขบังคับนั้นถูกเลือกเป็นตัวแปรเข้าและทำมุมแหลมกับเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์

3.2.3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 3 มิติ กลุ่มที่ 3

กลุ่มที่ 3 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จุด (0,0,0) ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ ในกลุ่มที่ 3 มีหลักการเดียวกันกับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติในกลุ่มที่ 3 ต่างกันเพียงการกำหนดค่าของการประมาณของแต่ละทิศทาง

ตัวอย่าง 3.6 การแบ่งกลุ่มเงื่อนไขบังคับที่จุด (0,0,0) สอดคล้องและจุด (0,0,0) ไม่สอดคล้อง

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$ แทนค่า $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ และ $x_3 = 0$ ได้ว่า $0 + 0 + 0 \leq 10$ เงื่อนไขบังคับถูกจัดอยู่ในกลุ่มที่มีจุด (0,0,0) เป็นสอดคล้อง

$x_1 + x_2 + x_3 \geq 3$ แทนค่า $x_1 = 0,\ x_2 = 0$ และ $x_3 = 0$ ได้ว่า $0 + 0 + 0 \ngeq 3$ เงื่อนไขบังคับถูกจัดอยู่ในกลุ่มที่มีจุด (0,0,0) ไม่สอดคล้อง

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 3 มิติไม่สามารถแบ่งกลุ่มเงื่อนไขบังคับออกเป็น 2 กลุ่มได้อย่างชัดเจนเหมือนกับปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ เนื่องจากตัวแปรไม่พื้นฐานที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ดีขึ้นมีมากกว่า 2 ตัว กล่าวคือทิศทางที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ดีขึ้นมีมากกว่า 2 ทิศทาง การนิยามทิศทางด้วยผลคูณไขว้ของเงื่อนไขบังคับ และการแบ่งปัญหาออกเป็น 3 กลุ่ม ด้วยหลักการข้างต้นทำให้หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 3 มิติ สามารถแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ ที่บริเวณที่เป็นไปได้ไม่เป็นเซตว่างและทุกเงื่อนไขบังคับเป็นส่วนประกอบของบริเวณที่เป็นไปได้

หลักเกณฑ์การหมุนของวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ และ 3 มิติ ทำการประมาณจำนวนจุดสุดขีดที่คาดว่าวิธีซิมเพล็กซ์จะเคลื่อนที่ผ่านด้วยการจัดกลุ่มเงื่อนไขบังคับที่ขึ้นอยู่กับทิศทางนั้น จากนั้นกำหนดทิศทางสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ในทิศทางที่มีจำนวนจุดสุดขีดน้อยที่สุดในการหาค่าที่เหมาะที่สุดของวิธีซิมเพล็กซ์ เนื่องจากในปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติมีความซับซ้อนมากกว่าปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติ จึงมีการคำนวณที่มากกว่าในการทำซ้ำแต่ละรอบ ในบทถัดไปจะกล่าวถึงผลการทดลองและการสรุปผล

บทที่ 4
ผลการวิจัยและสรุปผล

4.1 ผลการวิจัย

ในการทดลองสิ่งที่สนใจคือ จำนวนการทำซ้ำและเวลาที่ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติและ 3 มิติของวิธีซิมเพล็กซ์ เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ประมวลผลชุดคำสั่งวิธีซิมเพล็กซ์และใช้คำนวณเวลาที่ใช้หาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดมาจากการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์เครื่องเดียวกันที่มี

1. หน่วยประมวลผลกลาง Intel(R) Core 2
2. ความเร็วของหน่วยประมวลผลกลางเท่ากับ CPU 2.13 GHz
3. ระบบปฏิบัติการวินโดว์ 7
4. หน่วยความจำสำรอง (Random Access Memory: RAM) เท่ากับ 1 GB.

ภาษาที่ใช้ในการเขียนชุดคำสั่งวิธีซิมเพล็กซ์คือโปรแกรม SCILAB เวอร์ชัน 5.2 สำหรับรายละเอียดในการสร้างปัญหาจำลองปรากฏในภาคผนวก ก และปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่นำมาใช้ในการทดสอบแบ่งเป็น 3 กลุ่มได้ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 (LP1) ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุดกำเนิดสอดคล้องทุกเงื่อนไขบังคับและเป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

กลุ่มที่ 2 (LP2) ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุดกำเนิดสอดคล้องทุกเงื่อนไขบังคับและไม่เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

กลุ่มที่ 3 (LP3) ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จุดกำเนิดไม่สอดคล้องบางเงื่อนไขบังคับ

ในแต่ละกลุ่มของปัญหา จำลองปัญหากำหนดการเชิงเส้นแบบสุ่มจำนวน 3000 เงื่อนไขบังคับ จำนวน 5 ปัญหา

ในผลการทดลองกำหนดให้

No. Con. แทน จำนวนเงื่อนไขบังคับ

D แทนวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิก

S แทนวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุด

L แทนวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุด

MEX2D แทนวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ

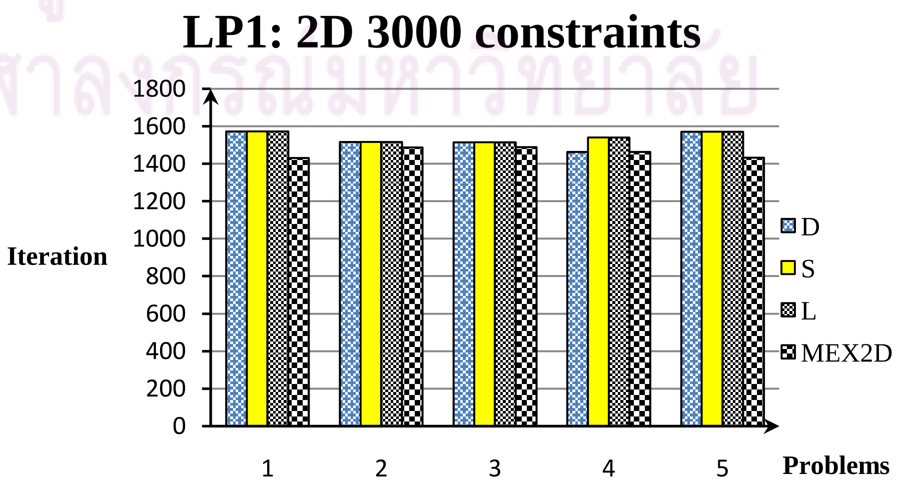
MEX3D แทนวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุด 3 มิติ

ผลการทดลองแสดงจำนวนการทำซ้ำและเวลา ของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนแต่ละหลักเกณฑ์ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP1, LP2 และ LP3 ได้แสดงดังตาราง 4.1 – 4.6 โดยที่กำหนดให้ทุกปัญหาในแต่ละกลุ่มมีเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์คือ $[1 \quad 1]^T$ สำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ และ $[1 \quad 1 \quad 1]^T$ สำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 3 มิติ

ผลการทดลอง LP1 : 2 มิติ ปัญหาจำลองแบบสุ่ม 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. Con.	Iterations			
		D	S	L	MEX2D
#1	3000	1573	1573	1573	1431
#2	3000	1516	1516	1516	1488
#3	3000	1515	1515	1515	1489
#4	3000	1463	1541	1541	1463
#5	3000	1572	1572	1572	1432

ตาราง 4.1 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติ แบบสุ่ม 5 ปัญหาของกลุ่ม LP1

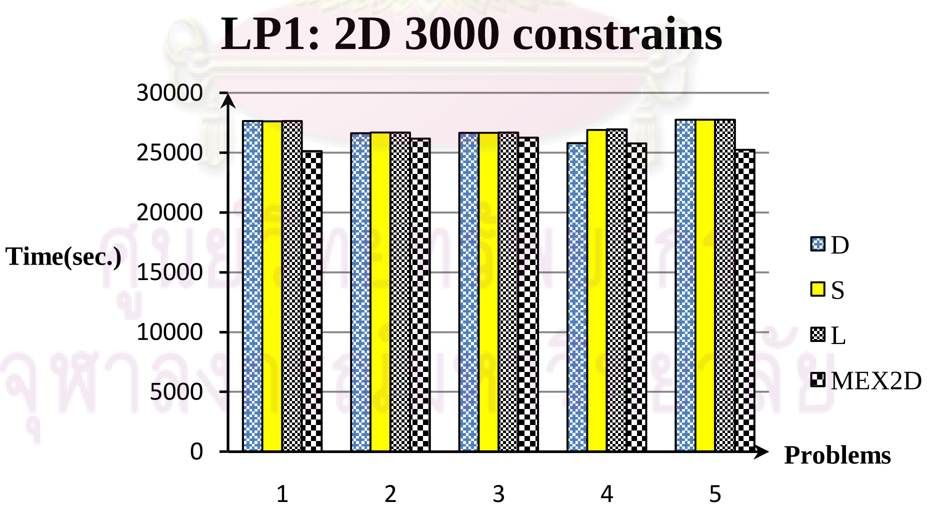


รูปที่ 4.1 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP1

ตาราง 4.1 และรูป 4.1 เห็นได้ว่าจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับ MEX2D มีจำนวนการทำซ้ำน้อยกว่าหรือเท่ากับจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนอื่นเนื่องจากเมื่อปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ มีจำนวนเงื่อนไขบังคับไม่เท่ากันในแต่ละด้านของบริเวณที่เป็นไปได้ซึ่งถูกแบ่งออกเป็นสองส่วนด้วยฟังก์ชันจุดประสงค์ MEX2D จะกำหนดทิศทางการค้นหาค่าที่เหมาะที่สุดสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ในด้านที่มีจำนวนจุดสุดขีดน้อยที่สุดเสมอ

No.	No. Con.	Time(sec.)			
		D	S	L	MEX2D
#1	3000	27650.38	27621.32	27653.91	25128.70
#2	3000	26642.08	26684.50	26693.22	26172.21
#3	3000	26658.84	26666.51	26679.73	26241.90
#4	3000	25787.98	26894.10	26959.67	25777.68
#5	3000	27740.80	27744.31	27742.08	25232.05

ตาราง 4.2 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหาในกลุ่ม LP1 ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุน



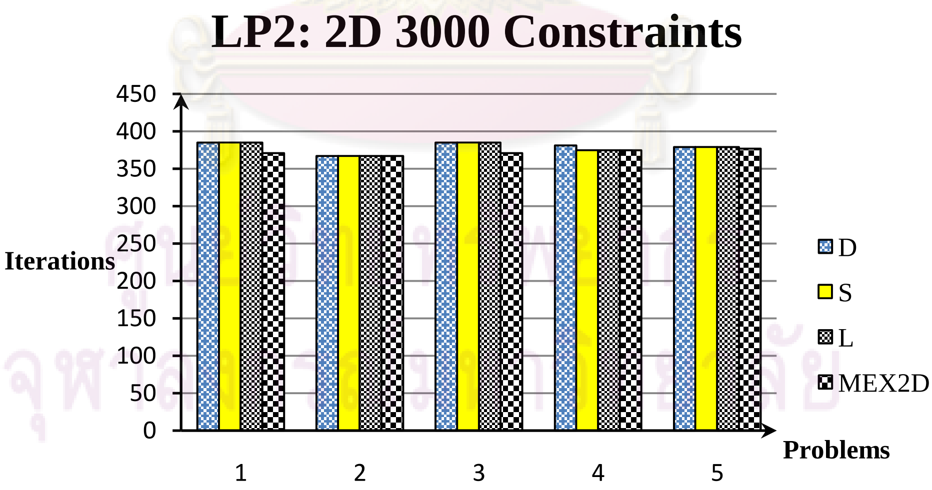
รูปที่ 4.2 กราฟเปรียบเทียบเวลาของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP1

ตาราง 4.1 และรูป 4.2 เห็นได้ว่าเวลาในการหาค่าที่เหมาะที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับ MEX2D มีเวลาน้อยกว่า วิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดและหลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุดถึงแม้ว่าจะมีจำนวนการทำซ้ำเท่ากัน

ผลการทดลอง LP2 : 2 มิติ ปัญหาจำลองแบบสุ่ม 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. Con	Iterations			
		D	S	L	MEX2D
#1	3000	385	385	385	371
#2	3000	367	367	367	367
#3	3000	385	385	385	371
#4	3000	381	375	375	375
#5	3000	379	379	379	377

ตาราง 4.3 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติ แบบสุ่ม 5 ปัญหาของกลุ่ม LP2

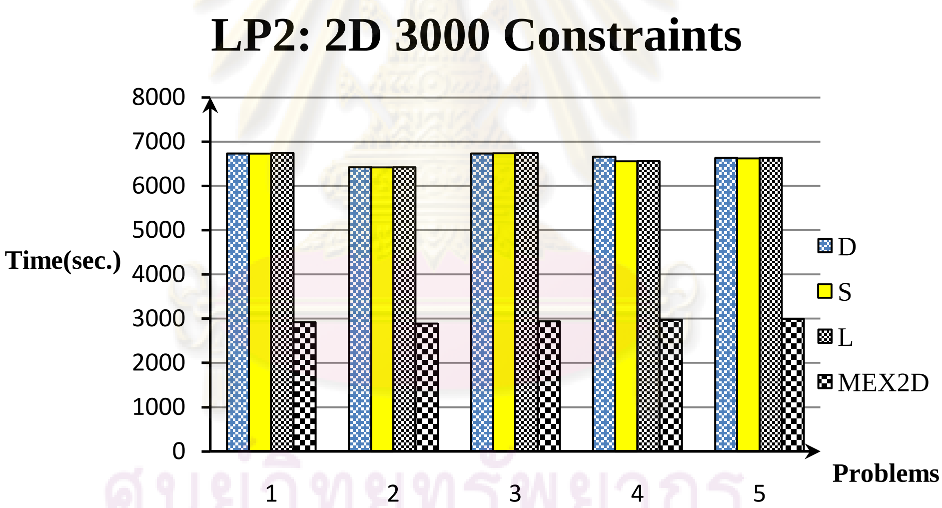


รูปที่ 4.3 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP2

ตาราง 4.3 และรูป 4.3 เห็นได้ว่าวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับ MEX2D มีจำนวนการทำซ้ำน้อยกว่าหรือเท่ากับวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนอื่นในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP2

No.	No. Con	Time(sec.)			
		D	S	L	MEX2D
#1	3000	6733.409	6732.098	6735.562	2916.049
#2	3000	6417.819	6418.708	6422.53	2886.986
#3	3000	6733.908	6737.761	6737.168	2936.844
#4	3000	6656.656	6555.646	6559.826	2974.861
#5	3000	6626.891	6623.74	6631.603	2997.793

ตาราง 4.4 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหาในกลุ่ม LP2 ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุน



รูปที่ 4.4 กราฟเปรียบเทียบเวลาของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP2

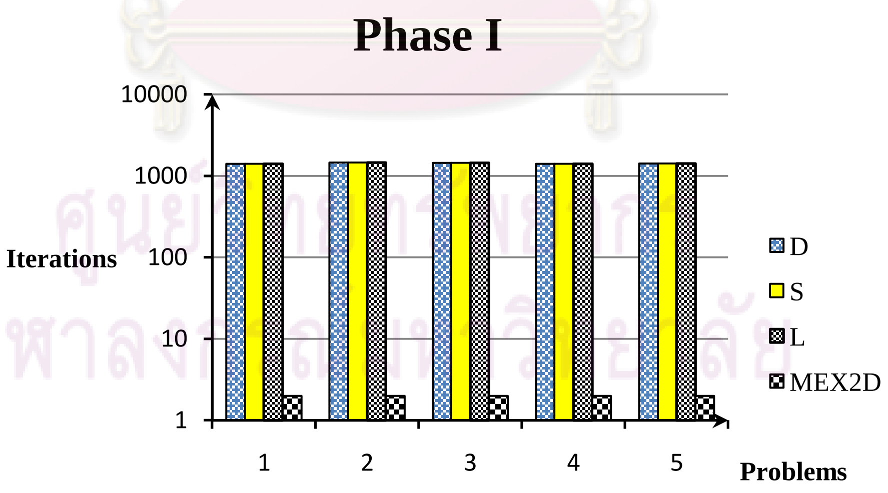
ตาราง 4.4 และรูป 4.4 เห็นได้ว่าวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับ MEX2D มีเวลาน้อยกว่าวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนอื่นในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP2 เนื่องจากในการแก้ปัญหาในกลุ่ม LP2 MEX2D ได้ลดขนาดของปัญหาให้มีขนาดเล็กลงทำให้ใช้เวลาในการหาค่าที่เหมาะที่สุดได้เร็วขึ้น

ผลการทดลอง LP3 : 2 มิติ ปัญหาจำลองแบบสุ่ม 3000 เงื่อนไขบังคับ

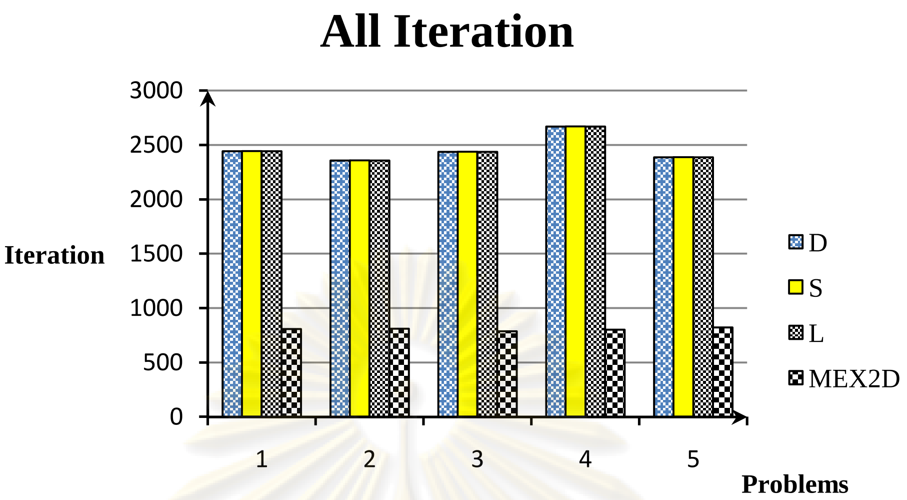
จากตาราง 4.5 – 4.6 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับ MEX2D มีจำนวนการทำซ้ำน้อยกว่าในขั้นตอนของการหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ (Phase I) และใช้เวลาในการหาค่าที่เหมาะที่สุดน้อยกว่าหลักเกณฑ์การหมุนอื่น เนื่องจากในขั้นตอนหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ หลักเกณฑ์การหมุนด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติได้ลดจำนวนเงื่อนไขบังคับก่อนการหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

No.	No. Con	Iterations							
		D		S		L		MEX2D	
		Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All
#1	3000	1405	2442	1405	2442	1405	2442	2	810
#2	3000	1452	2359	1452	2359	1452	2359	2	811
#3	3000	1440	2437	1439	2436	1440	2437	2	789
#4	3000	1408	2670	1407	2669	1408	2670	2	804
#5	3000	1416	2387	1415	2386	1416	2387	2	822

ตาราง 4.5 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติ แบบสุ่ม 5 ปัญหา ของ กลุ่ม LP3



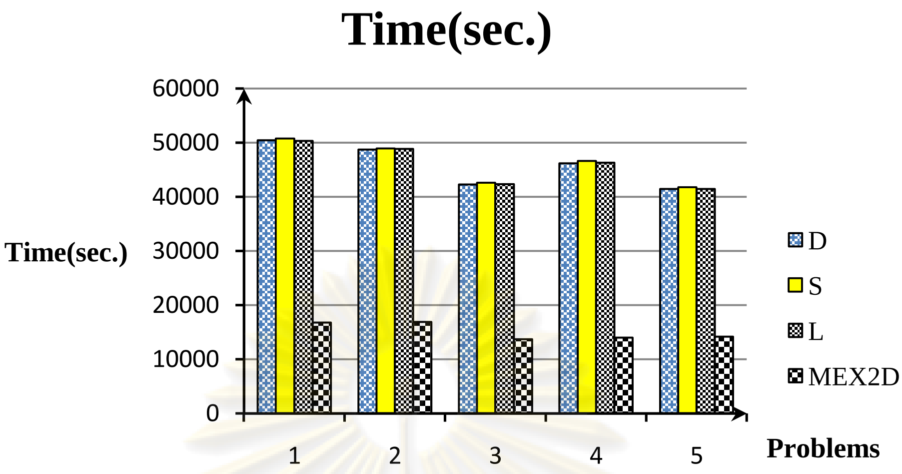
รูปที่ 4.5 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ในขั้นตอนการหาจุดสุดขีดที่เป็นไปได้ (Phase I)



รูปที่ 4.6 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP3

No.	No. Con.	Time(sec.)			
		D	S	L	MEX2D
#1	3000	50499.68	50762.98	50373.55	16793.48
#2	3000	48728.99	48946.03	48863.65	16897.79
#3	3000	42279.17	42615.06	42360.67	13739.69
#4	3000	46196.9	46640.07	46356.45	14011.65
#5	3000	41480	41792.78	41466.49	14207.45

ตาราง 4.6 เวลาในการหาค่าที่เหมาะที่สุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ กลุ่ม LP3



รูปที่ 4.7 กราฟเปรียบเทียบเวลาของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP3

ตาราง 4.6 และรูป 4.7 เห็นได้ว่าวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับ MEX2D ใช้เวลาน้อยกว่าวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนอื่นในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP3 เนื่องจากในการแก้ปัญหาในกลุ่ม LP3 MEX2D ได้ลดขนาดของปัญหาในขั้นตอนการหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้เพื่อกำหนดเป็นจุดกำเนิด ทำให้ปัญหามีขนาดเล็กลงเวลาที่ใช้ในการหาค่าที่เหมาะที่สุดได้เร็วขึ้น

ผลการทดลองการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ

การสร้างปัญหาจำลองใน 3 มิติ มีการสุ่มค่าของมุม θ_1 และ θ_2 เพื่อสร้างจุดที่ผ่านเงื่อนไขบังคับ โดย θ_1 คือ มุมบนระนาบ xy และ θ_2 คือ มุมบนระนาบ yz รายละเอียดการสร้างปัญหาจำลองปัญหาใน 3 มิติ ปรากฏในภาคผนวก ก

ผลการทดลองที่แสดงแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือ

กลุ่มที่ 1 จำนวนมุม θ_1 ที่สร้างบนระนาบ xy มากกว่าจำนวนมุม θ_2 ที่สร้างบนระนาบ yz กล่าวคือ ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ มี θ_1 สร้างแบบสุ่มจำนวน 61 มุมสามารถสร้างจุดบนระนาบ xy 60 จุด และมี θ_2 สร้างแบบสุ่มจำนวน 51 มุมสามารถสร้างจุดบนระนาบ yz 50 จุด

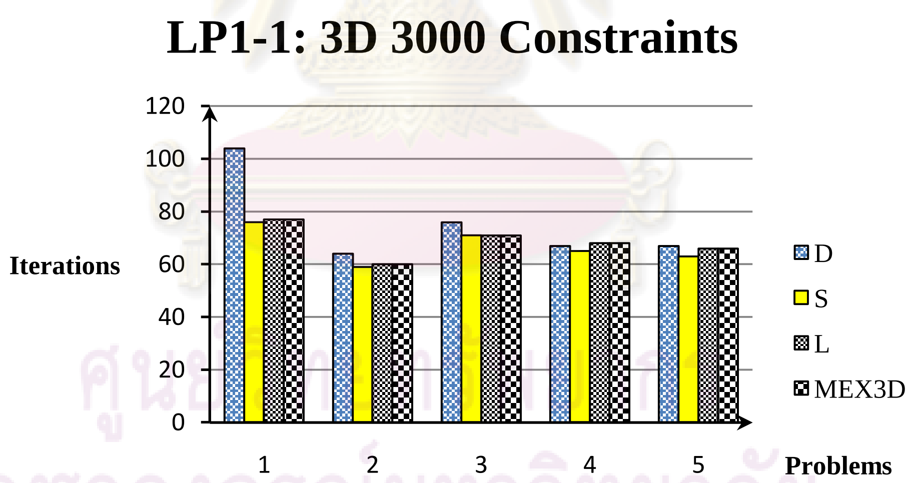
กลุ่มที่ 2 จำนวนมุม θ_1 ที่สร้างบนระนาบ xy น้อยกว่าจำนวนมุม θ_2 ที่สร้างบนระนาบ yz กล่าวคือ ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ มี θ_1 สร้างแบบสุ่มจำนวน 51 จำนวนสามารถสร้างจุดบน

ระนาบ xy 50 จุด และมี θ_2 สร้างแบบสุ่มจำนวน 61 จำนวนสามารถสร้างจุดบนระนาบ yz 60 จุด

ผลการทดลอง LP1: 3 มิติ ปัญหาจำลองแบบสุ่ม 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	61	3000	104	76	77	77
#2	51	61	3000	64	59	60	60
#3	51	61	3000	76	71	71	71
#4	51	61	3000	67	65	68	68
#5	51	61	3000	67	63	66	66

ตาราง 4.7 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ แบบสุ่ม 5 ปัญหาของปัญหากลุ่ม LP1-1



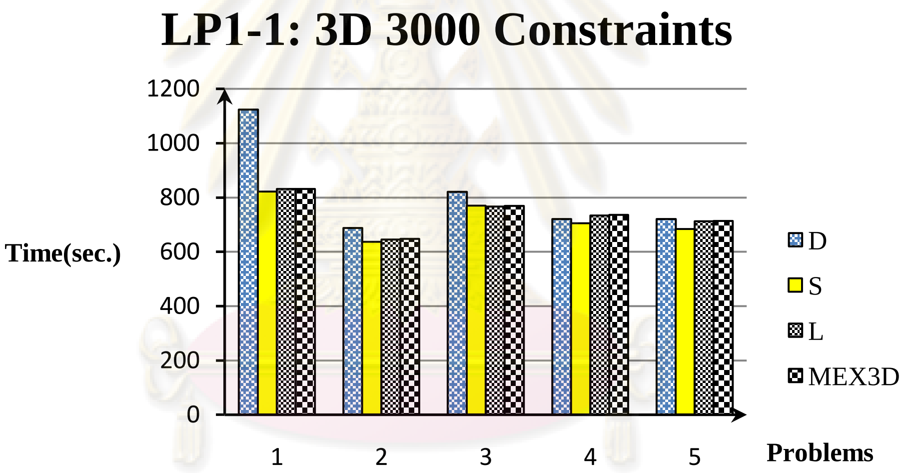
รูปที่ 4.8 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP1-1

ตาราง 4.7 และรูป 4.8 เห็นได้ว่าจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP1-1 ที่มีการสร้างจำนวนมุม θ_1 บนระนาบ xy น้อยกว่าการสร้างจำนวนมุม θ_2 บนระนาบ yz ใช้ร่วมกับ MEX3D มีจำนวนการทำซ้ำน้อยกว่าวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้

ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิก และมีจำนวนทำซ้ำใกล้เคียงกับวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดและหลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุด

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	61	3000	1123.8	821.5013	830.6897	831.5945
#2	51	61	3000	687.0596	636.4841	645.1421	647.5914
#3	51	61	3000	820.0661	770.5513	766.5109	768.3205
#4	51	61	3000	720.943	705.4521	733.3139	736.2935
#5	51	61	3000	720.007	683.5028	712.285	713.3146

ตาราง 4.8 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหาในกลุ่ม LP1-1 ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุน

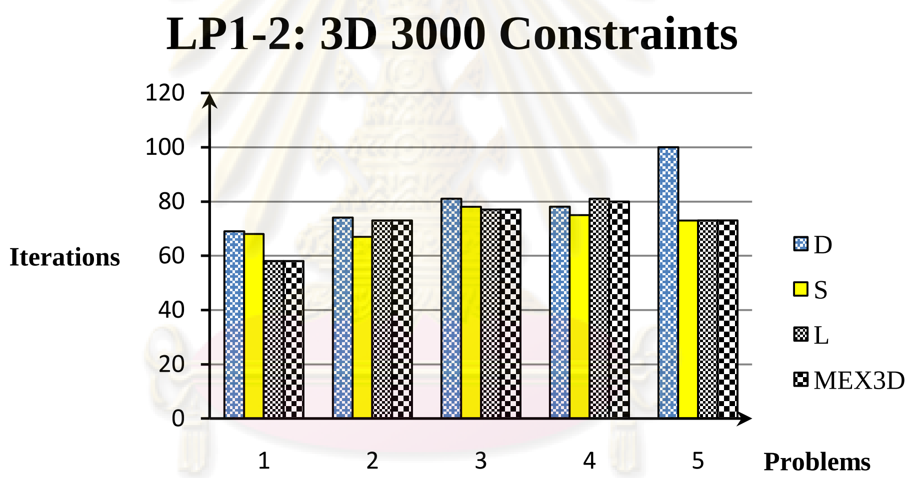


รูปที่ 4.9 กราฟเปรียบเทียบเวลาของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช่ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์หารหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP1-1

ตาราง 4.8 และรูป 4.9 เห็นได้ว่าเวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP1-1 ที่มีการสร้างจำนวนมุม θ_1 บนระนาบ xy น้อยกว่าการสร้างจำนวนมุม θ_2 บนระนาบ yz ใช้ร่วมกับ MEX3D มีเวลาโดยเฉลี่ย ไม่ต่างกับใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดและหลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุด โดยที่เวลาเฉลี่ยที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิกมีค่ามากที่สุด

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	M
#1	61	51	3000	69	68	58	58
#2	61	51	3000	74	67	73	73
#3	61	51	3000	81	78	77	77
#4	61	51	3000	78	75	81	80
#5	61	51	3000	100	73	73	73

ตาราง 4.9 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ แบบสุ่ม 5 ปัญหาของกลุ่ม LP1-2

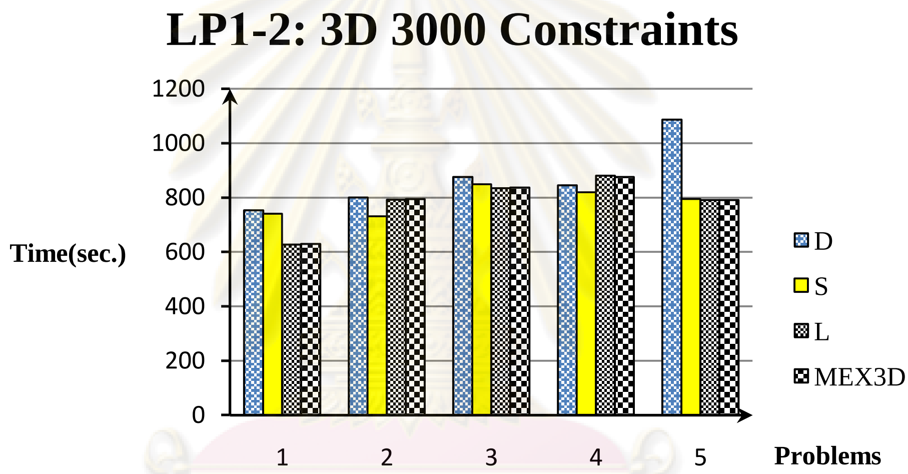


รูปที่ 4.10 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP1-2

ตาราง 4.9 และรูป 4.10 เห็นได้ว่าจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP1-2 ที่มีการสร้างจำนวนมุม θ_1 บนระนาบ xy มากกว่าการสร้างจำนวนมุม θ_2 บนระนาบ yz ใช้ร่วมกับ MEX3D มีจำนวนการทำซ้ำน้อยกว่าวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดและหลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากที่สุดสำหรับบางปัญหา และจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิกมีจำนวนการทำซ้ำมากที่สุด

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	M
#1	61	51	3000	753.672	740.1779	627.2956	630.244
#2	61	51	3000	800.9091	731.3171	792.1419	794.6847
#3	61	51	3000	876.0548	849.363	834.699	837.0546
#4	61	51	3000	845.541	818.9429	880.2356	875.6492
#5	61	51	3000	1086.968	794.8719	790.7847	791.7519

ตาราง 4.10 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหาในกลุ่ม LP1-2 ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุน



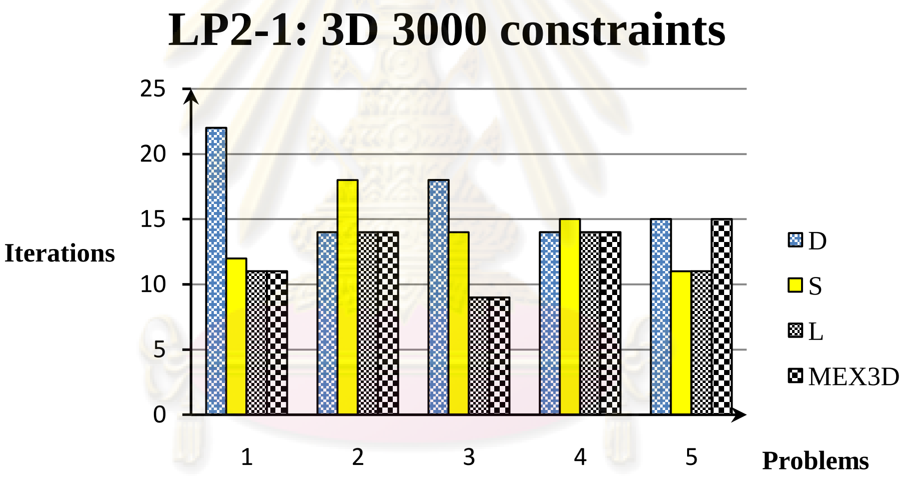
รูปที่ 4.11 กราฟเปรียบเทียบเวลาของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP1-2

ตาราง 4.10 และรูป 4.11 เห็นได้ว่าเวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP1-2 ที่มีการสร้างจำนวนมุม θ_1 บนระนาบ xy มากกว่าการสร้างจำนวนมุม θ_2 บนระนาบ yz ใช้ร่วมกับ MEX3D มีเวลาโดยรวมไม่ต่างกับใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดและหลักเกณฑ์การหมุนแบบระยะห่างมากสุด โดยที่เวลาโดยรวมที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิกมีค่ามากที่สุด

ผลการทดลอง LP2 : 3 มิติ ปัญหาจำลองแบบสุ่ม 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	61	3000	22	12	11	11
#2	51	61	3000	14	18	14	14
#3	51	61	3000	18	14	9	9
#4	51	61	3000	14	15	14	14
#5	51	61	3000	15	11	11	15

ตาราง 4.11 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ แบบสุ่ม 5 ปัญหาของกลุ่ม LP2-1

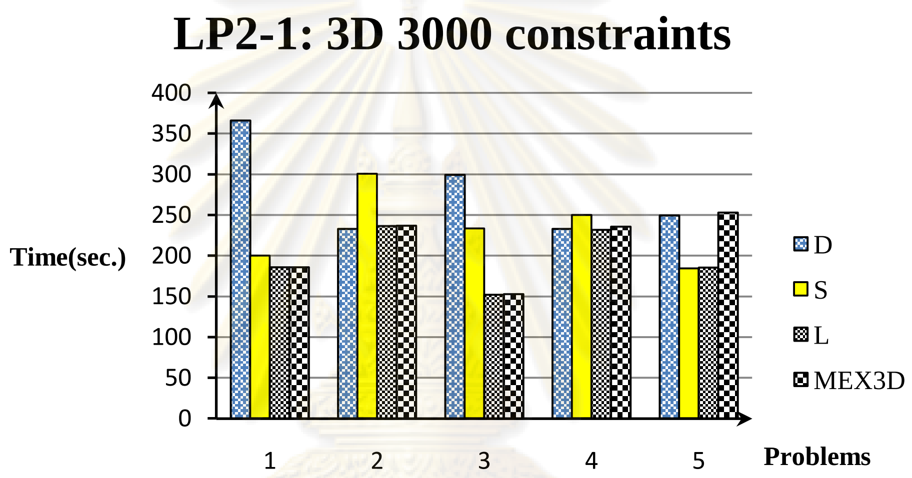


รูปที่ 4.12 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP2-1

ตาราง 4.11 และรูป 4.12 เห็นได้ว่าจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP2-1 ที่มีการสร้างจำนวนมุม θ_1 บนระนาบ xy น้อยกว่าการสร้างจำนวนมุม θ_2 บนระนาบ yz ใช้ร่วมกับ MEX3D มีจำนวนการทำซ้ำน้อยกว่าวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดสำหรับบางปัญหา

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	61	3000	366.1187	200.0869	186.0312	186.0000
#2	51	61	3000	233.2059	300.6607	236.5131	236.9499
#3	51	61	3000	299.3503	233.3307	152.1946	152.9434
#4	51	61	3000	232.9563	250.1476	231.7239	235.9359
#5	51	61	3000	249.4300	184.4244	185.5788	252.9556

ตาราง 4.12 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหาในกลุ่ม LP2-1 ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุน

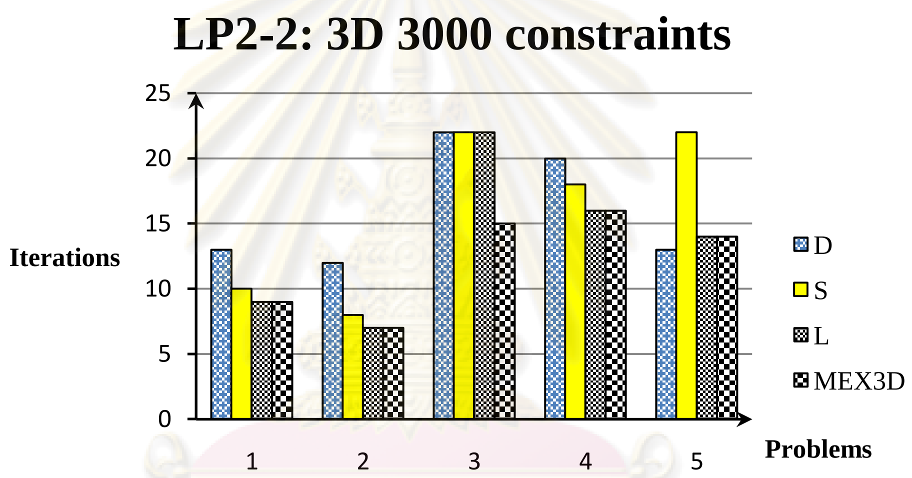


รูปที่ 4.13 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหาในกลุ่ม LP2-1 ร่วมแต่ละหลักเกณฑ์การหมุน

ตาราง 4.12 และรูป 4.13 เห็นได้ว่าเวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP2-1 ที่มีการสร้างจำนวนมุม θ_1 บนระนาบ xy น้อยกว่าการสร้างจำนวนมุม θ_2 บนระนาบ yz ใช้ร่วมกับ MEX3D ใช้เวลาน้อยกว่าหลักเกณฑ์การหมุนแบบเส้นขอบชันสุดในบางปัญหา และเวลาโดยรวมที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนของแดนท์ซิกใช้เวลามากที่สุด

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	61	51	3000	13	10	9	9
#2	61	51	3000	12	8	7	7
#3	61	51	3000	22	22	22	15
#4	61	51	3000	20	18	16	16
#5	61	51	3000	13	22	14	14

ตาราง 4.13 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ แบบสุ่ม 5 ปัญหาของกลุ่ม LP2-2

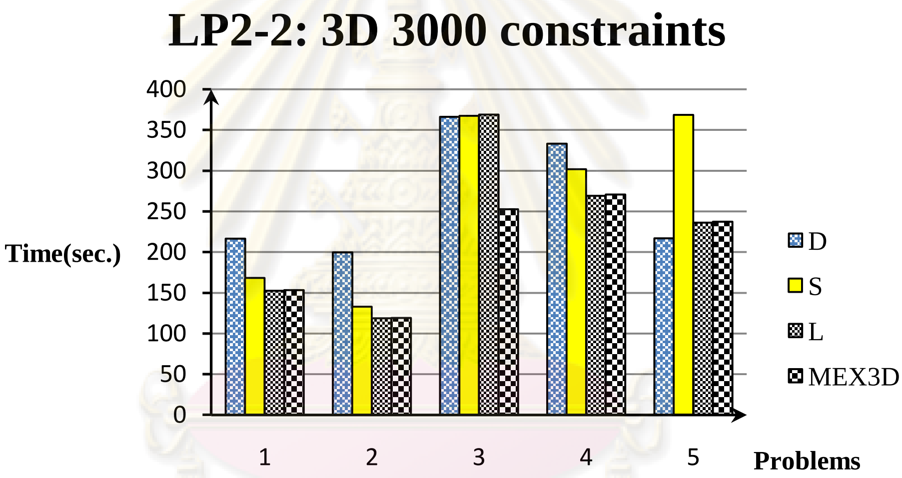


รูปที่ 4.14 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงส้นในกลุ่ม LP2-2

ตาราง 4.13 และรูป 4.14 เห็นได้ว่าจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP2-2 ที่มีการสร้างจำนวนมุม θ_1 บนระนาบ xy มากกว่าการสร้างจำนวนมุม θ_2 บนระนาบ yz ใช้ร่วมกับ MEX3D มีจำนวนการทำซ้ำน้อยที่สุดสำหรับบางปัญหา และโดยรวมจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับ MEX3D มีจำนวนการทำซ้ำน้อยกกว่าวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนอื่น

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	61	51	3000	216.7478	168.4343	152.4442	153.2710
#2	61	51	3000	199.6501	132.8817	118.8884	119.2160
#3	61	51	3000	366.2747	367.5852	369.0828	252.5344
#4	61	51	3000	333.3585	301.6903	269.3825	270.7553
#5	61	51	3000	216.9350	368.4744	236.2479	237.3243

ตาราง 4.14 กราฟเปรียบเทียบเวลาของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP2-2



รูปที่ 4.15 กราฟเปรียบเทียบเวลาของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP2-2

ตาราง 4.14 และรูป 4.15 เห็นได้ว่าเวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP2-2 ที่มีการสร้างจำนวนมุม θ_1 บนระนาบ xy มากกว่าการสร้างจำนวนมุม θ_2 บนระนาบ yz ใช้ร่วมกับ MEX3D มีเวลาโดยรวมในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นน้อยที่สุด

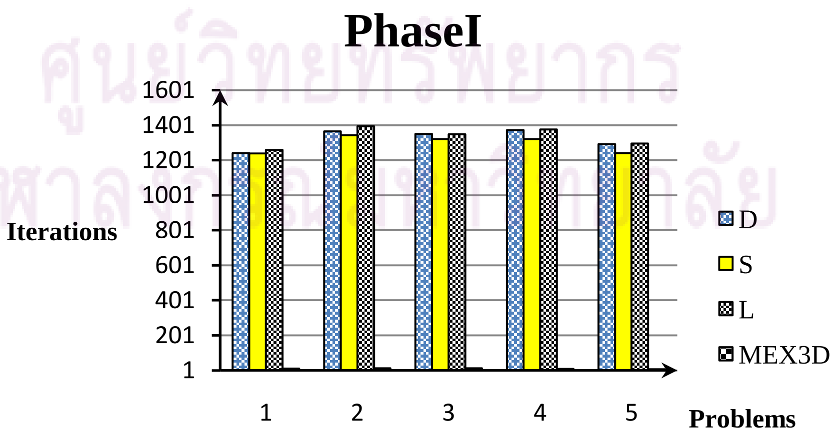
ผลการทดลอง LP3 : 3 มิติ ปัญหาจำลองแบบสุ่ม 3000 เงื่อนไขบังคับ

ตาราง 4.15 – 4.18 และรูปที่ 4.16 – 4.20 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับ MEX3D มีจำนวนการทำซ้ำน้อยกว่าในขั้นตอนของการหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ (Phase I) และใช้เวลาในการหาค่าที่เหมาะที่สุดน้อยกว่าหลักเกณฑ์การหมุนอื่นในการแก้ปัญหาทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีการสร้างจำนวน θ_1 น้อยกว่า θ_2 และ กลุ่มที่มีการสร้าง θ_1มากกว่า θ_2 เนื่องจากในขั้นตอนหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ หลักเกณฑ์การหมุนด้วยทิศทางของการประมาณของจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 3 มิติ ได้ลดจำนวนเงื่อนไขบังคับก่อนการหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ทำให้ปัญหามีขนาดเล็กกว่าปัญหาเดิม

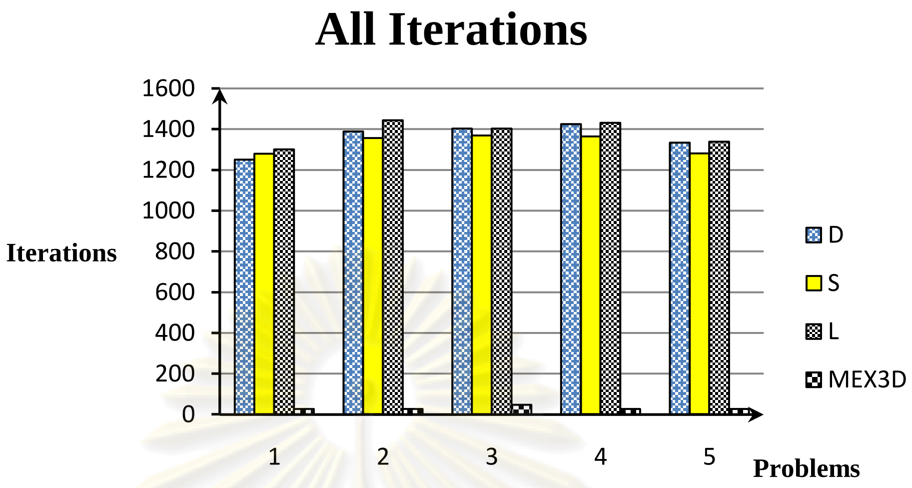
$\text{No. }\theta_1 = 51, \text{No. }\theta_2 = 61$

No.	No. Con.	Iterations							
		D		S		L		MEX3D	
		Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All
#1	3000	1241	1251	1239	1279	1260	1301	12	28
#2	3000	1366	1390	1343	1357	1395	1444	13	28
#3	3000	1351	1404	1321	1369	1350	1403	13	48
#4	3000	1372	1426	1322	1365	1376	1432	10	28
#5	3000	1292	1335	1241	1281	1296	1339	7	27

ตาราง 4.15 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ แบบสุ่ม 5 ปัญหาของกลุ่ม LP3-1



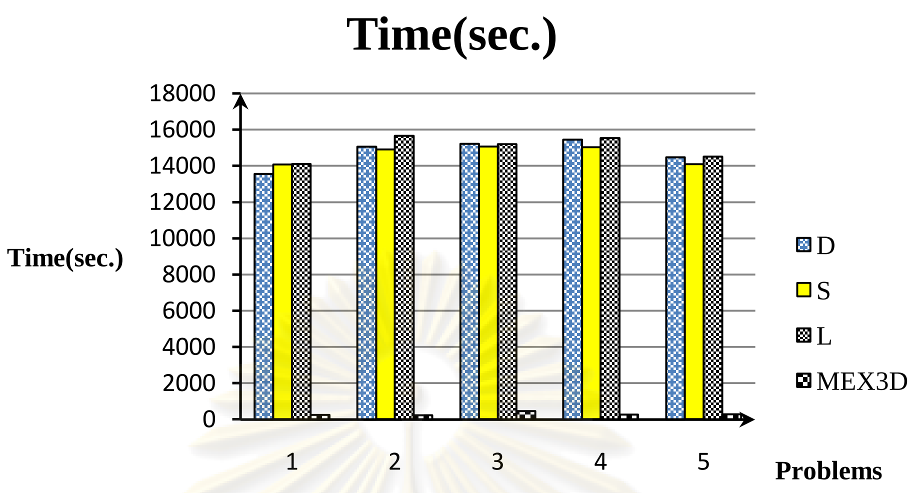
รูปที่ 4.16 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ในขั้นตอนการหาจุดสุดขีดที่เป็นไปได้ (Phase I)



รูปที่ 4.17 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP3-1

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	61	3000	13560.11	14075.81	14105.72	252.1756
#2	51	61	3000	15074.03	14903.18	15668.33	239.2431
#3	51	61	3000	15225.42	15071.12	15215.07	465.0078
#4	51	61	3000	15464.1	15022.57	15539.95	267.3857
#5	51	61	3000	14488.7	14087.78	14516.78	282.9702

ตาราง 4.16 เวลาในการหาค่าที่เหมาะที่สุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติ กลุ่ม LP3-1

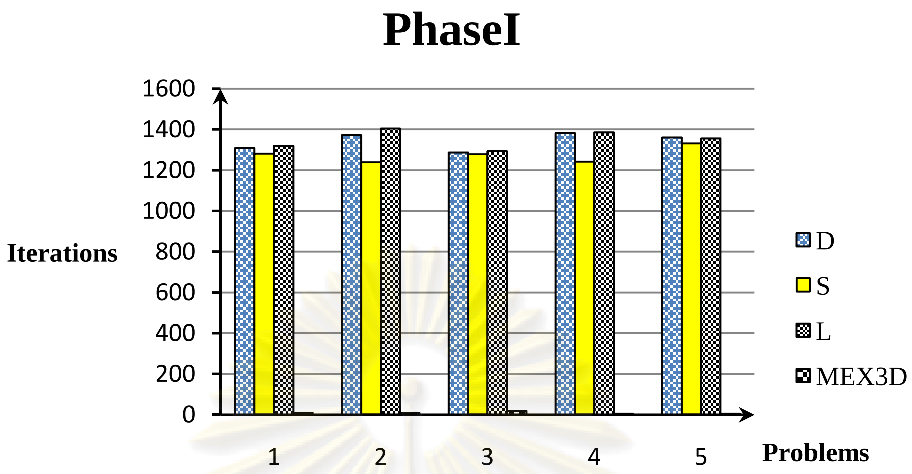


รูปที่ 4.18 กราฟเปรียบเทียบเวลาของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุน ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP3-1

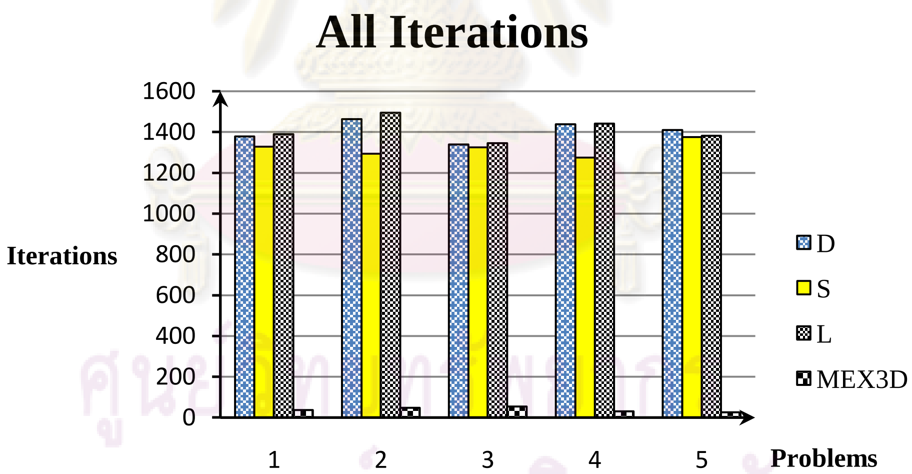
$\text{No.}\,\theta_1 = 61, \text{No.}\,\theta_2 = 51$

No.	No. Con.	Iterations							
		D		S		L		MEX3D	
		Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All
#1	3000	1309	1378	1281	1329	1321	1390	10	37
#2	3000	1373	1463	1238	1294	1405	1495	8	48
#3	3000	1288	1340	1278	1325	1293	1345	19	54
#4	3000	1384	1439	1242	1275	1387	1442	6	30
#5	3000	1362	1410	1332	1375	1356	1381	6	26

ตาราง 4.17 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนใน การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ แบบสุ่ม 5 ปัญหาของกลุ่ม LP3-2



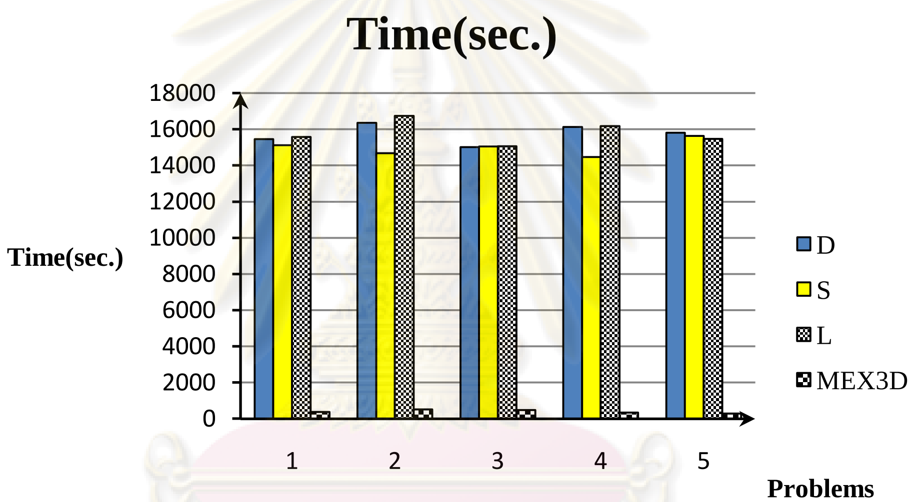
รูปที่ 4.19 กราฟเปรียบเทียบจำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ในขั้นตอนการหาจุดสุดขีดที่เป็นไปได้ (Phase I)



รูปที่ 4.20 กราฟเปรียบเทียบจำนวนกรทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP3-2

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	61	51	3000	15449.5	15116.7	15580.23	377.3664
#2	61	51	3000	16365.46	14680.74	16741.81	520.8093
#3	61	51	3000	15005.5	15056.3	15062.5	492.854
#4	61	51	3000	16127.24	14472.67	16182.33	336.1666
#5	61	51	3000	15805.69	15632.53	15468.19	286.7454

ตาราง 4.18 เวลาในการหาค่าที่เหมาะที่สุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 3 มิติ กลุ่ม LP3-2



รูปที่ 4.21 กราฟเปรียบเทียบเวลาของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับแต่ละหลักเกณฑ์การหมุนในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP3-2

4.2 บทสรุป

เมื่อพิจารณาจำนวนการทำซ้ำและเวลาในการหาค่าที่เหมาะที่สุดของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีบริเวณที่เป็นไปได้ไม่เป็นเซตว่าง และทุกเงื่อนไขเป็นส่วนหนึ่งของบริเวณที่เป็นไปได้

การแก้ปัญหาในกลุ่ม LP1 และ LP2 วิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ มีจำนวนการทำซ้ำ

และเวลาน้อยกว่าหรือเท่ากับวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนอื่น เนื่องจากในปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP1 ใน 2 มิติที่บริเวณที่เป็นไปได้ถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนด้วยเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์และมีจำนวนเงื่อนไขบังคับในแต่ละด้านไม่เท่ากัน หลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณของจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ จะเลือกทิศทางการค้นหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดในด้านที่มีจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดเสมอทำให้มีจำนวนการทำซ้ำน้อยที่สุดในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 2 มิติ และในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกลุ่ม LP2 ใน 2 มิติ หลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ ลดจำนวนปัญหาก่อนการหาค่าที่เหมาะที่สุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ทำให้ใช้เวลาน้อยกว่าหลักเกณฑ์การหมุนอื่นที่ไม่มีการลดขนาดของปัญหา

การแก้ปัญหาในกลุ่ม LP1 และ LP2 วิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณของจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 3 มิติ มีจำนวนการทำซ้ำและเวลาใกล้เคียงกันกับวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนอื่น

การแก้ปัญหาในกลุ่ม LP3 วิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณของจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ และ 3 มิติ มีจำนวนการทำซ้ำและเวลาน้อยกว่าวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ร่วมกับหลักเกณฑ์การหมุนอื่นมาก เนื่องจากการแก้ปัญหาในกลุ่ม LP3 ในขั้นตอนการหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้เพื่อกำหนดเป็นจุดเริ่มต้นสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ หลักเกณฑ์การหมุนสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ด้วยทิศทางของการประมาณของจำนวนจุดสุดขีดน้อยสุดใน 2 มิติ และ 3 มิติ ลดจำนวนเงื่อนไขบังคับก่อนการหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ทำให้มีจำนวนการทำซ้ำและใช้เวลาน้อยกว่า หลักเกณฑ์การหมุนอื่นที่แก้ปัญหาโดยไม่มีการลดขนาด

เนื่องจากปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่นิยมแก้ในปัจจุบันมีจำนวนตัวแปรมากกว่า 3 ตัวแปร และบางเงื่อนไขไม่จำเป็นต้องเป็นส่วนหนึ่งของบริเวณที่เป็นไปได้ งานวิจัยในอนาคตคือขยายแนวคิดนี้เพื่อใช้ได้กับปัญหากำหนดการเชิงเส้น n มิติ จากการทดลองเราพบว่า การเลือกทิศทางครั้งแรกของวิธีซิมเพล็กซ์มีความสำคัญต่อการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ดังนั้นในการขยายแนวคิดนี้ใน n มิติ จะทำการนิยามทิศทางเหมือนกับการแก้ปัญหา 3 มิติ ในกลุ่ม LP2 เนื่องจากในการทำซ้ำครั้งแรกของวิธีซิมเพล็กซ์มีจุดกำเนิดเป็นจุดเริ่มต้น ดังนั้น

ทิศทางที่นิยามโดยหลักการเดียวกันกับการแก้ปัญหา 3 มิติในกลุ่ม LP2 จึงเป็นทิศทางที่ถูกต้องตามที่วิธีซิมเพล็กซ์เคลื่อนที่ไป และทำการประมาณจำนวนจุดสุดขีดโดยหลักการจัดกลุ่มเงื่อนไขบังคับเหมือนกับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน 3 มิติ จากนั้นกำหนดทิศทางที่มีจำนวนจุดสุดขีดน้อยที่สุด

แนวคิดของการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติในกลุ่ม LP3 (ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จุดกำเนิดไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับทั้งหมด) ในขั้นตอนการหาจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้ สามารถนำไปใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นใน n มิติได้

รายการอ้างอิง

[1] Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J. and Sherali, H. D. Linear Programming and Network Flows : New York, 1990.

[2] Barnhart, C. and Laporte G. Handbooks in Operations Research & Management Science: Transportation, Volume 14.

[3] Dantzig, G. B., Linear Programming and Extension : Princeton University Press, Princeton, N.J., 1963.

[4] Gass, S. I., Linear Programming, 5th edition, McGraw-Hill : New York, 1994.

[5] Murty, K. G., Linear Programming, John Wiley and Sons, New York, 1983.

[6] Nocedal, J., and Wright, S. J., Numerical Optimization : Springer, New York, 1999.

[7] Sinapiromsaran K. and Narong K., “A minimal angled algorithm for solving a 2-dimensional linear programming problem” . 2nd OR-CRN conference (2004). 61-69.

[8] Boonperm A. and Simapiromsaran K., “Solve 3-dimensional Linear programming Problems by the Minimal Angled Projection Method” The 11th Annual National Symposium on Computational Science and Engineering (2007), 245-246.

[9] Swanson, L. W., Linear Programming, McGraw-Hill, Singapore, 1987.

[10] Wu, N., and Coppins, R., Linear Programming, McGraw-Hill, New York , 1987.

[11] D. Goldfarb and J. Reid, “A practicable steepest edge simplex algorithm”, Mathematical Programming 12 (1977), 361–371.

[12] J.J.H. Forrest and D. Goldfarb , “Steepest-edge simplex algorithms for linear programming”, Mathematical Programming 57, 341–374, 1992.

[13] P.-Q. Pan, “A largest-distance pivot rule for the simplex algorithm”, European Journal of Operational Research 187 (2008), 393-402.

[14] Gomez C., Scilab The free software for Numerical Computation. Available from: http://www.scilab.org/products/scilab/download

[15] Weangsamoot W. and Simapiromsaran K., "Simplex preprocessing from origin with direction of the minimal number of extreme points in 2 dimensions" The 15th Annual Meeting in Mathematics (2010), 245-246.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ภาคผนวก ก จะกล่าวถึงการจำลองปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 มิติ และ 3 มิติ ที่นำไปทดสอบซึ่งประกอบไปด้วยปัญหา LP1, LP2 และ LP3 ในแต่ละปัญหามีสมบัติดังนี้

LP1 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุดกำเนิดเป็นจุดคำตอบของเงื่อนไขบังคับและเป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

LP2 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุดกำเนิดเป็นจุดคำตอบของเงื่อนไขบังคับและไม่เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

LP3 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จุดกำเนิดไม่เป็นจุดคำตอบของเงื่อนไขบังคับ

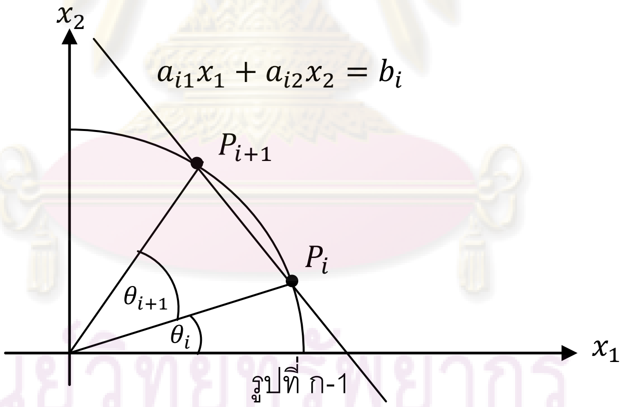
การจำลองปัญหาใน 2 มิติ

LP1 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุดกำเนิดเป็นจุดคำตอบของเงื่อนไขบังคับและเป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP1 จำนวน m เงื่อนไขบังคับ มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} Maximize\ z &= x_1 + x_2 \\ subject\ to:\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &\le b_1 \\ a_{21}x_1 + x_{22}x_2 &\le b_2 \\ \vdots \qquad &\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 &\le b_m \\ b_i > 0 \text{ สำหรับทุก } i &= 1,2,\dots,m \end{aligned}$$

โดยที่ a_{i1}, a_{i2} และ b_i คือสัมประสิทธิ์ของเส้นตรง $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 = b_i$ ซึ่งผ่านจุดP_i, P_{i+1}ที่อยู่ในจตุภาคที่ 1 และอยู่บนส่วนของเส้นรอบวงกลมรัศมี $r = 1$ หน่วย ดังรูป ก-1



รูปที่ ก-1

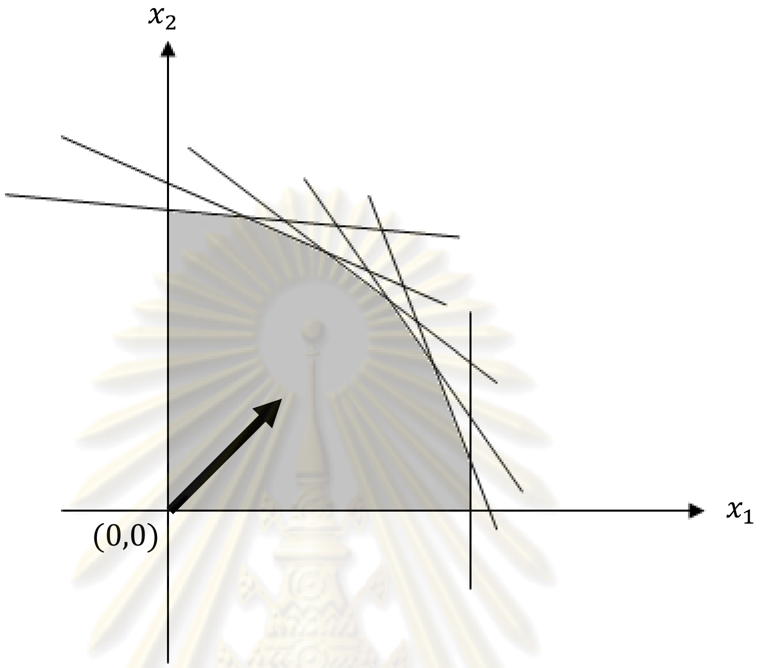
กำหนดให้ $P_i = (x_1^i, x_2^i)$

โดยที่ $x_1^i = r\cos(\theta_i)$, $x_2^i = r\sin(\theta_i)$ เมื่อ $0 \le \theta_i \le 90^\circ$

ได้ว่า

$$\begin{aligned} a_{i1} &= x_2^{i+1} - x_2^i \\ a_{i2} &= x_1^i - x_1^{i+1} \\ b_i &= a_{1i}x_1^i - a_{i2}x_2^i \end{aligned}$$

บริเวณที่เป็นไปได้ (ส่วนที่แรเงา)ของปัญหาในกลุ่ม LP1 2 มิติ อยู่ในลักษณะดังรูป ก-2



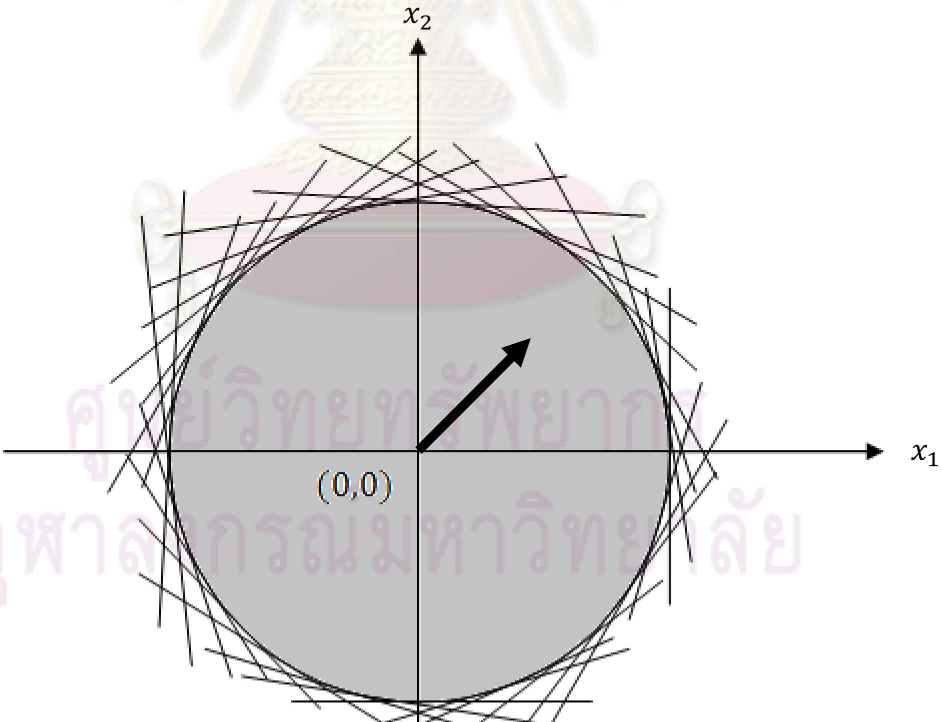
รูปที่ ก-2

LP2 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุดกำเนิดเป็นจุดคำตอบของเงื่อนไขบังคับและไม่เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP2 จำนวน m เงื่อนไขบังคับ มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} &Maximize\ z = x_1 + x_2 \\ subject\ to:\ &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \le b_1 \\ &a_{21}x_1 + x_{22}x_2 \le b_2 \\ &\quad\vdots \qquad\qquad \vdots \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \le b_m \\ &\qquad\qquad b_i \in \mathbb{R} \text{ สำหรับทุก } i = 1,2,\ldots,m \end{aligned}$$

โดยที่ a_{i1}, a_{i2} และ b_i คำนวณในลักษณะเดียวกันกับปัญหา LP1 ใน 2 มิติ แต่จุด P_i, P_{i+1} เป็นจำนวนจริงใดๆ กล่าวคือ ค่าของ θ ที่ใช้ในการคำนวณจุด x_1^i, x_2^i กำหนดโดย $0 \le \theta \le 360^\circ$ ดังรูป ก-3



รูปที่ ก-3

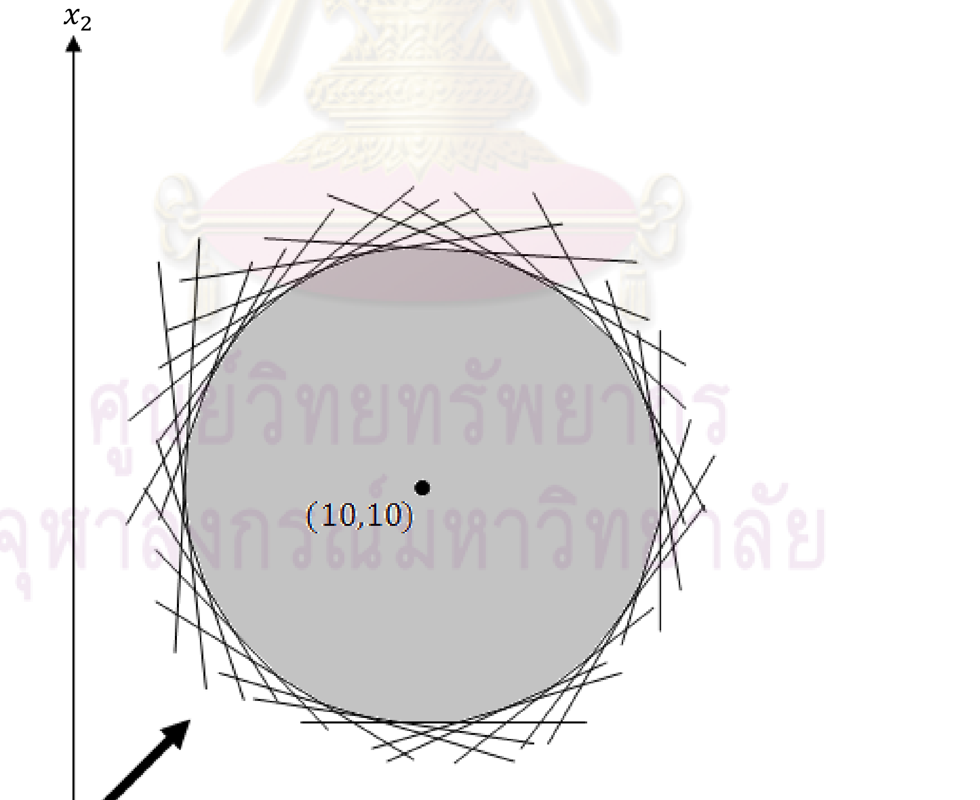
LP3 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จุดกำเนิดไม่เป็นจุดคำตอบของเงื่อนไขบังคับ

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP3 จำนวน m เงื่อนไขบังคับ มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$
\begin{aligned}
Maximize\ z &= x_1 + x_2 \\
subject\ to:\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &\le b_1 \\
a_{21}x_1 + x_{22}x_2 &\le b_2 \\
\vdots \qquad\qquad & \qquad \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 &\le b_m
\end{aligned}
$$

$b_i \in \mathbb{R}$ สำหรับทุก $i = 1,2,\ldots,m$

โดยที่ a_{i1}, a_{i2} และ b_i คำนวณในลักษณะเดียวกันกับปัญหา LP2 ใน 2 มิติ แต่จุด P_i, P_{i+1} เป็นจำนวนจริงใดๆ กล่าวคือ P_i, P_{i+1} เป็นจุดบนเส้นรอบวงกลมเต็มรูปและจุดศูนย์กลางวงกลมเป็นจุด (10,10) ดังรูป ก-4



รูปที่ ก-4

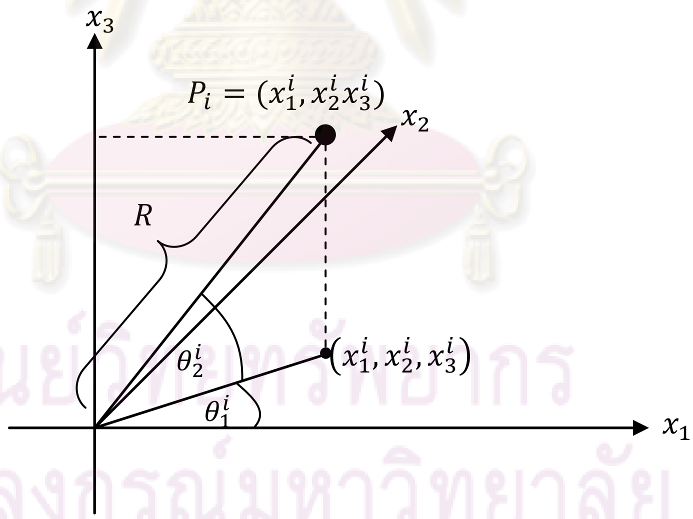
การจำลองปัญหาใน 3 มิติ

LP1 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุดกำเนิดเป็นจุดคำตอบของเงื่อนไขบังคับและเป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP1 จำนวน m เงื่อนไขบังคับ มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} Maximize\ z &= x_1 + x_2 + x_3 \\ subject\ to:\ & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \le b_1 \\ & a_{21}x_1 + x_{22}x_2 + a_{23}x_3 \le b_2 \\ & \quad\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 \le b_m \\ & b_i > 0 \text{ สำหรับทุก } i = 1,2,\dots,m \end{aligned}$$

โดยที่ a_{i1}, a_{i2}, a_{i3} และ b_i คือสัมประสิทธิ์ของระนาบ $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 = b_i$ ซึ่งผ่านจุด P_i, P_{i+1}, P_{i+2} ที่อยู่ในจตุภาคที่ 1 และเป็นจุดบนผิวของทรงวงกลมรัศมี $\mathrm{R} = 1$ หน่วย ดังรูปที่ ก-5



กำหนดให้ $P_i = (x_1^i, x_2^i, x_3^i)$
โดยที่

$$\begin{aligned} r_i &= Rcos(\theta_2^i) \\ x_1^i &= r_i\cos(\theta_1^i) \\ x_2^i &= r_i\sin(\theta_1^i) \\ x_3^i &= R\sin(\theta_2^i) \end{aligned}$$

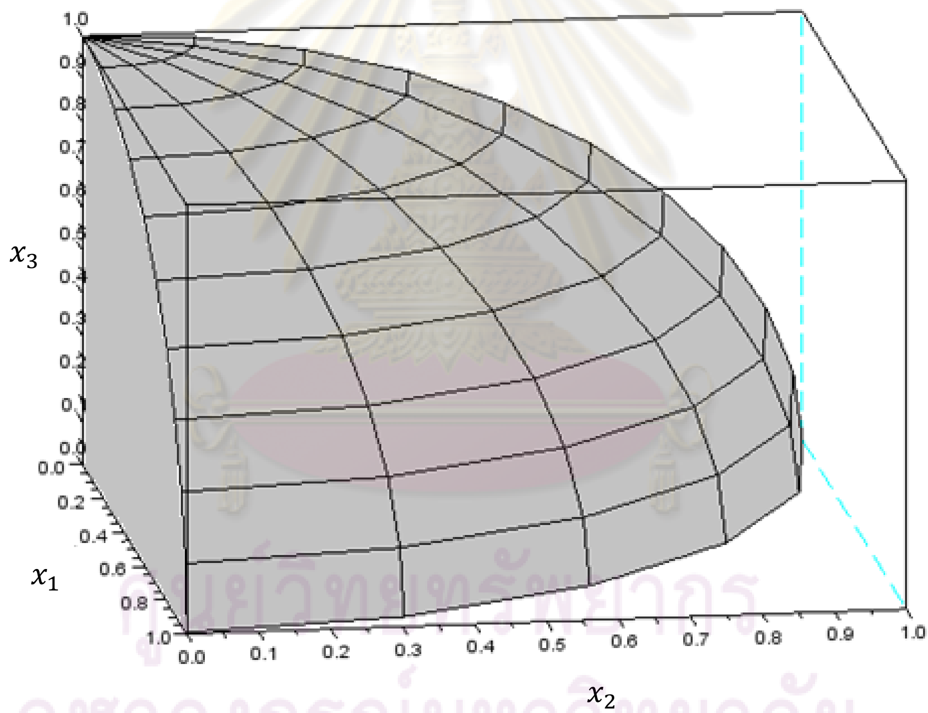
เมื่อ $0 \leq \theta_1^i \leq 90^\circ$ และ $0 \leq \theta_2^i \leq 90^\circ$

ได้ว่า a_{i1}, a_{i2}, a_{i3} คำนวณได้จาก

$$\begin{bmatrix} x_1^i & x_2^i & x_3^i \\ x_1^{i+1} & x_2^{i+1} & x_3^{i+1} \\ x_1^{i+2} & x_2^{i+2} & x_3^{i+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{i1} \\ a_{i2} \\ a_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^2 \\ R^2 \\ R^2 \end{bmatrix}$$

และ $b_i = R^2$

บริเวณที่เป็นไปได้(ส่วนที่แรเงา)ของปัญหาในกลุ่ม LP1 3 มิติ อยู่ในลักษณะดังรูป ก-6



รูปที่ ก-6

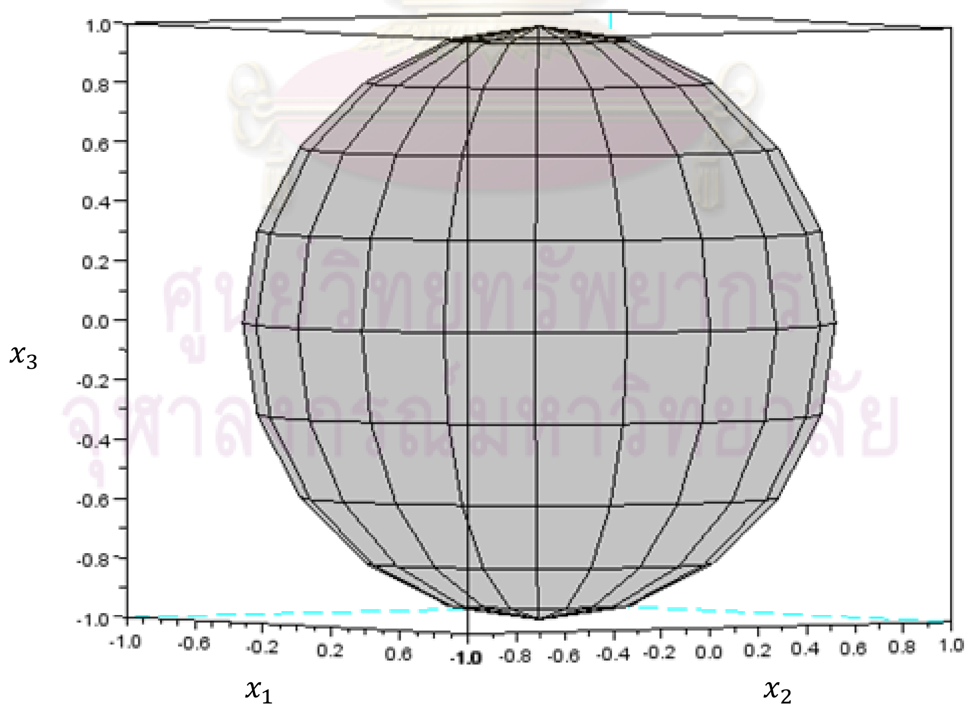
LP2 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจุดกำเนิดเป็นจุดคำตอบของเงื่อนไขบังคับและไม่เป็นจุดสุดขีดของบริเวณที่เป็นไปได้

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP2 จำนวน m เงื่อนไขบังคับ มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$
\begin{aligned}
&Maximize\ z = x_1 + x_2 + x_3 \\
subject\ to:\ &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \le b_1 \\
&a_{21}x_1 + x_{22}x_2 + a_{23}x_3 \le b_2 \\
&\quad\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 \le b_m \\
&\qquad\qquad b_i \in \mathbb{R} \text{ สำหรับทุก } i = 1,2,\dots,m
\end{aligned}
$$

โดยที่ a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}และ b_i คำนวณในลักษณะเดียวกันกับปัญหา LP1 ใน 3 มิติแต่จุด P_i, P_{i+1}, P_{i+2} เป็นจำนวนจริงใดๆ ค่าของ θ_1และ θ_2 ที่ใช้ในการคำนวณจุด x_1^i, x_2^i และx_3^i กำหนดโดย $0 \le \theta_1 \le 360^\circ$ และ $0 \le \theta_2 \le 360^\circ$ดังรูปที่ ก-7

บริเวณที่เป็นไปได้(ส่วนที่แรเงา)ของปัญหาในกลุ่ม LP1 3 มิติ อยู่ในลักษณะดังรูป ก-6



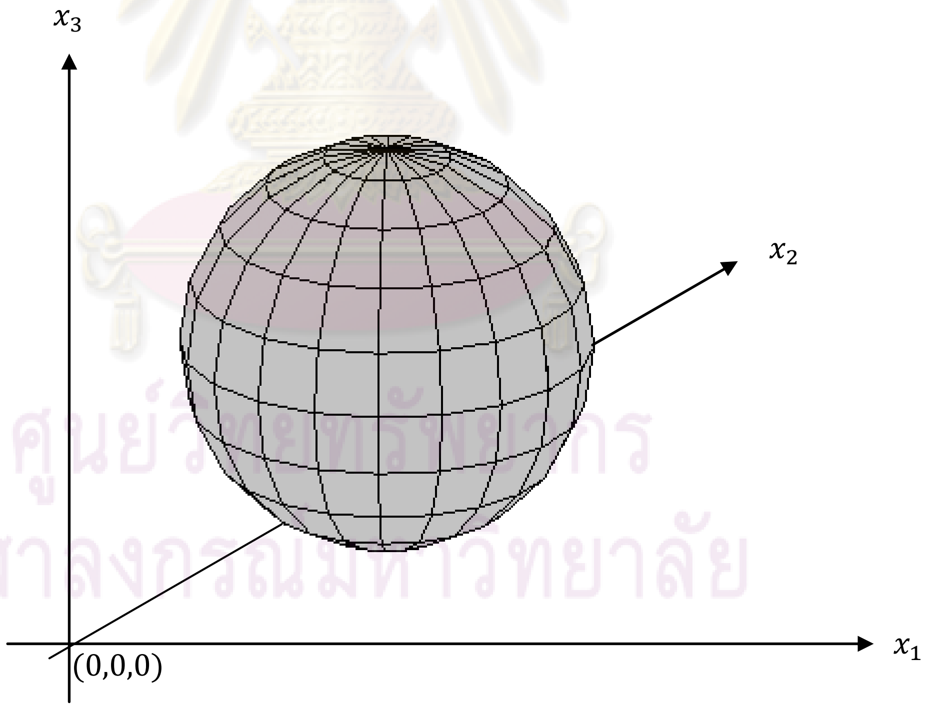
รูปที่ ก-7

LP3 : ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่จุดกำเนิดไม่เป็นจุดคำตอบของเงื่อนไขบังคับ

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกลุ่ม LP3 จำนวน m เงื่อนไขบังคับ มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} Maximize\ z &= x_1 + x_2 + x_3 \\ subject\ to:\ & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \le b_1 \\ & a_{21}x_1 + x_{22}x_2 + a_{23}x_3 \le b_2 \\ & \quad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 \le b_m \\ & \qquad b_i \in \mathbb{R} \text{ สำหรับทุก } i = 1,2,\dots,m \end{aligned}$$

โดยที่ a_{i1}, a_{i2}, a_{i3} และ b_i คำนวณในลักษณะเดียวกันกับปัญหา LP2 ใน 3 มิติแต่จุด P_i, P_{i+1}, P_{i+2} เป็นจำนวนจริงใดๆ กล่าวคือ P_i, P_{i+1}, P_{i+2} เป็นจุดบนผิวของทรงวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุด (10,10,10) ดังรูปที่ ก-8



รูปที่ ก-8

ภาคผนวก ข

ภาคผนวก ข แสดงผลการทดลองของปัญหากำหนดการเชิงเส้น 3 มิติ สำหรับปัญหาในแต่ละกลุ่มโดยมีการกำหนดจำนวน θ_1 และ θ_2 ดังตาราง

No. Con.	No. θ_1	No. θ_2
2000	41	51
2000	51	41
2000	101	21
2000	21	101
2000	51	51
3000	101	31
3000	31	101

ผลการทดลองกับปัญหากลุ่ม LP1

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	41	51	2000	72	56	61	61
#2	41	51	2000	61	60	62	63
#3	41	51	2000	54	47	49	49
#4	41	51	2000	56	57	57	57
#5	41	51	2000	78	80	87	81

ตาราง ข-1 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	41	51	2000	259.7573	203.7373	221.2094	222.083
#2	41	51	2000	219.5558	218.7758	225.3278	230.2107
#3	41	51	2000	195.4069	171.5387	178.8083	179.4168
#4	41	51	2000	202.7077	207.7309	206.9821	208.3237
#5	41	51	2000	283.6722	292.8451	317.3684	297.1507

ตาราง ข-2 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	41	2000	53	48	47	47
#2	51	41	2000	72	62	61	61
#3	51	41	2000	56	54	56	56
#4	51	41	2000	69	57	54	54
#5	51	41	2000	60	61	58	58

ตาราง ข-3 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	41	2000	192.1464	176.2655	171.4451	173.1143
#2	51	41	2000	261.7697	228.3543	223.643	224.969
#3	51	41	2000	204.1273	198.1525	204.1273	206.4049
#4	51	41	2000	251.2552	209.8681	197.7937	198.3865
#5	51	41	2000	218.3546	224.9378	211.9898	213.6122

ตาราง ข-4 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	21	2000	65	74	64	64
#2	101	21	2000	73	75	59	59
#3	101	21	2000	52	59	54	54
#4	101	21	2000	65	83	65	65
#5	101	21	2000	121	69	60	60

ตาราง ข-5 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	21	2000	235.4055	270.7241	233.3619	235.1247
#2	101	21	2000	263.8913	274.2498	215.1722	216.1706
#3	101	21	2000	187.6692	216.2954	196.3429	198.3865
#4	101	21	2000	235.4523	306.4484	236.6691	239.8203
#5	101	21	2000	445.1177	253.7668	217.7306	220.211

ตาราง ข-6 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	21	101	2000	106	85	86	86
#2	21	101	2000	77	86	87	87
#3	21	101	2000	85	92	91	91
#4	21	101	2000	78	96	91	100
#5	21	101	2000	82	93	94	95

ตาราง ข-7 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	21	2000	399.269	320.1765	322.5477	323.0313
#2	101	21	2000	291.0511	325.2153	327.9141	329.7237
#3	101	21	2000	320.1297	346.2754	341.1274	342.0478
#4	101	21	2000	291.0199	364.1219	343.3582	380.658
#5	101	21	2000	311.378	354.4967	356.1659	362.2499

ตาราง ข-8 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	51	2500	77	41	41	41
#2	51	51	2500	62	59	55	55
#3	51	51	2500	70	68	72	70
#4	51	51	2500	74	64	65	65
#5	51	51	2500	59	58	61	61

ตาราง ข-9 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 2500 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	51	2500	501.3248	267.5729	265.5761	267.2141
#2	51	51	2500	403.4342	386.5237	358.6151	359.9723
#3	51	51	2500	454.5245	446.6309	470.1402	459.2669
#4	51	51	2500	484.0243	419.7831	424.2603	425.1027
#5	51	51	2500	384.8389	380.892	398.4734	399.4874

ตาราง ข-10 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 2500 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	31	3000	86	61	58	58
#2	101	31	3000	70	84	71	71
#3	101	31	3000	80	77	64	64
#4	101	31	3000	79	89	76	74
#5	101	31	3000	102	79	66	66

ตาราง ข-11 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	31	3000	936.2088	665.3131	629.5108	632.9897
#2	101	31	3000	757.8997	919.1891	771.0505	775.1534
#3	101	31	3000	870.1112	839.379	695.1717	699.5397
#4	101	31	3000	857.7715	969.2654	829.2077	807.6484
#5	101	31	3000	1113.442	861.7183	719.6014	721.8166

ตาราง ข-12 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	31	101	3000	97	104	104	105
#2	31	101	3000	99	97	102	102
#3	31	101	3000	96	86	89	89
#4	31	101	3000	76	98	97	100
#5	31	101	3000	89	77	77	77

ตาราง ข-13 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	31	3000	1062.897	1135.828	1136.436	1150.788
#2	101	31	3000	1084.769	1066.267	1115.002	1116.952
#3	101	31	3000	1052.476	944.4145	972.0734	973.9142
#4	101	31	3000	833.9345	1078.965	1060.822	1095.938
#5	101	31	3000	978.9999	845.3382	841.0638	841.8282

ตาราง ข-14 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP1 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

ผลการทดลองกับปัญหากลุ่ม LP2

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	41	51	2000	19	20	20	20
#2	41	51	2000	19	17	16	16
#3	41	51	2000	13	12	10	10
#4	41	51	2000	16	12	10	10
#5	41	51	2000	16	13	9	9

ตาราง ข-15 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	41	51	2000	108.0619	114.5359	115.0507	115.2223
#2	41	51	2000	107.7499	97.4538	93.5070	92.9922
#3	41	51	2000	73.5233	68.6248	57.7984	58.7968
#4	41	51	2000	90.9486	67.9696	58.4848	58.6252
#5	41	51	2000	90.5742	74.3189	52.7595	52.8375

ตาราง ข-16 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	41	2000	17	17	13	13
#2	51	41	2000	15	13	8	8
#3	51	41	2000	18	10	9	9
#4	51	41	2000	20	19	17	17
#5	51	41	2000	13	18	15	15

ตาราง ข-17 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	41	2000	96.3462	97.5006	75.0521	75.6449
#2	51	41	2000	85.0673	73.8665	47.0343	47.4243
#3	51	41	2000	101.7907	57.4708	52.6503	53.2275
#4	51	41	2000	113.7091	108.6547	98.3742	98.5926
#5	51	41	2000	73.4765	103.1011	86.9394	87.2670

ตาราง ข-18 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	21	2000	25	21	17	17
#2	101	21	2000	19	22	19	19
#3	101	21	2000	29	26	17	17
#4	101	21	2000	36	22	18	18
#5	101	21	2000	20	22	19	16

ตาราง ข-19 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	21	2000	142.7565	120.1832	98.5926	98.2962
#2	101	21	2000	108.1399	125.2220	110.0899	110.2927
#3	101	21	2000	164.3939	148.3882	97.0794	97.9218
#4	101	21	2000	202.4425	124.6604	102.4927	102.8827
#5	101	21	2000	112.2739	124.0364	108.7483	91.8690

ตาราง ข-20 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	21	101	2000	14	15	13	13
#2	21	101	2000	22	20	13	13
#3	21	101	2000	14	8	8	8
#4	21	101	2000	20	20	12	13
#5	21	101	2000	11	11	11	8

ตาราง ข-21 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	21	101	2000	78.7337	80.3093	74.5373	74.8805
#2	21	101	2000	123.9584	113.7091	75.0833	74.9273
#3	21	101	2000	78.7493	44.8659	46.4571	46.7379
#4	21	101	2000	112.5859	113.5687	69.0616	74.7869
#5	21	101	2000	61.9480	62.1196	63.3832	46.5195

ตาราง ข-22 เวลาของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	51	2500	19	13	12	12
#2	51	51	2500	20	17	15	15
#3	51	51	2500	17	16	15	15
#4	51	51	2500	19	19	15	15
#5	51	51	2500	20	19	17	17

ตาราง ข-23 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 2500 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	51	2000	183.1296	125.7836	117.9836	117.7496
#2	51	51	2000	193.8156	165.0023	146.6253	147.4989
#3	51	51	2000	165.0023	155.4238	146.7501	147.7953
#4	51	51	2000	184.0344	184.6740	146.9373	147.7797
#5	51	51	2000	193.3320	185.4228	166.4999	167.2487

ตาราง ข-24 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 2500 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	31	3000	22	27	15	15
#2	101	31	3000	22	26	19	19
#3	101	31	3000	21	26	20	20
#4	101	31	3000	45	33	29	20
#5	101	31	3000	16	28	21	21

ตาราง ข-25 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	31	3000	362.2655	452.6213	252.3940	253.5016
#2	101	31	3000	367.2264	436.7248	319.8645	320.9409
#3	101	31	3000	349.6606	435.4612	336.7282	337.0246
#4	101	31	3000	750.8172	553.0547	487.6747	336.1978
#5	101	31	3000	266.8709	470.1558	353.0771	353.3267

ตาราง ข-26 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Iterations			
				D	S	L	MEX3D
#1	31	101	3000	13	13	12	9
#2	31	101	3000	27	20	23	24
#3	31	101	3000	20	21	18	16
#4	31	101	3000	8	8	8	6
#5	31	101	3000	10	8	8	8

ตาราง ข-27 จำนวนการทำซ้ำของวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	31	101	3000	215.4686	217.8866	201.9745	153.0370
#2	31	101	3000	450.4061	336.1042	386.6797	403.0130
#3	31	101	3000	333.3741	351.1271	303.0631	270.1157
#4	31	101	3000	131.9924	133.0065	135.2217	102.0403
#5	31	101	3000	166.4531	134.0673	135.4401	135.9237

ตาราง ข-28 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP2 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

ผลการทดลองกับปัญหากลุ่ม LP3

No. θ_1 = 41 , No. θ_2 = 51

No.	No. Con.	Iterations							
		D		S		L		MEX3D	
		Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All
#1	2000	890	931	867	882	901	942	9	29
#2	2000	877	913	847	879	878	914	8	19
#3	2000	915	955	818	848	911	952	7	26
#4	2000	937	981	837	849	939	983	9	21
#5	2000	855	872	841	861	851	866	10	27

ตาราง ข-29 จำนวนการทำซ้ำที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	41	51	2000	3551.753	3426.312	3595.324	101.6971
#2	41	51	2000	3483.456	3425.018	3491.318	67.48603
#3	41	51	2000	3641.937	3298.501	3635.26	97.42262
#4	41	51	2000	3742.105	3293.821	3752.713	72.47807
#5	41	51	2000	3324.834	3347.423	3309.702	92.14979

ตาราง ข-30 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No. θ_1 = 51 , No. θ_2 = 41

No.	No. Con.	Iterations							
		D		S		L		MEX3D	
		Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All
#1	2000	920	970	828	865	916	966	10	43
#2	2000	954	1013	913	958	954	1013	8	24
#3	2000	971	1007	919	947	997	1045	8	22
#4	2000	892	925	865	896	896	929	11	33
#5	2000	943	997	903	949	941	995	5	21

ตาราง ข-31 จำนวนการทำซ้ำที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	41	2000	3705.897	3360.745	3690.36	155.0494
#2	51	41	2000	3873.942	3731.981	3873.193	85.19215
#3	51	41	2000	3853.006	3691.249	3999.164	78.0161
#4	51	41	2000	3534.327	3490.788	3553.765	112.2427
#5	51	41	2000	3812.212	3696.054	3806.518	81.88493

ตาราง ข-32 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No. θ_1 = 101 , No. θ_2 = 21

No.	No. Con.	Iterations							
		D		S		L		MEX3D	
		Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All
#1	2000	722	806	715	742	727	809	11	55
#2	2000	991	1092	927	972	995	1096	15	53
#3	2000	855	925	816	894	857	927	8	32
#4	2000	848	916	809	903	861	929	15	66
#5	2000	1098	1183	802	883	1122	1207	7	44

ตาราง ข-33 จำนวนการทำซ้ำที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	21	2000	3074.889	2897.906	3090.115	201.2881
#2	101	21	2000	4175.975	3788.687	4192.792	180.0876
#3	101	21	2000	3529.772	3474.641	3542.003	117.6716
#4	101	21	2000	3500.335	3514.827	3552.751	229.5555
#5	101	21	2000	4525.823	3431.897	4618.784	168.9023

ตาราง ข-34 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No. θ_1 = 21 , No. θ_2 = 101

No.	No. Con.	Iterations							
		D		S		L		MEX3D	
		Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All
#1	2000	987	1005	939	955	984	1001	8	18
#2	2000	929	959	911	932	946	969	14	31
#3	2000	821	837	811	834	822	839	8	14
#4	2000	814	838	802	825	819	843	10	21
#5	2000	879	901	876	900	879	901	13	28

ตาราง ข-35 จำนวนการทำซ้ำที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	21	101	2000	3851.29	3725.07	3832.165	60.60639
#2	21	101	2000	3667.006	3632.795	3707.535	93.585
#3	21	101	2000	3195.587	3263.011	3207.568	48.36031
#4	21	101	2000	3203.683	3215.368	3226.069	70.49685
#5	21	101	2000	3444.268	3506.59	3446.904	87.54776

ตาราง ข-36 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 2000 เงื่อนไขบังคับ

No. θ_1 = 51 , No. θ_2 = 51

No.	No. Con.	Iterations							
		D		S		L		MEX3D	
		Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All
#1	2500	1295	1333	1269	1287	1357	1406	12	41
#2	2500	1177	1233	1100	1146	1183	1239	8	46
#3	2500	1169	1213	1121	1153	1169	1213	5	29
#4	2500	1092	1130	1025	1057	1091	1129	14	36
#5	2500	1184	1223	1147	1161	1182	1221	8	28

ตาราง ข-37 จำนวนการทำซ้ำที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 2500 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	51	51	2500	8760.486	8586.217	9241.796	235.5303
#2	51	51	2500	8095.422	7648.074	8136.326	295.4035
#3	51	51	2500	7956.457	7825.65	7962.494	193.7688
#4	51	51	2500	7411.92	7087.562	7410.937	200.3209
#5	51	51	2500	8039.59	7744.436	8026.127	171.9911

ตาราง ข-38 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 2500 เงื่อนไขบังคับ

No. θ_1 = 101 , No. θ_2 = 31

No.	No. Con.	Iterations							
		D		S		L		MEX3D	
		Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All
#1	3000	1322	1386	1269	1315	1324	1388	12	61
#2	3000	1411	1497	1354	1434	1374	1395	10	38
#3	3000	1424	1503	1318	1369	1426	1504	13	34
#4	3000	1303	1388	1218	1280	1284	1385	13	42
#5	3000	1317	1411	1214	1231	1319	1413	6	72

ตาราง ข-39 จำนวนการทำซ้ำที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	101	31	3000	24911.04	24104.46	25143.13	1008.983
#2	101	31	3000	27088.54	26308.77	25291.82	613.5831
#3	101	31	3000	26528	24500.61	26538.66	486.4111
#4	101	31	3000	24518.88	22916.28	24448.71	638.3561
#5	101	31	3000	24598.33	21976.81	24654.13	1257.103

ตาราง ข-40 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

No. θ_1 = 31 , No. θ_2 = 101

No.	No. Con.	Iterations							
		D		S		L		MEX3D	
		Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All	Phase I	All
#1	3000	1235	1260	1227	1250	1251	1276	8	21
#2	3000	1373	1403	1367	1397	1381	1411	5	31
#3	3000	1344	1366	1285	1302	1363	1386	10	25
#4	3000	1330	1373	1291	1323	1307	1324	12	33
#5	3000	1373	1396	1304	1317	1327	1352	7	17

ตาราง ข-41 จำนวนการทำซ้ำที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

No.	No. θ_1	No. θ_2	No. Con.	Time(sec.)			
				D	S	L	MEX3D
#1	31	101	3000	22154.56	22299.28	22440.45	334.0917
#2	31	101	3000	24690.93	24925.61	24837.54	542.9615
#3	31	101	3000	24029.29	23263.37	24384.08	369.6288
#4	31	101	3000	24131.78	23595.98	23306.33	483.7903
#5	31	101	3000	24457.37	23354.47	23805.63	271.8629

ตาราง ข-42 เวลาที่วิธีซิมเพล็กซ์ใช้แก้ปัญหากลุ่ม LP3 5 ปัญหา 3000 เงื่อนไขบังคับ

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

ชื่อ-นามสกุล: นาย ว. เวียงสมุทร

วัน-เดือน-ปีเกิด: 30 ธันวาคม พ.ศ. 2528

ภูมิลำเนา: ต. ในเมือง อ. เมือง จ. ร้อยเอ็ด

สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยขอนแก่น

การเผยแพร่ผลงาน

- Weangsamoot W. and Simapiromsaran K., “Simplex preprocessing from origin with direction of the minimal number of extreme points in 2 dimensions” <u>The 15th Annual Meeting in Mathematics</u> (2010), 245-246.